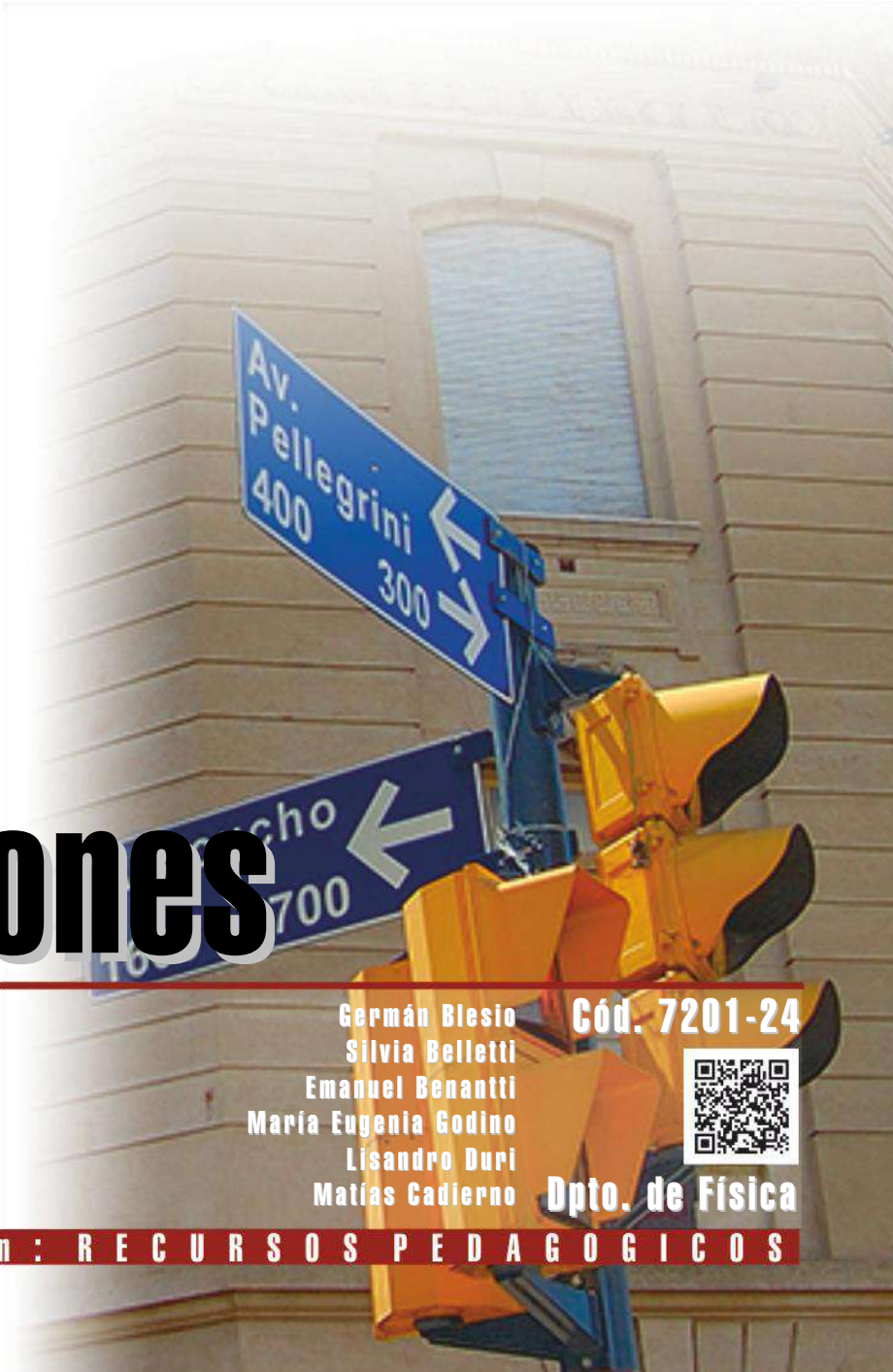
Instituto Politécnico

Universidad Nacional de Rosario Universidad Nacional de



Mediciones

Física

Germán Blesio
Silvia Belletti
Emanuel Benantti
María Eugenia Godino
Lisandro Duri
Matías Cadierno

Cód. 7201-24

Dpto. de Física

Masterización: RECURSOS PEDAGOGICOS

Concepto de Medición, ¿Qué es Medir?

El proceso de medición, se puede definir intuitivamente como la acción de **comparar** una característica cuantitativa de un objeto o proceso, con un patrón estándar previamente determinado, a través del uso de un **instrumento de medición** diseñado a tal fin.

Todo proceso de medición define operacionalmente una magnitud física y da como resultado el valor de dicha magnitud. El valor es un número real y representa el número de veces que la unidad está contenida en la cantidad de magnitud medida.

Así por ejemplo, la longitud de un objeto surge y se define por la comparación de éste con otro elegido arbitrariamente (patrón), cuya longitud se adoptó como unidad. El instrumento posibilita esta operación y el número medida se lee en la denominada **escala**.

En una medición intervienen **cuatro objetos**:

- Aquello que se quiere medir
- La unidad de medida
- El instrumento de medición
- El observador

Este último es quien será el encargado de aplicar la técnica adecuada para obtener los resultados requeridos.

Veamos un ejemplo. Se necesita saber cuál es el alumno más alto de una escuela y para ello se le pide a todos que se pongan en fila de mayor a menor y se elige el de mayor altura. Se ha satisfecho la necesidad de determinar el alumno de mayor altura pero no se ha medido, se ha comparado.

Otro modo de averiguarlo podría ser haciendo nudos a distancias equidistantes en un hilo y contar cuantos “nudos” se corresponden con la altura de cada uno de los alumnos. En este caso se cumplen las condiciones necesarias para tener un proceso de medición ya que está el objeto a medir (los alumnos), el instrumento de medición (el hilo con nudos), la unidad de medida (la distancia entre dos nudos del hilo) y el observador (la persona que coloca el hilo al lado de cada alumno y cuenta la cantidad de “nudos” que mide cada uno). Con esto el proceso de medición queda finalizado.

Claro que si lo que se quiere es hacer un concurso entre los alumnos más altos de varias escuelas será necesario reunirlos a todos ya que es imposible que en las demás escuelas sepan que es eso de la distancia en “nudos”. Por este motivo, y para facilitar la transmisión de la información es que se emplean en estos procesos instrumentos con unidades de medida consensuadas como el metro.

Unidades

Como ya se dijo, una medición es el resultado de una operación de observación mediante la cual se compara una magnitud con un patrón de referencia arbitrario.

Desde la antigüedad, se evidenció la necesidad de unificar criterios para realizar mediciones. A través de los años se realizaron muchos intentos para que la comunidad internacional adoptara un único sistema de unidades que pudiera ser utilizado en todos los campos de la ciencia y la tecnología, en las relaciones comerciales, en la producción, los servicios, la investigación.

El sistema que utilizamos actualmente tiene su origen en la Revolución Francesa, donde la Asamblea Nacional propone unificar el sistema de unidades a todo lo largo del país por, entre otros motivos, los abusos que ejercían los nobles al redefinir las unidades a sus plebeyos (y por consecuencia los impuestos a pagar!). Luego de una década de debates, en 1801 se establece el Sistema Métrico Decimal, el cual definió al metro y al kilogramo como unidades de referencia, y los definieron en base a una varilla de un metro de longitud, y un cilindro de un kilogramo de masa, que hicieron de patrón. Varios países lo adoptaron luego, y con la expansión de la Francia napoleónica el sistema fue ganando terreno en Europa. Luego de idas y vueltas, y con un constante esfuerzo de la comunidad científica, en 1875 se realiza la Convención del Metro con 17 miembros fundadores (entre ellos Argentina, Brasil, Perú, Venezuela y Estados Unidos de nuestro continente) donde se crea la Conferencia General de Pesas y Medidas (CGPM) que definió los estándares del actualmente llamado Sistema Internacional de Unidades (SI) en su primera reunión en 1879, creando nuevos patrones para reemplazar a los de principios del siglo XIX.

Actualmente el SI es adoptado por la mayoría de los países del mundo, con la excepción de Birmania, Liberia y Estados Unidos. Desde esa primera reunión de la CGPM, hasta la vigesimosegunda celebrada a fines de 2018, las unidades fueron sufriendo varias reformas en cuanto a cómo definirlas. Por ejemplo, en 1967, en la 13° reunión de la CGPM, se definió al segundo en función de la radiación que emite un átomo, de forma que no se necesitaba comparar con un patrón guardado en unas bóvedas de las afueras de París. Esto se debe a que las medidas de los prototipos no se mantienen inalterables, y por ejemplo la masa del prototipo del kilogramo ha variado en el último siglo, y ahora es unos 50 microgramos (como un pequeño grano de arena) inferior a cuando fue fabricado en 1889. El objetivo de que las unidades no dependan de objetos físicos sino que puedan ser reproducidas en cualquier laboratorio del mundo, llevó a la gran reforma del SI de 2018 que estableció la redefinición de 4 de 7 unidades desde mayo de 2019.

Argentina adhiere al SI a través del **Sistema Métrico Legal Argentino (SIMELA),** establecido por la ley 19.511 de 1972 como único sistema de unidades de uso autorizado en el país. El **Instituto Nacional de Tecnología Industrial (INTI)** actúa como referente nacional en el ámbito de las mediciones.

Sistema Internacional de Unidades (SI)

El Sistema Internacional está conformado por las unidades de base o fundamentales, las unidades derivadas y los prefijos.

- ***Unidades de base o fundamentales***

El SI se fundamenta en un conjunto de siete unidades llamadas de base, que por convención se consideran como dimensionalmente independientes.

Magnitud	**Unidad**	**Símbolo**
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	kg
Tiempo	segundo	s
Intensidad de corriente eléctrica	Ampere	A
Temperatura	Kelvin	K
Intensidad luminosa	candela	cd
Cantidad de sustancia	mol	mol

Históricamente, la definición de una unidad se da en base a un patrón físico del mismo. Sin embargo, ese patrón nunca ha sido un objeto recogido al azar del suelo, sino que tiene una simbología; por ejemplo, en la época de la realeza, era común definir la unidad de longitud pie como la longitud del pie del rey de turno.

Otra forma de definirla es en función de una situación, por ejemplo, al metro como la distancia que recorre una persona caminando a 1 m/s durante un segundo. En esta situación necesitamos poder asegurar que la persona camina a 1 m/s (nótese que esa velocidad incluye al m, metro, en su unidad). Si queremos independizarnos de un patrón, la clave es encontrar algo en la naturaleza que se mueva siempre a la misma velocidad. Ese algo es la luz en el vacío, cuya velocidad es una constante del universo. Entonces, en vez de uno intentar que una velocidad sea 1 m/s comparando con algún patrón, en nuestro sistema aseguramos que la velocidad de la luz tiene un valor fijo (un número), y para medir una distancia hago simplemente el experimento. Esta es la esencia del nuevo SI.

Así, para que sus definiciones sean independientes de objetos físicos, en este sistema de unidades, se fijaron un conjunto de constantes de la naturaleza donde aparecen las unidades de base, aunque a veces indirectamente en unidades como hertz, joule, coulomb, lumen y watt, con símbolos Hz, J, C, lm y W respectivamente. Fijar esas constantes, implica que dentro del SI no hay incertidumbre (incertezas) respecto a su valor numérico, es exacto. Luego, se definen las unidades en base a experimentos que incluyen esas constantes.

A modo de ejemplo, actualmente el metro está definido estableciendo el valor numérico fijo de la velocidad de la luz en el vacío, c, igual a 299 792 458 cuando es expresada en unidades de m/s, donde el segundo es definido previamente en función de experimentos sobre el átomo de Cesio. Las definiciones de las otras unidades se pueden encontrar en la página del INTI: https://www.inti.gob.ar/areas/metrologia-y-calidad/si

Al respecto, el INTI junto con el canal Encuentro realizaron el programa "En su justa medida" cuyos capítulos, dedicados a cada magnitud física (longitudes, masa, temperatura), puede encontrarse en el siguiente enlace: https://www.youtube.com/watch?v=tn_1LR0e_Ps&list=PLZ6TIj4tHEIu46weCOzrxHJoINiwmgyeI

- ***Unidades SI derivadas***

Son las que resultan de productos, cocientes, o productos de potencias de las unidades SI de base, y tienen como único factor numérico el 1, formando un sistema coherente de unidades, como el m^2, m^3, etc. Algunas unidades derivadas tienen nombres especiales y símbolos particulares, lo que permite simplificar la expresión de otras unidades derivadas.

Ejemplos:

Magnitud	Unidad	Símbolo	Equivale a
Superficie	metro cuadrado	m^2	m . m
Volumen	metro cúbico	m^3	m . m . m
Densidad	kilogramo por metro cúbico	kg/m^3	kg/(m . m . m)
Frecuencia	Hertz	Hz	1 / s

- ***Prefijos: Múltiplos y submúltiplos***

Una de las ventajas del SI es que se trata de un sistema decimal, es decir, de base 10. Esto implica que es posible expresar el valor de una medida multiplicándola o dividiéndola, por potencias de 10, dando origen a los llamados múltiplos y submúltiplos de dicha unidad. Estos múltiplos y submúltiplos se indican anteponiendo un prefijo a la unidad correspondiente, ya sea de base o derivada. Por ejemplo: 0,001 s es 1 ms (milisegundo), 6 400 000 m es 6,4 Mm (megametro) y 720 000 Hz es 720 kHz (kiloHertz).

Existen normas que rigen la forma de escribir las unidades, múltiplos y submúltiplos:

1) Los símbolos de las unidades que proceden del nombre de científicos se escribe con mayúscula su primer letra. Por ejemplo: Volt (V) en homenaje al físico italiano Volta, Ampere (A) en recuerdo de Ampère, o Hertz (Hz) en honor a Heinrich Hertz.
2) Los múltiplos mayores o iguales a mega tienen su símbolo en mayúscula. Ejemplo: terametro (Tm), megasegundo (Ms) o gigahertz (GHz)

3) El nombre de la unidad, sus múltiplos y submúltiplos que no están contemplados en las reglas 1 y 2 se escriben siempre con minúscula. Ejemplo: metro(m), kilómetro (km) o centímetro (cm)

4) Los símbolos no se ponen en plural.

5) No se pone punto después del símbolo.

En la siguiente tabla se presentan una lista reducida de algunos múltiplos y submúltiplos de unidades del SI y sus prefijos correspondientes:

Múltiplos y submúltiplos de Unidades		
Prefijo	**Símbolo**	**Factor de conversión**
tera	T	10^{12}
giga	G	10^{9}
mega	M	10^{6}
kilo	k	10^{3}
hecto	h	10^{2}
deca	da	10^{1}
deci	d	10^{-1}
centi	c	10^{-2}
mili	m	10^{-3}
micro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
pico	p	10^{-12}

Unidades que no pertenecen al SI, pero cuyo uso se acepta dentro del mismo

Existen ciertas unidades de uso cotidiano que si bien no pertenecen al SI, son admitidas para ser empleadas en convivencia con el SI. Sin embargo debe aclararse que el uso de estas unidades anula algunas de las ventajas del SI, ya que por ejemplo no pueden usarse los prefijos en algunas de estas unidades.

- Masa: el SI tiene como unidad al kilogramo, pero es aceptada la tonelada métrica (símbolo t, 1 t = 1 Mg = 1000 kg)
- Tiempo: el SI tiene como unidad al segundo, pero son aceptados el minuto (símbolo min, 1 min = 60 s), la hora (símbolo h, 1 h = 60 min = 3 600 s), el día (símbolo d, 1 d = 24 h = 86 400 s)
- Superficie: el SI tiene como unidad al metro cuadrado, pero es aceptada la hectárea (símbolo ha, 1 ha = 10 000 m^2)

- Volumen: el SI tiene como unidad al metro cúbico, pero es aceptado el litro (símbolo l o L, 1 l = 1 dm^3 = 0.001 m^3) y sus múltiplos y submúltiples (ml, cl, hl por ejemplo).
- Ángulo plano: el SI tiene como unidad al radián, pero es aceptado el grado sexagesimal (símbolo °, 1° = π/180 rad), el minuto de arco (símbolo ’, 1’ = (1/60)° = (π/10 800) rad) y el segundo de arco (símbolo ’’, 1” = (1/60)’ = (π/648 000) rad). A pesar de observarse en la vida cotidiana, el símbolo ’ **no representa la unidad minuto del tiempo**. Más allá de compartir el nombre (al igual que sucede con el segundo) los diferentes símbolos explicitan que están midiendo distintas magnitudes (min y s para tiempo; ’ y ’’ para ángulo plano).

Sobre el cambio de unidad

Cambiar de unidad es una actividad cotidiana en la ciencia y la ingeniería. Hacerlo correctamente puede evitar errores de distinta magnitud como ser, que piezas de un avión no encajen, que una nave espacial se estrelle, que un avión se quede sin combustible, y cuando no, que un estudiante desapruebe un examen. Aunque hay muchas técnicas, probablemente la más conocida es la regla de tres. Sin embargo, dicha técnica, de gran utilidad para casos sencillos, rápidamente se vuelve un estorbo cuando las unidades a cambiar son más complejas. Así, es necesario introducir el trabajo con **factor de conversión**, una fracción que expresa cuanto de una unidad representa en la otra. Tomemos el ejemplo del kilómetro, sabemos que hay 1000 m en 1 km. Entonces para realizar el cambio de 7 km a metros hacemos:

$$7\ \cancel{\text{km}} \times \frac{1000\ \text{m}}{1\ \cancel{\text{km}}} = 7000\ \text{m}$$

donde a 7 km lo multiplicamos por el factor de conversión. En este sistema, es fundamental notar que la unidad a cambiar (km) se simplifica y queda la unidad a la cual se quiere cambiar (m). Con esto en mente, si ahora deseamos hacer la conversión de 65 m a kilómetros, notaremos que es necesario invertir el numerador y denominador del factor de conversión (escribir el recíproco) para que se simplifique la unidad metro:

$$65\ \cancel{\text{m}} \times \frac{1\ \text{km}}{1000\ \cancel{\text{m}}} = 0{,}065\ \text{m}$$

También puede usarse para unidades que no son del sistema internacional, como el cambio de libras a kilogramo:

$$0{,}25\ \cancel{\text{lb}} \times \frac{0{,}45\ \text{kg}}{1\ \cancel{\text{lb}}} = 0{,}1125\ \text{kg}$$

Con esta base, es posible hacer cambios de unidad más complejos, como se verá en los próximos ejercicios, que incluye dos o más unidades multiplicadas y/o divididas. Es en estos casos donde la regla de tres simple no es de utilidad para resolver los problemas.

Actividad Nº 1:

1) En esta etiqueta simulada pueden apreciarse errores en los símbolos utilizados Identifícalos y escríbelos correctamente:

Cultivos experimentales S.A.
Espárragos frescos
Diámetro aproximado.....0,01 mts
Longitud.....15 cm.
Proteínas (por 100 gr.).....1 700 000 μgr
Tiempo de cocción en microondas.....90 seg

2) Conecte cada magnitud física (fila superior) con al menos una unidad (fila inferior) con la cual se la pueda medir

Longitud	Masa	Superficie	Volumen	Tiempo

s	g	m^3	L	m	cm^2	h	kg	km

3) Expresa en unidades fundamentales del SI.

a) L = 153 mm b) m = 0,19 dag c) t = 15 min

d) M = 0,98 Mg e) e = 0,5 h f) d = 32 hm

4) Expresa los siguientes valores en m; m^2 o m^3 según corresponda:

d = 0,65 dam A = 9800 cm^2 V = 0,555 dam^3

L = 3,27 hm S = 47,5 hm^2 R = 326 dm^3

5) Suponiendo que una hormiga recorre 13 mm por segundo y un caracol 40 dam en una hora determine cuál se mueve más rápido.

Notación científica

En las ciencias hay veces en que se debe tratar con números muy grandes o muy pequeños. Consideremos que el radio de un átomo de hidrógeno es igual a 0,000 000 005 cm, o que una célula tiene cerca de 2 000 000 000 000 de átomos. Es muy difícil manejar tantos dígitos e incluso compararlos porque estos valores están muy distantes

de los valores que nuestros sentidos están acostumbrados a percibir, en consecuencia están fuera de nuestro cuadro de referencias.

Por otra parte, el enunciado escrito u oral de tales números es bastante incómodo. Para facilitar su comunicación, lo usual es presentar estos números empleando potencias de 10, como veremos enseguida.

¿Cómo se expresan las cantidades con notación de potencias de 10?

Consideremos un número cualquiera. Por ejemplo, el número 451. Nuestros conocimientos de álgebra elemental nos permitirán comprender que este número se puede expresar de la siguiente manera:

$$451\ g = 4{,}51 \cdot 100\ g = 4{,}51 \cdot 10^2\ g$$

Observemos que el número 451 se expresó como producto de 4,51 por una potencia de 10 (en este caso, 10^2)

Consideremos el caso de un número menor que uno; por ejemplo, 0,000658 se puede escribir como:

$$0{,}000658\ m = 6{,}58/10000\ m = 6{,}58/10^4\ m = 6{,}58 \cdot 10^{-4}\ m$$

Se ha expresado el número 0,000658 como producto de 6,58 por una potencia de 10 (en este caso 10^{-4})

A partir de este ejemplo podemos afirmar que cualquier número puede expresarse como el producto de un número, mayor o igual que 1 y menor que 10, y una potencia de 10.

Una regla práctica para obtener la potencia de 10 adecuada es la siguiente:

a) Se cuenta el número de lugares que debe correrse el punto decimal para colocarlo a la izquierda; este número nos proporciona el exponente positivo de 10. Así pues:

$$450\,000\ s = 4{,}5 \cdot 10^5\ s$$

5 lugares

b) Se cuenta el número de lugares que debe correrse el punto decimal hacia la derecha hasta llegar al primer dígito distinto de cero; este número nos proporciona el exponente negativo de 10. Así:

$$0{,}0000253\ kg = 2{,}53 \cdot 10^{-5}\ kg$$

5 lugares

Observación:

Este nuevo tipo de notación, además de ser más compacto facilita la realización de las operaciones matemáticas ya que la concreción de estas operaciones también es dificultosa.

Actividad Nº 2:

1) Expresa en unidades fundamentales del SI.
   a) 0,03 mg (masa aproximada de una partícula de polvo)
   b) 200 000 t (masa aproximada de un petrolero, t es de tonelada)
   c) 0,000002 nm (radio de un núcleo atómico)
   d) 60 000 km (radio aproximado del planeta Saturno)
   e) 0,0033 s (tiempo aproximado que tarda la luz en recorrer 1 000 km)
   f) 4 500 millones de años (edad de la Tierra)

2) Escribe en notación científica las cantidades del ítem anterior

3) La masa atómica de un elemento químico es de $5{,}3 \cdot 10^{-26}$ kg. Exprésala en gramos y en miligramos.

4) Expresa las siguientes cantidades en unidades fundamentales o derivadas de ellas según corresponda:

a) 572 cm	b) 3,1 km	c) 8,3 dm
d) 1,025 dm^2	e) 8,5 dam^2	f) 318 mm^2
g) 8,865 cm^3	h) 6,4 hm^3	i) 4180 mm^3
j) 153 ms	k) 60 km/h	l) 2,4 km/min
m) 9,35 hg	n) 2,3 g/cm^3	ñ) 13,6 g/ml

5) El mercurio metálico tiene una densidad de 13,6 g/cm^3 .¿Cuál es la masa de un litro de mercurio?

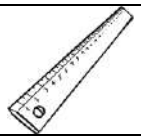
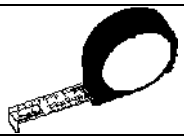
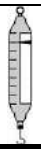
Instrumentos de Medición

El instrumento de medición es el dispositivo que permite comparar la magnitud a medir con una unidad prefijada con anterioridad. En general esta unidad es universal o al menos muy difundida como el metro o sus múltiplos para medir longitudes.

El instrumento de medición debe proveer tres datos fundamentales para poder realizar una medición correcta:

- **Unidad de Medición**: todo instrumento de medición debe especificar la unidad de medición que está representada en la escala del mismo.
- **Alcance**: es el mayor intervalo de valores que abarca la escala del instrumento de medición que se utiliza.
- **Apreciación**: es la cantidad representada por la diferencia entre dos divisiones mínimas consecutivas en la escala del instrumento.

Actividad Nº 3:
Para cada uno de los siguientes instrumentos de medición, identifica la magnitud que se puede medir con la misma, la unidad en que se encuentra la escala, su alcance y su apreciación.

Instrumento de Medición		Magnitud	Unidad de Medición	Alcance	Apreciación
Regla					
Metro					
Centímetro de Costurero					
Calibre					
Cinta Métrica					
Tornillo Micrométrico					
Termómetro					
Balanza					
Cronómetro					
Probeta					
Jeringa					
Dinamómetro					

Cifras significativas

En cualquier medición, las cifras significativas son los dígitos que se conocen con certeza más un dígito que es incierto. La medición de 82,2cm tiene tres cifras significativas, y la medición de 82,25cm tiene cuatro cifras significativas. El dígito del extremo derecho siempre es un estimado. Siempre se escribe solamente un dígito estimado como parte de una medición. Sería incorrecto informar que la longitud de una mesa, medida con regla con una apreciación de medios milímetros, sea de 82,253cm. Este valor de cinco cifras significativas tendría dos dígitos estimados (el 5 y el 3) y sería incorrecto porque indicaría una precisión mayor de la que esa regla puede proporcionar.

Actividad Nº 4:

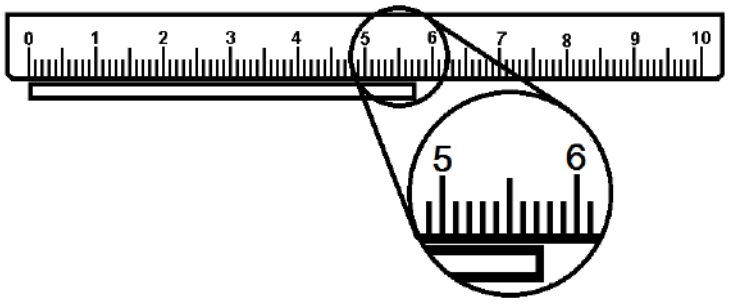
Mide la longitud de un objeto, anota en tu carpeta la medición obtenida. Deja que tus compañeros midan la misma longitud con el mismo instrumento de medición. Registra en una tabla los valores obtenidos. Compara y analiza los resultados. Concluye

Calidad de las mediciones

Toda vez que alguien usa expresiones del tipo: "caminamos casi veinte cuadras", "estudiamos como tres horas", "cuesta alrededor de cien pesos", sabemos que nos está brindando cierta información, pero cuando nos dicen: "el recorrido del móvil es de 12,5 cm", "el viaje dura 4 horas 17 minutos", "cuesta 15,32 pesos" también nos están dando información pero de otra calidad. En nuestra vida cotidiana toda vez que nos brindan una información cuantitativa simultáneamente nos dan indicaciones, aunque de manera informal, de la calidad de esa información.

En las ciencias experimentales es necesario dar información sobre la calidad de las mediciones que hacemos.

Imaginemos el siguiente experimento: tenemos que medir la longitud de una varilla de hierro con una regla escolar calibrada en milímetros. La lectura de la escala indica que la longitud de la varilla está entre 57 mm y 58 mm, pero no sabemos cuál de los muchos valores intermedios entre esas dos divisiones corresponde a dicha longitud. Debemos conformarnos con saber dentro de que intervalo se encuentra la cantidad a medir. Este intervalo nos da una idea de la incerteza de la medición.



A veces ocurre que saber que el valor del objeto a medir se encuentra entre dos valores conocidos es suficiente para resolver el problema. Pero, ¿qué ocurre si la naturaleza de nuestro problema es tal que necesitamos mejorar la calidad de la medición? Indudablemente no podemos hacerlo con la regla graduada en milímetros, necesitamos

otro tipo de instrumento y en el curso veremos algunos de ellos que mejoran la calidad de la medición.

La pregunta que surge de inmediato es ¿se puede mejorar la calidad de los instrumentos indefinidamente hasta llegar a eliminar la incerteza? Sigamos imaginando este experimento y pensemos que tenemos una "regla" tan buena como queramos y pensemos en que en definitiva la varilla está constituida por átomos de hierro. Estos átomos están en permanente movimiento alrededor de una posición de equilibrio. ¿Sobre cuál de los átomos apoyamos nuestra "regla" ideal para asignar la longitud a la varilla? y si con algún criterio elegimos uno de esos átomos, cuando se mueve ese átomo, que lo hace a gran velocidad, ¿cambia la longitud de la varilla?; y si cambia ¿cómo indicamos que la longitud de la varilla es cambiante? Con esto vemos que la incerteza no sólo es resultado de la limitación de los instrumentos o de la capacidad del operador sino, fundamentalmente, es una propiedad de la naturaleza.

Si aceptamos que toda medición involucra un intervalo de incerteza nuestro problema será establecer precisamente el valor de dicho intervalo.

Las fuentes de incerteza en una medición son diversas y existen distintos criterios para clasificarlas. Una de las clasificaciones más comunes es:

- **Aleatorias**: son aquellas que modifican al valor observado de forma impredecible (al azar) por lo que al repetir la medición podrá dar un valor igual, menor o mayor. El valor de la incerteza se puede establecer usando herramientas estadísticas (desde las más sencillas como el promedio a otras más complejas), para lo que es necesario repetir la medición múltiples veces. El ejemplo más común, y que se encuentra siempre presente, es la incerteza debido a la apreciación del instrumento.
- **Sistemáticas**: son aquellas que afectan a todas las mediciones de una manera definida, no son aleatorias. Repetir la medición (el uso de herramientas estadísticas) generalmente no ayuda. Sin embargo, una vez detectada, a veces pueden ser corregidas. Principalmente son producidas por problemas en el instrumento de medición, el montaje del experimento, etc., siendo el ejemplo más común un desvío de los valores observados como consecuencia de medir con un instrumento descalibrado.

Esta clasificación facilita el análisis de los factores que influyen en una medición para tratar las incertezas adecuadamente.

Incerteza debido a la Apreciación

En todos los procesos de medición nos encontramos con la incerteza debido a la apreciación, en particular cuando se realizan mediciones cuyos valores se deben leer en una escala (como el caso de la varilla ya analizado). En esos casos asignamos el valor de la incerteza igual a la menor división de la escala, es decir, la apreciación de la escala o del instrumento. Un operador **muy experimentado** puede asignar el valor de la

apreciación igual a la mitad del menor valor de la escala o incluso a la cuarta parte. Para determinar la apreciación de instrumentos digitales, resulta necesario conocer las especificaciones del instrumento (leyendo el manual).

Incerteza en instrumentos digitales

A diferencia de los instrumentos analógicos más simples, donde el resultado de la medición se obtiene leyendo directamente sobre la escala graduada del instrumento, en los instrumentos digitales el resultado la medición se presenta en una pantalla (o “display”) luego de diversos procesos que involucran a los sensores y circuitos electrónicos del dispositivo de medición.

Con los instrumentos analógicos, cuando descartamos la presencia de otras fuentes de incerteza, es válido asumir que la incerteza que afecta a la medición es equivalente a la apreciación del instrumento. Esta suposición NO es válida cuando medimos con instrumentos digitales (aún cuando se pueda, a partir de la mínima variación posible del dato en pantalla, determinar la apreciación del instrumento).

En instrumentos digitales, como un voltímetro digital o una balanza digital, el principal tipo de incerteza presente está relacionado con el funcionamiento de la electrónica y con la resolución de la pantalla. Esto incluye incertezas debidas a la resolución finita del display, de calibración y de calidad del circuito electrónico. Además, puede haber también incertezas asociadas con la estabilidad y precisión de los sensores utilizados en el instrumento digital. Es necesario considerar las especificaciones del fabricante del instrumento y emplear técnicas adecuadas de estimación de incertidumbre.

En los manuales de instrumentos digitales (ver tabla siguiente) se establecen cotas máximas para la incerteza de las medidas como un porcentaje del valor leído más una cierta cantidad de "dígitos". Con esto se está proporcionando información sobre la calidad de las mediciones realizadas con ese instrumento.

- **Porcentaje del valor leído**: Este porcentaje indica qué fracción del valor medido se considera como incerteza. Por ejemplo, si la incertidumbre se especifica como 0,50% del valor leído, esto significa que para una medición de 100 unidades, la incertidumbre sería de ±0.5 unidades (0.5% de 100). Cuanto mayor sea el valor medido, mayor será la incertidumbre asociada.
- **Cantidad de "dígitos"**: Esta cantidad indica la incertidumbre adicional expresada en términos de la resolución del instrumento. Por ejemplo, si un instrumento tiene una apreciación de 0,01 unidades y se especifica una incertidumbre de 2 dígitos, entonces la incertidumbre adicional sería de ±0,02 unidades. Esto significa que se asume que la verdadera medición podría variar hasta dos unidades de la última cifra significativa mostrada en la pantalla del instrumento.

Al combinar el porcentaje del valor leído y la cantidad de "dígitos", se obtiene la incertidumbre total asociada con la medición. Por ejemplo, si se especifica una incertidumbre del 0,50% del valor leído más 2 dígitos, entonces la incertidumbre total sería la suma de ambas incertezas.

MULTIMETRO DIGITAL NOGA DT-830D - ESPECIFACIONES:

Las exactitudes se garantizan por 1 año, a una temperatura de 23°C ± 5°C, y menos del 75% humedad relativa.

VOLTAJE DIRECTO Vcc (DC)

Rango	Resolución	Incerteza
200 mV	100 µV	± (0,5% de rdg. + 1 Dígito)
2000 mV	1 mV	± (0,5% de rdg. + 1 Dígito)
20 V	10 mV	± (0,5% de rdg. + 1 Dígito)
200 V	100 mV	± (0,5% de rdg. + 1 Dígito)
1000 V	1 V	± (0,5% de rdg. + 1 Dígito)

CORRIENTE CONTINUA "cc" (DC)

Rango	Resolución	Incerteza
2000 µA	1 µA	± (1% de rdg. + 2 Dígitos)
20 mA	10 µA	± (1% de rdg. + 2 Dígitos)
200 mA	100 µA	± (1.2% de rdg. + 5 Dígitos)
10 A	10 mA	± (2% de rdg. + 2 Dígitos)

VOLTAJE ALTERNO Vca (AC)

Rango	Resolución	Incerteza
200 V	100 mV	± (1,2% de rdg. + 10 Dígitos)
750 V	1 V	± (1,2% de rdg. + 10 Dígitos)

RESISTENCIA

Rango	Resolución	Incerteza
200 Ω	100 mΩ	± (1,0% de rdg. + 8 Dígitos)
2000 Ω	1 Ω	± (1,2% de rdg. + 8 Dígitos)
20 kΩ	10 Ω	± (1,2% de rdg. + 8 Dígitos)
200 kΩ	100 Ω	± (1,2% de rdg. + 8 Dígitos)
2000 kΩ	1 kΩ	± (1,2% de rdg. + 8 Dígitos)

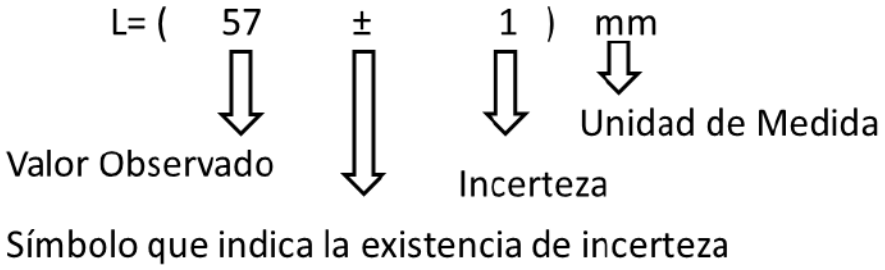
En resumen, esta forma de expresar la incertidumbre en los manuales de instrumentos digitales proporciona una forma ponderar cuánto puede diferir el valor real con respecto al valor mostrado en la pantalla. Es importante tener en cuenta esta información al interpretar y evaluar la confiabilidad de las mediciones realizadas con el instrumento en cuestión.

Expresión Correcta de una Medición

Para que la medición realizada sea expresada correctamente, se debe indicar el valor observado, la unidad en la que se está midiendo, y su incerteza indicada en la misma unidad. Por ejemplo, si una medición de longitud se realiza con una regla, de 1 mm de apreciación, y arroja un resultado entre 57 mm y 58 mm, entonces la expresión correcta del resultado es la siguiente:

$$\mathbf{L = (57 \pm 1)\ mm}$$

Donde,



O simbólicamente

$$\mathbf{X = (X' \pm \Delta X)\ mm}$$

X: Medición X': Valor observado ΔX: Incerteza

Aunque es una convención, se acuerda en asignar al valor de la incerteza una sola cifra significativa (es decir una sola cifra distinta de cero). Además, la última cifra significativa del resultado debe ser del mismo orden de magnitud (estar en la misma posición decimal) que la incerteza.

Los valores correspondientes a los intervalos de incerteza se expresan con una sola cifra significativa distinta de cero, redondeando por exceso o por defecto.

Ejemplos:
Si del cálculo de una incerteza resultan los siguientes valores:

$\Delta a = 0{,}081258326$ m	Corresponde $\Delta a = 0{,}08$ m
$\Delta b = 5{,}2258$ m	Corresponde $\Delta b = 5$ m
$\Delta c = 0{,}966580$ m	Corresponde $\Delta c = 1$ m
$\Delta d = 35{,}26580$ m	Corresponde $\Delta d = 40$ m

La determinación de las cifras de la medición está determinada por el valor de su incerteza. Cuando expresamos el resultado de una medición primero redondeamos la incerteza y **luego** el valor medido, de forma que si los valores observados anteriormente fueron:

Valor observado	La expresión correcta del resultado es
a' = 0,79643 m	a = (0,80±0,08) m
b’ = 68,507 m	b = (69±5) m
c’ = 685,24 m	c = (685±1) m
d’ = 4980,42 m	d = (4980±40) m

Redondeo

Recordemos las dos reglas sencillas que rigen el proceso de eliminar los dígitos no deseados en un resultado.

Regla 1: Si el primer dígito que se va a eliminar es menor que 5, ese dígito y todos los dígitos que le siguen simplemente se eliminan.

Ejemplos:

12,943 redondeado a dos cifras decimales se convierte en 12,94.

74,345 al ser redondeado a una cifra decimal queda como 74,3.

134 redondeado a la cifra de las decenas resulta 130.

Regla 2: Si el primer dígito que se va a eliminar es 5 o mayor que 5, todos los dígitos siguientes se suprimen y el valor del último dígito que se conserva se aumenta en una unidad.

Ejemplos:

83,38, 83,379 y 83,3798 al ser redondeados a una cifra decimal quedan todos como 83,4.

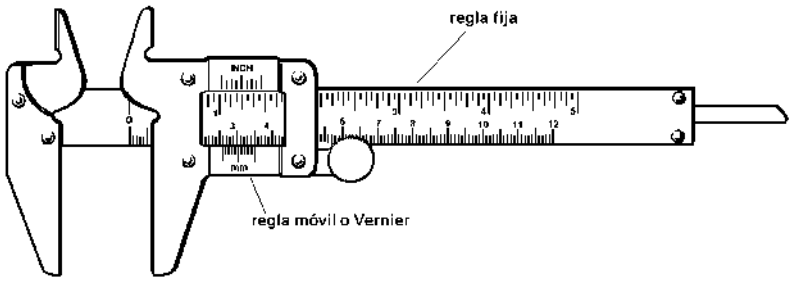
60,439 redondeado a dos cifras decimales se convierte en 60,44.

135,7 al ser redondeado al entero resulta 136.

Actividad Experimental Nº 1. Mediciones e Incertezas

a) Utilizar cada instrumento de la Actividad N°3 para realizar una medición.
b) Para cada medición, indicar la magnitud medida, el valor observado, la incerteza y expresar correctamente la medición.

Calibre



Uno de los instrumentos empleados para aumentar nuestra capacidad de apreciación es el calibre, en esencia consiste en una regla fija calibrada, por ejemplo en milímetros y una regla móvil que desliza sobre la fija.

Las escalas de las reglas fija y móvil son diferentes, se llama apreciación del instrumento **A**, a la diferencia entre cada división **D** de la regla fija y cada división **d** de la regla móvil. Otra forma de calcular la apreciación del instrumento es realizando el cociente entre el valor de la mínima división de la regla fija y el número de divisiones de la regla móvil (**N**)

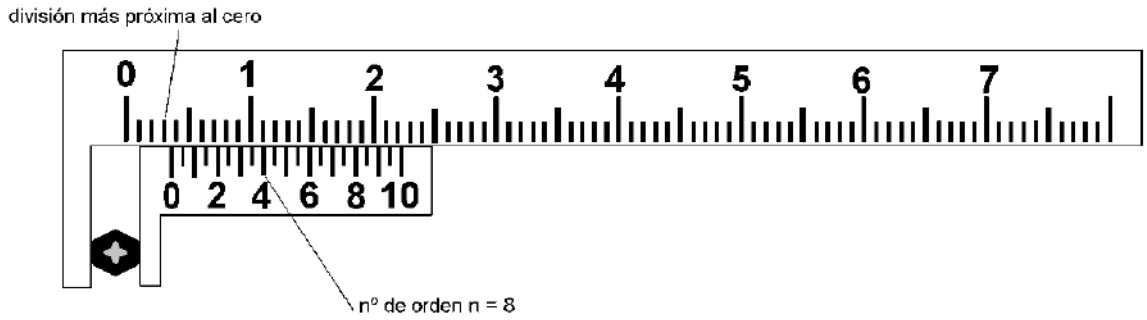
$$A = D/N$$

Así si se tiene un instrumento con una regla móvil de diez divisiones montado sobre una regla fija cuya menor división es un milímetro su apreciación será A = 1mm/10 = 0,1mm o sea un décimo de milímetro. En cambio si tiene veinte divisiones la regla móvil para las mismas divisiones de la regla fija el valor de la apreciación es de cinco centésimas de milímetro (0,05mm). Los dos valores recién indicados son los más frecuentes de encontrar en los instrumentos comunes.

Para poder realizar una medición con este instrumento se procede de la siguiente manera, se lee sobre la escala de la regla fija hasta la división más próxima al cero de la regla móvil (L_0), luego se determina el número de orden de la división de la regla móvil que coincida con una de la escala de la regla fija (n). El producto de este número de orden n multiplicado por la apreciación del instrumento se suma a la lectura L_0 de modo que el resultado de la medición es:

$$L' = L_0 + n\ A.$$

Vamos a aplicar esto a la medición de un objeto de longitud L como muestra la figura



La apreciación del calibre es A = 1 mm/20 = 0,05 mm, L_0 = 3 mm, n = 8 por lo tanto el valor observado es: L' = 3 mm + 8.0,05 mm = 3,40 mm. Por lo tanto, si consideramos la existencia de incertezas solo debido a la apreciación, L = (3,40 $\pm$ 0,05) mm

Según el valor de A, la calibración de la regla móvil está hecha para que los productos L_0 A se lean directamente.

Existen otros instrumentos como el tornillo micrométrico, que tienen una apreciación aún menor, de 0,01 mm y 0,001 mm.

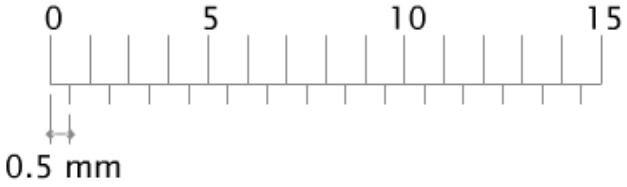
Micrómetro-Tornillo micrométrico o Palmer

Este instrumento de medición, sirve para medir las dimensiones de un objeto con alta precisión del orden de centésimas de milímetros (0,01 mm) y de milésimas de milímetros (0,001 mm = 1 µm, micrómetro o micra) y su fabricación se basa en la norma DIN 863.
Cuenta con dos puntas que se aproximan entre sí mediante un tornillo de rosca fina, el cual tiene grabado en su contorno una escala. La escala puede incluir un nonio.
Su forma común consiste en un husillo y un yunque en C, como se muestra en la figura. **Todos** los tornillos micrométricos empleados en el sistema métrico decimal tienen una longitud de 25 mm, con un paso de rosca de 0,5 mm, de modo que girando el tambor una vuelta completa el husillo avanza o retrocede 0,5 mm.
Si el tornillo se elige de un paso de 0,5 mm y en el mango se dispone una escala alrededor del mismo dividida en 50 partes iguales para poder medir cincuentavos de vuelta, se podrán medir desplazamientos de 0,5 mm/50 = 0,01 mm
Para medir longitudes mayores a los 25 mm es necesario disponer de un micrómetro para cada campo de medidas que se quieran tomar (0-25 mm), (25-50 mm), (50-75 mm), etc. Su resolución puede ser de 0,01 mm; 0,002 mm o 0,001 mm.

Partes de un micrómetro exterior

Lectura de micrómetro en milímetros

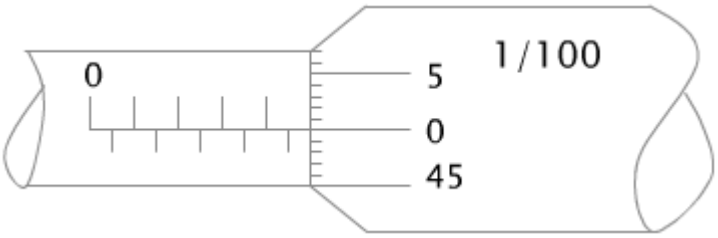
En los micrómetros de interiores y exteriores la escala graduada se lee de izquierda a derecha y la escala graduada sería así:



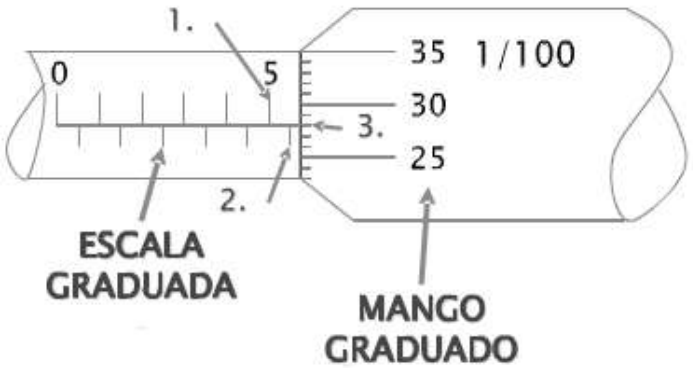
Vale aclarar que esto no siempre es así, ya que para los micrómetros de profundidad la escala graduada se lee de derecha a izquierda.

Lectura del micrómetro

El tambor para los micrómetros que miden en sistema métrico están divididos en 50 partes de la siguiente manera:

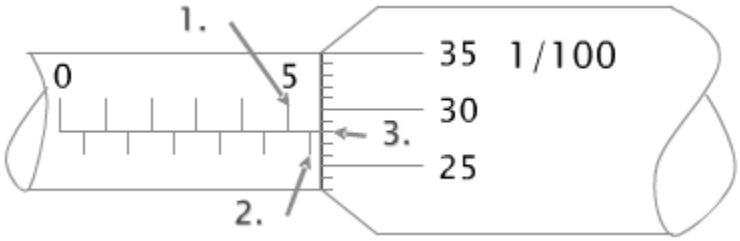


Para leer el micrómetro se debe hacer en tres partes:



1. Leer los milímetros completos que se muestran en la parte superior de la escala graduada.
2. Leer la diferencia de 0,5 mm que se muestra en la parte inferior de la escala graduada.
3. Leer las décimas y centésimas que se muestran en el mango graduado.

Ejemplo de lectura:



1. 5,00 mm (unidades completas).
2. 0,50 mm (porque la raya de abajo no coincide con ninguna de las de la escala graduada).
3. 0,28 mm

Entonces:

L' = 5,00 mm+ 0,50mm + 0,28mm = 5,78 mm

Donde sí solo hay incertezas debido a la apreciación, L = (5,78 ± 0,01) mm

Actividad Experimental Nº 2:

Título: Medición de longitudes

Objetivos:

a) Detallar los instrumentos de medición de longitud disponibles (nombre, alcance y apreciación).

b) Medir diferentes cantidades de una misma magnitud utilizando el instrumento adecuado y justificar su elección.

c) Expresar correctamente el resultado de cada medición.

Actividad Nº 5:

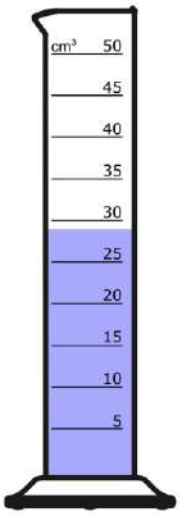
1) Indica cuál de las siguientes formas de expresar un resultado es la correcta.
a) 45,54m ± 0,5 b) (45,5 ± 0,5) m c) 45m ± 0,5m d) 45m ± 500mm

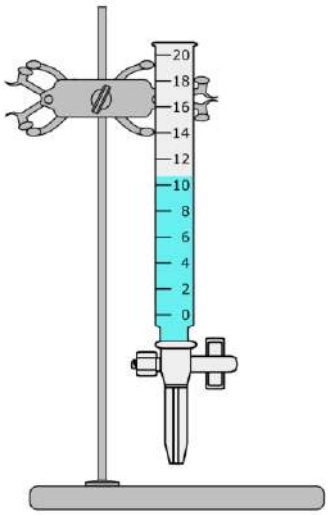
2) Para cada medición, indica cuál de los resultados está correctamente escrito.
a) Se mide una masa de tres kilogramos: 3kg , 3Kg , 3kgs
b) Se mide una distancia de diecinueve metros: 19mts, 19M, 19m
c) Se mide una masa de cuarenta y cinco gramos: 45grs, 45g, 45gr
d) Se mide un tiempo de quince segundos: 15seg, 15 s, 15"
e) Se mide un tiempo de cinco minutos: 5min, 5', 5m

3) Observa esta ilustración:

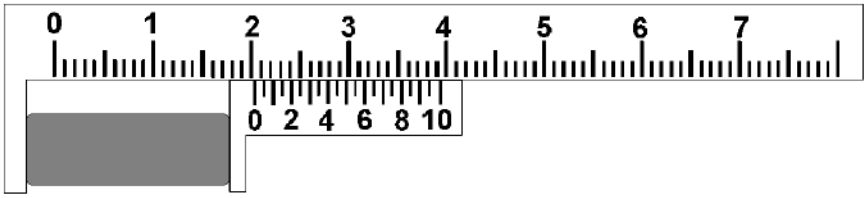
Si en ambos instrumentos la unidad de medida es el cm^3 .Responde:

- ¿Cuál es el volumen del líquido que se mide con la probeta? ¿Y con la bureta?
- ¿Con qué incertidumbre se da cada medida?

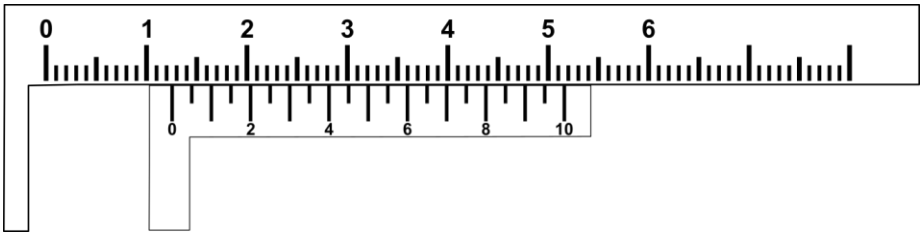


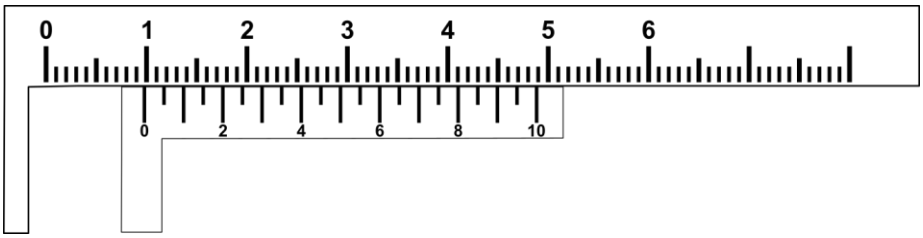


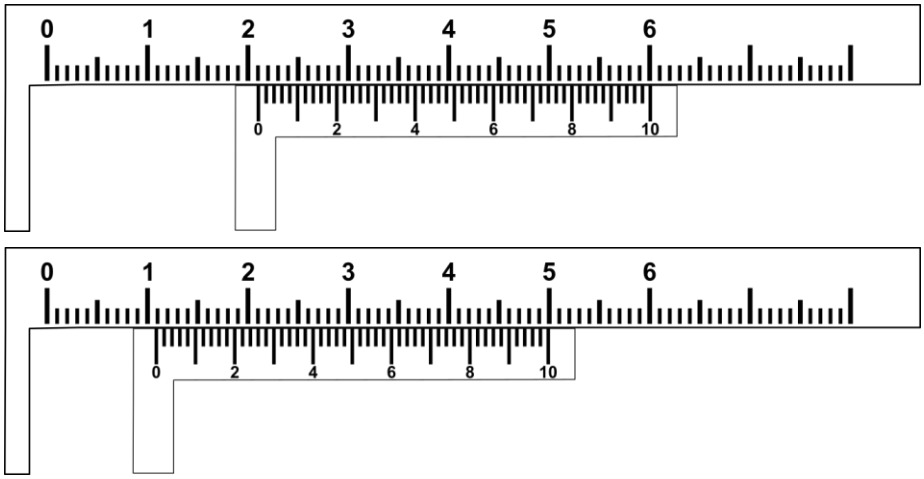
4) Observa la figura e indica: número de divisiones de la regla móvil, apreciación del calibre, y el resultado de la medición



5) Para cada una de las siguientes imágenes de distintos calibres, observa la medición y exprésela correctamente



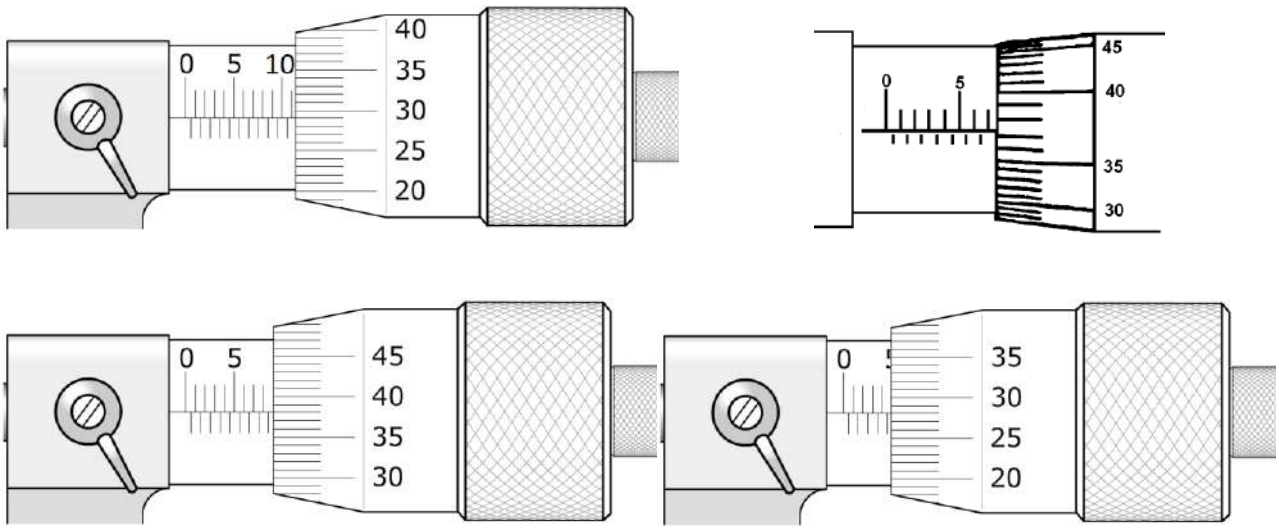




6) Expresa las siguientes cantidades en unidades fundamentales o derivadas de ellas según corresponda:

a) L = 75,3 hm
b) d = 950 μm
c) t = 0,37 h
d) S = 34,7 cm^2
e) m = 47 dg
f) M = 0,073 t
g) v = 80 km/h
h) δ = 1,23 g/L
i) δ = 18,6 g/cm^3

7) En las siguientes imágenes se muestra la ampliación detallada de las escalas de un tornillo micrométrico con tambor de 50 divisiones. Para cada una, observa la medición y exprésela correctamente



Mediciones Directas e indirectas

Una medición se considera **directa** cuando su resultado se puede leer directamente en la escala del instrumento de medición utilizado. Es decir, cuando el alcance del instrumento de medición es mayor que la dimensión medida, o cuando no es necesario realizar operaciones matemáticas para obtener el resultado final de la medición.
Una medición se considera como **indirecta** cuando el valor de la medición final se obtiene como resultado de una operación matemática, como por ejemplo la suma de tres mediciones, para determinar el perímetro de un triángulo o una multiplicación de mediciones como en el cálculo de la superficie de un rectángulo.
Cuando se realizan mediciones indirectas, el resultado final va acompañado de una incerteza que resulta de la propagación de las incertezas pertenecientes a cada una de las mediciones que forman parte de la operación matemática.

Propagación en suma y resta

Supongamos el siguiente problema: debemos determinar el perímetro de un triángulo, para eso medimos cada uno de los lados y en consecuencia tenemos tres valores medidos que indicaremos con L_1', L_2' y L_3' y sus respectivas incertezas ΔL_1, ΔL_2 y ΔL_3. Se puede demostrar que, el valor medido del perímetro es igual a la suma de los valores medidos de los intervalos, y que el intervalo de incerteza a asignar al perímetro es igual a la suma de los intervalos e incerteza de cada medición:

$$P' = L_1' + L_2' + L_3'$$

$$\Delta P = \Delta L_1 + \Delta L_2 + \Delta L_3$$

Por otro lado, si la operación a realizar es una resta, se puede comprobar que el intervalo de incerteza a asignar a la medición indirecta también es igual a la suma de las incertezas de cada medición.

$$R' = L_1' - L_2'$$

$$\Delta R = \Delta L_1 + \Delta L_2$$

Generalizando a partir de este ejemplo, diremos que ***en el caso de mediciones indirectas donde solo intervengan sumas y restas el intervalo de incerteza a asignar será la suma de los intervalos de incerteza de las mediciones directas realizadas, independientemente que se trate de sumas o restas o de la combinación de ambas***.

Actividad Nº 6:

1) Se está estudiando la evolución de la temperatura de una solución química durante un conjunto de reacciones. Antes de mezclar las sustancias, se mide que el sistema se encuentra a una temperatura inicial $T_1 = (18 \pm 1)$ °C.

a) Durante la reacción, se mide que la temperatura aumenta en (46 ± 2) °C, determine la temperatura a la que se encuentra.

b) Sin embargo, al terminar la reacción del ítem anterior, la temperatura baja abruptamente unos (10 ± 1) °C. Calcule la temperatura final.

2) Un trapecio irregular tiene por lados L_1 = (35,0 ± 0,5) mm, L_2 = (4,71 ± 0,01) mm, L_3 = (28,3 ± 0,1) mm y L_4 = (6,35 ± 0,05) mm. Calcule su perímetro.

3) Una maratonista sale a correr a las (7,35 ± 0,05) h y llega a la Florida a las (8,65 ± 0,05) h. Si el recorrido de vuelta lo hace en (1,45 ± 0,05) h, ¿cuánto tardó en realizar el recorrido completo (ida y vuelta)? Aclaración: todos los tiempos están dados en horas para mayor facilidad, por lo que 30 minutos, que es media hora, se escribe 0,5 h.

4) Se tiene que medir el espesor de un caño hueco. Para esto, con el uso de un calibre, se determina que el diámetro externo es D = (22,35 ± 0,05) mm y el diámetro interno d = (16,80 ± 0,05) mm. Calcula el espesor del caño.

Trabajo Práctico Nº 1:

Título: Mediciones directas e indirectas

Parte A

Objetivos: **a)** Medir el perímetro de una figura en forma directa e indirecta

b) Registrar y compararlos resultados de cada medición

Materiales: El material necesario para realizar la experiencia será brindado por el docente.

Parte B

Objetivos: **c)** Obtener el volumen de un cuerpo por desplazamiento de líquido en forma indirecta.

d) Proponer un método para la obtención del volumen de un cuerpo de forma directa.

Materiales: Probeta, cantidad suficiente de agua y varios cuerpos que se pueden sumergir dentro de la probeta.

Actividad Nº 7:

a) ¿Cuál de las siguientes mediciones es mejor?: la realizada al determinar la masa de una persona de 60 kg con un error de 100 g, o la realizada al medir la masa de un coche de 1 200 kg con un error de 10 kg? ¿Por qué?

b) Analiza los resultados obtenidos en el Trabajo Práctico Nº 1 y adopta un criterio que permita ordenarlos según su calidad de las mediciones.

Incerteza relativa

Si se da el caso de tener dos mediciones L_1 y L_2, puede ser necesario comparar las calidades de estas mediciones:

$L_1 = (17{,}5 \pm 0{,}5)$ cm y $L_2 = (26 \pm 1)$ mm

Se trata de comparar las calidades de las mediciones, no los valores, todos sabemos de la diferencia entre 17,3 cm y 26 mm, pero ¿cómo decidimos si la medición de L_1 es mejor o peor que la de L_2?. Para eso lo que definimos es el concepto de incerteza relativa como el cociente entre la incerteza y el valor medido.

$$\varepsilon = \frac{\Delta X}{X'}$$

o el valor porcentual de incerteza relativa

$$\varepsilon\% = \frac{\Delta X}{X'} \cdot 100$$

De esta manera los valores correspondientes a las distintas mediciones son rápidamente comparables, resultando:

$\varepsilon_1 = 0{,}029$ $\varepsilon_1\% = 2{,}9\%$

$\varepsilon_2 = 0{,}038$ $\varepsilon_2\% = 3{,}8\%$

Como la incerteza relativa en el primer caso es menor que en el segundo la calidad de esta primera medición es mejor que la segunda.

Actividad Nº 8:

1) Compara las siguientes mediciones: $t = (28{,}3 \pm 0{,}1)$ s; $m = (153{,}7 \pm 0{,}1)$ g

2) Se tiene que medir una longitud de 5cm con una incerteza relativa porcentual del 2% y se dispone para ello de tres reglas calibradas: la primera en milímetros, la segunda en centímetros y la tercera en decímetros, ¿con cuál de ellas es adecuado trabajar y por qué?

3) Evalúe las siguientes mediciones en orden decreciente según su “calidad”.

Objeto medido y método empleado	**Valor medido**	**Número de Orden**
El diámetro de un eje de un sistema mecánico de precisión con un calibre.	(1,25 ± 0,05) mm	
La altura de un jugador de vóley con una regla un metro de longitud graduada en 0.5 cm.	(1,84 ± 0,01) m	
La altura de un edificio de siete pisos por usando un hilo con una plomada que posteriormente se mide con una cinta métrica.	(27,3 ± 0,1) m	
El diámetro de un cabello humano con un tornillo micrométrico	(0,03 ± 0,01) mm	
La eslora de un barco de transporte de granos con una cinta métrica de agrimensor.	(172,2 ± 0,1) m	

4) Se mide la amplitud de un ángulo con transportador graduado y se obtiene $\hat{\alpha}$ = 120º y la incerteza es $\Delta\hat{\alpha}$ = 0,5º
   a- Expresa correctamente el resultado.
   b- Determina la incerteza relativa porcentual.

5) Se midieron los lados de un triángulo con una regla milimetrada y se obtuvieron los siguientes resultados:
   a = (136,5 $\pm$ 0,5) mm
   b = (65,5 $\pm$ 0,5) mm
   c = (78,0 $\pm$ 0,5) mm
   a) Calcula el perímetro con su correspondiente incerteza. Indica la calidad de la medición respecto a la de los lados del triángulo.
   b) Si es necesario pasar tres vueltas de hilo alrededor del triángulo determine el valor del largo del hilo y su incerteza.

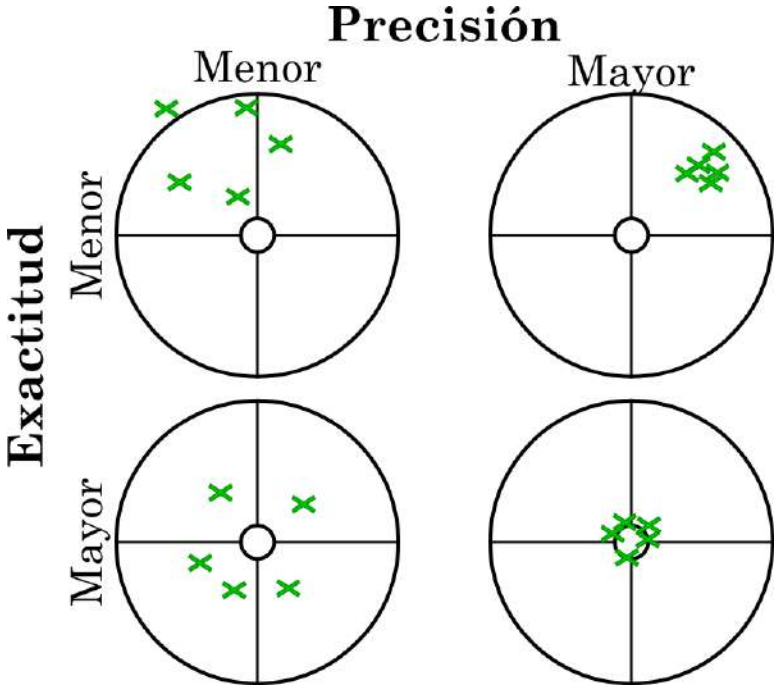
Exactitud y precisión.

La **exactitud** de un instrumento o método de medición está asociada a la calidad de la calibración del mismo con respecto a *patrones de medida* aceptados internacionalmente, es decir, el valor verdadero de la magnitud a medir. Así, una medición será más exacta cuanto más cerca esté del valor verdadero.

Por su parte, la **precisión** de un instrumento o un método de medición es la mayor o menor capacidad de repetir los mismos valores en las mismas condiciones. Esto quiere

decir que si uno realiza múltiples mediciones (bajo las mismas condiciones) de una magnitud y los valores son cercanos entre sí, esa medición será precisa.

Como ejemplo, en la Figura que se encuentra debajo pueden observarse mediciones con diferentes grados de exactitud y precisión, considerando que el centro del círculo representa el valor verdadero de la magnitud que se mide.



Una forma de cuantificar la precisión y exactitud de una medición es a partir de los conceptos de incerteza relativa y discrepancia relativa. La incerteza relativa fue definida previamente, y es una cantidad que está asociada a la **precisión** de una medición, ya que estima cuánto se puede apartar una medición futura, realizada en igualdad de condiciones que la original, de la medición que se está considerando.

La discrepancia relativa D_r de una medición es una cantidad asociada a la **exactitud**, que sale de comparar el valor observado X' con un valor de referencia o aceptado X_{ac}, y se define como:

$$D_r = \frac{X_{ac} - X'}{X_{ac}}$$

Es importante notar que no se puede hablar de discrepancia a menos que se posea un valor de referencia con el que comparar la medición realizada, mientras que para cuantificar la precisión de una medición, sólo se requieren conocer el valor observado y la incerteza absoluta de la misma.
Por otro lado, también es importante destacar que tanto los valores de incerteza relativa como de discrepancia relativa no presentan una información significativa hasta que los usamos para comparar nuestra medición con otra, es decir, que no se puede pensar en la calidad de una medición como un parámetro absoluto, sino como una cantidad que permite comparar diferentes mediciones entre sí.

De esta forma, los conceptos de exactitud y de precisión hacen referencia a dos cuestiones muy diferentes, pero ambas importantes del proceso de medición. Naturalmente lo que se espera es que el operador de laboratorio organice el proceso de medición eligiendo los instrumentos donde concurran niveles aceptables de exactitud y de precisión.

Actividad Nº 9:

1) La medición del tamaño de la Tierra ha probado ser una empresa desafiante desde el momento en que se determinó que la Tierra tiene una forma aproximadamente esférica.
   Una de las primeras mediciones modernas se debe a Jean Fernel, físico y astrónomo francés, que en 1525 obtuvo el valor EF = (39 800 ± 400) km. Casi un siglo después, en 1617, el matemático y astrónomo Willebrord Snellius obtuvo independientemente el valor ES = (38 700 ± 100) km. Tomando en cuenta que el valor aceptado al día de hoy es E = (40 009,152 ± 0,001) km, determine cuál de estas dos mediciones es más exacta y cuál es más precisa, justificando su respuesta a partir del cálculo de la incerteza relativa y discrepancia relativa de cada valor.
2) En el año 1862 Leon Foucault midió la velocidad de la luz empleando un sistema de espejos giratorios, lo que constituyó una de las primeras mediciones de la velocidad de la luz que no involucró objetos astronómicos. De su experimento obtuvo el valor c_F = (298000 ± 500) km/s. Años después, en 1879, Albert Michelson modificó el método de Foucault para obtener el valor c_M = (299910 ± 50) km/s . Sabiendo que el valor definido al día de hoy es c = 299792,458 km/s, determine cuál de las dos mediciones es más precisa y cuál es más exacta. Justifique su respuesta calculando el error relativo de ambas mediciones, así como su discrepancia relativa con el valor aceptado de c.

Propagación en el caso del producto y el cociente.

Imaginemos un rectángulo del que se desea medir su superficie, una manera de hacerlo es medir la longitud de sus lados y encontrar el valor de su superficie como resultado del producto de ambos lados. Se puede demostrar que, si indicamos con a' y b' los lados del rectángulo y con Δa y Δb sus respectivas incertezas, tenemos que la superficie del mismo es:

$$S' = a'\, b'$$

$$\frac{\Delta S}{S'} = \frac{\Delta a}{a'} + \frac{\Delta b}{b'}$$

Es decir que en el caso del producto la incerteza relativa del mismo es igual a la suma de las incertezas relativas de los factores.

De este modo,

$$S' = a'\,b'$$

$$\Delta S = S'\left(\frac{\Delta a}{a'} + \frac{\Delta b}{b'}\right)$$

En el caso del cociente la incerteza relativa también es el resultado de la suma de las incertezas relativas, resultando:

$$C' = \frac{a'}{b'}$$

$$\frac{\Delta C}{C'} = \frac{\Delta a}{a'} + \frac{\Delta b}{b'} \quad \Rightarrow \quad \Delta C = C'\left(\frac{\Delta a}{a'} + \frac{\Delta b}{b'}\right)$$

Generalizando, diremos que ***en el caso de mediciones indirectas donde solo intervengan multiplicaciones y divisiones la incerteza relativa a asignar será la suma de las incertezas relativas de las mediciones directas realizadas, independientemente que se trate del producto, cociente o de la combinación de ambas***.

Actividad Nº 10:

1) Se desea calcular la superficie de una lámina rectangular. Se dispone para tal fin de una regla milimetrada y se admite que quién realiza la medición es una persona experimentada, cuya incerteza de apreciación es de 0,2 mm. Las dimensiones obtenidas son:

a = (13,54 $\pm$ 0,02) cm
b = (1,22 $\pm$ 0,02) cm

Determina la superficie de la lámina rectangular.

2) Con un tornillo micrométrico de 0,01 mm de apreciación se ha medido la arista de un cubo, resultando: a = (36,23 $\pm$ 0,01) mm
Calcula el volumen.

3) Un triángulo tiene por base b = (12,3 $\pm$ 0,1) cm y altura h = (5,9 $\pm$ 0,1) cm. Calcula su superficie.
4) Con una probeta se mide un volumen V = (46 $\pm$ 2) cm^3 de mercurio. La masa de ese volumen de mercurio es m = (630 $\pm$ 1) g. Calcula la densidad del mercurio.
5) Con un calibre de apreciación 0,05 mm se ha medido que un trapecio tiene una base mayor B = (10,70 $\pm$ 0,05) mm, base menor b = (9,85 $\pm$ 0,05) mm y altura (4,35 $\pm$ 0,05) mm. Calcula su superficie.

Trabajo Práctico Nº 2:

Título: Determinación de superficie y volumen.

Objetivos: a) Calcular la superficie de figuras y el volumen de cuerpos regulares.

b) Expresar correctamente el resultado obtenido.

Trabajo Práctico Nº 3:

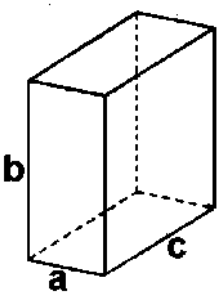
Título: Densidad

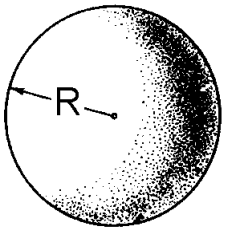
Objetivos: a) Calcular la densidad de distintas sustancias.

b) Expresar correctamente los resultados obtenidos

Actividad Nº 11:

1) Calcula el volumen del prisma de la figura sabiendo que: a = (25,70 ± 0,05) mm, b = (74,35 ± 0,05) mm y c = (58,45 ± 0,05) mm. Recuerda que: V = a.b.c



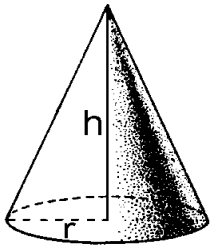


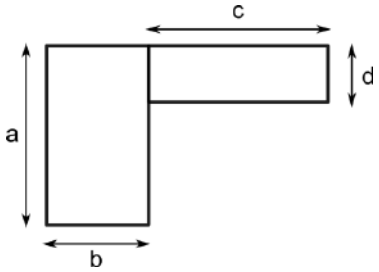
2) Calcula la superficie de la esfera de la figura sabiendo que D = (24,8 ± 0,2) cm.

Recuerda que D = 2R y $S = 4\pi R^2$

Calcula el volumen del cono recto de la figura sabiendo que h = (614 ± 1) mm, y d = (256 ± 1) mm.

Recuerda que: d=2r y $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$





4) Calcula la superficie de la figura sabiendo que:

a = (7,35 ± 0,05) mm, b = (3,50 ± 0,05) mm,

c = (5,95 ± 0,05) mm y d = (1,95 ± 0,05) mm.

5) Para el prisma del ejercicio 1, calcula la superficie lateral. S_{lat}= 2.a.b +2.a.c

Relación entre magnitudes físicas

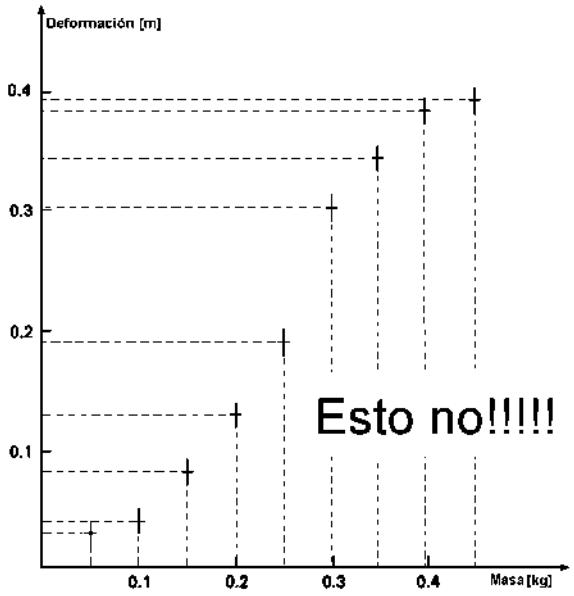
Las magnitudes consideradas en la descripción cuantitativa de un fenómeno físico constituyen las variables intervinientes. Nuestro problema consiste en determinar o verificar la ley que las vincula y su formulación matemática. Generalmente, el análisis del fenómeno se realiza limitando a dos el número de variables y manteniendo las restantes constantes. De una de estas dos variables se eligen cantidades arbitrarias

(variable independiente) y se mide la otra en función de la primera (variable dependiente)

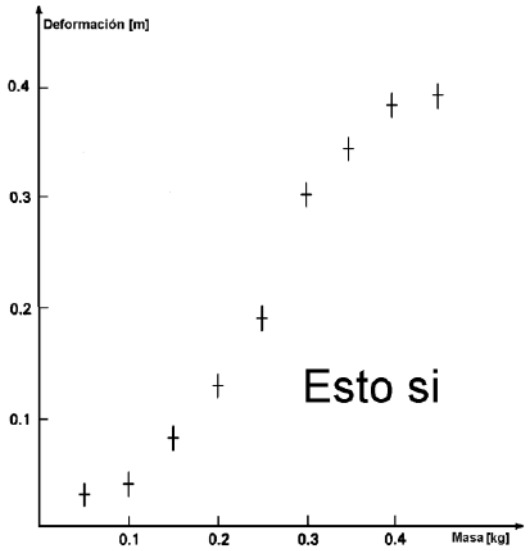
Las gráficas se emplean para permitir una fácil y rápida interpretación de los datos obtenidos en los experimentos por eso deben cumplir con las siguientes características generales:

1) Deben hacerse en papel cuadriculado o milimetrado.
2) Deben llevar un título explícito.
3) Deben tener en cada uno de los ejes el símbolo de la magnitud representada y las correspondientes unidades
4) La variable independiente se representa en el eje de las abscisas y la variable dependiente en el eje de las ordenadas.
5) Deben elegirse escalas adecuadas, para ello, la relación entre la unidad de la magnitud representada y la unidad de la escala del papel milimetrado deben ser un factor entero sencillo (1, 2, 5, 10^n, donde n es cualquier número entero).
6) Sobre los ejes dibujados sólo se indican los valores correspondientes a divisiones enteras y suficientemente espaciadas de la escala elegida; no se escriben los valores de las medidas tomadas.
7) Las escalas de ambos ejes no necesariamente deben ser iguales. Debe buscarse que la escala de cada eje ocupe todo el papel disponible y cubra tan sólo los intervalos dentro de los cuales se encuentran las medidas tomadas. Esto quiere decir que en algunos casos, el cero de la escala no coincidirá con el origen de coordenadas. De esta forma se consigue que la gráfica ocupe todo el papel.
8) Los datos experimentales se representan trazando una cruz centrada en el punto de coordenadas correspondiente al valor obtenido en la medición, cuyos brazos tengan una longitud igual a la incerteza respectiva.
9) La línea representativa de la función cuyos puntos se han representado, debe ser continua y debe promediar todos los puntos experimentales.

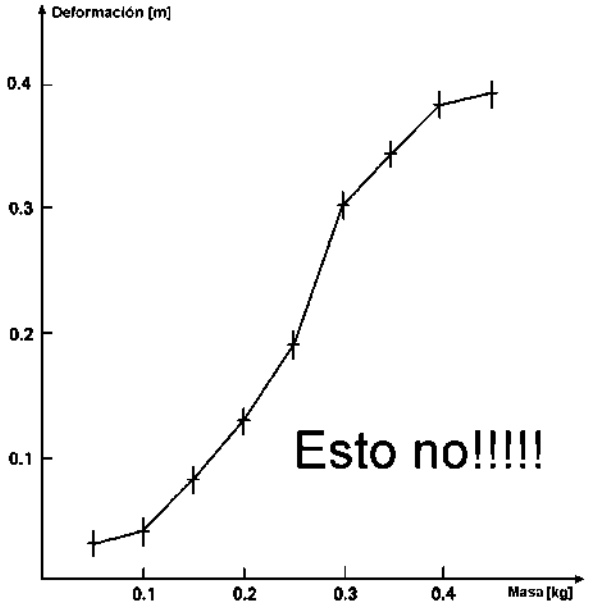
A continuación mostramos alguno ejemplo de algunas de las cosas que deben hacerse y de las que nunca se deben hacer.



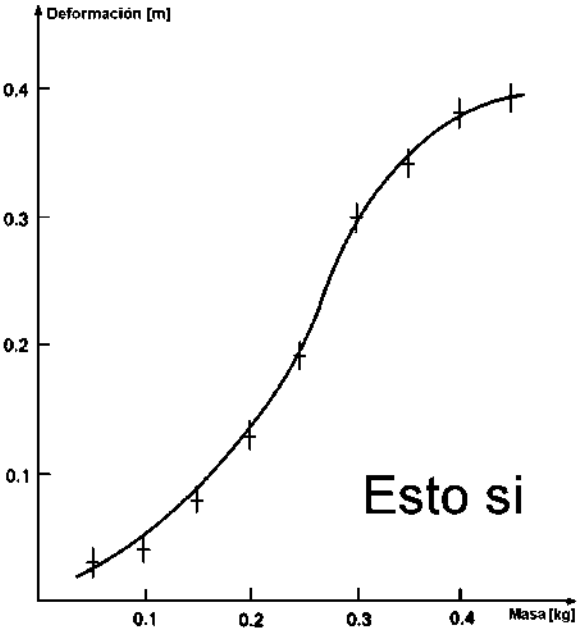
Cuando se dibujan los puntos en la gráfica **no** se deben trazar las líneas de referencia a los ejes



En los ejes sólo se deben indicar valores sencillos de pocos dígitos suficientemente espaciados.



Los puntos de la gráfica no se deben unir con una poligonal.



La curva debe ser suave y debe pasar dentro del intervalo de incerteza correspondiente a cada punto.

Trabajo Práctico Nº 4: Relación entre magnitudes

Objetivos: a) Encontrar la relación entre el volumen que ocupa el agua en la probeta y la altura que alcanza.

b) Construir una tabla con los valores de las magnitudes medidas.

c) Realizar el gráfico del volumen en función de la altura

Trabajo Práctico Nº 5: Magnitudes inversamente proporcionales.

Objetivos: a) Encontrar la relación entre la base y la altura de rectángulos de igual superficie.

b) Construir una tabla con los valores de las magnitudes medidas.

c) Realizar el gráfico de la base en función de la altura

Trabajo Práctico Nº 6: Magnitudes directamente proporcionales

Objetivos: a) Encontrar la relación entre la masa y el peso.

b) Construir una tabla con los valores de las magnitudes medidas.

c) Realizar el gráfico del peso en función de la masa

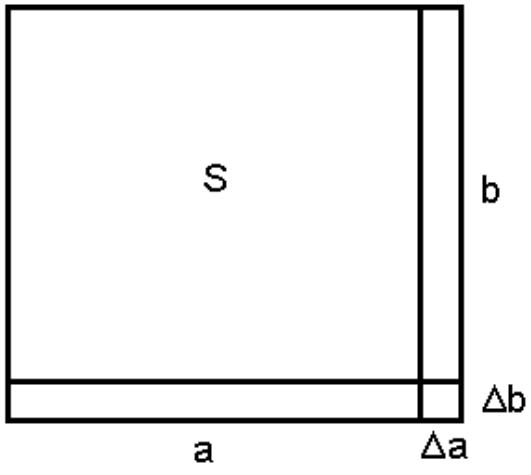
Lectura Complementaria: Propagación en suma y resta

En la situación planteada como ejemplo en la página 29, se pedía determinar el perímetro de un triángulo, con su correspondiente incerteza. A continuación se propone resolver el problema en forma teórica, a fin de ilustrar la relación propuesta. (suma de las incertezas de cada medida que interviene en el cálculo).

Supongamos que medimos cada uno de los lados y en consecuencia tenemos tres valores que indicaremos con L_1', L_2' y L_3' y sus respectivas incertezas ΔL_1, ΔL_2 y ΔL_3. Evidentemente asignaremos como valor del perímetro a la suma de los valores medidos de los tres lados

$$P' = L_1' + L_2' + L_3'$$

Lo que nos falta ahora es asignar el valor de la incerteza al valor calculado del perímetro. Pensando en el concepto de incerteza, sabemos que $L_1 = L_1' \pm \Delta L_1$ significa que L1 puede ir desde un valor mínimo $L_1' - \Delta L_1$ a un valor máximo $L_1' + \Delta L_1$. Entonces, la consideración que haremos es calcular un perímetro mínimo, cuando todos los intervalos de incerteza se resten y un perímetro máximo cuando todos los intervalos de incerteza se sumen:



$$P_{MIN} = L_1' - \Delta L_1 + L_2' - \Delta L_2 + L_3' - \Delta L_3 = L_1' + L_2' + L_3' - (\Delta L_1 + \Delta L_2 + \Delta L_3)$$

$$P_{MAX} = L_1' + \Delta L_1 + L_2' + \Delta L_2 + L_3' + \Delta L_3 = L_1' + L_2' + L_3' + (\Delta L_1 + \Delta L_2 + \Delta L_3)$$

Entonces queda:

$$P_{MIN} = P' - (\Delta L_1 + \Delta L_2 + \Delta L_3) = P' - \Delta P$$

$$P_{MAX} = P' + (\Delta L_1 + \Delta L_2 + \Delta L_3) = P' + \Delta P$$

De esto concluimos que el intervalo de incerteza a asignar al perímetro es igual a la suma de los intervalos e incerteza de cada medición.

$$P' = L_1' + L_2' + L_3'$$

$$\Delta P = \Delta L_1 + \Delta L_2 + \Delta L_3$$

Lectura Complementaria: Propagación en el caso del producto y el cociente.

En forma similar a lo trabajado en suma, proponemos resolver un ejemplo teórico, para ilustrar la relación de incertezas en un producto. El objetivo es medir la superficie del rectángulo planteado en la pág. 30, donde a' y b' son los valores medidos de los lados del rectángulo y Δa y Δb sus respectivas incertezas, tenemos que la superficie del mismo es:

$$S' = a'\, b'$$

Si calculamos el valor mínimo de la superficie que indicamos con S como el producto de los valores mínimos de los lados medidos tenemos:

$$S_{MIN} = (a' - \Delta a)(b' - \Delta b)$$

$$S_{MIN} = a'b' - a'\, \Delta b - b'\, \Delta a + \Delta a\, \Delta b$$

$$S_{MIN} = a'b' - (a'\, \Delta b + b'\, \Delta a) + \Delta a\, \Delta b$$

El último término ($\Delta a\, \Delta b$) es siempre pequeño frente a los demás valores involucrados en esta operación por lo que puede ser dejado de lado por no afectar el resultado final, quedando:

$$S_{MIN} = a'b' - (a'\, \Delta b + b'\, \Delta a)$$

Similarmente el valor máximo de la superficie, S_{MAX} es el resultado del producto de los valores máximos de los lados:

$$S_{MAX} = (a' + \Delta a)(b' + \Delta b) = a'b' + a'\, \Delta b + b'\, \Delta a + \Delta a\, \Delta b$$

$$S_{MAX} = a'b' + (a'\, \Delta b + b'\, \Delta a) + \Delta a\, \Delta b$$

Igual que antes dejamos de lado el último término por no ser significativo.

$$S_{MAX} = a'b' + (a'\, \Delta b + b'\, \Delta a)$$

Si consideramos $S_{MIN} = S' - \Delta S$ y $S_{MAX} = S' + \Delta S$ el intervalo de incerteza ΔS a asignar a la medición indirecta S es:

$$\Delta S = a' \Delta b + b' \Delta a$$

Para realizar este cálculo, una forma conveniente de operar, es considerar la incerteza relativa.

$$\frac{\Delta S}{S'} = \frac{b' \Delta a}{a' b'} + \frac{a' \Delta b}{a'.b'}$$

$$\frac{\Delta S}{S'} = \frac{\Delta a}{a'} + \frac{\Delta b}{b'}$$

Es decir que en el caso del producto la incerteza relativa del mismo es igual a la suma de las incertezas relativas de los factores.

BIBLIOGRAFIA

Maiztegui, A., Gleiser, R. Introducción a las Mediciones de Laboratorio, editorial Kapelusz, Buenos Aires, Argentina (1980)

Baird, d. C. Experimentación: Una introducción a la teoría de mediciones y al diseño de experimentos. México Pearson. Education (2005)

Mediciones e Laboratorio. Publicación FCEIA (Universidad Nacional de Rosario) 1980

Página web INTI (Instituto Nacional de Tecnología Industrial) http://www.inti.gob.ar/ (última visita 11/12/2018 a las 22 h)

SI Brochure: The International System of Units (SI) [8th edition, 2006; updated in 2014], versión en inglés. Extraído de la página web del CGPM: http://www.bipm.org

Herren, G. Fractales: Las estructuras aleatorias, Longseller, Buenos Aires, Argentina (2002)