

**Universidad Nacional de Rosario**

**Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura**

**Escuela de Posgrado y Educación Continua**

**Maestría en Didáctica de las Ciencias, Mención Matemática**

***La registración semiótica como contenido estratégico de enseñanza de  
resolución de problemas de Análisis Matemático en el Profesorado de  
Matemática.***

**(Tesis de Posgrado)**

**Por**

**Eugenio Ariel Valiero**

**Prof. de Matemática, Física y Cosmografía  
Licenciado en la Enseñanza de la Matemática  
Legajo V-0054/0RA**

**Autor**

**Dr. Agustín Adúriz Bravo**

**Director de Tesis**

**Rosario, noviembre de 2024**

***La registraci3n semi3tica como contenido estrat3gico de enseanza de  
resoluci3n de problemas de An3lisis Matem3tico en el Profesorado de  
Matem3tica.***

**(Tesis de Posgrado)**



## **Agradecimiento.**

A todas las personas que me han acompañado en este camino, quienes me escucharon, me apoyaron y confiaron en mí a lo largo de estos años, y quienes siempre estuvieron para sostenerme y motivarme.

A la Universidad Nacional de Rosario, Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura; institución que me ha brindado lo mejor para mi carrera, en lo académico, lo profesional y en aspectos humanitarios integrales.

A todas/os mis profesoras/es de la Maestría por aportarme una visión para seguir aprendiendo y amar cada vez más mi labor en la enseñanza. En particular, a la Prof. Mg. Cristina Rodríguez, por su enorme amabilidad con la que me acompañó durante mi formación de posgrado; y a mis tutoras Dra. Patricia Sánchez, y Dra. Natalia Sgreccia, por su paciencia infinita, su predisposición y su colaboración permanente.

A mis compañeras y compañeros, de quienes también he aprendido al compartir la experiencia del cursado.

Especial agradecimiento al Dr. Agustín Adúriz Bravo, mi director de tesis, quien me mostró siempre su mejor voluntad para ayudarme a concluir este trayecto académico formativo, y de mi vida, y de quién profeso una enorme admiración.

A todas/os ellas/os quiero agradecerles por ser mi gran pilar, por formar parte de esta etapa tan importante en mi formación, y nunca permitirme desistir.

## Resumen.

El presente constituye un estudio descriptivo de campo, de un caso desarrollado entre octubre de 2019 y marzo de 2020, orientado a la producción de una tesis de maestría donde se abordó la enseñanza de contenidos estratégicos de resolución de problemas de *Análisis Matemático*, en el *Profesorado de Educación Secundaria en Matemática*, en un instituto de Formación Docente Inicial, de la Ciudad de Gualeguay, Provincia de Entre Ríos, Argentina, bajo un enfoque Cognitivo.

Se analizó a través de la *Teoría de Registros Semióticos*, de Duval, la actividad registral en la resolución de problemas, con la implementación de métodos y técnicas de entrevista (basada en el paradigma investigativo *Pensamiento del Profesor*), observaciones complementarias de clases, de resolución de problemas en voz alta, y de conversión de problemas y ejercicios.

Se concluyó en que dicha actividad, en la concepción de una docente, para el diseño de propuestas de aula, presenta una perspectiva interdisciplinaria, relacional y contextual, es desarrollada holística e implícitamente con prevalencia de los registros lingüístico y gráfico, y actividades matemáticas que implican principalmente procesos de *tratamiento*.

Se aceptó desde el inicio que *problema*, en el marco de dicha teoría, refiere a toda actividad comprensiva de transformación de registros representacionales donde se ponen en juego procesos noéticos y semióticos.

## Índice general.

---

Título .....	2
Agradecimiento .....	4
Resumen .....	5
I. Introducción, contexto, encuadre y fundamentos. ....	11
I. 1. Antecedentes de investigación. ....	13
I. 2. Estado del Conocimiento. ....	17
I. 3. Objetivos de investigación. ....	21
I. 4. Marco teórico. ....	23
I. 4.1. Marco disciplinar. ....	23
I. 4.1.1. Noesis y semiosis como problema de investigación en la Didáctica de la Matemática. ....	23
I. 4.1.2. Los registros semióticos en la didáctica y en la actividad cognitiva de aprendizaje de la Matemática. ....	26
I. 4.1.3. Problema, estrategia, y contenidos estratégicos de resolución. .....	27
I. 4.2. Marco didáctico-pedagógico. ....	30
I.4.2.1. Formación Docente Inicial y conocimiento profesional docente: Contenido estratégico de resolución de problemas y <i>Pensamiento del     profesor</i> . ....	30
I. 4.3. Marco jurisdiccional institucional. ....	33
I.4.3.1. Transformación Curricular en la Provincia de Entre Ríos. Planes Nacionales de Formación Docente en Argentina. ....	33
I.4.3.2. El Profesorado de Educación Secundaria en Matemática en la Provincia de Entre Ríos. Diseño Curricular. ....	36
I. 5. Aportes Esperados. ....	41
II. Materiales y Métodos de Investigación. ....	42

<b>II. 1. Documentos Normativos y Curriculares de la Formación Docente Inicial. ....</b>	<b>42</b>
<b>II.1.1. Leyes de Formación Educativa Superior y Formación Docente en Argentina. ....</b>	<b>42</b>
<b>II.1.2. Obtención preliminar de materiales de investigación. ....</b>	<b>43</b>
<b>II. 2. Marco Metodológico. ....</b>	<b>45</b>
<b>II.2.1. Acciones de pre campo. ....</b>	<b>45</b>
<b>II.2.2. Sondeo previo del campo y ámbito de investigación. ....</b>	<b>45</b>
<b>II.2.3. Elaboración del plan de tesis e ingreso al campo. ....</b>	<b>46</b>
<b>II.2.4. Acuerdos de entrevista y condiciones del trabajo de campo con la profesora informante. ....</b>	<b>47</b>
<b>II.2.5. Diálogo previo con personal institucional. ....</b>	<b>49</b>
<b>II.2.6. Comunicación con la profesora informante respecto de los tiempos de inicio del trabajo de campo. ....</b>	<b>50</b>
<b>II.2.7. Construcción de esquemas preliminares de entrevista en el contexto metodológico de la línea de investigación <i>Pensamiento del Profesor</i> mediante los <i>Modelos MKT y MTSK</i>. ....</b>	<b>51</b>
<b>II.3. Acciones de campo. ....</b>	<b>52</b>
<b>II.3.1. Entrevista a la profesora del curso. Pensamiento del Profesor y Modelos MKT y MTSK como aporte teórico-metodológico de entrevista semiestructurada en el contexto de enseñanza de contenidos estratégicos de RP. ....</b>	<b>52</b>
<b>II.3.2. Solucionador de problemas en voz alta. ....</b>	<b>54</b>
<b>II.3.3. Conversión de un ejercicio en problema. ....</b>	<b>55</b>
<b>II.3.4. Observaciones de clases en el curso. ....</b>	<b>55</b>
<b>II.3.5. Consultas aclaratorias y anexas, posteriores. ....</b>	<b>56</b>
<b>II.4. Análisis y procesamiento de los datos. ....</b>	<b>56</b>
<b>II.5. Producción del Informe Final y la Conclusión del trabajo de investigación de Tesis. ....</b>	<b>57</b>
<b>III. Resultados in extenso. ....</b>	<b>60</b>

III.	1. Diseños Curriculares de la Provincia de Entre Ríos para la Formación Docente Inicial (FDI) del <i>Profesorado de Educación Secundaria en Matemática</i> . .....	60
III.	2. La RP en el <i>Diseño Curricular del Profesorado de Educación Secundaria en Matemática</i> en la Provincia de Entre Ríos. Marcos orientadores y contenidos disciplinares del Campo de la Formación Específica. ....	64
III.	3. Entrevista semiestructurada con la profesora informante (EPI). .....	70
III.	4. Técnica de resolución en voz alta (TRVA). ....	82
III.	5. Transformación de un problema en ejercicio (TPE). ....	93
III.	6. Observación de clases. ....	96
III.	7. Apreciaciones generales de los resultados in extenso. ....	97
IV.	Discusión de los resultados. ....	100
VI.1.	Discusión de los resultados referidos a Diseños Curriculares de la Provincia de Entre Ríos para la Formación Docente Inicial (FDI) del <i>Profesorado de Educación Secundaria en Matemática</i> . ....	100
VI.2.	Discusión de los resultados referidos a Entrevista semiestructurada con la profesora informante (EPI). ....	104
VI.3.	Discusión de los resultados referidos a la técnica de resolución en voz alta (TRVA). ....	109
VI.4.	Discusión de los resultados referidos a la transformación de un problema en ejercicio (TPE). ....	114
V.	Conclusiones. ....	117
VI.	Referencias bibliográficas. ....	131

<b>VII.</b>	<b>Bibliografía.</b> .....	<b>136</b>
	<b>VII.1. Libros.</b> .....	<b>136</b>
	<b>VII.2. Páginas y artículos de Internet.</b> .....	<b>137</b>
<b>VIII.</b>	<b>Anexos.</b> .....	<b>139</b>
	<b>VII. 1. Dominios y Subdominios de los Modelos MKT y MTSK.</b> ...	<b>139</b>
	<b>VII. 2. Abreviaturas frecuentes de diferentes conceptos educativos, y asociados a la Teoría de los Registros Semióticos, y de las distintas dimensiones de los dominios de conocimiento de los modelos MKT y MTSK.</b> .....	<b>140</b>
	<b>VII. 3. Sistema Educativo Entrerriano. Contexto de implementación del Profesorado de Educación Secundaria en Matemática.</b> .....	<b>141</b>

### Índice de gráficos y tablas.

---

-	<b>Tabla 1. Profesorados Superiores para la Formación de Profesores/as de Educación Secundaria en Matemática en la Provincia de Entre Ríos. (Gobierno de Entre Ríos, 2012).</b> .....	<b>40</b>
-	<b>Tabla 2. Estructura curricular por campos de formación y distribución de la carga horaria del Profesorado de Educación Secundaria en Matemática de la Provincia de Entre Ríos. (Gobierno de la Provincia de Entre Ríos, pp. 41-44, 2014). {R.4}.</b> .....	<b>64</b>
-	<b>Tabla 3. Dominios y subdominios de los modelos MKT y MTSK. (Contreras González, Carrillo Yáñez, 2018).</b> .....	<b>139</b>
-	<b>Tabla 4. Cuadro de Constitución del Sistema Educativo Superior de la Provincia de Entre Ríos, por sector (estatal o privado), y por número de carreras (Gobierno de Entre Ríos, 2012).</b> .....	<b>142</b>

**Título:**

***La registración semiótica como contenido estratégico de enseñanza de resolución de problemas de Análisis Matemático en el Profesorado de Matemática.***

## I. Introducción, contexto, encuadre y fundamentos.

La presente tesis de posgrado es el resultado de un estudio de casos que se llevó a cabo en el marco de elaboración de una investigación, para acreditar la carrera de *Maestría en Enseñanza de las Ciencias/ Mención Matemática*, donde se abordó la implementación de registros de representaciones semióticas en la enseñanza de estrategias de resolución de problemas (RP), de Análisis Matemático. El trabajo de campo, se realizó en el Profesorado de Matemática para la Educación Secundaria en el período 2019-2020, en un instituto de formación de profesoras/es de la Provincia de Entre Ríos, Argentina.

Se destaca que la formación inicial de profesoras/es denominada habitualmente Formación Docente Inicial (FDI), es un espacio propicio para desarrollar contenidos referidos a estrategias de resolución de problemas (ERP). En tal sentido, se acepta que la actividad de representación de objetos matemáticos mediante los denominados registros semióticos (RS), opera como una componente cognitiva del pensamiento matemático posible de considerarse como contenido táctico, o estratégico. Así, se lo concibe en el contexto de producción de conocimiento didáctico para la enseñanza de la Matemática, y desde esa perspectiva fueron abordados los objetivos de la presente tesis.

Para llevar a cabo el plan de investigación se tomó como referencia dicha concepción y se partió de algunos indicios que mostraban que se desconocía hasta entonces la forma en la que se enseñaban tales contenidos a estudiantes de la carrera docente en la formación inicial del profesorado en Matemática.

Teniendo en cuenta los posicionamientos teóricos y metodológicos correspondientes pudo postularse el sentido investigativo y los fundamentos científicos que, en el marco de la denominada Formación Docente Inicial (FDI), declara la necesidad de producir condiciones para la enseñanza de contenidos didácticos, disciplinares, epistemológicos, y de aptitudes para la comprensión no solo de aspectos pedagógicos generales sino también de competencias para la enseñanza de metodologías estratégicas en la resolución de la tarea matemática escolar mediante problemas.

Se espera que el conocimiento didáctico que resulta del presente estudio pueda incidir en una cierta construcción de aprendizajes especiales incluibles en distintas situaciones didácticas en que las/los enseñantes del Nivel Educativo Superior, futuras/os profesoras/es, intervengan; y que, a la vez, estas les produzcan conocimientos para la acción profesional futura en contextos educativos de destino (Educación Secundaria).

En ese sentido se reconoce que, si bien la perspectiva histórica en el interior del campo de la investigación en didáctica específica de la matemática escolar lleva más de 4 décadas, se observa que en el contexto académico actual han surgido nuevos desafíos de conocimiento tanto de los objetos matemáticos que los sistemas educativos seleccionan y recortan para sus currículos (tales como contenidos y enfoques de enseñanzas), como así también de las pautas de transmisión en situaciones propiamente de aula.

## I. 1. Antecedentes de investigación.

Al respecto de la *resolución de problemas* (RP) como campo de investigación, se considera, a este tema, parte de estudios iniciados desde mucho antes que ese proceso comenzara a ser investigado por didactas e investigadoras/es de diferentes regiones y países. Ya desde principios del siglo XXI el cúmulo de investigaciones referidas a dicho tópico presenta una amplia perspectiva de tratamiento.

Con ello se indica que, en Matemática educativa, como en Ciencias Naturales y en otras áreas académicas formativas, las investigaciones acerca de RP presentan múltiples enfoques centrados en preguntas que abordan una diversidad de aspectos estudiados o analizados desde diferentes referentes teóricos, tal como lo hace notar Jessup (1998), citado luego en posteriores secciones de la presente tesis.

En tal sentido, al recopilar los objetivos y propósitos de distintos estudios se distinguen, sintéticamente, entre otros tópicos de investigación, aquellos que se asocian a:

- Definiciones, concepto, alcance y significados de la actividad de resolver problemas escolares y no escolares;
- La importancia en la enseñanza de proponer actividades vinculadas a situaciones que requieran resolver problemas;
- Tipos de problemas que se pueden plantear en la escuela en distintos niveles educativos;
- Dificultades en la enseñanza por RP;
- Y, a metodologías y estrategias de mejora de la capacidad de resolución.

Es posible encontrar, además, investigaciones que se propusieron como objetivo estudiar aspectos vinculados a: diseño de instructivos que llevan a resolver problemas; problemáticas del aprendizaje por RP y transferencia a la vida cotidiana; modalidades de integración de los conocimientos previos; al control de los procesos involucrados en las acciones que se deben llevar a cabo para resolver problemas matemáticos escolares o extraescolares; diferencias, similitudes, y contextos de resolución.

Al respecto, otros temas de abordaje investigativo que es posible identificar en diferentes textos e investigaciones se relacionan a las buenas y malas estrategias, a

la actividad científica en la resolución de problemas en escenarios cotidianos, a la gestión curricular para la implementación de propuestas didácticas mediante RP, al desarrollo de esquemas de pensamiento resolutivo, a formas asociativas de RP y trabajos prácticos (o de laboratorio matemático), entre otros.

Se observó, también, que algunos estudios presentan cierto carácter crítico de lo que implica la resolución de problemas en la enseñanza, y oponen ésta al aprendizaje memorístico de datos, y a la transmisión conceptual. En ese orden, se encuentran trabajos que intentan diferenciar la RP de la enseñanza de problemas de lápiz y papel, de los ejercicios de aplicación, y de la llamada fijación funcional de contenidos librescos.

Actualmente, iniciando la tercera década del tercer milenio de nuestra era, es posible advertir también, el surgimiento de nuevas líneas de investigación, relacionadas a formas globales de tácticas presentes en la actividad humana, donde se integran aspectos complejos de la realidad. Se diferencia, en dichas líneas, a los problemas teóricos de los experimentales.

Más recientemente, en los últimos años, han surgido también, investigaciones referidas a nuevas propuestas de problemas para enseñar en ciencias, creatividad e innovación por patrones mentales o patrones de pensamiento, trabajos referidos a la incidencia de conocimientos de Neurociencias, Psicología Cognitiva, Epistemología, Sociología, y Antropología.

Dichas líneas de investigación están presentes en tesis de doctorados y maestrías de diferentes universidades, y son objeto, a su vez, de estudio de otras líneas de investigación como lo es la denominada *Inteligencia Artificial*, o la de *Conocimiento de las/os Profesoras/es acerca de la Resolución de Problemas* (Jessup, 1998).

D'Amore (2004), identificó otros marcos de investigación tales como los llamados de *Diseños de las Tareas* puestas en juego en las propuestas didácticas para la enseñanza y el aprendizaje matemático. Al respecto, en el ámbito científico se advirtieron diferentes enfoques de análisis actuales, donde la propia concepción de la noción de tarea es compleja y diversa en su acepción, y puede encontrarse vínculo a la noción de problema, a la de tarea realista, o tareas prácticas, a tareas tecnológicas, de secuencias didácticas de conflicto cognitivo, de conversión y aplicación conceptual,

de ejercitación, e incluso la de tarea de laboratorio (D'Amore, 2004). Un ejemplo de ello es la investigación llevada a cabo por Sepúlveda, López, Medina García, y Sepúlveda Jáuregui (2009), la cual se mencionará posteriormente.

Debe señalarse que, para la presente tesis, los objetivos de investigación que se plantearon, esta vez en el marco de la Formación Docente Inicial de Educación Superior, tuvieron como antecedente de interés investigativo un estudio llevado a cabo durante 2015 en un Instituto Estatal de la Provincia de Entre Ríos, donde se analizó el modo en que se ordenaron los diversos registros semióticos en la enseñanza de expresiones algebraicas racionales en experiencias de aula de educación secundaria. En tal investigación se vinculó la manera de producir ordenamientos de registros semióticos a la necesidad de identificar condicionantes de errores didácticos mediante la Teoría de los Registros de Representación Semiótica (Valiero, Barrionuevo, y Villenas, 2021).

El presente escrito constituye un esquema de análisis inscripto en las líneas de investigación en *Didáctica de la Matemática*, bajo el enfoque cognitivo, que, desde dicha configuración teórica, abordó el estudio de la enseñanza de implementación de la actividad de registración semiótica del trabajo matemático escolar, como segmento constitutivo de dichas estrategias en problemas de Análisis Matemático.

Para ello, se tomó como base conceptual la *Teoría de los Registros de Representación Semiótica*, en adelante TRRS, propuesta en 1999 por el psicólogo y filósofo francés Raymond Duval, la cual ha sido el fundamento teórico de muchas investigaciones, algunas de las cuales se orientan a estudiar los procesos de transformación semiótica. Puede estimarse como ejemplo de lo último afirmado la investigación llevada a cabo por D'Amore (2006), que también se tomará como referencia en apartados posteriores.

Se considera que el marco teórico escogido representa un enfoque orientador desde la Psicología Cognitiva en el contexto de la investigación educativa, como ya se ha dicho; este, permitió proyectar un estudio al que se lo clasificó como:

- Investigación aplicada, según su propósito;
- Estudio de campo, según la estrategia empleada;
- Y, estudio descriptivo de caso, según el nivel de conocimiento al que se deseó arribar.

En tal sentido, los interrogantes de investigación sobre los que se centró el análisis cualitativo de la enseñanza de estrategias de RP, en la presente tesis, intentaron responder, por una parte, a las preguntas descriptivas referidas a la manera en que un/a profesor/a del Profesorado de Matemática para la Educación Secundaria, piensa la enseñanza a las/os estudiantes o profesores en formación, de estrategias para resolver problemas de Análisis Matemático, utilizando para ello actividades semióticas de registración.

Por otra parte, en el marco teórico desde donde se enfoca la presente investigación (TRRS), se planteó la necesidad de saber qué conocimientos didácticos, estratégicos y, por tanto, semióticos, posee un/a profesor/a que dicta clases en dichas unidades curriculares, en el Profesorado, respecto de la enseñanza de tales estrategias, y qué elecciones representacionales prevé para concebir la enseñanza de dichas tácticas de resolución en sus propuestas formativas de aula.

## I. 2. Estado del Conocimiento.

La enseñanza de ERP, podría encuadrarse dentro de diversos enfoques teóricos llamados *diseños didácticos*, abordados entre finales del siglo XX y las primeras décadas del siglo XXI.

Entre ellos, se encuentran:

- La *Teoría de las Situaciones Didácticas*, propuesta en 1998 por Brousseau (Brousseau, 2007);
- La *Teoría Didáctica Antropológica*, postulada en 1999 por Chevallard (1999);
- La *Educación Matemática Realista* que, según Bressan, Gallego, Pérez, y Zolkower (2016), fue sugerida desde 1960 por Hans Freudenthal (1905-1990), y;
- El *Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática* del que refieren Díaz Godino, Giacomone, Batanero, y Font (2017).

Dichos enfoques fundamentan los estudios acerca de las líneas de investigación que indagan los conocimientos didáctico-matemáticos de las/os profesoras/es.

En investigación educativa existe una variedad amplia de trabajos al respecto los cuales ya han sido recogidos en diferentes estudios que recopilan la trayectoria investigativa. Por su parte, Pérez y Ramírez (2011), abordaron, en un estudio documental descriptivo, el estado del arte de las investigaciones realizadas por diferentes autoras/es al respecto; luego, analizaron los fundamentos teóricos y metodológicos de la RP y de las estrategias para su enseñanza basándose en una revisión de fuentes bibliográficas y hemerográficas que pretendió, mediante análisis cualitativo, identificar los aportes de las/os diferentes autoras/es desde 1980. (Pérez y Ramírez, 2011).

En tal estudio procuraron, además de identificar estrategias, reconocer conceptualizaciones del término *problema*, características, etapas de resolución, taxonomías, y distintos aspectos de enseñanza. Ambos trabajos fueron llevados a cabo en el marco de la educación básica venezolana. Los resultados plantearon que el concepto de problema es polisémico. Desde esa concepción, lo vincularon a la idea

de dificultad, a la noción de interrogantes o preguntas respecto de una situación problemática, a una serie de procedimientos entre datos y hechos para conocer algo desconocido, y a incógnitas que requieren de una estrategia para ser develadas. (Pérez y Ramírez, 2011).

Además, en sus investigaciones encontraron que:

- Nieto (citado por Beyer, 2000), define problema a una dificultad que exige ser resuelta, una cuestión que requiere ser aclarada;
- Kilpatrick (citado por Beyer, 2000), señala que problema es una definición en la que se debe alcanzar una meta en la que la ruta directa está bloqueada;
- Rohn (citado por Beyer, 2000), lo conceptualiza como un sistema de proposiciones y preguntas que reflejan la situación objetiva existente;
- Para Mayer (citado por Poggioli, 1999), son construcciones que presentan metas, datos, restricciones, y métodos, según las autoras citadas anteriormente.

Las investigadoras mencionan también a Vega Méndez (1992), quién define a una situación-problema como aquella que compromete intensamente la actividad cognitiva de quien la resuelve. (Pérez y Ramírez, 2011).

Por su parte, Pifarré y Sanuy (2001), propusieron estudiar la enseñanza-aprendizaje destinada a aumentar y mejorar el bagaje de estrategias generales y heurísticas en la Educación Secundaria Obligatoria (ESO), en 3º año, combinado ello a estrategias específicas, a partir del diseño, la implementación, y la evaluación de una propuesta didáctica referida a proporcionalidad directa. (Pifarré y Sanuy, 2001).

El mismo estudio, si bien declara el foco de observación en la enseñanza como actividad docente, evidencia un trabajo más centrado en el aprendizaje de las/os estudiantes. En él, se incorporó la inclusión de entornos instruccionales mediante guía y aprendizaje cooperativo de estrategias cognitivas y metacognitivas en dos etapas. Se proponía a los estudiantes resolver, en la primera de ellas, un problema sencillo con el objetivo de aprendizaje del contenido de aplicaciones a la vida cotidiana. La segunda etapa, incluía un problema más complejo, donde se pusiera en marcha el proceso de resolución para favorecer su aprendizaje, el aumento de la significatividad

del conocimiento, y la aplicación de los contenidos anteriormente aprendidos. (Pifarré y Sanuy, 2001).

Como resultado de tal investigación se indicó que el 50 % de los estudiantes del grupo observado logró resolver correctamente los problemas propuestos, y se evidenció una posibilidad de mejora del aprendizaje de estrategias de resolución (Pifarré y Sanuy, 2001).

En el mismo orden, Morales Martínez (2013), presentó una experiencia de taller donde se proponían situaciones problemáticas de olimpiadas matemáticas, y de exámenes de ingreso universitario, a profesoras/es de Educación Secundaria para alumnos entre 12 y 16 años, y a docentes de los primeros ciclos universitarios. El objetivo consistió en mostrar las posibles relaciones entre los registros de representación y el desenvolvimiento del pensamiento algebraico sobre funciones lineales, cuadráticas, exponenciales, logarítmicas, y en temas tratados en los primeros cursos de la universidad.

El taller se dividió en cuatro etapas cada una de 30 minutos: presentación de los fundamentos de la TRRS, desarrollo del taller con el contenido funciones, desarrollo del taller con contenidos de primeros ciclos universitarios, y un debate colectivo de las actividades desarrolladas.

Como resultado se destacó que existen dos enfoques diferentes pero complementarios para analizar las dificultades de aprendizaje de la Matemática, el *enfoque matemático* que lleva a la solución del problema; y el *enfoque cognitivo*, desde donde se prioriza el reconocimiento de las propiedades matemáticas para transferir a otros problemas. Este último permanecería, según el autor, en el lado oculto de la actividad intelectual específica de la matemática (Morales Martínez, 2013).

Por su parte, Escobar Hoyos (2016), se abocó a conocer de qué manera las actividades semióticas de tratamiento y conversión de las representaciones favorecen la RP relacionados al concepto de función cuadrática. Para ello se propuso analizar los procesos cognitivos, las dificultades, los alcances, la visualización y modelización a partir de incorporar sistemas de representación como elementos de enseñanza. (Escobar Hoyos, 2016).

La investigación mencionada anteriormente, descrita como cualitativa, posibilitó conocer cómo piensa un/a estudiante y qué representaciones semióticas

utiliza para resolver un problema mediante 3 momentos: poner en juego las ideas previas de resolución, la implementación de una unidad didáctica diseñada para priorizar la actividad cognitiva de tratamiento y conversión previa, y la realización de talleres de problemas con funciones cuadráticas. (Escobar Hoyos, 2016).

Finalmente, en la misma se aplicaron post-test para identificar el vínculo entre los registros y su incidencia en la resolución. El estudio dio como resultados que casi no existen en los estudiantes estrategias de representación semiótica fuera del registro algebraico, pero que el trabajo con RP mejora los aprendizajes. (Escobar Hoyos, 2016).

Aun así, no se encontraron, anteriormente al presente estudio, investigaciones que analizaran particularmente la forma general en que piensa un docente la enseñanza de ERP, y, en particular, su intervención docente en la enseñanza de ERP de Análisis Matemático en la FDI del *Profesorado de Educación Secundaria de Matemática*.

### I. 3. Objetivos de investigación.

La investigación que aquí se presenta se propuso como objetivo general conocer, a través de un estudio de caso, la actividad y las dimensiones estructurales de implementación de registros semióticos de representación en la enseñanza de estrategias de resolución de problemas (ERP) de Análisis Matemático, en el marco de la Formación Inicial de profesoras/es para la enseñanza secundaria de la Matemática, en un instituto de educación superior de la Provincia de Entre Ríos, Argentina.

Dicho objetivo planteó la necesidad de responder preguntas generales vinculadas a las actividades de abordaje de las enseñanzas que pensaría y propondría la docente informante en sus clases de Análisis Matemático de 4° año del profesorado, y de qué manera estas se vincularían a los conceptos de noética y al de semiosis en el marco de la TRRS.

Teniendo en cuenta que algunas investigaciones concluyen en que existe un marco restringido de utilización de registros semióticos en la Matemática escolar, en la presente investigación también se consideró importante conocer cómo se piensa y se produce la enseñanza de estrategias de resolución de problemas a partir de una variada gama semiótico-representacional en el trabajo matemático de formación docente, y cuál es la perspectiva curricular al prever dicha enseñanza respecto de la representación semiótica en el profesorado.

En ese contexto, también se trazaron objetivos específicos a partir de los cuales se pudiera observar la forma en que se piensa el diseño de una propuesta de aula, para: caracterizar la tipología de problemas que presenta un/a profesor/a de Análisis Matemático a sus estudiantes de profesorado; reconocer tipos de componentes semiótico-estratégicos de RP en las propuestas de aula de enseñanza de Análisis Matemático en la FDI; caracterizar los diferentes formatos de representación semiótica en la enseñanza de ERP en la formación de profesoras/es; reconocer los niveles y modalidades de explicitación de las ERP de Análisis Matemático y los formatos didácticos de su enseñanza a profesoras/es en formación.

Se consideró necesario, además, describir aspectos generales de implementación de elementos semióticos en las metodologías de enseñanza de ERP,

en otras unidades curriculares de la Formación Específica del *Profesorado de Educación Secundaria en Matemática*, en la Provincia de Entre Ríos.

El análisis de los datos recogidos en el campo apuntó entonces a reconocer, en el pensamiento de la profesora informante, distintas posibilidades de concebir componentes registrales de su clase, desde dónde aborda el diseño de las propuestas didácticas, y la manera de enseñar estrategias para resolver problemas de Análisis Matemático.

## I. 4. Marco teórico.

Se considera, en lo que sigue, de máxima relevancia la *Teoría de los Registros de Representación Semiótica* como contexto de análisis del pensamiento de la profesora informante respecto de la forma en que concibió, para el caso estudiado, la enseñanza mediante RP de Análisis Matemático en la formación docente, y la posible actividad de registración involucrada.

Dicho marco teórico no prevé herramientas observacionales exclusivos para la técnica de entrevista, resolución en voz alta y conversiones de problemas y ejercicios. Por tanto, fue preciso adoptar un instrumento que complementara la indagación, abordando la misma a partir de elementos de los denominados Modelos MKT (Conocimiento Matemático para la Enseñanza), y MTSK (Conocimiento Especializado del Profesor de Matemática), los cuales posibilitan en el contexto de *Pensamiento*, y no así de *Acción*, ya que no es de interés este último aspecto para la presente tesis más que obtener la posibilidad de inferir la forma de pensar la enseñanza mediante resolución de problemas.

Dichos modelos representan un esquema técnico auxiliar no destinado a producir conclusiones de investigación sino a la obtención de acceso indirecto al pensamiento de la profesora informante. (Ver: *Acciones de Campo*, II.3.1. *Entrevista a la profesora del curso. Pensamiento del Profesor y Modelos MKT (Mathematical Knowledge for Teaching) y MTSK (Mathematical for Teaching Specialized Knowledge), como aporte teórico-metodológico de entrevista semiestructurada en el contexto de enseñanza de contenidos estratégicos de RP*, p. 53; y, Anexos, VIII.1. *Dominios y Subdominios de los modelos MKT y MTSK*, y VIII.2. *Siglas y abreviaturas frecuentes de diferentes conceptos educativos, y asociados a la Teoría de los Registros Semióticos, y de las distintas dimensiones de los dominios de conocimiento de los modelos MKT y MTSK*, p.p. 141 -144).

Los modelos mencionados proveyeron a la presente tesis las ideas principales acerca de los conocimientos de los/as profesores/as de Matemática respecto de los cuales indagar al ser entrevistados/das y observar sus clases: saberes disciplinares, de contenidos y currículo matemático escolar, conocimiento acerca de los estudiantes,

acerca de la enseñanza, de características y estándares de aprendizaje, así como de una perspectiva especializada para la Enseñanza de la Matemática.

#### I. 4.1. Marco disciplinar.

##### I. 4.1.1. Noesis y semiosis como problema de investigación en la Didáctica de la Matemática.

Según Vasco (2017), en el prólogo de Duval (2017), la historia de la Semiótica, parte desde la antigüedad como arte de adivinación de magos, astrólogos y profetas quienes pretendían interpretar signos del más allá manifestados en la naturaleza (rayos, nubes, astros). El mismo arte se transmitiría por tradición oral durante varios siglos entre las distintas generaciones para descifrar mágicamente aspectos relacionados con la suerte. El autor agrega que:

*Solo se empezó a escribir lo que hoy podríamos llamar “semiótica” en las recopilaciones hipocráticas de la sígnica o semiología médica, en donde surgió la distinción clave entre dos tipos de señales útiles para el diagnóstico: los síntomas que expresa el paciente y los signos que observa el médico (Vasco, 2017, como se cita en Duval, 2017, pp. 7, 8).*

La definición de lo que actualmente se comprende por semiótico, sémico, semiológico o sígnico, ha recorrido un trayecto histórico que se completa con la versión religiosa de lo que se ha dado en llamar “símbolo” para estudiar los signos asociados a la fe. Vasco (2017), reconoce en San Agustín de Hipona el primer estudio crítico de esos signos para definirlos en el contexto de la doctrina cristiana al que se anexa el estudio de las facultades de teología de universidades medievales europeas. Agrega que, en Filosofía la discusión se estableció en torno a determinar qué era y que no era signo y a producir la distinción entre signos orales y escritos, y a la interpretación de las palabras y los números. (Vasco, 2017, como se cita en Duval, 2017, p. 8).

Si bien en Matemática, según Vasco (2017), las distintas formas de representaciones datan de más de 4000 años, sólo a partir de Pitágoras en el s. IV a. C. se registraron de manera escrita expresiones literales, numéricas y figurales.

Luego, de acuerdo a lo que señala el mismo autor, la primera idea no nombrada como semiótica proviene de la India:

*Semiótica se gestó en la India, con tradiciones chinas, en particular con los tetragramas I-Cahng, hacia el siglo VI d. C., con la estandarización de los numerales del uno al nueve y de los cálculos numéricos con fichas, palos y conchas o huesos marcados (dados) (Vasco, 2017, como se cita en Duval, 2017, p. 9).*

Vasco (2017), menciona el “al’gebr w’al mu-qabala” y los esfuerzos de expansión del Papa Silvestre II hacia el año 1000 para que se adoptara la numeración indo-arábica en Europa con el agregado simbólico para algunas operaciones hasta consolidar ese tipo de representaciones en el s. XVI de nuestra era, y posteriormente estabilizarse un sistema semiótico con símbolos que en la actualidad conocemos por ejemplo para la igualdad, y las simbologías literales propuestas por Descartes en el siglo XVII y Napier, con las dos rayas paralelas que hoy utilizamos en Álgebra.

Si bien se debe aclarar que el proceso de construcción representacional en distintas ramas de la Matemática continuó modificándose desde entonces hasta llegar a la semiótica que actualmente conocemos, pasando por las modificaciones aportadas por Euler, se introdujeron nuevas formas de representación durante la revolución informática de los años 50 del siglo XX, y las codificaciones y tipografías telegráficas (Duval, 2017, pp. 9, 10), Vasco (2017), destaca un hito histórico muy importante, el establecimiento de una *Teoría de las Representaciones Múltiples* (TRM) de Jim Kaput, quien aprovechando los avances de la programación computacional entre 1950 y 1980, logró dividir posteriormente la pantalla de los primeros computadores Macintosh de 512 k en cuatro cuadros para representar en cada uno de ellos simultáneamente una función lineal de parámetro  $a$ ,  $L_a(\_)$ : , mediante una representación algebraica, una cartesiana, una verbal escrita (como enunciado de problema), y una representación icónica o pictórica.

Este hecho es central en el campo de la Didáctica de la Matemática como problema de investigación ya que, según Vasco (2017), pondría en discusión ontológica a la función lineal y sus representaciones múltiples, y se posicionaría en el

foco del planeamiento curricular, y en el diseño de unidades de aprendizaje de Álgebra y Aritmética (Vasco 2017, en Duval, 2017, pp. 10-12).

Hasta entonces, ni semiótica ni semiología fueron los términos para referirse a la herramienta de investigación en Didáctica de la Matemática. De acuerdo a lo que refiere el autor antes mencionado, en la segunda mitad del siglo XX, la Semiótica se expandió en Europa, pero fue recién en 1995 cuando se publicó el primer trabajo de Raymond Duval con contenido semiótico no sólo para abordar aspectos didácticos sino también epistemológicos de las representaciones semióticas y de los registros semióticos de representación en Matemática, en investigaciones bajo el denominado Enfoque Noético-Semiótico (ENS). (Duval, 2017, p. 12).

De acuerdo a lo que se expresa como paradoja del aprendizaje de la Matemática en el marco de la TRRS, no hay noesis sin semiosis, es decir, solamente y de manera exclusiva la actividad representacional es la condición de comprensión y de aprendizaje de contenidos matemáticos.

*... (...) ... no puede haber comprensión en matemáticas si no se distingue un objeto de su representación. ... (...), ... Psicológicamente existen representaciones mentales, es decir, de todo aquel conjunto de imágenes y de concepciones que un individuo puede tener sobre un objeto, sobre una situación y sobre lo que les está asociado. Las representaciones semióticas, es decir, aquellas producciones constituidas por el empleo de signos (enunciado en lenguaje natural, fórmula algebraica, gráfico, figura geométrica...) no parecen ser más que el medio del cual dispone un individuo para exteriorizar sus representaciones mentales, es decir, para hacerlas visibles o accesibles a otros. Las representaciones semióticas, pues, estarían subordinadas por entero a las representaciones mentales y no cumplirían más que funciones de comunicación.*

*Si se llama **semiosis** la aprehensión o producción de una representación semiótica y **noesis** a los actos cognitivos tales como la aprehensión conceptual de un objeto, la discriminación de una diferencia o la comprensión de una inferencia, parecería entonces obvio admitir que la noesis es independiente de la semiosis o, por lo menos, que la dirige. ...(...)...*

*Sin embargo, es una hipótesis que va en contra de fenómenos importantes.*

*... (...) ... en matemáticas las representaciones semióticas no son solo indispensables para fines de comunicación, sino que son indispensables para el desarrollo mismo de la actividad matemática misma.*

*... (...) ... el análisis de los problemas en el aprendizaje de las matemáticas y de los obstáculos a los cuales se enfrentan regularmente los alumnos lleva a reconocer detrás de la segunda hipótesis una ley fundamental del funcionamiento cognitivo del pensamiento: no ya noesis sin semiosis, es decir, sin la utilización de una pluralidad al menos potencial de sistemas semióticos; utilización que implica la coordinación de esos sistemas semióticos por parte del sujeto mismo. (Duval, 2017, pp. 44-47).*

Desde ese punto de vista, la investigación en el campo de la enseñanza de la Matemática, especialmente en el ámbito de la RP, requiere focalizar en lo que ocurre

particularmente respecto de la forma en que se piensa y se organiza la tarea en el aula vinculada a contenidos curriculares.

*El análisis semio-cognitivo de la actividad matemática en términos de registros describe la manera específica de trabajar en matemáticas, cualesquiera que sean los contenidos enseñados. ... (...) ... Para aprender matemáticas, es necesario comprender cómo se trabaja en matemáticas. Y no basta con dictaminar que los conocimientos han sido “adquiridos” para que los estudiantes puedan reconocer cuándo y cómo utilizarlos para resolver problemas. Obviamente, todas las actividades específicamente organizadas para hacer tomar conciencia de la manera matemática de trabajar deben hacerse a partir de contenidos matemáticos y sobre contenidos matemáticos. La divergencia entre el punto de vista semio-cognitivo y el punto de vista matemático se basa en el principio de organización de las actividades y en el criterio de escogencia de los problemas.*

*El aporte de este análisis para los profesores es la capacidad de identificar en clase, las causas de las dificultades recurrentes de los estudiantes y ver cuál actividad proponer, no para hacer comprender localmente sino para hacer cada estudiante intelectualmente autónomo. (Duval, 2017, pp. 27-28).*

#### **I. 4.1.2. Los registros semióticos en la didáctica y en la actividad cognitiva de aprendizaje de la Matemática.**

Durante las últimas tres décadas del siglo XX, se inició la reflexión y discusión sistemática en torno a la didáctica específica de la Matemática. Dicho proceso dio como resultado el inicio, entre otros aportes teóricos, del estudio de la actividad semiótico-representacional en el pensamiento matemático. Al respecto Duval (1999), señala que los procesos cognitivos en Matemática dependen particularmente de la actividad de registración semiótica. En tal sentido, el autor describe tres tipos de operaciones posibles sobre los sistemas semióticos:

*Hay tres actividades cognitivas de representación inherentes a la semiosis. La primera es, evidentemente, la **formación** de representaciones en un registro semiótico particular, ora para “expresar” una representación mental, ora para “evocar” un objeto real. Esta formación implica siempre una selección en el conjunto de los caracteres y de las determinaciones que constituyen lo que se “quiere” representar. Las otras dos actividades están directamente vinculadas con la propiedad fundamental de las representaciones semióticas: su transformabilidad en otras representaciones que conservan ya sea todo el contenido de la representación inicial, o bien solo una parte de ese contenido... (...) ... Hablaremos de “**tratamiento**” cuando la transformación produce otra representación en el mismo registro. Y hablaremos de “**conversión**” cuando la transformación produce una representación en un registro distinto al de la representación inicial... (Duval, 2017, p. 76).*

Para Duval y Sáenz-Ludlow (2016), acceder a nuevos conocimientos en Matemática significa el logro de tales modificaciones representacionales en la que los signos se vinculan de manera compleja mediante reglas para producir sistemas de representación transformables a los que denomina registros. En ese orden, un registro puede estar formado por el lenguaje verbal natural o matemático (*registro lingüístico*), un gráfico (*registro gráfico*), una tabla (*registro tabular*), una expresión algebraica o numérica (*registro algebraico*), o por íconos (*registro icónico*); sobre los cuales quepa la posibilidad de ser formados, tratados y convertidos (Duval y Sáenz-Ludlow, 2016).

#### **I. 4.1.3. Problema, estrategia, y contenidos estratégicos de resolución.**

Según Duval (2006), los errores o dificultades de aprendizaje en Matemática se vinculan, principalmente, a inconvenientes de conversión, es decir, a la actividad matemática de transformar una representación desde un tipo de registro dado, a otro; por ejemplo, una ecuación (registro algebraico), a su correspondiente gráfica cartesiana (registro gráfico). (Duval, 2006).

De igual manera, Duval (2016) admite la posibilidad de concebir a toda actividad de registración semiótica como una estrategia en sí, tanto sea para la conceptualización, la comprensión o la resolución de problemas (Duval 2016, en Duval y Sáenz-Ludlow, 2016). Es a través de lo expresado anteriormente, que se admite en la presente investigación que todas las acciones que involucren modificaciones representacionales, ya sean de formación, tratamiento, o conversión de registros semióticos en la tarea de resolver problemas matemáticos escolares en general, y en particular en la forma en que se piensa la enseñanza de Análisis Matemático en la formación de profesoras/es, presenta, necesariamente, abordar contenidos estratégicos de RP los cuales pueden ser objetos de análisis de investigación.

En ese orden, es necesario precisar el objeto matemático escolar al que se define como *problema*. En una visión más clásica de problema matemático escolar, podemos admitir la concepción de Polya (1989), como una situación que resulta enigmática para quien resuelve (alumno/a), y en la que la vía o ruta de acceso a la solución no resulta en primera instancia clara, o inmediata. En su acepción, es

importante el interés que suscita en las/os estudiantes por “descubrir” o develar la incógnita, pregunta, o desafío planteado, y es tarea del/la docente la de generar las condiciones cognitivas e intelectuales mediante el sostenimiento de la curiosidad y el encanto en y hacia la resolución. El autor plantea 4 fases de resolución en las que la propia mirada del sujeto que se propone resolver va mutando la forma en que comprende y considera que ese problema es problema: 1. Comprender el problema; 2. Concebir un plan; 3. Ejecutar el plan; y, 4. Examinar la solución obtenida. (Polya, 1989, p. 28).

El Centro Nacional para el Mejoramiento de las Ciencias en Venezuela plantearía, según Pérez y Ramírez (2011), que un buen problema debe permitir desarrollar el pensamiento matemático; descubrir, recolectar, organizar y estructurar hechos, a partir de un lenguaje claro; debe ser interesante y original; adecuado en el grado de dificultad; provenir de situaciones reales; no reducirse sólo a aplicaciones de operaciones numéricas; ofrecer la posibilidad de localizar datos en tablas, gráficos, y dibujos; despertar el interés por hallar varias alternativas; y responder a objetivos específicos de los programas (Pérez, y Ramírez, 2011).

A partir de esa concepción, se concibe un tipo denominado *problema genuino*, el cual requeriría: un análisis profundo, definir la incógnita y la estrategia de resolución, e identificar datos necesarios. Se reconocen, además, diferentes otras clases de problemas: de acuerdo al tipo de enunciados, al tipo de operaciones implicadas, al nivel de dificultades, a las etapas de resolución; clasificados todos en categorías y subcategorías (Broody 1994, como se cita en Pérez, y Ramírez, 2011).

Por su parte, Pifarré, y Sanuy (2001), destacan la relevancia para la vida cotidiana de los/as alumnos/as, y el incremento de la significatividad del aprendizaje de contenidos matemáticos en términos de contenidos conceptuales, procedimentales, y actitudinales, como derivados de la actividad de RP. (Carrillo 1999, como se cita en Pifarré, y Sanuy, 2001).

Las autoras, anteriormente citadas mencionan dos tipos de variables que inciden en conseguir que las/os estudiantes aprendan a resolver problemas, unas relacionadas con la enseñanza, como lo son:

- Tipos y características de los problemas;
- Métodos de enseñanza utilizados por el/la profesor/a;

- Conocimiento, creencias, y actitudes del/la mismo/a sobre la disciplina, y acerca de su enseñanza y aprendizaje y;

Otras, vinculadas al aprendizaje, como lo son:

- Conocimiento declarativo acerca del contenido específico;
- Repertorio de estrategias generales y específicas que es capaz de poner en juego cada estudiante ante el problema concreto;
- Papel de las estrategias metacognitivas;
- E influencia de componentes individuales y afectivos implicados.

(Schoenfeld (1992), Lester (1994), Puig (1993), y Blanco (1998), como se cita en Pifarré, y Sanuy, 2001).

Por ello, debe considerarse que, para Duval y Sáenz-Ludlow (2016), en el marco de la TRRS, el conocimiento matemático ya sea de conceptos, procedimientos, o actitudes frente a lo disciplinar, no es parte de una respuesta cognitiva espontánea, sino que, por el contrario, se adquiere a través de representaciones constituidas como productos esquemáticos discursivos, o de signos y reglas, que requiere de un soporte didáctico externo que debe estar a cargo de los/as profesores/as. (Duval y Sáenz-Ludlow, 2016).

Al respecto, los investigadores de la Universidad de Barcelona, Díaz Godino, Giacomone, Batanero, y Font (2017), señalan que un pilar relevante para la enseñanza de la Matemática es que el/la docente posea un buen nivel de competencias matemáticas que le permita, conocer y ser capaz de realizar las prácticas necesarias para resolver los problemas matemáticos que propone o propondría a sus alumnos/as. Dichos conocimientos deben estar en correspondencia con el nivel donde imparte su docencia, además de saber cómo articularlos con contenidos de otros bloques temáticos de niveles posteriores. (Díaz Godino, Giacomone, Batanero, y Font, 2017).

Tales competencias, desde el presente marco de investigación, fueron denominadas, de acuerdo a la concepción que aquí se trabajó, *contenidos estratégicos* (CE). En concordancia con ello, D'Amore (2005) señala que:

*(...) lo esencial es la actividad de las personas puestas frente a la resolución de campos de problemas (fenomenologías), de la cual emergen los objetos (conceptos, términos, enunciados, relaciones, teorías etc.), los cuales son relativos a los contextos institucionales y*

*personales. Tales contextos quedan definidos según los campos de problemas que se tienen de frente y según los instrumentos semióticos disponibles. (D'Amore, 2005).*

Se comprende, en tal sentido, que la RP centra las intervenciones docentes en el diseño de tareas definidas como acciones de trabajo matemático en el aula. Estas, implican actividades en el seno de un sistema didáctico para resolver problemas que involucren nociones, mecanismos, y objetos matemáticos a conocer, o conocidos por los/as estudiantes.

## **I. 4.2. Marco didáctico-pedagógico.**

### **I.4.2.1 Formación Docente Inicial y conocimiento profesional docente: Contenido estratégico de resolución de problemas y *Pensamiento del profesor.***

La Formación Docente Inicial (FDI), de acuerdo a los lineamientos gubernamentales y el marco normativo argentino implican una instancia de preparación para el ejercicio de la docencia y la adquisición de competencias y capacidades profesionales generales de enseñanza como lo son:

*... (...) ... dominar los saberes a enseñar, actuar de acuerdo con las características y diversos modos de aprender de los estudiantes, dirigir la enseñanza y gestionar la clase, intervenir en la dinámica grupal y organizar el trabajo escolar, intervenir en el escenario institucional y comunitario, y comprometerse con el propio proceso formativo. (Consejo Federal de Educación, 2018).*

Por su parte, la FDI constituye un proceso continuo que no se agota en el tiempo curricular de los planes de formación de profesorado, sino que puede considerarse como un momento de iniciación que se extiende luego en la carrera docente y queda incorporada a la denominada Formación Continua o en servicio que prevé el sistema formador expresado en el artículo 76, inciso f), de la Ley Nacional de Educación:

*23. Dada la trascendencia social, cultural humana de la docencia, su formación implica un proceso continuo, que no se agota en la formación inicial, sino que acompaña toda la vida*

*profesional de los docentes. Pero la formación inicial tiene un peso sustantivo, desde el momento que genera las bases de este proceso, configura los núcleos de pensamiento, conocimientos y prácticas de la docencia y habilita para el desempeño laboral en el sistema educativo. (Congreso de la Nación Argentina, 2006).*

Por otra parte, la actividad docente de enseñanza se fundamenta en concepciones, esquemas, y representaciones de las/os profesoras/es que subyacen a distintos aspectos que hacen a la forma en que piensan al diseñar sus propuestas y al ponerlas en acción en sus prácticas en el aula. Tales esquemas se basan en la práctica, en los contextos de acción, en la formación docente y en criterios que los/as profesores/as piensan y construyen de manera tácita o implícita:

*Estos esquemas que los docentes elaboran suelen ser de carácter implícito o tácito y están estrechamente vinculados con los conocimientos profesionales del docente. En toda actividad práctica subyacen y operan presupuestos y conocimientos que orientan y la acción se van construyendo paulatinamente durante su actuación profesional. (Ministerio de Cultura y Educación de la Nación, 1999, p. 63).*

Desde dicha perspectiva a partir de los años '60 del siglo XX comenzó a ponerse en el foco de investigación los saberes de los/as profesores/as lo cual constituyó un campo de estudio denominado *pensamiento del profesor*:

*En este marco, adquieren relevancia los estudios realizados bajo la denominación "e/ pensamiento del profesor" referidos a los procesos cognitivos y de pensamiento que estructuran y organizan las tareas que los docentes realizan durante la fase preactiva e interactiva de la enseñanza.*

- *En situaciones de enseñanza los docentes ponen en juego teorías, conceptos, representaciones y valores que permiten resolver y dar respuestas específicas a cada situación particular.*
- *El conocimiento profesional que los docentes ponen en juego a la hora de enseñar se compone de diversos tipos de saberes como el saber acerca del contenido, acerca del currículum, acerca de la clase, o el saber construido a lo largo de su experiencia profesional, etc.*
- *La lógica sobre la que se organiza la actividad docente presenta características particulares: está orientado a la acción y se caracteriza por ser tácito o implícito.*
- *Conocer la naturaleza psicológica y epistemológica de los conocimientos profesionales resulta necesario a la hora de pensar y organizar propuestas de formación inicial relacionadas con el desarrollo profesional de los docentes. (Ministerio de Cultura y Educación de la Nación, 1999, p. 59).*

Esta manera de concebir la profesión docente se alejó de la acepción tecnocrática de análisis e investigación de la tarea que realiza un/a profesor/a al enseñar, lo cual reduce su acción a comportamientos observables de aplicación de

conocimientos técnicos, a mecanismos que relacionan la enseñanza con los aprendizajes de los/as estudiantes en un sentido de transmisión:

*El movimiento de reconceptualización de la función implicó un giro importante en sentido contrario y un paulatino acercamiento a una concepción del profesor como un sujeto activo en el diseño, desarrollo y evaluación de los procesos de enseñanza. (Ministerio de Cultura y Educación de la Nación, 1999, p. 60).*

Achilli (1990), propone que la construcción de saberes profesionales de los/as docentes se estructura por distintas variantes como lo son su formación profesional, la forma en que resuelve los problemas de enseñanza que se le presentan en su propia práctica, y en el intercambio con otros actores institucionales, de igual manera que se constituye el pensamiento cotidiano, es decir, a partir de características pragmáticas, de hipergeneralizaciones, y de analogías que capturan hechos, datos y saberes en repeticiones, simplificaciones y homogeneizaciones que muchas veces proporcionan anticipaciones y saberes prácticos transmisibles en la enseñanza, y proporcionan ciertas certezas al saber de la acción pero, otras veces imposibilitan reconocer singularidades. (Achilli, 1990, como se menciona en Ministerio de Cultura y Educación de la Nación, 1999, p. 65).

Cuando dichos bagajes de formación comprenden además modalidades de abordaje de resolución de problemas transmisibles o capaces de ser puestos en acción en la enseñanza de la Matemática, y específicamente en la RP de temas matemáticos escolares, determinan un contenido particular que posibilita no sólo la enseñanza sino también concebir los posibles aprendizajes por parte de los/as estudiantes; a este tipo de saberes los consideraremos contenidos estratégicos de resolución de problemas.

## I. 4.3. Marco jurisdiccional institucional.

### I.4.3.1. Transformación Curricular en la Provincia de Entre Ríos. Planes Nacionales de Formación Docente en Argentina.

Durante el año 2010 se inició en la Provincia de Entre Ríos una transformación curricular inspirada en las nuevas corrientes de formación profesional de maestros/as y profesores/as que dio como resultado la elaboración de nuevos diseños curriculares comenzando por la Formación Inicial para docentes de Educación Primaria.

La transformación de los profesorados para la enseñanza secundaria se inició posteriormente, cuyo proceso de construcción de diseños curriculares finalizó en diciembre de 2013. Estos textos contemplan la implementación de nuevas modalidades en formación inicial de docentes tanto del sector público estatal como privado (no universitario), atendiendo a tres dimensiones, consideradas esenciales, denominadas *Campo de la Formación General*, *Campo de la Formación Específica*, y *Campo de Formación Práctica*.

El principal objetivo de la transformación se ha orientado a la búsqueda de propuestas actualizadas en las dinámicas pedagógicas, en la revisión de las constituciones institucionales, y en favorecer la compleja trama vincular entre el saber y el obrar tanto de los actores y actrices de las instituciones formadoras, en los ámbitos de formación, como así también en sus prácticas docentes en las escuelas asociadas o de destino.

La escuela es una institución tensionada por el aparato social desde diferentes perspectivas y sectores. Estos, por un lado, ponen en discusión los “por qué” y los “para qué” de dicha institución en el aspecto educativo-formativo, y por otro aportan sus propias miradas respecto del “cómo debe ser” dicha formación. Estos subsistemas de la cultura podrían identificarse desde una confluencia de campos tales como: Historia – Política – Economía – Sociología – Antropología – Pedagogía – Psicología

– Epistemología - Transformaciones socioculturales, y los/as agentes, intelectuales, e instituciones que conforman el Sistema Educativo.

*Conocer las diversas orientaciones que han predominado en el campo de la formación docente en distintos momentos históricos, permitirá reflexionar acerca de su naturaleza potenciando la toma de decisiones en torno a los problemas formativos emergentes en este campo.*

*Detrás de toda propuesta de formación docente, existe explícita o implícitamente, una orientación teórica que se fundamenta a su vez, en una serie de opciones filosóficas, epistemológicas, científicas, pedagógicas y sociológicas sobre los distintos componentes del campo de la formación docente. (Ministerio de Cultura y Educación de la Nación, 1999, p. 43).*

Desde allí se ha puesto en cuestión en la provincia de Entre Ríos la actividad formadora de los institutos de profesorado en el marco de las funciones básicas y de los objetivos de la formación superior, y los recortes curriculares que en ellos se ponen en acción al seleccionar los contenidos y los diferentes elementos didácticos.

**ARTÍCULO 48º.-** *La Educación Superior tiene como funciones básicas la producción y socialización de conocimientos, la formación científica y profesional en las múltiples dimensiones de la cultura provincial, regional y universal, la formación y actualización disciplinaria y pedagógica para el ejercicio de la docencia en los niveles y modalidades del sistema educativo y la formación de estudiantes en una trayectoria de profesionalización humanística, social, técnico-profesional y artística, que posibilite su acceso al conocimiento y al campo laboral. Las instituciones de este nivel otorgan títulos de Educación Superior. -*

*... (...) ...* **ARTÍCULO 50º.-** *Son objetivos de la Educación Superior:*

- a) Garantizar la calidad académica en los institutos de educación superior.*
- b) Generar conocimientos que propicien el desarrollo científico y tecnológico, así como contenidos que expresen los valores de la cultura humana.*
- c) Formar profesionales con excelencia académica y compromiso social.*
- d) Propiciar la integración de las instituciones que componen la Educación Superior y de éstas con los otros niveles y modalidades del sistema educativo provincial.*
- e) Favorecer las vinculaciones con las universidades, centros de investigación y producción.*
- f) Brindar propuestas diversificadas de servicios educativos para la formación docente, técnica, artística, humanística y social.*
- g) Preparar para el ejercicio de la docencia en todos los niveles y modalidades del sistema educativo.*
- h) Profundizar las instancias de participación democrática de estudiantes, docentes y graduados.*
- i) Propiciar mayor autonomía de gestión en las instituciones superiores.*
- j) Propiciar instancias generadoras de formación continua, tendientes al desarrollo profesional de los docentes en servicio; de investigación y extensión, para fortalecer la función social - educativa de los institutos. -(Legislatura de la Provincia de Entre Ríos, 2008).*

Desde la sanción de la Ley 26.206 (Ley Nacional de Educación) se hizo patente la necesidad de creación del Instituto Nacional de Formación Docente (INFoD), el cual

fue inaugurado en 2007 con el objeto de dinamizar, desarrollar y jerarquizar la formación docente en nuestro país (Congreso de la Nación Argentina, 2006). A partir de entonces a través del denominado *Plan Nacional de Formación Docente 2007-2010*, Resolución N. ° 23/07 CFE (Consejo Federal de Educación, 2007), se enmarcan las políticas públicas en conjunto nacional y jurisdiccional, que organizan el sistema de formación docente nacional, y la integración y mejora de los desarrollos curriculares:

**ARTÍCULO 51º.-** *Los Diseños Curriculares del Nivel Superior estarán acordes con los Lineamientos aprobados en el Consejo Federal de Educación para el reconocimiento de la validez nacional de los títulos por parte del Ministerio de Educación de la Nación. - (Legislatura de la Provincia de Entre Ríos, 2008).*

En 2010 se aprobó el documento *Objetivos y Acciones 2010/2011 de Formación Docente*, Resolución N. ° 101/10 CFE (Consejo Federal de Educación, 2010). Posteriormente en 2012, se sancionó el *Plan Nacional de Formación Docente 2012/2015*, Resolución N. ° 167/12 (Consejo Federal de Educación, 2012). En 2016, el Ministerio de Educación y Deportes de la Nación conjuntamente con el Instituto Nacional de Formación Docente (INFoD), emitió el documento *Plan Nacional de Formación Docente 2016-2021*, basado en la Resolución N. ° 286/16 del Consejo Federal de Educación), con el propósito de proponer una mejora en la calidad de la enseñanza de niñas, niños, y jóvenes argentinas/os, garantizar la FDI y Formación Continua, la titulación docente, y fortalecer las prácticas de aula en los diferentes niveles educativos (Ministerio de Educación y Deportes de la Nación, 2016).

Estos documentos declaran la importancia de fortalecer la identidad, cohesión, planificación, ordenamiento, gestión, desarrollo, calidad, innovación, investigación, y sistematización, en la formación docente, a la vez que establecen un plan de acción en el contexto de las problemáticas y requerimientos formativos en diferentes períodos.

En tal sentido, en la Provincia de Entre Ríos se intentó reformular los textos que prescribieron saberes de la formación profesional docente los cuales hasta entonces no llegaban a conformar Diseños Curriculares; estos orientaban los lineamientos preexistentes a la transformación curricular de la Formación Docente Inicial (nombre

asignado a la trayectoria que predefinen dichos textos al cursar una carrera en el profesorado), como lo son los marcos curriculares anteriormente llamados Planes de Estudio:

**ARTÍCULO 51º.-** *Los Diseños Curriculares del Nivel Superior estarán acordes con los Lineamientos aprobados en el Consejo Federal de Educación para el reconocimiento de la validez nacional de los títulos por parte del Ministerio de Educación de la Nación. - (Legislatura de la Provincia de Entre Ríos, 2008).*

Simultáneamente a la reformulación de las teorías de la educación, con las que se pretendió dar sentido a la formación de los/as profesores/as de la educación provincial, en los contenidos curriculares de planes no vigentes, se inició un proceso de modificación de los fundamentos de selección de contenidos y recorte curricular y la construcción de dichos saberes, de los “porqué” y “para qué” enseñar. La evaluación de los contenidos enseñados y aprendidos y sus modalidades también ha sido puesta en valor al coordinar la construcción de los nuevos Diseños Curriculares.

#### **I.4.3.2. El Profesorado de Educación Secundaria en Matemática en la Provincia de Entre Ríos. Diseño Curricular.**

La FDI en la Provincia de Entre Ríos contempla la preparación y capacitación en conocimientos técnicos, humanísticos, artísticos y disciplinares para el ingreso como profesional de la enseñanza en el sistema educativo entrerriano en cualquiera de sus niveles formativos.

**ARTÍCULO 108º.-** *La formación docente inicial tiene como finalidad formar y preparar profesionales en conocimiento y valores para la vida democrática, la integración regional y latinoamericana, capaces de enseñar, generar conocimientos y juicio crítico necesarios para la formación integral de las personas, con compromiso con el contexto cultural, social, local y provincial y el fortalecimiento del sistema democrático federal. -(Legislatura de la Provincia de Entre Ríos, 2008).*

El proceso de transformación curricular anteriormente descrito generó las condiciones jurisdiccionales en las que se desarrollaron los primeros diseños

curriculares de las carreras de profesorado en la Provincia de Entre Ríos. Así, el 12 de marzo de 2014 se dio vigencia a la Resolución N. ° 0764 del Consejo General de Educación en cuyos artículos 1° y 2° se otorgó aprobación e inicio de implementación al *Diseño Curricular de la Carrera Profesorado de Educación Secundaria en Matemática*. (Consejo General de Educación, 2014).

Al respecto del concepto de *currículum*, en el Diseño Curricular mencionado anteriormente, se sostiene explícitamente el concepto de De Alba (1995), que advierte una puja de intereses entre distintos sectores para determinar el conjunto de saberes valorados por la sociedad para condensarlos en una propuesta de enseñanza en un determinado sistema formativo:

*En torno al concepto de currículum existe multiplicidad de debates, producciones y significados. Alicia de Alba sostiene que currículo es la síntesis de elementos culturales (conocimientos, valores, costumbres, creencias, hábitos) que conforman una propuesta político educativa pensada e impulsada por diversos grupos y sectores sociales cuyos intereses son diversos y contradictorios... (...) Síntesis a la cual se arriba a través de diversos mecanismos de negociación e imposición social. Propuesta conformada por aspectos estructurales-formales y procesuales prácticos, así como por dimensiones generales y particulares que interactúan en el devenir de los currículos en las instituciones... (De Alba, 1995; como se cita en Consejo General de Educación, 2014, p. 11).*

De acuerdo a lo expresado en dicho Diseño los procesos de transformación curricular en la provincia comenzaron en 1986, posteriormente al retorno a la democracia en la República Argentina, momento desde el cual se propuso:

1. *La actualización científica de los contenidos de enseñanza, su regionalización y vinculación con la realidad socio-cultural.*
2. *Una organización de la enseñanza interdisciplinaria a través de Núcleos Problemáticos, sin que las disciplinas perdieran su identidad, y sostenida por una organización institucional del trabajo docente con horas extra-áulicas.*
3. *La democratización de las relaciones institucionales con la implementación de los Consejos Directivos y la organización de los Centros de Estudiantes.* (Consejo General de Educación, 2014, p. 15).

El Diseño Curricular para el *Profesorado de Educación Secundaria en Matemática* incluye diferentes dimensiones, entre ellas:

- Definiciones políticas educativas provinciales y nacionales.

- Aspectos relacionados a la FDI en la Provincia de Entre Ríos.
- Aspectos que dan sentido a la construcción del nuevo Diseño Curricular.
- Especificaciones de la carrera y condiciones de ingreso, formación, perfil del/la egresado/a, y titulación.
- Estructura curricular y campos de la formación docente.

Entre las categorías que se destacan, el diseño tiene presentes en primer lugar al *Sujeto*, luego, la *Formación Docente Inicial*, una mirada crítica respecto de lo que es el *Conocimiento*, a qué se hace referencia al hablar de *Enseñanza, Aprendizaje y Evaluación*, y finalmente, el sentido otorgado a la Escuela. Se hace patente además de la concepción de *Currículum* antes expuesta y de *Problemática Curricular* el enfoque al que se pretende orientar la formación de profesores/as en el horizonte del *Paradigma de la Complejidad* tanto en lo que refiere a la construcción científica como a su enseñanza formal en las instituciones educativas secundarias. (Consejo General de Educación, 2014, pp. 21-34).

Respecto de la *Formación Docente* en tal Diseño se señala:

*Pensar la formación docente es abordarla como trayectoria de formación, tal como lo plantean Nicastro y Greco (2009) "Al hablar de trayectorias nos referimos a un recorrido, un camino en construcción permanente, va mucho más allá de algo que se modeliza, que se puede anticipar en su totalidad o que se lleva a cabo mecánicamente respondiendo solamente a algunas pautas o regulaciones. No es un protocolo que se sigue, preferimos pensarlo como un itinerario en situación."* (Nicastro y Greco, 2009, como se cita en Consejo General de Educación, 2014, pp. 21 y 22).

De acuerdo a lo establecido en el Diseño Curricular del *Profesorado de Educación Secundaria en Matemática* (Resolución N. ° 0765/14 C.G.E.), la FDI se trata de un proceso permanente que genere las bases para habilitar en los sujetos modos de intervención y de pensamiento respecto de la escuela como lugar en el que tanto los espacios como los tiempos facilitan encuentros, reflexiones, pensamiento complejo, y la restitución del deseo de aprender. (Consejo General de Educación, 2014, pp. 22 y 23).

*Desde esta perspectiva, se piensa a la formación docente como un trabajo que se configura con las siguientes características: prácticas de mediación cultural reflexiva y crítica, trabajo profesional institucionalizado en el marco de la construcción colectiva de intereses públicos, práctica pedagógica construida a partir de la transmisión de saberes a los sujetos en contexto... (...) ...El sujeto que se forma para ser docente, además de aprender un corpus de saberes que ha de transmitir (algo que, de cierto modo y hasta algún punto le es exterior, en el*

sentido que podemos decir que es el objeto de su aprendizaje), elabora una relación reflexiva sobre sí mismo... (Consejo General de Educación, 2014, pp. 23 y 24).

El *Profesorado de Educación Secundaria en Matemática* fue considerado dentro del conjunto de carreras prioritarias en la provincia por el Instituto Autárquico Becario Provincial y, de acuerdo al *Mapa de Carreras 2012-2013*, en Entre Ríos se ofrece formación de profesores/as de Matemática para el nivel educativo secundario en 15 instituciones de FDI de la provincia, de 15 localidades diferentes; 12 de ellas de formación no universitaria y 3 de formación universitaria. (Gobierno de Entre Ríos, 2012).

<b>Profesorados de Formación Superior Universitaria en la Provincia de Entre Ríos</b>	<b>Profesorados de Formación Superior no Universitaria en la Provincia de Entre Ríos</b>
<b>Denominación:</b> <i>Profesorado en Matemática.</i>	<b>Denominación:</b> <i>Profesorado de Educación Secundaria en Matemática.</i>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Universidad Autónoma de Entre Ríos. Facultad de Ciencia y Tecnología. Localidad: Oro Verde. (Estatal).</li> <li>- Universidad Autónoma de Entre Ríos. Facultad de Ciencia y Tecnología. Localidad: Concepción del Uruguay. (Estatal).</li> <li>- Universidad Autónoma de Entre Ríos. Facultad de Ciencia y Tecnología. Sub-Sede Escuela Normal Superior "José María Torres". Localidad: Paraná. (Estatal).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Instituto Superior de Disciplinas Industriales y Ciencias Agropecuarias. Localidad: Concordia. (Privado).</li> <li>- Escuela Normal Superior Osvaldo Magnasco. Localidad: Victoria. (Estatal).</li> <li>- Instituto de Enseñanza Superior "Dr. Luis Federico Leloir". Localidad: Gualeguay. (Estatal).</li> <li>- Instituto Superior de Formación Docente N. ° 715 "Prof. Rogelio Leites". Localidad: La Paz. (Estatal).</li> <li>- Instituto Superior de Diamante. Localidad: Diamante. (Estatal).</li> <li>- Escuela Normal Superior "Dr. Luis Cesar Ingold". Localidad: Villa Elisa. (Estatal).</li> <li>- Escuela Normal Superior "Dr. Antonio Sagarna". Localidad: Nogoyá. (Estatal).</li> <li>- Escuela Normal Superior "Martiniano Leguizamón". Localidad: Villaguay. (Estatal).</li> <li>- Escuela Normal Superior "Osvaldo Magnasco". Localidad: Victoria. (Estatal).</li> <li>- Escuela Secundaria y Superior N. ° 4 "Dr. Julio Ossola". Localidad: Rosario del Tala (Estatal).</li> <li>- Instituto Superior de Formación Docente "María Inés Elizalde". Localidad: Gualeguaychú. (Estatal).</li> <li>- Instituto Superior de Formación Docente "Dr. Luis Arienti". Localidad: Federal. (Estatal).</li> </ul>

**Tabla 1. Profesorados Superiores para la Formación de Profesores/as de Educación Secundaria en Matemática en la Provincia de Entre Ríos. (Gobierno de Entre Ríos, 2012).**

## I. 5. Aportes Esperados.

Antes de la realización de la presente investigación se esperaba que ésta se constituyera en un aporte para la FDI en aspectos didácticos y metodológicos para la enseñanza de contenidos estratégicos de RP de Análisis Matemático en el Profesorado de Nivel Superior para la Educación Secundaria en Matemática.

Por otra parte, se esperaba que los resultados de investigación propusieran nuevos aspectos desde donde partir en futuras investigaciones en el campo de la Didáctica de la Matemática, referidos al enfoque cognitivo en el marco de la denominada *Teoría de los Registros Semióticos de Representación* tanto para la enseñanza como para el aprendizaje de la Matemática Educativa.

En ese sentido, se supuso que la complejidad cognitiva de la comprensión y formación de conceptos matemáticos, pudiera constituirse en una línea de estudio en tanto procesos que diferencien la actividad específica y estratégica de transformación por *tratamiento o conversión* en segmentos afines al Análisis Matemático.

Se previó que todo ello pudiera impactar, posteriormente, en la forma de prever los desarrollos y propuestas didácticas concretas en el aula, y en las sugerencias de enseñanza de contenidos particulares vinculados no solo a la RP sino también a otros contenidos o ámbitos disciplinares de la Matemática, ya sea del Nivel Educativo Superior, Medio o de Secundaria y del Nivel Básico.

De esa forma también se pensó que analizar la enseñanza de CE de RP pudiera en el futuro, iniciar el estudio acerca del papel que desempeña la actividad propia de registración semiótica en la formación de conceptos y la comprensión de contenidos matemáticos, en los diferentes niveles del Sistema Educativo.

## **II. Materiales y Métodos de investigación.**

Para la Formulación del plan de la presente tesis fue necesario realizar un sondeo previo del campo y ámbito de investigación en el que se desarrollarían las acciones que luego resultan en el reporte del estudio llevado a cabo.

En ese marco, se decidieron los primeros indicios del problema que luego fuera abordado como tema de investigación. Este último, se planteó a partir del conocimiento de los Diseños Curriculares de la Provincia de Entre Ríos para la Formación Docente Inicial del profesorado de Matemática, del cual se desprende que el marco curricular prevé desarrollos académicos que generen condiciones y competencias docentes relacionadas a la RP; por ejemplo, la unidad curricular *Resolución de Problemas*, correspondiente al 1º año de la carrera. (Gobierno de Entre Ríos, 2014).

Para llevar a cabo el estudio se abordó la metodología denominada estudio de casos, cuyo enfoque cualitativo se centró en propósitos descriptivos, y cuyas fuentes fueron: las personas de la FDI, la profesora informante de Análisis Matemático, y los documentos curriculares que contienen datos válidos para el caso.

Las técnicas utilizadas fueron la entrevista semiestructurada, la observación directa, y el relato en voz alta de acciones pensadas con anterioridad a la puesta en acto en el aula por parte de la docente informante. Como se ha señalado, la entrevista semiestructurada tomó como elementos de observación algunos componentes de los denominados modelos MKT y MTSK en lo que respecta a las líneas de investigación denominadas *Pensamiento del Profesor*.

### **II. 1. Documentos Normativos y Curriculares de la Formación Docente Inicial.**

#### **II.1.1. Leyes de Formación Educativa Superior y Formación Docente en Argentina.**

El Sistema Educativo Nacional está conformado según el artículo 17º de la Ley Nacional de Educación 26. 206 (Congreso de la Nación. 2006), por 4 niveles: Nivel

Inicial, Nivel Primario, Nivel Secundario y Nivel Superior. Los tres primeros niveles son obligatorios y comprenden a estudiantes de edades entre 4 y 17 años. El nivel superior, optativo, a su vez se conforma de instituciones de formación universitaria y no universitaria en las cuales funcionan los institutos de formación docente:

**Artículo 5º**— *La Educación Superior está constituida por institutos de educación superior, sean de formación docente, humanística, social, técnico- profesional o artística. y por instituciones de educación universitaria, que comprende universidades e institutos universitarios. (Expresión "... instituciones de educación superior no universitaria " sustituida por la expresión "...institutos de educación superior", por art. 133 de la Ley N. ° 26.206, B.O. 28/12/2006). (Congreso de la Nación, 1995).*

**Artículo 34:**

*La Educación Superior comprende:*

a) *Universidades e Institutos Universitarios, estatales o privados autorizados, en concordancia con la denominación establecida en la Ley N. ° 24.521.*

b) *Institutos de Educación Superior de jurisdicción nacional, provincial o de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires, de gestión estatal o privada. (Congreso de la Nación, 2006).*

**Artículo 72:**

*La formación docente es parte constitutiva del nivel de Educación Superior y tiene como funciones, entre otras, la formación docente inicial, la formación docente continua, el apoyo pedagógico a las escuelas y la investigación educativa. (Congreso de la Nación, 2006).*

Respecto de los fines y objetivos de la educación superior la Ley Nacional N. ° 24.521 establece en su artículo 3º que tiene por finalidad la *formación científica, profesional, humanística y técnica en el más alto nivel*. Entre otros objetivos la ley establece que se debe formar sólidamente a científicos, profesionales y técnicos comprometidos con la sociedad, y preparar a docentes de todos los niveles y modalidades del sistema educativo. (Congreso de la Nación, 1995).

## **II.1.2. Obtención preliminar de materiales de investigación.**

Las primeras características y datos formales reconocibles de las evaluaciones seleccionadas en las jornadas, integran información tal como las que se mencionan a continuación como ejemplos:

- 1- Contiene datos correspondientes a la institución, fecha 15 de mayo de 2018, Final PAM III, no se indica el ciclo evaluado. Presenta 3 consignas de desarrollo práctico que al parecer solo la tercera de ellas tiene elementos de RP dado un enunciado y una aplicación de consumo-producción en mercado de libre

competencia. No hay elementos para determinar si se trata de una evaluación para alumnos libres o regulares. No presenta criterios de evaluación. No hay marcas de identificación que determinen que la profesora informante fuera la evaluadora. Sí, presenta datos del estudiante y firma de los integrantes del tribunal acompañando la calificación asignada.

- 2- Contiene datos institucionales, fecha 7 de agosto de 2018, Final de PAM I, alumno regular, ciclo 2016, aclaración de las condiciones de aprobación. Evaluación que contiene dos partes, una de resolución práctica y otra de desarrollo teórico. A primera observación no presenta elementos de RP en las consignas 1 y 4. Sí se presentan de manera explícita consignas operativas en los ítems 2 y 3 que podrían contener algún nivel de enunciación vinculado a RP. La evaluación presenta la firma de la profesora con el apellido legible en la misma.
- 3- Contiene datos institucionales, fecha 29 de junio de 2018, PAM I. No presenta criterios de evaluación ni año del ciclo evaluado. Tres de los ítems comienzan con el verbo “resolver” pero no se trata de situaciones problemáticas en sentido habitual, sino de consignas de desarrollo práctico. Las dos primeras consignas podrían vincularse a RP.

El mismo trabajo con idénticos criterios de selección de materiales continuaron a lo largo de algunas semanas hasta obtener toda la documentación referida a planes anuales de clases, programas de contenidos desarrollados en cursados regulares, y evaluaciones de los ciclos lectivos mencionados.

## **II. 2. Marco Metodológico.**

### **II.2.1. Acciones de pre campo.**

El trabajo de campo requirió establecer pautas, condiciones, diálogos de acuerdos con autoridades institucionales, personal, y con la profesora informante, los cuales se iniciaron con anterioridad al ingreso al mismo. Simultáneamente se diseñó un plan de investigación.

### **II.2.2. Sondeo previo del campo y ámbito de investigación.**

Se hizo necesario conocer previamente la actividad propia del profesorado donde se llevaría a cabo la investigación con relación a: aspectos vinculados a la utilización de ERP, tácticas que posiblemente ya se hubieran desarrollado en la misma unidad curricular en ciclos lectivos anteriores, los contenidos de dichos desarrollos, bibliografía utilizada, procedimientos a los que se asociaba en tal caso la enseñanza de RP, la antigüedad y experiencia frente a la cátedra por parte de la docente informante, los períodos en los que la actividad académica estuviera planificada, condiciones posibles de situaciones de aula para la enseñanza, aspectos curriculares referidos a RP, unidades curriculares en las que la perspectiva de enseñanza estableciera afinidad, número de alumnos y características del curso para los cuales el/la docente preparó sus clases, número de observaciones en situación de aula que requeriría el trabajo de campo, y demás dimensiones propias de la enseñanza de RP de Análisis Matemático.

En ese orden fue prioritario que el sondeo atendiera a lo siguiente: localización de los períodos de desarrollo de la cátedra donde se enseñen los contenidos de RP, vínculo de la actividad de RP con otras unidades curriculares de la carrera, formulación, búsqueda y recopilación de los supuestos y conocimientos didácticos-estratégicos que requiere la actividad de enseñanza de RP; búsqueda de enunciados

de problemas que la docente desarrolló en evaluaciones parciales o finales, en la asignatura.

Todos estos aspectos pudieron conocerse mediante lecturas de los *Diseños Curriculares* del profesorado, mediante charlas informales con las docentes de las asignaturas *Problemáticas de Análisis Matemático* del instituto donde se desarrolló el estudio, y mediante la consulta respecto de la factibilidad de invitar a las posibles postulantes como profesoras informantes a participar de las respectivas observaciones que requería el conocimiento de la forma en que se enseñaran las estrategias de RP en tales asignaturas, como parte integral de la formación de profesores/as de matemática.

Dos de las formadoras de profesores mostraron predisposición a constituirse como informantes y señalaron que las propuestas didácticas que diseñaban y ponían en práctica en sus clases incluían RP. Tales manifestaciones y etapa de diálogo con las mismas se mantuvieron durante el año 2017, en reuniones de trabajo en equipos de áreas en el instituto, y en momentos que fue posible intercambiar ideas al respecto en charlas durante la conformación de tribunales de evaluación en períodos de exámenes finales.

Durante 2018 los diálogos más frecuentes permitieron formalizar la solicitud a una de las docentes que tiene a su cargo la enseñanza de *Problemáticas de Análisis Matemático III*, espacio curricular con formato asignatura del 4° año del Profesorado de Educación Secundaria en Matemática. Tal elección fue posible a partir del consentimiento expreso y voluntario de la profesora, y cuyo criterio de definición tanto de la asignatura como de la docente que participaría como informante se debió a que tal unidad curricular está precedida de otras en las que la misma profesora propone la enseñanza por RP, pero no exclusivamente de Análisis Matemático. En tal sentido, en 4° año se integran ambas dimensiones, la enseñanza de CE y contenidos disciplinares de Análisis Matemático.

### **II.2.3. Elaboración del plan de tesis e ingreso al campo.**

Durante el segundo semestre de 2018 y primeros meses de 2019, se consolidaron las ideas que permitieron la elaboración del Plan de Tesis.

Simultáneamente al proceso de escritura del mismo se establecieron los contactos y comunicación con las autoridades institucionales, las cuales dieron verbalmente la conformidad para hacer posible el estudio en el instituto de Formación Docente Inicial, y sugirieron que la solicitud para implementar las acciones de campo fuera por escrito, de manera que se pudiera concretar la autorización de ingreso al establecimiento para observar documentación evaluativa, planificaciones y programas de exámenes, acceso a registros documentales, y observación de clases de Análisis Matemático.

En abril de 2019 se obtuvo tal autorización de manera escrita, y las mismas autoridades institucionales comunicaron al resto del personal tanto docentes como bedeles, secretaria académica, y encargados de archivos de documentación curricular, la decisión del instituto y la aceptación de las condiciones en las que se desarrollaría el trabajo de campo y para anticipar la presentación de documentación por parte del tesista, que acreditara la actividad de investigación.

Seguidamente, se inició el diálogo con personal institucional (preceptores/as y secretaria académica), para acceder a la documentación curricular tales como planificaciones de cátedra y sus respectivos programas, y a evaluaciones parciales y finales de *Problemáticas de Análisis Matemático*. Se obtuvieron copias de planificaciones de *Problemáticas de Análisis Matemático I, II y III* desde el año 2015 hasta 2019. Tal material se digitalizó en formato PDF y se eliminaron las marcas vinculadas a la identidad de las personas involucradas en las mismas para garantizar la confidencialidad de la información.

#### **II.2.4. Acuerdos de entrevista y condiciones del trabajo de campo con la profesora informante.**

Entre las acciones de precampo se incluyó: un diálogo anterior a la entrevista semiestructurada con la profesora de *Problemáticas del Análisis Matemático III* quien anteriormente había manifestado su voluntad de constituirse en informante. Pocos días antes de pautarse la entrevista con la misma, se le ofreció una copia impresa que contenía algunas componentes del proyecto de tesis para que leyera el título, el objetivo general, y la metodología de investigación, todo ello en presencia del tesista quien explicó aspectos destacables respecto del título de tesis, el tipo de investigación

en que participaría la profesora, perspectiva teórica de análisis, y generalidades respecto de las acciones de campo. Inmediatamente a haber leído, la informante devolvió dicha copia al tesista.

En tal diálogo, la profesora informante comentó las posibilidades y ofrecimiento de llevar a cabo el trabajo en 1º año del profesorado en el contexto de desarrollo de la unidad curricular *Resolución de Problemas*. Indicó que era posible grabar diálogos, entrevistas, acceder a las clases para observar, sacar fotos, pero no sentiría comodidad de ser parte de filmaciones o registros fotográficos donde se fotografiara su rostro. Respecto de RP dijo que, si bien habitualmente desarrolla en clase problemas de aplicación de Análisis Matemático, algunos referidos a Física, y otros a Economía, por lo general no incluye problemas en las evaluaciones.

La docente comentó que es profesora de *Análisis Matemático III*, del 4º año de profesorado pero que ha tenido algunos momentos en los que interrumpió el dictado de clases en ese curso dado que en algunos ciclos lectivos no ha habido estudiantes matriculados en la asignatura que cursaran dicho espacio curricular. Agregó que se hizo cargo durante los momentos que no se dictó la asignatura por falta de estudiantes (puesto que no había alumnos en condiciones de cursarla), y que en su lugar se destinaron las horas cátedra a ofrecer institucionalmente cursos o tutorías con contenidos de la misma a cargo de otros/as docentes (nombró a la profesora que dictó tales tutorías).

En ese acto, la docente ofreció materiales que posee, los cuales tiene disponibles para ser consultados y utiliza para desarrollar Problemáticas del Análisis Matemático I (PAM I). Señaló que para el ciclo lectivo 2019 comenzaría a implementar clases con RP durante el mes de septiembre, y que, a partir de los últimos días del mes de agosto, o principios de septiembre de ese año sería posible entrevistarla.

Comentó además que, respecto de las diferentes instancias en las que participaría del trabajo de campo de tesis, el solucionador de problemas en voz alta podría realizarse una semana posterior a la entrevista, con anterioridad a la observación de sus clases. Dijo que durante la semana siguiente podría mostrar cómo convierte un ejercicio en problema y viceversa. Propuso que a mediados del mes de septiembre se efectuaran las observaciones de clase. Consideró adecuado que sean al menos dos observaciones porque supuso que es posible que durante 80 minutos

de lo que dura una sola clase no terminaría de enseñar mediante técnicas o estrategias de RP.

Ello determinó que efectivamente durante el trabajo de campo se realizaran dos observaciones de clases. Aprobó que luego de las observaciones de clase el tesista investigador pueda re-contactarse en caso de necesitar que se formulen posteriormente algunas aclaraciones respecto de lo observado. Luego señaló que en 2019 retomaría el dictado de *Problemáticas de Análisis Matemático III* (PAM III), donde también enseñaría a resolver problemas a partir de contenidos relacionados a la asignatura, y expresó que sería más fructífero que el trabajo de campo se realice en el contexto de dicha cátedra dado que los estudiantes ya poseen en ese momento de sus trayectorias una formación que posibilitaría cierta fluidez en el desarrollo de los contenidos y en la aplicación de los mismos a RP. Se comprometió a aportar al tesista algunos de los ejercicios y problemas que ha ofrecido y enseñado a los estudiantes en sus clases de PAM I y PAM III.

#### **II.2.5. Diálogo previo con personal institucional.**

En el mismo marco de acercamiento institucional al personal en el que era preciso acceder a documentos importantes para el estudio, se hizo necesario dialogar con el bedel o preceptor M del profesorado de Matemática para acordar el ingreso a los archivos de evaluaciones y concertar una fecha de iniciación de búsqueda de tales documentos de los espacios disciplinares de Análisis Matemático, posteriormente, en el contexto del trabajo de campo. En diálogo con el mismo, este indicó que era posible buscar en archivos durante la próxima semana dado que en el momento era intensa la actividad debido al período de evaluaciones finales de julio-agosto 2019.

El tesista anticipó a M que serían de interés investigativo aquellas evaluaciones que correspondieran a los ciclos lectivos 2014, 2015, 2016, 2017, 2018, y 2019, dado que en ese período se implementaron los planes de estudios previstos por los Diseños Curriculares de la Provincia de Entre Ríos para la formación de Profesores de Educación Secundaria en Matemática.

Efectivamente, a partir de lo acordado, en las semanas subsiguientes empezaron las jornadas de trabajo de campo comenzando por una presentación en

preceptoría para iniciar la revisión de archivos. Se solicitaron al preceptor M las evaluaciones parciales y finales de *PAM I* y de *PAM III* dado que ambas unidades curriculares estaban a cargo, como se ha dicho, de la profesora informante.

En ese momento se tuvo en cuenta lo dialogado con la profesora y a medida que se seleccionaron las evaluaciones se realizó una primera observación no sistemática de enunciados y consignas de evaluación tanto de estudiantes en condición de alumnos/as regulares como libres. Se recordó entonces a M que el uso de información y documentación presentaría carácter investigativo y estaría autorizado mediante nota escrita por las autoridades institucionales.

De las copias materiales de algunos ejemplares de evaluaciones (las cuales fueron implementadas en 2018 debido a que eran las más accesibles en el ordenamiento del archivo institucional de documentación), se convino en tomar una única versión que refiera a una sola muestra del grupo de evaluaciones de tal manera que entre las copias seleccionadas ninguna repitiera igual fecha de constitución del tribunal evaluador ni tipo de enunciados y consignas para el mismo contenido.

## **II.2.6. Comunicación con la profesora informante respecto de los tiempos de inicio del trabajo de campo.**

A medida que se fueron desarrollando actividades de obtención de documentación curricular se consultaba periódicamente a la profesora informante cómo se iban dando los avances en sus enseñanzas de PAM III, dado que momentos previos a los desarrollos de contenidos vinculados a RP ella brindaría la entrevista pautada.

Este proceso fue demorado por razones personales de la docente por las cuales retrasó el inicio de la implementación de actividades de RP. Dadas las condiciones impuestas por tal situación, la entrevista a la profesora informante, correspondiente al trabajo de campo, se realizó posteriormente a la observación de la primera clase de RP de Análisis Matemático.

Respecto de las lecturas de textos relacionados con la TRRS surgió en esta etapa de precampo (y de documentos vinculados a los aportes histórico de

investigación referidos a *Pensamiento del Profesor*), una batería de posibles preguntas de entrevista a la profesora informante. Para ello se estableció prioritario sostener la diferencia entre estrategia de enseñanza de la clase de Análisis Matemático y enseñanza de estrategia de RP.

Si bien esta decisión requirió proponer una mirada global fundamentada en los modelos de pensamiento del profesor, se optó por no adoptar como referente teórico exclusivamente ninguno de ellos sino incorporar, cuando fuera pertinente o adecuado en lo metodológico, algunas formas de acceder a dicho pensamiento. Se reconoce que las preguntas podrían asociarse a las maneras de concebir el pensamiento del profesor en los modelos de diseño de clase a partir de diferentes elementos que integran los dominios y subdominios MKT y MTSK.

### **II.2.7. Construcción de esquemas preliminares complementarios de entrevista en el contexto metodológico de la línea de investigación *Pensamiento del Profesor* mediante los modelos MKT y MTSK.**

Fue necesario diseñar en su versión preliminar las preguntas que se formularon, orientadas de manera complementaria por los marcos de los modelos que anteriormente se mencionaron (MKT y MTSK), dado que los aspectos sobre los cuales sería preciso preguntar en lo que respecta a elementos didácticos de planificación de propuestas de enseñanza no resultan del todo explicitados en la Teoría de los Registros Semióticos de Raymond Duval.

En tal sentido, dichos modelos permitieron tener presentes las dimensiones curriculares, de conocimiento pedagógico disciplinar especializado, y saberes

referidos a Análisis Matemático, mediante los cuales fueron diseñadas las siguientes preguntas de entrevista:

- ¿Qué es la Matemática para usted? ¿Y el Análisis Matemático? ¿Qué aspectos considera que son necesarios como saberes para enseñarlos?
- ¿Qué formación tiene usted y de qué manera puede sintetizar su carrera como docente en la formación superior de profesores/as de matemática?
- ¿Qué piensa respecto de la resolución de problemas en el aula de Matemática? ¿Cómo se debe enseñar a resolver problemas de Análisis Matemático en el profesorado?
- ¿Qué es lo que usted considera que sabe, comprende, o conoce de Análisis Matemático y de su didáctica?
- ¿Tiene formación específica para la enseñanza de resolución de problemas? ¿Y para la enseñanza de resolución de problemas de Análisis Matemático?
- ¿Qué deberían aprender los/as estudiantes de Problemáticas del Análisis Matemático de todo lo que usted les enseña?
- ¿De qué manera selecciona una actividad y cuáles son las características que tiene en cuenta para que la misma conforme una situación problemática o problema o para que presente elementos de RP?
- ¿Cuáles son los contenidos y temas que involucran sus prácticas de enseñanza de Análisis Matemático en el profesorado? ¿Qué contenidos previos requiere un/a estudiante para cursar la asignatura a su cargo?

## **II. 3. Acciones de campo.**

Para abordar el estudio acerca de la manera en que un/a profesor/a del Profesorado de Matemática para la Educación Secundaria enseña, a los/as profesores/as en formación (estudiantes de Formación Docente Inicial de nivel superior), estrategias para resolver problemas de Análisis Matemático, utilizando para ello actividades semióticas de registración, se llevaron a cabo las acciones de campo siguientes:

### **II.3.1. Entrevista a la profesora del curso. *Pensamiento del Profesor* y Modelos *MKT (Mathematical Knowledge for Teaching)* y *MTSK (Mathematical for Teaching Specialized Knowledge)*, como aporte teórico-metodológico de entrevista semiestructurada en el contexto de enseñanza de contenidos estratégicos de RP.**

Previamente a las observaciones de clases se entrevistó a la docente de la cátedra acerca de la enseñanza de estrategias de RP en sus clases, mediante entrevistas semiestructuradas registrables en equipo grabador de audio. Se acordó uso exclusivo con fines investigativos del material grabado y confidencialidad de la identidad de la profesora informante. Entre las temáticas que se consideraron posibles de tratar en dicha entrevista interesaron aquellas referidas a: la concepción que la docente posee acerca de la noción de problema matemático, las representaciones semióticas que utiliza para la resolución, las actividades de formación y transformación que se pondrían en juego, los tipos de tratamientos registrales y conversiones que requerirían las propuestas de clase, la concepción referida a conceptualización y comprensión matemática. Con ello se intentó responder las preguntas de investigación referida a los conocimientos didácticos, estratégicos y semióticos que posee un/a profesor/a del Profesorado respecto de la enseñanza de tales estrategias, y a las elecciones representacionales que prevé para la enseñanza de dichas tácticas de resolución. Para la obtención de los datos requeridos en entrevista se utilizaron elementos de los denominados Modelos MKT y MTSK.

En tal sentido, entre otros aspectos metodológicos de la presente investigación se adoptaron criterios referidos a la línea de investigación *Pensamiento del Profesor*. En dicha línea se reconocen diferentes enfoques de estudio de procesos cognitivos de los/as profesores/as al orientar los sentidos otorgados a la tarea de enseñar. Es posible al respecto encontrar trabajos vinculados a tres campos investigativos ordenados temporalmente de acuerdo a momentos sucesivos en que se fueron desarrollando: primeramente, procesamiento de la información y toma de decisiones; luego, estudios sobre el conocimiento práctico de los/as profesores/as; y finalmente, estudios acerca del conocimiento del contenido pedagógico o conocimiento didáctico

del contenido. Los dos primeros no incluyeron a los contenidos curriculares como condición de proceso de enseñanza.

Bajo el paradigma del *Conocimiento del Profesor* distintos/as autores/as han propuesto diferentes componentes del conocimiento profesional de los/as docentes de Matemática, pero cada vez es más marcada la tendencia a configurar esos conocimientos en vínculo a contenidos o temas disciplinares particulares. En general, las investigaciones ponen en foco el conocimiento matemático, saberes pedagógicos y didácticos respecto de la enseñanza de la Matemática, pero es preciso observar qué ocurre con relación a la enseñanza disciplinar en determinados campos temáticos.

*Shulman y colaboradores consideran que además del conocimiento de la materia y del conocimiento psicopedagógico general, los profesores desarrollan un conocimiento específico sobre la forma de enseñar su materia, que denominan el conocimiento didáctico del contenido (Pedagogical Content Knowledge). Los profesores son los mediadores que transforman la materia en representaciones comprensibles a los alumnos. Consideran siete componentes en los conocimientos de los profesores: conocimiento de la materia, conocimiento didáctico del contenido, conocimiento de otros contenidos, conocimiento del currículo, conocimiento de los alumnos, conocimiento de los fines educativos, y conocimiento pedagógico general. (Wilson, Shulman y Richert, 1987, como se cita en Blanco Nieto, Ruíz Macías, y Mellado Jiménez, 1995).*

Los mismos autores, consideran cuatro categorías básicas: conocimiento del contenido, conocimiento pedagógico general, conocimiento didáctico del contenido, y conocimiento del contexto que incluye los aspectos concretos de los/as alumnos/as, la escuela, y la comunidad en la que se insertan. (Grossman, 1990 y Marcelo, 1993, como se cita en Blanco Nieto, Ruíz Macías, Mellado Jiménez, 1995).

### **II.3.2. Solucionador de problemas en voz alta.**

Se solicitó a la docente que presentara ante el tesista investigador, en un contexto extra clase y previamente a su desarrollo, algunos enunciados de problemas posibles (no más de cinco) que utilizaría para enseñar a resolver problemas, que propondría a sus alumnos/as, y que seleccionara entre ellos, dos problemas que considere más significativos o propicios para la enseñanza. Para observar la forma de comprensión, las etapas y los supuestos de resolución que piensa la docente, se le pidió que describa la forma en la que correspondería resolverlo, que indique en voz

alta todas las acciones, y formule los registros que considere necesario. Se sugirió que los problemas que presentara fueran extraídos de sus propuestas habituales de enseñanza en aula, ya sea para el ciclo lectivo en curso o de ciclos anteriores.

Mientras desarrolló sus estrategias de resolución se le consultó respecto del procedimiento y se le pidió que describiera globalmente lo que iba haciendo. Para ello se solicitó a la docente informante que autorice la producción de un registro audiovisual (videograbación) cuyos fines se asociarían exclusivamente a la obtención de datos de investigación. Esta instancia también propició la utilización de elementos del marco teórico de los Modelos MKT y MTSK.

En tal sentido, se concibieron en las instancias del trabajo de campo de entrevistas y resolución en voz alta, a los dominios y subdominios de los modelos de Conocimiento del Profesor de Matemática (MKT, o *Mathematical Knowledge for Teaching* por sus siglas en inglés), y Modelo de Conocimiento Matemático Especializado para la Enseñanza (MTSK, o *Mathematical for Teaching Specialized Knowledge*), como posibilidades de acceso a la forma en que la docente informante pensó la enseñanza de RP en su clase de Análisis Matemático en la formación de profesorado (caso de estudio). Dicho abordaje se orientó según criterios teóricos del tercero de los campos de investigación mencionados en la línea de Pensamiento del Profesor (como ya se ha mencionado).

El primero de ellos iniciado en investigaciones y publicaciones de los autores norteamericanos Lee S. Shulman y Deborah L. Ball en los años '80 del siglo XX, y continuado por los autores españoles Carlos Contreras y José Carrillo, durante las dos primeras décadas del presente siglo, entre otros.

Ambos modelos si bien tienen orígenes no idénticos en el ámbito científico, pertenecen a la línea de investigación en didáctica de la Matemática denominada *Pensamiento del Profesor*, como espacio de desarrollo profesional desde donde se focaliza la enseñanza.

*Los trabajos encuadrados en el paradigma del pensamiento del profesor consideran que el profesor es un sujeto racional y reflexivo que toma decisiones, emite juicios, tiene creencias y genera rutinas propias de su desarrollo profesional. Desde esta perspectiva el profesor no es un técnico que aplica en su actividad diaria recetas aprendidas en contextos similares, sino que sus pensamientos guían y orientan su conducta docente (Marcelo, 1987,*

y Pérez Gómez, 1987, como se cita en Blanco Nieto, Ruíz Macías, Mellado Jiménez, 1995).

### **II.3.3. Conversión de un ejercicio en problema.**

Atendiendo al perfil o idea de problema que se encontró presente en las evaluaciones parciales o finales, referidas al contenido tratado, se propuso a la docente que convirtiera un ejercicio, presentado por el investigador, en un problema, que elaborase una consigna suponiendo la posibilidad de ser desarrollado en sus clases, y que argumente respecto de la/las estrategias específicas necesarias para enseñar a resolverlo. El aspecto práctico vinculado a la competencia docente de resolución de problema requirió como marco teórico de elementos de los Modelos MKT y MTSK.

### **II.3.4. Observaciones de clases en el curso.**

El curso seleccionado fue aquel donde la profesora previó actividades de RP y por ello se constituyó en el ámbito de observación de clases de enseñanza de contenido estratégico. A medida que se detectaron momentos de registración propuestos o sugeridos por la docente se fueron señalando para clasificar luego los tipos de estrategias y las modalidades con la que se las enseñaría.

Tales observaciones se destinaron a estudiar la enseñanza de la registración semiótica, centradas en la transformación, por parte de la profesora del curso. Esta acción de campo fue considerada complementaria al resto de las acciones de observación tales como las entrevistas y la conversión de ejercicios en problemas.

Los períodos del año académico que se previeron en el diseño del plan de investigación para efectuar las observaciones fueron los meses de abril mayo, junio, septiembre, octubre, y noviembre, donde la actividad de dictado de clases contemplara enseñanzas (el resto de los meses de cada año, generalmente, en las instituciones de formación docente de la provincia se destinan a otras actividades

tales como recesos y períodos de evaluaciones con suspensión de actividad de aula, por calendarios oficiales).

### **II.3.5. Consultas aclaratorias y anexas, posteriores.**

Se estableció que, en caso de ser necesario se solicitarían, luego, aclaraciones respecto de las respuestas de entrevista, y los procedimientos y estrategias observadas o puestas en acto por parte de la profesora del curso, en las clases de Análisis Matemático, o durante la implementación de la técnica de resolución en voz alta. Las aclaraciones se solicitarían, posteriormente a las observaciones del desarrollo de las clases, y durante o posteriormente a los registros de las entrevistas; y aquellas que estuvieran referidas a aspectos de pensamiento de la enseñanzas de los cuales se requiriese repreguntar, como es atribuido a la técnica de entrevista semiestructurada, o completar datos de observaciones.

## **II. 4. Análisis y procesamiento de los datos.**

Los objetivos de la presente investigación plantearon la necesidad de estudiar, mediante un análisis cualitativo, la modalidad o modalidades y formas en la que un/a profesor/a piensa la ERP de Análisis Matemático, en el Profesorado de Matemática. Por tanto, se hizo preciso que las entrevistas y observaciones obtenidas en versiones audiovisuales se analizaran a partir de la técnica de desgrabación del contenido de las mismas con posterior fraccionamiento del texto de las respuestas en unidades de significado respecto de las categorías de análisis localizadas como actividades de registración de las representaciones semióticas en la enseñanza.

Es decir que, se analizaron: modos en que la profesora considera que enseña a registrar, etapas de comprensión a través de registros semióticos a las que dirige esos registros, tipos de registros utilizados y sugeridos de utilizar, transformaciones de registros de representación semiótica, importancia otorgada por la docente del curso a la actividad registral, saberes didácticos que se pondrían en juego simultáneamente a la RP, y el lugar que se asignaría a su enseñanza.

En tal sentido, el análisis de los datos obtenidos referidos a qué saben los/las enseñantes acerca de registros de representación semiótica para la enseñanza de ERP, se hizo a partir de su reconocimiento en fragmentos donde se encontraron dichos datos explicitados, o señalados en forma tácita. Los Modelos MKT y MTKS simplemente colaboran, asisten la observación. No es necesario que estén todos los dominios y subdominios, presentes sino aquellos que denotan la posibilidad de analizar la actividad semiótico registral en el marco de la TRRS.

## **II. 5. Producción del Informe Final y la Conclusión del trabajo de investigación de Tesis.**

Como se ha dicho, el trabajo matemático mediante registros semióticos, es imprescindible en la formación de conceptos y es por ello que, para la presente tesis, su estudio requirió observar y analizar:

- La forma en que la profesora creó condiciones de accesibilidad a las estrategias de RP;
- Las actividades de control de la tarea que propuso;
- Su intervención consciente mediante recomendaciones, pautas, o sugerencias en clase, a través de la programación de registros que luego presentó, y;
- El tipo de tareas propuestas.

Dichas categorías en el contexto de la TRRS, conformaron en algunas técnicas como lo es la entrevista semiestructurada, indicadores de subdominios de los Modelos MKT y MTSK, y guiaron el análisis de RP en voz alta, las observaciones de clases, y las consultas anexas posteriores.

Para ello, luego de demarcar los segmentos o instancias de la entrevista, de la resolución en voz alta, y de las observaciones de clases donde se produjera actividad de enseñanza de registración semiótica para la RP (como lo es por ejemplo, que la docente ayudara a los/as estudiantes a graficar, tabular, esquematizar, o que solicitara un determinado registro antes de llevar a cabo una acción de resolución, o que sugiriera etapas en forma verbal mediante el uso de lenguaje geométrico, algebraico, o analítico, o interviniera en la gestión de la clase para producir condiciones de

resolución mediante registros semióticos), se procedió a efectuar la descripción de modalidades y contenidos estratégicos, mediante los que se enseñaran las estrategias.

Se constituyeron relevantes entonces, las variantes de investigación vinculadas

a:

- La forma en la que consideró que, al enseñar, sus estudiantes verían los registros semióticos asociados al contenido matemático;
- Las intervenciones imaginadas para comparar registros;
- La selección de puntos, esquemas, símbolos de referencia en la actividad registral;
- El señalamiento de correspondencia entre distintos registros;
- La lectura de esquemas y gráficos semióticos y;
- Los diferentes tipos de trazados complementarios o suplementarios previstos en su diseño de clase.

Otros datos observados requirieron atender a la manera en que la docente pensó que era preciso sugerir organizadores para resolver problemas, explorar figuras, producir discursos y enunciaciones implícitas o explícitas acerca de los objetos con los que enseñaría, la forma de ejercer un control intencional al enseñar a resolver problemas respecto de los registros que intervendrían, agregar explicaciones, introducir evocaciones verbales, propiciar el reconocimiento de formas y sus propiedades, aludir a la identificación de objetos representados, propiciar transferencias, implementar la descomposición figural en unidades, y establecer visualizaciones icónicas (comunes a todos los campos del conocimiento), y visualizaciones no icónicas.

El análisis global de investigación se produjo a partir de los respectivos análisis particulares de los resultados de las observaciones y de cada técnica empleada, y de la síntesis de los datos obtenidos; proceso que culminó con la producción de informes finales y de la conclusión.

### III. Resultados in extenso.

#### III.1. Diseños Curriculares de la Provincia de Entre Ríos para la Formación Docente Inicial (FDI) del profesorado de Educación Secundaria en Matemática.

El Diseño Curricular de la carrera *Profesorado de Educación Secundaria en Matemática* se formalizó como documento oficial en la Provincia de Entre Ríos en la Resolución N. ° 0764/14 del Consejo General de Educación de dicha jurisdicción. El mismo, se basó en los lineamientos de la política educativa provincial y nacional enmarcada en la Ley de Educación Nacional N. ° 26206, la Ley Provincial N. ° 9890 y en resoluciones y documentos curriculares emitidos por el Consejo Federal de Educación entre 2007 y 2011.

Si bien la historia de la creación y desarrollo de diferentes profesorados en la provincia de Entre Ríos tiene antecedentes históricos que inician en los primeros años del siglo XX, es durante la década de los años 70, de 1900, que se impulsa la creación de Institutos del Profesorado los cuales gestionaron sus ofertas formativas en diferentes planes contemplados en normativas nacionales. A partir de la década de los años 80 se inició un período de reformas educativas que dieron por resultado una transformación curricular en la provincia en la que se establecieron las pautas generales para producir innovaciones pedagógicas en los distintos niveles educativos, proceso que alcanzó a la Formación Docente del Nivel Superior, con la consecuente generación de los denominados diseños curriculares.

*En esta etapa de innovaciones pedagógicas se puso el acento en:*

1. *La actualización científica de los contenidos de enseñanza, su regionalización y vinculación con la realidad socio-cultural.*
2. *Una organización de la enseñanza interdisciplinaria a través de Núcleos Problemáticos, sin que las disciplinas perdieran su identidad, y sostenida por la organización institucional del trabajo docente con horas extra-áulicas.*
3. *La democratización de las relaciones institucionales... (...).*  
*En la década del noventa se instaló el Programa de Transformación de la Formación Docente (PTFD), interrumpido por la reforma educativa iniciada en 1993. Como señala María Cristina*

*Davini<sup>1</sup> las dos propuestas curriculares introducen la idea de diseño... (...) ... (Gobierno de la Provincia de Entre Ríos, 2014). {R.1}<sup>2</sup>.*

Durante 2001 la Formación Docente Inicial de la Provincia de Entre Ríos se dividió en dos rangos, uno universitario, que incorporó la creación de la Universidad Autónoma de Entre Ríos al que se adhirieron los institutos de Paraná y de Concepción del Uruguay, y otro no universitario, que sostuvo la continuidad de los institutos de profesorado denominados terciarios, dependientes del Consejo General de Educación de la Provincia (C.G.E.) cuyas estructuras curriculares comenzaron a regirse por el Decreto Provincial N. ° 1631/01 del MGJE de la Provincia de Entre Ríos hasta 2006, momento en que por Ley de Educación Nacional se creó el Instituto Nacional de Formación Docente, organismo público encargado en adelante de promover las políticas nacionales y los lineamientos curriculares básicos para la formación docente tanto inicial como continua. En dicho contexto y con el surgimiento de un marco normativo cada vez mayor se generaron las condiciones para comenzar una transformación curricular en la que se gestaran documentos de referencia tales como los Diseños Curriculares para la formación de profesorado (Gobierno de la Provincia de Entre Ríos, 2014).

En el Diseño Curricular del Profesorado de Educación Secundaria en Matemática se expresan algunas consideraciones y definiciones respecto de la idea de conocimiento, enseñanza, aprendizaje y evaluación:

*Conocimiento es una construcción teórica, lingüística, cultural, histórica, política y social. En este proceso se tensionan prácticas sociales, relaciones de poder, modos de representación de la realidad, elaboraciones teóricas, modos de orientación y categorización lingüística y conceptual de ciertos datos empíricos que el mismo conocimiento hace visibles... (...) ... La enseñanza se orienta a desarrollar procesos de pensamiento, curiosidad por la investigación y exploración e instancias que posibiliten explicar, argumentar, preguntar, deliberar, discriminar, defender ideas y puntos de vista. Enseñar también implica generar relaciones e interacciones entre los sujetos involucrados y el conocimiento... (...) ... Quien aprende, como dice Meirieu (1992), requiere de condiciones de seguridad para atreverse a hacer algo que no sabe hacer para aprender a hacerlo.*

---

<sup>1</sup> En la Resolución N. 0764/14 CGE se cita a pie de página la obra de Davini, M. (1998). *El currículum de formación del magisterio en la Argentina. Planes de estudio y programas de enseñanza*. Propuesta educativa Nro. 19, año 9. Editorial Novedades Educativas. Bs. As.

<sup>2</sup> La nomenclatura {R.n} hace referencia a distintos resultados presentes en el apartado Resultados in extenso.

*El aprendizaje exige acción, reflexión, asumir progresivamente la palabra propia y apropiarse de los sentidos del mundo para conquistar la autonomía, la construcción de sí mismo como sujeto en el mundo... (...) ... Pensando de esta manera, la evaluación reconoce la complejidad de los procesos evaluativos, como prácticas situadas, como construcciones históricas-sociales, como proyectos pedagógicos. Enlazándose con otras categorías como formación y experiencia ya que todo sujeto cuando tiene la posibilidad de observar, se descifra, se interpreta, se describe, se juzga, se narra, se domina cuando hace determinadas cosas consigo mismo, y esto solo se produce en la problematización y en el interior de ciertas prácticas que ayudan a construir diferentes historias, en su singularidad y contingencia, permitiendo reconocer lo que se es y lo que se pretende realizar en las diferentes situaciones de enseñanza. (Gobierno de la Provincia de Entre Ríos, 2014, pp. 25-30). {R.2}.*

Respecto de las especificaciones de la estructura curricular del profesorado se destaca la centralidad de la enseñanza como tarea de docente contextualizada en el paradigma de la complejidad en la que se posibiliten lecturas múltiples desde entornos problematizados en unidades curriculares de diferentes campos y formatos (asignaturas, seminarios, talleres, trabajos de campo, prácticas docentes, módulos, y unidades de definición institucional):

*Atendiendo a esto hay que hacer notar que si las unidades curriculares no son organizadas en torno a problemáticas o temáticas que permitan un anclaje o nucleamiento es probable que el currículum termine en una colección fragmentaria de saberes que pierda de vista el potencial heurístico y problematizador de la teoría. (Gobierno de la Provincia de Entre Ríos, 2014, pp. 36-37). {R.3}*

El *Profesorado de Educación Secundaria en Matemática* en la Provincia de Entre Ríos está constituido un Campo de Formación General, un campo de Formación Específica, y un Campo de Formación en la Práctica Profesional, con una carga horaria total de 4.128 horas cátedra de 40 minutos cada una, equivalentes a 2.752 horas reloj.

<b>Años</b>	<b>Campo de la Formación General</b>	<b>Campo de la Formación Específica</b>	<b>Campo de la Formación en la Práctica Profesional</b>
<b>1°</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Pedagogía (Asignatura, 96).</li> <li>- Corporeidad, Juego y Lenguajes Artísticos (Taller, 96).</li> <li>- Oralidad, Lectura, Escritura y TIC (Taller, 96).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Elementos de Matemática (Asignatura, 160).</li> <li>- Problemáticas de la Geometría I (Taller, 96).</li> <li>- Problemáticas del Análisis Matemático I (Asignatura, 128).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Práctica Docente I: Sujetos y Contextos, aproximación a la Práctica Educativa (Taller, 126).</li> </ul>

	- Didáctica General (Asignatura,96).	- Resolución de Problemas y TIC (Taller, 128).	
<b>2°</b>	- Filosofía (Asignatura, 96). - Psicología Educacional (Asignatura, 96). - Educación Sexual Integral (Seminario-Taller, 64). - Historia Social, Política Argentina y Latinoamericana (Asignatura, 96).	- Problemáticas del Álgebra I (Asignatura-Taller, 160). - Problemáticas de la Probabilidad y la Estadística I (Asignatura, 96). - Problemáticas de la Geometría II (Asignatura, 96). - Didáctica de la Matemática I (Asignatura,96). - Sujetos de la Educación Secundaria (Seminario, 96).	- Práctica Docente II: Educación Secundaria y Práctica Docente (Seminario-Taller, 128).
<b>3°</b>	- Análisis y Organización de las Instituciones Educativas (Seminario-Taller, 96). - Historia de la Educación Argentina (Asignatura, 96). - Sociología de la Educación (Asignatura, 96).	- Problemáticas de la Probabilidad y la Estadística II (Taller, 96). - Problemáticas de la Geometría III (Asignatura, 96). - Problemáticas del Análisis Matemático II (Asignatura, 96). - Epistemología de la Matemática (Seminario, 96). - Didáctica de la Matemática II (Asignatura, 96). - U.D.I. (96).	- Práctica Docente III: Cotidianidad en las aulas, experiencias de formación (Seminario-Taller, 192).
<b>4°</b>	- Derechos Humanos: Ética y Ciudadanía (Asignatura, 96).	- Problemáticas del Álgebra II (Asignatura, 128). - Problemáticas de la Geometría IV (Asignatura, 96). - Problemáticas del Análisis Matemático III (Asignatura, 160). - Modelización Matemática de las Ciencias (Seminario, 128). - U.D.I. (96).	- Práctica Docente IV: Escenas Educativas y Trayectorias de Formación (Taller-Seminario, 320).

Tabla 2. Estructura curricular por campos de formación y distribución de la carga horaria del Profesorado de Educación Secundaria en Matemática de la Provincia de Entre Ríos. (Gobierno de la Provincia de Entre Ríos, 2014, pp. 41-44). {R.4}.

### III.2. La RP en el Diseño Curricular del Profesorado de Educación Secundaria en Matemática en la Provincia de Entre Ríos. Marcos orientadores y contenidos disciplinares del Campo de la Formación Específica.

El *Campo de la Formación Específica* del profesorado aborda la dimensión didáctica y disciplinar de la Matemática en sus diferentes ramas conformadas por núcleos problemáticos que se sugieren un abordaje interdisciplinario integral:

... se construye en torno a la centralidad del sujeto, ¿quién es el que aprende?, ¿qué aprende?, ¿cómo lo hace? Se piensa al sujeto en una doble dimensión: los estudiantes futuros formadores y los estudiantes que éstos formarán... (...) ... *proponemos pensar la problemática del objeto de estudio de cada una de las disciplinas que forman el campo desde una perspectiva histórica que incluya la reflexión epistemológica, para comprender cómo cada una de las matrices disciplinares explica e interpreta y describe de modo diferente al sujeto, a la sociedad y al ambiente... (...) ... Si consideramos que la construcción del objeto de estudio de las diferentes disciplinas científicas tiene fuertes implicaciones epistemológicas y que en ella subyace una serie de presupuestos teóricos, es necesario pensar que la didáctica específica debe guardar coherencia con esos planteos y evitar la descontextualización de los contenidos seleccionados.* (Gobierno de la Provincia de Entre Ríos, 2014, p. 87). {R.5}.

Respecto de la Matemática como disciplina científica en dichos diseños es considerada en su conformación dinámica a lo largo de la Historia, en la cual los avances del conocimiento matemático se conciben como resultados de la interacción humana con el mundo en el contexto cultural humano y de las diferentes sociedades históricas, cuya expansión ha significado una construcción permanente e inacabada del conocimiento de los objetos a partir de distintas situaciones problemáticas a las que se ha intentado dar solución:

*La Matemática es una construcción cultural y social inacabada, cuyo cuerpo de conocimiento de más de veinticinco siglos de antigüedad ha evolucionado en la búsqueda de soluciones a situaciones problemáticas y al planteamiento de nuevas situaciones. Por lo que podemos hablar de esta actividad matemática que incluye la exploración y aproximación en la búsqueda de soluciones como también la formalización necesaria para la comunicación y presentación de resultados.* (Gobierno de la Provincia de Entre Ríos, 2014, p. 88). {R.6}.

La noción de *comprensión* de los contenidos y objetos de la Matemática disciplinar en la perspectiva del Diseño Curricular se asocia a la idea de experimentación y aplicación en diferentes circunstancias, situaciones, y contextos.

Por ello aprender los diferentes temas de las distintas ramas matemáticas escolares significa en la perspectiva de dicho diseño un trabajo de producción, organización, y reorganización de relaciones y propiedades inter e intra matemáticas.

*Entendemos que comprender un objeto matemático implica haber realizado experimentaciones en diferentes situaciones en las que éste entra en funcionamiento, donde el estudiante produce, organiza y re-organiza las relaciones y propiedades que lo definen tanto dentro de la matemática como en otras disciplinas.*

*Por ello los aprendizajes en la formación docente inicial deben orientarse a un conocimiento de la disciplina en sí y al conocimiento didáctico asociado a ella... (...) ... (Gobierno de la Provincia de Entre Ríos, 2014, p. 88). {R.7}.*

Las unidades curriculares que conforman el Campo de Formación Específica se vinculan a los otros dos campos (de la Formación General y de la Formación en la Práctica Profesional), con el propósito de brindar saberes requeridos por la FDI para el desempeño docente en el nivel educativo secundario bajo la denominación común de *problemáticas*, asociada a los distintos campos científicos de la Matemática definidos por los objetos de estudios particulares de cada uno de ellos:

*Este campo formativo está orientado a conocer y comprender las particularidades de la enseñanza de la Matemática en el Nivel Secundario, así como sus finalidades y propósitos en el marco del Sistema Educativo y la sociedad en general.*

*Las unidades curriculares que lo componen se conciben y organizan como un trayecto continuado a lo largo de la formación, desde una perspectiva que concibe instancias de diálogo, intercambio y articulación con el campo de la Formación General y de la Práctica docente. {R.8}.*

*La designación “problemáticas”, para diferentes unidades curriculares del campo, hace referencia a una posición crítica frente al saber matemático que pretende inquietar estructuras anquilosadas, desnaturalizar y complejizar su estatuto, reconociendo su origen, sentido y relevancia en el cuerpo disciplinar. (Gobierno de la Provincia de Entre Ríos, 2014, p. 89). {R.9}.*

*Se propone una línea histórico-epistemológica para problematizar y complejizar la concepción de ciencia y los procesos de producción de conocimiento desde sus dimensiones sociocultural, histórica, ética y política. (Gobierno de la Provincia de Entre Ríos, 2014, p. 90). {R.10}.*

A continuación, se señalan las diferentes unidades curriculares con los respectivos marcos orientadores (enfoques) que conforman los espacios de formación (asignaturas, talleres, seminarios, trabajos de campo y unidades de definición institucional), correspondientes a la estructura curricular de la Resolución N. ° 0764/14 CGE (Gobierno de la Provincia de Entre Ríos, 2014), vinculados a la propuesta de planificar la enseñanza de en la FDI con implementación de RP, y elementos de representación mediante registros de representación semiótica:

- **Elementos de Matemática:** *se propone la metodología de taller para que los estudiantes realicen experiencias referidas a la resolución de problemas tanto teóricos como prácticos, la modelización y la exploración con graficadores. Ejes de contenidos: El lenguaje matemático. Los conjuntos numéricos. Los conjuntos, las relaciones y las funciones*

como herramientas de modelización. *Álgebra de funciones*. (Gobierno de la Provincia de Entre Ríos, 2014, pp. 92-92). {R.11}.

- **Problemáticas de la Geometría I:** Se promueven experiencias que posibiliten la comprensión de lo construible, lo variante, lo analítico-sintético desde la exploración de problemas utilizando propiedades y diferentes instrumentos (elementos de geometría, software dinámico, mano alzada), incluyendo aspectos históricos – epistemológicos ligados a las nociones que se estudian. **Ejes de contenidos:** Las construcciones geométricas y sus propiedades. El sistema axiomático. Formas geométricas y el espacio. La trigonometría. (Gobierno de la Provincia de Entre Ríos, 2014, pp. 93-94). {R.12}.

- **Problemáticas del Análisis Matemático I:** En esta unidad curricular se propone una iniciación a los conceptos de problemas propios del Análisis Matemático, a partir de las problemáticas que le dieron origen, vinculadas a procesos de modelización de fenómenos variacionales... (...) ... Se destaca la importancia de la visualización y modelización dinámicas en el desarrollo de la comprensión de los conceptos de Análisis Matemático, a través del uso de diferentes recursos tecnológicos como software graficadores o procesadores simbólicos. **Ejes de contenidos:** Fenómenos variacionales. Modelos Matemáticos del Análisis. La derivada como razón de cambio. (Gobierno de la Provincia de Entre Ríos, 2014, pp. 95-96). {R.13}.

- **Resolución de Problemas y TIC:** En nuestro mundo científico tan cambiante es necesario apropiarse de los procesos de pensamiento más que de contenidos aislados que se convierten como lo llamó Whitehead “ideas inertes”, ideas que no son capaces de combinarse para formar constelaciones dinámicas, capaces de abordar y analizar los problemas del presente. Es por ello que esta unidad curricular propone un trabajo heurístico, holístico y lúdico con el aporte de las tecnologías, destacando la comprensión de los problemas matemáticos. **Ejes de contenidos:** Resolución de problemas: La resolución de problemas en la historia de la matemática. La metodología de Polya. Propuesta de Alan Schoenfeld. Propuestas innovadoras de Miguel de Guzmán. El problema como representante de un campo de problemas. Resolución de problemas del ámbito de la geometría, del álgebra, de la aritmética y del análisis matemático (conjuntos numéricos, ecuaciones e inecuaciones, funciones, figuras planas y sus transformaciones en el plano geométrico, etc.). El juego en los diferentes dominios de la matemática. Hacer matemática con herramientas TIC (...visualización y manipulación de datos, gráficos y objetos, recursos de internet). Competencias digitales y el rol del profesor de matemática. (Gobierno de la Provincia de Entre Ríos, 2014, pp. 97-98). {R.14}.

- **Problemáticas de la Geometría II:** Se propone la reelaboración, en un lenguaje algebraico apropiado, de las propiedades que caracterizan a los objetos geométricos como las curvas planas, los triángulos y las transformaciones... (...) ... Se promueven experiencias que posibiliten la comprensión de “lo construible, lo variante, lo analítico-sintético” desde la exploración de problemas utilizando propiedades y diferentes instrumentos (elementos de geometría, software dinámico), incluyendo aspectos históricos – epistemológicos ligado a las nociones que se estudian. **Ejes de contenidos:** La trigonometría: resolución de triángulos oblicuángulos, cálculo de áreas de triángulos y figuras planas... (...) ... Las transformaciones. Las curvas en el plano. (Gobierno de la Provincia de Entre Ríos, 2014, pp. 103-104). {R.15}.

- **Problemáticas del Álgebra I:** Esta unidad curricular tiene por objeto dar sentido algebraico a las operaciones elementales de los campos numéricos considerados en *Elementos de Matemática*, procediendo a su estudio como objetos matemáticos en sí mismos. Introduce los fundamentos de la lógica, el lenguaje y el simbolismo matemático a través del estudio de los conceptos y los métodos propios del Álgebra. Se propone el abordaje de las herramientas conceptuales que permiten interpretar y resolver fenómenos que se comportan como modelos que varían de manera lineal, de utilidad y trascendencia no solo al interior de la Matemática sino en múltiples aplicaciones de otros campos de conocimiento. Se promueve el abordaje de situaciones que pongan en juego el tratamiento de lo general en los procesos de

modelización mediante la intuición, la exploración, la formulación, la argumentación y validación de conjeturas, sin abandonar el tratamiento formal. Esta asignatura ocupa un espacio privilegiado de vinculación entre lo algebraico, lo geométrico y lo analítico, a través de la observación y estudio del conjunto formado por las soluciones de ecuaciones, inecuaciones, o sistemas de ecuaciones. Esta vinculación puede ser favorecida por la incorporación de entornos informáticos que favorezcan la interactividad, la exploración y la manipulación simbólica de múltiples representaciones de un mismo concepto matemático y el análisis de situaciones más complejas que, de otra forma, resultarían muy difíciles trabajar, por la inversión temporal en técnicas de cálculos repetitivos. En su enseñanza debe primar su valor formativo, como marco lógico específico y en su consistencia, es decir no solo como lenguaje sino también como método para la resolución de problemas, incluyendo aspectos históricos – epistemológicos ligados a las nociones que se estudian. **Ejes de contenidos:** Fundamentos de lógica matemática. Conjuntos numéricos. El problema de contar (principios básicos para contar la cantidad de elementos de un conjunto. La generación de fórmulas vinculadas al principio de contar. Los números combinatorios. Las particiones. Su uso en probabilidad elemental). Los polinomios y su aritmética. Sistemas de ecuaciones lineales y modelos matemáticos (Sistemas de ecuaciones e inecuaciones lineales en distintas áreas de conocimiento. La factibilidad de encontrar una o varias soluciones. El significado, las propiedades y la interpretación geométrica del conjunto de soluciones. Los vectores en el plano y en el espacio, los planos en el espacio. Su lenguaje, las magnitudes asociadas que contribuyen a su estudio, y su representación). Las matrices (Lenguaje, significado y operatoria de matrices. Técnicas, conceptos y resultados relativos al estudio y la solución de sistemas lineales de una cantidad arbitraria de incógnitas). (Gobierno de la Provincia de Entre Ríos, 2014, pp. 105-107). {R.16}.

- **Problemáticas de Probabilidad y Estadística I:** ... (...) ... En la actualidad, el uso de la Estadística y la Probabilidad se ha expandido a otras áreas del conocimiento. Métodos, técnicas de recolección y análisis de la información, la predicción y la toma de decisiones en contextos de incertidumbre exige que los futuros profesores sean capaces de modelizar e interpretar datos (en contextos extra e intra matemáticos), y de adquirir un pensamiento crítico que se dimensione más allá de la aplicación de técnicas mecánicas. Se sugiere el abordaje desde una perspectiva histórica y fenomenológica, como también el uso de análisis de software correspondiente. **Ejes de contenidos:** Estadística descriptiva (... presentación e interpretación de datos. Análisis de datos. Variables. Distribución de frecuencias. Gráficos estadísticos. Medidas estadísticas. Medidas de posición y dispersión para datos simples y agrupados. Medidas de deformación y exceso...). Probabilidad (el concepto de probabilidad en la historia. Experimentos aleatorios. Sucesos, exploración de la aleatoriedad (experimentación y simulación). Diferentes fuentes de procesos aleatorios...Muestras aleatorias y distribuciones de muestreo). (Gobierno de la Provincia de Entre Ríos, 2014, pp. 108-109). {R.17}.

- **Didáctica de la Matemática I:** Esta unidad curricular aborda cuestiones propias de la enseñanza de la Matemática en la escuela y en el Nivel secundario, desde diferentes enfoques y tradiciones de investigación y enseñanza.... (...) ... problematizar la enseñanza de la Matemática implica una mirada multidimensional que no solo requiere atención sobre el objeto matemático, sino también tener en cuenta las dimensiones cognitivas, afectivas, culturales, lingüísticas, del contexto y de los sujetos implicado... **Ejes de contenidos:** La construcción del campo de la didáctica de la matemática (Problematización de la enseñanza como objeto de estudio y metodologías de la investigación desarrolladas: Tradiciones / Escuelas. Escuela Francesa: teoría de las situaciones didácticas. Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD). La Ingeniería Didáctica como metodología de investigación. Escuela Anglosajona: aprendizaje basado en problemas. Educación Matemática Crítica, Etnomatemática. Educación Matemática Realista) ... (...) ... El aula de Matemática en la Escuela Secundaria (Niveles de concreción curricular. El currículo de matemática como obra abierta. El sentido de la actividad matemática: juegos, modelización, y resolución de problemas. Modelos de enseñanza que usan la resolución de problemas. Etapas de la resolución de problemas. Las heurísticas. El juego y el aprendizaje en la escuela. Fundamento matemático

de los juegos. La modelización matemática en el aula. Etapas del proceso de modelización). Entornos informáticos para la enseñanza de la Matemática. La evaluación en Matemática (...Fines, objetos, sujetos. Distintas clases de evaluación en Matemática. Evaluación en el marco de la resolución de problemas...). (Gobierno de la Provincia de Entre Ríos, 2014, pp. 110-111). {R.18}.

- **Epistemología de la Matemática:** La reflexión epistemológica e histórica de la Matemática, nos permite repensar la actividad matemática desde una perspectiva que incluye tanto las exploraciones y aproximaciones realizadas en el proceso de construcción cultural y social, en tanto actividad humana, como el planteo y búsqueda de soluciones a situaciones problemáticas donde se construyen y evolucionan los objetos matemáticos... (...) ... **Ejes de contenidos:** Fundamentos de la Matemática (las entidades matemáticas. Las estructuras matemáticas y método axiomático. La verdad matemática, definibilidad, demostrabilidad. Tipos de problemas que resuelven los objetos matemáticos). El contexto de descubrimiento-invencción, producción y desarrollo. Validación del conocimiento matemático (Problemas epistemológicos en la construcción de los números naturales e irracionales. Problemas en la construcción del espacio Euclídeo y el quinto postulado... (...) ... La demostración. Formas de argumentar en la matemática. La demostración en la historia de la matemática, su evolución. Razonamiento plausible. Heurística. Formas de argumentar en el aula. Demostraciones directas e indirectas. Sus dificultades. Demostraciones gráficas. La validación de los resultados en el aula en los distintos niveles educativos...). (Gobierno de la Provincia de Entre Ríos, 2014, pp. 114-115). {R.19}.

- **Problemáticas del Análisis Matemático II:** Esta unidad curricular aborda la potencialidad del Cálculo Diferencial e Integral como herramienta modelizadora de fenómenos variacionales de distintas ciencias. Se promueve el planteo y solución de problemáticas intra y extra-matemáticas que permitan descubrir nuevos sentidos para los objetos de Análisis... (...) ... Promueve el tratamiento de las nociones de derivada e integral, en forma simultánea, mediante problemas referidos a las predicciones de fenómenos variacionales. **Ejes de contenidos:** Aplicaciones del Cálculo Diferencial (máximos, mínimos, su aplicación en problemas de optimización y la obtención de poder predictivo. El uso de los límites y las derivadas para análisis de las gráficas de funciones). Integración y aplicaciones del cálculo integral (técnicas básicas para el cálculo de antiderivadas. La integral como herramienta para abordar problemas geométricos. El problema de la longitud de una curva, del área de una figura y del volumen de un sólido en el espacio. Los métodos analíticos para el abordaje de lo infinito...). Sucesiones y series funcionales. (Gobierno de la Provincia de Entre Ríos, 2014, pp. 116-117). {R.20}.

- **Problemáticas de la Probabilidad y la Estadística II:** ... (...) ... los conceptos de probabilidad y estadística inferencial posibilitan el ejercicio de diferentes tipos de razonamiento: plausible, analógico, e hipotético deductivo... **Ejes de contenidos:** Regresión y correlación (la modelización del mundo físico y de problemas de las ciencias. Diagnóstico y validación del modelo... (...) ... tablas de contingencia, gráficos bivariados...análisis e interpretación del coeficiente de Pearson...). Estudio didáctico de la Probabilidad y la Estadística. (Gobierno de la Provincia de Entre Ríos, 2014, p. 118). {R.21}.

- **Problemáticas de la Geometría III:** ... (...) ... Se incorporan problemas geométricos proporcionando procesos de modelización en contextos algebraicos, promoviendo en nuestros estudiantes, el desarrollo de niveles crecientes de formalización y demostración. **Ejes de contenidos:** ... (...) ... Uso de métodos analíticos y sintéticos. Conveniencia, limitación y posibilidades de cada uno... (...) ... Estudio de la Didáctica de la Geometría y la Medida (La problemática de la Geometría Escolar...los diferentes registros en Geometría. Geometría y modelización... Aproximación didáctica al problema de la medida...). (Gobierno de la Provincia de Entre Ríos, 2014, pp.120-121). {R.22}.

- **Didáctica de la Matemática:** la enseñanza de la matemática tiene que contribuir a fomentar la ciudadanía inteligente inquieta para todos los miembros de la sociedad.

Esta unidad curricular aborda el tratamiento del conjunto de problemáticas propias de la enseñanza de la Matemática... Desde la conjetura hasta la formalización en la demostración, desde el abordaje integrado que permita el desarrollo de las competencias matemáticas en todos los estudiantes... (...) ... **Ejes de contenidos:** Relaciones entre lenguaje natural y el lenguaje matemático (lenguaje simbólico. Significantes matemáticos. Significantes en un contexto. Registros de representación semiótica: numéricas, verbales o coloquiales, simbólicas, gráficas. Imágenes conceptuales, definiciones conceptuales, concepciones espontáneas... (...) ... Pensamiento matemático avanzado. Características, tipos de formalización y registros. Relación entre los tres niveles de pensamiento matemático: el concreto-conceptual, el simbólico-procesual, y el axiomático-formal. (Gobierno de la Provincia de Entre Ríos, 2014, pp.122-123). {R.23}.

- **Problemáticas del Álgebra II:** ... (...) ... Se propone la profundización en el estudio del lenguaje formal y de los sistemas axiomáticos como fundamento de los métodos algebraicos que fundamentan los desarrollos matemáticos actuales. **Ejes de contenidos:** ... (...) ... La congruencia (su estudio como relación y como técnica para resolver problemas aritméticos). El proceso de generalización y la generación de la noción de estructura algebraica (revisión y resignificación de las operaciones en distintos conjuntos numéricos y sus propiedades: enteros, racionales, reales, matrices, polinomios, complejos, raíces  $n$ -ésima de la unidad entre otros. La generación de estructuras algebraicas. El problema de "lo verdadero" en una estructura abstracta... Los métodos algebraicos). El campo de los números complejos (procesos históricos que le dieron origen. Distintas representaciones y sus usos. El problema de existencia de raíces de polinomios. Las raíces de la unidad...). El problema de la axiomatización en Matemática (los sistemas formales. El problema de la axiomatización y su significado en relación a la fundamentación de la actividad matemática...). (Gobierno de la Provincia de Entre Ríos, 2014, pp.125-126). {R.24}.

- **Modelización Matemática de las Ciencias:** Esta unidad curricular aborda la Matemática desde sus aportes como el lenguaje, los entes abstractos y sus sistemas deductivos como marco propio para la formulación y el desarrollo de modelos destinados a describir e interpretar fenómenos y procesos del mundo natural y social. Se trata de seleccionar un conjunto de variables y características relevantes del problema, reproducirlo en un sistema matemático, y descubrir nuevas relaciones y aspectos. Estas problemáticas deben abarcar modelos estadísticos relacionados con problemas sociales, modelos geométricos relacionados con lo artístico y arquitectónico, modelos naturales relacionados con la física, la química y la biología... (...) ... **Ejes de contenidos:** Modelos discretos aplicados a la Ciencia. Modelos no determinísticos (casos de problemas en los que interviene el cálculo de probabilidades (modelos probabilísticos para la biología y la física entre otros)). Modelos continuos aplicados a la Ciencia (estudio de problemas científicos representados con modelos continuos. Representación del modelo matemático y resolución del problema asociado. Implicancia de la solución de problema matemático en el problema científico original...). (Gobierno de la Provincia de Entre Ríos, 2014, pp.127-128). {R.25}.

- **Problemáticas de la Geometría IV:** ... (...) ... considera el tratamiento de situaciones modelizadas con elementos de Geometría proyectiva, hiperbólica y elíptica. Además, se pretende profundizar el desarrollo de un lenguaje con niveles crecientes de formalización que acompañe los procesos de argumentación y validación... **Ejes de contenidos:** transformaciones proyectivas y afines. Geometrías no euclídeas. Incursión en la Topología. (Gobierno de la Provincia de Entre Ríos, 2014, p. 129). {R.26}.

- **Problemáticas del Análisis Matemático III:** En esta unidad curricular se aborda la potencialidad del Cálculo Diferencial e Integral en varias variables, como herramienta modelizadora de fenómenos variacionales de distintas ciencias. Se promueve el planteo y solución de problemáticas intra y extra-matemáticas que permitan descubrir nuevos sentidos para los objetos del Análisis... (...) ... Promueve el tratamiento de las nociones de derivada e integral, en forma simultánea, mediante problemas referidos a las predicciones de fenómenos variacionales. Se incorpora, mediante el estudio de las ecuaciones diferenciales,

una de las herramientas claves de la Matemática para resolver problemas prácticos.... Se propicia la producción de un trabajo de interacción con una representación del modelo científico que describe el fenómeno de interés, lo que permite disponer de la oportunidad de observar, explorar y analizar cómo se comporta el mismo. Se propone una modalidad de trabajo que focalice el aprendizaje tanto en la aplicación como en la interpretación de resultados de las ecuaciones diferenciales, lo que crea un clima de producción de ideas, reflexión y discusión de soluciones posibles... **Ejes de contenidos:** Modelos vectoriales y multivariantes (vectores y curvas en el plano y en el espacio. Herramientas del Análisis que permiten abordar fenómenos modelizables con vectores...). Cálculo diferencial e integral en varias variables y sus aplicaciones... (...) ... La función como herramienta de modelización. Análisis del concepto de función... Dificultades asociadas a la conceptualización de la noción de límite... Organización del campo conceptual del Cálculo en torno a problemas de variación y aproximación... (Gobierno de la Provincia de Entre Ríos, 2014, pp. 131-132). {R.27}.

### III.3. Entrevista semiestructurada con la profesora informante (EPI).

Al ser consultada la profesora informante respecto de su formación, y de la enseñanza por resolución de problemas brindó una síntesis de sus recorridos formativos y profesionales:

... (...) ...soy profesora de Matemática egresada del Instituto de la ciudad de Gualeguay un instituto público; (...) como profesora para la Enseñanza de la EGB3 y Polimodal, que condice con el título actual que es profesora de Matemática. Tengo una formación, aparte del profesorado, una especialización en la Universidad Nacional de Rosario, que es un postítulo en Matemática y Estadística... (...)..., he hecho algunas capacitaciones referidas a didáctica, a recursos tecnológicos aplicados a Matemática. {R.28}.

... (...)... antigüedad total, tengo 12 años: 8 años en el Nivel Superior... una vez egresada, me especialicé, e hice un postítulo para poder dar clases e ingresar como docente del Nivel Superior y a la vez teniendo una especialización superior al profesorado... (...) ... hace aproximadamente tres años que me desempeño dando Análisis Matemático... (...) ... Respecto de la escuela secundaria lo que puedo decir que por ahí me marcó mucho fue trabajar en escuelas que no fueran céntricas donde uno tiene que buscar o busca por ahí llamar la atención del chico. {R.29}.

Respecto de la enseñanza por resolución de problemas no precisó haber tenido alguna formación específica y de su respuesta se deduce que conoce aspectos teóricos de Didáctica de la Matemática por los cuales vincula una noción de RP a la utilización de modelos matemáticos:

*La Matemática es una ciencia que los chicos la ven como muy difícil que no les gusta, que tienen un preconcepto sobre que no se entiende, entonces por ahí haber recorrido escuelas que están por fuera del radio urbano me sirvió para darme cuenta que tenía que modificar mis prácticas porque como había salido egresada del instituto esa formación no era suficiente. Después en Nivel Superior puedo decir que uno de los mayores logros, que lo que más me*

*gusta, y a la vez uno de los logros más importantes es la participación con estudiantes de la asignatura Didáctica de la Matemática haber participado siempre en feria de ciencias eso implicó durante 2 años haber llegado al nivel nacional y donde pudimos poner en práctica teorías didáctica (o forma de enseñar Matemática), poner en práctica a través de modelos matemáticos, de resolución de problemas algunas propuestas, algunas propuestas pedagógicas que hacían ver que los chicos de nivel superior podían comprender la matemática de una forma distinta que no fuera una simple forma de aplicación de algoritmos o de repetición de fórmulas o 20 ejercicios iguales que hacen aprender por memorización y no comprenden el concepto en sí. {R.30}.*

El contexto de enseñanza en el que la profesora informante dijo aplicar contenido estratégico de resolución de problemas fue el de relacionar modelos matemáticos en propuestas pedagógicas de representación de situaciones realistas de entornos sociales abordables en el aula de formación docente, a través de la Teoría de las Situaciones Didácticas:

*Sí. Respecto del nivel superior por ejemplo o como ejemplo más claro que sería feria de ciencias lo que pudimos hacer es volcar un poco de cada una de las concepciones didácticas en algo que se podría llevar al aula de Matemática, por decir uno trabaja un modelo matemático algo relacionado con el contexto de la ciudad, nosotros hicimos una propuesta pedagógica referida a encontrar la fórmula en la que se representaba un puente en forma parabólica que tenemos en la ciudad. El puente es un puente muy conocido porque une el parque de la ciudad con la costanera de la ciudad entonces lo que hicimos fue, a través de la Teoría de las Situaciones Didácticas, porque respetamos todos los pasos de la teoría de las situaciones didácticas, modelizamos ese puente ya que generamos un contexto en el que a unos chicos jugando se les cae una pelota y se debía averiguar el camino más corto para recuperar la pelota si tomando la altura del puente o la distancia de los costados siempre contextualizando en un modelo ideal, ahí pudimos contextualizar o implementar conocimientos de la etnomatemática, de la matemática realista, y la matemática relacionada con contextos sociales, con la realidad. {R.31}.*

La profesora indicó que respecto del Análisis Matemático puede relacionar con alguna experiencia o con aspectos de su propia formación o trayectos de perfeccionamiento de los cuales ha participado no como docente, sino como alumna de profesorado. Luego comparó dichas experiencias con su propio desempeño docente en la FDI, a partir de su propia reflexión, de su trabajo autodidacta, o por la realización de cursos de perfeccionamiento docente que le permitieron ver la necesidad de mejorar su perspectiva de la enseñanza:

*Yo alumna di, o aprendí Análisis Matemático a través de fórmulas a través de demostraciones de aplicación de las fórmulas, pero muy poco contexto real. Ya una vez egresada y con una formación distinta pude ver el Análisis Matemático desde otro lugar, por ejemplo, relacionado con la Física, que es lo más común que se puede hacer, relacionarlo con la Física, con áreas, esas cuestiones que yo particularmente las pude ver después... (...) ...*

sobre todo una de las áreas en las que yo más me replantee mi forma de enseñar fue cuándo inicié la especialización, al haber hecho postítulos, al haber tenido didáctica una didáctica más profunda de la que tuve en el profesorado, y después la realidad, los contextos, ir al aula y ver que algunas prácticas no funcionaban, o sea, la necesidad de modificar. {R.32}.

... (...) ... Entonces teníamos materias como Pedagogía, que hablaba del alumno que no se interesaba que se aburría en el aula, pero tenía materias disciplinares específicas de la carrera donde solamente vos trabajabas la ciencia, el Análisis Matemático como área de la Matemática muy disciplinar, Álgebra como Álgebra, pero nunca contextualizada en los espacios donde nosotros no desarrollaríamos para ser docentes de nivel secundario. {R.33}.

Respecto de la Matemática la docente informante la conceptualiza a partir de definirla como una ciencia que debería enseñarse de manera contextualizada como aplicación a situaciones reales y cotidianas:

*Bueno como ya sabemos la matemática es una ciencia, ya sabemos que está definida como ciencia, pero lo que nosotros por ahí debemos entender tenemos que entender es que en el nivel secundario que a dónde nos focalizamos, por porque somos docentes de nivel secundario, nuestros alumnos del profesorado van a ser profesores del nivel secundario. Esos chicos necesitan ver la ciencia relacionada con el contexto en que viven, con la realidad, con, por ejemplo, no es lo mismo trabajar la definición de límite o de derivada como definición pura a que uno lo pueda relacionar con el concepto de velocidad media o de aceleración de un cuerpo, demostrar dónde aplicar algo que es un saber científico aplicado algo que es real... (...) ... La Matemática no tiene que ser "pura", ni tampoco tiene que ser la Matemática que nos han hecho creer que es la Matemática, por ejemplo, el concepto de ecuación, y que uno le enseña que el concepto de ecuación es un "pasaje de términos", por ejemplo, eso es algorítmico, es a lo que nos han llevado, pero que en realidad es un algoritmo que sirve para algo, pero no hay matemáticas ahí solamente. {R.34}.*

Advierte que entre la Matemática científica y la Matemática escolar hay diferencias que deben ser tenidas en cuenta al enseñar:

*Chevallard lo dice: del saber puro, al saber enseñado, tiene que haber una transposición didáctica; el docente, nosotros docentes de Matemática, somos quienes tenemos que poder hacer esta transposición de cómo ese saber puro de la matemática debe transformarse para poder ser llevado al aula... (...) ... Nosotros somos especialistas en eso, los docentes de Matemática, claro, en poder transformar, pasar de esa matemática pura, científica, a una matemática a ser enseñada. {R.35}.*

Respecto del Análisis Matemático señaló que los docentes debemos saber que luego se enseñará dicha rama de la Matemática en el nivel secundario y los contenidos que la conforman:

*Bueno, nosotros como docentes de nivel superior, nuestros alumnos del profesorado de matemática tienen que conocer el Análisis Matemático en todas..., en todo el Análisis Matemático, pero sí también tienen que saber qué del Análisis Matemático es lo que ellos van*

*a trabajar en el nivel secundario... (..)... Analizar, tiene que ver justamente con analizar donde se trabaja, la trabajan otras áreas porque también se puede trabajar el Álgebra, la Geometría y la Aritmética; es una conjunción de todas esas áreas también... (...)... Bueno, obviamente límite, derivada, integral son los tres contenidos centrales, los necesarios para poder... {R.36}.*

La profesora mencionó aspectos en los que un/a docente debe estar formado para enseñar Análisis Matemático y de qué manera ella puede advertir que sus enseñanzas producen aprendizajes:

*Uno tiene que tener primero conocimiento de Cálculo, Análisis Matemático es necesario y después tiene que saber cómo enseñarlo, por eso necesita de dos aspectos, el aspecto didáctico, ¿sí?, y del aspecto científico... (...) ... Cuando uno puede relacionar los conceptos aprendidos, cuando se puede relacionar ese concepto de Análisis Matemático relacionado con algo de la realidad creo que ahí es cuando estamos aplicando saber... (...) ... por eso es que el Análisis Matemático puro no sirve de nada porque de lo contrario un docente como un ingeniero por ejemplo podría tranquilamente dar Análisis Matemático. Lo que nos hace distintos a los profesores de Matemática, docentes enseñantes de análisis matemático para poder enseñarlo es que tenemos la didáctica que nos plantea primero saber cómo enseñar el concepto de Límite, ¿sí?, ¿voy a partir directamente de la definición de Límite o voy a dar y relacionar, contextualizar, este concepto para que el chico entienda qué es el límite de una función o límite como concepto o sea comprender lo que uno va a enseñar? {R.37}.*

*... (...) ... Por eso no sólo es importante el concepto de límite, derivada, integral y todo lo que hay alrededor, sino también qué pretende por ejemplo nuestro diseño curricular qué pretende como contenido de análisis en el nivel secundario. De todo eso que el chico del nivel Superior ve, qué es lo que necesita para el nivel secundario no sólo el contenido, saber qué es límite, cómo lo pueden trabajar en el aula de la escuela secundaria que no puede ser la misma que el aula de nivel superior porque a nivel superior se puede ver un poco más respecto de la ciencia pura que la aplicada a nivel secundario... (...)... para enseñar Matemática básicamente si bien necesita de los conocimientos de las ramas de la matemática como Álgebra, Análisis, Aritmética, Geometría, también necesita de la Didáctica digamos y la Pedagogía, de comprender a los estudiantes al alumno, al sujeto y sobre todo creo que por ahí nuestro diseño y la mirada que hay hoy sobre la educación es mirar al sujeto que aprende uno debe conocer al sujeto, a los chicos que tiene delante, en el aula. Y si tuviera que pensar en un ejercicio en el aula tiene que saber los contextos cuales vive para que todo eso se pueda relacionar... {R.38}.*

*... (...) .... relacionado con la realidad, 100% relacionado con la realidad que vive cada alumno. Siempre hay ejemplos muy comunes, por ejemplo, capaz no matemáticas pero en otras áreas si tenemos que trabajar animales en Secundaria no se trabajaría con foca en problemas que el chico de secundaria no ha visto, pero sí se puede trabajar la vaca que es más común en nuestra provincia, lo cual les es más próximo esa fauna donde es más común ver ganado, y es necesario trabajar por ejemplo expresión cuadrática, se puede trabajar con el puente que une la costanera con un parque que puede interpretar que tiene forma parabólica, que puede definirse, se puede encontrar la fórmula de estas parábolas que simula ser el puente, y tranquilamente también se puede profundizar, hasta llevar a diferentes otros conceptos como el de derivada tirando un autito desde la cima del puente y pretendiendo buscar qué aceleración tomaban y con algunos datos puedo aplicar derivadas. {R.39}.*

Al consultarle respecto de las competencias que concibe aplicables a la formación docente para enseñar Análisis Matemático en el profesorado, en lo

disciplinar y en la didáctica específica, respondió que es preciso tener una perspectiva doble, pensando en la formación de futuros docentes y en la necesidad formativa de los/as estudiantes del nivel educativo de destino:

*Sí. Sí. Por eso ahora el Análisis Matemático desde el profesorado no está visto desde la ciencia pura de los conceptos solamente de límite, derivadas e integrales sino también particularmente desde la enseñanza del Análisis. El alumno del profesorado no sólo debe ver esos conceptos sino cómo los va a llevar al nivel secundario, cómo lo va a enseñar... (...) ... Sí, hay que decir que si bien hay muy poco material respecto de la didáctica del Análisis Matemático hay que prepararse para ver cómo enseñarlo. A veces, en los textos escolares de nivel secundario, el Análisis Matemático está previsto básicamente para el Ciclo Orientado, es decir quinto y sexto año de la escuela secundaria. Se trabaja mucho material de Ciclo Básico Común pero las editoriales tienen para Análisis Matemático de Ciclo Orientado. Entonces, lo poco que hay de límite y derivadas está visto más de aplicación de fórmulas... (...) ... Los alumnos en el profesorado tienen una formación mucho más elevada que la que tendrá luego un alumno de nivel secundario. Por tanto, están más capacitados para poder abstraer mucho más. Sobre todo, cuando un chico elige el profesorado de matemática, generalmente es porque primeramente le gusta la Matemática, y lo segundo es que le gusta enseñar. Cuando eso se produce es cuando entendemos lo que es un buen profesor de Matemática. Para ser un buen profesor de Matemática a uno le tiene que gustar lo científico, la ciencia, lo disciplinar también le debe gustar la enseñanza. {R.40}.*

Agregó que en el profesorado los estudiantes al aprender Análisis Matemático requieren ser puestos en un desafío cognitivo que no simplemente aplique ejercitaciones sino ver la aplicabilidad de los conocimientos en la resolución de actividades como lo es el estudio de funciones:

*Yo creo que, al alumno del profesorado de matemática, respecto del Análisis matemático, le gusta que uno por ahí, recriminan que se trabaja mucho lo disciplinar y no tanto lo que es enseñar la disciplina; yo creo que a los estudiantes de Superior les gusta que los ponga a prueba. Por ejemplo si estamos trabajando el concepto de derivada, que es lo que más rápidamente se me viene a la mente, y vos tuvieras una situación problemática referida a la implementación o aplicación de derivadas o que tengan que hacer un estudio de funciones sobre eso, les resulta más interesante, porque si trabaja con estudio de funciones a través de derivada, con derivada primera y segunda, por ahí es como que les gusta más porque ven todo el contenido de análisis aplicado ahí, a que si le das un simple ejercicio para resolver con una complejidad mayor. Darles un ejercicio largo de resolver, sumamente difícil, probablemente les implique que tengan que emplear distintas fórmulas de resolución, pero no va a ser lo mismo si lo logra relacionándolo con un contexto real. {R.41}.*

Ante la pregunta acerca de lo que la profesora considera que realiza como actividad cognitiva un/a estudiante de profesorado para aprender Matemática, y específicamente Análisis Matemático, el interés con el cual afronta la tarea en el aula cada uno de ellos y la forma en que lo hace para comprender los contenidos que se

desarrollan dijo que es preciso que se comprenda lo conceptual y que además debe conocer el contexto curricular y de enseñanza en que se va a desempeñar un/a futuro/a profesor/a de Matemática.

*Bueno, mucho razonamiento por sobre todas las cosas, necesita razonar para poner una reflexión y abstracción mucho mayor que lo que requiere por ejemplo en Aritmética. Siempre en Análisis es necesario que se abstraiga mucho más porque no es tan fácil comprender los conceptos. Por ahí, creo que es eso lo que hace que comprenda matemática digamos, pero yo creo que, considero que, el alumno de profesorado hoy en día no sólo se pregunta o intenta comprender el mismo para qué le sirve Análisis Matemático, no comprender el concepto límite sino también hoy en día se plantea cómo lo va a enseñar porque ellos saben que son contenidos que están en el diseño de nivel secundario y hoy en día cuando uno trabaja cierto concepto u objetos matemáticos ellos también se preguntan cómo enseñar cómo lo va a trabajar en el aula en la escuela secundaria. {R.42}.*

Respecto de la forma en que la docente puede observar que los/as estudiantes comprenden Análisis Matemático mencionó que lo hace mediante la resolución de ejercicios y actividades en situaciones problemáticas, en el diálogo con los/as mismos/as, y en la participación en la clase:

*Yo creo que la forma más sencilla es si hay buenas resoluciones de ejercicios o de actividades que tienen que ver con las expresiones matemáticas, las fórmulas de los conceptos de Análisis Matemático y si a su vez uno trabaja con resolución de una situación problemática, y hay diferentes resoluciones óptimas ahí podemos entender que los estudiantes en algún punto han comprendido, aunque al aprendizaje no lo podemos... Sí, sobre todo y también que nuestros alumnos del profesorado de hoy en día tienen una digamos una apertura distinta a la que podríamos haber tenido nosotros en el profesorado cuando estudiábamos, la charla es siempre amena hay mucho diálogo y en el diálogo es donde se puede observar en el aula se trabaja de una forma amena no es el docente el único que sabe, tiene todos los conceptos y los conocimientos, y el alumno el único que no sabe. Por lo menos en mi asignatura se presentan situaciones como de pregunta para saber bueno qué debo hacer si estoy analizando esto que si pasa esto, cómo resuelve lo otro, y hay un diálogo entre el alumno y el docente de no dueño del saber el profesor del curso sino una retroalimentación, ida y de vuelta. {R.43}.*

Según la profesora, comprender, conceptualizar en Matemática y en Análisis Matemático permite luego transferencia de conocimientos y aplicarlos a situaciones reales.

*Si, en el alumno de nivel superior, particularmente considero que es necesario la conceptualización, porque eso da seguridad al alumno del profesorado. creo que uno trabaja con diferentes herramientas en el aula como, por ejemplo, si se trabajan conceptos, ciertos conceptos matemáticos, de Análisis Matemático necesarios y se fomenta la seguridad del conocimiento de esos conceptos, después esos conceptos se pueden transferir, y llevarlos a casos de la realidad para que los chicos puedan aplicarlos... {R.44}.*

... (...) ... considero que uno cuando está comprendiendo un concepto también lo puede relacionar con algo o pensarlo en un contexto real, llevarlo a la realidad, creo que el concepto se termina de formar cuando uno termina de relacionar, relacionándolo, por ahí definir un concepto, decir un concepto de límite o un concepto de derivada, decirlo no significa que se entienda o que se comprenda ¿no? Uno demuestra que lo comprenda cuando lo relacionado con algo de la realidad o cuando lo puede trasponer y decir con este concepto de derivada se puede relacionar, se puede trabajar con velocidad, por ejemplo. {R.45}.

Ante la consulta a la profesora respecto de lo que significa para ella resolver problemas matemáticos, y problemas de Análisis Matemático, qué es la actividad de resolución de problemas, resolver problemas en matemática, vinculó sus consideraciones a los niveles educativos de enseñanza y diferenció problema de resolución de problema, y de modelo matemático. Sostuvo que, al trabajar con diferentes entes matemáticos en determinadas situaciones, en ese marco ya hay una actividad de resolución, un sentido o tiene que estar vinculado con un problema matemático:

*Bueno, depende; depende del nivel en el que se trabaje, ¿no? Resolver problemas en el nivel secundario refiere a la aplicación de ciertos contenidos que se pueden resolver planteando modelos matemáticos. Si bien podemos diferenciar el concepto de problema, resolución de problema, y el modelo matemático porque no son lo mismo si están vinculados. Creo que en el nivel secundario si uno puede trabajar ciertos contenidos a través de resolución de problemas sin la necesidad de que los conceptos estén explícitos, sino que el docente lo puede trabajar de una manera que se asocia a problemas. Ya a nivel superior la resolución de problemas se mira desde otro lugar también como esencialmente se mira, cómo trabajar solución de problema en escuela secundaria. Entonces a veces no hay tanta aplicación. La resolución de problemas en nivel superior se debe trabajar como concepto en formación de profesores... {R.46}.*

... (...) ... Particularmente, o generalmente la palabra problema tiene alguna connotación que no es del todo positivo por eso a mí particularmente me gusta más pensar en modelos matemáticos, porque si estamos diciendo problema a ese estudiante, que va a tener que resolver problemas, por ahí toma la mirada negativa de la resolución. A lo mejor, al hablarle de modelo matemático, la mirada por ahí es tal que el estudiante considera que está construyendo matemática, que las expresiones matemáticas, las fórmulas son las que hace él, a las que él llega, con el acompañamiento del docente, sí, pero que no es un problema que tiene que resolver... {R.47}.

... (...) ... cuando uno forman alumnos de nivel superior en profesorado en Análisis Matemático lo que le está diciendo al alumno es bueno vos tenés este contenido y esta definición de Análisis Matemático y lo que hay que buscar es cómo se modeliza o cómo se orienta para que el chico del nivel secundario construya la fórmula, y no importa que no sea la definición por ejemplo de Límite pero sí, si se da un problema o un modelo que llegue a una expresión relacionada con el concepto de límite o se asemeje, y de esta manera se construye el concepto de Límite más allá de que el chico sepa o no explícitamente. {R.48}.

Específicamente respecto de cómo se debe enseñar a resolver problemas en Análisis Matemático y en general en Matemática, en el aula, expresó que es preciso

presentar situaciones problemáticas o modelos matemáticos, leer, extraer datos, formular, y luego con ello encontrar la solución; que es importante explicarse aspectos didácticos y del formato estratégico de enseñanza y específicamente de las situaciones a resolver, lenguaje, y tipos de representaciones:

*Bueno, en análisis matemático una forma que particularmente me sirve mucho es, siempre se habla que al trabajar con chicos en el aula, al presentarles una situación problemática, o un modelo, lo más importante es primeramente leer lo que dice ese problema, lo que me cuenta, lo leo, extraigo datos que me resulten necesarios más allá de que después lo pueda o no aplicar en alguna fórmula, datos que me sirven o son necesarios, y después a medida que extraigo datos voy formulando o voy llegando a una solución o a una respuesta de esa pregunta que me hice inicialmente. Yo siempre considero que nuestros alumnos tienen que plantearse, bueno, qué voy a presentarle a un estudiante de nivel secundario, qué modelos, qué tipos de resolución o situaciones de problemas se van a plantear, y qué dice la pregunta, cómo se la voy a preguntar para que llegue al objetivo que tengo, ¿no?... {R.49}.*

*... (...) ... Por ejemplo, en Análisis aplicado a nivel secundario es más sencillo comenzar a trabajar la parte gráfica, ¿sí? Y a partir del gráfico, a través de otras preguntas y generando preguntas, de modernizar, que los chicos vayan respondiendo e interpretando, por ejemplo, a partir de los gráficos lo que dicen los gráficos dado por ejemplo un gráfico que habla de una trayectoria de un objeto que cae si lo que se le pregunta tiene que ver con el tiempo con momento en el cual esta partícula es objeto toca el piso el chico tiene que darse cuenta que en esos momentos la velocidad es cero, hay diferentes valores de las velocidades hay diferentes espacios recorridos y al tocar el piso tendrá un valor de velocidad.... (...) ... sobre todo tiene que saber leer y relacionar diferentes formas de representación, ¿no? Tiene que saber que algunas ecuaciones analíticas se pueden expresar en forma gráfica, lo puedo representar a través de tablas de valores a través de fórmulas. Eso es, básicamente, es sumamente necesario, que nuestro alumno tenga esa capacidad para poder a partir de algo que esté gráficamente lo pueda transformar analíticamente, en otros contextos en otras representaciones para poder enseñar luego en la escuela secundaria. {R.50}.*

Mencionó, además, sintéticamente cuáles son los contenidos que están directamente relacionadas a las prácticas de enseñanza de Análisis Matemático y los saberes previos para iniciar el estudio de *Problemáticas del Análisis Matemático III* como lo son graficar e interpretar variables tiene que tener algún conocimiento de interpretación gráfica, de sistemas de ecuaciones:

*Bueno, resolución de problemas y problemas es un contenido muy necesario en sí, el de modelizar, que se deben profundizarse, y que necesariamente debe tener digamos, aritméticamente se debe poder operar, algebraicamente, porque el Análisis como dijimos es una conjunción de representación gráfica hay saber representarlo en caso necesario... (...) ... Para ingresar a Problemáticas de Análisis Matemático necesariamente tiene que tener conocimientos de Aritmética, números reales, operaciones con números reales, necesariamente saber algunos conceptos como el de variable, incógnita saber diferenciar estos conceptos porque por ejemplo si se trabaja con varias variables necesariamente tiene que entender lo que es el concepto de variable, luego geoméricamente también saber representar ¿no? expresiones analíticas pasadas a una gráfica, representar, poder relacionarlo con objetos geométricos, o por ejemplo si nosotros pensamos en la pendiente de una recta, en Geometría*

*es la unión de dos puntos, pero si lo pienso en Análisis lo debo relacionar con una curva, al hablar de pendiente ya no hablo de la unión de dos puntos sino que estoy hablando de la pendiente de una curva. Es necesario tener ese contenido anterior para poder interpretar el nuevo contenido. Si, esa relación que hay entre el Álgebra y la Geometría y Aritmética, todo eso es necesario para unirlos en el Análisis. {R.51}.*

Al referirse al conocimiento de Análisis Matemático del curso anterior a su cátedra y respecto de resolución de problemas, adquiridos o necesarios para cursar Problemáticas del Análisis Matemático que la profesora dicta, dijo que previamente los/as estudiantes de profesorado cursan una asignatura llamada Resolución de Problemas:

*Bueno ellos tienen una asignatura en primer año llamada Resolución de Problemas y justamente yo no conozco demasiado qué es lo que trabajan, pero obviamente se supone que lo que hacen es trabajar resolución de problemas. Tienen Didáctica en segundo y en tercero también tienen Didáctica específica es decir que ya saben respecto de lo que es conceptualmente trabajo con resolución de problemas también obviamente, el concepto de modelización matemática, que es más actual que resolución de problemas. {R.52}.*

En lo que refiere a los materiales bibliográficos que la profesora utiliza para enseñanza mediante RP y el tipo de actividades que programa la profesora mencionó que le interesa que contengan los desarrollos de conceptos, pasos o etapas y modelos matemáticos vinculados a contenidos de Física. Caracterizó también los problemas de Análisis Matemático que dichos materiales contienen, asociados a ejemplos cotidianos:

*... (...) ... me gusta recorrer diferentes bibliografías, por ejemplo, me gusta mucho Repetto, Celina Repetto. Su Manual de Análisis Matemático me gusta por el desarrollo simple que tiene de los conceptos de Análisis, por ejemplo, cuando demuestran de dónde viene la derivada geoméricamente muestra el paso a paso y eso al alumno le sirve mucho. Después me gusta como aplica Larson el Análisis, cómo lo lleva a la Física, cómo lo relaciona a área. De Larson generalmente saco resolución de problemas, trabaja mucho modelo matemático este autor por ejemplo modelos asociados a energía eléctrica consumo de energía eléctrica se plantea y se modeliza le dan diferentes expresiones formula preguntas eso es muy interesante en este autor. Demidovich tiene aplicaciones, muchas aplicaciones complejas de Análisis Matemático. También me gusta mucho Rabuffetti, me gusta Venturini, me gusta menos, muy poco pero bueno, sirve por ahí como para una introducción del Análisis... {R.53}.*

*... (...) ... A mí me gusta particularmente que sea un modelo, digamos, que cuente un poco, que al chico lo introduzca en el problema, no en el Análisis. Me gusta que cuente el problema, el modelo, a qué refiere. Por ejemplo, si se trata de la energía eléctrica diga bueno, en la Ciudad de Gualeguay... más allá de que siempre trato de modificarlos un poco para que no sean tal cual Larson, a veces sí y a veces no, como decía en el caso de la energía eléctrica nuestra empresa se llama ENERSA, y la empresa tiene una fórmula que representa el consumo de energía eléctrica con una determinada expresión, y que a partir de ahí primero se introduzca*

*al problema, para que el estudiante piense en el problema y no piense en lo que va a aplicar... (...) ... los estudiantes requieren o necesitan recurrir a varios elementos, objetos e instrumentos de Análisis Matemático, o sea, si dentro de esas situaciones problemáticas o modelos se tiene que trabajar para responder una pregunta con límites, derivadas, o para optimizar, por ejemplo, qué es lo más común, es mucho mejor. {R.54}.*

Al ser consultada respecto de cuáles son esos elementos, dispositivos, tipos de construcciones o de representaciones que hacen a la enseñanza del Análisis Matemático en sus clases en el aula y, justamente, referido a resolución de problemas, la manera en que se representa, comunica, operan, y los procedimientos que realizan en el aula, la profesora comentó acerca de distintas formas de registro semióticos:

*Yo creo que lo más importante es aquello que se expresa coloquialmente primero en palabras que los chicos del profesorado nuestro alumno lo puedan luego representar en diferentes formas, gráfica, analítica, expresar fórmulas, que puedan responder preguntas de esos modelos que tengan que ver con el problema en sí. nosotros más allá de no pensar la fórmula para encontrar la respuesta, que esas fórmulas sean mecanismos para llegar a respuestas y que no sea sólo una aplicación de fórmula que tengan un objetivo posterior a la resolución de la fórmula... (...) ... Creo que necesariamente depende de la resolución, ¿no?, de qué necesite para responder y que pueda trabajar teniendo la capacidad de trabajar con una tabla con un gráfico con construcciones analítica o coloquiales de esa situación, de ese modelo, que se pueden extraer de datos, que cuente con las herramientas para poder extraer datos sabiendo que ese dato se puede aplicar o puede llevar a responder la pregunta al construir una fórmula para obtener la respuesta. {R.55}.*

Mencionó que se hacen presente algunos protocolos por los que ella introduce el trabajo mediante resolución de problemas haciendo algunas explicaciones, resuelven primero problemas modelo, y les va indicando a sus estudiantes cómo llegar, cómo resolver; escriben, anotan, definen, entre otras actividades de aula:

*Por ahí en el profesorado particularmente yo trabajo siempre con conceptos inicialmente. Si bien mucho más estructurado, primero se trabajan los conceptos y después me gusta verla aplicabilidad del concepto, porque en ese lugar yo considero que los alumnos deben conocer el concepto de Límite como es disciplinalmente, en la ciencia, el concepto de derivada también pero sí también debe conocer cómo aplicar eso, cómo se trabajaría en el nivel secundario... (...) ... por ahí ellos ya tienen una formación, particularmente como yo les enseñé Didáctica, también la asignatura Didáctica, ya tienen una forma de trabajar los problemas, o las situaciones problemáticas, los modelos, entonces es como si ciertas pautas ya las tienen establecidas de antes, han adquirido una forma de resolver situaciones problemáticas de construir modelos entonces generalmente los chicos responden y trabajan de esa manera...{R.56}.*

*... (...) ... generalmente, como decía, trabajamos el concepto, la definición, las restricciones o implicaciones de estos conceptos y después sí trabajamos la aplicación en contextos reales en alguna disciplina que requiera del Análisis matemático para responder preguntas. Pero ellos saben que no sólo esa abstracción de fórmulas, esa resolución, sino que después habrá algunas situaciones problemáticas en los desarrollos de contenidos. Sobre todo,*

*porque siempre nos estamos preguntando qué ocurre en el nivel secundario y es eso algo que debe tener siempre todo alumno de profesorado. El alumno siempre tiene que mirar el área disciplinar, la rama de la Matemática, siempre la tiene que mirar más allá de tener o no un contenido más profundo de lo que es el Análisis tiene que siempre mirar cómo va a trabajar nivel secundario. Siempre tiene que estar esa mirada... {R.57}.*

*... (...) ... siempre es necesario la lectura de la parte coloquial que introduce el análisis del problema, se lee lo que dice los datos que se ofrecen, datos que sirven y datos que no para responder a la pregunta tener muy en cuenta que es lo que se está preguntando. Lo que hay que pensar es que lo que se está diciendo lo que está preguntando específicamente no es una fórmula, sino que es una pregunta que generalmente está asociada al problema, entonces en función de esa pregunta que tenemos es necesario tener bien en claro que es lo que se pregunta y luego se pueda transpolar. Si me está preguntando, o el modelo refiere por ejemplo, a una función cuadrática, si está preguntando el máximo, tengo que saber que debo calcular el vértice de la parábola y el chico primero tiene que saber que lo que te está preguntando está relacionado con máximos valores que se pueden tomar y luego que lo tendrá que relacionar con una fórmula del vértice, o si está preguntando aunque no lo diga específicamente acerca de las raíces, o si por ejemplo el problema tiene que ver con productividad, con ingresos, costos, donde se trabaja mucho en Análisis Matemático lo que está preguntando si es la ganancia nula hay que trabajar con raíces de una función pero primero como decía tiene que estar sabido que es lo que se pregunta y luego viene poder relacionarlo con el contenido matemático... {R.58}.*

*... (...) ... Generalmente lo trabajamos así. La forma más sencilla de resolver el problema es leer, extraer los datos, ver qué es lo que pregunta el problema con qué concepto o con qué objetos matemáticos se puede dar respuesta de eso, qué tengo que aplicar, qué tengo que hacer o se puede hacer de forma matemática para responder la pregunta... (...) ... Generalmente resolvemos algunos en el aula, conmigo, desde los libros que trabajamos por ejemplo Larson que capaz tiene un ejemplo en el desarrollo luego tiene muchos para trabajar y para resolver para entregar a los estudiantes... (...) ... trabajamos un concepto en el aula algún día hacemos alguna que otra aplicación específica y luego vamos a resolución de problemas y generalmente tienen para la clase siguiente que presentar dudas de algunos de los problemas que se le haya dado en los libros. {R.59}.*

La profesora mencionó que en esos libros o materiales que utiliza para enseñanza mediante RP, algunos presentan de manera explícita pasos, o recomendaciones de cómo resolver pero que muchas veces es ella la que interviene para señalar posibles caminos para solucionar la situación problemática planteada, anotaciones, recomendaciones que ella formula; al respecto sintetizó cuáles son las etapas básicas que ella considera importantes de tener en cuenta al momento de resolver:

*A veces sí, a veces no, por ahí los libros de Cálculo por ejemplo de Larson tienen algunas respuestas que se presumen ya sabidas, entonces hay pasos que se saltan. A mí me gusta por ejemplo, no necesariamente en resolución de problemas si hay una fórmula que tiene muchos pasos que se saltan me gusta preguntarles cómo llego ahí, que los chicos puedan decir cómo se llega hasta ahí a través de demostraciones si se parte de algo escrito coloquialmente y que luego tengo que desarrollar en forma analítica, que hay que encontrarle esos desarrollos analíticos, es interesante que el chico se dé cuenta él mismo, cuáles son esos pasos, cómo se llega a esa fórmula, que se va aplicando, qué propiedades aparecen... (...) ... voy preguntando algunas veces, preguntando para llegar al objetivo que tiene... (...) ... particularmente a mí me gusta que sepan qué es lo que se hace matemáticamente. Por ejemplo, no me gusta la idea de*

*pasaje de término, me gusta que se diga que se aplica propiedad uniforme, que quede en claro conceptualmente que no se dice repartir sino aplicar la propiedad distributiva respecto de la multiplicación. O sea, que el chico sepa qué está aplicando matemáticamente, el alumno del nivel superior, ¿no?, que el alumno sepa lo que está aplicando... {R.60}.*

*... (...) ... ¿Los pasos que considero yo necesarios? Bueno, si necesariamente la lectura de lo escrito coloquialmente, de lo que está en forma coloquial, ¿no?, esa lectura debe estar, luego extraer datos de esa misma lectura de lo que informa el problema porque los problemas cuentan algo, dan datos, y lo que importa es saber de todo eso qué sirve para responder la pregunta, y obviamente después leer bien la pregunta, entonces ahí planteamos qué nos pregunta; luego con qué objeto con qué concepto matemático se puede responder; si bien la Matemática está estructurada para que uno trabaje algunos conceptos algunos contenidos a desarrollar y después aplica esos contenidos y de esos contenidos por ahí las respuestas son medio obvias, pero no necesariamente, a veces no, a veces... (...) ... ver cómo se resuelve la pregunta y si siempre habrá que relacionar con concepto. Siempre es necesario institucionalizar. {R.61}.*

La profesora informante comentó que con estudiantes de nivel superior siempre se busca la reflexión posterior a la RP, y agregó que al interesarle a ella la enseñanza por modelización para resolver problemas de Análisis Matemático existen algunas formas de representación que utiliza o le interesa utilizar más frecuentemente tales como ciertos tipos de ecuaciones, análisis gráfico, lenguaje coloquial, fórmulas, tablas descripciones:

*Si. Como una reflexión, si por ahí nosotros con el alumno de nivel superior si no responde también lo que hay que preguntarse, lo que hay que tener en cuenta es reflexionar bueno, a esto lo resolví así de esta forma y tengo que tener en claro por qué se resolvió esta forma porque en el aula de la escuela secundaria las tenemos que tener en claro para poder trabajarla para transformarlas... (...) ... Siempre lo que está dado en forma coloquial lo que se dice coloquialmente es siempre importante para que los alumnos puedan interpretar aquello que se dice y aquello que estaban palabras cómo interpretarlo o cómo expresarlo en otras formas, en forma matemática. Ya sea porque lo represente gráficamente, porque le busqué la fórmula, o porque es una tabla de valores donde relacione distintos valores de dos variables... {R.62}.*

*... (...) ... Creo que es una conjunción de todo eso. El alumno de nivel superior tiene que tener la capacidad para qué aplicando cualquier forma de representación llegue a la respuesta... (...) ... A veces, por cuestiones de tiempo se termina trabajando una sola, pero se podrían trabajar varias. Lo que importa es que el alumno tenga la capacidad de trabajar en forma coloquial en el profesorado o en forma analítica y que después en el secundario tenga también la capacidad de trabajar con una tabla de valores. Si por ejemplo trabaja funciones con una representación gráficamente y desde ahí responde preguntas en forma coloquial, que sean necesarias para ese problema... (...) ... Por ejemplo, si estás trabajando funciones, es por ahí como muy sencillo mirarlo gráficamente, pero es bueno que el chico se pregunte qué ocurre por ejemplo en un recorrido de un espacio a determinada velocidad, que el chico pueda ver que si me estoy preguntando a qué velocidad iba a las 5 hs de haber hecho, iniciado, sepa que en un gráfico tiene que irse a un punto, a un par ordenado que relacione las 5 hs. con la velocidad a la que iba. {R.63}.*

A propósito de la comprensión en el trabajo por RP mediante representaciones y los cambios o transformaciones que se deban hacer para mejorar lo que se comprende la profesora dijo que los registros gráficos presentan mejores beneficios al respecto:

*Sí, sí, a veces creo que la forma gráfica es la que por ahí nos despeja muchas dudas de forma coloquial se puede llegar a una fórmula o una expresión analítica pero no siempre la forma analítica se comprende por tanto es necesario expresarlo gráficamente, como decía los recorridos, los espacios las áreas, si optimizo un área, por ejemplo, es mucho más fácil mirarlo a través de un gráfico ... (...) ... a veces lograr expresiones más sencillas de ecuaciones más sencillas permite interpretar más fácil, por ejemplo, al trabajar área, cuando se busca un área bajo una curva siempre es más fácil pensar al área como área de una superficie, que relacionarlo directamente con un concepto. Por ejemplo, al buscar la integral, al obtener la integral de un espacio, es un problema complejo por ejemplo con números irracionales, pero si se lo lleva a números enteros o naturales, es más fácil darse cuenta. {R.64}.*

#### **III.4. Técnica de resolución en voz alta (TRVA).**

La profesora informante exhibió un escrito impreso del enunciado de la situación que expondría en la clase en la que trabajaría el concepto de integral definida. El mismo se titula mediante una pregunta, *¿Cuándo gana el consumidor?*:

##### *¿Cuándo gana el consumidor?*

Generalmente cuando hablamos en términos económicos, decimos que hay pérdida o ganancia en función de que la diferencia entre el dinero que tenemos y los gastos sea un valor positivo o negativo. Pero es necesario que nos preguntemos, ¿se puede obtener ganancia sin dinero tangible?

Supongamos que una familia está acostumbrada a gastar una cantidad de dinero en alimentos y de pronto se reducen los precios de los bienes que consume normalmente. Entonces esta familia gastará menos en dichos productos lo que significa que la familia tendrá una mayor disponibilidad de dinero que podrá ahorrarlo o gastarlo en otros bienes o servicios.

Si en un mercado la producción de bienes aumenta de tal manera que el precio disminuye, entonces todas las personas que venían consumiendo dicho producto se benefician porque pagarán menos que antes. ¿Cómo definimos esto que acabamos de decir?

Si un consumidor paga un producto a un valor menor que el que suele pagar, esa diferencia se denomina Excedente del consumidor

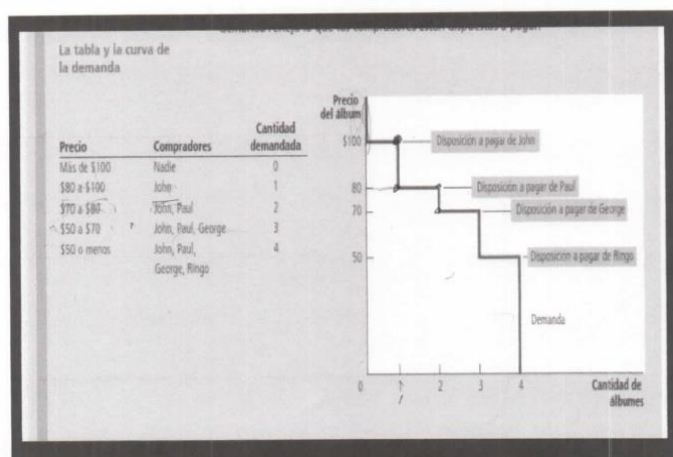
El excedente del consumidor tiene una estrecha relación con la curva de demanda del producto.

{R.65}.

La profesora dijo que propuso para la clase el concepto de integral definida el cual trabajará vinculado al concepto de excedente del consumidor. Para ello, expresó que los/as estudiantes conocían lo referente a integrales como único tema de conocimiento previo y que la noción de excedente se puede mencionar en el momento en que se desarrolla la clase. Al ser consultada respecto de cuál era su intervención en la misma respecto de cómo gestionaría la enseñanza comentó que considera necesario dar esas explicaciones:

*Esta clase consiste en trabajar el concepto de excedente del consumidor a través de la definición de integral. Entonces, inicialmente tenemos el enunciado para contar primero y que los estudiantes comprendan cuándo hablamos de excedente del consumidor... (...) ... Sí, y saber también la definición de función de oferta y de demanda para tener mínimamente una idea, pero de todas maneras no era absolutamente necesario que lo supieran porque se los puede mencionar en el momento... (...) ... Empezamos con una introducción en la que mencionamos en qué momento gana un consumidor cuando hay una oferta. Acá lo que se explica es que un consumidor acostumbrado a gastar siempre el mismo monto para un determinado producto, siempre en casos modelos, en el caso en que ese precio se reduce, el consumidor tiene una “ganancia” que no siempre ve... (...) ... Si porque el concepto de excedente del consumidor es muy comp... (aparentemente intentó decir que era complejo), es necesario explicar antes en qué circunstancias un consumidor obtiene un excedente. {R.66}.*

La docente informante exhibió un gráfico a continuación, en el que se observa una curva de demanda, del que dijo que entregaría en la clase en versión impresa. El gráfico, se encuentra acompañado de una tabla con los valores referidos a precios, cantidad demandada, y a compradores:



¿Qué información podemos extraer?

.....

.....

{R.67}.

Al ser consultada respecto de cómo haría la profesora para enseñar ese problema comentó que lo haría mediante la introducción del gráfico, proporcionándoles a los/as estudiantes los datos, analizando la forma en que se graficarían dichos datos, y mediante preguntas que ella haría, que antes de resolver el problema les da instrucciones para que lean la información gráfica primero, del mismo:

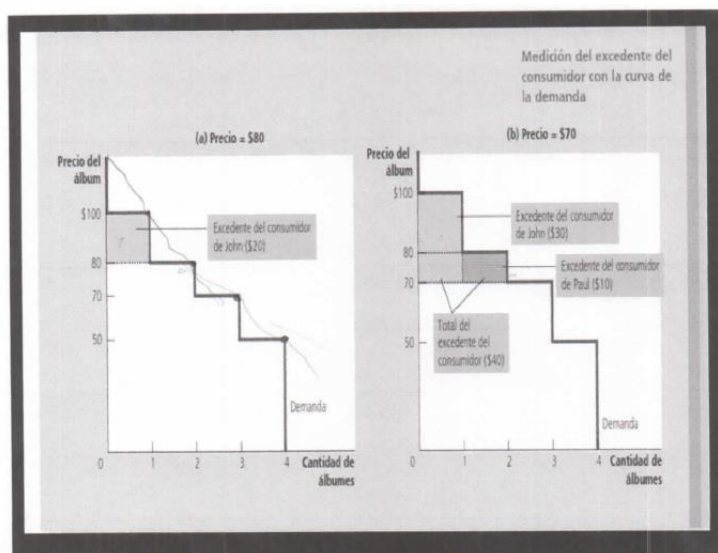
*Bueno, con una introducción como esta, y luego lo que hago es agregar una gráfica que contiene un ejemplo donde hay una tabla y una curva de demanda. Acá vemos los precios, los compradores y las cantidades demandadas. En el gráfico se ven representados los datos de la tabla... (...) ... Sí, y le agrego preguntas como por ejemplo ¿qué información podemos extraer?... (...) ... para que hagan un análisis primeramente con un ejemplo sencillo de los casos en los que hablamos de excedente del consumidor. La idea es que desde el gráfico puedan extraer para el caso lo que ocurre con la venta de álbumes, representados en el eje de las "Y", si se venden a más de \$ 100, si están entre \$ 80 y \$ 100, vemos que hay un solo interesado que es John, y estos puntos serían los que unen la relación entre los pesos y los álbumes en las cantidades demandadas. Si en lugar de observar el precio entre \$80 y \$100 miramos lo que ocurre entre \$70 y \$80 vemos que ya hay más de un comprador interesado, ya no solo John sino también Paul, y así toda la disposición gráfica. {R.68}.*

La profesora expresó que lo que hace al trabajar con los/as estudiantes dichos contenidos, para vincular el gráfico con el enunciado, es observación y análisis y ella mientras tanto atiende las respuestas o intervenciones de los/as alumnos/as respecto de posibles respuestas:

*Partimos del enunciado, y de la idea que yo les ejemplifico, ellos observan el gráfico en el que ven cuando alguien está dispuesto a pagar por un producto cierta cantidad de dinero, y gana, o sea tiene un excedente ese consumidor cuando ante un producto que pensaba pagar 80 y termina pagando 70. Hago que ellos vayan asociando la introducción que tenían inicialmente con la reducción del precio de algunos productos que consumen habitualmente, tendrían un excedente. La idea es que puedan observar y analizar los datos de la tabla con los datos graficados... (...) ... La idea es que puedan analizar la disposición de la curva de valores a pagar por cada comprador en relación a la cantidad demandada y los precios. Pueden ver cuánto están dispuestos a pagar los consumidores como máximo. Es importante que sea sencillo el ejemplo, con pocos consumidores. {R.69}.*

Presenta a continuación un segundo esquema acompañado de la pregunta *¿qué conclusión se puede extraer de los gráficos?* Aclara que los/as estudiantes no tienen que construir gráficos cuando ella propone inicialmente estos contenidos a enseñar. Al ser consultada respecto de la formulación del enunciado, señaló que

algunas veces los construye ella pero que en otros momentos busca en la Web y luego los reformula. Añadió que resulta más comprensible incluir enunciados originales propiamente redactados por ella para la clase. Considera que ese agregado es un beneficio, redactar algo por escrito para leer y luego dialogar es mejor que simplemente introducir el tema mediante análisis de gráficos:



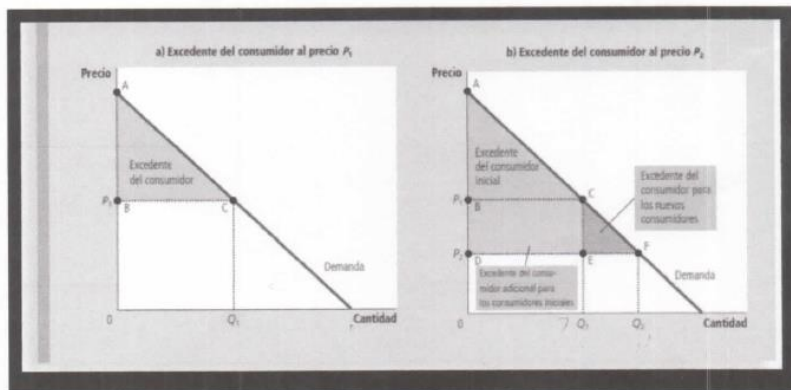
¿Qué conclusión puedes extraer de estas gráficas?

{R.70}.

*Si, acá se los aporito yo porque es una clase solamente para analizar. Pretendo que luego puedan a partir de un ejemplo llegar a generalizar... (...) ... En este caso busqué en la Web algunos materiales y encontré en versión PDF las imágenes. Luego, a partir de ellas redacté la introducción escrita para enseñar aprovechando las imágenes. Me parece que es una manera de hacer más comprensible lo que pretendo enseñar, me pareció más interesante... (...) ... creo que la lectura y el diálogo previo colaboran en comprender y en analizar un poco más lo que estaremos analizando. Después el gráfico afianza lo que venimos diciendo. {R.71}.*

La profesora informante exhibe un tercer gráfico, acompañado de algunas preguntas:

*En este ejemplo había pocos consumidores, pero ¿qué pasaría si fuesen millones? ¿Cómo quedaría determinada la curva de demanda? ¿Cómo podríamos averiguar el excedente del consumidor si fuesen millones de consumidores relacionados con millones de precios?*



{R.72}.

La profesora explicó el contenido gráfico y señaló que a medida que aumenta el número de consumidores podría determinarse una curva que ya no es escalonada sino una línea recta. Dijo que los/as estudiantes en ese momento solamente requieren contestar a partir del concepto de integral:

*En el gráfico sí se muestran los excedentes y se hace una gráfica general en la que se unen los puntos entre las cantidades demandadas y los precios, recta de ajuste o de regresión sería. Eso es con una cantidad de consumidores que podemos saber quiénes son (Paul, John...). (...) ... Exactamente, por eso es que en este momento surge una pregunta que nos interpela respecto de cuál sería el comportamiento si los consumidores fueran millones y cómo quedaría determinada la curva de demanda... (...) ... La idea es que ellos a partir del concepto de integral, viendo áreas de los rectángulos y los excesos o defectos en el gráfico, porque acá tomo la línea por encima de los rectángulos (señala con lápiz una curva a pulso similar a una recta uniendo los puntos del gráfico anterior), puntos de la relación entre precios y cantidades demandadas, a medida que se aumenta el número de intervalos hacia el infinito, a indistintos rectángulos, para decirlo de alguna manera, ellos conociendo el concepto de integral se darán cuenta que las regiones geométricas de excesos y defectos para la curva se compensan.* {R.73}.

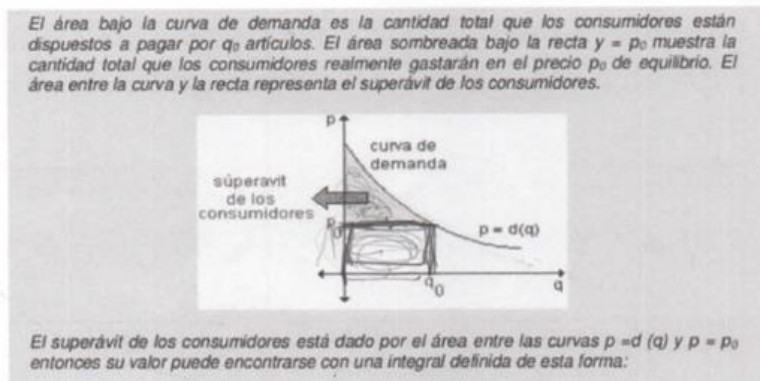
Ante la pregunta respecto de si la profesora parte de un ejemplo para aplicar un concepto o idea que no esté tan directamente relacionada con Análisis Matemático y luego hace que lo comiencen a relacionar con conceptos de Análisis Matemático indicó que sí: *Exactamente. Vemos ahí que el concepto de integral es el mejor para definir el concepto de excedente del consumidor.* {R.74}.

La profesora presentó a continuación un pequeño texto seguido de un gráfico en el que se observa una curva diferente a la mostrada en el ejemplo con el que desarrollaría el concepto de excedente del consumidor. Señaló una fórmula o expresión integral y a su vez una región demarcada como un área entre la misma curva, el eje de las ordenadas y una línea paralela al eje de las abscisas. Marcó

también una región gráfica rectangular por debajo de la región anteriormente señalada.

*Si generalizamos, podemos decir que el excedente del consumidor queda determinado por el área entre la curva de demanda y el precio del mercado. ¿Qué definición podemos utilizar entonces para calcularlo?*

*Esto podría ser expresado a través de encontrar la Integral.*



$$EC = \int_0^{q_0} [d(q)]dq - q_0 \cdot p_0$$

Donde  $q$  es una función de demanda con precio de equilibrio  $p_0$  y demanda de equilibrio  $q_0$

*Acá el área es la que se encuentra en el intervalo bajo la curva a la que hay que restarle el área del rectángulo de abajo. {R.75}.*

Ante la pregunta respecto de si a todo lo que se propone trabajar con las/os estudiantes lo pueden ir graficando en el momento o es parte de lo que la profesora les enseña y expone en un gráfico predeterminado, la misma respondió:

*Sí, para este caso yo lo hago en el pizarrón y ellos observan enseguida que deben trabajar con áreas bajo la curva que se restan. Una vez que ven eso, se aclara que el excedente del consumidor es la integral como dije, del área bajo la curva (señala con lápiz el primer término de la expresión integral), menos el área en el intervalo de interés del rectángulo (muestra tocando el rectángulo al que se refiere y señala el segundo término de la expresión integral escrita). Obviamente, con un valor  $q_0$  que es la demanda en el punto de equilibrio entre el valor o precio de equilibrio y la demanda. Por eso  $q_0$  y  $p_0$  (señala los componentes del producto del segundo término de la expresión integral). Acá se los escribí porque yo no sé si lo saben o no lo referido a equilibrio que es donde se interceptan la curva de demanda y la curva de oferta. Una vez visto eso lo que hacemos es trabajar dos nuevos ejemplos sencillos que son más que nada de aplicación. {R.76}.*

Precisamente respecto de la pregunta si sugiere una manera analítica para formular expresiones, o en lo referente al pasaje desde los gráficos que la profesora presentaría inicialmente con la expresión de la integral de excedente de consumo, conociendo el concepto de integral definida, a la interpretación gráfica, señaló:

*Bueno, la fórmula ya está escrita, yo también les doy una fotocopia en la que la podemos ir viendo. Ellos ya trabajaron áreas bajo una curva y saben que en este caso el área bajo la curva no es el de una curva cualquiera sino el de demanda, y es la integral de la función de demanda (señaló en el gráfico a medida que explicaba y mencionó los elementos que componen la expresión integral). {R.77}.*

Agregó que para el caso descrito es necesario partir desde cero hasta  $q_0$ . Dijo que en la integral el producto  $d(q)$  por el diferencial  $dq$  se relaciona con la región de área de interés, y que  $q_0$ , y  $P_0$  representan el área del rectángulo que no debe considerarse, puesto que no forma parte del concepto de excedente del consumidor. Al preguntarse si las/os estudiantes deberían calcular a partir de la integral definida propuesta y la forma en la que continuarían ellas/os aprendiendo respondió:

*Bueno, luego, como decía les doy dos ejercicios sencillos en los que trabajan la fórmula de integral para el excedente de consumo. Agrego la expresión de demanda y les solicito que piensen cómo llegar a conocer el excedente de demanda para valores particulares en los que deberán reemplazar, conociendo los valores de equilibrio para poder aplicar la integral. {R.78}.*

La profesora presentó ambos ejercicios de manera escrita frente al tesista observador. Ante la pregunta acerca de cómo se resolvería lo presentado, la profesora comenzó a escribir y dijo en voz alta que: *Acá primero hay que reemplazar  $p$  que es igual a -85, menos 4 por 5... (escribió hasta resolver completamente el problema). {R.79}.*

1) Supongamos que la función de demanda de un determinado producto que saldrá a la venta es  $p = 85 - 4q - q^2$ , ¿Cómo es posible hallar el excedente del consumidor si  $q = 5$ ? ¿Y si  $p_0 = 64$ ?

2) El mercado de vino está representado por las siguientes curvas:

$$Q = -160 + 0,2p \Rightarrow q + 160 = \frac{0,2}{5} p$$

$$5q + 800 = p$$

$$q - 900 = -0,2p$$

$$-5q + \frac{900}{5} = p$$

$$p = 85 - 4 \cdot 5 - 5^2$$

$$p = 85 - 20 - 25$$

$$p = 40$$

$$Q = 900 - 0,2p$$

$$\int_0^5 (85 - 4q - q^2) dq - 200$$

$$\left[ 85q - 2q^2 - \frac{q^3}{3} \right]_0^5 - 200$$

$$425 - 50 - \frac{125}{3} - 200$$

{R.80}.

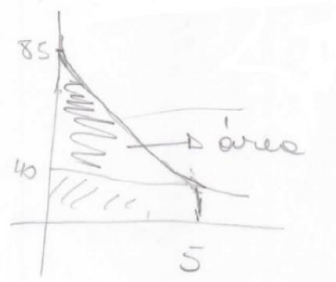
Hasta terminar de resolver la integral la profesora informante va diciendo en voz alta los cálculos que simultáneamente escribe de acuerdo a las sustituciones de datos en la expresión integral, y al ser consultada respecto de si les dice a las/os estudiantes que deben recurrir al concepto de integral para que puedan comprender lo que les explica, y las intervenciones que la docente hace para que resuelvan (por ejemplo el segundo ejercicio exhibido transformado en problema), si tuviera que hacerles alguna recomendación, guiarlas/os, o colaborar para que adviertan lo que tienen que hacer, respondió:

*Eso sería para calcular el excedente del consumidor. Para cualquier relación de demanda entre el precio de un producto y la cantidad demandada, siempre considerando que la demanda es entre 0 y 5, se puede saber... (...) ... Obviamente, conociendo la fórmula es cuestión de ir extrayendo los datos. La pregunta "¿cómo es posible...?" implica que los estudiantes se pregunten cómo deberían calcular. No se pide solamente hallar el excedente del consumidor, ellos necesitan saber que aplicarán la fórmula, pero también que tienen datos por ejemplo de demanda, y no se tienen algunos datos por ejemplo de precio cuando la demanda es 5. Tienen que obtener ese precio. {R.81}.*

Ante el supuesto de que la docente deba hacer énfasis en algunas recomendaciones, o aspectos que les señalaría para orientarlas/os en lo que deberían atender, prestar atención, para guiarlos/as, para marcar posibles errores, indicó que recomendaría que miren bien los datos, y agregó:

*Lo más común es preguntarles primero si tenemos todos los datos para trabajar con el concepto de exceso del consumidor. Ellos necesariamente van a encontrar que falta el precio. En este caso no se pide, pero podría recomendarles que hagan un gráfico. Les mostraría que se trata de una función cuadrática (comienza a hacer un gráfico a pulso partiendo por los ejes coordenados y la ubicación de un punto al que le asigna el valor 5 en el eje de las abscisas). Les diría que solamente necesitan tener algunos datos entre 0 y 5 para graficar solamente esa parte de la curva. Cuando q vale 0 p vale 85, es decir que parte de 85. Eso queda acá arriba (señala un punto en el eje de las ordenadas al que le coloca el valor 85). Como es cuadrática el gráfico es un pedacito de una parábola, es una curva, no es lineal. {R.82}.*

La profesora dijo que las/os ayudaría a representar la curva y que encontrando el valor de p se darían cuenta que es 40. Señaló una región en el gráfico y lo pintó en su interior con lápiz negro.



Luego, en el ejercicio 2 también tienen que calcular el excedente, pero la diferencia con el primero es que se daba la curva de demanda, y se daba el dato. En este caso se dan solamente las curvas de demanda y de oferta. {R.83}.

A propósito de lo que los/as estudiantes deberían hacer para resolver el problema propuesto, la profesora dijo que deberían identificar la curva de demanda, y que ellas/os saben que a mayor demanda es menor el precio. Indicó que entonces como se ve gráficamente la curva es decreciente. *En este caso son dos líneas rectas, por lo tanto, me doy cuenta que la que es decreciente va a ser esta* (señaló y subrayó la ecuación a la que hacía referencia). {R.84}.

Para resolver el problema 2, de los propuestos por la informante, la profesora continuó realizando un gráfico similar al anterior y explicó que en él está  $q$  en función de  $p$ . Explicó que, entonces a la hora de graficar los ejes se van a considerar al revés. Dijo que sobre el eje de las “x” iría siempre la cantidad demandada y sobre el eje de las “y” siempre iría el precio. Explicó, además, que debe despejar de la primera ecuación la expresión de  $p$ , y que ello queda 160. Escribió la ecuación “despejada” o explícita de  $p$  en función de  $q$ . Rectificó entonces el valor que anteriormente había determinado como 160 y dijo que en realidad sería 800. Lo marcó en el gráfico sobre el cual estaba trabajando: *800 más 5 q, entonces es creciente*. (Despeja en la segunda ecuación y a su vez grafica las ecuaciones).

Al graficar advirtió que la intersección entre ambas rectas quedó en el segundo cuadrante del sistema cartesiano de ejes y aclaró que eso no debió ocurrir porque siempre en las funciones económicas las partes negativas no se pueden tomar, porque hacen referencia a precios y cantidades. Aclaró que el error se debe a haber graficado a mano. *Acá los chicos para encontrar el punto de equilibrio tienen que saber que lo que se debe hacer es igualar*. (Comenzó a realizar la igualdad de la que habló). *Nos queda*

160 más un quinto  $q$ . (Encuentra el precio de equilibrio  $p = 2650$ ). Quedaría determinar  $q$ . (Obtiene el valor  $q = 370$ . Explica y escribe que la integral debe calcularse entre 0 y 370). Ellos tienen que observar que la función de demanda es decreciente (recuadra la expresión de la que hace referencia. Dijo en voz alta: *menos 5  $q$  más 180 diferencial  $q$  menos 370 por 2650*. Simultáneamente escribe con esos valores una expresión integral). *Acá si ellos quieren pueden aplicar partida la integral aplicando la propiedad.* {R.85}.

Al ser consultada respecto de los contenidos que la profesora informante explica, por ejemplo, integral partida, Regla de Barrow, y la forma en que lo hace habitualmente, la docente dijo que para el caso es indistinto mientras lleguen a la solución, y agregó:

*... a algunos les da más seguridad aplicar la propiedad distributiva. Acá se pide que grafiquen la curva de demanda y la curva de oferta y que digan cómo resuelven. Ellos tienen que ver que " $q$ " está sobre el eje de las " $x$ " y que " $p$ " está sobre el eje de las " $y$ ".* {R.86}.

Comentó que todas esas serían aclaraciones que ella haría mientras enseña:

*... (...) ... sí, implica que ellos escriban cómo lo hacen, la idea es que respondan que la curva de demanda es esta, porque es decreciente, cuya pendiente es negativa, aunque acá está la de demanda en función del precio. Tienen que explicar por qué es esa la curva de demanda y no la otra. La curva de oferta siempre es creciente. (Lee a continuación la pregunta siguiente del mismo problema referida al punto de coincidencia entre ambas curvas). Acá pueden aplicar cualquier método de resolución de sistemas de ecuaciones. El "es posible" permite preguntarse a ellos mismos acerca de cómo obtener la respuesta que no es lo mismo que diga "determinar el punto" como algo directo, sino que ellos se lo planteen, la pregunta ya es distinta.* {R.87}.

Ante la consulta por si aquello que la profesora busca es que no haya respuestas directas, sino que antes las/os estudiantes tengan que pensar algo, y acerca de cómo hace ella para que comprendan sus intenciones de conducirlos a analizar y a reflexionar, contestó:

*... (...) ... en el primero de excedente del consumidor buscábamos utilizar la fórmula, lo que luego les pido ya involucran otras cosas... (...) ... bueno, porque acá lo dice, en la pregunta, y nosotros tenemos dos funciones donde relacionan la cantidad demandada y el precio y ellos sabiendo, teniendo conceptos de Álgebra, saben que el momento en que coinciden ambos es a partir de resolver un sistema de ecuaciones. Los estudiantes conocen los métodos y están en condiciones de aplicarlos. Aplican otros contenidos que no son necesariamente de Análisis. Y bueno, el excedente del consumidor implica calcular la integral.* {R.88}.

En el momento en que se le preguntó qué recomendaciones hace ella cuando los/as estudiantes resuelven problemas en su clase, y si considera necesario hacer dichas recomendaciones, entregarles gráficos, hacer colectivamente gráficos, tablas, y respecto de la manera en que lo considera, si fomenta e intenta distintas formas de graficar, respondió que:

*Sí, depende del problema, de lo que necesiten averiguar, del tipo de preguntas, en este, si ellos querían graficar necesitaban el punto de equilibrio, más allá de poder graficar y darse cuenta desde el gráfico. Por ahí la gráfica aclara mucho... (...) ... sí, graficar es bueno, aunque algunas veces lo resuelven enseguida de manera analítica. A mí me gusta ver primero en el gráfico... (...) ... sí, que atiendan a la ecuación, a los métodos analíticos y todo lo que sea posible para resolver el problema. Que puedan ver, que analicen todas las formas de representación que tienen disponible, una tabla de valor, que puedan analizar en ellas y reconocer en un gráfico algunos puntos específicos tales como la ordenada al origen que sería para nosotros la constante, el punto de equilibrio, y además porque lo necesitan. En la gráfica se observa por ejemplo el área del rectángulo que tenemos que restarle al área bajo la curva. Más allá de que lo tienen ahí, se ve gráficamente. Estos son sencillos. {R.89}.*

Aclaró que los problemas que mostraba, sugeridos a resolver, serían los primeros que aplicarían al concepto de integral definida:

*Sí, por eso son sencillos. Hay otros problemas de Análisis donde necesariamente para encontrar el área bajo la curva, la gráfica es la que va a dar sí o sí los puntos y ayudar a darse cuenta por ejemplo cuáles son las áreas que se restan, o los intervalos de integración. No es lo mismo que yo haga la curva que está por encima y le reste la curva que está por debajo a si hiciera al revés. Por ahí trabajando de forma analítica la función no te das cuenta salvo que sean una lineal y una cuadrática, pero si son de grado mayores, 3 o 4, no es tan simple. {R.90}.*

### **III.5. Transformación de un problema en ejercicio (TPE).**

La profesora presentó un problema adicional e hizo algunas aclaraciones al respecto, mencionó que hasta ahí se describía el segundo de los problemas propuestos. Dijo que el problema siguiente a presentar fue extraído de un libro y ella misma lo modificó para que adquiriera características de ejercitación:

*... (...) ... los anteriores eran para que ellos puedan ingresar a lo que es la fórmula, tomar los primeros conocimientos, adaptarse a la estructura de la fórmula... este sí, ya, si bien es sencillito la idea es que acá ellos construyan la fórmula, y no que la tuvieran dada como en*

los ejercicios anteriores... (...) ... la fórmula está en un libro de Venturini, no me acuerdo ahora cuál es la fórmula, pero veamos. Este es 80 menos 3 (comienza a resolver viendo valores de una tabla a medida que completa en la columna de precios. Muestra cómo va obteniendo los valores a medida que construye la fórmula o ley mediante la cual se pudieron obtener esos valores). {R.91}.

Agregó:

*En el libro de Venturini decía directamente las dos fórmulas, de oferta y de demanda, y ellos tienen que calcular el excedente. Lo que yo hice fue indagar en internet y ver tipos de problemas, por ejemplo, los que hablaban de celulares, traté de relacionarlo con algo nuestro, algo de la actualidad, obviamente que entonces los datos comienzan a no ser verídicos, no sé si son verídicos, pero tienen que ser significativos. (Lee el enunciado). {R.92}.*

Cuando se le consultó respecto de si lo que acababa de mostrar se trataba de un enunciado construido por ella y acerca de si considera necesario crear enunciados, y si trata de relacionarlo con lo visto en los problemas anteriores, contestó que sí:

*Sí, lo escribí yo. Primero porque vos le das un contexto a una forma, y lo mejor es relacionarlo con algo de la realidad, los celulares son el boom en este momento, son un bien necesario hoy en día, y hay una necesidad de estar siempre actualizándose con el modelo. La idea es que tenga sentido, ver que al querer actualizar el modelo de un celular baja el precio de un modelo anterior. Eso tiene que ver con lo que yo les planteo anteriormente, ¿no?... (...) ... les hago ver qué es lo que quiere hacer la empresa. {R.93}.*

En lo que concierne a la forma en que la profesora presentaría la consigna y ante la pregunta referida a cuáles de los aspectos que contiene el problema pertenecen a Análisis Matemático y los requerimientos de dicho problema de tal asignatura, la docente informante contestó:

*Les planteo la situación y a partir de eso comenzamos a trabajar. Si, en la tabla de valores lo que hice fue encontrar los valores a partir de la fórmula e ir escribiendo nada más. Podría haber puesto algunos valores sí y otros no... (...) ... primeramente, el hecho de trabajar con distintas representaciones a analizar. A partir de los datos de la tabla buscarán la fórmula. Al tratarse de datos de un país tienen que relacionarse en decenas de miles. Yo les explico el tipo de unidades porque de lo contrario no tendría lógica. Una vez que encuentran la fórmula ya esa es la curva de demanda (aclara que para ese problema según lo que la empresa estimaba, la curva de demanda quedaba  $p = 80 - 3q^2$  y lo escribe en papel). Les voy a preguntar si es posible expresar la curva de demanda. O sea, ellos tienen que buscar eso solamente a partir de los valores. (Señala cómo se podrían obtener por recurrencia los valores de la tabla dejando escritas las diferencias). Acá al 12 para que me dé debí multiplicar por 3, pero antes ese 3 me dice algo,  $3 \times 1$  sería, entonces acá, es  $2 \times 6$ , pero ese 6 si lo relaciono con el 3 es  $3 \times 2$ . Entonces queda  $3 \times 2^2$ . Ya ahí puedo comenzar a darme cuenta. {R.94}.*

Inmediatamente se le consultó si todas las explicaciones que en ese momento estaba mostrando serían las que daría en el aula cuando estuviera enseñando en clase, y que señalara cómo resolvería la consigna b de dicha actividad, comentó:

*Claro, yo lo que hago ahí es hacerlos probar qué les da, y luego sigo adelante yo en el pizarrón. A mí me gusta que prueben primero, aunque a veces estamos más jugados de tiempo. Pero es mejor que lleguen solos sin la necesidad de escribir yo en el pizarrón. El docente tiene que ser un orientador, pero no tiene que ser el que les dice y resuelve. Siempre indico o pregunto si es posible, eso a ellos les hace ver que tienen que explicar, demostrar, y no es lo mismo que una orden directa de determinar o encontrar, para que ellos puedan buscar posibilidades, reflexionar, pensar... (...) ... acá les podría haber dado una tabla nuevamente pero no me interesa que se haga tan extenso, por eso les hago simplemente una pregunta (¿cuál es el punto de equilibrio sabiendo que la curva de oferta es  $p = 2q^2$ ?). También es posible solicitar que diga si es posible calcular con los datos el excedente del consumidor. Lo que tendrían que hacer es encontrar el punto de equilibrio, el punto de encuentro entre la curva de demanda y la curva de oferta. (La profesora iguala ambas ecuaciones y encuentra  $q = 4$ ). Obviamente que la raíz da dos valores posibles, pero como estamos hablando de cantidades demandadas y lo que se refiere a Economía trabaja con valores positivos, descarto el -4. (Obtiene con ello  $p = 32$ ). Ahí ya estoy en condiciones de encontrar el excedente. Integral entre 0 y 4, y la curva de demanda que es esta (va escribiendo simultáneamente lo que dice en voz alta, es decir la integral definida para el caso, y obtiene  $EC = 128$ ). Entonces si una persona pensaba pagar hasta desde \$32.000 ese celular, pagará por debajo de ese valor que es la suma de todos los excedentes de todas las personas que pensaban pagar, eso va a ser \$118.000. para analizar, se preguntaría qué significado tienen estos valores. Entonces si era posible pagar hasta \$40.000, la diferencia posible es de \$8.000. Este valor no es tangible porque no es una "ganancia" del consumidor, es lo que logró bajar su posible pago. {R.95}.*

Al ser consultada respecto de la manera en que realiza el pasaje de un ejercicio a un problema, si sigue pasos predeterminados comentó que lo primero que hace es ver modelos de problemas de libros, que a partir de una ecuación busca la relación con algún aspecto de la vida real con la situación problemática, o que si, por ejemplo, a partir de una tabla genera algunas preguntas que podrían resolverse con la ecuación, con el análisis de los datos de dicha tabla, o con gráficos. Mencionó que en algunos casos es ella quien transforma ejercicios en problemas tomando como referencia gráficos construidos por ella misma:

*¿qué es lo que hago?, bueno, primero veo problemas de libros, que sean problemas, en este caso era de un área bajo una curva el contenido matemático. Busco cosas actuales en internet para poder transformar el problema. Generalmente hago deducción de datos desde las fórmulas, armo tablas de valores o datos que requerirá el cálculo de lo que pida... (...) ... sí, obviamente que siempre son modelos, ideales. Hago una introducción contando la situación, a partir de eso hago o hacemos una tabla, sin darle la ecuación... (...) ... si, exactamente, dependiendo de las circunstancias o condiciones planteadas. En este caso no era necesario el gráfico, pero se podría haber hecho también. {R.96}.*

Como actividades que habitualmente realiza para enseñar el contenido indicado dijo que son aquellas que fue explicando anteriormente y que inclusive es la forma en la que enseña otras asignaturas de otros profesorados:

*Por lo general es habitual esta forma de trabajar contenidos no solamente de Análisis Matemático, sino también en otras asignaturas. Se utiliza una modalidad similar en la enseñanza en el aula, y en la forma de evaluar. La misma forma de dar clases es la forma en que evalúo. Trato de centrarme más en expresiones, oraciones, no tan extensas sino de razonamiento. En el Profesorado de Biología, en la parte de funciones trabajo con modelos. Y así evalúo. (Presenta un ejemplo de evaluaciones de 2019 en la asignatura Matemática, del profesorado mencionado, donde también es docente). Esto es funciones. Primero hay un análisis gráfico, tengo un gráfico del que extraigo datos... (...) ... 1° año del Profesorado de Biología. Entonces, se hacen preguntas que refieren a mirar el gráfico simplemente. Pese a esto, suele haber muchos errores en análisis de gráficos. Parece algo muy sencillo, pero al no estar acostumbrados...se les hace difícil. {R.97}.*

Aclaró que reconoce que hay dificultades para la comprensión de gráficos, para su análisis, y para vincular las situaciones a fórmulas y expresiones algebraicas, que por tal motivo ella debe modificar los contextos y que busca que sean las/os estudiantes quienes puedan construir sus propios modelos:

*... (...) ... yo parto de situaciones problemáticas, de trabajar con modelos, entonces los chicos que recién llegan del nivel secundario, donde aplicaron fórmulas, cambiarles la modalidad de trabajo les cuesta mucho.... A este otro (señala una consigna en la hoja), también lo saqué de un libro, pero la diferencia es que le cambié el valor para que sea un poco más sencillo el número (5 %), y lo actualicé, porque el libro no sé, pero decía \$30.000... (...) ... las preguntas en un enunciado, les cuesta mucho, determinar una fórmula, relacionar, el valor de una variable a través de los años... (...) ... sí, ... (leyó en voz alta dos preguntas ubicadas al final de la primera página de la evaluación que muestra). Estas preguntas son muy comunes, pero son modelos. Lo que yo hago es que, cuando encuentro un problema que me parece interesante, lo modifico para mi gusto, para que me sirva a mi para esa aula, para ese grupo. El problema de trabajar con modelos es el tiempo que lleva. Para algunos introduzco directamente la fórmula (señaló una expresión cuadrática del ítem 3 de su evaluación). {R.98}.*

En lo que refiere a las intervenciones de la profesora en los ejemplos explicados, lo que hace, dice, y espera de las/os estudiantes, y si la profesora trata de vincular los problemas a un sentido que ellos vayan a asignar a la formación docente, respondió:

*Esto era una evaluación. En el aula trabajo todo esto, pero lo que ocurre es que en el Profesorado de Biología intervengo mucho más capaz que en Geometría o en Análisis, porque Matemática es una asignatura de la que ellos no están tan acostumbrados. Yo trato de hacer*

*que el contenido sea relacionado. Por ejemplo, en este hice que se tratara de bacterias. Eso si bien es algo mínimo, ya hace una diferencia, porque los chicos van a ser profesores de Biología... (...) ... Entonces lo que hago es, trabajo mucho el pizarrón, pero les voy preguntando. Por ejemplo, este, (señaló el ítem 4 de su evaluación), habla de un experimento de una sustancia de una expresión exponencial. Es distinto al anterior porque la depreciación era lineal (señaló el ítem 2). Cuando revisábamos el parcial yo les decía que eso es algo que ocurre en la realidad, si vamos a un seguro, la póliza tiene un valor para un determinado año. En nuestro caso, que es un modelo es más sencillo, pero en el caso de una póliza intervienen muchos factores en el paso de los años. Nosotros trabajamos considerando que en ese transcurso de los años hay una pérdida lineal del valor. En este que estamos viendo, hay una masa, que se pierde, ellos dan Física, y Química, y trabajan con sustancias. Trato de relacionarlo con eso también. Los valores porcentuales que les pongo trato de hacerlos exactos, o modelizarlos para que no se les dificulte tanto, los valores en un parcial que no les sean tan complicados. La forma en la que trabajé en el aula fue haciendo ellos una tabla de valores, y que relacionaran la masa con el tiempo transcurrido. El tiempo es por día, yo siempre les pregunto cuál es la unidad, hago que ellos observen qué tipo de unidad tiene cada variable. (Leyó en voz alta de manera completa la consigna de la que está haciendo referencia). Acá ellos tienen que darse cuenta que cada semana implicaba 7 ... 8...semanas. Debían darse cuenta cuánto decaía la masa en ese tiempo. {R.99}.*

### **III.6. Observación de clases.**

Como se señaló en el apartado metodológico, las observaciones de clases tuvieron carácter complementario en el marco de implementación de otras técnicas de investigación. Se realizaron dos observaciones de clases sucesivas. En la primera de ellas el trabajo de aula consistió en resolver ejercicios de Análisis Matemáticos referidos al contenido *integral* donde la docente informante explicó frente al curso los pasos para realizar las actividades de integración definida. El objetivo de observación se centró en conocer acerca de la implementación de registros semióticos desde la TRRS, no así de realizar descripciones o indagaciones referidas a elementos de otros marcos teóricos, ni a contrastar la consistencia de la propuesta didáctica de la docente informante con su puesta en acción.

En dicha oportunidad solamente permitió realizar notas escritas respecto de lo que allí ocurría y obtener registro fotográfico de las anotaciones en el pizarrón y de los escritos por parte de los/as estudiantes en los apuntes de estudio (carpetas, cuadernillos, apuntes de cátedra).

Al comenzar la clase formuló de manera oral una aclaración diciendo que resolverían la ejercitación del libro de Repetto, luego los fue guiando por algunos

momentos y en otros dejó que resolvieran la ejercitación de manera autónoma. Se observó en tal instancia un desarrollo instrumental, e instructivo de representación gráfica (registro verbal y gráfico), e implementación pronunciada de los registros algebraico y gráfico, lo cual también la docente tenía escrito y resuelto de manera ordenada previamente al inicio de la clase. {R.100}.

Durante la segunda clase la profesora sí permitió tomar fotografías y registrar en audio y video su desarrollo. Realizó una introducción de lectura explicada del enunciado de un problema de Economía mediante el cual enseñaría a aplicar el concepto de *integral definida*. Tomó un tiempo extendido para explicar el enunciado, dialogar con las/os estudiantes acerca del problema, responder preguntas de manera verbal, formular aclaraciones referidas a la pregunta general del problema, y realizó un gráfico simple de la situación a medida que introdujo contenidos específicos de Economía representables en el gráfico mencionado. Luego fue desarrollando la resolución algebraica del problema señalando las implicaciones entre el esquema gráfico y la expresión integral que propuso para representar la situación y el procedimiento que la resolvería. Podría señalarse aquí una transformación semiótica de conversión doble: de registro lingüístico a gráfico y luego a algebraico. {R.101}.

En ambas clases, de 80 minutos, participaron 3 estudiantes.

### **III.7. Apreciaciones generales de los resultados in extenso.**

La profesora informante comentó no tener una formación específica respecto de la enseñanza de Análisis Matemático mediante RP, no obstante en sus apreciaciones al ser entrevistada puede deducirse una formación de, o en, la práctica que le permite concebir a un problema en una perspectiva amplia de actividad matemática de aula en la que se asocian distintos procedimientos, protocolos de acción resolutive, interposiciones didácticas, y su idea de modelización de situaciones cotidianas mediante representaciones semióticas; es decir, la docente mostró que no trabaja desprovista de una concepción técnica y teórica de lo que significa enseñar a resolver problemas en sus clases sino que, coincidentemente con lo que se ha mencionado en el Marco Teórico de la presente tesis, en su pensamiento plantea un

esquema si bien difuso (no sistemático ni consciente en lo referente al aspecto secuencial, instruccional) de consideraciones desde donde propone la enseñanza.

Por tanto, se debe decir que hay una manera en la cual la propuesta didáctica de la docente formula la RP en su enseñanza propiamente dicha en el profesorado y en la construcción didáctica de la enseñanza asociada al nivel secundario; la misma si bien puede compartir rasgos similares en el conocimiento didáctico de los/as profesores de Matemática, conlleva una configuración particular que integra diferentes enfoques de diseño situacional, antropológico, realista, instruccional y ontosemiótico que compone el contenido estratégico de abordaje del contexto pedagógico y propósito de intervención no taxonómica en la clase. El rasgo más característico observado es el de asociación entre su idea de problema y la intención didáctica de construir un entorno de aprendizaje guiado por una pregunta a responder que sintetiza la situación a resolver de la cual se desprenden diferentes sub preguntas o interrogantes de andamiaje del proceso de resolución. Subyacen las nociones de dificultad en el recorrido resolutivo bajo enunciados propositivos de modo verbal (registro lingüístico), la de reconstrucción de validaciones a partir de datos enunciativos, la idea de llegada a una meta al obtener una solución, y la de involucramiento cognitivo de significación por parte de los estudiantes; no así la noción de camino único como destino predeterminado de resolución.

De acuerdo a los resultados de investigación los problemas presentados por la profesora son de tipo tradicionales, de aplicación, con modificaciones vinculadas a las características de la asignatura que lleva adelante, al grupo de estudiantes, y al contexto pedagógico de formación para la enseñanza secundaria, con variaciones representacionales de registro lingüístico, gráfico y tabular. No se observó con precisión una explicitación de estrategias sistemáticas de RP por su parte, pero sí una visión general de apertura a la enseñanza menos tradicionalista en la que valoró importante y necesaria la tarea de enseñar y aprender mediante RP, el conocimiento didáctico por parte de las/os futuras/os profesores para sus prácticas formativas, y la observación prioritaria de reconfigurar la propuesta disciplinar en el aula respecto del Análisis Matemático. En la observación directa de la clase se manifestaron momentos de explicación y exposición, y en los desarrollos de su plan de clase frente a la técnica de resolución en voz alta manifestó claramente conocer los contenidos específicos de

la asignatura *Problemáticas del Análisis Matemático III* del profesorado, y de la propuesta de los diseños curriculares de ambos niveles educativos. Algunas de las creencias, preconcepciones, previsiones, de lo que significa enseñar y aprender en el marco de la asignatura que desarrolla indican que reconoce en las/os estudiantes dificultades de aprendizaje de los contenidos propios de Análisis Matemático, aunque no mencionó qué piensa respecto de los posibles repertorios de estrategias de RP con los que cuentan los/as alumnos/as al llegar a sus clases.

#### IV. Discusión de los resultados.

##### IV.1. Discusión de los resultados referidos a Diseños Curriculares de la Provincia de Entre Ríos para la Formación Docente Inicial (FDI) del profesorado de Educación Secundaria en Matemática.

De acuerdo a los resultados obtenidos acerca del caso de estudio, en lo que respecta a la transformación curricular de los profesorados de la Provincia de Entre Ríos que se produjo durante la segunda década del presente siglo, que diera un marco de referencia para la FDI, y que específicamente en la formación de profesores/as de Matemática para el nivel secundario resultara en la consolidación de un nuevo Diseño Curricular (Resolución N. ° 0764/14 del Consejo General de Educación), posiblemente ella contenga una idea acerca del abordaje interdisciplinario de la enseñanza de la Matemática al señalar la necesidad de una organización de la misma a través de Núcleos Problemáticos, lo cual quedó identificado en las nomenclaturas de las distintas unidades curriculares como recortes de diferentes campos de la disciplina Matemática, por ejemplo, en el Campo de la Formación Específica: *Problemáticas del Análisis Matemático I, II, y III*; *Problemáticas de la Geometría I, II, III y IV*; *Problemáticas del Álgebra I y II*; y *Problemáticas de la Probabilidad y la Estadística I y II*. El enfoque de RP también puede quedar explicitado en algunas unidades curriculares como lo es *Resolución de Problemas y TIC* correspondiente al primer año de carrera. {R.1}, {R.3}, {R.4}, {R.9}.

También en el Diseño Curricular se señala una consideración particular de la *Didáctica de la Matemática* que puede vincularse a la TRRS cuando se refiere a la disciplina como espacio de representación de la realidad, de elaboración teórica, orientación y elaboración lingüística y conceptual de datos empíricos que se hacen visibles en el mismo proceso de conocimiento. Respecto de la enseñanza como actividad general se especifica en dicho documento el carácter procesual tendiente a desarrollar el pensamiento, la curiosidad por la investigación y exploración que posibiliten un conjunto de aptitudes como lo es la de poder explicar, argumentar, presentar y defender ideas y puntos de vista. Todo ello podría vincularse de manera integral y holística a contenidos estratégicos de resolución de problemas, asociado

además a la declaración que se expresa en dicho documento de una perspectiva compleja de la enseñanza (Paradigma de la Complejidad). {R.2}, {R.6}.

Es importante al respecto la forma en que desde dicho diseño se concibe a la actividad cognitiva de la comprensión de los contenidos y objetos matemáticos a partir de acciones prácticas y aplicadas, de operaciones con los entes disciplinares asociadas a producción, organización, y reorganización de relaciones y propiedades intra y extra matemáticas. La noción de *comprensión* de los contenidos y objetos de la Matemática disciplinar en la perspectiva del Diseño Curricular se asocia entonces a la idea de experimentación y aplicación en diferentes circunstancias, situaciones, y contextos. Por ello aprender los diferentes temas de las distintas ramas matemáticas escolares significa en la perspectiva de dicho diseño un trabajo relacional contextualizado que integre elementos internos y externos a la Matemática, diferentes segmentos de la cultura humana, histórica, social, e interdisciplinaria. {R.7}.

Respecto de RP en las distintas unidades curriculares del Campo de Formación Específica y en los enfoques de la propuesta del Diseño Curricular quedan explicitadas las perspectivas y tendencias que se pretende para la FDI de profesores/as de Matemática de la Provincia de Entre Ríos en los que distintos aspectos podrían referir a implementación de diferentes tareas que impliquen la actividad registral en el contexto de la TRRS:

En *Elementos de Matemática* se hace referencia a experiencias de resolución de problemas tanto teóricos como prácticos en contenidos vinculados al lenguaje matemático y a modelización. {R.11}. En *Problemáticas de la Geometría* se sugiere la exploración de problemas utilizando formas y propiedades geométricas, reelaboración del lenguaje algebraico, el trabajo con expresiones asociadas a curvas planas, triángulos y sus transformaciones, construcción de procesos de modelización en contextos algebraicos, utilización de diferentes registros y tratamiento modelizado, desarrollo de lenguajes de formalización, argumentación y validación. {R.12}, {R.1}, {R.22}, {R.26}.

Las unidades curriculares de *Problemáticas del Análisis Matemático* de 2° a 4° años de profesorado proponen una iniciación al conocimiento de los problemas propios de la disciplina asociados a modelizaciones de fenómenos variacionales mediante métodos de representaciones, visualización, y graficaciones tradicionales y

dinámicas. En niveles crecientes de aprendizaje se promueve la potencialidad de modelización interdisciplinaria mediante el planteo y resolución de problemas intra y extra matemáticos abordables desde los conceptos de derivación e integración propios del Análisis, análisis gráfico, utilización de derivadas e integrales de una variable para la resolución de problemas geométricos, de longitudes de curvas, áreas de figuras y volúmenes de sólidos, sucesiones y series. En 4° año se promueve el tratamiento de problemas científicos en el marco de métodos de observación, exploración, y análisis e interpretación de comportamientos variacionales de los mismos con cálculo multivariado:

*Se propone una modalidad de trabajo que focalice el aprendizaje tanto en la aplicación como en la interpretación de resultados de las ecuaciones diferenciales, lo que crea un clima de producción de ideas, reflexión y discusión de soluciones posibles...* (Gobierno de la Provincia de Entre Ríos, 2014, pp. 131-132).

Se pretende además que el concepto de función sea central en la conceptualización y como herramienta representacional y de modelización por lo que podría asociarse este propósito al contexto teórico de trabajo con sistemas semióticos y sus transformaciones en la perspectiva de la TRRS, aunque no esté sugerido o mencionado de forma manifiesta. {R.13}, {R.20}, {R.27}.

En *Resolución de Problemas y TIC*, se explicita la búsqueda de la capacidad para abordar, analizar y comprender problemas matemáticos actuales desde una perspectiva general, heurística, holística y lúdica para comprender los problemas a partir de metodologías y estrategias propias del campo matemático y de la Didáctica de la Matemática en la que se involucren modelos representacionales tecnológicos. En esta unidad curricular queda muy claramente planteada la necesidad de abordar la conceptualización de la idea de problema en Matemática, la resolución de problemas como contenido a aprender en el profesorado y la actividad representacional en la RP. Junto a las unidades curriculares *Didáctica de la Matemática* y *Epistemología de la Matemática*, se proponen una enseñanza problematizada en la que se aborde la Matemática a partir de una mirada multidimensional de los objetos matemáticos y de los aspectos cognitivos, afectivos, culturales, lingüísticos de los sujetos implicados, ya sea del/la alumno/a del

profesorado como de las/os estudiantes del nivel asociado (secundario). Se propone un estudio de las distintas corrientes didácticas y de investigación en enseñanza de la Matemática entre los cuales se hace referencia a la escuela francesa, Matemática Realista, Aprendizaje Basado en Problemas, y entre los distintos contenidos seleccionados por el Diseño Curricular se menciona explícitamente a la RP:

*El sentido de la actividad matemática: juegos, modelización, y resolución de problemas. Modelos de enseñanza que usan la resolución de problemas. Etapas de la resolución de problemas. Las heurísticas. El juego y el aprendizaje en la escuela. Fundamento matemático de los juegos. La modelización matemática en el aula. Etapas del proceso de modelización). Entornos informáticos para la enseñanza de la Matemática. La evaluación en Matemática (...Fines, objetos, sujetos. Distintas clases de evaluación en Matemática. Evaluación en el marco de la resolución de problemas...).* (Gobierno de la Provincia de Entre Ríos, 2014, pp. 110-111).

La RP es pensada como actividad matemática en el marco disciplinar particular y en el contexto global de la cultura donde se construyen, se descubren, se inventan, se producen o se desarrollan problemas. Las distintas formas representacionales en la tarea de resolver problemas se conciben como parte de procesos de validación del conocimiento matemático. Respecto de aspectos teóricos de TRRS se sugiere el abordaje de asuntos de lenguaje y diferentes formas de representación, y se hace referencia directa a diferentes registros de RS en la actividad matemática en tres niveles de pensamiento: *el concreto-conceptual, el simbólico-procesual, y el axiomático-formal.* (Gobierno de la Provincia de Entre Ríos, 2014, pp.122-123). {R.14}, {R.18}, {R.19}, {R.23}.

Similarmente, en *Modelización Matemática de las Ciencias* se propone el tratamiento de aspectos de lenguaje matemático mediante el cual se formulen y desarrollen modelos estadísticos, geométricos, de la Física, la Química y la Biología, en abordajes descriptivos e interpretativos de fenómenos naturales y sociales para la resolución de problemas científicos. {R.25}.

En *Problemáticas del Álgebra* se abordan conceptos relacionados a los lenguajes simbólicos de la Matemática a través de distintos lenguajes y conceptos algebraicos y de la interpretación y resolución de fenómenos y modelos disciplinares lineales, y también en campos externos al conocimiento matemático. Respecto de la RP y de la actividad representacional de situaciones problemáticas en las que se

pongan en acción tareas de modelización, y competencias cognitivas de resolución, curricularmente se sugiere incorporar contenidos algebraicos, geométricos y analítico en trabajo con entornos informáticos de representación en una perspectiva amplia de resolución de problemas:

*Se promueve el abordaje de situaciones que pongan en juego el tratamiento de lo general en los procesos de modelización mediante la intuición, la exploración, la formulación, la argumentación y validación de conjeturas, sin abandonar el tratamiento formal. Esta asignatura ocupa un espacio privilegiado de vinculación entre lo algebraico, lo geométrico y lo analítico, a través de la observación y estudio del conjunto formado por las soluciones de ecuaciones, inecuaciones, o sistemas de ecuaciones. Esta vinculación puede ser favorecida por la incorporación de entornos informáticos que favorezcan la interactividad, la exploración y la manipulación simbólica de múltiples representaciones de un mismo concepto matemático y el análisis de situaciones más complejas que, de otra forma, resultarían muy difíciles trabajar, por la inversión temporal en técnicas de cálculos repetitivos. En su enseñanza debe primar su valor formativo, como marco lógico específico y en su consistencia, es decir no sólo como lenguaje sino también como método para la resolución de problemas, incluyendo aspectos históricos – epistemológicos ligados a las nociones que se estudian. (Gobierno de la Provincia de Entre Ríos, 2014, pp. 105-107). {R.16}, {R.24}.*

Respecto de *Problemáticas de Probabilidad y Estadística*, se menciona la importancia de desarrollar la capacidad de modelizar e interpretar datos en contextos extra e intra matemáticos, y ejercitar diferentes tipos de razonamiento: plausible, analógico, e hipotético deductivo. También se propone abordar el aprendizaje mediante la modelización del mundo físico y de problemas científicos del mundo físico; todo ello podría vincularse por deducción a la actividad de RP y de trabajo en el contexto de la TRRS, aunque no quede definitivamente explicitado. {R.17}, {R.21}.

#### **IV.2. Discusión de los resultados referidos a Entrevista semiestructurada con la profesora informante (EPI).**

La profesora informante expresó tener 12 años de antigüedad en docencia habiéndose especializado en enseñanza de la Matemática y la Estadística en cursos de posgrado universitario para poder desempeñarse en el Nivel Superior del profesorado por más de 8 años (3 años en *Problemáticas del Análisis Matemático*). {R.28}, y {R.29}.

Este aspecto define un perfil docente con experiencia profesional (Ministerio de Cultura y Educación de la Nación, 1999, p. 59), aunque no específicamente en la enseñanza por RP. La docente reconoció que su propia formación en el instituto fue insuficiente para abordar su tarea laboral, pero indicó que pudo complementar su preparación para transformar sus prácticas participando con estudiantes en ferias de ciencia, y desempeñándose en escuelas de distintos sectores del radio urbano. Dejó en claro que concibe a la Matemática como una ciencia, y que muchas veces las/os estudiantes la consideran muy difícil. Cuando se refirió a los logros obtenidos en participación en ferias educativas de ciencias equiparó la idea de modelos matemáticos a la de RP, y agregó que de tal forma las/os estudiantes del profesorado pueden comprender conceptos de manera no mecánica, repetitiva o memorística. {R.30}.

Cuando se refirió al aprendizaje del Análisis Matemático mencionó los vínculos con la realidad a los que debe dirigirse, las relaciones interdisciplinarias, y la importancia de abordajes didácticos que propicien un mayor interés de aprendizaje por parte de las/os estudiantes del profesorado, que se enseñe allí de manera contextualizada a los espacios de formación para la enseñanza en el nivel secundario. {R.32}, {R.33}, y {R.34}.

Teniendo en cuenta su propia definición de Matemática, la docente señaló que hay diferencias entre una Matemática científica y una Matemática escolar y propuso el concepto de transposición didáctica para realizar transformaciones que posibiliten su enseñanza. Se refirió también a la enseñanza de Análisis Matemático en el nivel superior y en las escuelas secundarias diciendo que los tres contenidos más importantes de dicha asignatura son: límite, derivada, e integrales. De esta manera presenta sus conocimientos didácticos y de contenidos al respecto sin mencionar elementos que puedan asociarse a la TRRS. {R.35}, {R.36}.

Saber, aprender Análisis Matemático en el profesorado de Matemática, para la profesora informante es no solo saber el concepto de límite, derivada o integral, sino comprender lo que se desea enseñar, poder aplicar dicho concepto, y reconocer aspectos didácticos específicos de su enseñanza. Señaló que es preciso conocer acerca del Álgebra, la Geometría, la Aritmética, y de saberes de la Didáctica y la Pedagogía, de la comprensión de los sujetos y contextos a los que se destinan las

enseñanzas. Agregó que en la bibliografía de enseñanza en el nivel secundario muchas veces las propuestas didácticas solamente focalizan la didáctica de contenidos de Análisis Matemático para el Ciclo Orientado, es decir, 4°, 5° y 6° año, con una perspectiva de aprendizaje de cálculos y aplicación de fórmulas. Concluyó en que en el profesorado es preciso adquirir un grado más elevado de abstracción al respecto y comprender un doble aprendizaje, disciplinar y didáctico. {R.37}, {R.38}, {R.40}, y {R.42}.

Cuando hizo referencia a RP señaló que es necesario relacionar la enseñanza, los enunciados de problemas con el mundo circundante, con conocimientos propios o próximos a la experiencia de vida de los/as estudiantes. Por ejemplo, indicó que el concepto de velocidad o aceleración, al aprender Análisis Matemático, puede relacionarse al movimiento de objetos, a estructuras y formas urbanas, y a transformaciones que requieran de modelos matemáticos, simulacros, y conceptos tales como el de derivada. {R.39}.

La docente se refirió a las/os estudiantes del profesorado, y en especial a sus estudiantes, los cuales cursan Análisis Matemático, diciendo que sienten agrado, interés, al ser desafiados mediante situaciones problemáticas frente a propuestas de desarrollos de ejercitaciones que pueden resultarles tediosas o difíciles de resolver. De esta manera contrapone la idea simple de ejercitación a la tarea compleja de RP destacando la significatividad cognitiva y motivacional por parte de las/os estudiantes de profesorado. Nuevamente hizo mención al contexto real como componente de un problema matemático. De acuerdo a lo que expresó, en lo que respecta a las actividades cognitivas para aprender Análisis Matemático es preciso razonamiento, abstracción, comprensión, conceptualización, y transferencia o relacionamiento de saberes aplicables a situaciones reales. {R.41}, {R.42}, {R.43}, {R.44}, y {R.45}.

Para la docente RP en el nivel secundario es aplicar contenidos planteando modelos matemáticos, y clarificó la diferencia con el nivel superior en el cual dicho concepto constituye un contenido de enseñanza y de formación de profesores/as. Explicó que en educación secundaria muchos contenidos matemáticos no requieren ser explicitados para resolver problemas en los que se los apliquen. Asoció la idea de RP a la de modelización para indicar que de esta manera se hace más notoria la

noción de construcción de conocimiento matemático, de conceptos no definidos tácitamente, y de fórmulas y expresiones matemáticas. {R.46}, {R.47}, y {R.48}.

Respecto de la enseñanza de la RP de Análisis Matemático considero importantes algunas intervenciones didácticas que habitualmente pone en acción como lo son: presentación de situaciones problemáticas o modelos matemáticos, lectura inicial, extracción de datos útiles, necesarios, o aplicables a fórmulas que colaboren con la solución del problema. Dijo que considera que las/os estudiantes del profesorado tienen que plantearse cómo presentar la pregunta del problema a los/as alumnos/as de nivel secundario. Señaló que una estrategia utilizada en este nivel es la de partir trabajando gráficos, preguntas referidas al análisis gráfico, generar interrogantes particulares a partir de la pregunta general, estimular la interpretación, la modelización, lectura y relacionamiento de las formas de representación, aprender a transformar ecuaciones analíticas a formas gráficas (transformación de registro algebraico a registro gráfico), tablas de valores (registro tabular), es decir, adquirir la capacidad de convertir gráficos en fórmulas algebraicas y diversas formas de representación. Agregó que siempre es importante institucionalizar saberes al final de la resolución y generar procesos de reflexión respecto de la forma en que se resolvió un problema considerando que además es esta una manera de contribuir a la formación para la enseñanza secundaria. {R.49}, {R.50}, {R.61}, y {R.62}.

Al referirse a los contenidos previos necesarios para aprender Análisis Matemático mencionó a la RP y a la modelización como saberes a profundizar, aptitudes para realizar representaciones, conocimientos acerca de números reales, operaciones, el concepto de variables, incógnitas, saberes referidos a Aritmética, y de contenidos geométricos. Mencionó el conocimiento que adquieren los/as estudiantes del profesorado antes de cursar *Problemáticas del Análisis Matemático*, en las unidades curriculares *Resolución de Problemas y TIC*, *Didáctica General* y *Didáctica de la Matemática* de 2° y 3° año de profesorado. {R.51}, {R.52}.

Entre las bibliografías específicas que indicó utilizar mencionó a distintas/os autoras/es los cuales caracterizó por la simplicidad para presentar algunos conceptos de Análisis Matemático, por las demostraciones con el paso a paso, por la utilización de aplicaciones en Física y la propuesta de RP, modelos y preguntas matemáticas, por las aplicaciones complejas, o por las posibilidades de introducir determinados

temas. Esta última característica, comentó que es muy importante al momento de presentar un problema o enunciado. Expresó que generalmente rediseña las consignas de los problemas incluyendo elementos de la realidad y de vivencias de las/os estudiantes, de datos, nombres, o situaciones que les resulten reconocibles o presenten cierta familiaridad. {R.53}, {R.54}.

Al ser consultada respecto de cuáles son los recursos didácticos y estratégicos para la enseñanza del Análisis Matemático la docente informante respondió que los/as estudiantes de profesorado deben poder representar en diferentes formas, ya sea gráfica, analítica, o mediante fórmulas y tablas, aquello que se les proporciona en lenguaje coloquial (transformaciones de *conversión* de registro verbal a diferentes registros semióticos), y que puedan luego responder preguntas no necesariamente a través de fórmulas (prevalencia de conversión a registro lingüístico). Indicó que las/os estudiantes deben poder trabajar con datos en distintas expresiones de un modelo matemático partiendo de conceptos que trabaja inicialmente y que luego vincula a la aplicabilidad en RP del nivel superior y secundario. Mencionó que hay pautas de resolución que son adquiridas a lo largo de la FDI. {R.55}, {R.56}, {R.57}.

Como protocolo de acciones de RP de Análisis Matemático la profesora señaló: lectura introductoria y trabajo verbal de enunciados, obtención de datos ofrecidos por el problema, clasificación de datos útiles vinculados a la pregunta problema, reflexión respecto de las incógnitas, identificación de elementos de modelización, relación de los datos con contenidos matemáticos, diálogos metacognitivos y análisis de casos similares, resolución de problemas de aplicación afines a lo aprendido, trabajo reflexivo extraescolar, diálogo respecto de dudas en actividades de libros en encuentros presenciales posteriores. {R.58}, {R.59}.

La profesora comentó que, si bien en algunos libros de texto los problemas a resolver que proponen sugieren metodologías o pasos a seguir, algunos de ellos requieren resignificar las etapas de resolución y es ella quien anima a los/as estudiantes a restituir en esos procedimientos los caminos de solución. Para ello lo hace señalando posibles alternativas, genera anotaciones, haciéndoles preguntas para incentivar desarrollos analíticos, explicitando cada propiedad o concepto que se vaya aplicando (registro lingüístico). {R.60}.

Respecto de la forma de representación al resolver problemas de Análisis Matemático en el profesorado la profesora declaró que le interesa mucho que se aprenda mediante modelización utilizando ecuaciones (registro algebraico), análisis gráfico (registro lingüístico y gráfico), lenguaje coloquial (registro verbal), fórmulas (registro algebraico), tablas (registro tabular), descripciones (registro verbal), y distintas formas que conduzcan a responder la pregunta del problema. Agregó, que, en muchos casos, por ejemplo, ante el contenido funciones, se puede analizar un gráfico y luego responder coloquialmente respecto de tendencias o comportamientos de un determinado proceso y generar transformaciones y comprensión mediante distintos modos representativos, en distintos conjuntos del campo numérico (registro verbal y gráfico). {R.63}, {R.64}.

#### **IV.3. Discusión de los resultados referidos a la técnica de resolución en voz alta (TRVA).**

La profesora informante presentó el enunciado de una situación problemática para responder a la pregunta *¿Cuándo gana el consumidor?* Se trata de un enunciado en el que se explica el concepto de *excedente del consumidor* en caso en que aumente la producción de un determinado producto y ello determine una disminución del precio de mercado. Comentó que dicha baja constituye el excedente. El mismo fue formulado enteramente en lenguaje verbal sin presencia de otros registros semióticos. La docente aclaró que es necesario enseñar expresamente además el concepto de función de oferta y de demanda como ideas básicas para desarrollar la clase. Advirtió que el concepto de excedente puede resultar muy complejo para su aprendizaje y que en su clase simplemente desarrolla una idea general. {R.65}, {R.66}.

En este punto es importante tener presente que no es relevante conocer el contexto que permitió presentar el problema exhibido por la profesora informante dado que el objeto de estudio de la presente tesis no es analizar en términos didácticos el contenido disciplinar desarrollado en la clase sino el contenido estratégico, es decir la forma en que la docente propone o propondría la actividad semiótico registral en sus

clases, los elementos a priori con los cuales planificaría su clase desde su forma de pensar.

El enfoque pedagógico para enseñar el concepto de excedente del consumidor mediante el uso de integrales definidas en el contexto de la Economía, revela una estrategia didáctica organizada a partir de la combinación entre el análisis de un gráfico {R.67}, donde se presenta asociada una tabla de valores con precios, compradores, y las cantidades demandadas, con un gráfico y preguntas de análisis del contexto planteado (registros lingüísticos, gráfico y tabular). Se trata de la presentación de un ejemplo de una situación particular mediante lo cual la docente informante estimularía la participación de los/as estudiantes acompañando la propuesta con preguntas que guiarían las acciones de enseñanza.

El proceso de RP presentado se desarrolló en diferentes etapas o momentos en el caso observado mediante la técnica de resolución en voz alta:

**1° Momento. Introducción estratégica a la enseñanza por RP.** Tanto el ejemplo como la pregunta seleccionada para el desarrollo de la actividad son concretos y específicos, y determinan una instancia estratégica de enseñanza por RP de Análisis Matemático.

En este momento, la docente expresa que los ejercicios o enunciados de problemas que presenta a sus estudiantes en sus clases de *Problemáticas de Análisis Matemático* en el Profesorado de Matemática, generalmente requieren de formulaciones y reformulaciones para ser adaptados a la necesidad de su enseñanza en el marco de Formación Docente, para hacerlos más comprensibles, por lo que muchas veces selecciona problemas de libros o de la Web y los reescribe para luego expresarlos en diálogo con los/as estudiantes en la clase, es decir, que produce transformaciones dentro de un mismo registro, el verbal (conversiones). {R.71}.

En el pensamiento de la profesora la enseñanza por RP, del problema planteado, requiere de otros momentos y etapas que partan de ejemplos sencillos; {R.68}, {R.69}.

**2° Momento. Definición de la estrategia de resolución, relación de contextualización con aspectos de la realidad económica (con inclusión de conceptos de Economía), incorporación de preguntas abiertas:**

- **Una etapa de presentación de la situación**, previamente a la resolución, en la que dialogaría con las/os estudiantes acerca de los datos y caracterización del problema.
- **Una etapa operativa de enseñanza y aprendizaje**, que incluiría la visualización de los datos de construcción de la tabla, y el análisis de dichos datos para identificar los elementos representacionales del gráfico cartesiano.
- **Y otra etapa instruccional**, de análisis y discusión de la información, guiada por preguntas que la docente formularía a los/as estudiantes, de la que se obtendrían conclusiones y afirmaciones del comportamiento gráfico.

Estos dos momentos y etapas conforman una instancia propedéutica que combina los registros numérico, tabular, gráfico y lingüístico, en la que se observan únicamente transformaciones registrales de conversión: del enunciado verbal al registro numérico, del registro numérico al tabular, y finalmente conversión gráfica. No se concibieron actividades cognitivas de tratamiento. El sentido de las preguntas introducidas por la docente en estas etapas es el de guiar la reflexión y la acción por parte de las/os estudiantes.

**3° momento. Expansión analítica.** Este tercer momento se caracteriza por la ampliación del registro gráfico (tratamiento).

- **Etapa operativa de enseñanza** que requiere de la visualización y análisis de modificaciones gráficas donde la docente introduce un segundo esquema gráfico compuesto por dos representaciones escalonadas (con valores discretos), de distintos precios en sistemas cartesianos al que le agregó un título, *Medición del excedente del consumidor con la curva de la demanda*, el cual acompañó con una pregunta escrita: *¿Qué conclusión puedes extraer de estas gráficas?* En este se observan a su vez el esquema anterior y un esquema agregado con una notoria transformación visual de áreas diferenciadas correspondientes a excedentes de distintos consumidores/as y leyendas etiquetadas que señalan los sectores planos de excedentes

asociados a cada consumidor/a particular. Mientras resolvía en voz alta agregó un trazo con lápiz a uno de esos esquemas uniendo puntos de los vértices de sectores rectangulares en cuyos extremos se describían precios y cantidades de álbumes vendidos (registro gráfico). No mencionó que estaba indicando una tendencia de disminución del precio de los álbumes a medida que se incrementaba la cantidad demandada. {R.70}.

- **Etapas operativas de análisis complejizado.** En esta etapa continúa con el análisis gráfico transformando los gráficos anteriores en representaciones de variables continuas, acompañados de una batería de preguntas escritas mientras aclara que en el ejemplo anterior el número de consumidores/as era pequeño: *pero ¿qué pasaría si fuesen millones? ¿Cómo quedaría determinada la curva de demanda? ¿Cómo podríamos averiguar el excedente del consumidor si fuesen millones de consumidores relacionados con millones de precios?* {R.72}. Se identifica, en la misma, uso de registro verbal y gráfico y el paso de una etapa a la otra significaría una transformación registral del esquema. Luego explicó el contenido gráfico y señaló que la evolución de una curva escalonada a una línea curva correspondería al cambio de condiciones del problema en donde para un número mayor de consumidores (millones) quedaría determinada un trazo de demanda continua (pre generalización). Explicó que desde entonces las/os estudiantes solamente deberían responder a partir del concepto de integral, visualizando y comprendiendo que de un gráfico al otro hay áreas de rectángulos con excesos que determinan regiones geométricas de excesos y defectos compensados al unir puntos en relación a precios de cantidades demandadas con un número de intervalos tendiente a infinito. {R.73}. Las explicaciones que introdujo constituyen una conversión de representaciones gráficas (registro gráfico) a lenguaje coloquial (registro verbal). La explicación en voz alta aumenta la complejidad conceptual al comenzar a incluir contenidos matemáticos exclusivamente de Análisis Matemático.
- **Etapas de generalización explicativa.** Se agrega a lo anterior un nuevo gráfico conteniendo una curva continua de demanda, un breve texto explicativo y una pregunta (*¿Qué definición podemos utilizar entonces para calcularlo?*), que solicitaría a los/as estudiantes reconocer la expresión analítica matemática para describir

el área bajo la curva. Se agrega por escrito dicha expresión. La docente utilizó lenguaje verbal para explicar el contenido gráfico vinculando el concepto general de integral definida. Señaló distintos sectores geométricos ya no asociados a una situación problemática particular sino a las componentes de la expresión integral de demanda e indicó el sector correspondiente al superávit o exceso de las/os consumidoras/es (descomposición figural), operación que se asocia a una conversión representacional de registro gráfico a registro verbal. {R.75}, {R.76}. El sentido de las preguntas de las distintas etapas de este momento se orienta a producir una referencia o soporte de enseñanza de ERP mediante explicación donde no se menciona explícitamente el contenido estratégico. {R.77}.

**4° Momento. Aplicación conceptual.** La profesora señaló que, una vez resueltos los ejercicios y problemas de explicación, propondría a los/as estudiantes resolver dos nuevos ejemplos sencillos de aplicación en donde solicitaría utilizar las expresiones integrales generales para obtener los resultados a partir de valores particulares (registro algebraico). {R.76}, {R.78}. Presentó dos ejercicios los cuales resolvió en voz alta utilizando expresiones de funciones de demanda para obtener excedentes de consumo sin explicitar el contenido estratégico más que recomendaciones a las/os estudiantes respecto de la localización de los datos dados en la actividad, de la forma de la curva a utilizar, y de aspectos representativos. Para ello utilizó conversiones de registro verbal y algebraico. {R.80}, {R.81}, {R.82}. En la resolución del segundo ejercicio señaló la forma de las curvas que representarían la situación problemática y las expresiones algebraicas de referencia. {R.84}. Trazó dos líneas rectas de las cuales comentó que representarían las curvas de demanda y de oferta, señaló aspectos gráficos que harían referencia a cantidades demandadas y a precios, y el mecanismo necesario para obtener la ecuación explícita del precio en función de la demanda, marcó distintos valores en el gráfico e hizo aclaraciones de Análisis Matemático a situaciones económicas respecto de interpretaciones gráficas, precios y cantidades positivas del primer cuadrante de un sistema cartesiano de ejes (conversión de registro algebraico a registro gráfico y numérico). Formuló dos afirmaciones respecto de lo que las/os estudiantes deberían encontrar al resolver: Acá

*los chicos para encontrar el punto de equilibrio tienen que saber que lo que se debe hacer es igualar... Ellos tienen que observar que la función de demanda es decreciente (conversión de registro gráfico a registro verbal). Simultáneamente escribió con esos valores una expresión integral y comentó la posibilidad de aplicar por partes la integral que daría el valor buscado (conversión de registro algebraico a registro numérico). {R.85}, {R.86}.*

La profesora indicó que en caso de tener que explicar cómo resolver la actividad presentada haría algunas aclaraciones indirectas y solicitaría que los/as estudiantes sean quienes escriban cómo hacerlo, cómo identificar la curva de oferta y de demanda, por qué podrían ser crecientes o decrecientes, puntos de coincidencia entre ambas, que se propongan cuestionarse ellas/os mismas/os de qué manera resolver. {R.87}, {R.88}. Agregó que llegados a este momento no hace recomendaciones ordenadas respecto del procedimiento de resolución de los problemas que propone resolver a las/os estudiantes en clase, pero que sí considera importante que grafiquen, que presten atención a la ecuación y métodos analíticos necesarios, reconocer características gráficas como lo serían puntos destacados, críticos, ordenadas al origen, y que hagan uso del mayor número de formas de representación y análisis disponible (mencionó los registros lingüístico, tabular, algebraico, y gráfico). {R.89}.

#### **IV.4. Discusión de los resultados referidos a la transformación de un problema en ejercicio (TPE).**

Al presentar un problema adicional vinculado a oferta, demanda, y excedente del consumidor, para transformarlo en ejercicio se observó tanto la actitud, el enfoque, como la forma de pensar de la profesora informante respecto de la RP. El objetivo de la actividad difiere en naturaleza de los problemas planteados con anterioridad dado que en este momento lo que se busca no es aplicar una expresión matemática preexistente sino construir una fórmula que permita resolver la pregunta. Señaló que los problemas anteriores sí tenían como propósito que las/os estudiantes se pusieran primeramente en contacto con una fórmula, y propiciar procesos de memorización o revisión de expresiones algebraicas. La tarea docente se diferencia también en la transformación que la profesora comentó que realizó al problema, dado que lo extrajo

de un libro y ella misma lo modificó para darle carácter de ejercitación incorporando en el enunciado temas de actualidad, realistas y significativos para los/as estudiantes. {R.91}, {R.92}, y {R.93}.

Cuando la profesora respondió respecto de la forma en que presentaría la consigna en caso de tener que convertir problemas en ejercitaciones de Análisis Matemático describió de qué manera sería posible guiar a las/os estudiantes específicamente en el caso del problema que estaba explicando (aplicación a la Economía). Dijo que primeramente plantearía la situación problemática para luego comenzar a trabajar mediante una tabla de valores que propiciaría la construcción de una fórmula de la curva de demanda. En dicha tabla se expresarían distintos valores que, de acuerdo a los dichos de la docente, podrían ser representados de múltiples maneras ofreciendo distintas perspectivas de análisis. Agregó que el próximo paso sería el de guiar a los/as estudiantes mediante preguntas que organicen la búsqueda de la fórmula particular de la curva de demanda solicitada. Resolvió la primera parte del problema para transformarlo en ejercicio mientras comentaba lo que iba realizando y aclaró que siempre prefiere ir dejando a las/os estudiantes que encuentren la forma de resolver mientras que ella orienta para que lleguen a los resultados que requiere el problema. Luego resolvió la segunda parte haciendo referencia en voz alta a los procedimientos que realizaba. En esta parte queda de manifiesto la utilización de registro lingüístico, gráfico y tabular. {R.94}, {R.95}.

Se observa al respecto un enfoque pedagógico que reafirma el rol activo de las/os estudiantes frente a la posibilidad de resolver una actividad que implique convertir un problema en un ejercicio, o una concepción proactiva del mismo en el pensamiento de la profesora para abordar la transformación problema-ejercicio. Esta perspectiva condice con una metodología de trabajo matemático en el aula que fomenta la autonomía del hacer y de resolver por parte de las/os estudiantes, que estimula la participación, el razonamiento, la comprensión, y el pensamiento relacional al aprender Análisis Matemático mediante RP. Nuevamente el rol docente es el de orientador y se hace referencia al carácter constructivo de la actividad matemática en el aula. En la referencia de la docente a la posibilidad de utilización de diferentes marcos representacionales se estaría vinculando al enfoque previsto en la TRRS que

establece la importancia del uso de una gama variada de representaciones para contribuir con la función cognitiva de la comprensión conceptual en Matemática.

Un aspecto a destacar es el que refiere a la promoción de la reflexión como forma de concebir el rol docente que describió la profesora. Por sus dichos, piensa su intervención en la clase de RP en intercambios de diálogo permanente, estimulando preguntas de análisis y de guía de la tarea que procuren obtener significados de los resultados parciales que el proceso de enseñanza y de aprendizaje va posibilitando (registro lingüístico).

La docente manifestó que habitualmente para transformar un problema en una ejercitación se inspira en la comparación de distintos problemas de libros, o que a partir de una fórmula intenta reconocer los vínculos de la misma con situaciones de la vida real (registro algebraico). Deduce datos desde las fórmulas, realiza búsquedas en internet, y selecciona una forma de representación de la situación que luego será el inicio de su propuesta de enseñanza. {R.96}.

Respecto de la forma de evaluar indicó que es similar a la forma en que piensa la enseñanza de RP. Indicó que, en las evaluaciones, incluso de otras asignaturas que tiene a su cargo, las actividades que diseña van unidas a una introducción, una representación, y la tarea de análisis representacional (implementación de elementos de la TRRS). Reconoció que estas pueden ser tareas complejas para promover la comprensión y que es ese el motivo por el cual considera importante intervenir en la construcción de enunciados, de solicitud de tareas y en la modelización de las actividades. Agregó que un criterio de selección es el de producirle, a ella, interés y gusto personal una situación o problema. {R.97}, {R.98}.

## V. Conclusiones.

En virtud de lo analizado en el caso de estudio, en el marco de la TRRS, la enseñanza de Análisis Matemático en la FDI del profesorado para la educación secundaria, surge a partir de los resultados, que es posible identificar elementos de la teoría mencionada en la forma en que la docente pensó su propuesta de enseñanza de CE en el profesorado mediante RS.

De lo señalado por la misma se concluye que la profesora informante reconoció no poseer conocimiento específico de contenidos curriculares al respecto de tareas de registración semiótica, pero sí que es preciso un saber didáctico especializado para posibilitar la construcción de contenidos estratégicos de RP. Es decir, que al indagar su pensamiento mediante la técnica de entrevista, transformación y resolución en voz alta demostró haber construido desde su propia experiencia profesional una perspectiva de abordaje, reflexión y concepción de la propia tarea de enseñar a resolver problemas.

De acuerdo a lo observado y a lo que la docente expresó, enseñar Análisis Matemático en el profesorado mediante RS requiere: apuntar a la comprensión profunda de conceptos matemáticos y contextualizar las propuestas de trabajo en el aula, teniendo en cuenta las características de los sujetos de aprendizaje del nivel de formación superior y secundario, y abordar la enseñanza de manera interdisciplinaria a partir del vínculo entre las distintas unidades curriculares de formación y de disciplinas científicas intra y extra matemáticas. Este podría ser el CE que fundamenta su didáctica.

Se deduce de lo analizado que los procesos cognitivos vinculados al CE de RP al que se le atribuye importancia en dicho caso involucran una perspectiva contextual de: comprensión de contenidos, razonamiento, reflexión, abstracción, y la formulación de tácticas didácticas de resolución como lo son: la guía docente frente a la tarea, retroalimentación dialógica de los aprendizajes (registro verbal), pensamiento alternativo o divergente frente a diferentes rutas de solución, y atención permanente por parte de la docente a los obstáculos y dudas de las/os estudiantes.

Si bien la idea de problema en la propuesta didáctica observada en clase, en la entrevista y mediante las técnicas de resolución no se aleja demasiado de situaciones

de resolución de tareas con estilo tradicional, se encontró una importante visión por el sostenimiento del estímulo e interés por resolver problemas a partir del diálogo entre estudiantes y la docente (registro verbal). En este punto sería discutible la idea de abstracción de la que refirió la profesora informante, frente a la propuesta teórica de la TRRS, en la que solamente la acción semiótica, la de representar en Matemática, produce noesis, es decir, comprensión.

Dadas las características de la presente investigación, el estudio de caso se limitó a reconocer la presencia y utilización de RS en la perspectiva didáctica de la profesora sin pretender un estudio amplio respecto del enfoque teórico del total de la FDI del Profesorado de Matemática, lo cual podría constituir un objetivo de estudio posterior. Similarmente, dado el alcance del objeto de estudio, no fue posible indagar en profundidad todos los dominios y subdominios de los modelos MKT y MTSK, los cuales podrían a futuro consolidarse como marcos exclusivos de referencia para analizar la situación de enseñanza en la formación de profesores (no es de interés a los objetivos de la presente tesis).

Un aspecto a destacar entre los resultados de investigación es el que asocia el concepto de problema por parte de la profesora informante a la de tarea matemática amplia de modelización, la cual no requeriría ser explicitada en su estrategia ni referirse exclusivamente a la aplicación de saberes disciplinares de Análisis Matemático previamente aprendidos, sino que en sí las actividades de RP conformarían un punto de partida, para la enseñanza y el aprendizaje, constructor de nuevos saberes de contenidos curriculares de FDI mediante la utilización de un número máximo de RS cuya actividad representacional deba contar con la guía procedimental docente a través del diálogo (prevalencia del registro verbal coloquial).

El Diseño Curricular de la carrera *Profesorado de Educación Secundaria en Matemática* analizado (Resolución N. ° 0764/14 del Consejo General de Educación), puesto en vigencia desde 2014, como contexto desde dónde pensar las propuestas didácticas, si bien responde a diferentes marcos normativos nacionales para la FDI, de acuerdo a lo analizado, y promueve una transformación en la propuesta formativa en la que diferentes unidades curriculares se organizan de manera interdisciplinaria y a través de núcleos problemáticos, particularmente dentro del campo de la formación específica de la Matemática, no define el enfoque de RP en el mismo sino que propone

cierta actualización científica de los contenidos y su vínculo con la realidad sociocultural.

Sí es posible encontrar en tales documentos curriculares consideraciones explicitadas respecto de categorías tales como conocimiento, enseñanza, aprendizaje y evaluación, conceptos todos vinculados a la práctica formativa en el profesorado, y entre otros aspectos, expresiones que sugieren representación de la realidad como actividad general y no particular de la Matemática. En tal sentido la idea de RS no se menciona en forma directa pero sí de manera indirecta al referir a la representación de la realidad y a modos de categorización lingüística (registro verbal). Respecto de contenidos estratégicos de RP tampoco se da una alusión especial en los Diseños Curriculares del Profesorado de Educación Secundaria de la Provincia de Entre Ríos, aunque se explicitan los fines de la enseñanza orientada a desarrollar procesos de pensamiento, curiosidad, y la posibilidad de adquirir habilidades cognitivas para observar, reflexionar, explicar y argumentar (CE). {R.1; R.2}.

De acuerdo a lo observado en la estructura curricular, y a lo que se declara de forma manifiesta en tales diseños, las diferentes unidades tanto pedagógicas, generales como específicas de la Matemática proponen un abordaje integral e interdisciplinario amplio organizado entorno a matrices problemáticas centradas en las/os sujetos que aprenden, tanto sea del nivel superior como del nivel secundario. Esto se puede notar más en la denominación, en los marcos orientadores, y en los enfoques sugeridos de la mayoría de las asignaturas, talleres y seminarios del *Campo de la Formación Específica* del profesorado. Es el caso también de las asignaturas *Problemáticas del Análisis Matemático I, II y III*, que se desarrollan respectivamente en 2°, 3° y 4° año de la carrera.

Puede concluirse entonces, que el aspecto de RP que se propone poner en acción es el de contextualizar histórica y epistemológicamente el objeto matemático de estudio de las diferentes ramas disciplinares, poniendo el énfasis en el carácter de construcción progresiva en la historia humana de grandes problemas o situaciones que les dieron origen en la delimitación disciplinar, para concebir una estrategia heurística y global de resolución que posibilite la comprensión, exploración, y comunicación de resultados o soluciones a los mismos, sin considerar exclusivamente CE vinculado a la TRRS. {R.3; R.4; R.5}.

En tal sentido comprender, en la perspectiva curricular del profesorado, y particularmente en la especificidad que se otorga a la Matemática, conlleva una idea experimental de producción y organización de entidades, relaciones y propiedades matemáticas que comprometen la estrategia didáctica de manera amplia y general, implicando un vínculo entre los tres campos de FDI, que debe integrar de manera compleja una visión científica como actividad humana. {R.6; R.7; R.8; R.9; R.10}.

Particularmente fue posible observar que sí se menciona la implementación de la perspectiva de RP, y/o la utilización representacional de RS, en los marcos orientadores, enfoques y ejes de contenidos sugeridos, aunque en muchos casos sea mencionando como contenido estratégico la modelización matemática que incluye diferentes tipos de razonamiento, en: *Elementos de Matemática, Problemáticas de la Geometría I, Problemáticas del Análisis Matemático I, Resolución de Problemas y TIC, Problemáticas de la Geometría II, Problemáticas del Álgebra I, Problemáticas de Probabilidad y Estadística I, Didáctica de la Matemática I, Epistemología de la Matemática, Problemáticas del Análisis Matemático II, Problemáticas de la Probabilidad y la Estadística II, Problemáticas de la Geometría III, Didáctica de la Matemática, Problemáticas del Álgebra II, Modelización Matemática de las Ciencias, Problemáticas de la Geometría IV, y Problemáticas del Análisis Matemático III.*

En *Resolución de Problemas y TIC* queda explicitada la formación en y para la RP en el contexto de la TRRS de Duval. De igual manera ocurre con la propuesta de las unidades curriculares *Modelización Matemática de las Ciencias, Problemáticas de Probabilidad y Estadística, y Problemáticas del Álgebra*, donde se sugiere la utilización de representaciones en distintos lenguajes para el abordaje interdisciplinario de la Matemática (esto podría vincularse directamente a la TRRS). {R.11 a R.27}.

Si bien la profesora informante señaló que no obtuvo una formación profesional en la que se fortaleciera la enseñanza mediante RP, su corto desempeño como profesora en el profesorado de Matemática implicó apropiarse de manera autodidacta de herramientas de modelización y mediante el cursado y perfeccionamiento de trayectos de post titulación donde pudo incorporar aspectos didácticos a la enseñanza de la tarea de resolver problemas en las clases de

*Problemáticas de Análisis Matemático III*, y a otras asignaturas que tiene a su cargo tanto en el profesorado como en las escuelas secundarias donde se desempeña.

Se deduce de sus apreciaciones que, para ella, la Matemática como disciplina presenta un carácter científico y social que en muchos casos resulta dificultosa para las/os estudiantes pero que el abordaje mediante RP, según lo expresó la docente, proporciona mayor comprensión conceptual y una oportunidad didáctica que a partir de cierta transposición es capaz de transformar el sentido memorístico tradicional de la actividad cognitiva en el aula de la FDI en un contexto de abordaje de situaciones problemáticas realistas, cotidianas, con un sentido no de mera aplicación teórica, formulada, y algorítmica de saberes matemáticos sino de experiencias significativas vinculadas a otras disciplinas científicas y escolares tales como la Física y la Economía, el Álgebra, la Geometría y la Aritmética. {R.28 a R.36}.

Específicamente respecto de la enseñanza de Análisis Matemático la profesora consideró que su conocimiento disciplinar no basta por sí solo para enseñarlo en la FDI y que luego ello pueda ser transmisible en la educación secundaria, sino que los conceptos, por ejemplo, de límite, de derivada e integral, requieren un saber respecto de su didáctica específica para contextualizarlos al ámbito vivencial y de la realidad formativa, y poder construir una estrategia que implique un abordaje comprensivo, relacional en términos intra y extra matemáticos, no directo sino como desafío cognitivo, “ponerlos a prueba”, contemplando las características de los sujetos que aprenden y los aportes de los diferentes campos y unidades curriculares de la FDI, el nivel destinatario, y las competencias que solicita la formación docente y la formación secundaria (CE).

Desde ese marco queda claro que la docente priorizaría como contenido estratégico de RP no solo la comprensión de contenidos sino el contexto curricular y de enseñanza-aprendizaje, el razonamiento, la reflexión, la abstracción en diferentes grados de complejidad, y la adquisición de una visión didáctica como táctica de proceso en la que un problema o un ejercicio puede ser convertido en situación problemática. En este punto se puede concluir que la docente pretendió habilitar elementos de distintos RS, entre ellos el registro verbal coloquial en los diálogos que implementó para reconocer los aprendizajes que van obteniendo los/as estudiantes de *Problemáticas del Análisis Matemático* en el profesorado, lo cual significa también

concebir distintas estrategias didácticas de resolución: guiar y retroalimentar el aprendizaje, analizar distintas alternativas, y crear un entorno de sostenimiento del interés resolutivo y de habilitación de dudas que impulsen el avance en la resolución. {R.37 a R.43}.

Según la profesora, comprender, conceptualizar en Matemática y en Análisis Matemático permite luego transferencia de conocimientos y aplicación a situaciones reales. {R.44 y R.45}. Respecto del concepto de problema que la profesora consideró, se lo puede asociar a la idea de tarea matemática en el contexto de la TRRS dado que la misma señaló una mirada amplia en la que la actividad de resolución no requiere de la explicitación exclusiva o de la aplicación de contenidos curriculares previamente desarrollados para proponer luego actividades matemáticas de ejercitación sino que es la propia acción de resolver la que puede contribuir a la adquisición de dichos saberes o contenidos de la FDI, de manera constructiva y mediante la creación de un contexto de aprendizaje a partir de RP donde se modelice matemáticamente y que sean los/as estudiantes los/as constructores/as activos/as de expresiones, fórmulas, representaciones y modelos resolutivos particulares de cada situación.

Respecto del contenido de la clase pensada por la profesora, es importante destacar que el concepto de excedente del consumidor constituye una referencia desde donde pensó la idea de aplicación del concepto de integral definida, la utilización de la Regla de Barrow para calcular áreas bajo una curva, y desde tales contenidos concebir el marco registral. No se especificó el contexto curricular desde donde procedieron las explicaciones anteriores, las enseñanzas y aprendizajes disciplinares dado que no se buscaba conocer la coherencia secuencial presentada por la docente, ni la forma en que aprenden Análisis Matemático los estudiantes del profesorado, sino la previsión de actividades registrales relacionadas a la TRRS.

Desde dicha perspectiva también consideró pertinente la necesidad de la formación docente al respecto donde se creen condiciones didácticas y formativas en el profesorado que provean a las/os futuras/os profesoras/es herramientas para poder acompañar, y guiar el aprendizaje y la comprensión o generación conceptual mediante contenidos estratégicos de RP. {R.46 a R.48}. En su concepción la enseñanza de estrategias de RP se requiere: presentación de situaciones problemáticas, lectura,

extracción de datos, construcción de modelos o fórmulas específicas para dichas situaciones y, con ello, poder llegar a una solución haciendo uso de diferentes representaciones en tal proceso, a distintos lenguajes y tipos representacionales.

La docente informante enfatizó especialmente en la lectura de enunciados (registro lingüístico), y en la extracción de datos para resolver un problema de Análisis Matemático en el aula y destacó la importancia de iniciar la actividad resolutoria mediante representaciones gráficas (registro gráfico), el diálogo y la guía docente a partir de preguntas que estimulen la interpretación de lo que se está haciendo al resolver un problema (registro lingüístico), como por ejemplo pensar en velocidades y desplazamientos al describir un gráfico o representar dichos conceptos físicos analizando variables matemáticas representativas mediante el auxilio o complementariedad de una variada gama de posibilidades de distintas ramas de la Matemática como lo es el Álgebra, la Aritmética y la Geometría Analítica (registro algebraico). {R.49 a R.51}.

La profesora dijo no conocer específicamente cuáles eran los vínculos entre conocimientos previos de Análisis Matemático y de RP que las/os estudiantes de profesorado adquirirían en asignaturas correlativas de la carrera para cursar *Problemáticas de Análisis Matemático III*; sí refirió a su conocimiento de la estructura curricular del profesorado de Matemática en el que desarrolla sus clases y mencionó unidades curriculares afines. Esto podría indicar la necesidad de fortalecer en el esquema de *Pensamiento del Profesor*, y en particular de la docente informante, el conocimiento del currículum conjuntamente con los contenidos correspondientes a dichos espacios para poder pensar la enseñanza de la asignatura.

Sí se observó mención explícita de materiales bibliográficos utilizados para pensar las propuestas didácticas donde manifestó que le otorga importancia a que en ellos se encuentren conceptos desarrollados, pasos y etapas de desarrollos matemáticos y su modelización de los cuales selecciona algunos para dar una introducción a los contenidos que debe presentar en clase mediante enunciados de problemas. En tal sentido expresó que es muy importante la utilización de distintos registros semióticos haciendo especial énfasis en el registro lingüístico, gráfico, y tabular como estrategia de obtención y representación de los datos de cada problema (no mencionó el registro algebraico). Como contenido estratégico se observó que

destaca las explicaciones (registro lingüístico), resolución mediante problemas modelos, indicaciones que guíen la resolución, y actividades de anotación y escritura. {R.52 a R.55}.

Se dedujo de sus comentarios que la forma en que enseña a resolver e implementa contenidos estratégicos de RP es implícita y que piensa su enseñanza confiando en los saberes que las/os estudiantes debieron adquirir en otras unidades curriculares previstas en el Diseño Curricular del Profesorado, lo cual otorga la condición de aplicabilidad no solamente al ámbito científico o interdisciplinario en disciplinas que requieran del Análisis Matemático, tales como Economía o Física, sino en el contexto didáctico de enseñanza secundaria que es el nivel formativo de destino de la FDI.

Queda claro que el aspecto coloquial del tratamiento de cada problema es aquello a lo que la profesora da prevalencia y luego buscar la manera de resolver utilizando conceptos de Análisis Matemático, intervenciones de guía, advertencia y recomendaciones de diferentes caminos de resolución, expansión y complementación de pasos o etapas dadas en libros respecto de vacancias en las explicaciones bibliográficas (registro lingüístico). Al señalar pasos o protocolos de RP que habitualmente utiliza en la *Problemáticas del Análisis Matemático*, sintetizados en la lectura, extracción de datos, depuración y validación de la información contenida en los enunciados, lectura detenida y comprensiva de la pregunta problema, localización de los conceptos, contenidos u objetos matemáticos y, por último, institucionalizar los saberes aplicados o aprendidos, se observa una perspectiva clásica del enfoque de enseñanza aplicada con un fuerte énfasis en el registro lingüístico. {R.56 a R.61}.

Un elemento destacable es el trabajo reflexivo y metacognitivo posterior que considera proponer la profesora a sus estudiantes luego de implementar RP y de llegar a la solución de un problema, donde conduce debates acerca de las formas de representación puestas en acción tales como ecuaciones obtenidas o utilizadas (registro lingüístico y algebraico), análisis de los gráficos (registro gráfico), descripciones, aseveraciones y validaciones formuladas en lenguaje coloquial (registro lingüístico), y producción de tablas (registro tabular). La transformación a la que se le atribuye mayor importancia en este proceso, en tanto aporte comprensivo

en la RP, es la de pasaje de lenguaje coloquial a la representación gráfica (conversión semiótica). {R.62 a R.64}.

Mediante las técnicas de resolución en voz alta y transformación de un ejercicio en problema fue posible observar cómo la profesora formuló el enunciado de un problema de Economía a partir de un ejercicio extraído de un libro en el que debía implementar el concepto de integral definida (las/os estudiantes conocían solamente el concepto de integral indefinida); redactó de forma escrita y mediante lenguaje coloquial sencillo (registro verbal), tituló el problema con una pregunta general que sería el núcleo problemático de la situación o tarea de resolución, agregó una breve introducción en dicho enunciado, e incorporó en el mismo otras dos preguntas, la primera de ellas no implicaría una acción o tarea matemática sino un interrogante complementario a la pregunta inicial para estimular la reflexión respecto de las posibles ganancias o pérdidas de consumo (registro lingüístico); la segunda se dirigió a solicitar una definición intuitiva respecto del concepto de exceso de oferta y de demanda, lo cual definió provisoriamente en el último párrafo del enunciado. Este no incluyó ningún dato numérico, ni Matemático, ni ningún tipo de RS más que el verbal pero la docente propuso anexar una tabla y un gráfico para representar una curva de demanda (registro tabular y gráfico).

Aquí se podría pensar en un trabajo de conversión de registros de tabular a gráfico, pero según lo declarado por la docente, focalizaría el análisis mediante visualización gráfica, es decir que al no haber datos numéricos en el enunciado y luego sugerir el análisis de la información directamente desde el gráfico cartesiano no habría transformación semiótica de un sistema registral a otro ni dentro de un mismo sistema. La tarea de resolver la situación por parte de los/as estudiantes se centró en describir y extraer la información gráfica tal como lo es cantidades demandadas, precios, y forma de la curva y, por parte de la profesora, en proporcionar un contexto instruccional en términos operativos y generar preguntas sencillas que guiaran dicha descripción (registro gráfico y lingüístico).

La situación didáctica podría haber involucrado diferentes registros semióticos y transformaciones si por ejemplo a partir de la tabla se propusiera a los/as estudiantes construir el gráfico y luego de construirlo describir qué información se construye en ese proceso (registro tabular, gráfico, y lingüístico). Sí se podría señalar que la

descripción coloquial del gráfico es una forma de transformación semiótica de registro gráfico a verbal. El énfasis por parte de la docente en el aspecto dialógico de enunciación, descripción, y análisis da cuenta solamente de una prevalencia del registro verbal con vínculo al registro gráfico. {R.65 a R.70}.

El tiempo necesario para la implementación de RP en la clase de Análisis Matemático fue un elemento importante de condicionamiento pedagógico y didáctico que destacó la profesora informante lo cual debe señalarse como un factor de posibilidad que ella declaró escaso en el contexto de diagramación de la propuesta curricular y formativa del profesorado. De esta forma justificó la elección del enunciado y la necesidad de enfatizar en la tarea de análisis gráfico (registro lingüístico y gráfico). En todos los gráficos que aportó para continuar desarrollando la resolución en voz alta de un problema fue mostrando preguntas breves con carácter instruccional o reflexivo respecto de qué lecturas, visualizaciones, observaciones y descripciones hacer (registro gráfico y lingüístico).

En el último de tres gráficos que conformaron la representación del problema de exceso de consumo sí se observó una transformación de tipo *tratamiento* dado que la curva de demanda primeramente escalonada pasó a tomar aspecto lineal (curva de ajuste), con lo cual la profesora pretendió una asociación del registro gráfico al concepto matemático de integral en procesos de excedente del consumidor y luego generalizar dichos procesos económicos asociados a la noción de integral definida para lo cual presentó de manera escrita una explicación verbal (registro verbal) y un gráfico (registro gráfico), acompañados de la expresión de obtención del cálculo de exceso de consumo (registro algebraico).

Entonces, la utilidad del problema radica en que posibilitaría a la profesora introducir el contenido *integral definida* mediante RP y, según lo que comentó, ejercitar posteriormente lo aprendido con pocos problemas sencillos, de aplicación, en los cuales aplican la expresión integral; es decir, se pone en juego un sentido de actividad matemática de articulación y expansión conceptual, y de enfoque propedéutico en el contexto cognitivo de aprendizaje de Análisis Matemático. {R.71 a R.80}.

La RP no se configura así en un entorno de enseñanza para aprendizajes que determinen o favorezcan totalmente nuevos aprendizajes de manera autónoma sino como andamiaje de contenidos de Análisis Matemático en particular. {R.81 a R.88}.

Por tanto, se sugiere ver en posteriores investigaciones de qué manera la actividad resolutoria mediante problemas en las clases de Análisis Matemático en el profesorado podría ampliar el horizonte cognitivo, instituir recomendaciones, modos de resolver amplios, esquemas decisionales trascendentes de los contenidos locales de la clase y posibilitar nuevos aprendizajes como capacidad de exploración y conquista de un territorio de conocimiento en un campo disciplinar determinado.

Si bien la profesora expresó que le interesaba ampliar al máximo la actividad registral con múltiples representaciones semióticas al enseñar *Problemáticas de Análisis Matemático III*, en el desarrollo de dos de las técnicas de investigación aplicadas en el caso, quedó evidenciado una mayor prevalencia del registro verbal (en enunciados y explicaciones), seguido en la importancia que el trabajo de campo permitió por la utilización de registro gráfico (en análisis de información), y en menor frecuencia el registro algebraico (en la obtención de ecuaciones, de fórmulas, de soluciones y de resultados numéricos).

Quedaron excluidos en el trabajo de campo observado la complejidad de las actividades de RP con incorporación efectiva de tareas con registro tabular e icónico o figural. La implementación del registro algebraico se hizo más notorio en la aplicación de la técnica de investigación conversión de problemas en ejercicios y viceversa. {R.89 y R.91}.

En el desarrollo de la última técnica anteriormente mencionada la profesora comentó que el criterio más importante que utiliza es el de añadir significatividad a las situaciones creadas o recreadas mediante enunciados realistas y próximos a las vivencias cotidianas de las/os estudiantes de profesorado. En tal momento del trabajo de campo, se pudo constatar mediante las diferentes técnicas de investigación, una tendencia incorporada por la profesora en su perspectiva profesional de enseñanza de acondicionamiento de enunciados y de transformaciones que dan cuenta de la utilización habitual de reelaboración didáctica de problemas, enunciados, y ejercicios (registro lingüístico). En todo momento la docente relacionó la idea de RP a la de modelización, pero mantuvo de manera implícita el concepto de modelo en Matemática escolar. Ello también se evidenció al implementar la técnica de transformación de un ejercicio en problema y es posible inferir la noción de modelo al de fórmula o expresión matemática que sintetiza o representa una situación de la

realidad (conversión por transformación de registro lingüístico a algebraico). {R.92 a R.99}.

Con todo lo analizado es posible concluir en que desde la FDI existe una mirada heurística respecto de la RP en la propuesta formativa del Profesorado de Educación Secundaria en Matemática en la Provincia de Entre Ríos con un enfoque interdisciplinario, de contextualización epistemológica e histórica en el ámbito de pensamiento de la actividad escolar de aula, centrado en el sujeto propio del nivel superior y del nivel secundario asociado. En ese marco se define de manera implícita la noción de problema en la denominación de las distintas asignaturas y talleres y en la perspectiva de abordaje al interior del Campo de Formación Específica. Igualmente, la perspectiva curricular, normativa, y de distintas/os autoras/es mencionadas/os, en la misma, no proponen una formación especializada en contenidos estratégicos para la resolución de problemas de manera explícita, ni de transformaciones registrales en el contexto de la TRRS, sino que admiten que dicha formación depende de la carrera profesional y de los conocimientos prácticos de las/os profesoras/es de Matemática de forma implícita, aunque sí se menciona la necesidad de un debate epistemológico al respecto de la enseñanza, pero no específicamente en lo que refiera a RP.

En particular, en el caso estudiado, de Enseñanza de contenidos estratégicos de RP en la unidad curricular *Problemáticas del Análisis Matemático III*, en el *Profesorado de Educación Secundaria en Matemática*, de la Provincia de Entre Ríos, se destaca la importancia otorgada a la creación de entornos de aprendizaje mediante RP donde la tarea o actividad matemática pretende proveer a los/as estudiantes de profesorado de herramientas didácticas que promuevan de manera intuitiva la integración de saberes previos adquiridos en distintas asignaturas cursadas anteriormente al 4° año de carrera, con actividades donde prevalecen procesos semióticos de *tratamiento* y en menor implementación de transformaciones de *conversión*.

La profesora declaró que selecciona fórmulas y expresiones algebraicas que transforma en problemas o partiendo de un enunciado de una situación problemática de un libro reconstruye la enunciación mencionando algunos de los siguientes pasos: redacción de un enunciado introductorio en lenguaje coloquial, presentación, explicación y diálogo respecto a aspectos contextuales del enunciado (registro verbal),

transformación gráfica y descomposición figural (registro gráfico), discusión de elementos y características gráficas (registro gráfico y verbal), extracción de datos, ejemplificación, comparación y generalización gráfica (registro verbal y gráfico), breves guías instruccionales y de recomendaciones introducidas espontánea y asistemáticamente (registro verbal), resolución mediante conceptos y expresiones conocidas (registro algebraico). Dijo, además, partir de ejemplos y cálculos sencillos.

Este procedimiento podría ser una perspectiva o enfoque didáctico que pudiera explicitarse en la FDI como contenido estratégico de enseñanza donde una vez que la profesora presentara un problema modelo se entregaran a las/os estudiantes nuevos problemas o situaciones problemáticas, y se procurara dar el tiempo necesario para que las/os estudiantes puedan resolver con autonomía. En este marco se revelan distintas dimensiones respecto del diseño y planificación, y de la forma en que la docente informante piensa la enseñanza por RP, manifestados por la misma, las cuales se sintetizan a continuación:

- a) **Aspectos de selección y delimitación de los problemas:** de esta manera la docente puede abordar la especificidad de la enseñanza mediante problemas a partir de una actividad preactiva de iniciativa propia en la que selecciona y adapta diferentes situaciones o ejercitaciones. Se deduce que la profesora considera *modelización matemática* como sinónimo de traducción de situaciones de la vida real a expresiones matemáticas formuladas (registro algebraico), más allá de las demás formas representacionales, concepción en la que incluye, de acuerdo a su forma de pensar la enseñanza, la noción de *problema matemático escolar*.
- b) **Progresividad didáctica destinada a incrementar los procesos de comprensión:** se observó que la RP anteriormente descrita en las diferentes técnicas de investigación procura recuperar mecanismos y expresiones de resolución mientras que al convertir un problema en ejercitación se requiere una producción original que profundiza gradualmente la comprensión con la intervención en todos ellos de los registros lingüístico y algebraico.
- c) **Rol de los estudiantes frente a la tarea de resolver problemas:** se encuentra que la actividad pretende resultar más participativa respecto de la

función que la docente imagina por parte de las/os estudiantes en la RP otorgando un rol activo, constructivo, y de mayor significación, con la intervención de pocos RS.

- d) Rol de la docente en la enseñanza de contenidos estratégicos de RP:** se identifica un posicionamiento profesional activo frente a los materiales y recursos para enseñar contenidos de RP al intervenir y transformar enunciados de libros (registro lingüístico).
- e) Utilización de elementos contextuales en los enunciados de problemas:** se muestra cómo la profesora otorga importancia a datos, aspectos, o situaciones significativas que pueden producir interés de aprendizaje al enunciar problemas de Análisis Matemático desde motivaciones de la vida cotidiana o de asuntos de actualidad teniendo como principal registro semiótico al lingüístico.
- f) Promoción de la reflexión y el pensamiento matemático mediante RP:** al preguntar y plantear distintos interrogantes vinculados al enunciado del problema o derivados de la pregunta central a resolver o solucionar se estimula la búsqueda de elementos de resolución que irían construyendo resultados o la solución de la actividad mediante procesos reflexivos y dialógicos (registro lingüístico).
- g) Autoría de diseño de RP:** al planificar la enseñanza mediante RP la profesora estima necesario aportar transformaciones representacionales a los problemas de libros para hacerlos más significativos. De esta manera propicia una transformación creativa en lo que a enunciación de problemas (registro lingüístico), de la que se constituye autora.
- h) Creación de contextos motivacionales de transformación de problemas o ejercicios:** al vincular la tarea de RP o de transformación de un problema en una ejercitación se evidencia la importancia que la profesora le otorga a la contextualización desde elementos de la realidad como vía de acceso al trabajo de resolución pensado para llevar al aula a través de relatos que involucran datos matemáticos (registro lingüístico).
- i) Adaptabilidad representacional en el contexto de la TRRS:** la docente advierte que es posible y necesaria la utilización de diferentes tipos de

representaciones y la alternancia entre distintos caminos representacionales para resolver la tarea, es decir que resalta la importancia de apoderarse de CE de RP que involucren elementos de la TRRS.

- j) Enfoque pedagógico de resolución centrado en los estudiantes:** los elementos de adaptabilidad y significatividad con los que la profesora imagina la transformación de problemas en ejercicios se sostienen en las características y necesidades de las/os estudiantes para aprender a resolver.

Se deduce que los tipos de registros que más ampliamente fueron utilizados, de acuerdo a lo estudiado, son el registro lingüístico, en primer lugar, y el registro gráfico como base de descripción, explicación, y comprensión en las propuestas didácticas presentadas por la profesora. En tal sentido, la perspectiva estratégica en la RP no se establece como escenario de ampliación de las habilidades para la adquisición de nuevos aprendizajes sino como soporte articulador entre contenidos disciplinares de Análisis Matemático aprendidos, su aplicabilidad interdisciplinaria y la significatividad cognitiva desde el punto de vista del interés por el aprendizaje por parte de los/as estudiantes, futuros/as docentes.

Mediante la presente investigación se encuentra que sería posible además apoderarnos de un sentido genérico de la noción de problema que salve las diferencias polisémicas de acepciones y a su vez compatibilice las diferentes concepciones en la definición de la categoría de estudio en el campo de la enseñanza de la Matemática. Problema matemático escolar podría ser entonces toda actividad representacional de registros semióticos donde se produzcan transformaciones de unos a otros diferentes sistemas de representación, o en el contexto de un mismo sistema de signos matemáticos, para la comprensión de conceptos matemáticos enmarcados en un currículum escolar. He ahí la importancia del trabajo de las/los docentes al enseñar matemática, diversificar al máximo la intervención de distintos contenidos estratégicos que recorran una gama amplia de transformaciones registrales.

En el Diseño Curricular del Profesorado de Educación Secundaria en Matemática de la Provincia de Entre Ríos no se menciona una acepción particular al respecto, sino una noción imprecisa de definición de la asignatura y de los alcances

de significación de problema como campo disciplinar y perspectiva metodológica de la enseñanza.

Finalmente, como sugerencia de investigación posterior a la presente, se podría proponer el estudio de la idea de modelización que se menciona en el Diseño Curricular y del que la docente también hizo referencia, para hacer patente la relación que se establece entre dicha idea y la concepción de RP como enfoque orientador de la FDI en el Profesorado de Educación Secundaria en Matemática en el contexto de la TRRS.

## VI. Referencias bibliográficas.

- Bressan, A. M.; Gallego M. F.; Pérez, S.; y Zolkower, B. (2016). *Educación Matemática Realista. Bases Teóricas*. GPDM. Bariloche. Argentina. Recuperado el 13 de noviembre de 2018 de: <http://gpdmatematica.org.ar/publicaciones/>
- Blanco Nieto, L. J.; Ruíz Macías, C.; y Mellado Jiménez, V. (1995). *Conocimiento didáctico del contenido en ciencias y matemáticas y formación del profesorado*. Revista de Educación. Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales y de las Matemáticas. Universidad de Extremadura. Badajoz. Disponible en: [https://www.researchgate.net/publication/266143006\\_Conocimiento\\_didactico\\_del\\_contenido\\_en\\_ciencias\\_y\\_matematicas\\_y\\_formacion\\_del\\_profesorado](https://www.researchgate.net/publication/266143006_Conocimiento_didactico_del_contenido_en_ciencias_y_matematicas_y_formacion_del_profesorado)
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. 1ª ed. (Traducción del Dilma Fregona). Libros del Zorzal. Buenos Aires.
- Congreso de la Nación Argentina. (1995). *Ley de Educación Superior N. ° 24.521*. Ministerio de Justicia y Derechos Humanos. Presidencia de la Nación. Disponible en: <https://servicios.infoleg.gob.ar/infolegInternet/anexos/25000-29999/25394/texact.htm>
- Congreso de la Nación Argentina. (2006). *Ley de Educación Nacional N. ° 26.206*. Poder Legislativo de la Nación Argentina. Disponible en: <https://www.argentina.gob.ar/educacion/validez-titulos/glosario/ley26206#:~:text=La%20Ley%20de%20Educaci%C3%B3n%20Nacional,de%20una%20sociedad%20m%C3%A1s%20justa.>
- Consejo Federal de Educación de la República Argentina. (2007). *Resolución N. ° 23/07. Plan Educativo Nacional 2007-2010*. Gobierno de la Nación Argentina. Ministerio de Educación. INFoD. Disponible en: <http://www.bnm.me.gov.ar/giga1/documentos/EL000883.pdf>
- Consejo Federal de Educación de la República Argentina. (2010). *Resolución N. ° 101/10. Documento Objetivos y Acciones 2010-2011 de la Formación Docente*. Gobierno de la Nación Argentina. Ministerio de Educación. INFoD. Disponible en: <http://www.bnm.me.gov.ar/giga1/normas/14773.pdf>

- Consejo Federal de Educación de la República Argentina. (2012). *Resolución N. ° 167/12. Plan Educativo Nacional 2012-2015*. Gobierno de la Nación Argentina. Ministerio de Educación. INFoD. Disponible en: <https://www.suteba.org.ar/download/legislacin-nacional-67845.pdf>
- Consejo Federal de Educación de la República Argentina (2018). *Resolución N. ° 337/18. Marco Referencial de Capacidades Profesionales de la Formación Docente Inicial*. Gobierno de la Nación Argentina. Ministerio de Educación. Disponible en: [https://dges-cba.infed.edu.ar/sitio/resoluciones-del-consejo-federal-de-educacion/upload/Res\\_CFE\\_N\\_337-18.pdf](https://dges-cba.infed.edu.ar/sitio/resoluciones-del-consejo-federal-de-educacion/upload/Res_CFE_N_337-18.pdf)
- Consejo General de Educación de la Provincia de Entre Ríos. (2014). *Resolución N. ° 0764/14 CGE. Diseño Curricular de la Carrera "Profesorado de Educación Secundaria en Matemática"*. Expediente Grabado N. ° 1506629. Gobierno de Entre Ríos. Paraná. Disponible en: <https://des-ers.infed.edu.ar/sitio/formacion-docente/>
- Contreras González, Luis C. y Carrillo Yáñez, José. (2018). *El esquivo conocimiento del profesor de matemáticas*. En *Rutas de la Educación Matemática. 30 años de investigación en la Revista Educación Matemática*. Primera Edición. Sociedad Mexicana de Investigación y Divulgación de la Educación Matemática, AC. SOMIDEM. México.
- Chevallard, Y. (1999). *El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico*. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19 (2), pp. 221-266.
- D'Amore, B. (2004). *Epistemología, didáctica de la matemática y prácticas de enseñanza*. *Revista de la ASOVEMAT*, Vol. 17, (1), 1-20.
- D'Amore, B. (2005). *Bases Filosóficas, Pedagógicas, Epistemológicas y Conceptuales de la Didáctica de la Matemática*. (Traducción de Martha Isabel Fandiño Pinilla). México: Reverté.
- D'Amore, Bruno. (2006) *Objetos, significados, representaciones semióticas y sentido*. RELIME, Número Especial, pp. 117-195.
- Díaz Godino, J., Giacomone, B., Batanero, C., y Font V. (2017). *Enfoque Ontosemiótico de los Conocimientos y Competencias del Profesor de*

- Matemáticas*. Bolema, Rio Claro (SP), v. 31, n. 57, p. 90 - 113, abr. 2017. España.
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. (Traducción de Miryam Vega). Universidad del Valle. Colombia.
- Duval, R. (2006). *Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación*. La Gaceta de la RSME, Vol. 9.1, pp. 143-168. España. Recuperado el 22 de octubre de 2018, de: <https://eudml.org/doc/44160>
- Duval, R., y Sáenz-Ludlow, A. (2016). *Comprensión y Aprendizaje en Matemáticas: Perspectivas Semióticas Seleccionadas*. Énfasis. Universidad del Valle. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Universidad Pedagógica Nacional. Doctorado Interinstitucional en Educación. Colombia. Disponible en: [http://die.udistrital.edu.co/publicaciones/comprension\\_y\\_aprendizaje\\_en\\_matematicas\\_perspectivas\\_semioticas\\_seleccionadas](http://die.udistrital.edu.co/publicaciones/comprension_y_aprendizaje_en_matematicas_perspectivas_semioticas_seleccionadas)
- Duval, R. (2017). *Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. (Traducción de Myriam Vega Restrepo). Segunda Edición. Programa Editorial Universidad del Valle. Colombia.
- Escobar Hoyos, G. (2016). *Las actividades cognitivas de tratamiento y conversión de las representaciones semióticas en la resolución de problemas contextuales relacionados con el concepto de función cuadrática*. Tesis de Maestría en Enseñanza de las Ciencias. Universidad Autónoma de Manizales. Colombia. Recuperado el 02 de julio de 2018, de: <http://repositorio.autonoma.edu.co/jspui/handle/11182/1046>
- Gobierno de la Provincia de Entre Ríos. (2012). *Mapa de Carreras Prioritarias 2012-2013*. Instituto Becario INAUBEPRO. Disponible en: <https://mapacarreras.institutobecario.gov.ar/>
- Gobierno de la Provincia de Entre Ríos. (12 de marzo de 2014). *Diseño Curricular del Profesorado de Educación Secundaria en Matemática. Resolución N.º 0764/14 del Consejo General de Educación, Expte. Grabado N.º 15066629-*. CGE. DES. Paraná, Disponible en: <https://des-ers.infed.edu.ar/sitio/disenos-curriculares-2014/>

- Jessup C., M. N. J. C. (1998). *Resolución de problemas y enseñanza de las Ciencias Naturales. Tecné Episteme Y Didaxis TED*, (3).  
<https://doi.org/10.17227/ted.num3-5701>
- Legislatura de la Provincia de Entre Ríos. (2008). *Ley Provincial N. ° 9890. Ley Provincial de Educación de Entre Ríos*. Gobierno de Entre Ríos. Paraná, 22 de diciembre de 2008. Disponible en: <https://cge.entrierios.gov.ar/normativas/>
- Ministerio de Cultura y Educación de la Nación. (1999). *La Formación Docente 11*. En: *Curso para Supervisores y Directores de Instituciones Educativas*. Talleres IPESA. Buenos Aires Argentina.
- Ministerio de Educación y Deportes de la Nación. (2016). *Plan Nacional de Formación Docente 2016-2021*. Gobierno de la Nación. Disponible en: <https://www.educ.ar/recursos/150624/plan-nacional-de-formacion-docente-2016-2021>
- Montes, M., Contreras, L., y Carrillo, J. (2013). *Conocimiento del Profesor de Matemáticas*. Universidad de Huelvas. Disponible en: [https://core.ac.uk/outputs/162042736/?utm\\_source=pdf&utm\\_medium=banner&utm\\_campaign=pdf-decoration-v1](https://core.ac.uk/outputs/162042736/?utm_source=pdf&utm_medium=banner&utm_campaign=pdf-decoration-v1)
- Morales Martínez, Z. E. (2013). *Resolución de problemas: una mirada a través de los registros de representación semiótica*. VII CIBEM. Uruguay. Recuperado el 1 de febrero de 2018, de: <http://www.cibem7.semur.edu.uy/home.php>
- Pérez, Y.; y Ramírez, R. (2011). *La enseñanza de estrategias de resolución de problemas matemáticos: Fundamentos teóricos y metodológicos*. Revista de Investigación, 35(73), 169-194. Recuperado el 22 de enero de 2018, de [http://www.scielo.org.ve/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1010-29142011000200009&lng=es&tlng=es](http://www.scielo.org.ve/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1010-29142011000200009&lng=es&tlng=es).
- Pifarré, M.; y Sanuy, J. (2001). *La enseñanza de estrategias de resolución de problemas matemáticos en la ESO: un ejemplo concreto*. Enseñanza de las Ciencias: Revista de Investigación y Experiencias Didácticas. Vol. 19, Núm. 2.
- Polya, G. (1989). *Cómo Plantear y Resolver Problemas*. Decimoquinta reimpresión. *Serie de Matemáticas*. Traducción de Julián Zugazagoitia. México.
- Sepúlveda López, A.; Medina García, C.; y Sepúlveda Jáuregui, D. I. (2009). *La resolución de problemas y el uso de tareas en la enseñanza de las*

*matemáticas*. Educ. mat[online]. vol.21, n.2, pp.79-115. ISSN 1665-5826. Recuperado el 22 de octubre de 2018, de: [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1665-58262009000200004](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-58262009000200004)

Valiero, E.; Barrionuevo, M.; y Villenas, F. (2021). *Ordenamiento de los Registros Semióticos en la Didáctica del Álgebra en la Escuela Secundaria. Correspondencia con la Enseñanza de Expresiones Algebraicas Racionales*. Vol. 33. N. ° 2. 2021-08-01|journal-article. Pp. 178-192. Versión electrónica ISSN: 2448-8089. DOI: 10.24844/EM3302.07. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9392-0882>. Disponible en: <https://www.revista-educacion-matematica.org.mx/revista/volumen-33-numero-2-agosto-2021/>

## VII. Bibliografía.

### VII.1. Libros.

- Abero, L., Berardi, L., Capocasale, L., et al (2015). *Investigación Educativa. Abriendo puertas al conocimiento*. CLACSO. Montevideo, Uruguay. Disponible en: <https://biblioteca-repositorio.clacso.edu.ar/bitstream/CLACSO/16321/1/InvestigacionEducativa.pdf>
- Apéry, R. et Al. (1988). *Pensar la Matemática*. Segunda Edición. Tusquets Editores. Barcelona.
- Botta, M., y Warley, J. (2007). *Tesis, Tesinas, Monografías e Informes. Nuevas normas y técnicas de investigación*. Editorial Biblos. Buenos Aires.
- Cervini, R. (1999). *Calidad y Equidad en la Educación Básica Argentina. Factores asociados al logro escolar*. Ministerio de Cultura y Educación de la Nación. Bs. As.
- Cervini, R. (2002). *Distribución Social de los Rendimientos Escolares. El rendimiento escolar en Argentina. Análisis de los resultados y factores*. Ed. Losada. Bs. As.
- Chaparro, M. (2006). *Epistemología de la Educación. Perspectivas para una educación del futuro*. Ed. De los Cuatro Vientos. Buenos Aires.
- Chevallard, Yves. (2005). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Ed. Aique. Buenos Aires.
- Dickson, L.; Brown, M. y Gibson, O. (1991). *El aprendizaje de las matemáticas*. Ed. Labor. Barcelona.
- Eco, H. (2002). *Cómo se hace una tesis*. Gedisa Editorial. Barcelona. España.
- Gay, Aquiles, (1995). *Apuntes Sobre la Universidad. El Caso Universidad de Córdoba*. Ediciones TEC. Córdoba, Argentina.
- Gómez, P., y Perry, P. (1996). *La problemática de las matemáticas escolares*. Universidad de los Andes. Bogotá. Colombia.
- Hughes, M. (1986). *Children and numbers Difficuties in learning mathematics*. Ed. Basil Blackwel. Oxford.

- Iglesias, G., y Resala, G. (2009). *Trabajo Final, Tesinas y Tesis. Modalidades. Estructura metodológica y discursiva. Evaluación.* Ediciones Cooperativas. Buenos Aires. Argentina.
- Kilpatrick, J. et al. (1995). *Educación Matemática. Errores y dificultades de los estudiantes.* Jeremy Kilpatrick et Al (Eds).
- Mayer, S. (2008). *Egreso Universitario y Estrategias Estudiantiles.* Tesis de Maestría en Docencia Universitaria. UNL. Santa Fe.
- Sabino, C. (2006). *Los Caminos de la Ciencia. Una introducción al método científico.* Ed. Lumen Hvmanitas. Buenos Aires – México.
- Sabino, C. (1996). *El Proceso de Investigación.* Ed. Lumen Hvmanitas. Buenos Aires. Argentina.
- Sabino, C. (1998). *Cómo Hacer una Tesis y Elaborar Todo Tipo de Escritos.* Ed. Lumen Hvmanitas. Buenos Aires. Argentina.
- Skemp, R. (1980). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas.* Colección Matemática, Morota.
- Viñao Frago, A. (2002). *Sistemas Educativos, Culturas Escolares y Reformas. Continuidades y Cambios.* Morata. Madrid.

## VII.2. Páginas y artículos de Internet.

- Azcue, M., et al. (2003). *Resolución de un problema complejo utilizando un elemento de naturaleza heurística.* Revista Iberoamericana de Educación. Septiembre de 2003. Disponible en: <https://rieoei.org/RIE/article/view/2684>
- Carlino, P. (2003). *Alfabetización Académica: Un cambio necesario. Algunas Alternativas Posibles. Resumen.* Educere. Año/ vol. 6, número 020. Enero-Marzo de 2003. Universidad de los Andes. Venezuela. Disponible en: <https://www.redalyc.org/pdf/356/35662008.pdf>
- Conejo, L., y Ortegao, T. (2013). *Clasificación de los problemas propuestos en aulas de Educación Secundaria Obligatoria.* Contribución para la Docencia. Educación Matemática, vol. 25, núm. 3, diciembre de 2013. <https://www.revista-educacion-matematica.com/pdf/documentos/REM/REM25-3/Vol25-3-5.pdf>

- De Arenega, C. P., De Longhi, A. L., & Vargas, J. (2021). *La técnica de resolución de problemas en la enseñanza - Aprendizaje de la matemática*. *Revista De Educación Matemática*, 3(3). <https://doi.org/10.33044/revem.11213> Disponible en: <https://revistas.unc.edu.ar/index.php/REM/article/view/11213>
- De Guzmán, M. (2007). *Enseñanza de las Ciencias y la Matemática*. OEI. *Revista Iberoamericana de Educación*. N.º 43 (2007), pp. 19-58. Disponible en: <https://rieoei.org/historico/documentos/rie43a02.pdf>
- Ministerio de Educación de la Nación (2007). *Comisión Nacional Para el Mejoramiento de la Enseñanza de las Ciencias Naturales y la Matemática. Informe. 2007*. Argentina. Disponible en: <https://bdu.siu.edu.ar/bdu/Record/I23-R129-123456789-94995>
- Noya, S. I., & Adúriz-Bravo, A. (2023). *Dificultades con los modos inferenciales falaces en estudiantes de matemática y física*. *Revista De Educación Matemática*, 38(3), 28–58. <https://doi.org/10.33044/revem.43986> Disponible en: <https://revistas.unc.edu.ar/index.php/REM/article/view/43986>
- Sistema de Información de Tendencias Educativas en América Latina SITEAL. *Observatorio Regional de Políticas Educativas. Educación Superior*. Disponible en: [https://siteal.iiep.unesco.org/eje/educacion\\_superior](https://siteal.iiep.unesco.org/eje/educacion_superior)
- Vilanova, S. et al. (2001). *La Educación Matemática. El papel de la resolución de problemas en el aprendizaje*. Universidad Nacional de Mar del Plata. Argentina. OEI – *Revista Iberoamericana de educación*, 2001, vol. 4, no 1, p. 45-68. Disponible en: <https://rieoei.org/historico/deloslectores/203Vilanova.PDF>

## VIII. Anexos.

### VIII.1. Dominios y Subdominios de los modelos MKT y MTSK.

En el texto *El esquivo dominio del conocimiento del profesor de matemáticas*, apartado 4. *Configurando el Modelo MTSK*, Contreras González y Carrillo Yáñez (2018), efectúan diferentes distinciones de dominios y subdominios de dos modelos acerca del conocimiento disciplinar y pedagógico para enseñar Matemática que, para una mejor comprensión, se esquematiza como sigue:

	<b>Subdominios MKT</b>	<b>Dominios comunes de ambos modelos</b>	<b>Subdominios MTSK</b>	
<p><b>Modelo MKT</b> (Conocimiento del Profesor de Matemática o Conocimiento Matemático para la Enseñanza).</p> <p>Aportado por: Shulman (1986), Ball, Thames y Phelps.</p>	<b>CCK</b> (Conocimiento Matemático Común)	<b>SMK</b> (Conocimiento Matemático)	<b>KoT</b> (Conocimiento de los temas)	<p><b>Modelo MTSK</b> (Conocimiento Matemático Especializado para la Enseñanza).</p> <p>Aportado por: Carrillo, Climent, Contreras, Montes y Muñóz-Catalán (2013, 2017).</p>
	<b>SCK</b> (Conocimiento Matemático Especializado). Ball.		<b>KSM</b> (Conocimiento de la estructura de la Matemática)	
	<b>HCK</b> (Conocimiento en el Horizonte Matemático). Ball.		<b>KPM</b> (Conocimiento de la Práctica)	
	<b>KCS</b> (Conocimiento del Contenido y los Estudiantes)	<b>KMT</b> (Conocimiento de la Enseñanza)		
	<b>KCT</b> (Conocimiento del Contenido y la Enseñanza)	<b>PCK</b> (Conocimiento Pedagógico o Didáctico). Aportado por: Shulman.	<b>KFLM</b> (Conocimiento de las características del Aprendizaje)	
	<b>KCC</b> (Conocimiento del Contenido y el Currículo)		<b>KMLS</b> (Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje).	

Tabla 3. Dominios y subdominios de los modelos MKT y MTSK. (Contreras González, Carrillo Yáñez, 2018).

## VIII.2. Siglas y abreviaturas frecuentes de diferentes conceptos educativos, y asociados a la Teoría de los Registros Semióticos, y de las distintas dimensiones de los dominios de conocimiento de los modelos MKT y MTSK.

Para la presente investigación lo posible a conocer respecto de lo que podría pensar un/a profesor/a de Matemática a través de una entrevista o en diferentes otras técnicas que implicaran dialogar y reconocer las concepciones tanto disciplinares como didácticas para construir una propuesta de enseñanza, sus propios supuestos y saberes, podría estar sugerido en las componentes de los modelos denominados MKT y MTSK. A lo largo del texto de esta Tesis se reconocen siglas y abreviaturas que es preciso tener presentes:

*El conocimiento para la enseñanza es un foco de atención en auge para la comunidad de investigadores en didáctica de las matemáticas. En Ball, Thames y Phelps (2008), encontramos una evolución de los subdominios descritos por Shulman (1986), el conocimiento de la materia (**SMK**) y el conocimiento didáctico del contenido (**PCK**), en su propuesta de modelo de conocimiento matemático para la enseñanza (**MKT**, de sus siglas en inglés [Ver nota 1]), en el que define seis subdominios diferentes, Conocimiento Común del Contenido (**CCK**), Conocimiento Especializado del Contenido (**SCK**), Conocimiento del Horizonte (**HCK**), Conocimiento del Contenido y los Estudiantes (**KCS**), Conocimiento del Contenido y la Enseñanza (**KCT**) y Conocimiento del Currículo (**KCC**); los tres primeros dentro del SMK de Shulman, y los otros tres dentro de su **PCK**. La idea de conocimiento especializado del contenido está reconocida como una de las grandes aportaciones del modelo MKT, tanto por sus propios autores, como por la comunidad internacional (e. g. Flores, Escudero, y Carrillo, 2013; Carreño, y Climent, 2009; Hill, Ball, y Schilling, 2008). El conocimiento especializado del contenido es entendido como aquel que es exclusivo del profesor de matemáticas para desarrollar su profesión, frente al conocimiento común del contenido, aquel que puede poseer cualquier usuario de la matemática en su labor profesional, como pudiera ser un ingeniero, físico, o biólogo. Sin embargo, este subdominio ha sido objeto de discusión entre los propios investigadores en educación matemática, debido a los problemas de delimitación con el KCS o el CCK (Flores, et al., 2013), o incluso con el HCK (Jakobsen, Thames y Ribeiro, 2013). (Montes, Contreras, y Carrillo, 2013).*

Se admite que, existiendo cierta dificultad para delimitar los subdominios SCK, CCK, KCS y KCT, el modelo **MTSK** intenta salvar dichas dificultades suponiendo que este propone tener en cuenta que todo conocimiento docente para su enseñanza está estrechamente vinculado y de manera inherente a su tarea, a su propia labor de enseñante; y se señala la necesidad aun de mejorar la conceptualización de KCC y HCK.

Al respecto, se indica que MKST introduce subdominios derivados de la discusión de HCK como lo son: *Tópicos, Práctica y Valores*, aportados por Ball y Bass (2009). Aun así, Contreras y Carrillos (2018) indican que no solo basta con un conjunto de temas estructurales sino también que se requiere considerar aquellos conocimientos relativos a cómo se construye la matemática. Sugieren reclasificarlos en tres subdominios: KoT, KSM y KPM:

**KoT** (de los temas de la Matemática): conocimiento disciplinar, fundamentación teórica de procedimientos estándares y alternativos, distintas formas de representación, la fenomenología de los conceptos, contextos de situación de los contenidos, y epistemología matemática de los significados de un contenido. **KSM** (de la estructura de la Matemática): grandes ideas estructurales, conocimientos elementales y avanzados de la Matemática, y una visión integrada y relacional de los objetos matemáticos de enseñanza. **KPM** (de la práctica Matemática): formas de hacer y proceder en Matemática, demostraciones, significados de definiciones, axiomas y teoremas, y el conocimiento de la sintaxis matemática. (Contreras González, Carrillo Yáñez, 2018).

Con ello, los autores mencionados dejan de manifiesto que, para poseer un conocimiento especializado no solo basta con saber Matemática, sino que un/a profesor/a debe saber hacer con ese conocimiento, saber por qué se hace de una determinada manera, y poder darles a esos saberes una fundamentación a través de conocimiento de conceptos teóricos que los fundamentan, es decir, un conocimiento acerca de la enseñanza de la Matemática (**KMT**). (Montes, Contreras, y Carrillo, 2013).

De igual manera, se incluye el **KFLM** (conocimiento de las características del aprendizaje de la matemática) para superar el problema de delimitación entre KCS y SCK, considerando que no debe entenderse como intersección de conocimiento pedagógico general y conocimiento matemático. Se integran a este conocimiento las formas de razonamiento de los alumnos mientras aprenden, sus intereses y expectativas, las formas de vincularse con determinados contenidos, las fortalezas, las dificultades y los errores que cometerían, como parte de la tarea de enseñar en una teoría del aprendizaje matemático.

En ese orden, es necesario conocer acerca de las estrategias de enseñanza, recursos y materiales, conocimiento institucional o personal de teorías investigativas y de RP, y de aspectos curriculares provenientes de sociedades de profesores/as de matemática. Respecto del conocimiento curricular se indica que es preciso ampliar el concepto al conocimiento de los estándares de aprendizaje matemático (**KMLS**), lo cual prevé los momentos y niveles de profundidad en que los/as estudiantes deben/pueden aprender cada contenido.

Finalmente, se señala la necesidad de transferir las categorías indicadas anteriormente en los dominios y subdominios señalados, a diferentes disciplinas o didácticas específicas tales como lo que ocurriría en Enseñanza de la Biología, o de la Química, y extender los alcances del modelo a la didáctica de distintas asignaturas en un modelo general (**X)TSK**, para mejorar la formación inicial del profesorado. Contreras y Carrillos (2018).

Otras siglas frecuentemente utilizadas y que requieren ser internalizadas son las siguientes:

- **RS**: Registro o registración semiótico/a.
- **CE**: Contenido Estratégico.
- **RP**: Resolución de Problemas.
- **FDI**: Formación Docente Inicial.
- **ERP**: Estrategias de Resolución de Problemas.
- **TRRS**: Teoría de los Registros de Representación Semiótica.
- **PAM**: Problemáticas del Análisis Matemático.
- **{R.n}**: Resultado in extenso enésimo.

### **VIII.3. Sistema Educativo Entrerriano. Contexto de implementación del Profesorado de Educación Secundaria en Matemática.**

El Sistema Educativo de Nivel Superior de la Provincia de Entre Ríos está conformado según datos oficiales publicados por instituciones gubernamentales, hasta 2012, por más de 450 carreras, que constituyen la oferta académica de 6

universidades establecidas en la provincia, y un amplio abanico de instituciones de Educación Superior que se articula entre la gestión pública y privada.

Las instituciones de educación superior de gestión estatal, presentes en 17 departamentos de la provincia, ofrecen en total más de 100 carreras, 8 en Colón, 14 en Concordia, 5 en Diamante, 1 en Federación, 1 en Federal, 3 en Feliciano, 13 en Gualeguay, 13 en Gualeguaychú, 1 en Islas, 8 en La Paz, 9 en Nogoyá, 7 en Paraná, 1 en San Salvador, 6 en Tala, 1 en Concepción del Uruguay, 6 en Victoria, y 4 en Villaguay; mientras que las instituciones de educación superior de gestión privada, tienen a su cargo 126 carreras distribuidas en 12 localidades: 17 en Concordia, 4 en Diamante, 1 en Federación, 5 en Gualeguay, 16 en Gualeguaychú, 3 en La Paz, 4 en Nogoyá, 55 en Paraná, 7 en Concepción del Uruguay, 9 en Victoria, y 4 en Villaguay. (Gobierno de Entre Ríos, 2012).

Como se señaló anteriormente, la formación superior en la provincia está constituida por dos vertientes estructurales que conforman un mismo plano de oferta académica de nivel superior: por un lado, la conformación universitaria; y por otro, la formación técnico-profesional, y preparación para carreras docentes: **ARTÍCULO 46º.-** *La Educación Superior comprende instituciones de Educación Superior de gestión estatal o privada, sean de formación docente, humanística, social, técnico profesional o artística.* – (Legislatura de la Provincia de Entre Ríos, 2008). Las primeras, regidas en el contexto de autonomía de los gobiernos universitarios, sujetas a las reglamentaciones vigentes procedentes de la Ley Nacional de Educación Superior N. ° 24.521; y las segundas, también sujetas al mismo orden, dependientes de la Dirección Provincial de Educación Superior de la Provincia de Entre Ríos, y de la Dirección de Educación Privada:

**Artículo 35-** *La Educación Superior será regulada por la Ley de Educación Superior N. ° 24.521, la Ley de Educación Técnico Profesional N. ° 26.058 y por las disposiciones de la presente ley en lo que respecta a los Institutos de Educación Superior.* (Congreso de la Nación, 1995).

Formación Superior de Gestión Estatal en Entre Ríos		Formación Superior de Gestión Privada en Entre Ríos	
	UADER (88 carreras)		UCU (33 carreras)
	UADER (60 carreras)		UCA (10 carreras)

Instituciones Universitarias (Total 177 carreras)	UTN (29 carreras)	Instituciones Universitarias (Total 62 carreras)	UAP (19 carreras)
<b>Instituciones Superiores no Universitarias (101 carreras)</b>		<b>Instituciones Superiores no Universitarias (126 carreras)</b>	

Tabla 4. Cuadro de Constitución del Sistema Educativo Superior de la Provincia de Entre Ríos, por sector (estatal o privado), y por número de carreras (Gobierno de Entre Ríos, 2012).