Instituto Politécnico

niversidad Nacional de Rosario Universidad Nacional de

Mecánica de fluidos

4º Año

Autores:
Evangelista, Ignacio
Roldán, Gabriel
Rodríguez, Iván
Cadierno, Matías
Duri, Lisandro

Cód. 7401-26

Física

Dpto. de Física

Masterización: RECURSOS PEDAGOGICOS

Capítulo 1

Hidrostática

1.1. Introducción

Hasta este momento nos hemos concentrado en el estudio del comportamiento de los cuerpos sólidos tanto desde el punto de vista puntual (modelo de partícula) como considerándolos cuerpos extendidos (modelo de cuerpo rígido). En este punto comenzaremos el estudio del comportamiento de sistemas compuestos por fluidos. Los fluidos desempeñan un papel crucial en muchos aspectos de la vida cotidiana. Los bebemos, respiramos y nadamos en ellos; circulan por nuestro organismo y controlan el clima. Los aviones vuelan a través de ellos y los barcos flotan en ellos. Un fluido es cualquier sustancia que puede fluir; por lo que usaremos el término tanto para los líquidos como para los gases.

En general, las sustancias de la naturaleza pueden clasificarse según su estado de agregación en sólidos, líquidos y gases. Estos estados se diferencian entre sí por sus características macroscópicas y microscópicas.

En términos microscópicos, es decir considerando la estructura atómico-molecular, los estados de agregación tienen las características que se presentan en la Tabla 1.1.

Tabla 1.1: Características microscópicas de los diferentes estados de agregación

Características microscópicas	**Gases**	**Líquidos**	**Sólidos**
Movimiento molecular predominante	Traslación Rotación sobre su propio eje	Vibración Pueden trasladarse o deslizarse	Vibran alrededor de un punto fijo
Fuerzas de cohesión entre moléculas	Muy débiles	Mayores que en los gases	Muy intensas
Espacios entre moléculas	Grandes Aproximadamente diez veces el diámetro molecular)	Intermedias Varían de uno a seis diámetros moleculares (de acuerdo a su densidad)	Muy pequeñas Aproximadamente un diámetro molecular

Desde el punto de vista macroscópico, considerando esencialmente las características forma y volumen de los cuerpos tenemos las características de la Tabla 1.2

Tabla 1.2: Características macroscópicas de los diferentes estados de agregación

Características macroscópicas	Gases	Líquidos	Sólidos
Forma	No tienen forma propia, adquieren las del recipiente que las contiene (si es cerrado)	No tienen forma propia. Como las moléculas pueden deslizarse, los líquidos se derraman y fluyen modificando su forma	La forma permanece constante. Como las fuerzas de cohesión son muy intensas, carecen de movimiento molecular de traslación
Volumen	No tienen volumen propio. Como las fuerzas de cohesión son muy débiles, las moléculas se pueden separar fácilmente ocupando un volumen cada vez mayor	Tienen volumen propio. La intensidad de las fuerzas de cohesión, no permite que las moléculas se separen y mantienen el volumen constante	Tienen volumen propio

No siempre es posible una clasificación estricta, pues hay sustancias cuya inclusión en uno u otro grupo es dudosa. Por ejemplo, la brea es un líquido que fluyen tan lentamente que se comporta prácticamente como sólidos. Por otra parte, un sólido que se encuentra en estado pulverulento, como la arena o el talco, se adapta a la forma del recipiente y no por eso pasa a ser un líquido. Otro caso son los plasmas, gases altamente ionizados, que no se ajustan a las categorías mencionadas. El plasma se considera a veces el cuarto estado de la materia, pero no será motivo de nuestro estudio.

El hecho de que una sustancia sea sólida, líquida o gaseosa depende del grado con el que las fuerzas entre sus moléculas determinan su estructura. Estas sustancias pueden cambiar su estado de agregación si se modifican ciertas condiciones físicas que alteren el valor de dichas fuerzas. Como ejemplo familiar de esto tenemos el agua común que se puede encontrar en fase sólida (lo que llamamos hielo), líquida o gaseosa.

El estudio de los fluidos lo haremos en varias etapas, estudiando primero los líquidos y posteriormente los gases. En el estudio de los líquidos abordaremos primero los líquidos en reposo, que es la parte de la mecánica de los fluidos llamada Hidrostática o Estática de Fluidos; luego nos ocuparemos del estudio de los líquidos en movimiento, a través de la Hidrodinámica.

Los líquidos son prácticamente incompresibles: se necesitan grandes fuerzas para lograr pequeñas variaciones de volumen. En nuestro análisis consideraremos siempre a los líquidos incompresibles (o sea que consideraremos que cualquiera sea el tipo de fuerza que se les aplique, su volumen permanece constante). Para el estudio de los fluidos debemos considerar algunas magnitudes nuevas que no hemos usado hasta el momento.

1.1.1. Densidad

Todos sabemos que el plomo es más *pesado* que la madera. Sin embargo, mientras que no tenemos dificultad en sostener con la mano una pequeña plomada de pesca, no es fácil para nadie, a menos que sea un atleta, sostener con la mano un tablón de madera del tamaño que tienen los que se emplean en los andamios de las construcciones. Indudablemente el tablón es más pesado que la plomada. Lo que la gente quiere significar cuando dice *el plomo es más pesado que la madera* es que si se tienen dos cuerpos de igual tamaño y uno es de madera y el otro de plomo, bajo la acción de la misma aceleración gravitatoria, el cuerpo de plomo resulta más pesado.

Para poder evaluar numéricamente esta propiedad y poder comparar estas características propias de las distintas sustancias sin necesidad de construir cuerpos de igual tamaño, establecemos una relación numérica entre la masa de cada uno de los cuerpos y el volumen que ocupan. A esa magnitud, que asociamos al material, la llamamos **densidad**.

Es importante tener en cuenta que para calcular la densidad necesitamos un cuerpo al que le podamos medir la masa y el volumen pero lo que obtenemos es una propiedad de la sustancia que constituye el cuerpo y no del cuerpo mismo.

Matemáticamente, la densidad δ es el cociente entre la masa de un cuerpo (m) y su volumen (V):

$$\delta = \frac{m}{V} \tag{1.1}$$

En el SI, medimos la masa en kg y el volumen en m^3, por lo tanto la densidad se indicará en $\frac{kg}{m^3}$.

Al realizar este proceso experimental se obtiene la densidad media, si el material es homogéneo ésta coincide con la del material. Si por el contrario el objeto tiene huecos, como un queso o la miga de pan, entonces la densidad media no coincide con la del material.

En el caso en que el objeto esté compuesto por distintos materiales (como un huevo o un barco), puede obtenerse de igual modo la densidad media, aunque esta no coincidirá con la de ninguno de los materiales constituyentes.

Tabla 1.3: Densidades de algunos materiales (los gases están a 0 °C y a presión atmosférica)

Sustancia	Densidad $\left(\frac{kg}{m^3}\right)$	Sustanciaa	Densidad $\left(\frac{kg}{m^3}\right)$
Espacio interestelar	1×10^{-18}–1×10^{-21}	Sol (promedio)	$1{,}41 \times 10^3$
Hidrógeno	0,09	Cloroformo	$1{,}53 \times 10^3$
Oxígeno	1,43	Azúcar	$1{,}6 \times 10^3$
Helio	0,178	Magnesio	$1{,}7 \times 10^3$
Aire seco (30 °C)	1,16	Hueso	$1{,}5 \times 10^3$–$2{,}0 \times 10^3$
Aire seco (0 °C)	1,29	Arcilla	$1{,}8 \times 10^3$–$2{,}6 \times 10^3$
Espuma de estireno	$0{,}03 \times 10^3$	Marfil	$1{,}8 \times 10^3$–$1{,}9 \times 10^3$
Madera de balsa	$0{,}12 \times 10^3$	Vidrio	$2{,}4 \times 10^3$–$2{,}8 \times 10^3$
Corcho	$0{,}2 \times 10^3$–$0{,}3 \times 10^3$	Cemento	$2{,}7 \times 10^3$–$3{,}0 \times 10^3$
Madera de pino	$0{,}4 \times 10^3$–$0{,}6 \times 10^3$	Aluminio	$2{,}7 \times 10^3$
Madera de encina	$0{,}6 \times 10^3$–$0{,}9 \times 10^3$	Mármol	$2{,}7 \times 10^3$
Éter	$0{,}74 \times 10^3$	Diamante	$3{,}0 \times 10^3$–$3{,}5 \times 10^3$
Alcohol etílico	$0{,}79 \times 10^3$	Luna	$3{,}34 \times 10^3$
Acetona	$0{,}79 \times 10^3$	Planeta Tierra (promedio)	$5{,}25 \times 10^3$
Aguarrás	$0{,}87 \times 10^3$	Hierro	$7{,}9 \times 10^3$
Benceno	$0{,}88 \times 10^3$	Níquel	$8{,}8 \times 10^3$
Mantequilla	$0{,}9 \times 10^3$	Cobre	$8{,}9 \times 10^3$
Aceite de oliva	$0{,}92 \times 10^3$	Plata	$10{,}5 \times 10^3$
Hielo	$0{,}92 \times 10^3$	Plomo	$11{,}3 \times 10^3$
Agua (0 °C)	$0{,}999\,87 \times 10^3$	Mercurio	$13{,}6 \times 10^3$
Agua (3,98 °C)	$1{,}000\,00 \times 10^3$	Uranio	$18{,}7 \times 10^3$
Agua (20 °C)	$1{,}001\,80 \times 10^3$	Oro	$19{,}3 \times 10^3$
Asfalto	$1{,}02 \times 10^3$	Tungsteno	$19{,}3 \times 10^3$
Agua de mar	$1{,}025 \times 10^3$	Platino	$21{,}5 \times 10^3$
Plasma sanguíneo	$1{,}03 \times 10^3$	Osmio	$22{,}5 \times 10^3$
Sangre entera	$1{,}05 \times 10^3$	Pulsar	1×10^3–1×10^8
Madera de ébano	$1{,}1 \times 10^3$–$1{,}3 \times 10^3$	Materia nuclear	$\sim 1 \times 10^{17}$
Caucho duro	$1{,}2 \times 10^3$	Núcleo de estrella neutrónica	$\sim 1 \times 10^{18}$
Ladrillo	$1{,}4 \times 10^3$–$2{,}2 \times 10^3$	Agujero negro (1 masa solar)	1×10^{19}

Ejemplo: Densidad

Un bloque de ladrillo tiene una densidad de 1900 $\frac{kg}{m^3}$, si se parte a la mitad, ¿cuál es su nueva densidad?

Aunque el volumen se reduzca a la mitad, la densidad no cambia ya que sólo depende del material. La densidad es la constante de proporcionalidad entre masa y volumen, no depende de la masa ni de el volumen.

1.1.2. Peso específico

De modo análogo, si lo que se considera es la relación entre el peso del cuerpo (P) y su volumen (V), lo que se obtiene es el **peso específico** ρ.

$$\rho = \frac{P}{V} \tag{1.2}$$

La unidad con que se mide esta magnitud es $\frac{N}{m^3}$

Podemos encontrar una relación entre el peso específico y la densidad de una sustancia:

$$\rho = \frac{P}{V} = \frac{mg}{V} = \frac{m}{V} g = \delta\, g$$

Entonces, por ejemplo, sabiendo que la densidad del agua es 1000 $\frac{kg}{m^3}$, podemos obtener su peso específico multiplicando este valor por $g = 9{,}8\ \frac{m}{s^2}$, de lo que resulta $\rho_{agua} = 9800\ \frac{N}{m^3}$.

1.1.3. Densidad relativa

En la práctica cotidiana de la industria, la medición de densidad de una sustancia se suele establecer no de manera absoluta (midiendo la masa y el volumen de una muestra de la sustancia considerada) sino de modo relativo: comparando la densidad de la muestra con la densidad de otra sustancia. Ese valor obtenido se conoce como **densidad relativa**.

Así se define la densidad relativa (δ' o δ_r) como el cociente entre la densidad de una sustancia (δ) y la de otra tomada como referencia (δ_0). Generalmente se toma como referencia la densidad del agua destilada a 4 °C: 1000 $\frac{kg}{m^3}$.

$$\delta' = \frac{\delta}{\delta_0} \tag{1.3}$$

Como puede observarse, se trata de una magnitud adimensional.

Vale la pena notar que en inglés este concepto se conoce como *specific gravity*. Es por esto que a veces a la densidad relativa se la llama gravedad específica.

Ejemplo: Densidad Relativa

La densidad del mercurio es 13 600 $\frac{kg}{m^3}$, ¿cuál es su densidad relativa?

Sabemos que $\delta_{mercurio} = 13\,600\ \frac{kg}{m^3}$, por lo que resulta

$$\delta'_{mercurio} = \frac{13\,600\ \frac{kg}{m^3}}{1000\ \frac{kg}{m^3}} = 13{,}6$$

1.1.4. Peso específico relativo

De forma análoga, el peso específico relativo (ρ' o ρ_r) como el cociente entre el peso específico de una sustancia (ρ) y el de otro tomado como referencia (ρ_0).

$$\rho' = \frac{\rho}{\rho_0} \tag{1.4}$$

Si recordamos la relación entre peso específico y densidad, podemos escribir:

$$\rho' = \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{\delta\, g}{\delta_0\, g} = \frac{\delta}{\delta_0} = \delta'$$

Es decir, el peso específico relativo coincide numéricamente con la densidad relativa.

1.1.5. Presión

Sumergir una pelota en una pileta de natación no es tarea sencilla, requiere de una fuerza considerable. Si la pelota es grande, para lograr que quede debajo del agua, posiblemente necesitemos la ayuda de otra persona. Por otra parte, en cuanto dejamos de hacer fuerza, la pelota sube inmediatamente a la superficie. Hay otros objetos que son más fáciles de sumergir, como un ladrillo o un ancla y otros que son imposibles de sumergir, como un transatlántico o una colchoneta inflable.

Así algunos objetos que tienen poco peso como una llave o una moneda se sumergen fácilmente y otros con mucho peso como un barco no lo hacen. En otros casos, objetos "livianos" como una pelota o colchoneta inflable flotan con facilidad.

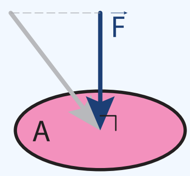
Los que mencionamos más arriba no son los únicos fenómenos relacionados con la inmersión en los líquidos. Es más fácil sostener un objeto pesado dentro del agua que fuera de ella. Cuando nadamos cerca del fondo de una pileta pareciera que nos apretaran los tímpanos. Estos y muchos otros ejemplos nos indican que un líquido en equilibrio ejerce una fuerza sobre un cuerpo sumergido. Pero, ¿qué origina esa fuerza?, ¿en qué dirección actúa?, ¿también el aire en reposo ejerce fuerza sobre los cuerpos?, ¿qué determina que un cuerpo flote o no? Estas son algunas de las cuestiones que aborda la Hidrostática. En definitiva, la Hidrostática es la rama de la Física que estudia los fluidos en reposo. Para este curso, la palabra fluido corresponde por su definición a materiales en estado de agregación líquido o gaseoso.

Un fluido en reposo en contacto con la superficie de un sólido ejerce fuerza sobre todos los puntos de dicha superficie. Esto ocurre tanto con las paredes del sólido que contiene al fluido como contra la superficie de cualquier sólido que esté sumergido en el fluido. Esto se puede mostrar realizando un experimento simple. Si se llena de liquido una botella de plástico con orificios en sus paredes se ve que los chorritos de agua salen en dirección perpendicular a las paredes (Figura 1.1). Esto muestra que la dirección de la fuerza que el líquido ejerce en cada punto de la pared es siempre perpendicular a la superficie de contacto.

Figura 1.1: Si se hacen orificios en una botella, los chorritos serán perpendiculares a la superficie

En el estudio de los fluidos, resulta necesario conocer cómo es la fuerza que se ejerce en cada punto de las superficies, más que el valor de la fuerza en sí misma. Una persona acostada o parada sobre una colchoneta aplica la misma fuerza en ambos casos. Sin embargo, la colchoneta se hunde de manera distinta cuando se concentra la fuerza sobre la pequeña superficie de los pies. Si alguien recibe un pisotón con el talón de un zapato común sufrirá una pequeña molestia, si en cambio lo recibe con un taco tipo aguja puede recibir un daño importante aunque la persona que lo lleva sea más liviana. El peso de la persona se reparte entre los puntos de la superficie de contacto: cuanto menor sea esta superficie, más fuerza corresponderá a cada punto. Para poder comparar estos efectos se define una nueva magnitud que establece una relación entre el módulo de la fuerza ejercida y la superficie sobre la que se aplica. Esta magnitud es la **presión**.

Se define la presión como el cociente entre el módulo de la fuerza ejercida perpendicularmente a una superficie (F) y el área (A) de la misma



$$p = \frac{F}{A} \tag{1.5}$$

La fuerza se mide en newton (N) y la superficie en metros cuadrados (m^2); la unidad de presión resultante se llama pascal (Pa). Antiguamente se utilizaban otras unidades para medir la presión y en algunas profesiones queda el recuerdo de eso: los médicos indican los valores de las mediciones de presión arterial en centímetros de mercurio cmHg y las estaciones de servicio la presión del aire en las cámaras de los neumáticos en libras por pulgada cuadrada (psi, por sus siglas en inglés *pound per squared inch*).

Una observación importante de la definición de presión como la relación entre la fuerza aplicada y el área que la percibe, es que para el caso de los materiales sólidos dicha fuerza la está ejerciendo un objeto en su totalidad. Mientras que para el caso de los fluidos, la fuerza es una suma promedio de las pequeñas fuerzas realizadas por las partículas que lo conforman. A pesar de esta distinción microscópica, la definición sigue quedando intacta.

Veamos cómo las ecuaciones nos dicen más de lo que aparentan: si aplicamos una fuerza (F) sobre una superficie A, obtenemos como resultado este nuevo concepto llamado presión $\left(p = \frac{F}{A}\right)$.

Pero este pensamiento puede darse desde otro punto de vista: Si sobre un punto existe una presión (p) y allí colocamos un área A, el resultado que obtendremos será una fuerza *perpendicular* a la misma ($F = pA$). Esto último se ve claramente al introducir un objeto con determinada área en el seno de un fluido.

Cuando nadamos debajo del agua, la molestia que sentimos en los oídos a una cierta profundidad no depende de cómo orientemos la cabeza: el líquido ejerce presión sobre nuestros tímpanos independientemente de la inclinación de los mismos. La presión se manifiesta como una fuerza perpendicular a la superficie, cualquiera sea la orientación de ésta.

Ejemplo: Presión 1

¿Qué presión ejerce una persona de 70,8 kg parada sobre una baldosa de 0,7 m^2?

La fuerza que hace la persona es la reacción de la normal del piso (que es igual al peso):

$$p = \frac{F}{A} = \frac{70{,}8\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{0{,}7\ \mathrm{m}^2} = 991{,}2\ \mathrm{Pa}$$

Ejemplo: Presión 2

¿Cuál es la presión que ejerce el agua en el fondo de una pileta de 8 m de largo, 5 m y 3 m de profundidad?

La fuerza que ejerce el agua sobre el fondo es igual al peso del agua:

$$p = \frac{F}{A} = \frac{\delta_{agua} V g}{A_{fondo}} = \frac{1000\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 8\ \mathrm{m} \cdot 5\ \mathrm{m} \cdot 3\ \mathrm{m} \cdot 9{,}8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{8\ \mathrm{m} \cdot 5\ \mathrm{m}} = 29\,400\ \mathrm{Pa}$$

1.2. Principio de Pascal

Estudiaremos ahora fluidos ideales con densidad constante. En la superficie de la Tierra, esta suposición es bastante lejana para el caso de los gases, pero relativamente cercana para el caso de los líquidos. Es por esto que analizaremos como caso particular estos últimos, pero teniendo en cuenta que podríamos obtener los mismos resultados para gases en las condiciones mencionadas.

La característica estructural de los fluidos hace que en ellos se transmitan presiones, a diferencia de lo que ocurre en los sólidos, que transmiten fuerzas. Este comportamiento fue descubierto por el filosofo, físico y matemático francés Blaise Pascal (1623-1662), quien estableció el siguiente principio:

> Un cambio de presión aplicado a un fluido en reposo dentro de un recipiente se transmite sin alteración a través de todo el fluido. Es igual en todas las direcciones y actúa mediante fuerzas perpendiculares a las paredes que lo contienen.

En la Figura 1.2 se muestra una esfera que está recubierta con tapones y tiene un émbolo por medio del cual se puede aumentar la presión del líquido contenido en su interior. Cuando se aumenta la presión a que está sometido el líquido, este aumento se transmite a todo el volumen. Por esta razón en todos los tapones se produce el mismo incremento de presión y saltan juntos.

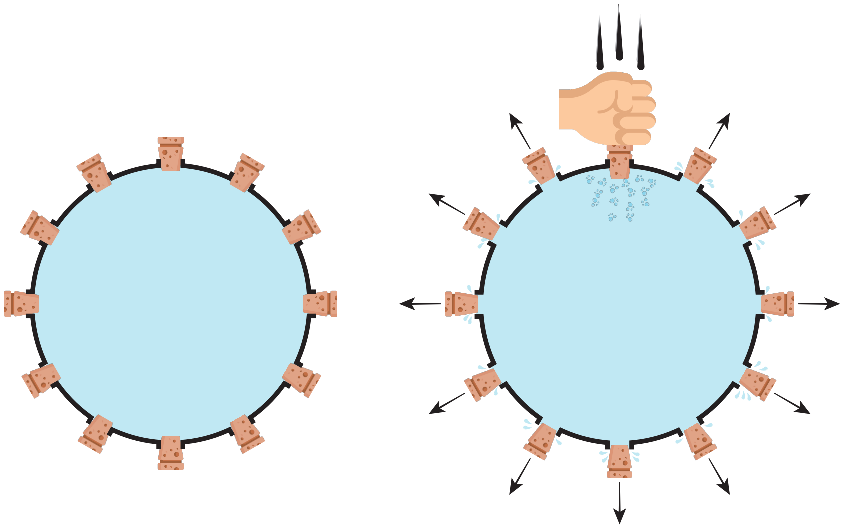


Figura 1.2: El cambio de presión introducido en la parte superior del depósito se transmite en todas las direcciones por igual, haciendo saltar todos los tapones al mismo tiempo

El Principio de Pascal fundamenta el funcionamiento de las genéricamente llamadas máquinas hidráulicas.

1.2.1. Prensa hidráulica

La prensa hidráulica ejemplifica el funcionamiento de muchos artefactos que se diseñaron aplicando el Principio de Pascal; la prensa, el gato, el freno, el ascensor y la grúa, entre otras. Permiten prensar objetos, levantar pesos, estampar metales, etc. ejerciendo fuerzas muy pequeñas por un lado y obteniendo fuerzas muy grandes por el otro. Veamos cómo lo hace.

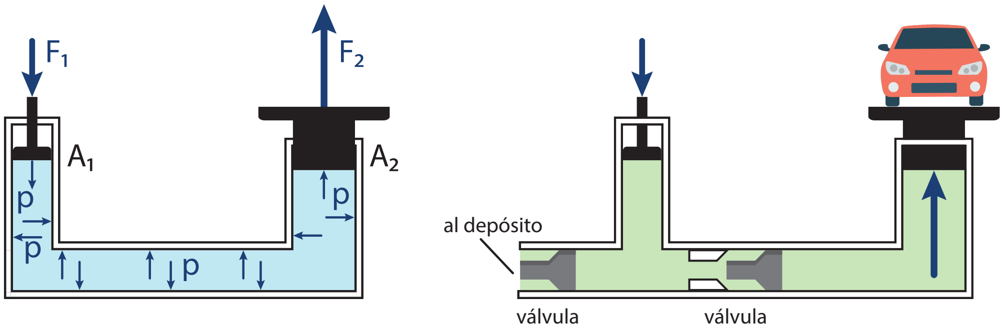


Figura 1.3: Una prensa hidráulica permite multiplicar la fuerza de un lado a otro del dispositivo

El recipiente lleno de líquido de la Figura 1.3 consta de dos cilindros de diferente sección con dos pistones en los extremos que tienen un ajuste perfecto y que son capaces de resbalar libremente dentro de los cilindros comunicados entre sí. Si se ejerce una fuerza F_1 sobre el pistón pequeño, la presión ejercida se transmite a todos los puntos del fluido incompresible dentro del recinto originando fuerzas perpendiculares sobre las paredes.

Nos interesa la presión que se ejerce sobre el pistón grande (A_2) que origina una fuerza F_2 de manera que mientras el pistón de menor diámetro baja, el de mayor sube. La presión sobre los pistones es la misma pero la fuerza es diferente.

Como

$$p_1 = p_2$$

entonces

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

y por lo tanto,

$$F_2 = \frac{A_2}{A_1} F_1$$

Consideremos, por ejemplo, que la relación entre la superficie del pistón grande y del chico es de diez a uno, entonces ¡el módulo de la fuerza obtenida en él será diez veces mayor que la que se ejerce sobre el pistón chico!

Recordando que el fluido es incompresible, el volumen desplazado del lado derecho es el mismo que el del izquierdo. Por lo que cuando el pistón chico se desplace diez unidades de longitud, el grande solo lo hará una unidad. Así cuando vemos levantar un automóvil con un gato hidráulico notamos que el operario debe realizar muchos bombeos para levantar muy poco el vehículo. Esto es porque este dispositivo no crea energía. Lo que ocurre es que el trabajo mecánico realizado sobre el pistón chico tiene que ser igual al que efectúa el grande.

Ejemplo: Prensa Hidráulica

Los diámetros de las secciones de los émbolos de una prensa hidráulica son 4 cm y 24 cm respectivamente. Calcula:

a) La relación de diámetros.

b) La relación de superficies.

c) La relación de presiones.

d) La relación de fuerzas.

e) La relación de recorridos de los émbolos.

a) Relación de diámetros:

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{24\,\text{cm}}{4\,\text{cm}} = 6.$$

b) Relación de superficies:

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{\pi r_2^2}{\pi r_1^2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = \left(\frac{\frac{d_2}{2}}{\frac{d_1}{2}}\right)^2 = \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 = 6^2 = 36.$$

c) Relación de presiones:

Por el Principio de Pascal:

$$p_1 = p_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{p_2}{p_1} = 1.$$

d) Relación de fuerzas:

Sabemos que $p_1 = p_2 \Rightarrow \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{A_2}{A_1} = 36.$$

e) Relación de recorridos de los émbolos

Como el líquido es incompresible, el volumen desplazado del lado derecho es el mismo que el del izquierdo. Por conservación del volumen $A_1 \Delta x_1 = A_2 \Delta x_2$:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{A_2}{A_1} = 36 \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \frac{1}{36}.$$

Es decir, el émbolo chico recorre 36 veces más distancia que el grande.

1.3. Teorema General de la Hidrostática

En los líquidos la presión aumenta con la profundidad: las paredes de los diques se construyen con un espesor mayor hacia la base, para sumergirse unos pocos metros basta con una máscara de buceo pero para hacerlo a grandes profundidades se requieren equipos especialmente diseñados para resistir las grandes presiones.

Vamos a deducir una expresión matemática que nos permita calcular la variación de la presión con la profundidad. Para ello, consideremos un recipiente con un líquido de densidad δ en reposo. Aislemos imaginariamente una parte del líquido y analicemos las fuerzas que actúan sobre él. Consideremos un pequeño prisma de líquido con superficie de la base horizontal A, ubicado a una profundidad cualquiera, como se muestra en la Figura 1.4.

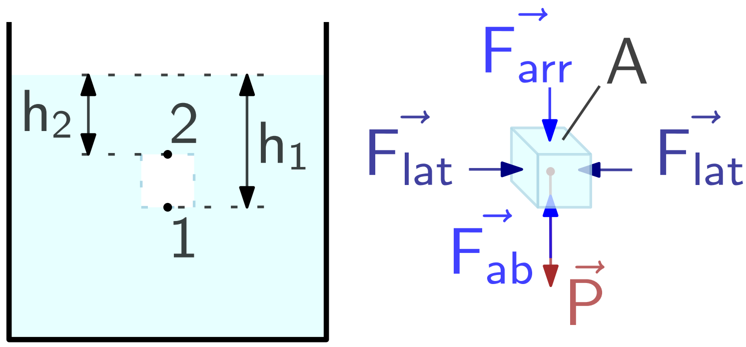


Figura 1.4: Para demostrar el Teorema General de la Hidrostática, aislamos una pequeña porción de líquido y analizamos las fuerzas que actúan sobre ella

Si realizamos el diagrama de cuerpo libre de este volumen de líquido, se ve que está sometido a la acción de fuerzas laterales que ejerce el mismo líquido. Como el cuerpo se encuentra en reposo, necesariamente las fuerzas laterales se equilibran entre sí.

Por otra parte, las fuerzas verticales se pueden agrupar en tres:

- La fuerza F_{arr} la resultante del peso de las capas superiores de líquido que actúa sobre el cuerpo. Su dirección es hacia abajo.
- La fuerza F_{ab} resultante de la totalidad de las fuerzas que realizan las capas inferiores de líquido y que sostiene el cuerpo. Como son las fuerzas que sostienen al cuerpo, su dirección es hacia arriba.
- El peso del cuerpo que suponemos concentrado en el centro de masa del mismo y cuyo módulo es igual a la masa del cuerpo por el valor de la gravedad en el lugar (mg).

Si aplicamos la Segunda Ley de Newton a este cuerpo eligiendo hacia abajo como sentido positivo del eje y, resulta

$$\sum F_y = ma_y$$

En nuestro caso, como el pedacito de líquido que consideramos se encuentra en reposo, la aceleración es cero. Entonces

$$\sum F_y = mg + F_{arr} - F_{ab} = 0$$

Además, podemos expresar:

$$F_{arr} = p_2 A$$

$$F_{ab} = p_1 A$$

$$\delta = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \delta V = \delta \left(h_1 - h_2\right) A$$

Reemplazando estos valores en la sumatoria de fuerzas y simplificando finalmente queda:

$$\sum F_y = mg + F_{arr} - F_{ab} = \delta g \left(h_1 - h_2\right) A + p_2 A - p_1 A = 0$$

$$p_1 - p_2 = \left(h_1 - h_2\right) \delta g \qquad (1.6)$$

que es el resultado final del Teorema General (o Fundamental) de la Hidrostática. Entonces, podemos decir que la diferencia de presiones entre dos puntos de una masa líquida depende de la densidad del líquido y de la diferencia de altura entre ambos puntos.

Si los puntos 1 y 2 se encuentran a igual profundidad, la diferencia de alturas es igual a cero. Es por esto que dos puntos de un fluido a igual profundidad estarán a igual presión.

Recordemos que este teorema vale para líquidos en reposo. Si los líquidos estuvieran en movimiento, como el agua de un arroyo o la que corre por las cañerías de distribución, ese movimiento se debería justamente a la existencia de diferencias de presiones en distintos puntos de un mismo nivel.

Si se considera el punto 2 en la superficie ($h_2 = 0$), el Teorema da el valor de la presión a una profundidad arbitraria h. Sobre la superficie de líquido está actuando la presión que ejerce la columna de aire atmosférico: la llamada presión atmosférica. Entonces la presión total ejercida sobre la superficie de profundidad h se puede escribir como:

$$p = p_{atm} + \delta g h \qquad (1.7)$$

En la Ecuación (1.5) indicamos con p_{atm} a la presión atmosférica existente en ese momento y lugar (ver Sección 1.3.2), y con p a la presión absoluta existente sobre la superficie de profundidad h, que es el resultado del efecto sumado de la presión atmosférica más la presión originada por la columna de líquido. Notesé que se habla de “columna de líquido” ya que no interesa la geometría del mismo, sino sólo la diferencia de profundidad.

Además, se denomina presión relativa o manométrica al término:

$$\delta g h$$

que representa la presión ejercida solamente por el líquido. Se puede calcular también como la diferencia entre la presión absoluta y la atmosférica.

Cuando un neumático de automóvil está completamente desinflado, el medidor de presión de la estación de servicio indica cero. Sin embargo, la presión en su interior es la presión atmosférica. La escala del medidor de presión indica, en el caso del neumático, la presión relativa entre el interior y el exterior. Cuando la presión relativa es cero, la presión absoluta es igual a la atmosférica.

Ejemplo: Teorema General de la Hidrostática

¿Cuál es la presión manométrica en el fondo de una pileta de 8 m de largo, 5 m y 3 m de profundidad? ¿Y la presión absoluta?

$$p_{fondo}^{manom} = \delta g h = 1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 3\text{ m} = 29\,400\text{ Pa}$$

Que es el mismo valor que obtuvimos utilizando el peso del agua en un ejemplo previo.

$$p_{fondo}^{abs} = p_{fondo}^{manom} + p_{atm} = 29\,400\text{ Pa} + 101\,300\text{ Pa} = 130\,700\text{ Pa}$$

Barómetro de Torricelli

Hasta el siglo XVII, era dominante la visión de que la naturaleza le tiene horror al vacío y que siempre llenaría todos los intersticios donde este pudiera aparecer (*horror vacui*). El filósofo y físico italiano Evangelista Torricelli (1608-1647) no compartía esta concepción de orígenes aristotélicos. Para ello no solo realizó vacío, sino que además desarrolló, en 1643, un método para medir la presión atmosférica. Para hacerlo colocó mercurio en un tubo de vidrio de aproximadamente un metro de longitud, cerrado por uno de sus extremos, hasta llenarlo.

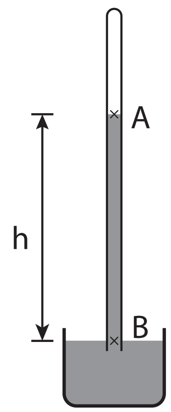


Figura 1.5: Esquema del barómetro diseñado por Torricelli

Luego, con el extremo tapado dio vuelta el tubo y sumergió este extremo en un recipiente abierto que también contenía mercurio, manteniendo el tubo vertical. Cuando destapó el tubo, observó que la columna líquida bajaba hasta tener una altura de casi 76 cm, por encima del nivel de mercurio del recipiente. Como por la forma en que realizó el experimento no pudo entrar aire a la parte superior del tubo, lo que allí había era vacío. Por otra parte, la presión atmosférica al actuar sobre la superficie libre del líquido del recipiente impedía que la columna de mercurio continuara descendiendo. Así comenzó a medir la presión atmosférica en altura de la columna de mercurio.

Es a partir de este experimento y de los aparatos que se construyeron, que durante mucho tiempo se midió la presión atmosférica en cm de mercurio (cmHg) y los médicos aún lo hacen.

La Figura 1.5 muestra un esquema del dispositivo diseñado por Torriccelli. Si se aplica el Teorema General de la Hidrostática a dos puntos A y B del mercurio, de tal forma que A esté dentro del tubo en la superficie libre del mismo y B en la superficie libre del mercurio de la cubeta, será

$$p_B = p_A + \delta_{Hg} g h$$

En el punto A la presión es prácticamente nula, pues sólo hay vapores de mercurio. En el punto B, la presión es la atmosférica. La presión en B coincide con la presión en el punto C y por lo tanto:

$$p_{atm} = \delta_{Hg} g h$$

Conocida la altura del mercurio en el tubo, se puede calcular la presión atmosférica.

Ejemplo: Barómetro

a) ¿Qué altura alcanzaría la columna del barómetro de Torricelli si este hubiera decidido usar agua en lugar de mercurio?

b) ¿Qué altura tendría la columna de agua si un día en que la presión atmosférica vale 100 000 Pa

a)

Se debe cumplir

$$p_{atm} = \delta_{agua} g h$$

por lo que la altura resulta

$$h = \frac{p_{atm}}{\delta_{agua} g} = \frac{101\,300\ \mathrm{Pa}}{1000\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 9{,}8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = 10{,}34\ \mathrm{m}$$

b)

$$h = \frac{p_{atm}}{\delta_{agua} g} = \frac{100\,000\ \mathrm{Pa}}{1000\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 9{,}8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = 10{,}20\ \mathrm{m}$$

1.3.1. Vasos comunicantes

Una de las consecuencias del Teorema General de la Hidrostática es que permite explicar el fenómeno de vasos comunicantes. La presión es igual para todos los puntos que se encuentran a igual profundidad en un mismo fluido. Por este motivo, en un sistema de recipientes interconectados como el de la Figura 1.6, el agua alcanza la misma altura en cada vaso.

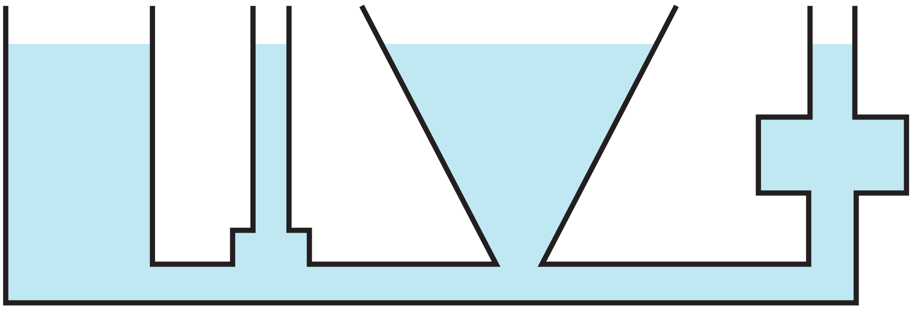


Figura 1.6: Vasos comunicantes: independientemente de la forma de los recipientes, al estar todos conectados, los niveles de agua serán iguales

Esta propiedad permite también construir un dispositivo de vasos comunicantes para medir la densidad de un líquido conociendo la densidad de otro no miscible (que no se mezcla) con el primero.

Consideremos un tubo en U, que tradicionalmente es de vidrio pero puede ser una manguera de plástico transparente, como se muestra en la Figura 1.7. En él se coloca un líquido de densidad conocida δ_A (líquido **gris**) y otro líquido que no se mezcla con el primero y cuya densidad δ_x se desea determinar (líquido **celeste**). Colocando cantidades adecuadas de cada líquido se logra que en cada rama vertical haya una columna de un único líquido como se puede apreciar en la Figura.

El Teorema General de la Hidrostática nos asegura que en todos los puntos que estén a igual profundidad y se encuentren por debajo de la línea horizontal 1-2 estarán a igual presión ya que el líquido es el mismo de densidad δ_A. Por tal motivo, en la capa límite de separación entre ambos líquidos la presión p_1 será igual a la presión p_2. Aplicando el Teorema General de la Hidrostática para calcular cada una de estas presiones, resulta:

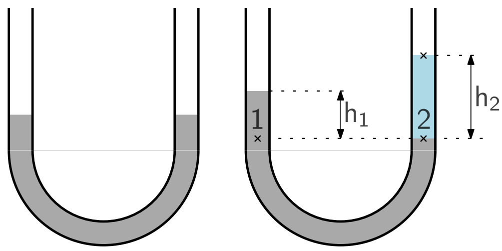


Figura 1.7: Un tubo en U permite determinar la densidad de un líquido

$$p_1 = p_{atm} + \delta_A g h_1$$

$$p_2 = p_{atm} + \delta_x g h_2$$

Como $p_1 = p_2$ (ya que se trata de dos puntos a la misma profundidad y conectados por el mismo fluido) igualando ambas ecuaciones y simplificando, queda:

$$\delta_A h_1 = \delta_x h_2$$

De donde la densidad desconocida del líquido de la rama derecha queda expresada en términos de la densidad conocida y de las respectivas alturas:

$$\delta_x = \frac{\delta_A h_1}{h_2}$$

1.3.2. Presión atmosférica

En un gas, las moléculas están muy separadas, moviéndose a gran velocidad y colisionando de manera elástica en forma caótica. Esta agitación frenética hace que los gases se expandan hasta ocupar todo el volumen disponible en el recipiente que los contiene. Si el recipiente que contiene el gas tiene un orificio, el gas se difunde en todo el espacio, que es lo que ocurre cuando se pincha una cámara de bicicleta

La Tierra, como otros planetas, está envuelta por una capa de gases a la que llamamos atmósfera. La nuestra está compuesta en su mayor parte por nitrógeno (78 %) y oxígeno (21 %). Las moléculas de aire activadas enérgicamente por la energía que llega del Sol no escapan al espacio porque el campo gravitatorio de la Tierra restringe su expansión. Como consecuencia de eso nos encontramos sumergidos en un "océano de aire", una capa gaseosa que recubre el planeta igual a como lo hace un líquido.

El peso del aire sobre la superficie terrestre ejerce una presión: la presión atmosférica. Esta capa de aire es tan fina que si comparamos la Tierra con una manzana la capa de aire tiene el mismo espesor respecto del diámetro terrestre que la cáscara de la manzana respecto del tamaño de la manzana.

A diferencia de los líquidos, los gases son compresibles: como su densidad puede variar, las capas superiores de la columna de aire comprimen a las más bajas. En los lugares más profundos de la atmósfera, es decir a nivel del mar, el aire es más denso. A medida que subimos se va enrareciendo, hasta que se desvanece a unos 40 km de altura. La capa baja, la troposfera, presenta las condiciones necesarias para la vida y es donde se producen los fenómenos meteorológicos. Mide 11 km y contiene el 80 % del aire total de la atmósfera.

La presión atmosférica es de $1{,}013 \times 10^5$ Pa o, como lo indican los informes meteorológicos, 1013 hPa (hectopascales). Este valor varía dentro de ciertos límites por los efectos climáticos que afectan a la atmósfera: movimiento de las masas de aire originando los vientos, vapor de agua incrementando la humedad ambiente, etc.

El valor de presión atmosférica normal es un valor muy alto, pero no notamos su presencia. Esto se debe a que el desarrollo de la vida sobre la Tierra a lo largo de millones de años desarrollo mecanismos biológicos que producen una presión interior que compensa la presión exterior originada por la atmósfera. Los trajes de los astronautas, además de proveer el aire necesario para respirar, tienen que mantener artificialmente la presión sobre el cuerpo del astronauta.

Se puede realizar un experimento con una botella de plástico del tipo de las de gaseosa para poder apreciar los efectos de la presión atmosférica. Primero se la coloca destapada en un recipiente con agua caliente sin permitir que el agua se introduzca en ella. Esto hará que el aire del interior de la botella se caliente, se dilate y se expanda saliendo de la misma. Después de diez o quince minutos, sin retirar la botella del agua caliente, se coloca la tapa y se cierra lo más herméticamente posible. A partir de allí se deja enfriar la botella, si se desean ver los efectos más rápido se puede enfriar bajo el chorro de agua fría de una canilla. Cuando el aire que ha quedado en el interior de la botella se enfríe disminuirá la presión interior y la presión exterior compactará la botella aplastándola.

Al apretar una sopapa contra una superficie pulida se aplasta y queda sin aire. Cuando, por acción de las fuerzas elásticas, la sopapa recupera su forma inicial, queda un vacío parcial en el interior y la presión atmosférica exterior la mantiene adherida a la pared. Del mismo modo, las patas de las moscas tienen pequeñas ventosas que les permiten caminar por paredes y techos sin caer al piso.

El funcionamiento del gotero obedece al mismo fenómeno. Al apretar la perilla de goma creamos un vacío parcial. Cuando sumergimos el tubito en el líquido y soltamos la perilla, la presión atmosférica que se ejerce sobre la superficie libre del líquido lo obliga a subir por el tubo hasta la región de menor presión dentro de la perilla.

1.3.3. Manómetro

El manómetro es un instrumento que se utiliza para medir la presión de un gas contenido en un recipiente.

Una variante del manómetro es el de mercurio de tubo abierto. Consiste en un tubo en forma de U que contiene un líquido, de tal manera que un extremo del tubo está abierto a la atmósfera y el otro está conectado al depósito que contiene al gas cuya presión p_{gas} se quiere medir.

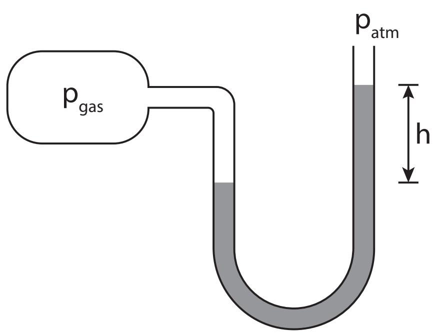


Figura 1.8: Esquema de un manómetro de tubo en U

En los gases, la densidad es comparativamente pequeña, entonces la diferencia de presiones en los distintos puntos dentro del recipiente es despreciable. En un recipiente que contenga algún gas, podemos considerar a la presión uniforme en todos sus puntos.

Aplicando el Teorema General de la Hidrostática, como los puntos 1 y 2 están a la misma altura en el mismo fluido, sus presiones serán iguales, $p_1 = p_2$. Por lo tanto:

$$p_1 = p_2 = p_{atm} + \delta g h_1$$

En la expresión anterior p_1 es la presión del gas y $\delta g h_1$ es la presión que ejerce la columna de líquido de altura h_1 de la rama derecha del tubo en U (por lo tanto δ es la densidad del líquido que hay en el tubo). Luego

$$p_{gas} = p_{atm} + \delta g h_1$$

por lo tanto $\delta g h_1$ es la presión manométrica del gas, que resulta proporcional a la altura h_1 (diferencia de alturas entre las dos ramas del tubo en U).

Conocida la presión atmosférica (que puede medirse con un barómetro) se puede determinar la presión absoluta del gas contenido en el recipiente.

1.4. Empuje

1.4.1. Principio de Arquímedes

Todos estamos familiarizados con la experiencia de colocar algunos objetos en el agua y observar que unos flotan y otros no. También podemos, en general, hacer anticipaciones: esperamos que los objetos de madera floten y que los metálicos que se hundan.

No obstante, un transatlántico es grande, pesado y metálico y flota sin dificultad o al menos es lo que los pasajeros esperan. Además hay objetos que por su forma o material nos es difícil anticipar si van a flotar o no.

Es evidente que cada vez que un cuerpo se sumerge en un fluido es sostenido o empujado hacia arriba de alguna manera por el mismo. A veces esa fuerza es capaz de sacarlo a flote y otras sólo logra provocar una aparente pérdida de peso. Pero, ¿cuál es el origen de esa fuerza de empuje? ¿de qué depende su intensidad?

Sabemos que la presión hidrostática aumenta con la profundidad y conocemos también que se manifiesta mediante fuerzas perpendiculares a las superficies sólidas que contacta. Esas fuerzas no sólo se ejercen sobre las paredes del contenedor del líquido sino también sobre las paredes de cualquier cuerpo sumergido en él, como se muestra en la Figura 1.9.

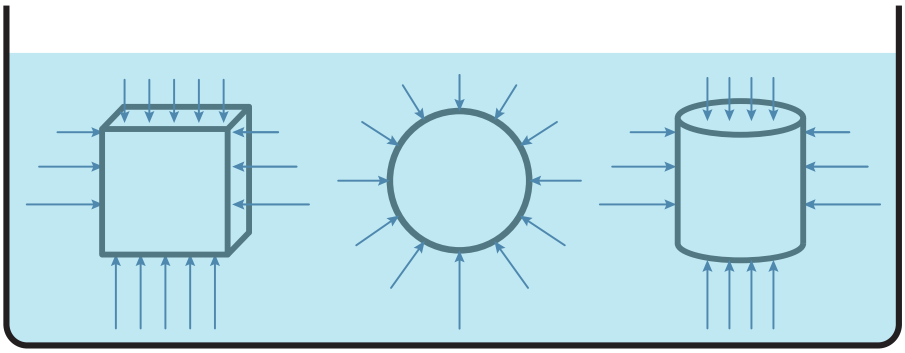


Figura 1.9: La presión del fluido se manifiesta a través de fuerzas perpendiculares sobre las paredes de cualquier cuerpo sumergido en él

Vamos a aplicar el Teorema General de la Hidrostática para determinar las fuerzas que los líquidos ejercen sobre los cuerpos parcial o totalmente sumergidos. En la Figura 1.10 se ve un cuerpo de sección *S* parcialmente inmerso en un líquido. El fluido ejerce una presión sobre la superficie de las paredes del cuerpo que se manifiesta mediante fuerzas perpendiculares a las superficies.

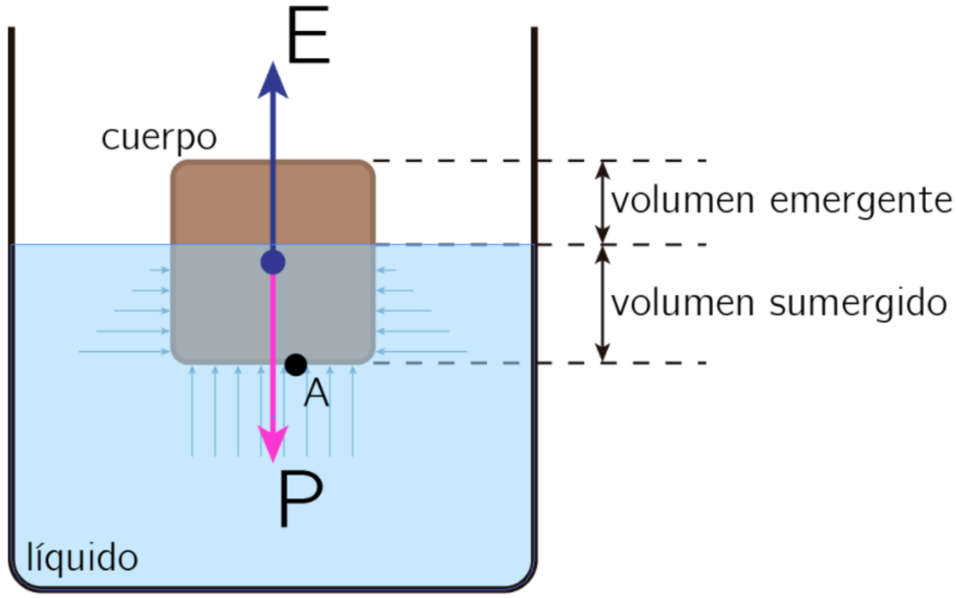


Figura 1.10: Un cuerpo flota parcialmente sumergido en un líquido. El líquido ejerce una fuerza hacia arriba, que actúa en oposición al peso del bloque.

Las fuerzas horizontales que se ejercen sobre las paredes laterales del cuerpo son de valores crecientes con la profundidad por el aumento de presión. Pero para cada profundidad las fuerzas aparecen compensadas en las caras opuestas, por lo que se equilibran.

Las fuerzas verticales que actúan sobre el cuerpo son

- su propio peso ($mg = \delta_{cuerpo} V_{cuerpo} g$),
- la fuerza que sobre la superficie superior ejerce la atmósfera ($p_{atm} S$),
- y la fuerza que las capas inferiores del líquido ejercen sobre la cara inferior del cuerpo ($p_A S$)

Como el sistema está en reposo, la sumatoria de fuerzas verticales debe ser igual a cero, en consecuencia:

$$\sum F_y = p_A S - p_{atm} S - mg = 0$$

Pero, de acuerdo al Teorema General de la Hidrostática, la presión p_A sobre la cara inferior del cuerpo es:

$$p_A = p_{atm} + \delta_{liq} g h_A$$

Reemplazando en la ecuación y simplificando queda:

$$\sum F_y = \delta_{liq} g h_A S - mg = 0$$

Pero el producto ($h_A S$) es el volumen de la parte del cuerpo que se encuentra sumergida, V_{sum}.

$$\sum F_y = \delta_{liq} g V_{sum} - mg = 0$$

$$\delta_{liq} g V_{sum} = mg$$

Al término

$$E = \delta_{liq} g V_{sum} \tag{1.8}$$

se lo denomina Empuje.

Entonces el peso del cuerpo en reposo resulta equilibrado por una fuerza de abajo hacia arriba que realizan las capas de líquido que se encuentran por debajo de la cara inferior y cuyo valor es igual al peso del volumen de líquido desalojado. Estas fuerzas que realiza el líquido y que siempre actúan de abajo hacia arriba se llaman, por tradición, fuerzas de empuje o simplemente empuje.

Este es el enunciado del llamado Principio de Arquímedes que no es tal sino una consecuencia del Teorema General de la Hidrostática.

> Un cuerpo sumergido (total o parcialmente) en un fluido, recibe un empuje vertical y hacia arriba igual al peso del volumen de líquido desplazado

Cabe destacar que el Teorema General de la Hidrostática fue formulado en el siglo XVI por el matemático y físico Simon Stevin (1548–1620), mientras que Arquímedes pensó su principio, cercano a como lo conocemos actualmente, en el siglo II a.C.

Es importante también señalar que el volumen sumergido del cuerpo es lo que determina el empuje. Un cuerpo de gran volumen sumergido recibirá un gran empuje; un cuerpo de volumen pequeño, un empuje pequeño.

Ejemplo: Empuje

Un cubo de madera de 10 cm de arista se encuentra sumergido hasta la mitad de su altura en agua. ¿Cuál es el empuje?

$$E = \delta_{agua} V_{sum} g = 1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 0{,}1\,\mathrm{m} \cdot 0{,}1\,\mathrm{m} \cdot 0{,}05\,\mathrm{m} \cdot 9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

$$E = 4{,}9\,\mathrm{N}$$

1.4.2. Flotación

La flotación es un fenómeno que se observa cotidianamente. Un barco flota, un submarino puede navegar en la superficie y sumergirse en las profundidades de ríos y mares; los dirigibles y globos aerostáticos flotan en el aire. Este comportamiento depende de la relación que existe entre el peso de los cuerpos y el empuje que aplican los fluidos.

De acuerdo a la relación entre el peso del cuerpo y el empuje, podemos tener las distintas situaciones que se muestran en la Figura 1.11

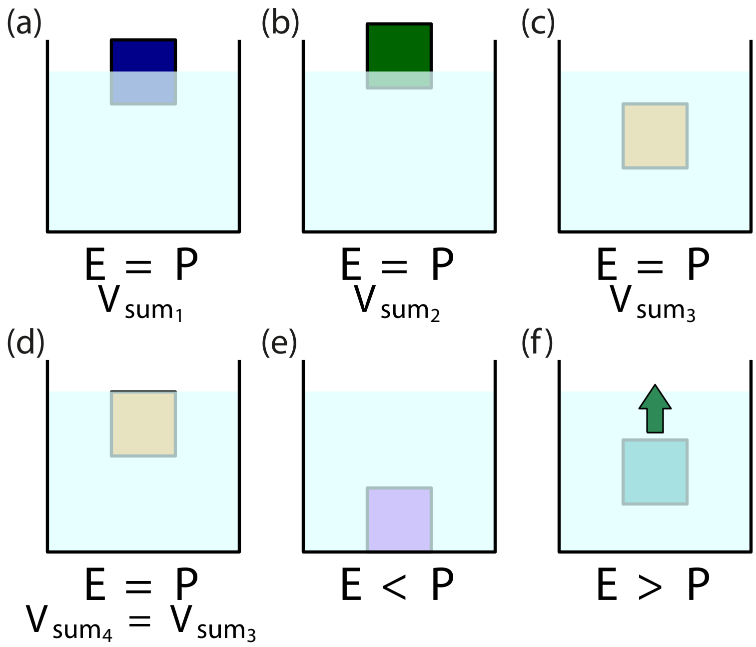


Figura 1.11: En función de la relación entre el empuje y el peso del cuerpo se pueden dar diferentes situaciones

- En el primer caso (a), el cuerpo azul flota parcialmente sumergido (el volumen sumergido es V_{sum_1}). La flotación es una condición de reposo por lo que $E = P$. El peso del cuerpo es igual al empuje; en otras palabras, el peso del cuerpo es igual al peso un volumen V_{sum_1} de agua.

- En el segundo caso (b), el cuerpo verde también flota, por lo que $E = P$. Se puede concluir que este segundo cuerpo es más liviano que el del primer caso, porque flota con un volumen sumergido menor. Su peso es igual al de un volumen de agua V_{sum_2} que es menor que V_{sum_1}.

- En el tercer caso (c), el cuerpo naranja flota completamente sumergido. Nuevamente, $E = P$. Este cuerpo es más pesado que los dos anteriores. Este caso solo puede darse si la densidad del cuerpo es igual a la densidad del líquido.

- En el cuarto caso (d), el cuerpo es el mismo que en el tercero y la situación es idéntica: el cuerpo flota completamente sumergido. La *profundidad* a la que flota no tiene influencia. Este caso solo puede darse si la densidad del cuerpo es igual a la densidad del líquido.

- En el quinto caso (e), el cuerpo púrpura se hunde. Por lo tanto $P > E$. El máximo empuje posible que puede actuar sobre el bloque se da cuando el cuerpo está completamente sumergido. Si ese empuje es insuficiente para compensar el peso, el bloque se hunde.

- En el sexto caso (f), el cuerpo verde azulado se mueve hacia arriba puesto que $E > P$. El cuerpo es menos denso que el agua.

Ejemplo: Flotación

¿Cuál es la relación entre el peso del cuerpo sumergido y el empuje para las siguientes situaciones?

- el objeto se va al fondo del recipiente
- el objeto flota parcialmente sumergido

- Cuando el objeto se hunde, el peso del cuerpo resulta mayor al empuje que ejerce el líquido
- Cuando un objeto flota en el líquido, su peso es igual al empuje del fluido, de tal manera que la sumatoria de fuerzas es nula

1.4.3. Peso aparente

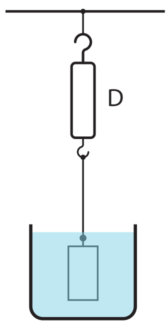


Figura 1.12: El peso aparente se debe al empuje

Cuando se suspende un cuerpo de un dinamómetro este indica su peso. Pero, cuando el cuerpo se encuentra parcial o totalmente sumergido en un líquido como muestra la Figura 1.12, el dinamómetro indica la diferencia entre el peso del cuerpo en el aire y el empuje que recibe del líquido en el que se encuentra. El valor *D* indicado por el dinamómetro es siempre igual a la tensión *T*.

Si el cuerpo está sumergido sólo en aire, la sumatoria de fuerzas es

$$\sum F_y = T - mg = 0$$

Por lo que la tensión (y por ende el valor leído en el dinamómetro) es igual al peso del cuerpo.

Si, en cambio, el cuerpo se encuentra parcial o totalmente sumergido en un líquido hay que considerar el empuje *E*

$$\sum F_y = T + E - mg = 0$$

de donde

$$T = mg - E$$

El valor que indica en este caso el dinamómetro (T) se llama peso aparente y es menor que el peso del cuerpo en el aire ya que se resta el empuje que efectúa el líquido sobre el cuerpo.

Es decir,

$$P_{ap} = P - E$$

La expresión *el peso de un cuerpo sumergido en agua* hace referencia al peso aparente del cuerpo cuando está sumergido en ese líquido.

1.4.4. Densímetro

Los densímetros son instrumentos basados en el Principio de Arquímedes, que se utilizan para medir la densidad de los líquidos. Se construyen con un tubo de vidrio cerrado herméticamente y lastrado en la parte inferior con mercurio o municiones de metal para que cuando se los introduzca en un líquido queden flotando en posición vertical, como se muestra en la Figura 1.13. Se calibran de manera de poder leer la densidad en la división que enrasa con la superficie libre del mismo.

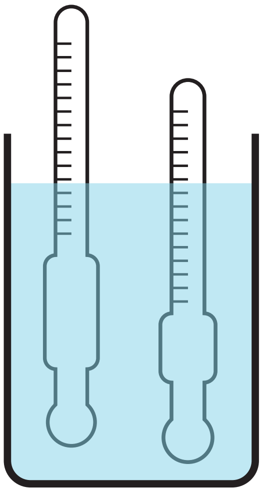


Figura 1.13: Esquema de dos densímetros

1.4.5. Cohesión y adhesión

Existen algunos insectos que pueden caminar sobre el agua gracias a la tensión superficial. Seguramente alguna vez lanzaron una piedra al ras de la superficie de un lago para hacerla rebotar varias veces antes de que se hunda (efecto ”sapito”). Un experimento simple que podemos realizar es colocar con cuidado un broche para papel recubierto de plástico y observaremos que flota, mientras que un broche similar que tiene el metal no recubierto difícilmente flote. ¿Cómo se explican estos comportamientos? Esto se debe a un efecto que ocurre en la superficie límite de dos medios y que se llama tensión superficial.

Ya sabemos que las moléculas en los líquidos no están firmemente ligadas entre sí, se mantienen más o menos atraídas por fuerzas llamadas de cohesión. Una molécula en el seno de un líquido ejerce y recibe fuerzas de cohesión en todas las direcciones y sentidos, de manera que, al promediarse, estas fuerzas dan una resultante nula. Sobre una molécula en la superficie libre del líquido, en cambio, las fuerzas no se compensan, pues no hay una distribución simétrica de líquido alrededor de ella. Las fuerzas de interacción entre las moléculas disminuyen al aumentar la distancia entre las partículas. Podemos considerar, entonces, que sólo ejercen fuerzas sobre una molécula de la superficie del líquido las otras que están ubicadas dentro de una semiesfera imaginaria, centrada en ella. La resultante de esta semiesfera de fuerzas de cohesión tendrá, por la simetría de la distribución, dirección perpendicular a la interfase y sentido hacia el interior del líquido.

La capa superficial del líquido se comporta, entonces, como si fuera una membrana elástica tensa (como el parche de un tambor) que, análogamente, almacena un tipo de energía superficial (relacionada con el trabajo que habría que realizar para apartar una molécula de dicha superficie). La fuerza que tensa la membrana se denomina tensión superficial.

La fuerza de atracción de los líquidos con los sólidos vecinos se denomina fuerza de adhesión. La adhesión entre el agua líquida y el vidrio limpio, es mayor que la cohesión entre agua y agua. Debido a esto, el agua dentro de un recipiente de vidrio no se dispone de manera exactamente horizontal, sino que, en los bordes, el nivel es un poco más alto que en el centro, aumentando la superficie de contacto con el vidrio. Se dice que el agua *moja* al vidrio.

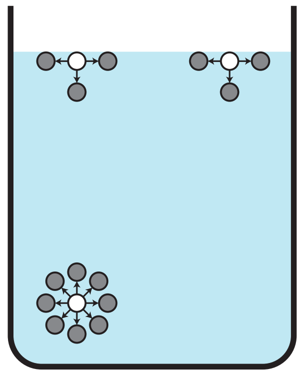


Figura 1.14: Las partículas en la superficie del líquido tienen menos partículas con las que interactuar

Si el recipiente es suficientemente angosto, la superficie del líquido forma un menisco cóncavo. Por el contrario, si las fuerzas de cohesión son mayores que las de adhesión, como en el caso del mercurio y el vidrio, entonces el menisco que se forma es convexo.

Por esta misma razón, cuando derramamos agua sobre un vidrio plano, el líquido se extiende formando una delgada capa, aumentando así lo más posible la superficie de contacto. En cambio, si derramamos mercurio sobre el vidrio, se formarán pelotitas, que es la distribución que hace mínima la superficie de contacto.

El agua dentro de un tubo delgado, de diámetro pequeñísimo, sube empujada por la fuerza de adhesión con las paredes. Este fenómeno se conoce con el nombre de capilaridad (del latín *capilaris*, cabello), y se observa, por ejemplo, en la savia que sube por los tallos de los vegetales, en la humedad que asciende desde el piso por las paredes de una casa o en la cera derretida de una vela que sube por el pabilo que arde en su extremo

Capítulo 2

Hidrodinámica

2.1. Introducción

2.1.1. Fluidodinámica

En el capítulo anterior se analizó el comportamiento de los líquidos en condiciones de reposo. Este, en cambio, estará dedicado al estudio de los fluidos en movimiento. Estamos familiarizados con ellos. El agua que nos llega a través de la distribución domiciliaria o la sangre que circula por nuestras venas son un tipo de fluido: los líquidos. En cambio, el aire que fluye por nuestros pulmones y el viento son otro tipo de fluido, los gases. Algunos de los aspectos que vamos a considerar en este capítulo se refieren a ambos tipos de fluidos, otros se concentrarán sólo en uno de ellos, pero en todos los casos analizaremos las consideraciones necesarias para esclarecer con qué tipo de fluido estamos tratando en cada caso.

2.1.2. Tipos de flujo

En el movimiento de los fluidos se pueden distinguir dos tipos de flujo: laminar y turbulento. Es laminar cuando las pequeñas porciones de fluido se mueven ordenadamente, manteniendo una estructura de capas regulares que no se cruzan entre sí. En cambio, el flujo turbulento se caracteriza por un movimiento desordenado de las distintas partes del fluido formando muchos remolinos.

Un ejemplo de flujo laminar lo tenemos cuando se vuelca miel desde un recipiente y un ejemplo de movimiento turbulento lo tenemos casi en toda vez que vemos un fluido en movimiento, el agua de los arroyos, la que fluye por las acequias de riego, el humo que sale de un sahumerio, etc.

Estos tipos de flujo no necesariamente se dan en situaciones muy distantes; si observamos un sahumerio encendido, vemos que al principio el humo asciende suavemente en una fina columna sin entremezclarse; pero luego, en un punto más alto, la columna se rompe y el humo se difunde en el aire circundante de manera irregular y retorcida. La parte lisa de este flujo es laminar y la arremolinada es turbulenta (Figura 2.1).

Se dice que el flujo laminar es estacionario si cada pequeña región de fluido que pasa por un determinado punto lo hace con la misma velocidad que todas las partículas que pasaron antes por ese mismo punto. A un determinado punto del espacio ocupado por el fluido le corresponde la misma velocidad en todo instante. Así, las trayectorias que siguen las partículas no cambian con el tiempo. Estas trayectorias regulares se denominan líneas de flujo o de corriente y no se cruzan nunca, porque de lo contrario en el punto de intersección de una trayectoria con otra se producirían remolinos y el flujo se convierte en turbulento.

Figura 2.1: El flujo del humo que sale de una vela es laminar al comienzo y luego se vuelve turbulento

En nuestro estudio no analizaremos la trayectoria de cada partícula de fluido. Enfocaremos nuestra atención en lo que ocurre en cada punto del espacio en un momento determinado, por ejemplo, dando la presión y la velocidad del fluido en ese punto para ese instante.

El movimiento laminar se suele representar con líneas, llamadas líneas de flujo o líneas de corriente (Figura 2.2). Cada una de estas líneas de flujo representa la trayectoria de un conjunto de partículas de fluido que salen de un mismo lugar en distintos instantes. En los ensayos de laboratorio se pueden fotografiar dejando fluir gotas de tinta o chorros de humo. En las regiones donde estas líneas de flujo están más próximas indica que la velocidad es mayor.

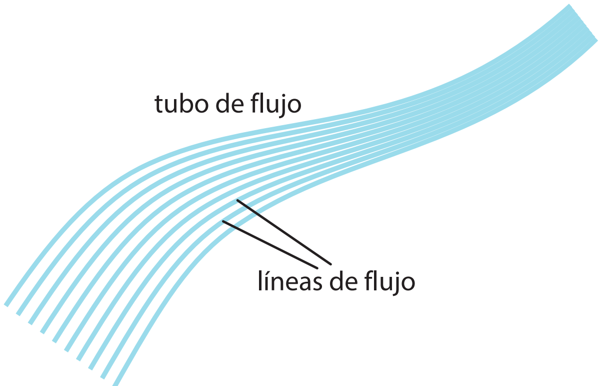


Figura 2.2: Todas las líneas de flujo constituyen un tubo de flujo

2.2. Caudal y Ecuación de Continuidad

Los líquidos son prácticamente incompresibles, cualesquiera sean las presiones a que sean sometidos su volumen no varía o varía muy poco. Aún así, vamos a operar con un modelo de líquido que consideraremos totalmente incompresible. Esto da lugar a una relación cuantitativa que es la Ecuación de Continuidad. Consideremos el caso de una tubería como la que se indica en la Figura 2.3 y por la que ingresa un volumen V en un tiempo Δt. Como el líquido es un fluido incompresible y la tubería no tiene pérdidas laterales, el mismo volumen debe salir por el otro extremo de la tubería en el intervalo de tiempo considerado.

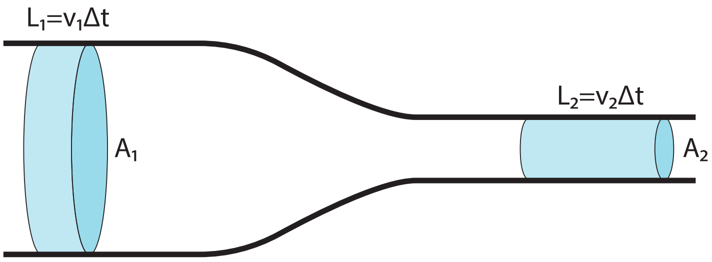


Figura 2.3: El volumen de líquido marcado es el mismo tanto en la parte ancha como en la parte angosta del tubo. El volumen que ingresa al tubo en una unidad de tiempo debe ser igual al volumen que sale en la misma cantidad de tiempo

Cuando por la sección A_1 pasa la totalidad del volumen, recorre una longitud $L_1 = v_1\Delta t$, donde v_1 es la velocidad a la que fluye. En cambio, en el otro extremo de la tubería, al mismo tiempo tiene que salir el mismo volumen V pero debe recorrer una distancia $L_2 = v_2\Delta t$. El tiempo es el mismo pero las velocidades son diferentes. Al volumen de líquido en movimiento que ingresa y que es igual al que sale lo podemos escribir como

$$V = L_1A_1 = L_2A_2 = v_1\Delta tA_1 = v_2\Delta tA_2$$

De donde, simplificando, queda

$$v_1A_1 = v_2A_2 \tag{2.1}$$

O sea que, por tratarse de un fluido incompresible, el producto del módulo de la velocidad del fluido por la sección de la tubería es constante.

Esta nueva magnitud que se asocia al volumen de líquido que en un intervalo de tiempo pasa por la sección de un tubo se denomina caudal (Q), sus unidades son $\frac{m^3}{s}$.

Si se trata de un flujo estacionario, esto es, que su valor no cambia en el tiempo, las velocidades v_1 y v_2 permanecen constantes. Entonces se puede escribir Q como

$$Q = v_1A_1 = v_2A_2 = \frac{L_1}{\Delta t}A_1 = \frac{L_2}{\Delta t}A_2$$

Pero como $V = L_1A_1 = L_2A_2$, reordenando resulta

$$Q = \frac{L_1A_1}{\Delta t} = \frac{L_1A_1}{\Delta t} = \frac{V}{\Delta t}$$

Así se puede observar que el caudal es el volumen de líquido que pasa por una sección por unidad de tiempo. Aunque la Ecuación (2.1) se desarrolló recurriendo al ejemplo de una tubería, lo mismo se puede ejemplificar con un tubo de flujo como es el agua que sale de una canilla.

Notemos que en las partes más angostas del tubo (donde la velocidad es mayor), las líneas de corriente están más próximas entre sí; por el contrario, en las partes más anchas (donde la velocidad es menor), las líneas de corriente están más separadas. En consecuencia, el mapa de líneas de corriente nos da mucha información sobre la dirección y el sentido de la velocidad del fluido en cada punto y también nos da una idea cualitativa del módulo de la velocidad, según la densidad de las líneas de corriente de la zona. En la Figura 2.4 se muestra un tubo de flujo y las velocidades del fluido en tres puntos a lo largo de una línea de corriente.

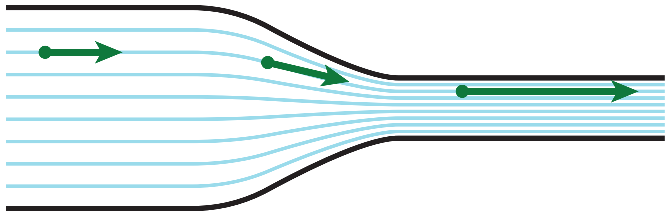


Figura 2.4: La velocidad aumenta a medida que el área transversal del tubo se reduce

2.3. Ecuación de Bernoulli

Limitaremos el estudio de los fluidos en movimiento a ciertas condiciones ideales, nuestro modelo supone que los fluidos son incompresibles, no viscosos (ver pág. 42) y en condiciones de movimiento laminar. La primera condición por un lado garantiza que la densidad sea constante en todo momento y por el otro que si se va a aplicar a gases (que son altamente compresibles) la presión no debe variar a lo largo del proceso para que no varíe la densidad del gas. La segunda y tercera condición de fluido no viscoso y movimiento laminar eliminan la posibilidad de pérdidas de energía por rozamiento y permite aplicar el Principio de Conservación de la Energía.

El principio que estudiaremos fue desarrollado por el físico y matemático suizo Daniel Bernoulli (1700-1782), quien en 1738 encontró la relación fundamental entre la presión, la altura y la velocidad de un fluido ideal. La ecuación que propuso demuestra que estas variables no pueden modificarse independientemente una de la otra, sino que están determinadas por la energía del sistema. Las conclusiones de este principio se pueden aplicar para analizar fenómenos tan distintos como el vuelo de un avión, la circulación del humo por una chimenea, el escurrimiento de agua por los canales o la distribución domiciliaria de agua por las cañerías, entre otros.

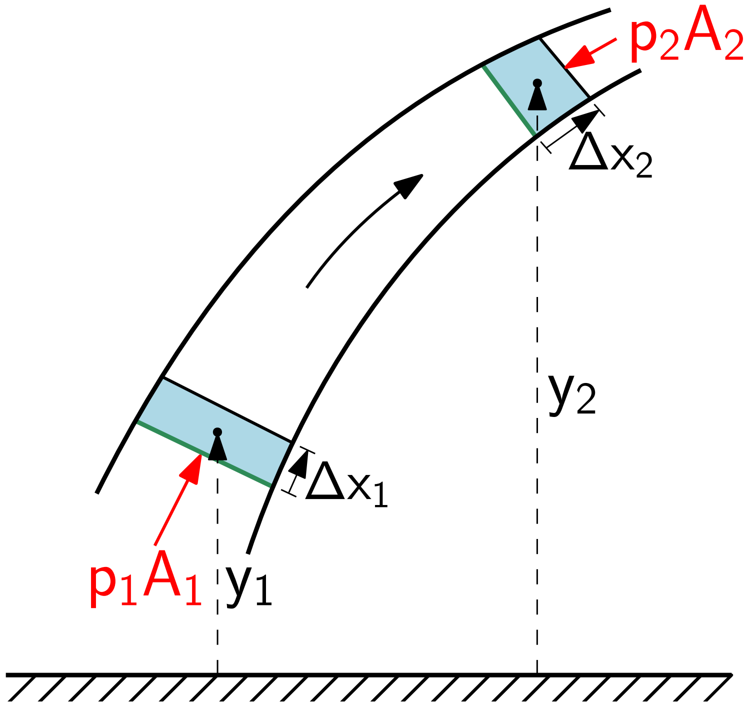


Figura 2.5: Para la obtención de la Ecuación de Bernoulli es necesario analizar el movimiento de la porción de líquido contenida inicialmente entre las marcas de color verde

Imaginemos que un fluido ideal que circula por un tubo de flujo como el que muestra la Figura 2.5. Consideremos una pequeña porción de fluido de volumen V que ingresa por la sección A_1; al cabo de cierto intervalo de tiempo Δt, el fluido ocupará una nueva posición saliendo por la sección A_2 dentro del tubo. Este movimiento se debe a que las capas inferiores de líquido del tubo de flujo ejercen una fuerza F_1 sobre el volumen V, fuerza que, en términos de la presión p_1, puede expresarse como p_1A_1, y está aplicada en el sentido de la dirección de la corriente.

Análogamente, en A_2, las capas de fluido superiores a este volumen considerado, empujan ejerciendo una fuerza F_2 en sentido contrario al movimiento, que puede expresarse como p_2A_2.

El trabajo resultante W de las fuerzas F_1 y F_2 que actúan sobre el volumen V resulta:

$$W = F_1\Delta x_1 - F_2\Delta x_2 = p_1A_1\Delta x_1 - p_2A_2\Delta x_2$$

Como el fluido es incompresible, el volumen que pasa por el punto 1 en un intervalo Δt es el mismo que pasa por el punto 2 en el mismo intervalo de tiempo (conservación de caudal, Ecuación (2.1)). Por lo tanto:

$$V = A_1\Delta x_1 = A_2\Delta x_2$$

y entonces

$$W = p_1V - p_2V$$

Además, el flujo de este sistema es laminar y el fluido es no viscoso, por lo tanto, no hay trabajo de fuerzas de roce ($W_{f_{roce}} = 0$) y se puede plantear que el trabajo de las fuerzas no conservativas es igual a la variación de energía mecánica:

$$W_{FNC} = \Delta E_{mecánica}$$

$$W_{F_1} + W_{F_2} = \Delta E_{cinética} + \Delta E_{potencial} = \Delta E_{mecánica}$$

La variación de la energía cinética es

$$\Delta E_{cinética} = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2$$

Pero $m_1 = m_2 = \delta V$, por lo que la ecuación anterior se puede escribir

$$\Delta E_{cinética} = \frac{1}{2} \delta V v_2^2 - \frac{1}{2} \delta V v_1^2$$

Por otra parte, la variación de energía potencial gravitatoria es igual a:

$$\Delta E_{potencial} = m_2 g y_2 - m_1 g y_1$$

Igual que en el caso anterior $m_1 = m_2 = \delta V$ por lo que la ecuación queda

$$\Delta E_{potencial} = m_2 g y_2 - m_1 g y_1$$

$$\Delta E_{potencial} = V \delta g y_2 - V \delta g y_1$$

Si reemplazamos todos los valores obtenidos en la ecuación de trabajo y energía queda:

$$p_1 V - p_2 V = \frac{1}{2} V \delta v_2^2 - \frac{1}{2} V \delta v_1^2 + V \delta g y_2 - V \delta g y_1$$

Simplificando el volumen V que se encuentra en todos los términos y reordenando, se tiene:

$$\frac{1}{2} \delta v_1^2 + \delta g y_1 + p_1 = \frac{1}{2} \delta v_2^2 + \delta g y_2 + p_2 \qquad (2.2)$$

Pero como los puntos 1 y 2 son puntos arbitrarios dentro del tubo de flujo, esta ecuación que relaciona la presión, la velocidad y la altura de un fluido vale para todos los puntos del sistema. En consecuencia, se puede reformular escribiendo

$$p + \frac{1}{2} \delta v^2 + \delta g y = \text{constante} \qquad (2.3)$$

2.4. Aplicaciones de la Ecuación de Bernoulli

2.4.1. Teorema de Torricelli

Mediante la aplicación del Principio de Bernoulli calcularemos la velocidad de salida del líquido de un recipiente. Consideremos un depósito de dimensiones mucho mayores que la del diámetro del orificio de salida del líquido como el que se indica en la Figura 2.6. Vamos a plantear la Ecuación de Bernoulli en dos puntos extremos del sistema, el punto *A* en el borde superior del líquido y el punto *B* en el orificio de salida del recipiente.

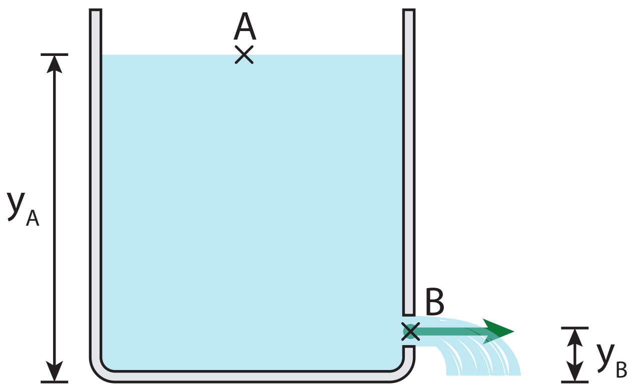


Figura 2.6: Se practica un pequeño orificio en la parte inferior de un tanque de agua, la velocidad de salida puede calcularse a partir de la Ecuación de Bernoulli

La Ecuación de Bernoulli para este caso es:

$$\frac{1}{2}\delta v_A^2 + \delta g y_A + p_A = \frac{1}{2}\delta v_B^2 + \delta g y_B + p_B$$

Debemos reemplazar en la ecuación los valores que corresponden al problema en estudio. Los valores de las variables para el punto *A* son:

- $p_A = p_{atm}$, ya que la superficie del líquido está sometida a la acción de la presión atmosférica,
- La altura y_A es un dato del problema,
- Si las dimensiones del recipiente son grandes respecto de las del orificio de salida, la velocidad con que baja el nivel del líquido en el depósito es muy lenta y por tal motivo vamos a considerarla, en este tipo de problemas, igual a cero: $v_A = 0$.

Los valores correspondientes al punto *B* son

- p_B, que, igual que en el caso anterior es la presión atmosférica,
- la altura y_B que es dato del problema,
- la velocidad v_B que es nuestra incógnita.

Finalmente reemplazando y resolviendo queda:

$$\delta g y_A + p_{atm} = \frac{1}{2}\delta v_B^2 + \delta g y_B + p_{atm}$$

de donde

$$v_B = \sqrt{2g(y_A - y_B)}$$

Este resultado que se puede deducir de la Ecuación de Bernoulli, se conoce como el Teorema de Torricelli, en honor a quien lo enunció casi un siglo antes de que Bernoulli realizara sus estudios hidrodinámicos.

Obsérvese que la expresión matemática es análoga a la de un sólido en caída libre. Esto tiene sentido si se recuerda que en el desarrollo del Principio de Bernoulli se recurrió al Teorema de Conservación de la Energía Mecánica.

2.4.2. Sifón

Este es un dispositivo para trasvasar líquidos de un recipiente a otro, y consiste en un tubo en U invertido que conecta ambos recipientes. El extremo de salida de líquido debe estar a menor altura que el de ingreso, tal como se ve en la Figura 2.7.

Si aplicamos el Principio de Bernoulli a los puntos *A* y *C* tenemos:

$$\frac{1}{2}\delta v_A^2 + \delta g y_1 + p_A = \frac{1}{2}\delta v_C^2 + \delta g y_2 + p_C$$

Pero, $p_A = p_C = p_{atm}$ por lo que los términos que los contiene se simplifican. Por otra parte, igual que en el caso del Teorema de Torricelli, a la velocidad v_A la consideramos igual a cero por ser la sección del recipiente mucho mayor que la del tubo ($v_A \approx 0$).

Reemplazando tenemos:

$$\delta g y_1 = \frac{1}{2}\delta v_C^2 + \delta g y_2$$

despejando resulta

$$v_C = \sqrt{2g\Delta y}$$

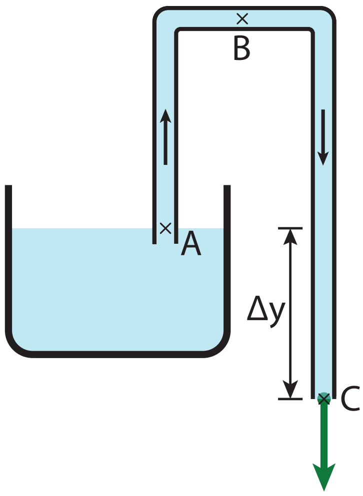


Figura 2.7: El mecanismo del sifón se usa, por ejemplo, para desagotar una pileta de lona

como puede verse, la expresión anterior es análoga a la del Teorema de Torricelli.

2.4.3. Contador de Venturi

El dispostivo diseñado por Giovanni Venturi (1746-1822) es otra aplicación del Principio de Bernoulli y consiste en un dispositivo que permite medir el caudal y, como derivación, la velocidad de un líquido que fluye en una tubería.

El mecanismo consiste en un estrechamiento de la tubería por donde circula el líquido diseñado de forma que la disminución de la sección sea gradual para asegurar el mantenimiento del régimen laminar y se evite que el sistema entre en régimen turbulento y en consecuencia se pierda energía.

Se incorporan dos tubos verticales para medir la presión del fluido en cada una de las secciones. El dispositivo completo se muestra en la Figura 2.8.

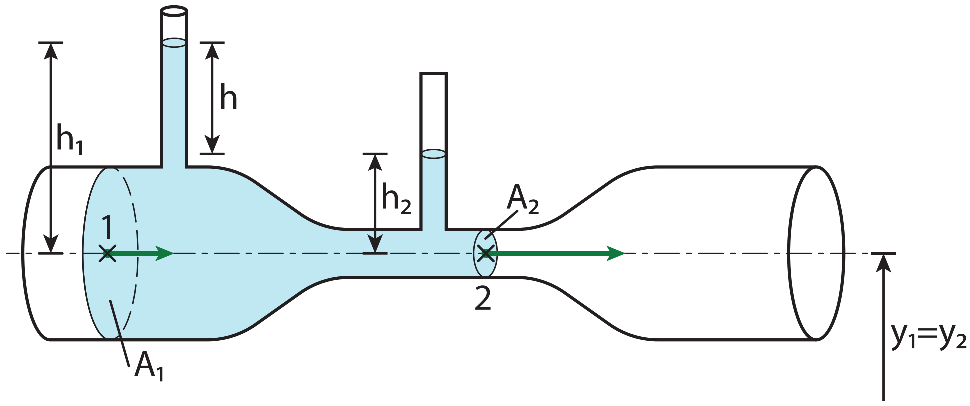


Figura 2.8: Esquema del contador o tubo de Venturi

La aplicación del Principio de Bernoulli a los puntos 1 y 2 resulta en:

$$p_1 + \frac{1}{2}\delta v_1^2 + \delta g y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\delta v_2^2 + \delta g y_2$$

Igual que en la aplicación anterior debemos reemplazar los términos de la ecuación por los valores que disponemos. Como en nuestro caso la tubería tiene un eje horizontal los valores de y_1 y y_2 son iguales y se pueden simplificar. Las presiones p_1 y p_2 resultan

$$\begin{aligned} p_1 &= p_{atm} + \delta g h_1 \\ p_2 &= p_{atm} + \delta g h_2 \end{aligned}$$

Recordando, además, que el caudal es: $Q = A_1 v_1 = A_2 v_2$, y trabajando algebraicamente sobre la Ecuación de Bernoulli:

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\delta\left(v_2^2 - v_1^2\right)$$

$$\delta g\left(h_1 - h_2\right) = \frac{1}{2}\delta\left(v_2^2 - v_1^2\right)$$

$$\left(h_1 - h_2\right) = \frac{Q^2}{2g}\left(\frac{1}{A_2^2} - \frac{1}{A_1^2}\right)$$

Por lo tanto, si es posible medirse la diferencia de alturas $h_1 - h_2$, y se conocen las áreas A_1 y A_2, entonces se puede calcular el caudal Q.

2.4.4. Tubo de Pitot

Es un instrumento destinado a medir la velocidad de los gases que circulan por una tubería. Lleva su nombre en honor a Henri Pitot (1695-1771). Consiste en un tubo manométrico que se conecta, como indica la Figura 2.9, a la tubería por la que circula el gas. La presión en la rama izquierda del manómetro, cuya abertura es paralela a la dirección del movimiento del gas, es igual a la presión de la corriente gaseosa.

La presión en la rama derecha, cuya abertura es perpendicular a la corriente, puede calcularse aplicando el teorema de Bernoulli a los puntos 1 y 2.

$$p_1 + \frac{1}{2}\delta v_1^2 + \delta g y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\delta v_2^2 + \delta g y_2$$

Hay que tener en cuenta que para este problema de circulación de gas la densidad δ es la del gas.

Como, igual que en el caso anterior, los puntos 1 y 2 se encuentran a la misma altura $y_1 = y_2$ los términos que los contienen son iguales y se pueden simplificar.

La velocidad v_1 es la velocidad v de circulación del gas que debemos medir, y como el ingreso al tubo manométrico en el punto 2 está limitado por el líquido manométrico, la velocidad v_2 es cero. Reemplazando queda

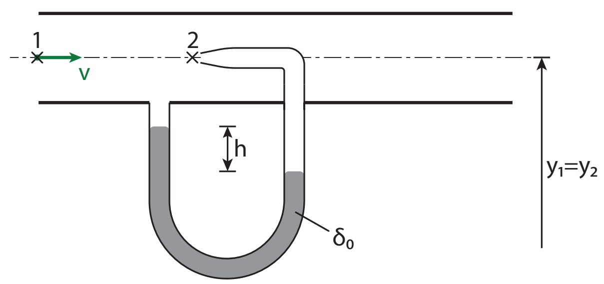


Figura 2.9: Esquema de un tubo de Pitot

$$p_1 + \frac{1}{2}\delta v^2 = p_2$$

Si δ_0 es la densidad del líquido del manómetro, y h es la diferencia de alturas del líquido entre sus ramas, se tiene:

$$p_2 = p_1 + \delta_0 g h$$

Reemplazando en la ecuación anterior, resulta:

$$\delta_0 g h = \frac{1}{2}\delta v^2$$

a partir de la cuál puede deducirse v en función de las magnitudes medibles.

Es de destacar que en este caso se puede aplicar el Teorema de Bernoulli a gases, que notoriamente no cumplen con la condición de incompresibilidad exigida en el desarrollo del principio, porque en esta situación nos aseguramos que el gas no esté sometido a presiones diferentes (o lo que es lo mismo, a cambios de volumen) entre el punto 1 y el punto 2.

Si bien el modelo de tubo de Pitot mostrado es para operar en una tubería existen otros modelos que, recurriendo al mismo principio de diseño, sirven para medir la velocidad de los gases en ámbitos abiertos. Los tubos de Pitot se usan, por ejemplo, para medir la velocidad de los aviones.

2.4.5. Aerógrafo

El aerógrafo es un dispositivo muy simple para pintar superficies no muy extensas.

Consiste en dos tubos de uno a dos milímetros de diámetro interior conectados en ángulo recto, cuando se sopla por uno de ellos el aire que sale a velocidad alta origina una depresión en los alrededores, como se ve en la Figura 2.10. Si el otro tubo se encuentra con un extremo sumergido en pintura, esta es elevada por la diferencia de presión originada y el mismo aire la impulsa formando pequeñas gotitas.

Este dispositivo es el mismo que se emplea en las pistolas para pintar, aunque estas recurren al aire comprimido para producir la corriente de aire.

Este procedimiento de aspiración ha sido muy empleado en gran número de dispositivos, como el carburador de los automóviles, bombas de vacío, pulverizadores de insecticida, etc.

No todos los pulverizadores de líquidos funcionan por aplicación de este principio, los extinguidores de incendio, los "sifones" de soda, y los pulverizadores habitualmente llamados "en aerosol" expulsan el líquido contenido en su interior por una diferencia de presión originada por la existencia de algún gas comprimido en su interior.

Figura 2.10: Funcionamiento del aerógrafo

2.5. Movimiento de un sólido en un fluido viscoso

Cuando corremos, no es lo mismo tener el viento a favor que correr en dirección contraria al viento. El aire no es más que un fluido y, a pesar de no ser de los más viscosos si lo comparamos con algunos aceites o la glicerina, podemos sentir su efecto favorable o desfavorable. Esto ocurre para todos los cuerpos que se mueven en un fluido, se ven afectados por la fricción que impone la viscosidad del medio.

Por este motivo, cuando un cuerpo se mueve en un medio viscoso, existe una fuerza adicional para vencer el efecto que imponen las fuerzas de fricción del medio. Esta fuerza adicional a lo largo del recorrido que hace el cuerpo es un trabajo. Es energía que se pierde por rozamiento en forma de calor. Es importante entonces diseñar los cuerpos para que su perfil ofrezca la menor resistencia al medio viscoso. Cuando se deja caer una gota de agua, adopta la forma que requiere mínima energía, ese es justamente el perfil aerodinámico buscado. La Figura 2.11 muestra dos cuerpos de diferentes formas inmersos en un fluido en movimiento.

Si cuando el cuerpo avanza aparta el fluido de una manera suave y sin que se produzcan turbulencias y deja que se vuelva a juntar tras su paso gradualmente, de manera que la turbulencia resulte mínima, entonces la energía disipada también es mínima.

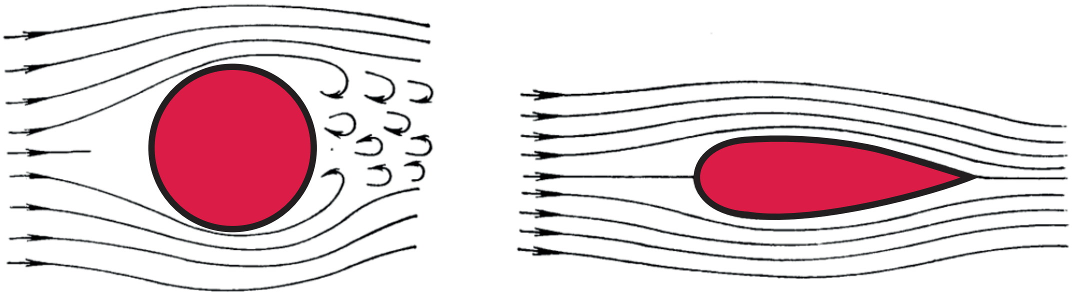


Figura 2.11: Dos cuerpos en el seno de un fluido en movimiento, el perfil aerodinámico de la derecha evita que se formen turbulencias en la parte trasera

Básicamente, el perfil aerodinámico es aquel que reduce el rozamiento viscoso. Consiste en un frente curvo y una cola que se afina gradualmente, pareciéndose a una gota. En el caso de muchos animales como lo peces o los pingüinos, el perfil aerodinámico es el resultado de un proceso de evolución natural que demoró muchos años, en el mundo artificial lograr diseños óptimos también ha llevado mucho tiempo y es un proceso no terminado. Si se observa el perfil de los automóviles fabricados durante el siglo XX, se puede ver cómo la evolución de los diseños ha llevado a los perfiles que reducen cada vez más las pérdidas por rozamiento.

La fuerza de rozamiento viscoso es, para bajas velocidades y flujo laminar, proporcional a la velocidad del móvil ($F = kv$). Pero a partir de determinada velocidad ya no es posible mantener el régimen laminar, aparece el régimen turbulento y la fuerza de rozamiento viscoso es función del cuadrado de la velocidad ($F = kv^2$). Es por este motivo, entre otras razones, que se incrementa de manera no lineal el consumo de combustible en los automóviles al aumentar la velocidad.

2.5.1. El disparo con comba

En el curso de Mecánica se analizó la trayectoria de un proyectil lanzado con un ángulo arbitrario. De ese análisis se concluyó que la trayectoria del proyectil es una parábola contenida en un plano vertical.

El 2 de marzo de 2014, Lionel Messi hace un golazo de tiro libre en un partido en el que el Barcelona le ganó 4 a 1 al Almería. El disparo de Messi esquiva magistralmente la barrera describiendo una parábola contenida en un plano oblicuo al suelo.

Entonces, ¿en qué quedamos?, ¿en el curso de Física los proyectiles siguen trayectorias planas y en la realidad hacen otra cosa? La explicación tiene que ver con el modelo empleado para resolver el problema del proyectil en Mecánica. Este modelo despreció el rozamiento del proyectil con el aire. Cuando se considera el efecto de rozamiento del proyectil con las capas de aire circundante la resolución matemática del problema se vuelve mucho más compleja. A través del Teorema de Bernoulli, estamos en condiciones de dar una explicación cualitativa de este fenómeno.

Recordemos que para lograr el efecto de trayectoria alabeada es necesario patear la pelota con *efecto*, esto es logrando que salga con dos movimientos, uno de translación y otro de rotación sobre su eje. Vamos a analizar primero el efecto de cada uno de estos movimientos por separado y luego, en un tercer momento, el efecto combinado de ambos.

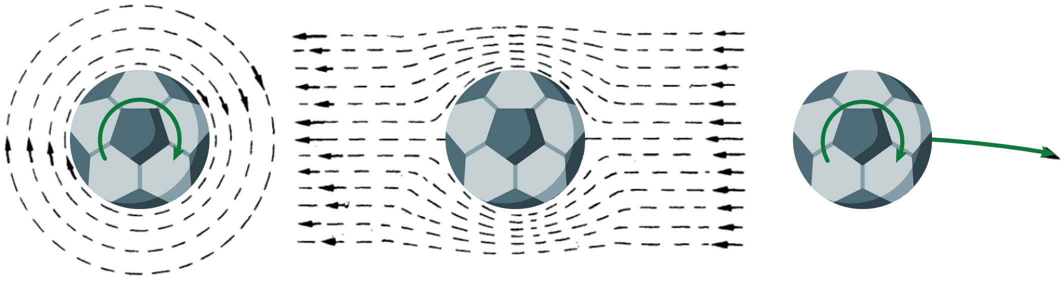


Figura 2.12: Descripción del movimiento de una pelota pateada con comba como la combinación de dos movimientos

(A) La pelota rota sobre sí misma y arrastra consigo una fina capa de aire por efecto del rozamiento.

(B) La Figura 2.12 representa una pelota quieta en una corriente de aire que se mueve de derecha a izquierda. El movimiento de la corriente de aire al pasar alrededor de la pelota es el mismo que si esta estuviera moviéndose en el aire en calma, de izquierda a derecha.

(C) En el efecto combinado, si la pelota, a la vez que avanza en el sentido del lanzamiento, gira sobre sí misma, se superponen los mapas de las situaciones A y B. El mapa de líneas de corrientes resulta de sumar en cada punto los vectores v_A y v_B. En consecuencia, a un lado de la pelota, los módulos de las velocidades se suman y, al otro, se restan. La velocidad del aire respecto de la pelota es mayor de un lado que del otro, pero por el Principio de Bernoulli, si las velocidades son diferentes las presiones también deben serlo, para mantener la igualdad de los términos (no se considera el efecto de altura ya que ambos lados de la pelota están al mismo nivel). En consecuencia en la zona donde los vectores velocidad se restan la presión es mayor y esta diferencia de presión desvía a la pelota del movimiento plano que tendría si no hubiera rozamiento con el aire. Este suceso a veces se trata de aumentar intencionalmente así las pelotas de tenis tienen una cobertura irregular para aumentar el efecto de arrastre del aire circundante.

2.5.2. El vuelo de los aviones

Uno de los requisitos para que los aviones puedan volar es la presencia de una fuerza que lo mantenga suspendido en el aire. La fuerza que actúa hacia arriba compensando el peso del avión se conoce como sustentación y es producto de una diferencia de presión entre la cara superior y la cara inferior de cada ala (Figura 2.13)

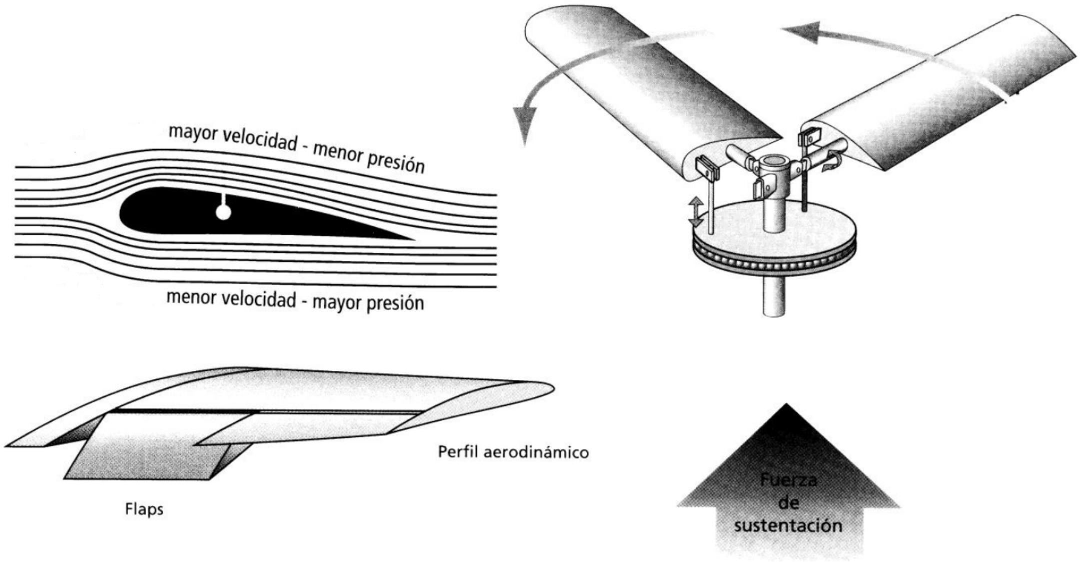


Figura 2.13: La diferencia de presión entre la cara superior y la cara inferior de cada ala del avión es la que genera la fuerza de sustentación

Las alas de los aviones están diseñadas con una curvatura mayor en la cara superior que en la inferior. Las turbinas del avión lo propulsan hacia adelante con gran velocidad, haciendo que el aire fluya por encima y por debajo del ala. El perfil aerodinámico de las alas hace que la velocidad del aire en la cara superior sea mayor que en la cara inferior, como muestra la Figura 2.14. Por la Ecuación de Bernoulli, sabemos que la presión en la parte superior debe ser menor que en la parte inferior.

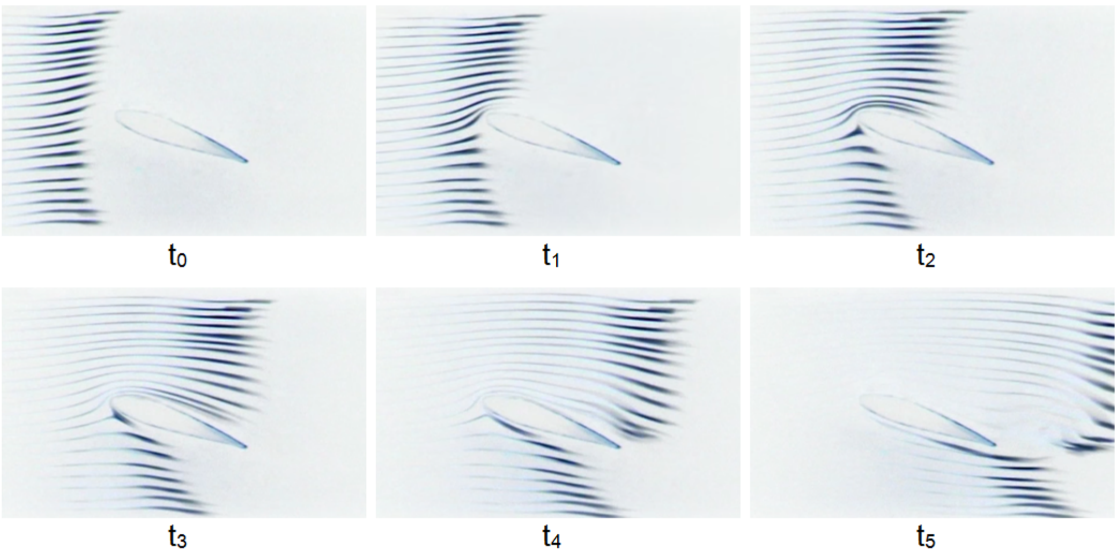


Figura 2.14: A medida que pasa el tiempo ($t_0 \rightarrow t_5$), el aire recorre mayor distancia en la parte superior, lo que nos dice que el aire viaja más rápido en la parte superior; la presión es más baja arriba que abajo del ala (Principio de Bernoulli) y hay una fuerza hacia arriba (sustentación).

¿Cómo se explica esa disminución de presión en la parte superior? Para que una partícula del aire siga una curva, tiene que haber una fuerza dirigida hacia el centro de la curva (fuerza centrípeta), esa fuerza está originada por una diferencia de presión $p_1 > p_2$ (Figura 2.15). Mientras mayor sea la curvatura, mayor deberá ser la fuerza.

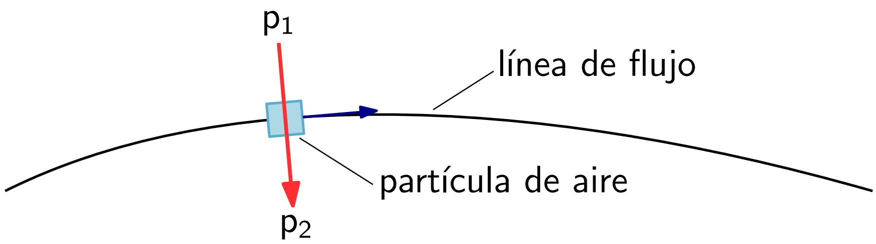


Figura 2.15: Las partículas de aire copian la forma del ala, para lo que necesitan una fuerza hacia el interior de la curva

Las líneas de flujo tienden a copiar la forma del perfil, lo que se conoce como Efecto Coandă (es el mismo que observamos al colocar una cuchara contra el chorro de agua de la canilla). Si miramos líneas de flujo cada vez más cerca del ala, vemos que tienen una curvatura mayor, por lo que la presión deberá ir disminuyendo.

Se origina entonces una distribución de presiones como la de la Figura 2.16, representando el verde la presión normal (atmosférica), el azul presiones por debajo de la normal y el rojo presiones mayores.

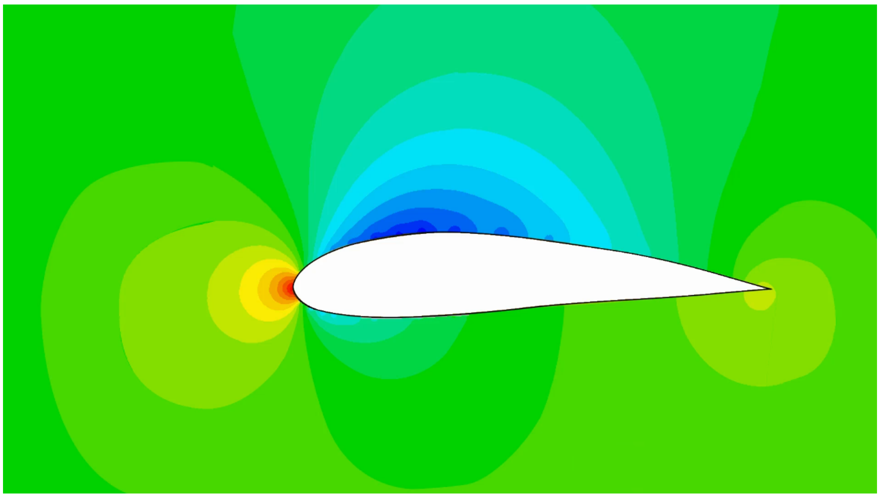


Figura 2.16: Distribución de presiones alrededor del perfil del ala de un avión que se desplaza en un fluido

Ejemplo: Sustentación

El área de cada una de las alas de un avión es de 3 m^2. Están diseñadas para que el aire fluya por encima a 245 $\frac{m}{s}$ y por debajo a 222 $\frac{m}{s}$. Despreciando la variación de presión debida al espesor del ala y considerando $\delta_{aire} = 1{,}3\ \frac{kg}{m^3}$, calcular la masa del avión.

Si planteamos Bernoulli entre la parte superior del ala (1) y la parte inferior (2):

$$p_1 + \frac{1}{2}\delta v_1^2 + \delta g y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\delta v_2^2 + \delta g y_2$$

Las diferencias de alturas son despreciables, por lo que podemos considerar $y_1 = y_2$. Podemos reescribir la Ecuación de la siguiente manera:

$$\frac{1}{2}\delta(v_1^2 - v_2^2) = p_2 - p_1$$

$$\frac{1}{2} \cdot 1{,}3\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot (60\,025\,\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} - 49\,284\,\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}) = p_2 - p_1$$

$$6981{,}7\ \text{Pa} = p_2 - p_1$$

$p_2 - p_1$ es la diferencia de presiones entre las caras del ala. Además, $(p_2 - p_1)A$ es la fuerza neta hacia arriba sobre una de las alas, que compensa al peso del avión.

$$P = F_{alas} = 2(p_2 - p_1)A = 2 \cdot 6981{,}7\ \text{Pa} \cdot 3\ \text{m}^2 = 41\,890\ \text{N}$$

2.5.3. Downforce en autos de F1

En los autos de Fórmula 1, una parte fundamental del rendimiento depende de cómo interactúa el vehículo con el aire. Al desplazarse a gran velocidad, el auto experimenta fuerzas originadas por las diferencias de presión a su alrededor. Una de las fuerzas de origen aerodinámico más importantes es el *downforce*, una fuerza vertical dirigida hacia abajo que aumenta la fuerza normal que el suelo le ejerce al vehículo y en consecuencia aumenta el agarre de los neumáticos, sin necesidad de incrementar la masa del vehículo.

El origen del *downforce* está en la diferencia de presiones que se genera alrededor del auto cuando el aire fluye a su alrededor. Esta diferencia de presiones se debe principalmente a dos contribuciones: los alerones y el diseño de la parte inferior del vehículo, mediante el llamado *efecto suelo*. En los autos de Fórmula 1 modernos, la mayor parte del *downforce* no proviene de los alerones, sino del piso del auto, que resulta mucho más eficiente desde el punto de vista aerodinámico.

En particular, el diseño de los coches de Fórmula 1 hace que el espacio entre el fondo del auto y la pista se estreche en determinadas regiones, de modo que el aire que circula por debajo del vehículo se acelera respecto del aire que pasa por encima. De acuerdo con la ecuación de Bernoulli, un aumento en la velocidad del fluido está asociado a una disminución de la presión (despreciando las variaciones de presión debido a las diferencias de alturas), como se muestra en la Figura 2.17. Como resultado, la presión bajo el auto es menor que la presión en la parte superior, lo que produce una fuerza neta hacia abajo. Este efecto puede interpretarse de manera intuitiva como si el auto fuera "succionado" hacia la pista, aunque en realidad se trata de una consecuencia directa de la diferencia de presiones.

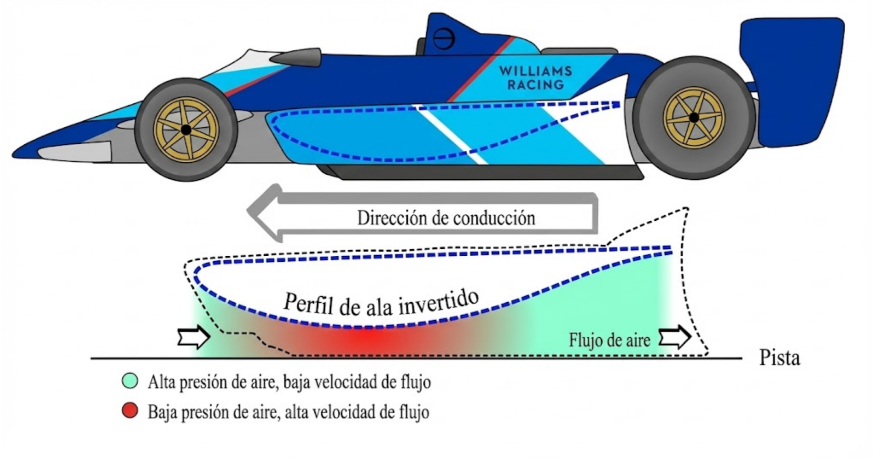


Figura 2.17: El piso de los autos de F1 se diseña con una serie de estrechamientos que generan un aumento en la velocidad del fluido y por ende una disminución de la presión respecto a la parte superior del vehículo

A partir de la temporada 2022, el reglamento de la Fórmula 1 volvió a priorizar el uso del efecto suelo como principal fuente de *downforce*, con el objetivo de permitir que los autos se sigan más de cerca y mejoren los sobrepasos. Entre 2022 y 2025, el diseño del piso tuvo un rol central en la generación de agarre. Sin embargo, este tipo de aerodinámica también dio lugar a un fenómeno no deseado conocido como *porpoising*: cuando el auto se pega mucho al suelo, el flujo de aire se interrumpe y el efecto suelo desaparece, haciendo que el auto se eleve bruscamente. Esto genera una oscilación vertical del coche que trae problemas de estabilidad y también de salud para los pilotos.

El *downforce* no se obtiene sin costo. Los mismos mecanismos que aceleran el aire y generan diferencias de presión también producen una fuerza de resistencia al avance, denominada *drag*. Esta fuerza se opone al movimiento del auto y limita su velocidad máxima. En la Fórmula 1 existe siempre un compromiso entre aumentar el agarre en las curvas y reducir el *drag* en las rectas. Por este motivo, a partir de 2026 el reglamento apunta a limitar el nivel total de *downforce* y a reducir la dependencia extrema del efecto suelo, obligando a los autos a tener el piso plano, pero sin eliminar la aerodinámica como elemento fundamental del diseño. La ecuación de Bernoulli permite comprender el origen del *downforce* como una primera aproximación, aunque el comportamiento aerodinámico real involucra además rozamiento, turbulencia y pérdidas de energía.

2.6. Viscosidad

Todos hemos tenido la experiencia de trasvasar líquidos, en algunos casos eso se hace con facilidad y rapidez, cuando el líquido es un refresco o agua. En otros, puede ser bastante más lento, como cuando el líquido es miel o algunos aceites industriales.

Cuando se opera con líquidos reales aún en el movimiento laminar, las distintas capas no se mueven juntas sino que tienen pequeñas o grandes diferencias de movimiento unas sobre las otras, originando una fricción interna. El fenómeno se repite entre las sucesivas capas que se van poniendo en movimiento, y esto determina la manera en que se mueve el fluido. El efecto conjunto de la fricción de todas las capas internas del fluido se llama viscosidad.

Desde el punto de vista microscópico, la viscosidad en los fluidos se origina en la fuerza de cohesión de las moléculas del fluido entre sí y en la de los sólidos que están en contacto con él. En general, disminuye con la temperatura. Ejemplos de fluidos que disminuyen fuertemente su viscosidad con la temperatura son el alquitrán y la parafina que a temperatura ambiente parecen sólidos, pero en cuanto se eleva la temperatura en unos pocos grados se vuelven bastante fluidos.

Todos los fluidos son viscosos, algunos se caracterizan por su alta viscosidad, como el almíbar, el alquitrán o la miel, y otros por su muy baja viscosidad como los gases. La viscosidad de un líquido se mide en función de la rapidez con que se sumerge un sólido en él, o bien por la velocidad con que sale de un orificio.

La viscosidad de los fluidos es de gran importancia práctica ya que estos rozamientos originan una gran pérdida de energía que afecta el movimiento del líquido.

Problemas y Cuestiones

Hidrostática

Problemas

1. Dada la densidad de cada uno de los siguientes materiales, calcula el peso específico, el peso específico relativo y la densidad relativa:

   a) $\delta_1 = 13\,600\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

   b) $\delta_2 = 8900\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

   c) $\delta_3 = 900\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

   R) a) $\rho_1 = 1{,}33 \times 10^5\ \frac{\text{N}}{\text{m}^3}$, $\rho_{1r} = 13{,}6$, $\delta_{1r} = 13{,}6$, b) $\rho_2 = 8{,}72 \times 10^4\ \frac{\text{N}}{\text{m}^3}$, $\rho_{2r} = 8{,}9$, $\delta_{2r} = 8{,}9$, c) $\rho_3 = 8{,}82 \times 10^3\ \frac{\text{N}}{\text{m}^3}$, $\rho_{3r} = 0{,}9$, $\delta_{3r} = 0{,}9$

2. Con los siguientes datos determina cuáles de las afirmaciones dadas a continuación son correctas y cuáles no

   - Cuerpo A: $m = 16\,\text{g}$, $V = 4\,\text{cm}^3$
   - Cuerpo B: $\delta = 800\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, $V = 2\,\text{cm}^3$
   - Cuerpo C: $m = 12\,\text{g}$, $V = 4\,\text{cm}^3$
   - Cuerpo D: $m = 12\,\text{g}$, $V = 3\,\text{cm}^3$

   a) Los cuerpos C y D tienen la misma masa y por lo tanto igual densidad.

   b) Los cuerpos A y C son del mismo material.

   c) Si el cuerpo D tuviese el mismo volumen que el A, su masa sería de $m = 16\,\text{g}$.

   d) Los cuerpos A y B tienen la misma masa.

   R) a) F, b) F, c) V, d) F

3. La masa de 1 litro de leche es 1,02 kg. La nata que contiene ocupa el 4 % del volumen y tiene una densidad relativa 0,865. Calcula la densidad de la leche desnatada. *Ayuda: ¿cuál es el volumen de nata en un litro de leche? ¿cuál es la masa de la nata en un litro de leche? ¿cuánto valen la masa y el volumen de la leche sin la nata?*

   R) $\delta_{desn} 1026\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

4. Un prisma de granito mide 0,5 m, 1 m y 2 m de aristas. Su masa es de 2600 kg. ¿Cuáles son la mínima y la máxima presión que puede ejercer sobre el suelo?

   R) $p_{min} = 12\,740\,\text{Pa}$, $p_{máx} = 50\,960\,\text{Pa}$

5. Determina el aumento en la presión de un fluido en una jeringa hipodérmica cuando la enfermera aplica una fuerza de 42 N al pistón, cuyo radio es de 1,1 cm.

R) p = 1,1 × 10^5 Pa

6. Una persona de 85 kg camina sobre la nieve. Calcula la presión ejercida por la persona sobre la nieve en los siguientes casos (despreciando el peso de los esquíes):

   a) Se apoya sobre un pie, siendo la cantidad de superficie de la suela 250 cm^2

   b) Se desliza sobre esquíes de forma rectangular de 2,6 m de largo y 0,082 m de ancho.

R) a) 33 320 Pa, b) 3907 Pa (un esquí)

7. Una pileta de 8 m de largo y 5 m de ancho contiene agua hasta una altura de 3 m. Calcula:

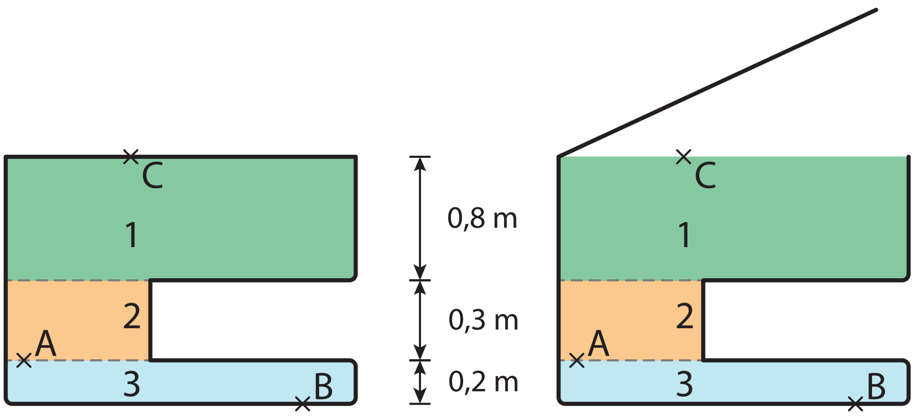
   a) La presión absoluta en el fondo de la pileta.

   b) La fuerza actuante sobre el fondo de la pileta.

R) a) p_f = 130 700 Pa, b) F = 5,23 × 10^6 N

8. En la Figura se muestra la sección de un recipiente que contiene tres líquidos diferentes. Calcula la presión en los puntos A, B y C cuando el recipiente está cerrado herméticamente (izquierda) y cuando se encuentra abierto a la atmósfera (derecha). Se sabe que:

   - Líquido 1: $\delta_1 = 0,89$
   - Líquido 2: $\delta_2 = 0,92$
   - Líquido 3: $\delta_3 = 1,26$



R) cerrado: p_A = 9682,4 Pa, p_B = 12 152 Pa, p_C = 0 Pa
abierto: p_A = 110 982,4 Pa, p_B = 113 452 Pa, p_C = 101 300 Pa

9. El séptimo piso de una casa de departamentos está a 20 m de altura. Sus canillas requieren para funcionar una presión de 2000 hPa. ¿A qué altura sobre el nivel de la calle debe estar el depósito? *Nota: el depósito se puede considerar a presión atmosférica.*

R) $H_{suelo} = 30$ m

10. Un vehículo ha caído en el lecho de un río ($\delta' = 1,02$) a una profundidad de 4 m. Si se intenta abrir la puerta, ¿se podrá? ¿Qué fuerza es necesaria para hacerlo? El vehículo es hermético y está lleno de aire a presión atmosférica. La puerta se encuentra en posición horizontal y tiene una superficie de 1 m^2.

R) $F = 39\,984$ N

11. Un tubo en U contiene mercurio. Si en su rama derecha se vierte agua hasta alcanzar una altura de 10 cm, ¿cuál es la diferencia entre los niveles de mercurio de las dos ramas? ¿a qué altura se elevó el mercurio en la rama izquierda a partir de su nivel inicial?

R) La diferencia entre las ramas es $h = 0{,}734$ cm, el mercurio en la rama izquierda se elevó $\Delta h = 0{,}367$ cm

12. Un manómetro de tubo abierto contiene mercurio y está conectado a un recipiente con gas. Los niveles de mercurio en las ramas son de 3 cm y 8 cm, siendo la rama abierta la que presenta el mayor nivel.

    a) Cuál es la presión absoluta en el fondo del tubo en U?

    b) ¿Cuál es la presión manométrica del gas?

    c) ¿Cuánto vale la presión absoluta del gas?

R) a) 111 962 Pa b) 6664 Pa c) 107 964 Pa

13. Un cubo de madera de 10 cm de lado flota en agua ($\delta_{agua} = 1000\,\frac{kg}{m^3}$) con 7 cm sumergidos.

    a) ¿Cuál es la densidad de la madera del bloque?

    b) ¿Cuánto se hundirá el bloque si se lo coloca en aceite de densidad 800 $\frac{kg}{m^3}$?

    c) ¿Qué fuerza se necesita para mantener el bloque completamente sumergido en el aceite?

R) a) 700 $\frac{kg}{m^3}$ b) 8,75 cm c) 0,98 N

14. Una lechuza se mantiene en reposo sobre una rama y logra mantenerla completamente sumergida en un lago. La rama tiene un volumen de 0,002 m^3 y una densidad de 500 $\frac{kg}{m^3}$. Sabiendo que la densidad del agua del lago es de 1000 $\frac{kg}{m^3}$, ¿cuál es la masa que debe tener el animal para mantener la rama en equilibrio en esa posición? *Nota: puede despreciarse el volumen de las patas de la lechuza.*

R) 1 kg

15. Un bloque cúbico de acero ($\delta' = 7,8$) de 10 cm de arista flota sobre mercurio.

    a) ¿Qué porcentaje del bloque se encuentra por encima de la superficie del mercurio?

    b) Si se vierte agua sobre la superficie del mercurio, ¿qué espesor ha de tener la capa de agua para que su superficie alcance justamente la cara superior del bloque de acero?

R) a) 42,65 % b) 4,6 cm

16. Una cajita rígida sin tapa flota en reposo sobre la superficie del agua. Su base es rectangular y mide 0,17 m × 0,20 m, y su altura total es 0,12 m. El peso de la cajita es de 35 N. Se colocan en su interior monedas idénticas, cada una de masa 0,05 kg, distribuidas uniformemente sobre la base.

    a) ¿Cuál es el empuje máximo que puede ejercer el agua sobre la cajita antes de que comience a llenarse de agua?

    b) ¿Cuántas monedas pueden colocarse como máximo sin que la cajita se llene de agua?

R) a) 39,98 N % b) 10 monedas

17. Un bloque cuyo peso específico relativo es 5,8 tiene un volumen de 0,2 m^3. ¿Cuál es su peso en vacío (o en aire)? ¿Cuál es su peso totalmente sumergido en un líquido de peso específico relativo 0,8?

R) P_{aire} = 11 368 N, $P_{aparente}$ = 9800 N

18. Un bloque de metal es pesado en: a) aire, b) la mitad sumergido en agua, c) totalmente sumergido en agua y d) totalmente sumergido en una solución de sal y agua. Se obtuvieron, no en este orden, 5 N, 8 N, 10 N y 6 N. ¿Cuál es el peso del bloque? ¿Cuál es el peso aparente que corresponde a cada caso?

R) P_{bloque} = 10 N, $P_{aparente}$ = a) 10 N, b) 8 N, c) 6 N d) 5 N

19. Un anillo de oro pesa 0,088 N en el aire y 0,083 N en el agua. ¿Puede ser de oro puro?

R) $\delta = 17\,600\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ mientras que $\delta_{oro} = 19\,300\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, por lo tanto no es de oro puro

20. Un densímetro tiene 60 cm de longitud y 1 cm^2 de sección. Colocado en agua pura se sumerge 54 cm y en ácido sulfúrico sólo 30 cm. ¿Cuál es el peso específico del ácido sulfúrico? ¿Cuál es el valor del empuje del agua y del ácido sulfúrico?

R) a) 17 640 $\frac{\text{N}}{\text{m}^3}$, b) E_{agua} = 0,529 N, $E_{acido\ sulfrico}$ = 0,529 N

21. Una pelota inflable de goma, de 8 cm de radio, tiene una masa total de 0,40 kg. La pelota se encuentra completamente sumergida en agua y en reposo, sostenida por una persona. ¿Qué aceleración adquiere la pelota cuando se la suelta?

R) 42,8 $\frac{m}{s^2}$

22. Durante una inspección en un muelle, a un operario se le cae al agua ($\delta' = 1,02$) una caja de herramientas. La caja tiene forma de prisma de dimensiones 30 cm × 20 cm × 10 cm y masa 8 kg. ¿Cuál es la aceleración con la que cae la caja en el agua?

R) 2,30 $\frac{m}{s^2}$

23. Un globo aerostático tiene un volumen de 1×10^3 m^3 y pesa desinflado 4000 N. Calcula el empuje que le ejerce el aire ($\delta_{aire} = 1{,}3\ \frac{kg}{m^3}$) cuando se lo llena de helio ($\delta_{helio} = 0{,}178\ \frac{kg}{m^3}$) y la aceleración que adquiere cuando se lo suelta.

R) E = 12 740 N, a = 11,93 $\frac{m}{s^2}$

Cuestiones

A. Encuentra la relación que existe entre la densidad y el peso específico.

B. Averigua qué factores pueden modificar los valores de la densidad y del peso específico de una sustancia.

C. Expresa la densidad del agua en: $\frac{kg}{m^3}$, $\frac{kg}{dm^3}$ y $\frac{g}{cm^3}$

D. Explica como funciona el mecanismo del mate, si realmente hacemos "vacío", como suele decirse, cuando sorbemos con la boca.

E. Un gran peligro para los submarinos es apoyarse en fondos arcillosos ya que si esto llega a ocurrir queda adherido al fondo y no puede emerger sin ayuda exterior, ¿puedes explicar porqué?

F. Mientras el mercurio es un material caro y contaminante el agua es barata y no contamina ¿porqué no se hacen los barómetros con agua en el interior en lugar de mercurio?

Hidrodinámica

Problemas

1. ¿Cuánto tarda en llenarse un depósito cilíndrico de altura 3 m y diámetro 2 m, si el líquido fluye desde un tubo de 5 cm de diámetro con velocidad de 2 $\frac{m}{s}$?

   R) t = 40 min

2. Con una manguera se llena un depósito de 100 litros de capacidad en 30 s. Determina la velocidad con la que fluye el líquido si la sección de la manguera es de 12 cm^2.

   R) $v = 2{,}75\ \frac{m}{s}$

3. En un depósito grande de agua se abre un orificio a 80 cm del nivel superior del líquido. Determina:

   a) la velocidad con la que sale el agua del recipiente.

   b) Si el nivel superior del agua se encuentra a 1 m del piso, determine la distancia horizontal a que cae el agua con respecto a la pared del recipiente.

   c) ¿Por qué al realizar la experiencia real la distancia resulta menor que la predicha en el punto b?

   R) a) $v = 3{,}96\ \frac{m}{s}$ b) $x = 0{,}8$ m

4. El diámetro de la aorta es aproximadamente de 1 cm y la sangre fluye por ella con una rapidez de 30 $\frac{cm}{s}$. Determina la rapidez de la sangre en los capilares si, en total, tienen una sección transversal de 2000 cm^2.

   R) $v = 0{,}012\ \frac{cm}{s}$

5. Un tanque elevado, abierto a la atmósfera, se encuentra conectado a una tubería que posee una válvula situada a 12 m por debajo del nivel del agua.

   a) la presión del agua en la válvula cuando está cerrada.

   b) la presión en la válvula cuando está abierta y el agua fluye con una velocidad de 10 $\frac{m}{s}$, y continúa por la cañería.

   R) a) 218 900 Pa, b) 168 900 Pa

6. Un recipiente contiene agua hasta una altura de 50 cm. A una altura de 10 cm del fondo del recipiente, se hace un agujero de 0,5 cm de diámetro. Determina:

   a) la velocidad con que sale el agua del agujero.

   b) el volumen de agua que sale en 5 s (el recipiente es suficientemente ancho como para suponer que el nivel de agua no varía).

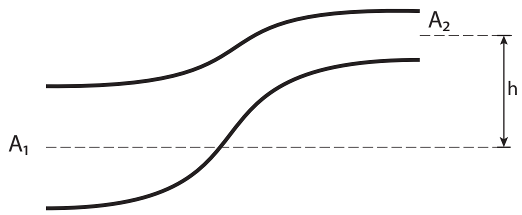
   R) a) $v = 2{,}8\ \frac{m}{s}$, b) $V = 2{,}75 \times 10^{-4}\ m^3$

7. Una casa se abastece de agua por medio de una tubería de 5 cm de diámetro. La sobrepresión al nivel de la calle es de 3×10^5 Pa (respecto a la presión atmosférica) y el agua fluye a $0{,}5\ \frac{m}{s}$. ¿Cuál será la sobrepresión y la velocidad de flujo en la cañería de 2,5 cm de diámetro, en la terraza y a 10 m de altura?

R) a) $v = 2\ \frac{m}{s}$, b) $p = 200\,125$ Pa

8. Por un tubo como el mostrado en la Figura, fluyen 200 litros de agua por segundo. La presión en el extremo 1 es de 2×10^5 Pa. El extremo 2 se encuentra a una altura de 6 m con respecto al nivel del extremo 1. El diámetro del tubo en los extremos 1 y 2 es respectivamente 30 cm y 20 cm. Determina:

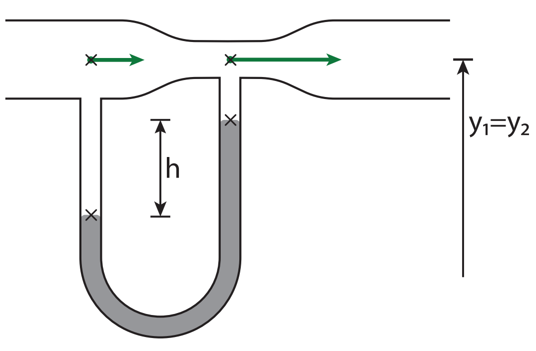
   a) la velocidad en los dos extremos
   b) la presión en el extremo 2



R) a) $v_1 = 2{,}83\ \frac{m}{s}$, $v_2 = 6{,}36\ \frac{m}{s}$, b) $p = 1{,}25 \times 10^5$ Pa

9. Por el tubo horizontal de la Figura circula agua con un caudal de $2000\ \frac{cm^3}{s}$. Las áreas de las secciones ancha y estrecha son $50\ cm^2$ y $10\ cm^2$, respectivamente. Las tomas de presión están a la misma altura y se conectan a un manómetro en U que contiene mercurio.

   a) las velocidades del agua en ambas partes del tubo
   b) la diferencia de presión entre ambas secciones.
   c) la diferencia de altura *h* entre los niveles de mercurio.



R) a) $v_1 = 0{,}4\ \frac{m}{s}$, $v_2 = 2\ \frac{m}{s}$, b) $\Delta p = 1920$ Pa, c) $h = 0{,}0144$ m

10. El nivel de agua de un tanque ubicado en la azotea de una casa está a 4,5 m del piso (punto 1). El depósito suministra agua por medio de un caño 2 de 1 cm de radio. A continuación, empalma con un caño 3 de 0,5 cm de radio, que tiene una canilla en su extremo, a 0,5 m del piso. La sección de la tubería es muy pequeña en relación con la del depósito. Determina:

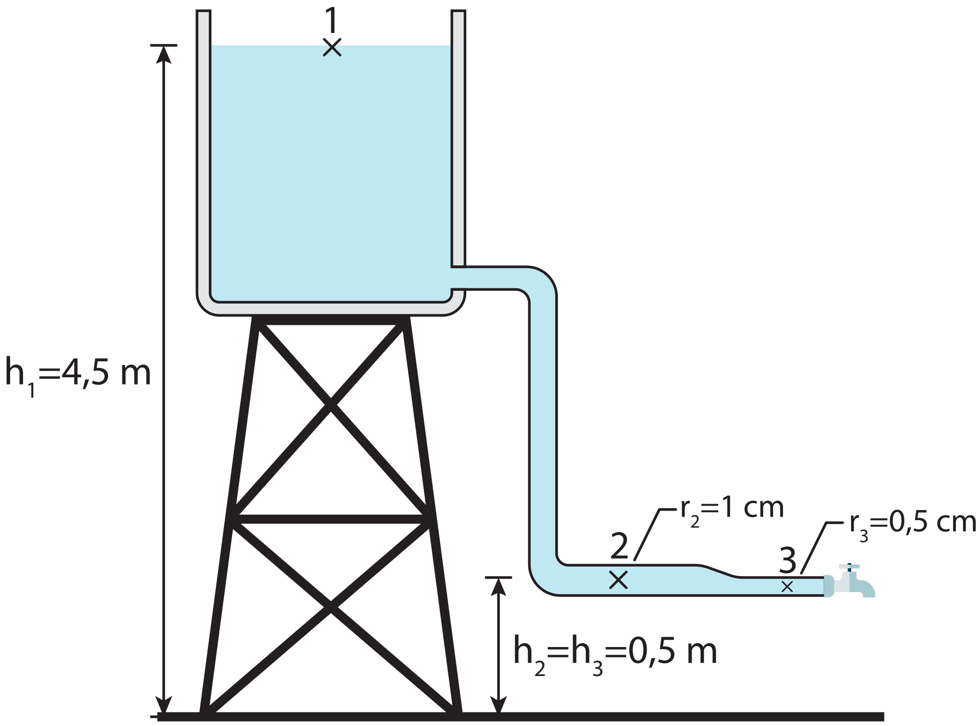
    a) ¿Cuál es la presión absoluta en el punto 3 cuando la canilla está cerrada?

    b) Si se abre la canilla al máximo, ¿cuánto tardará en llenarse de agua una botella de un litro si la canilla tiene la misma sección que el tubo 3? *Nota: considerar que la sección de salida es igual a la de la tubería 3.*

    c) ¿Cuál es la velocidad del agua en la tubería 2 con la canilla totalmente abierta?

    d) ¿Cuál será la presión absoluta en el punto 3 cuando la canilla esté abierta?

R) a) p_3 = 140 500 Pa, b) t = 1,44 s, c) v_2 = 2,21 $\frac{m}{s}$ d) p_3 = p_{atm} = 101 300 Pa



R) a) v_1 = 0,4 $\frac{m}{s}$, v_2 = 2 $\frac{m}{s}$, b) Δp = 1920 Pa, c) h = 0,0144 m

Cuestiones

A. Cuando un chorro de agua sale de la canilla en flujo laminar, este se estrecha cada vez más a medida que se aleja del pico de la canilla. Hasta que finalmente se rompe. Explica porque ocurre este estrechamiento de la vena líquida.

B. Aviones de motor a pistón siempre trataban de despegar en contra del viento. ¿puedes explicar por qué?

C. Coloca una hoja de papel horizontal apoyada sobre tu labio inferior y sopla. Observa que ocurre con la hoja y explica por qué.

D. Un ingeniero hidráulico se encuentra en una emergencia y debe medir la velocidad del agua que fluye por un canal abierto, para ello decide hacer un instrumento de medida con una pajita de refresco que se puede doblar en forma de L. Coloca la parte horizontal de la L enfrentada a la corriente y mide cuánto sube el agua respecto del nivel de corriente en la columna vertical. ¿cómo podría con elementos tan sencillos medir la velocidad del agua en el canal?

E. Los planeadores son aviones que funcionan sin motor y pueden recorrer grandes distancias. Explica cómo funcionan.