

UNIVERSIDAD NACIONAL DE ROSARIO

FACULTAD DE HUMANIDADES Y ARTES

SECRETARÍA DE POSGRADO

**ESPECIALIZACIÓN EN ENSEÑANZA EN LA ESCUELA MEDIA CON
MENCION: ÁREA DE LA LENGUA Y LA LITERATURA, ÁREA DE LA
MATEMÁTICA, ÁREA DE LAS CIENCIAS NATURALES, ÁREA DE
LAS CIENCIAS SOCIALES**

Modalidad a distancia

TRABAJO FINAL INTEGRADOR DEL ÁREA DE LA MATEMÁTICA

*“De la planificación a la práctica áulica: una
experiencia de introducción a la Estadística en cuarto
año de una escuela media de la ciudad de Rosario”*

AUTOR: Prof. Chirino, Facundo Ezequiel

DNI: 33.213.078

e-mail: facundochirino@gmail.com

DIRECTORA: Mg. Dominguez, Eliana Noelia

DNI: 32.251.311

CO-DIRECTORA: Mg. Petrone, Elisa Norma

DNI: 6.378.249

ROSARIO, 03 de marzo de 2023

Agradecimientos

*Muchas personas influyeron y colaboraron
para realizar este Trabajo Final de posgrado,
a las cuales estoy agradecido por su tiempo
para estar conmigo en cada momento.*

*Entre ellas destaco a mi directora y codirectora
por toda la dedicación, compromiso y profesionalismo
que mostraron en cada momento, en cada encuentro;
también a mis amigos por su permanente compañía;
a mi familia por estar ahí siempre que los necesité
en el momento justo.*

ÍNDICE

Resumen	5
A. Presentación	6
A1. Introducción	6
A2. Contextualización	6
A3. Decisiones y fundamentaciones	8
La Estadística en el Diseño Curricular Jurisdiccional	8
La experiencia empírica como un punto de partida	9
Panorama general sobre la educación en Estadística	10
Toma de decisiones para la experiencia áulica	14
A4. Encuadre conceptual	16
Enfoque OntoSemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática	16
Idoneidad didáctica	19
a. Idoneidad epistémica	20
b. Idoneidad cognitiva	21
c. Idoneidad afectiva	21
d. Idoneidad interaccional	21
e. Idoneidad mediacional	22
f. Idoneidad ecológica	22
g. Interacción entre las facetas	22
B. La práctica áulica	24
B1. El material de estudio	24
B2. Intencionalidad didáctica del material de estudio	66
Bloque temático 1: Población, muestra y variables estadísticas	66
Bloque temático 2: Tabulación	66
Bloque temático 3: Gráficos estadísticos	68
Bloque temático 4: Uso del software Excel	68
Bloque temático 5: Medidas de tendencia central	69
Bloque temático 6: Gráficos estadísticos distorsionados y manipulados	70
B3. La evaluación en la propuesta didáctica introductoria	71
B4. Desarrollo de la propuesta didáctica introductoria	73
Bloque temático 1: Población, muestra y variables estadísticas	73
Clase 1: 01/04	73
Bloque temático 2: Tabulación	76
Clase 2: 04/04	76
Clase 3: 06/04	79
Bloque temático 3: Gráficos estadísticos	81
Clase 4: 08/04	81

Clase 5: 11/04	83
Bloque temático 4: Uso del software Excel	86
Clase 6: 13/04	86
Bloque temático 5: Medidas de tendencia central	90
Clase 7: 18/04	90
Bloque temático 6: Gráficos distorsionados y manipulados	92
Clase 8: 20/04	92
Clase 9: 22/04	96
Actividad integradora	99
Clase 10: 25/04	99
Clase 11: 27/04	99
Clase 12: 29/04	106
Clase 13: 02/05	107
Clase 14: 04/05	109
C. Análisis de la implementación	114
C1. Introducción	114
C2. Las facetas de la Idoneidad didáctica y la propuesta didáctica introductoria	114
a. Idoneidad epistémica	114
b. Idoneidad cognitiva	116
c. Idoneidad afectiva	121
d. Idoneidad interaccional	123
e. Idoneidad mediacional	126
f. Idoneidad ecológica	130
C3. Interacciones entre las idoneidades	135
D. Conclusiones y reflexiones finales	140
E. Bibliografía	143
F. Anexos	145

Resumen

El presente trabajo da cuenta de la elaboración, implementación y análisis de una propuesta didáctica introductoria sobre Estadística que se realiza en un curso de cuarto año de nivel medio en una escuela de la ciudad de Rosario, provincia de Santa Fe. La propuesta tiene como finalidad abandonar la tendencia inercial a sostener la ausencia de los contenidos estadísticos en las clases de Matemática, que constituye un punto de partida para pasar de la planificación a la práctica áulica.

En el desarrollo de este trabajo se presenta un encuadre sobre la enseñanza de la Estadística en la escuela media en diferentes países de habla hispana y, en particular, a nivel regional en la provincia de Santa Fe. Además, se explicitan las decisiones curriculares y didácticas que fundamentan: la determinación del curso en el cual se implementa la propuesta; la selección de los contenidos estadísticos a ser trabajados que aparecen en el Diseño Curricular Jurisdiccional establecidos por el Ministerio de Educación de Santa Fe; el proceso de elaboración de un material de estudio para ser utilizado con el grupo de estudiantes, las fuentes bibliográficas consultadas y las intencionalidades didácticas de cada sección del material; el encuadre conceptual de evaluación que se asume al llevar adelante la puesta en práctica de la propuesta.

Para el análisis de la propuesta introductoria y su implementación se recurre como encuadre conceptual a la teoría del Enfoque Ontosemiótico y la Instrucción Matemática, en particular el área teórica de la Idoneidad didáctica. Se analizan y valoran diferentes ángulos de la propuesta y su ejercicio a través de las seis fases o idoneidades –epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica–, y sus interacciones, que componen a la Idoneidad didáctica. Toda la información recabada –respuestas, opiniones y producciones de los estudiantes– y los documentos elaborados –registro de las clases, encuesta, material de estudio– son sometidos a un trabajo analítico a través de una malla conformada por los componentes que configuran a cada idoneidad.

En el apartado de *Conclusiones y reflexiones finales* se presenta una valoración global de la propuesta introductoria y de su implementación en vinculación con la finalidad pretendida. Además, el especializando comparte algunas reflexiones personales surgidas de este trabajo.

A. Presentación

A1. Introducción

El trabajo titulado “*De la planificación a la práctica áulica: una experiencia de introducción a la Estadística en cuarto año de una escuela media de la ciudad de Rosario*” se presenta como Trabajo Final Integrador de la Especialización en Enseñanza en la Escuela Media con mención en el Área de la Matemática. Se trata de la elaboración, implementación y análisis de una propuesta didáctica introductoria (PDI) para el abordaje de contenidos de Estadística, establecidos en el Diseño Curricular Jurisdiccional (DCJ)¹ para la Educación Secundaria Orientada de la provincia de Santa Fe en el área de Matemática (Ministerio de Educación de Santa Fe, 2014).

La experiencia áulica tiene lugar en una escuela media de la ciudad de Rosario. Cabe aclarar, que, previo a esa experiencia, los contenidos en Estadística ocupaban un lugar en el plano de lo escrito en las planificaciones anuales de Matemática para algunos cursos, pero sin llegar a trabajarse en las clases. Esta situación se mantuvo en el tiempo sostenida por hábitos categorizados como *lo común, lo usual, lo generalizadamente habitual*.

La PDI tiene como finalidad abandonar esa tendencia inercial a sostener la ausencia de los contenidos estadísticos en las clases de Matemática de la escuela media en la que se lleva a cabo la experiencia. Esto es un punto de partida para pasar de la planificación a la práctica áulica.

A2. Contextualización

La experiencia áulica se lleva a cabo en un cuarto año de nivel medio (secundario) en una escuela de gestión privada ubicada en la zona noroeste de la ciudad de Rosario. En dicho establecimiento se desarrollan el nivel primario y el secundario orientado, que comparten el mismo edificio. Una particularidad de esta escuela es que, por decisión institucional y avalado desde el Ministerio de Educación de Santa Fe (MESF), séptimo grado se encuentra a cargo de la dirección del nivel medio lo que significa que está secundarizado.

¹ De aquí en adelante se consignará con la sigla DCJ al Diseño Curricular Jurisdiccional para la Educación Secundaria Orientada de la provincia de Santa Fe en el área de Matemática cuyo autor es el Ministerio de Educación de Santa Fe (2014).

En la escuela, el nivel secundario cuenta con dos orientaciones que son *Ciencias Sociales y Humanidades y Economía y Administración*. Los² estudiantes eligen una u otra modalidad recién en cuarto año y, desde hace varios años, por decisión institucional se decidió que algunas materias tengan un cursado común para ambas modalidades, como es en el caso de Matemática.

El curso de cuarto año en el cual se implementa la PDI está compuesto por 31 estudiantes (rango de edades de 16 a 17 años), de los cuales diecisiete de ellos optaron por la orientación Economía y Administración y catorce por Ciencias Sociales y Humanidades. En cuanto al vínculo entre el docente y los estudiantes, cabe señalar que sostienen un trabajo en conjunto en el espacio curricular Matemática desde el segundo año del nivel medio, por lo que el conocimiento mutuo genera una relación fluida.

Otro aspecto que es relevante considerar para la planificación y el desarrollo de las prácticas áulicas es el acceso y la disponibilidad de recursos tecnológicos. En efecto, en el marco de las normas de convivencia que rigen en la escuela para el nivel medio, desde tercer año los estudiantes pueden utilizar sus dispositivos tecnológicos, en su mayoría smartphone y en ocasiones notebooks, solo para los fines educativos que persigue el docente a cargo de cada espacio curricular. Además, cada aula está equipada con una computadora de escritorio, acompañada con un teclado inalámbrico con mouse integrado y la salida visual es a través de un televisor ubicado inmediatamente y centrado arriba del pizarrón. También, la escuela cuenta con una sala de informática en la cual se encuentran a disposición treinta notebooks, ya sea para ser usadas allí o retiradas por el docente y utilizarlas en el aula.

La formación en Matemática propuesta por el DCJ está organizada en cuatro ejes: *Números y Operaciones, Álgebra y Funciones, Geometría y Medida y Estadística y Probabilidad*. En lo que respecta al tratamiento de los contenidos de Estadística en la escuela elegida, se detecta que no tienen lugar en la práctica áulica en las clases de Matemática. Esto lleva a formular una primera e incipiente pregunta: ¿por qué? En conversaciones informales (sin carácter de entrevistas o algún instrumento similar que siga un protocolo) con docentes del área de Matemática surge que existe una tendencia a priorizar todo aquello que esté relacionado con los dos primeros ejes anteriormente mencionados. En un segundo plano tienen lugar los contenidos del tercer eje y a lo último se menciona lo relativo al eje Estadística y la

² El curso está conformado solo por varones.

Probabilidad. También en estas charlas aparece el factor tiempo y la escasez del mismo para *llegar a dar* todo lo planificado. En una revisión informal y ligeramente exploratoria de las planificaciones de séptimo grado a quinto año se encuentra que las mismas incluyen contenidos de Estadística solo en los dos primeros años. Además, el desarrollo de estos contenidos se ubica a finales del tercer trimestre del ciclo lectivo con una temporalidad no mayor a tres semanas.

A3. Decisiones y fundamentaciones

La Estadística en el Diseño Curricular Jurisdiccional

La propuesta del DCJ para la educación secundaria orientada se organiza en dos ciclos: *Ciclo Básico* y *Ciclo Orientado*. El Ciclo Básico se ocupa de los dos primeros años de la escolaridad secundaria y el Ciclo Orientado de los otros tres años. En lo que respecta al área de Matemática, las fundamentaciones de ambos ciclos tienen puntos en común —en particular con las estrategias didácticas y metodologías de trabajo para el tratamiento de los contenidos y la gestión del grupo de estudiantes— aunque también contemplan aspectos propios que caracterizan y diferencian a uno del otro.

Cada uno de los ejes³ para la formación en Matemática del DCJ contiene una fundamentación y organización de los contenidos para cada año escolar con una visión gradual y helicoidal entre un año y su consecutivo. En particular, en el documento oficial se justifica el porqué de la enseñanza de la Estadística (remarca su importancia) en el nivel secundario que contribuye a la formación de una persona ciudadana. Más aún, además de brindar argumentos también ofrece orientaciones metodológicas didácticas para el tratamiento de los contenidos propuestos. Sin embargo, la enseñanza de la Estadística no sucede como es deseable en las escuelas secundarias. Si bien se puede pensar que la afirmación anterior es contundente y que podría tener sus raíces en algunos pocos casos aislados, existe un vasto cuerpo de investigaciones que avalan la afirmación de que es escasa o nula la enseñanza de la Estadística en el nivel medio. Estas están radicadas tanto en el territorio nacional, como en otros países de habla hispana.

En lo inmediato del escrito se presentan los siguientes tópicos: cómo surge el interés del especializando en abocarse al estudio de la enseñanza de la Estadística para nivel secundario;

³ Números y Operaciones; Álgebra y Funciones; Geometría y Medida; Estadística y Probabilidad.

sucintamente, un panorama general sobre la educación en Estadística, tanto local como fuera de nuestro territorio; las fundamentaciones de las decisiones pilares de la elaboración e implementación de la PDI.

La experiencia empírica como un punto de partida

La decisión de elaborar un Trabajo Final Integrador dedicado a la enseñanza de temas del eje Estadística y Probabilidad del DCJ proviene de dos espacios curriculares claves de la Especialización. Estos espacios son la *I Jornada de análisis integral de casos* y el *Taller Específico* de la Mención Matemática. El primero consistió en un encuentro entre todas/os las/os especializandas/os de las distintas áreas –Lengua y Literatura, Ciencias Naturales, Matemática y Ciencias Sociales– para comenzar a perfilar posibles intereses a convertirse en sustentos de cara al Trabajo Final Integrador. Este encuentro se estructuró en dos grandes momentos, el primero consistió en una socialización entre todas/os las/os participantes y otro destinado a un trabajo interno de las/os especializandas/os por Menciones. El *Taller*, como espacio curricular, tuvo sus objetivos específicos y los contenidos inherentes a la práctica docente en Matemática para ser abordados en un esquema de trabajo a lo largo de varias sesiones agrupadas en módulos. Además, desde este espacio estaba previsto tomar como insumo las producciones de la *Jornada* para ser trabajadas y entrecruzadas con los contenidos propios en las diferentes sesiones y empezar a delinear las primeras estructuras del Trabajo Final Integrador.

La *Jornada*, para la primera cohorte, tuvo lugar en el mes de julio del año 2021. Durante el trabajo interno por Menciones, en el área de Matemática⁴ se manifestaron posibles inquietudes que podrían tomarse como centro del Trabajo Final Integrador. Si bien estas inquietudes surgían de las experiencias empíricas de cada participante, vale aclarar que existió un punto de convergencia en las mismas y que en algún otro espacio curricular de la Especialización apareció: la ausencia o poca presencia del eje Estadística y Probabilidad en las prácticas de enseñanza de cada participante. Entonces, entre las especializandas y el especializando se decidió tomar a dicho eje para la producción a compartir en la jornada y como punto de partida y común de cara al Trabajo Final Integrador.

El *Taller* estuvo organizado en cuatro módulos, tal que en cada uno de ellos se trabajaron

⁴ El grupo aspirante a tener la titulación de Especialista en Enseñanza de la Escuela Media con Mención en el Área de la Matemática estuvo compuesto por cinco especializandas y un especializando.

aspectos de la práctica docente enfocada a la enseñanza de la Matemática en términos generales. Los módulos hicieron foco en: “Recursos didácticos en las aulas de Matemática”, “Propuestas para trabajar en clases de Matemática de la Escuela Media”, “Propuestas para evaluar aspectos conceptuales del contenido matemático en la Escuela Media” y “Dispositivos didácticos innovadores: diseño y aplicaciones”. En el desarrollo del *Taller* se atendió a lo producido en la *Jornada* por las especializandas y el especializando, ya que se trabajaron los aspectos metodológicos previamente planificados pero aplicándolos exclusivamente a los contenidos matemáticos de Probabilidad, Estadística y Combinatoria, en los que el grupo había reconocido tener cierto déficit.

A esta altura en la lectura de este escrito, cabe preguntarse si: ¿todo esto no fue solo un encuentro casual de seis personas dedicadas a la enseñanza de la Matemática en el nivel medio que, en cada uno de sus contextos, el eje Estadística y Probabilidad no tenía presencia o muy poca? Una pronta respuesta es que no, pues en una de las sesiones del *Taller* se les presentaron a las especializandas y el especializando revistas digitales de investigaciones en Educación Matemática y sitios afines que se centraban en la enseñanza de la Estadística, la Probabilidad y la Combinatoria en calidad de asuntos a ser atendidos con relevancia en la actualidad. Cada especializanda/o exploró alguno de los sitios ofrecidos donde encontraron situaciones de mucha similitud a sus experiencias propias pero en otros contextos, tanto en nuestro territorio como otros lugares de habla hispana. Este insumo de producción científica robusteció (aún más) la decisión de procurar un cambio significativo y positivo en esta realidad relativa a la enseñanza de los contenidos del eje Estadística y Probabilidad.

Panorama general sobre la educación en Estadística

En un trabajo de una reconocida especialista en Didáctica de la Estadística y la Probabilidad, la Dra. Carmen Batanero, se señala que:

La estadística ha jugado un papel primordial en el desarrollo de la sociedad moderna, al proporcionar herramientas metodológicas generales para analizar la variabilidad, determinar relaciones entre variables, diseñar de forma óptima experimentos, mejorar las predicciones y la toma de decisiones en situaciones de incertidumbre. Esta relevancia ha producido un interés creciente por la enseñanza de la estadística, como se refleja en diferentes documentos curriculares, donde se insiste en la necesidad de comenzarla lo antes posible, y, al menos, en la educación secundaria obligatoria (Batanero y Díaz, 2005, p.1).

En 1884 se fundó el *International Statistics Institute* [Instituto Internacional de Estadística] (ISI) en Londres, Reino Unido. Uno de sus compromisos fue –y sigue en vigencia– la educación en Estadística y para tal fin creó en 1948 el Comité de Educación. La tarea de esta nueva dependencia del ISI consistió en ocuparse, en articulación con la ONU⁵ y la UNESCO⁶, de robustecer y potenciar la disponibilidad de la información estadística, por un lado, sobre países en vías de desarrollo (Batanero, 1998) y, por otro, para la recuperación económica (Zapata-Cardona, 2010). Cabe aclarar que por aquel entonces habían pasado muy pocos años desde que había finalizado la Segunda Guerra Mundial.

Una especialista latinoamericana en Educación Estadística, la Dra. Lucía Zapata-Cardona dice que “uno de los esfuerzos iniciales del Comité de Educación del ISI se centró en la formación de recurso humano calificado en estadística” (Zapata-Cardona, 2010, p.6). Es por ello que la educación en Estadística se inició con desarrollos de programas universitarios para profesores encargados de formar recursos humanos calificados en Estadística. El siguiente paso del Comité de Educación, fue procurar que la educación en Estadística se incluyera en las escuelas. Para alcanzar tal propósito fueron implementadas diferentes estrategias, entre ellas: la producción y difusión de materiales para la enseñanza de la Estadística –libros de textos, diccionarios específicos, bibliografía–, elaboración de modelos curriculares para el nivel superior y el acompañamiento para la creación de la revista *Teaching Statistics*. “La Educación Estadística se movió rápido en las décadas de los '60 y '70” (Zapata-Cardona, 2010, p.7).

El Comité de Educación promovió varias conferencias a nivel internacional en pos de la Educación Estadística y que en 1982 se constituyera, por primera vez, el evento *International Conference on Teaching Statistics* [Conferencia Internacional de Educación Estadística] (ICOTS), que viene realizándose cada cuatro años desde entonces hasta la actualidad. Esto promovió el interés y generó discusiones sobre cuestiones en materia de Didáctica y de Educación, con relación a la Estadística. En 1991, el ISI decidió ampliar el Comité de Educación y creó una nueva dependencia que fue la *International Association for Statistics Education* [Asociación Internacional de Educación Estadística] (IASE). Esta última absorbió todas las responsabilidades y obligaciones del Comité de Educación y se articuló con más organismos internacionales que abogaban por la Educación Estadística. El objetivo principal

⁵ Organización de las Naciones Unidas.

⁶ Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura.

de la IASE radicaba en “el desarrollo y mejora de la educación estadística a nivel internacional” (Batanero, 1998, p.3) a través de múltiples actividades –desarrollo de software estadísticos, formación de recursos humanos en Estadística para empresas/industrias, producción de libros de textos y material didáctico, entre otros–.

Hasta el momento se hizo un recorrido, sucinto, de algunos hitos históricos sobre cómo la enseñanza de la Estadística cobró relevancia (y continúa) como un tema de interés para organizaciones internacionales y su incorporación en todos los niveles educativos. En particular, con foco en el nivel medio (tema de interés de esta Especialización), cabe preguntarse qué sucede con la enseñanza de la Estadística en las escuelas. En Batanero (1998), Batanero y Díaz (2005), Zapata-Cardona (2010, 2018) y en Lebrun-Llano y Zapata-Cardona (2017) se hace una descripción sobre las percepciones de la enseñanza de la Estadística en las escuelas con ciertos puntos de encuentro, a pesar que se analizan situaciones en contextos sociales y geográficos distintos. Las autoras señalan que si bien es un primer paso que la Estadística se incorpore al currículum, alertaron que es necesario acompañarlo con capacitaciones de perfeccionamiento y formación permanente para el cuerpo docente, en términos de una didáctica específica. También mencionan algunos aspectos que deben atenderse para una mejora en la enseñanza de la Estadística como, por ejemplo, un cambio de perspectiva en cuanto a la enseñanza de los contenidos estadísticos desde una característica de la Estadística (interdisciplinariedad) para evitar un abuso focalizado solo en lo procedimental que soslaya el desarrollo de destrezas y habilidades analíticas para estudiar diferentes contextos sociales. A su vez las autoras recomiendan, desde una mirada más crítica, que los contenidos estadísticos estén en contacto con el contexto del grupo de estudiantes, es decir, vinculado con cuestiones reales y no exclusivamente artificiales. En otras palabras, que las/os estudiantes desarrollen una lectura crítica de la realidad (en el plano de lo social, económico, cultural, entre otros), que robustece la toma de decisiones con una apertura para pensar en transformaciones del contexto en el que están inmersas/os. Batanero (2019) y Batanero y Díaz (2005) llaman a lo anterior una *cultura estadística* y su formación para las/os ciudadanas/os y profesionales.

Es un tema de preocupación la enseñanza de la Estadística en la escuela secundaria para varios países, como son Colombia, México, España, Brasil, Argentina, entre otros. Como consecuencia se ponen en marcha distintos dispositivos para la formación y capacitación de quienes estén a cargo de enseñar los contenidos estadísticos, que en su mayoría son

profesoras/es en Matemática. Algunos ejemplos de dichos dispositivos: un programa de capacitación para docentes en Matemática llevado a cabo en Colombia por Zapata-Cardona, González-Gómez y otras/os colaboradores (2017); un programa de formación permanente para docentes en Matemática realizado en Brasil por Tornisiello y Espasandin (2021); intercambios de experiencias en España sobre implementaciones de secuencias como las concretadas por Rodríguez-Muñiz, Muñiz-Rodríguez, Vásquez y Alsina (2020); compartir actividades didácticas como el caso del trabajo hecho por Muñoz, Montserrat, Mateu y Prado (2019) en clases de Matemática en España; trabajos de investigación como el elaborado por Avilez, Ordaz y Reyna-Peraza (2018) sobre los conocimientos y actitudes que tienen las/os profesoras/es en Matemática en México con relación a la Estadística.

Una referente en Educación Estadística en Argentina es la Dra. Liliana Tauber de la Universidad Nacional del Litoral (Santa Fe), que preside la Red Latinoamericana de Investigación en Educación Estadística (RELIEE) y sus estudios e investigaciones, principalmente, se abocan a la Alfabetización Estadística y Educación Estadística. Entre sus trabajos de difusión se encuentra su reciente participación en una secuencia de conferencias organizadas por Grupo GT 12 - Educación Estadística de la Sociedad Brasileña de Educación Matemática en mayo de 2022, donde Tauber expone un sintético recorrido histórico sobre la participación de investigadores de Argentina en publicaciones del ISI (desde 1982⁷) y en ICOTS (desde 1992). Ella señala que en ambas convocatorias diferentes referentes matemáticos del país han compartido sus investigaciones en torno a los inicios de la enseñanza de la Estadística en la escuela y sobre la Educación Estadística en la formación docente inicial.

Otro punto que comparte Tauber en la conferencia son algunos resultados parciales de una investigación que lleva adelante con su equipo de trabajo en base a encuesta realizada a 2800 profesoras/es en Matemática⁸, entre los años 2015 a 2018. Tauber expone algunas preguntas de la encuesta y los hallazgos que se desprenden de las mismas. En particular, hay dos interrogantes que hacen foco en el interés de saber qué sucede con la Estadística en clases de Matemática. Tanto las preguntas como los resultados están compilados en la Fig.1.

⁷ Ese año es cuando se hace una primera reforma curricular para incluir a la Estadística en la escuela secundaria.

⁸ Fueron aquellas/os que realizaron una Especialización en Enseñanza de la Matemática, radicada en la Universidad Nacional del Litoral.

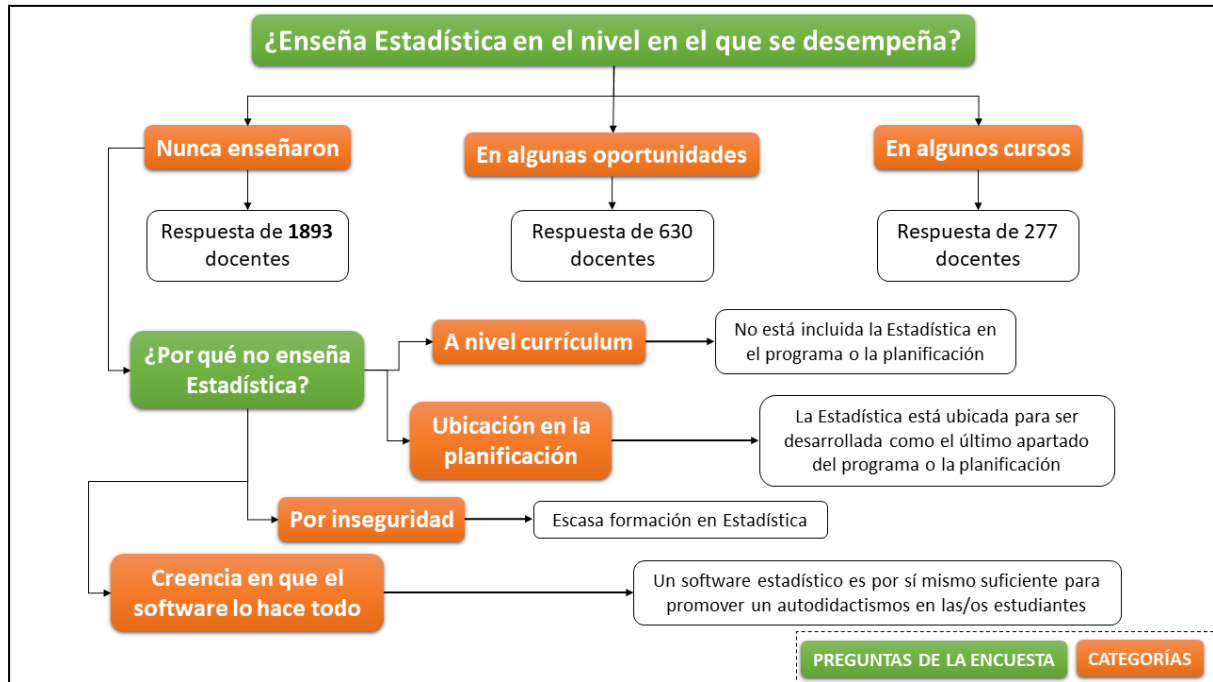


Figura 1. Esquema sintético de un fragmento de la presentación de Tauber en Educação Estatística GT 12 (Mayo 2022). Caminhos para o ICOTS 11.

En este breve panorama sobre la escasa enseñanza de la Estadística en la escuela secundaria, se advierte que el fenómeno se replica en diferentes países y reconoce causas semejantes. Cabe destacarse que, sin embargo, se implementan líneas de acción que tienden a revertir el fenómeno, como son los casos de RELIEE, capacitaciones, programas y cursos de formación, que comparten experiencias áulicas concretas con el fin de que la Estadística tenga mayor relevancia en la educación, en general, y en el nivel medio, en particular.

Toma de decisiones para la experiencia áulica

En la contextualización de la experiencia áulica se mencionó, entre otras cuestiones, que la implementación es en un cuarto año de una escuela de nivel secundario y su docente en Matemática tiene una relación fluida con el grupo de estudiantes. Bajo estas condiciones, es relevante conocer los fundamentos que sostienen a las cuatro decisiones centrales para la elaboración e implementación de la PDI:

- ♦ La elección de la Estadística: el eje está constituido por tres áreas que son la Estadística, la Probabilidad y la Combinatoria. En esta oferta se opta por la Estadística pues, desde una perspectiva sociocrítica, se considera que la misma tiene una gran presencia en medios masivos de comunicación cuando se comparte información de diferentes ámbitos (sociales, económicos, políticos, etc.) a los sujetos, debiendo estos ser capaces de discernir críticamente entre certezas y engaños y consecuentemente

tomar decisiones. También, desde una perspectiva interdisciplinaria, la Estadística es un potente nexo para realizar trabajos en problemáticas de otras disciplinas.

- ♦ El grupo de estudiantes al cual estuvo dirigida la PDI: se consideró prioritario que los estudiantes más próximos a finalizar sus estudios tengan, al menos, herramientas conceptuales y prácticas del estudio de la Estadística. La decisión de optar por cuarto año y no quinto año es que este último tiene un régimen de cursado y una estructura de contenidos ya estipulada por la propia institución, por lo que en un principio era complejo introducir una modificación a dicha estructura.
- ♦ La selección de contenidos estadísticos a ser enseñados: los contenidos elegidos en la PDI atienden a lo establecido en el DCJ para el Ciclo Básico. Si bien el grupo de estudiantes se enmarca en el Ciclo Orientado, frente a la ausencia de la enseñanza de contenidos estadísticos en la trayectoria escolar previa de los estudiantes es necesario un comienzo que emplee un nivel inicial de formalización. Asimismo, como elemento favorable está la posibilidad de intensificar el ritmo de enseñanza dadas las edades del grupo, que presupone una mejor posibilidad de internalización de nuevos conceptos que están pensados para sujetos que transitan los dos primeros años del nivel secundario.
- ♦ El docente responsable: en este caso es el propio especializando el encargado de implementar la PDI y los motivos se comprenden por dos puntos claves. Por un lado, la PDI está orientada a estudiantes del Ciclo Orientado y es el especializando el docente en Matemática para ese Ciclo en la escuela donde se realiza la experiencia áulica. Por otro lado, el mismo ha fortalecido su formación al transitar todos los espacios curriculares de la Especialización, que le brindaron mayor seguridad desde lo teórico, práctico y didáctico para concretar la implementación de la PDI.

En lo que respecta al Ciclo Básico sobre el eje de Estadística y Probabilidad, por un lado, en su fundamentación se alude a que:

Los recursos que se utilizan en los medios de comunicación para describir la información, tienen un gran sustento matemático y el ciudadano debe estar preparado para comprender lo que recibe y tomar decisiones a partir de ello. Al respecto, se pueden considerar las más variadas secciones de los diarios en las que se encuentran expresiones como valor medio, tendencia, estimación, azar, que pertenecen al dominio de la Estadística. Esta situación hace que el trabajo matemático con el diario sea muy importante, porque además de lo concerniente al razonamiento matemático, está la

cuestión ética de enseñar a los estudiantes a discriminar el modo en que se informa. Asimismo, es importante que los estudiantes releven la información o la busquen en bases de datos. Éste será el punto de partida para la formulación de preguntas o conjeturas acerca del problema a investigar. Aparece como necesario organizar la información en tablas y/o gráficos, mediados por las TIC, y a partir del análisis de los datos reunidos, seleccionar las medidas estadísticas que pueden ser más representativas. (MESF, 2014, p.53)

Los contenidos estadísticos a ser desarrollados en primer y segundo año del nivel secundario, de acuerdo al DCJ, se presentan en la Fig.2.



Figura 2. Contenidos para el eje Estadística y Probabilidad del DCJ. Fuente: Ministerio de Educación de la provincia de Santa Fe, 2014.

A4. Encuadre conceptual

Enfoque OntoSemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática

El Enfoque OntoSemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática⁹ (EOS) es un sistema teórico complejo que busca la articulación e integración entre las bases epistemológicas, onto-semióticas, cognitivas y antropológicas fundamentales de las teorías, los paradigmas y enfoques del campo de la Didáctica de la Matemática. En consecuencia, el

⁹ Página oficial <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/>

EOS resulta ser un extenso sistema que se subdivide en áreas (o subteorías) para la descripción, análisis y valoración de aspectos, entre los múltiples posibles, del tal campo.

El EOS surge a partir de dos problemas centrales que fueron el producto de una sistemática y exhaustiva revisión de las teorías sobre Didáctica de la Matemática. Por un lado, un problema epistemológico y, por otro, un problema cognitivo. El primero alude a dar respuesta a la pregunta “¿Qué es un objeto matemático?; o de manera equivalente, ¿Cuál es el significado de un objeto matemático [...] en un contexto o marco institucional determinado?” (Godino, 2017, 8m2s). El segundo problema es “¿Qué significa el objeto O para un sujeto en un momento y circunstancias dadas?” (Godino, 2017, 9m7s). Con base en los problemas planteados, a finales de los 90’, Godino y colaboradores de la Universidad de Granada comienzan con un trabajo que sienta las bases del EOS y posteriormente sostienen periódicamente la producción de conocimientos y teorías hasta la actualidad.

El trabajo de Godino y Batanero (1994) sienta las bases del EOS y en el desarrollo de dicha producción se elabora la Teoría de los Significados Sistémicos con aportes teóricos interesantes como, por ejemplo, *significados personales*, *significados institucionales*, *objeto (matemático)*, *prácticas matemáticas*, entre otros. El autor y la autora se posicionan en teorías pragmáticas para entender que el *significado* de un *objeto matemático* está en estrecha correspondencia con el contexto cultural, la temporalidad, los usos y las actividades de los sujetos que involucran al *objeto* para la resolución de problemas. Este posicionamiento implica que el *significado* de un *objeto* matemático no queda acotado solo a su definición como sí ocurriría en caso de adoptar los supuestos ontológicos de la Matemática con una visión platónica (D’Amore y Godino, 2007). En palabras de Godino y Batanero (1994), “los objetos matemáticos deben ser considerados como símbolos de unidades culturales, emergentes de un sistema de usos ligados a las actividades de resolución de problemas que realizan ciertos grupos de personas y que van evolucionando con el tiempo” (p.331).

En el trabajo de Godino y Batanero (1994) también se plantea la noción de *institución* como la de un grupo de personas que trabajan en un mismo campo de situaciones problemáticas, a su vez las prácticas significativas (operativas y discursivas) compartidas en el seno del grupo para ese campo de problemas constituyen un *sistema de prácticas institucionales*. El *objeto institucional* “es un emergente del sistema de prácticas sociales asociadas a un campo de problemas” (p.338). Entonces, el *significado institucional* “se define como un sistema de prácticas en el interior de una institución para resolver un campo de problemas” (Godino y

D'Amore, 2007, p.208). Para complementar a los conceptos anteriores se presenta la noción de *sistema de prácticas personales* asociada a un campo de situaciones problemas, la que está constituida por las prácticas operativas y discursivas que una persona realiza para la resolución de las situaciones problemáticas. En este caso el emergente del sistema es el *objeto personal* y, a su vez, ese sistema de prácticas establece el *significado personal*.

El *acoplamiento* (interacciones) entre los significados institucionales y significados personales es el interjuego en el que ocurren los procesos de enseñanza y aprendizaje. Cabe aclarar que este acoplamiento sucede en un contexto temporal, material y sociocultural (el trasfondo ecológico) que potencia o limita las interacciones entre los significados institucionales y los personales.

Godino (2018) denomina *instrucción matemática* a los procesos de enseñanza y aprendizaje que estén planificados, orientados y que tienen lugar en las clases de Matemática para estudiar algún contenido y las situaciones problemas que conciernen al mismo. En el acoplamiento entran en juego varios tipos de significados institucionales y significados personales.

Tipos de significado institucional (Pochulu, 2020, 20m20s):

- ♦ *Referencial*: es una selección adecuada, en función al contexto de los procesos de enseñanza, de situaciones problemas del sistema de prácticas de la institución matemática inherente al objeto en cuestión. Por ejemplo, la revisión de la literatura producida por los especialistas con respecto a un contenido matemático.
- ♦ *Pretendido*: es el sistema de prácticas planificado que es propuesto a los/as estudiantes en la instrucción matemática. Este sistema está plenamente ordenado y delimitado con respecto a la revisión del significado de referencia .
- ♦ *Implementado*: es el sistema de prácticas que concretamente sucede en las clases de Matemática con los/as estudiantes.
- ♦ *Evaluable*: es el sistema de prácticas que se elige para evaluar los aprendizajes de los/as estudiantes. Es una muestra del significado implementado.

Tipos de significado personal (Pochulu, 2020,24m30s):

- ♦ *Global*: es el sistema de prácticas personales completo que tiene un estudiante sobre un objeto matemático y que es capaz de manifestar. Por ejemplo, los conocimientos previos que expresan los/as estudiantes.

- ♦ *Declarado*: es el sistema de prácticas que manifiestan los/as estudiantes durante la enseñanza y el aprendizaje de un objeto matemático específico y el significado que le otorgan al mismo.
- ♦ *Logrado*: es el conjunto de cambios que modifica el sistema de prácticas personales de los/as estudiantes entre el que tenían al inicio de la instrucción matemática y la finalización de la misma.

En el marco de las interacciones entre los significados personales y los significados institucionales que son articulados por sistemas de prácticas operativas y discursivas, cabe establecer cuándo se puede decir que una persona conoce o comprende un objeto y en qué circunstancias se considera un error en el aprendizaje. Al respecto Godino y Batanero (1994) dicen que una persona conoce o comprende un objeto si existe un conjunto de prácticas personales consideradas apropiadas por la institución y “el resto de prácticas personales serían consideradas ‘erróneas’, desde el punto de vista de la institución” (p.342). A su vez D’Amore y Godino (2007) complementan la idea anterior al decir que una persona o institución sabe, conoce y comprende un objeto si puede establecer las relaciones de dependencias entre la expresión (significante) y el contenido (significado).

En el EOS también se han elaborado otras teorías tales como la Teoría de las Funciones semióticas, la Teoría de las Configuraciones didácticas (Pochulu, 2020, 8m 23s) y Teoría de la Idoneidad didáctica (Godino, Batanero, Burgos y Gea, 2021). Actualmente, continúa la producción de conocimiento dentro del EOS y también el desarrollo de sus áreas teóricas que son denominadas Sistemas de prácticas, Configuraciones didácticas, Trayectorias didácticas, Dimensión normativa e Idoneidad didáctica. Cada una de estas áreas permite examinar, describir y valorar distintos niveles de análisis didácticos sobre aspectos que conciernen a los procesos de enseñanza y aprendizaje de los contenidos matemáticos. En este trabajo se elige a la Idoneidad didáctica para describir, análisis y valoración de la PDI.

Idoneidad didáctica

El EOS cuenta con seis facetas para examinar, describir, analizar y valorar una instrucción matemática, las mismas son: la epistémica (relativa a los significados institucionales), la cognitiva (relativa a los significados personales), la afectiva (referida a las actitudes y emociones de los/as estudiantes), la interaccional (corresponde a las interacciones entre los/as

estudiantes y el/la docente), la mediacional (se relaciona con los recursos materiales y temporales) y la ecológica (asociada al contexto sociocultural y político).

La Idoneidad didáctica es un área teórica¹⁰ del EOS que permite valorar una instrucción matemática a partir de las seis facetas que ya fueron mencionadas. Cada faceta es asumida como una idoneidad (Fig.3), que a su vez posee sus propios componentes e indicadores. Además, existen otros componentes e indicadores que analizan las cruces entre las facetas para evitar la idea errónea de que las idoneidades son compartimentos estancos.

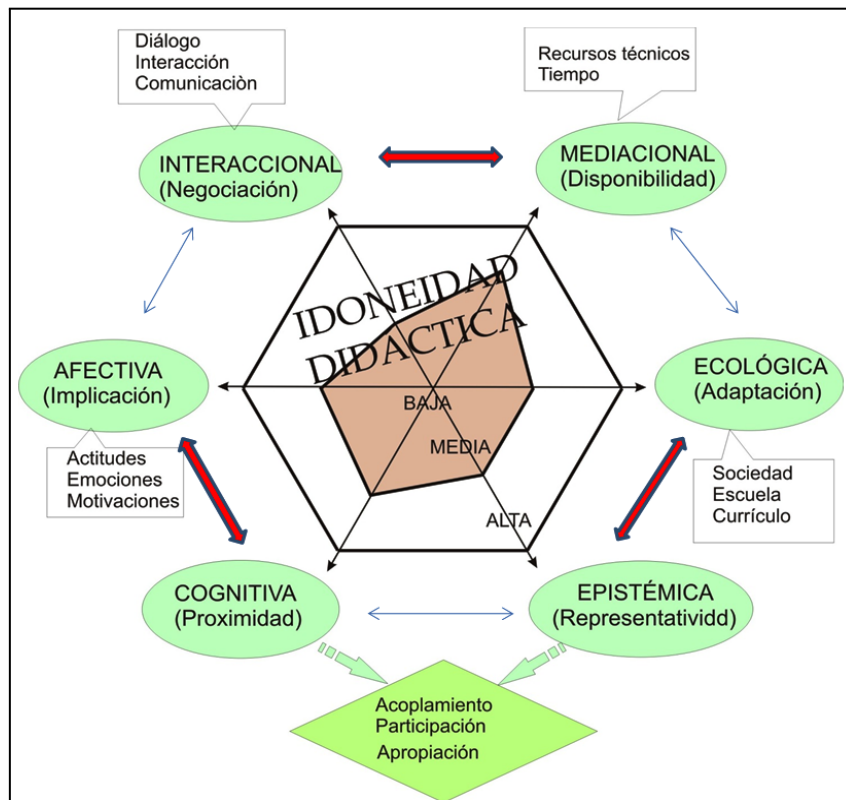


Figura 3. Facetas y componentes de la Idoneidad didáctica (Godino, 2013).

A continuación se describe cada una de las idoneidades que conforman a la Idoneidad didáctica y las interacciones entre las mismas.

a. Idoneidad epistémica

Este tipo de idoneidad analiza y valora la representatividad de los significados pretendidos e implementados con respecto a los significados de referencia. Los componentes de esta idoneidad son las situaciones problemas (muestra representativa, situaciones

¹⁰ La Idoneidad didáctica es una herramienta del EOS para valorar una instrucción matemática. En un reciente trabajo de Godino, Batanero, Burgos y Gea (2021) se proponen la Teoría de la Idoneidad didáctica como una teoría nexo entre la investigación teórica y las prácticas de enseñanza.

contextualizadas, ejercitación y aplicación), los lenguajes (diferentes registros semióticos, uso adecuado del lenguaje y vocabulario específico para la audiencia), las reglas (definiciones, proposiciones y procedimientos bien definidos y enunciados), los argumentos (explicaciones, justificaciones y demostraciones apropiadas al nivel educativo) y las relaciones (conexiones entre los objetos matemáticos y los significados de los mismos).

b. Idoneidad cognitiva

Este tipo de idoneidad analiza y valora los significados pretendidos/implementados que se encuentren en la zona potencial de los/as estudiantes y la proximidad a sus significados personales logrados con respecto a los primeros significados mencionados. Los componentes son los conocimientos previos (conocimientos necesarios para el estudio de un contenido, lo pretendido debe tener una dificultad manejable), las adaptaciones curriculares (adecuación del currículum para garantizar el acceso y logro de todos/as los/as estudiantes) y los aprendizajes (evaluación de la apropiación de los contenidos y formas de comunicación).

c. Idoneidad afectiva

Este tipo de idoneidad analiza y valora el grado de compromiso del grupo de estudiantes con respecto a lo que se estudia. Entran en juego el interés, la motivación y la historia escolar de cada estudiante. Los componentes establecidos para esta idoneidad son los intereses y necesidades (situaciones y tareas de interés para el estudiantado, valoración para la vida cotidiana y profesional), las actitudes (participación, responsabilidad y compromiso) y las emociones (promover la autoestima en los/as estudiantes).

d. Idoneidad interaccional

“Es el grado en que los modos de interacción permiten identificar y resolver conflictos de significado, favorecen la autonomía en el aprendizaje y el desarrollo de competencias comunicativas” (Godino, 2013, p.122). Se trata de las interacciones entre los sujetos, la identificación de conflictos semióticos potenciales y la resolución de los que ocurren en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Los componentes son la interacción docente-estudiantes (presentación del tema, resolución de conflictos, recursos argumentativos, inclusión de toda la audiencia), estudiante-estudiante (favorecer el diálogo entre pares, generar debates), la autonomía (responsabilidad del/la estudiante para con el

propio estudio) y la evaluación formativa (es una evaluación sistemática del progreso cognitivo de los/as estudiantes).

e. Idoneidad mediacional

Este tipo de idoneidad analiza y valora la disponibilidad de los recursos materiales y temporales para la instrucción matemática. Los componentes resultan ser los recursos materiales (manipulativos, tecnológicos digitales/informáticos), cantidad de estudiantes, horarios y condiciones materiales del aula (un número razonable de estudiantes, horarios de clases adecuados y el aula tiene las condiciones apropiadas para desarrollar la clase) y el tiempo (gestión del tiempo para el desarrollo de los contenidos y sus dificultades).

f. Idoneidad ecológica

Este tipo de idoneidad analiza y valora si la instrucción matemática está en correspondencia con el proyecto educativo de la institución escolar y las demandas de las políticas educativas curriculares y sociales. Para esta última idoneidad sus componentes son la adaptación del currículum (coherencia entre lo pretendido, implementado y evaluado con la planificación y las políticas educativas), la apertura hacia la innovación didáctica (incorporar significativamente tecnologías de la información y la comunicación), la adaptación socio-profesional y cultural (aportes a la formación social y –futuro– profesional), la educación en valores (formación en el pensamiento crítico y valores democráticos) y las conexiones intra e interdisciplinarias (relación del contenido con otros de la misma Matemática y con otros campos disciplinares).

g. Interacción entre las facetas

Las seis facetas no son compartimentos estancos, sino que interaccionan entre sí. Godino (2013) menciona las siguientes interacciones:

- ♦ Epistémica – ecológica: “el currículum propone el estudio de problemas de ámbitos variados como la escuela, la vida cotidiana y el trabajo” (p.127).
- ♦ Epistémica – cognitiva – afectiva: los contenidos desarrollados son de interés para los/as estudiantes, los/as mismos/as son capaces de afrontar los desafíos y dificultades, se los/as estimula para reflexionar y promover procesos de metacognición. Los instrumentos de evaluación seleccionados recuperan una muestra representativa de los aprendizajes.

- ♦ Epistémica – cognitiva – mediacional: el uso de los recursos tecnológicos favorece la enseñanza, el aprendizaje, la motivación y la interacción entre los sujetos.
- ♦ Cognitiva – afectiva – interaccional: las explicaciones y argumentos matemáticos de los/as estudiantes están bien fundamentados y superan las descripciones de procedimientos.
- ♦ Instruccional¹¹ – ecológica (papel del/la docente y su formación): “el profesor es comprensivo y dedicado a sus estudiantes” (p.127). Tiene un amplio dominio de la Matemática para su enseñanza y actualiza habitualmente sus conocimientos didácticos-matemáticos.

Godino (2013) dice que el tiempo es un factor determinante para la enseñanza y el aprendizaje, lo que invita a considerar lo temporal como componente de la Idoneidad didáctica. Tal es así que el autor menciona que se debe considerar las relaciones entre la idoneidad temporal (que está contenida en la idoneidad mediacional) y las otras idoneidades:

- ♦ Temporal – epistémico: el tiempo para el desarrollo de un contenido se distribuye ponderadamente en función a sus significados.
- ♦ Temporal – cognitivo: se considera el desarrollo evolutivo de los/as estudiantes para establecer los objetivos.
- ♦ Temporal – instruccional: es la gestión del tiempo en la instrucción para recorrer el abanico de aprendizajes (exploración, comunicación, etc.) y su desarrollo.
- ♦ Temporal – ecológico: el tiempo destinado en la planificación para la instrucción es adecuado para alcanzar los aprendizajes pretendidos del contenido.

¹¹ Si bien no se mencionó como una de las facetas de la Idoneidad didáctica, sí se considera que lo instruccional está contenido en la misma y es un elemento que se relaciona con las idoneidades.

B. La práctica áulica

B1. El material de estudio

Para llevar adelante la PDI se diseña un material de estudio que es una producción situada de acuerdo al contexto que el docente ya conoce tanto de la institución como del grupo de estudiantes de cuarto año. En otras palabras, y metafóricamente, es el diseño de un *traje hecho a medida*. Este material es titulado *Capítulo 2: Estadística*, porque es la segunda unidad didáctica de acuerdo a la planificación anual del docente para dicho curso.

Durante la elaboración del material de estudio se consulta sistemáticamente al DCJ para: delimitar los contenidos que van a ser enseñados, elegir una metodología didáctica para el abordaje de dichos contenidos, establecer vinculaciones extramatemáticas de los contenidos estadísticos, procurar el ejercicio de los estudiantes en realizar un análisis crítico de las informaciones circulantes de conjuntos de datos que describen diferentes aspectos de la realidad e incorporar tecnologías de la información y comunicación. Esa lectura del DCJ es acompañada con una revisión de varios libros de texto que el docente utiliza habitualmente, por considerarlos conceptualmente sólidos y didácticamente adecuados. En dicha revisión se analiza: cuáles son los contenidos estadísticos abordados, en qué orden se los presenta, qué ejemplos son propuestos, cuál es el grado de profundidad en que son trabajados a nivel teórico, qué tipo de ejercicios acompaña al desarrollo teórico y, globalmente, cuál es la intencionalidad didáctica de las propuestas editoriales sobre la Estadística. Los libros de textos consultados se presentan en la Tabla 1.

El material de estudio es sometido a sucesivas y sistemáticas revisiones que constan de: mejorar la redacción con énfasis en el desarrollo conceptual de los contenidos, presentar las fundamentaciones con aproximaciones constructivistas en pos de una mejor comprensión significativa para el estudiante, la selección adecuada de ejemplos asociados al contexto escolar y social, o al menos posibles de recrear imaginariamente, por parte de los estudiantes y la ampliación de ejercicios con contextos artificiales y reales para abarcar un mayor espectro de incidencia de la Estadística. En cada instancia de revisión se robustece la PDI.

Tabla 1. Listado de los libros de texto consultados para la elaboración del material de estudio.

Editorial	Título del libro de texto	Año
Anaya	Matemáticas 1. Bachillerato	1991
	Matemática 8. Serie Vértices	1999
Kapelusz	Matemática 7. Serie Vértices	2000
	Matemática 9. Serie Vértices	2000
	Matemática 7	2005
PEARSON Addison Wesley	Matemática: razonamiento y aplicaciones (décima edición)	2006
	Matemática 7: Estadística y Probabilidad	2003
Puerto de Palos	Matemática 1: fotoactivados	2013
	Matemática 2: fotoactivados	2013
	Matemática 3: fotoactivados	2013
Santillana	Matemática 7	1997
	Matemática I (Polimodal)	1999
UNR	Fundamentos de Estadística: problemas aplicados a la Química y a la Biología (tercera edición)	2012

Dos aspectos de interés que incluye este material, que marcan una distinción de las propuestas editoriales revisadas, son el uso de un software (Excel) y el análisis crítico de gráficos estadísticos tan popularizados en los medios de comunicación y redes sociales. El primero tiene el fin de contar con herramientas operativas para agilizar el tratamiento de cuestiones que involucran a la Estadística y sus conceptos (por ejemplo, medidas de tendencia central). Con respecto al análisis crítico de gráficos estadísticos procura proporcionar a los estudiantes algunos elementos conceptuales para el análisis crítico de gráficos estadísticos que permitan discriminar entre los que (a priori) representan fielmente la información obtenida y los que tienen algunos errores (distorsiones). Además, en la medida de lo posible, también intuir si hubo una intencionalidad para cometer esos errores (manipulación).

Luego de todo el proceso de elaboración y revisión, se confecciona esta tabla de contenidos (Fig.4). El mismo equivale al índice del *Capítulo 2: Estadística*.

Índice general

2. Estadística	2
2.1. Variables y tipos	3
2.2. Organización y tabulación	5
2.2.1. Frecuencias	12
2.3. Gráficos estadísticos	14
2.3.1. Gráfico de columnas o barras	15
2.3.2. Gráfico de sectores circulares o diagrama circular	17
2.3.3. Construcción de gráficos estadísticos en Excel	21
2.4. Medidas de tendencia central	24
2.4.1. Medidas de tendencia central y Excel	30
2.5. Gráficos y distorsiones	32
2.5.1. Distorsiones estadística	32
2.5.2. Gráficos estadísticos, ¿distorsionados o manipulados?	33

Figura 4. Índice del material de estudio para los estudiantes.

En las próximas páginas se presenta el material de estudio para los estudiantes.

Capítulo 2

Estadística

La Estadística es un área de la Matemática que permite el estudio de múltiples aspectos de diversas Ciencias. En términos generales, la Estadística se subdivide en

- ◆ *Estadística Descriptiva*: se ocupa de la recolección, organización y análisis de datos para obtener determinadas características de una situación. La recolección de los datos puede darse, por ejemplo, a través de extracciones de informaciones parciales de la realidad, o bien empleando encuestas como es el caso de los censos poblacionales de un país. La organización de los datos se realiza, generalmente, por medio de tablas y gráficos para sintetizarlos, entenderlos y dar paso a los primeros análisis, extracciones de resultados y toma de decisiones.
- ◆ *Estadística Inferencial*: es la encargada de una interpretación crítica de los resultados que se obtienen del procesamiento de los datos y que se encausa en la elaboración de conclusiones, tendencias y proyecciones que también contribuyen a la toma de decisiones con respecto a la situación inicial.

En lo que respecta a este curso, el estudio estará enfocado en la Estadística Descriptiva.

Población y muestra

Población y muestra

Cuando se quiere realizar un estudio estadístico sobre algún tema en particular, por ejemplo, las opiniones de un grupo de personas sobre algún acontecimiento o se quiere observar alguna característica en particular de un conjunto de objetos, se puede analizar al conjunto completo de personas u objetos o bien a una parte de dicho conjunto.

Si el estudio estadístico se realiza sobre el total de personas u objetos, entonces dicho estudio se aplica sobre una *población*. En cambio, cuando el estudio se realiza analizando a una parte de la población, se dice que está enfocado en una *muestra* de la población.



	Definición	Ejemplo
Población	Es el conjunto total de personas, animales, plantas u otro tipo de objetos que se pretende estudiar estadísticamente	Los graduados de un colegio de Rosario de los años 2017 a 2021.
Muestra	Es una parte de la población. Generalmente, se toman muestras que puedan representar de manera significativa a la población.	La muestra se conforma por 75 graduados, que fueron elegidos aleatoriamente 15 egresados por cada año.

2.1. Variables y tipos

☞ Variable estadística

Se define *variable estadística* o simplemente *variable* a una característica o cualidad que se desea estudiar de una población o muestra.

☞ Tipos de variables estadísticas

Los tipos de variables se van a distinguir por el registro que se haga en la recolección de los datos: numérico o cualidades. Si la variable estadística se registra a través de cualidades/categorías/particularidades como, por ejemplo, nombres, nacionalidades, ocupación profesional, marca preferida de algún producto, colores, etc. dicha variable se dice que es del tipo *cualitativa*. En cambio, si la variable estadística se registra con números racionales como, por ejemplo, dinero ganado por un trabajo, tiempo de espera en un consultorio, nota numérica de un examen, etc., se dice que es una variable *cuantitativa*.

☞ Variables aleatorias discretas y continuas

Entre las variable cuantitativas, se distinguen

- ◆ Variable cuantitativa *discreta*: es cuando los números que se utilizan para registrar los datos son enteros. Por ejemplo, cantidad de personas que entran a un local, cantidad de llamadas en un día (en un lapso de tiempo), cantidad de hijos, etc.
- ◆ Variable cuantitativa *continua*: es cuando se necesita ampliar el conjunto de los números enteros para registrar los datos. Por ejemplo, peso (77,5 kg), altura (1,65 m), distancia (11,23 km), tiempo^a (2,10 horas), entre otros casos.

^aEl tiempo puede ser una variable cuantitativa continua si se consideran horas, minutos y segundos simultáneamente.

◆ Ejemplo

Variable estadística	Cualitativa	Cuantitativa
La edad en años de los empleados de una empresa.		X
Cantidad de hijos de las familias de cierto barrio.		X
Buscador de Internet más utilizado.	X	
Modelo de auto más vendido en el 2021.	X	
Peso de cada uno de los jugadores de un equipo.		X
Película más vista en el mes de febrero	X	

☞ Ejercicio 1

Indique para cada variable si es cualitativa o cuantitativa.

Variable estadística	Cualitativa	Cuantitativa
Altura de una persona.		
Color de pelo.		
Edad solo en años cumplidos.		
Cantidad de hijos.		
Candidato a elecciones presidenciales.		
Tiempo transcurrido en la parada de colectivo.		
Tipo de frutas.		

 **Ejercicio 2**

Una empresa de programación de juegos para computadora quiere crear un nuevo producto. Para ello, realiza una encuesta entre los usuarios, de entre 12 y 20 años registrados en su sitio web, para saber qué tipo de juegos prefieren. Entre las opciones están los juegos de acción, de estrategias, de cartas, de búsqueda y de carreras. La encuesta fue respondida por 125 usuarios de entre 12 y 14 años, 132 chicos de entre 15 y 17 años y 93 jóvenes de entre 18 y 20 años.

- ¿Cuál es la población a la que estará destinado el juego?, ¿cuántas personas tiene la muestra elegida?
- Proponer un ejemplo de una muestra que no sea representativa y explicar por qué no lo sería.
- ¿Cuál es la variable estadística en estudio? Clasificarla.

 **Ejercicio 3**

Escribir un ejemplo de variable cualitativa y un ejemplo de variable cuantitativa que puedan ser analizadas en las siguientes poblaciones. Luego, proponer una muestra para cada población.

- El grupo de 32 estudiantes de 1er año de una escuela de Funes.
- El personal de una empresa de construcción, que cuenta con 105 empleados.
- Los productos vendidos en 45 locales de venta de ropa del barrio Echesortu de la ciudad de Rosario.

2.2. Organización y tabulación

Una vez que ha sido obtenido el conjunto de datos recolectados, se prosigue mediante una sistematización de los mismos. Esto último hace referencia a organizar el conjunto de datos de manera tal que pueda visualizarse sintéticamente la globalidad de ellos, facilitándose su análisis para extraer conclusiones y posteriormente tomar decisiones.

Una de las formas sistemáticas de organizar un conjunto de datos es su tabulación, es decir, la creación de una tabla, con filas y columnas, donde serán volcados aspectos particulares de la variable en estudio.

◆ **Ejemplo**

- ◆ Variable estadística: calificaciones numéricas.

Se quiere estudiar las calificaciones del primer examen trimestral obtenidas por los estudiantes de 1er año de un colegio de Rosario en el año 2015.

- ◆ Población: estudiantes de un curso.

Como se quiere conocer únicamente las notas de un curso en particular, entonces dicho curso se considera como la población para este estudio estadístico.

2.2. ORGANIZACIÓN Y TABULACIÓN

CAPÍTULO 2. ESTADÍSTICA

◆ Recopilación de los datos.

A continuación, se presentan las notas obtenidas por todos los estudiantes del curso ya mencionado.

8 4 7 5 9 5 10 8 9 4
4 10 8 6 8 10 8 7 6 7

◆ Tabulación de los datos.

Se comienza confeccionando una tabla. En la primera columna figuran los datos y en la segunda la cantidad de veces que se repite cada dato.

Calificaciones	Cantidad de Repeticiones
1	0
2	0
3	0
4	3
5	2
6	2
7	3
8	5
9	2
10	3

También es posible confeccionar la tabla de manera horizontal. En este caso, la primera fila indica los datos y la segunda contiene la cantidad de veces que se repite cada dato.

Calificaciones	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cantidad de repeticiones	0	0	0	3	2	2	3	5	2	3

➔ Observación

Cuando en alguna fila (o columna, si la tabla está en forma horizontal) no hay datos, por ejemplo, las columnas 1, 2 y 3, esas pueden ser eliminadas de la tabulación ya que no aportarán más información.

2.2. ORGANIZACIÓN Y TABULACIÓN

CAPÍTULO 2. ESTADÍSTICA

◆ Adaptación de la tabla.

Calificaciones	Cantidad de Repeticiones
4	3
5	2
6	2
7	3
8	5
9	2
10	3

➔ Observación

Para verificar que en la tabla se volcaron todos los datos, basta sumar las cantidades de veces que se repiten los datos y comprobar que dicha suma coincide con el total de datos.

Calificaciones	Cantidad de Repeticiones
4	3
5	2
6	2
7	3
8	5
9	2
10	3
Total	20

◆ Interpretación de las repeticiones.

En ocasiones se busca comprender en otro sentido a la repetición que tiene cada dato. Para ello, se construye otra columna que contiene nuevos valores que se obtienen del cociente

$$\frac{\text{Cantidad de repeticiones de un dato}}{\text{Cantidad total de datos}}$$

7

2.2. ORGANIZACIÓN Y TABULACIÓN

CAPÍTULO 2. ESTADÍSTICA

Calificaciones	Cantidad de Repeticiones	Repeticiones/Total
4	3	$\frac{3}{20}$
5	2	$\frac{2}{20}$
6	2	$\frac{2}{20}$
7	3	$\frac{3}{20}$
8	5	$\frac{5}{20}$
9	2	$\frac{2}{20}$
10	3	$\frac{3}{20}$
Total	20	1

Algunas consideraciones que se desprenden de la tercera columna.

- (a) Permite interpretar a los datos con otro sentido, pues muestra la proporción que tiene un dato con respecto al total, por ejemplo, se puede decir que 5 de 20 estudiantes obtuvieron 8 como calificación.

- (b) La suma de todos los valores siempre es 1. En efecto

$$\frac{3}{20} + \frac{2}{20} + \frac{2}{20} + \frac{3}{20} + \frac{5}{20} + \frac{2}{20} + \frac{3}{20} = \frac{3+2+2+3+5+2+3}{20} = \frac{20}{20} = 1$$

- (c) También, si se quiere, es posible trabajar con las representaciones decimales de las fracciones.

Calificaciones	Cantidad de Repeticiones	Repeticiones/Total
4	3	$\frac{3}{20} = 0,15$
5	2	$\frac{2}{20} = 0,10$
6	2	$\frac{2}{20} = 0,10$
7	3	$\frac{3}{20} = 0,15$
8	5	$\frac{5}{20} = 0,25$
9	2	$\frac{2}{20} = 0,10$
10	3	$\frac{3}{20} = 0,15$
Total	20	1

➔ **Observación**

Algunas cuestiones con respecto al ítem (c).

- (I) Frente a la pregunta *¿con cuántos decimales se debe trabajar?*, a modo de acordar algún criterio para responder a la pregunta, se considera escribir los dos primeros decimales¹.
- (II) En ocasiones sucede que las fracciones que se forman pueden tener una representación decimal periódica no nula. En caso que suceda esto último, se usan las técnicas de redondeo o truncamiento de manera tal que exista una compensación entre los valores. Se puede verificar ese equilibrio si se suman todos los números decimales de la tercera columna, cuyo resultado debe ser igual 1.

Por ejemplo, en un contexto similar sobre calificaciones de un curso, se tiene la siguiente tabla.

Calificaciones	Cantidad de Repeticiones	Repeticiones/Total
4	1	$\frac{1}{15}$
5	3	$\frac{3}{15}$
6	4	$\frac{4}{15}$
7	2	$\frac{2}{15}$
8	1	$\frac{2}{15}$
9	2	$\frac{3}{15}$
Total	15	1

Si se quiere trabajar con la representación decimal de las fracciones sucede que hay cuatro fracciones con representaciones decimales periódicas no nulas.

$$\begin{array}{lll} \frac{1}{15} = 0,0\widehat{6} & \frac{4}{15} = 0,2\widehat{6} & \frac{2}{15} = 0,1\widehat{3} \\ \frac{3}{15} = 0,20 & \frac{2}{15} = 0,1\widehat{3} & \frac{3}{15} = 0,20 \end{array}$$

Entonces, se aplica la técnica de redondeo como compensación entre los valores.

En efecto,

☞ En lugar de $0,0\widehat{6}$ se considera $0,07$.

☞ En lugar de $0,2\widehat{6}$ se considera $0,27$

☞ En lugar de $0,1\widehat{3}$ se considera $0,13$

¹Cabe aclarar que no es un criterio unificado, en otros contextos se pueden optar por otros acuerdos.

2.2. ORGANIZACIÓN Y TABULACIÓN

CAPÍTULO 2. ESTADÍSTICA

Calificaciones	Cantidad de Repeticiones	Repeticiones/Total
4	1	0,07
5	3	0,20
6	4	0,27
7	2	0,13
8	1	0,13
9	2	0,20
Total	15	1

◆ Porcentajes.

Es común que en los trabajos estadísticos se hable de porcentajes y, en función de los valores obtenidos, se concluyan nuevos resultados. Para construir una columna de porcentajes solo basta multiplicar por 100 a cada valor decimal de la columna Repeticiones/Total.

Calificaciones	Cantidad de Repeticiones	Repeticiones/Total	Porcentajes
4	3	$\frac{3}{20} = 0,15$	15
5	2	$\frac{2}{20} = 0,10$	10
6	2	$\frac{2}{20} = 0,10$	10
7	3	$\frac{3}{20} = 0,15$	15
8	5	$\frac{5}{20} = 0,25$	25
9	2	$\frac{2}{20} = 0,10$	10
10	3	$\frac{3}{20} = 0,15$	15
Total	20	1	100

La columna de porcentajes permite interpretar de otra forma a la recopilación de los datos. Por ejemplo, un 35% de los estudiantes obtuvo una nota no mayor a 6. O bien, un 25% obtuvo una calificación entre 9 y 10.

✎ **Ejercicio 4**

Durante una mañana en un bar, se encuestan a 60 personas que desayunan y se les pregunta sobre qué bebidas calientes están tomando en ese momento. Las respuestas fueron: 18 estaban tomando mate cocido, 12 bebiendo té, 8 dijeron té con leche, 15 eran amantes del café por las mañanas y 7 eligieron café con leche.

2.2. ORGANIZACIÓN Y TABULACIÓN

CAPÍTULO 2. ESTADÍSTICA

- ¿Qué tipo de variable estadística se está estudiando? Justificar.
- Construir una tabla que tenga las siguientes columnas: Cantidad de repeticiones; Repeticiones/total; Porcentajes.
- ¿Cuál es la bebida que la mayoría de los consumidores prefirió?
- ¿Qué porcentaje de personas prefirieron solo café por las mañanas sobre el total de encuestados?

 **Ejercicio 5**

En un pueblo se ha realizado un censo a 30 hogares, faltando algunos otros. Dentro de los ítems del cuestionario, se preguntó por la cantidad de individuos que conviven en el domicilio habitualmente. Las respuestas obtenidas han sido las siguientes:

4 4 1 3 5 4 2 4 1 6 2 1 8 3 5
2 3 4 5 5 6 2 3 3 2 3 4 7 2 3

- ¿Qué tipo de variable estadística se está estudiando? Justificar.
- Construir una tabla que tenga las siguientes columnas: Cantidad de repeticiones; Repeticiones/Total; Porcentajes.
- ¿Qué porcentaje de los 30 hogares cesados viven lo sumo^{II} 4 personas?

 **Ejercicio 6**

Se presenta una tabla sobre las calificaciones obtenidas en Geografía de un curso y la cantidad de estudiantes que obtuvieron dichas notas.

Calificaciones	1	2	3	5	6	10
Cantidad de repeticiones	1	3	2	4	5	2

- ¿Qué tipo de variable estadística se está estudiando? Justificar.
- Construir una tabla que tenga las siguientes columnas: Cantidad de repeticiones; Repeticiones/total; Porcentajes.
- ¿Cuántos estudiantes hay en el curso?
- ¿Qué significa que no aparezcan las calificaciones 4, 7, 8 y 9?
- ¿Qué porcentaje representa la cantidad de estudiantes que obtuvieron al menos^{III} una nota de 7?

^{II}La expresión *a lo sumo* indica que esa cantidad es lo máximo posible, contando desde los valores anteriores.

^{III}La expresión *al menos* indica que esa cantidad es la mínima a considerar y que se deben tener en cuenta los valores mayores a dicha cantidad.


 **Ejercicio 7**

En base a la tabla que fue confeccionada anteriormente sobre las calificaciones que obtuvieron los estudiantes de 1er año, responder las siguientes preguntas.

- ¿Cuál fue la calificación más baja?, ¿cuántos estudiantes obtuvieron dicha calificación?
- ¿Cuál fue la calificación más alta?, ¿cuántos estudiantes obtuvieron dicha calificación?
- ¿Qué porcentaje de estudiantes se sacó una calificación mayor 6?
- ¿Algún estudiante tuvo una calificación menor que 4?
- ¿Cuál fue la calificación que más se repitió entre los estudiantes?
- ¿Cuál fue el promedio de notas del grupo de alumnos de 1er año?

2.2.1. Frecuencias

Ahora se renombrarán aspectos que ya se estuvieron trabajando, porque esas son las denominaciones propias de esta área: la Estadística.

 **Frecuencias de un dato**

En la confección de una tabla, cada dato presenta

- ♦ una cantidad de repeticiones, que se denomina *frecuencia absoluta* y se simboliza f_a ;
- ♦ un valor que se obtiene del cociente entre su frecuencia absoluta y el total de datos, que se define como *frecuencia relativa* y se simboliza f_r ;
- ♦ un porcentaje que es interpretación de la frecuencia relativa, recibe el nombre de *frecuencia relativa porcentual* y se simboliza $f_r\%$.

Entonces la tabulación del ejemplo de las calificaciones de los estudiantes de 1er año del 2015, que se muestra a continuación, adoptaría con estas nuevas denominaciones el formato de la tabla subsiguiente.


Calificaciones	Cantidad de Repeticiones	Repeticiones/Total	Porcentajes
4	3	$\frac{3}{20} = 0,15$	15
5	2	$\frac{2}{20} = 0,10$	10
6	2	$\frac{2}{20} = 0,10$	10

2.2. ORGANIZACIÓN Y TABULACIÓN

CAPÍTULO 2. ESTADÍSTICA

Calificaciones	Cantidad de Repeticiones	Repeticiones/Total	Porcentajes
7	3	$\frac{3}{20} = 0,15$	15
8	5	$\frac{5}{20} = 0,25$	25
9	2	$\frac{2}{20} = 0,10$	10
10	3	$\frac{3}{20} = 0,15$	15
Total	20	1	100

Calificaciones	f_a	f_r	$f_r \%$
4	3	$\frac{3}{20} = 0,15$	15
5	2	$\frac{2}{20} = 0,10$	10
6	2	$\frac{2}{20} = 0,10$	10
7	3	$\frac{3}{20} = 0,15$	15
8	5	$\frac{5}{20} = 0,25$	25
9	2	$\frac{2}{20} = 0,10$	10
10	3	$\frac{3}{20} = 0,15$	15
Total	20	1	100

 Ejercicio 8

- Completar los casilleros en blanco de las siguientes tablas.
- ¿Qué tipo de variable se estudia en cada tabla?, ¿por qué?

Colores	f_a	f_r	$f_r \%$
Blanco	70		
Verde		0.15	
Celeste			16
Rojo	55		
Negro	13		
Total	200	1	100

N° de hijos	f_a	f_r	$f_r \%$
0	12	12/120	10
1	30		
2	60		
3	12		
4	6		
Total	120	1	100

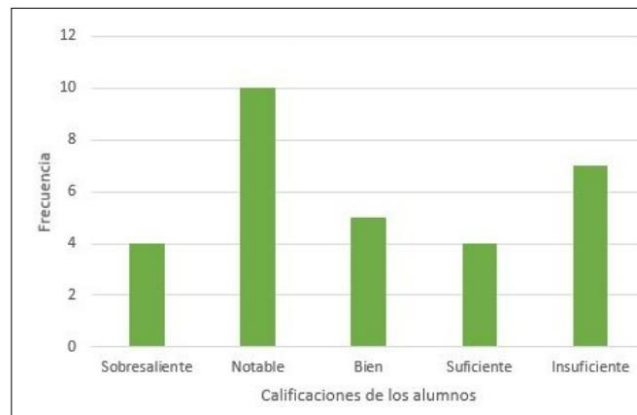
2.3. Gráficos estadísticos

Los gráficos son medios popularizados y, a menudo, los más convenientes para presentar un conjunto de datos. Se emplean para tener una representación visual de la totalidad de la información. Los gráficos estadísticos presentan a este conjunto con cierta intencionalidad para que el lector pueda percibir fácilmente los aspectos más relevantes y compararlos con otros.

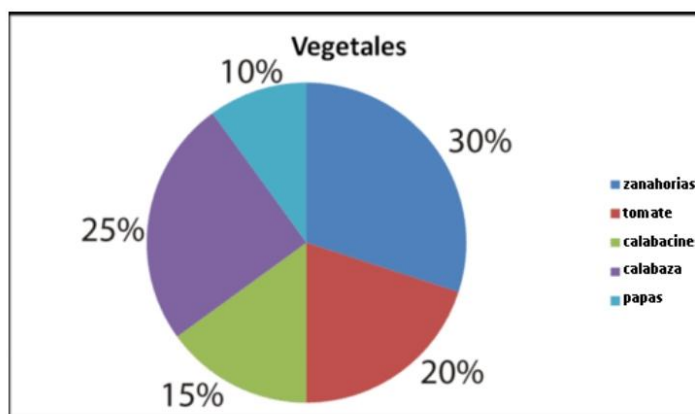
Existen distintos tipos de gráficos estadísticos que se emplean para enfatizar o destacar resultados importantes arrojados del estudio estadístico, por ejemplo, pictogramas, polígonos de frecuencias, histogramas, gráficos de columnas, gráfico de bastones, gráficos circulares, entre otros.

Al haber una gran variedad, este curso solo se enfocará en dos de ellos:

- ◆ Gráfico de columnas, también conocido como diagrama de barras.



- ◆ Gráfico de sectores, también conocido como diagrama circular.



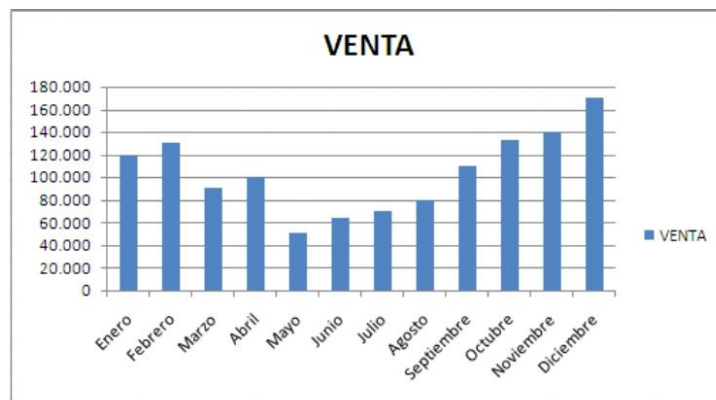
2.3.1. Gráfico de columnas o barras

Gráfico de columnas o barras

Un *diagrama de barras*, *gráfico de barras* o *gráfico de columnas* es una forma de representar un conjunto de datos mediante un sistema de ejes cartesianos en el que aparecen rectángulos.

En un gráfico de columnas los datos se ubican en el eje x (o eje de las abscisas) y las frecuencias absolutas/relativas/relativas porcentuales en eje y (o eje de las ordenadas). Se dibuja un rectángulo sobre cada dato y su altura queda determinada por la frecuencia con la que se esté trabajando. Los rectángulos deben tener bases de igual medida, pero evitando que sean contiguos o superpuestos, por lo que debe haber una separación fija entre los mismos.

Este tipo de gráfico puede emplearse tanto para variables cuantitativas, como cualitativas.



Ejercicio 9

En cada caso, construir un gráfico de columnas atendiendo a la frecuencia que se explicita.

- Para el ejercicio 4, el gráfico debe contemplar las frecuencias absolutas.
- Para el ejercicio 5, para las frecuencias relativas porcentuales.
- El número de consultas a un dentista, por parte de un grupo de pacientes, en el último año.

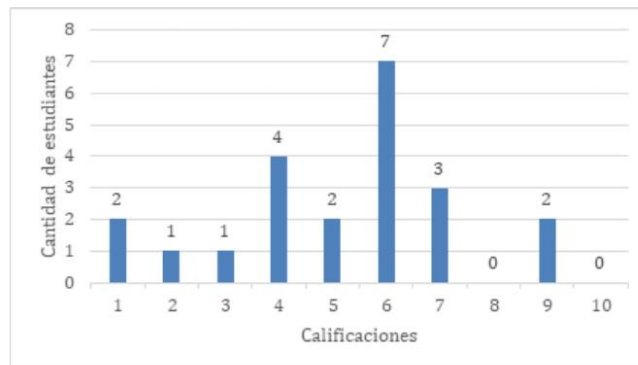
Número de consultas	0	1	2	3	4	5	6
f_r	0.3	0.35	0.2	0.05	0.02	0.02	0.15

2.3. GRÁFICOS ESTADÍSTICOS


CAPÍTULO 2. ESTADÍSTICA

 **Ejercicio 10**

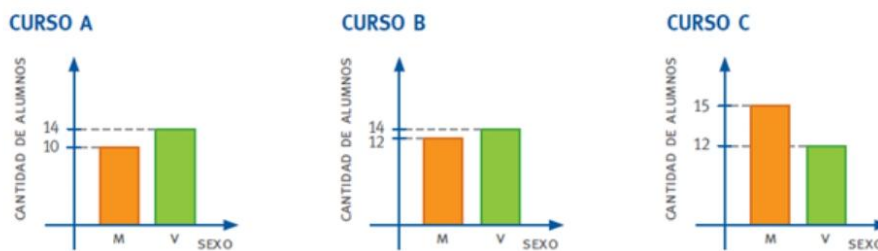
El siguiente gráfico muestra las notas obtenidas por un grupo de estudiantes en un examen de Matemática:



- ¿Cuántos estudiantes hicieron el examen?
- ¿Cuál es la calificación que más se repitió?
- ¿Qué porcentaje representa a los estudiantes que obtuvieron una nota entre 6 y 10, incluidas ambas calificaciones?
- ¿Cuál es el promedio de las calificaciones de ese curso?

 **Ejercicio 11**

Los gráficos muestran la cantidad de alumnos distribuidos por varones y mujeres en cada curso que hay en el último año.



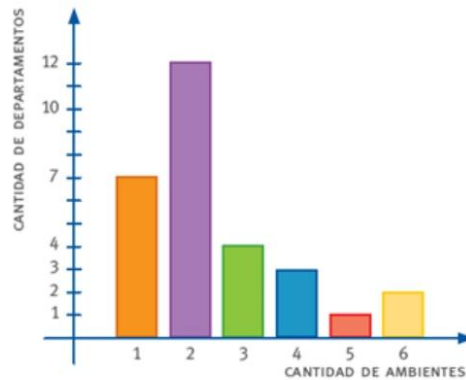
- ¿Cuántas mujeres hay en cada curso?
- ¿En qué curso hay menor diferencia entre la cantidad de varones y de mujeres?
- Entre los tres cursos, ¿cuántos varones hay?, ¿y cuántos alumnos hay en total?

2.3. GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

CAPÍTULO 2. ESTADÍSTICA

 Ejercicio 12

El siguiente gráfico muestra la cantidad de publicaciones de viviendas (en venta) según la cantidad de ambientes, de una página de anuncios clasificados.



- ¿Cuántos departamentos se publicaron en total?
- ¿Qué porcentaje de los departamentos es de tres ambientes?
- ¿Qué porcentaje de los departamentos tiene como mínimo tres ambientes?
- ¿Cuántos departamentos tienen como máximo dos ambientes?

2.3.2. Gráfico de sectores circulares o diagrama circular

 Gráfico de sectores circulares

Un *gráfico de sectores circulares*, *gráfico de torta* o *diagrama circular* es otra manera de representar un conjunto de datos, visualmente diferente al gráfico de columnas. En efecto, para este gráfico no se requiere un sistema de ejes cartesianos, sino que se caracteriza por la división de un círculo en sectores circulares, cada uno de los cuales representa un valor de la frecuencia absoluta/relativa/relativa porcentual de cada dato.

Los sectores circulares quedan determinados por ángulos centrales. A su vez, cada uno de estos últimos mantiene una correspondencia proporcional con la frecuencia absoluta/relativa/relativa porcentual de cada dato sobre el total de estos.

☞ Gráfico de sectores circulares

Para determinar el ángulo central de cada sector circular, que se corresponde a la frecuencia de un dato, se puede plantear en términos de proporciones

$$\frac{\text{Frecuencia}}{\text{Total de datos}} = \frac{\text{Ángulo central}}{360^\circ}$$

U otra opción, es por medio de una regla de tres simple

$$\begin{array}{l} \text{Total de datos} \quad \text{---} \quad \quad \quad 360^\circ \\ \\ \text{Frecuencia} \quad \quad \quad \text{---} \quad \quad \quad \text{Ángulo central} = \frac{360^\circ \cdot \text{Frecuencia}}{\text{Total de datos}} \end{array}$$

◆ Ejemplo

En una góndola de un supermercado se registra las marcas de aceite de 1,5 litro y la cantidad de botellas hay de cada una. La información está compilada en la siguiente tabla.

Marcas	A	B	C	D	E
f_a	3	4	3	3	2

Determinar el ángulo central para cada uno de los sectores circulares que representan a las marcas A y B.

☞ Resolución

Para averiguar los ángulos centrales se necesita saber la cantidad total de datos.

El total de datos es $3 + 4 + 3 + 3 + 2 = 15$.

- ◆ El ángulo central que corresponde al sector circular que representa al dato A, usando regla de tres simple, es

$$\begin{array}{l} 15 \quad \text{---} \quad \quad \quad 360^\circ \\ \\ 3 \quad \quad \quad \text{---} \quad \quad \quad \text{Ángulo central} = \frac{3 \cdot 360^\circ}{15} = 72^\circ \end{array}$$

- ◆ El ángulo central que corresponde al sector circular que representa al dato B, como proporción, es

$$\frac{4}{15} = \frac{\text{Ángulo central}}{360^\circ} \Rightarrow \text{Ángulo central} = \frac{4}{15} \cdot 360^\circ = 96^\circ$$

🔗 Ejercicio 13


En base a la información de ejemplo anterior, se pide

- Calcular los restantes ángulos centrales.

2.3. GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

CAPÍTULO 2. ESTADÍSTICA

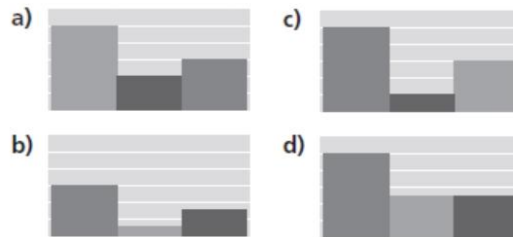
- b. Esbozar un gráfico de sectores circulares, utilizando las amplitudes de los ángulos centrales determinados anteriormente.


 **Ejercicio 14**

Sea el siguiente diagrama circular.



Determinar y justificar cuál de estos gráficos representa lo mismo que el diagrama anterior.



 **Ejercicio 15**

Una encuesta realizada entre los estudiantes de Plástica reveló que para 8 de 25 alumnos el color preferido es rojo.

- a. Marcar con una X cuál es el gráfico que representa esta situación. La zona roja representa a esos 8 alumnos.



- b. Responder y justificar: ¿Qué porcentaje de estudiantes prefiere el color rojo entre los 25 alumnos?

2.3. GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

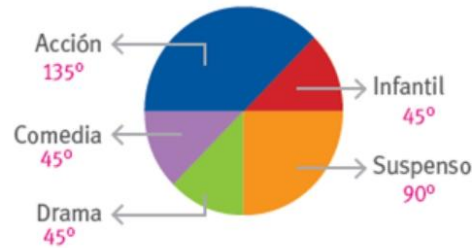
CAPÍTULO 2. ESTADÍSTICA

Ejercicio 16

El siguiente gráfico muestra los géneros de las películas vistas por 240 personas en un complejo de cines. También aparecen las medidas de los ángulos centrales correspondientes a cada género.

En base al gráfico, responder:

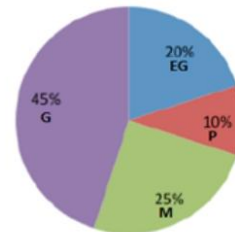
- ¿Cuál es la variable? Clasificarla.
- ¿Qué porcentaje de personas vio una película de suspenso?
- ¿Qué tipo de película prefiere la mayoría de las 240 personas?, ¿y cuántas personas eligen ese tipo de película?
- ¿Cuántas personas vieron una película infantil?
- ¿Podría decir que existe un promedio de los datos?, ¿por qué?



Ejercicio 17

Una empresa alimenticia debe reponer mamelucos de trabajo para todos los empleados dedicados a un sector de la producción. Para saber los talles que deben comprar, hizo un relevamiento de datos, teniendo en cuenta que las medidas disponibles son: EG (Extra Grande), G (Grande), M (Mediano) y P (Pequeño). El relevamiento se aplicó a todos los empleados de dicho sector y los resultados obtenidos se presentan en el siguiente gráfico circular.

- Si se sabe que 48 personas usan talle EG, ¿cuántas personas utilizan el talle G?, ¿y el talle P?
- ¿Cuántos empleados hay en el sector donde se recolectaron los datos?
- ¿Cuál es el tipo de variable estadística?
- ¿Qué talle tiene la mayoría de los empleados?
- ¿Se puede calcular el promedio en este caso? En caso afirmativo, explicitar su valor. En caso contrario, justificar por qué no se puede calcular.

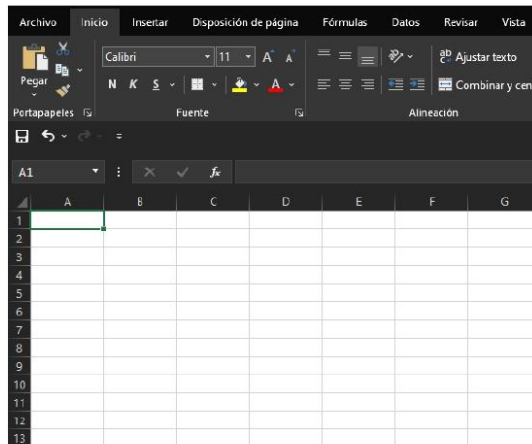


2.3. GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

CAPÍTULO 2. ESTADÍSTICA

2.3.3. Construcción de gráficos estadísticos en Excel

Un software muy práctico para realizar tablas, gráficos estadísticos y más funciones de Estadística es Excel.



¿Cómo se utiliza?

Retomando el ejemplo de las calificaciones de 1er año (2015), se va a hacer un gráfico que represente las frecuencias absolutas.

Pasos a seguir para graficar en Excel

- (1) Primero hay que escribir los datos y sus frecuencias. Para indicarle al programa que distinga datos y frecuencias basta con dejar un rectángulo en blanco, como aparece en esta imagen.

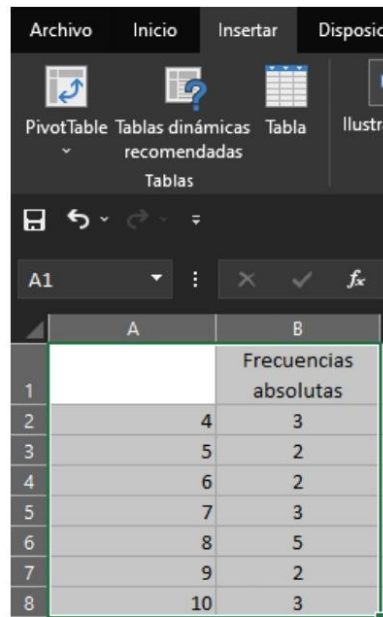
	A	B
1		Frecuencias absolutas
2	4	3
3	5	2
4	6	2
5	7	3
6	8	5
7	9	2
8	10	3

La segunda columna sí tiene especificado **Frecuencias absolutas**.

Aclaración: En caso que se esté trabajando con otro tipo de frecuencias, la segunda columna recibe el nombre de dichas frecuencias.

Pasos a seguir para graficar en Excel

(2) Se seleccionan las dos columnas y se hace click en la pestaña **Insertar**.



Pasos a seguir para graficar en Excel

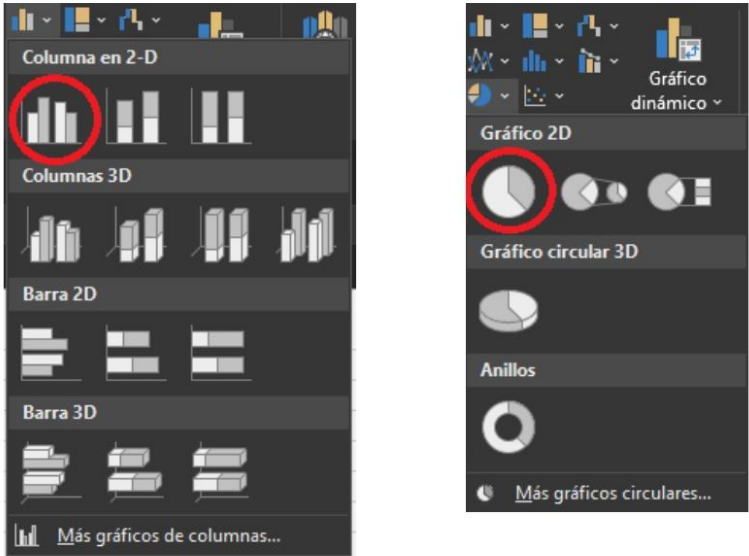
(3) En esta pestaña hay un espacio destinado a los gráficos.



Tal como dice una de las opciones, el software brinda una recomendación del gráfico más idóneo (que el sistema considera) para la información proporcionada por el usuario.

Pasos a seguir para graficar en Excel

(4) Para elegir alguno de los gráficos estudiados en este curso, se consideran las siguientes opciones.



The image shows two screenshots of the Microsoft Excel ribbon, specifically the 'Insert' tab. The left screenshot displays the 'Columnas' (Columns) group, where the 'Columna en 2-D' (2-D Column) option is highlighted with a red circle. Below it are 'Columnas 3D', 'Barra 2D', and 'Barra 3D'. The right screenshot displays the 'Gráfico' (Chart) group, where the 'Gráfico 2D' (2-D Chart) option is highlighted with a red circle. Below it are 'Gráfico circular 3D', 'Anillos', and 'Más gráficos circulares...'. Both screenshots show various chart icons and a 'Gráfico dinámico' (Dynamic Chart) button.

➔ **Observación**

Cabe aclarar que es interesante examinar los diferentes gráficos que brinda Excel, en un principio a nivel exploratorio y luego pensar cuándo un gráfico es más apropiado respecto de otro y por qué. Esta tarea de indagación queda a consideración de cada estudiante.

Ejercicio 18

Según datos del Ministerio de Educación de España (2000), los porcentajes del alumnado extranjero matriculado en escuelas españolas, clasificados por la zona de procedencia, son los siguientes.

Europa: 38 %	África: 27 %	América del Sur: 18 %
Asia: 9 %	América Central: 5 %	América del Norte: 3 %

- Utilizar Excel para construir un diagrama de sectores que represente las frecuencias relativas porcentuales.
- ¿En qué proporción están los inmigrantes africanos escolarizados respecto a los asiáticos?
- ¿Superan los inmigrantes americanos a los africanos?

Ejercicio 19

Se ha lanzado 20 veces un dado y estos son los resultados que se han obtenido al mirar la cara superior.

5	4	1	1	2	6	4	2	5	4
1	2	6	6	2	4	3	2	4	4

- Utilizar Excel para construir una tabla con las frecuencias absolutas y realizar un diagrama de barras que represente la información de la tabla.
- ¿En qué porcentaje de tiradas ha salido un 2?
- ¿Cuántos resultados son mayores o iguales a 3?

Ejercicio 20

Se ha realizado una encuesta a 600 chicos y chicas, que asisten a un polideportivo, sobre su deporte preferido, dándose a escoger entre los que figuran en un formulario.

Se han obtenido los siguientes porcentajes: fútbol 40%; atletismo 18%; basketball 12%; natación 26%; y ciclismo 4%.

- Utilizar Excel para construir una tabla con las frecuencias relativas porcentuales y realizar digrama circular que represente la información de la tabla.
- ¿Se puede calcular el promedio? En caso afirmativo, explicitar su valor. En caso contrario, explicar por qué.
- ¿Cuál es el deporte más elegido?, ¿por qué?

2.4. Medidas de tendencia central

La confección de una tabla posibilita observar cómo se comporta globalmente un conjunto de datos. No obstante existen otras cuantificaciones que informan de manera sintética aspectos generales de ellos. Estas se conocen como *medidas de tendencia central*.

En este curso solo se abordarán tres medidas de tendencia central: media, moda y mediana. Retomando el ejemplo de las calificaciones, estas medidas de tendencia central se obtendrán al dar respuesta a cada una de las siguientes tres preguntas:

- ¿Cuál es promedio de las calificaciones?
- ¿Cuál es la nota que más se repitió?
- Si las calificaciones se ordenan de menor a mayor, ¿existe algún valor que divida al grupo de calificaciones en dos subgrupos que tengan la misma cantidad de notas?

2.4. MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

CAPÍTULO 2. ESTADÍSTICA

Calificaciones

8 4 7 5 9 5 10 8 9 4
 4 10 8 6 8 10 8 7 6 7

Tabulación

Calificaciones	f_a	f_r	$f_r \%$
4	3	$\frac{3}{20} = 0,15$	15
5	2	$\frac{2}{20} = 0,10$	10
6	2	$\frac{2}{20} = 0,10$	10
7	3	$\frac{3}{20} = 0,15$	15
8	5	$\frac{5}{20} = 0,25$	25
9	2	$\frac{2}{20} = 0,10$	10
10	3	$\frac{3}{20} = 0,15$	15
Total	20	1	100

- a. Para dar una respuesta a la pregunta “¿Cuál es promedio de las calificaciones?”, una manera rudimentaria de calcular un promedio es sumar todas las calificaciones y, a dicha suma, dividirla por el total de datos.

$$\frac{8 + 4 + 7 + 5 + 9 + 5 + 10 + 8 + 9 + 4 + 4 + 10 + 8 + 6 + 8 + 10 + 8 + 7 + 6 + 7}{20} = \frac{143}{20}$$

Al efectuar las cuentas se obtiene que el promedio de las notas del curso es $\frac{143}{20} = 7,15$.

►► **Observación**

Existe otra forma de calcular el promedio sin la necesidad de escribir exhaustivamente todas las calificaciones. Podría decirse que esta forma distinta de calcular el promedio se sintetiza en una “fórmula”, por lo que ahora se mostrará cómo se llega a la misma.

Retomando la forma rudimentaria con todas las notas.

$$\frac{8 + 4 + 7 + 5 + 9 + 5 + 10 + 8 + 9 + 4 + 4 + 10 + 8 + 6 + 8 + 10 + 8 + 7 + 6 + 7}{20}$$

Ahora se ordenan los números de menor a mayor repitiendo los números los casos que sea necesario.

$$\frac{4 + 4 + 4 + 5 + 5 + 6 + 6 + 7 + 7 + 7 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 9 + 9 + 10 + 10 + 10}{20}$$

25

2.4. MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

CAPÍTULO 2. ESTADÍSTICA

En los casos que los números se repitan se reescriben en términos de multiplicación, por ejemplo $4 + 4 + 4 = 4 \cdot 3$.

$$\frac{4 \cdot 3 + 5 \cdot 2 + 6 \cdot 6 + 7 \cdot 3 + 8 \cdot 5 + 9 \cdot 2 + 10 \cdot 3}{20}$$

Entonces, se puede decir que en el numerador es la sumatoria de cada dato por su frecuencia.

$$\frac{\underbrace{4}_{\text{dato}} \cdot \underbrace{3}_{f_a} + \underbrace{5}_{\text{dato}} \cdot \underbrace{2}_{f_a} + \underbrace{6}_{\text{dato}} \cdot \underbrace{6}_{f_a} + \underbrace{7}_{\text{dato}} \cdot \underbrace{3}_{f_a} + \underbrace{8}_{\text{dato}} \cdot \underbrace{5}_{f_a} + \underbrace{9}_{\text{dato}} \cdot \underbrace{2}_{f_a} + \underbrace{10}_{\text{dato}} \cdot \underbrace{3}_{f_a}}{\underbrace{20}_{\text{total de datos}}}$$

Lo anterior se puede expresar de manera general como

$$\frac{\sum (\text{dato} \times f_a)}{\text{total de datos}}$$

\sum es el símbolo de sumatoria.

Coloquialmente significa: el numerador es la sumatoria de cada multiplicación entre el dato numérico y su frecuencia absoluta. Luego, a esa suma, se la divide por el total de datos.

$$\frac{\sum (\text{dato} \times f_a)}{\text{total de datos}} = \frac{4 \cdot 3 + 5 \cdot 2 + 6 \cdot 2 + 7 \cdot 3 + 8 \cdot 5 + 9 \cdot 2 + 10 \cdot 3}{20} = \frac{143}{20} = 7,15$$

Media

En un estudio estadístico, al promedio también se lo denomina *media aritmética* (o simplemente *media*), *valor esperado* o *esperanza matemática* y se simboliza \bar{x} . Es el valor característico para una variable cuantitativa. Puede ocurrir que la media no coincida con ninguno de los datos en tratamiento.

- b. Para responder “¿Cuál es la nota que más se repitió?”, solo basta con mirar la tabla en búsqueda del (o los) dato(s) con la mayor frecuencia, sea absoluta, relativa o relativa porcentual.

Calificaciones	f_a	f_r	$f_r \%$
4	3	$\frac{3}{20} = 0,15$	15
5	2	$\frac{2}{20} = 0,10$	10
6	2	$\frac{2}{20} = 0,10$	10

Calificaciones	f_a	f_r	$f_r \%$
7	3	$\frac{3}{20} = 0,15$	15
8	5	$\frac{5}{20} = 0,25$	25
9	2	$\frac{2}{20} = 0,10$	10
10	3	$\frac{3}{20} = 0,15$	15
Total	20	1	100

Rta: la nota que más se repite es el 8.

Moda

Cuando uno (o más datos) tiene(n) la mayor frecuencia absoluta y, por ende, también la mayor frecuencia relativa y relativa porcentual, se lo(s) llama(n) *moda* al dato (o los datos) y se lo simboliza m_o .

► Observación

Si todos los datos tienen la misma frecuencia absoluta/relativa/relativa porcentual, entonces no existe la moda.

- c. Antes de responder a la pregunta “Si las calificaciones se ordenan de menor a mayor, ¿existe algún valor que divida al grupo de calificaciones en dos subgrupos que tengan la misma cantidad de notas?”, se analizarán dos casos con poca cantidad de datos y luego se volverá a la pregunta.

◆ Caso 1

El grupo de datos es: 5 7 9 2 5 6 8

Luego, se ordenan de menor a mayor.

2 5 5 6 7 8 9

Entonces, como hay una cantidad IMPAR de datos el valor que los divide en dos subgrupos con la misma cantidad es, en este caso, el dato 6. En efecto,

$\underbrace{2\ 5\ 5}_{\text{subgrupo 1}}\ 6\ \underbrace{7\ 8\ 9}_{\text{subgrupo 2}}$

Si la cantidad de datos es IMPAR y los datos se ordenan de menor a mayor entonces el valor que divide en dos subgrupos a los datos, con la misma cantidad, recibe el nombre de *valor central*.

$\underbrace{2\ 5\ 5}_{\text{subgrupo 1}}\ \overbrace{6}^{\text{valor central}}\ \underbrace{7\ 8\ 9}_{\text{subgrupo 2}}$

2.4. MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

CAPÍTULO 2. ESTADÍSTICA

◆ Caso 2

El grupo de datos es: 10 1 8 12 3 3 5 8

Luego, se ordenan de menor a mayor.

1 3 3 5 8 8 10 12

Ahora hay una cantidad PAR de datos, entonces se va a decir que hay *dos valores centrales* que están en la "mitad" de la lista, para este grupo de datos ordenados son 5 y 8.

1 3 3 $\underbrace{5 \ 8}$ 8 10 12
valores centrales

En este caso, se considera como valor que divide en dos subgrupos a los datos, con la misma cantidad, al promedio de los valores centrales.

$$\frac{5 + 8}{2} = \frac{13}{2} = 6,5$$

1 3 3 $\underbrace{5 \ 8}$ 8 10 12
6,5

Retomando la pregunta original sobre las calificaciones, a estas se las ordenan de menor a mayor.

4 4 4 5 5 6 6 7 7 7 8 8 8 8 8 9 9 10 10 10

Como hay 20 datos, un número PAR, se deben buscar los valores centrales y hacer el promedio de los mismos.

4 4 4 5 5 6 6 7 7 $\underbrace{7 \ 8}$ 8 8 8 8 9 9 10 10 10
valores centrales

Entonces, el valor que divide en dos subgrupos a los datos, con la misma cantidad, es

$$\frac{7 + 8}{2} = \frac{15}{2} = 7,5$$

Mediana

Cuando se trabaja con un grupo de datos de una variable cuantitativa, el valor que los divide en dos subgrupos con la misma cantidad recibe el nombre de *mediana*. Puede ocurrir que la mediana no coincida con ninguno de los datos en tratamiento.

►► **Observación**

Por la definición de mediana se puede concluir que no existe mediana cuando la variable es cualitativa.

➔ **Mediana**

Cuestiones a tener en cuenta para el cálculo de la mediana.

- (1) Ordenar los datos de menor a mayor.
- (2) Si el número de datos es *impar*, la mediana es el valor central (el que se encuentra en la mitad de la lista).
- (3) Si el número de datos es *par*, la mediana es el promedio de los valores centrales (se encuentran en la mitad de la lista).

➔ **Observación**

Cada una de estas medidas de tendencia central tiene una interpretación de acuerdo al contexto que se esté trabajando. Siempre se tiene que tener en cuenta qué indicios revela cada una de estas medidas.

📎 **Ejercicio 21**

Calcular la media, moda y mediana para cada uno de los siguientes conjuntos de datos.

- a. 32 – 29 – 42 – 34 – 34 – 40 – 28
- b. 28 – 30 – 28 – 28 – 28 – 28 -29 – 35 – 29 – 30
- c. 36 – 38 – 40 – 38 – 38 – 38 – 42 – 38 – 36 – 42 – 36 – 36 – 38

📎 **Ejercicio 22**

Una empresa dedicada a la fabricación de artículos para el hogar entrevistó a un grupo de personas para ocupar un puesto vacante de vendedor. La tabla muestra cuántas horas extras pueden dedicarle al trabajo las personas entrevistadas.

Horas extras semanales	5	10	15	20	25
Cantidad de empleados	4	2	3	4	1

- a. ¿Qué cantidad de horas extras semanales dijo que podía la mayoría de los entrevistados?
- b. ¿Cuál es el valor de la mediana?, ¿cuáles son los subgrupos que determina la mediana?
- c. En función de los subgrupos que determina la mediana y sabiendo que la empresa remunera una hora extra con \$1200 ¿cuánta sería la diferencia en gasto de horas extras semanales para la empresa si contratara a los entrevistados de un subgrupo en comparación del otro?
- d. Si la empresa quiere contratar a cuatro de los entrevistados de manera tal que maximice la cantidad de horas extra semanales, pero que el gasto en pagos de horas extras semanales no supere \$50000 (una hora extra se paga \$1200) ¿cómo podría lograrlo? ¿existe una única opción?

2.4. MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

CAPÍTULO 2. ESTADÍSTICA

Ejercicio 23

Para comparar dos genotipos de soja (A y B) se sembraron 50 parcelas de terreno con uno de ellos y otras 50 con el otro. En ambos casos la cantidad de semillas sembradas, las condiciones de luz solar, riego, nutrientes y temperatura fueron constantes. Al cabo de 15 días se contó el número de plantas germinadas por parcela. Los resultados fueron:

Genotipo A	N° de plantas germinadas	0	1	2	3	4	5
	f_a	3	5	6	12	14	10
Genotipo B	N° de plantas germinadas	0	1	2	3	4	5
	f_a	4	12	14	10	6	4

- Determinar el valor esperado de número de plantas germinadas y la moda para cada grupo de datos.
- En base a la información de las tablas y de las medidas del ítem a., ¿cuál sería el genotipo de soja que tiene más posibilidades de ser comprado por un agricultor?

Ejercicio 24

Un estudiante universitario debe rendir en uno de sus cursos 6 prácticas, un examen parcial y un examen final. El siguiente cuadro muestra las notas de sus 6 prácticas (P_i) y de su examen parcial:

P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	Examen parcial	Examen final
11	13	15	14	10	9	16	x

La nota final del curso se obtiene asignando ciertos pesos al promedio de las prácticas, examen parcial y examen final, siendo estos pesos 40%, 30% y 30%, respectivamente. Este tipo de promedio recibe el nombre de *Promedio ponderado*.

Hallar la nota mínima que debe obtener el alumno en el examen final para que la nota final del curso sea, por lo menos, de 15 y no se admita redondeo en ninguna de las notas.

2.4.1. Medidas de tendencia central y Excel

En Excel existen múltiples funciones, entre ellas para el cálculo de la media, mediana y moda para un grupo de datos.

Para comprender cómo utilizar las funciones de Excel que permiten calcular las medidas de tendencia central es necesario mirar los siguientes videos

- ◆ [Video 1](#)
- ◆ [Video 2](#)


Para el lector *QR*

Video 1



Video 2



 Ejercicio 25

En Villa de la Paz se realizó una maratón. Se confeccionó una tabla con los datos de 14 participantes y el tiempo que tardaron en llegar a la meta.


Participante	Edad	Profesión	Sexo	Tiempo
1	15	Estudiante	F	15 min
2	21	Estudiante	F	20 min
3	32	Comerciante	M	18 min
4	45	Comerciante	M	26 min
5	33	Operario	M	31 min
6	32	Estudiante	M	16 min
7	20	Empleado	M	18 min
8	21	Estudiante	F	25 min
9	15	Estudiante	F	24 min
10	15	Estudiante	M	31 min
11	32	Empleado	M	15 min
12	20	Operario	M	31 min
13	32	Comerciante	F	25 min
14	32	Comerciante	M	30 min

- Determinar la moda para las variables *Edad*, *Profesión* y *Tiempo* de los 14 participantes.
- ¿Cuál fue el tiempo promedio de los 14 participantes?

- c. Considerar dos grupos de los 14 participantes conformados por intervalos de edades
- ◆ Un grupo conformado por los menores o iguales a 21 años.
 - ◆ El otro por los mayores a 21 años.

En base al tiempo promedio y la moda de la variable *Tiempo*, ¿qué grupo parece que tuvo mejor desempeño? Justificar la respuesta adecuadamente.

- d. Entre las 14 personas que participaron, ¿cuál fue la moda de la variable *Profesión* y la mediana de la variable *Tiempo* para las corredoras?, ¿y para los participantes?

 **Ejercicio 26**

Un exceso de la ingestión de nitratos y nitritos puede causar metahemoglobinemia^{IV}, habiéndose estudiado además posibles efectos cancerígenos. La OMS recomienda valores no mayores a 50 mg/L de nitrito en agua para consumo. En una estación de tratamiento de agua potable se midió la concentración de nitritos en 21 muestras de agua de río. Los resultados se presentan a continuación (mg/L):

0.40 0.41 0.40 0.40 0.41 0.41 0.37 0.41 0.42 0.43 0.43
0.41 0.42 0.43 0.43 0.42 0.41 0.42 0.37 0.40 0.37

- a. Realizar una tabla en Excel y determinar las medidas de tendencia central.
b. Continuando con Excel, elaborar un gráfico que represente el conjunto de datos.

2.5. Gráficos y distorsiones

2.5.1. Distorsiones estadística

"Hay tres tipos de mentiras: mentiras, malditas mentiras y estadísticas"^V

Los medios de comunicaciones, televisión, radio, streaming, redes sociales, etc., proporcionan un gran volumen de información que está basado en datos extraídos de investigaciones científicas, informes gubernamentales o de empresas. Estos datos se representan de forma gráfica, como son los gráficos estadísticos, con la finalidad de transmitir de manera inmediata una lectura e interpretación de un conjunto de datos. Sin embargo, los gráficos pueden tener errores, intencionales o no, que influyen en la opinión pública sobre los hechos que acontecen.

^{IV}Es un trastorno sanguíneo en el cual se produce una cantidad anormal de metahemoglobina. La hemoglobina es la proteína en los glóbulos rojos que transporta y distribuye el oxígeno al cuerpo. La metahemoglobina es una forma de hemoglobina. Los síntomas de la metahemoglobinemia incluyen dolor de cabeza, mareo, cansancio, falta de aliento, náuseas, vómitos, latidos cardíacos rápidos, pérdida de coordinación muscular y piel de color azul.

^VFrase popularizada por el escritor Mark Twain (1835-1910) en Estados Unidos. Es una frase que describe el poder persuasivo de los números, particularmente el uso de estadísticas para reforzar argumentos débiles.

2.5.2. Gráficos estadísticos, ¿distorsionados o manipulados?

- (1) Un caso en España^{VI}. El programa de TVE *El debate de la 1* publicó un gráfico sobre el descenso del desempleo del año 2012 a 2014.



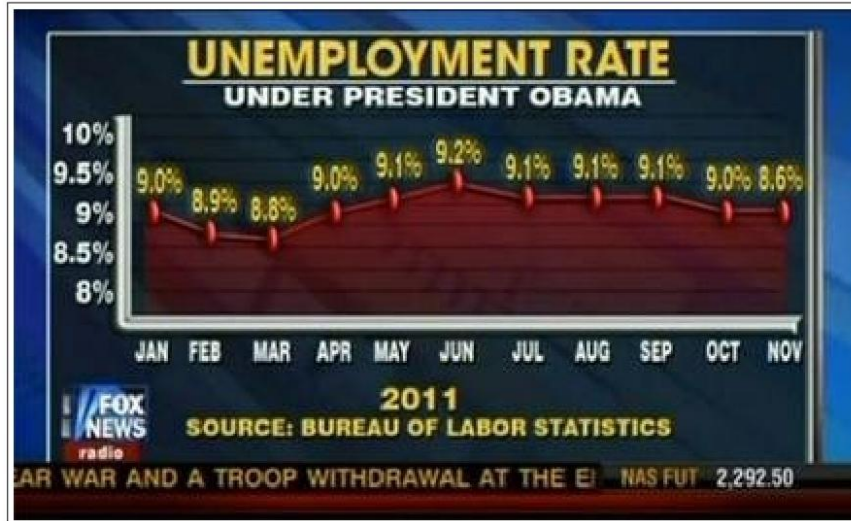
- (2) Un caso en Venezuela^{VII}. Se comparte los resultados de las elecciones presidenciales en Venezuela del año 2013.



- (3) Un caso en Estados Unidos. La tasa de desempleo durante el año 2011, bajo la presidencia de Obama.

^{VI}Imagen extraído de https://verne.elpais.com/verne/2015/01/23/articulo/1422014607_223837.html

^{VII}Imagen extraído de https://verne.elpais.com/verne/2015/01/23/articulo/1422014607_223837.html



Gráficos estadísticos distorsionados

La finalidad de un gráfico es transmitir sintéticamente un conjunto de datos, para lograr una ágil lectura e interpretación de los mismos. Sin embargo, si el gráfico está distorsionado, con o sin intención, el lector que lo visualiza podría quedarse con una percepción errónea de lo que está tratando de analizar.

La distorsión de un gráfico puede producirse por varios motivos como, por ejemplo: ausencia de una escala para algún eje, una escala no proporcional para uno de los ejes o que suceda para ambos, para el eje vertical se utiliza una escala que no comienza en 0, entre otros.

Manipulación en Estadística

La manipulación parte de datos verídicos que son analizados, graficados o interpretados incorrectamente para que parezca que los datos permiten concluir algo cuando, en realidad, estos no apoyan dicha conclusión. Los gráficos que son distorsionados con cierta intencionalidad es un ejemplo de manipulación.

Tener conocimientos básicos de Estadística y Probabilidad ayuda a detectar los intentos de manipulación, aunque dicha detección es mejor cuando, en la medida de lo posible, se tiene suficiente información sobre el tipo de datos de partida y el análisis realizado.

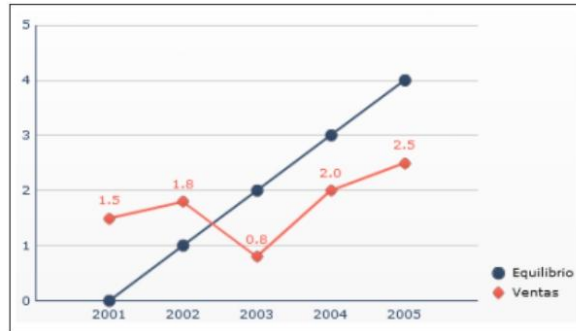
Ejercicio 27

Observar atentamente los gráficos anteriores para responder las siguientes preguntas.

- ¿Qué interpretaría cualquier lector a simple vista en cada gráfico?
- Al menos un gráfico está distorsionado o manipulado, ¿cuál o cuáles? Justificar.

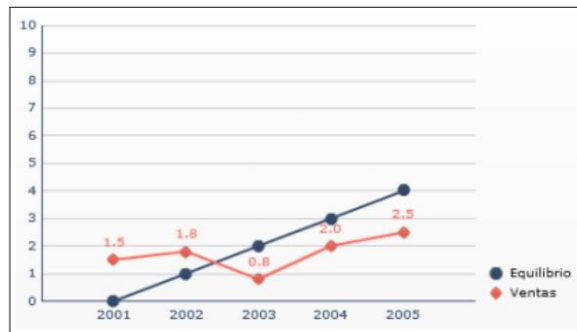
Un ejemplo de distorsionar un gráfico

Se presenta una gráfica de mercado, donde se muestra una tendencia de equilibrio de mercado y las ventas efectuadas en los años 2001 a 2005.

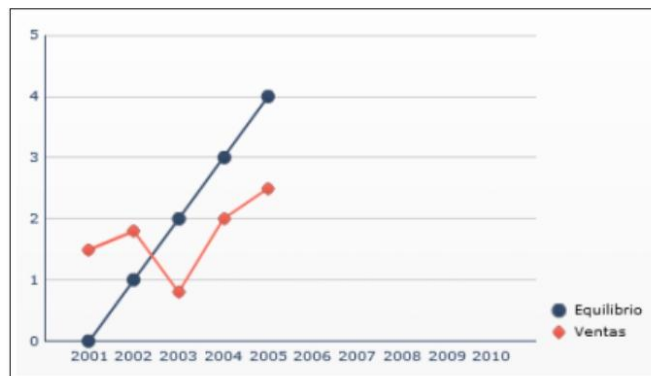


Algunas gráficas alteradas de la anterior son, por ejemplo, las siguientes

- ◆ Si se altera la escala del eje vertical, se consigue atenuar la tendencia de los datos.



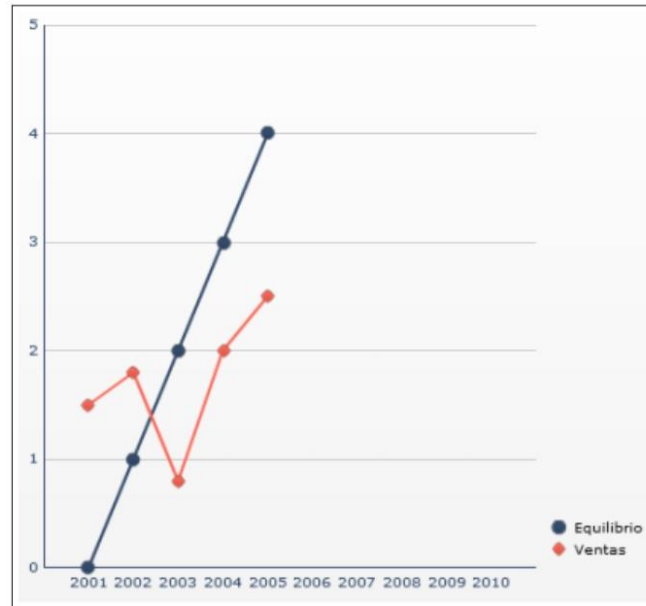
- ◆ Si se agrega más valores a la escala del eje horizontal, se obtiene una mayor pronunciación de la tendencia.



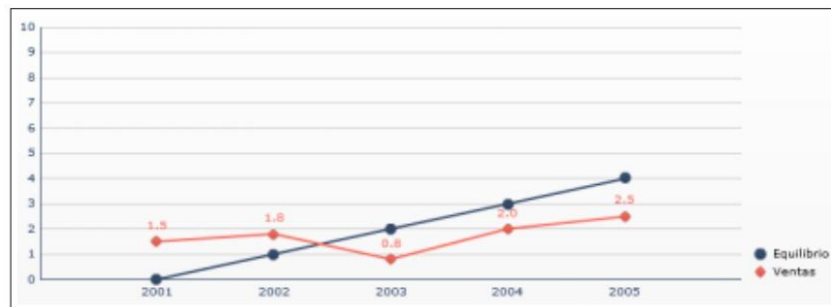
2.5. GRÁFICOS Y DISTORSIONES

CAPÍTULO 2. ESTADÍSTICA

- ◆ Si se aumenta solo el tamaño vertical del gráfico, se consigue una impresión visual de una tendencia muy pronunciada.



- ◆ Si se aplican alteraciones al eje horizontal y vertical, la disminución de la tendencia es aun más notoria.



2.5. GRÁFICOS Y DISTORSIONES

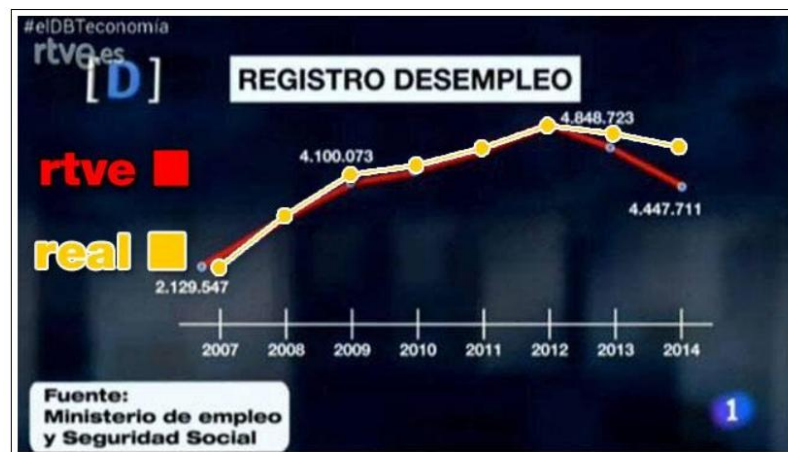
CAPÍTULO 2. ESTADÍSTICA

Retomando los ejemplos iniciales

- (1) El caso de España. Un error en este gráfico es la falta de escala para el eje vertical, pues al trazar convenientemente una línea paralela al eje horizontal se visualiza que 4.1 millones está por encima de 4.4 millones.



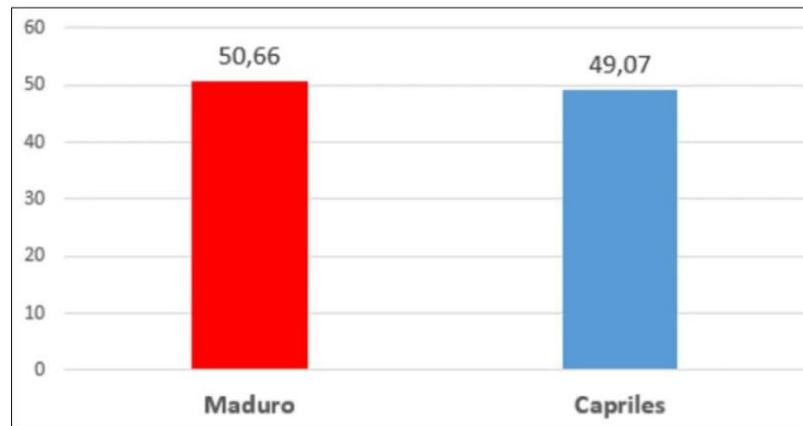
La gráfica correcta es la siguiente.



- (2) El caso de Venezuela. Si se utiliza una adecuada escala para el eje vertical que comience en 0 y se mantenga una proporcionalidad, se percibe un impacto visual muy distinto entre los porcentajes que obtuvieron los candidatos, en comparación al primer gráfico.

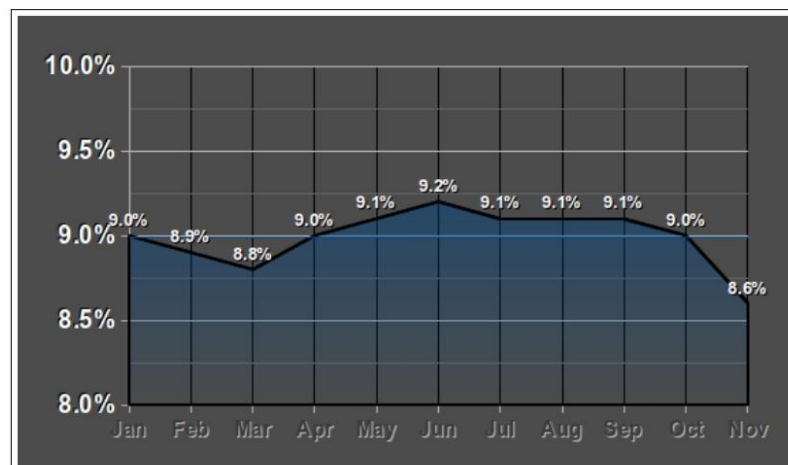
2.5. GRÁFICOS Y DISTORSIONES

CAPÍTULO 2. ESTADÍSTICA



- (3) El caso de Estados Unidos. Para este caso, las diferencias entre los porcentajes están desproporcionadas, por ejemplo, 8,9 % está por debajo de 8,6 % y este último se encuentra a la misma altura que 9,0 %.

La gráfica correcta es



 Ejercicio 28

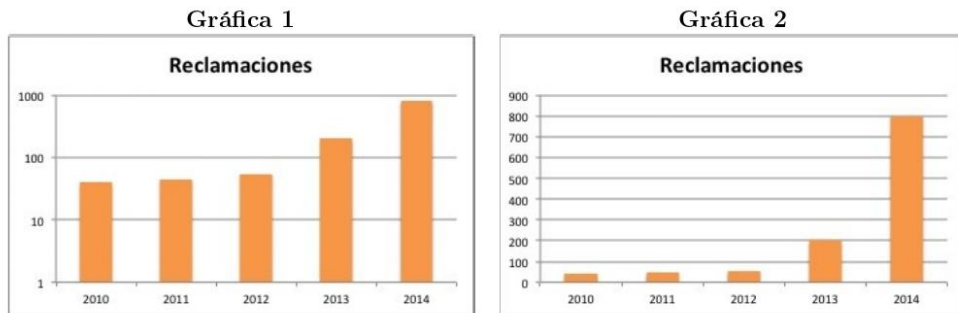
- Expresar una opinión al respecto de las tres gráficas analizadas y en términos generales sobre la distorsión y manipulación de los gráficos estadísticos.
- Leer el [artículo publicado en Rosario3](#) y escribir una reflexión al respecto sobre la manipulación en la Estadística.

2.5. GRÁFICOS Y DISTORSIONES

CAPÍTULO 2. ESTADÍSTICA

Ejercicio 29

Considerar las siguientes gráficas que representan la cantidad de reclamaciones de los usuarios a cierta empresa.



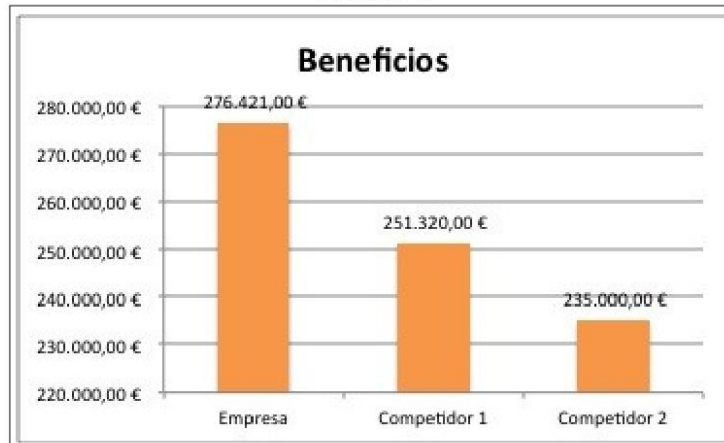
Determinar si alguna de las gráficas anteriores está alterada. En caso afirmativo, explicar cuál o cuáles son los indicadores de que hubo una manipulación. En caso contrario, explicar por qué la (o las) gráfica(s) no presenta(n) ninguna alteración.

Ejercicio 30

Las siguientes gráficas están alteradas. Explicar cuál o cuáles son los errores cometidos.



Gráfica 2



Gráfica 3



El material se confecciona con el esquema de *Bloques temáticos* (seis en total) que son agrupaciones de los contenidos estadísticos para ser desarrollado en una o más clases. Ellos son:

- ♦ Bloque temático 1: Población, muestra y variables estadísticas.
- ♦ Bloque temático 2: Tabulación.
- ♦ Bloque temático 3: Gráficos estadísticos.
- ♦ Bloque temático 4: Uso del software Excel.
- ♦ Bloque temático 5: Medidas de tendencia central.
- ♦ Bloque temático 6: Gráficos estadísticos distorsionados y manipulados.

B2. Intencionalidad didáctica del material de estudio

En cada bloque temático hay una intencionalidad didáctica que se describe en las siguientes líneas.

Bloque temático 1: Población, muestra y variables estadísticas

El material de estudio inicia con una descripción, sucinta, de la Estadística Descriptiva y Estadística Inferencial, con la aclaración que en esta implementación solo se aborda la primera. Luego, se presentan los conceptos estadísticos elementales de la Estadística Descriptiva que son población, muestra (representativa y no representativa), variables estadísticas y clasificación de las variables estadísticas entre cualitativas y cuantitativas (discretas y continuas).

Los ejemplos y ejercicios (*Ejercicios 1, 2 y 3*) que acompañan al desarrollo teórico se enfocan en trabajar y reforzar los conceptos elementales de la Estadística Descriptiva. En particular, cuando se trabaja el concepto de muestra, se pretende que el estudiante empiece a construir ciertas condiciones que le permitan identificar, en un contexto determinado, cuándo una muestra es no representativa (*Ejercicio 2*). También se apela a la creatividad del estudiante para proponer ejemplos que involucren todos los conceptos trabajados en diferentes contextos (*Ejercicio 3*).

Bloque temático 2: Tabulación

El objetivo de este bloque temático es que el estudiante se apropie de un método organizado y exhaustivo para procesar una colección de datos (cualitativos o cuantitativos) que luego da

paso a interpretaciones y al desprendimiento de algunas inferencias. La organización elegida para el procesamiento de datos se basa en tabulaciones, es decir, construcción de tablas. El ejemplo introductorio se trata de calificaciones (datos) que obtuvo un grupo de estudiantes de la escuela en un año particular (un caso real y concreto).

El proceso de construcción de la tabla es de forma gradual, donde la confección de cada columna aporta otra mirada e interpretación con respecto al mismo grupo de datos. En este emprendimiento se emplea un lenguaje coloquial informal (no técnico) en las explicaciones y en las categorías de cada parte de la tabla de manera tal que es asequible para el estudiante. Además, se hacen observaciones pertinentes y sólidamente argumentadas para corroborar si todos los datos están procesados (corresponde a la categoría Total).

Cabe aclarar que a lo largo del proceso de confección de tablas se explicita que se toman criterios no necesariamente universales como, por ejemplo, presentar los datos en un formato vertical u horizontal, aproximar ciertos valores por truncamiento o redondeo, acordar la cantidad de decimales con los cuales se trabaja, entre otros.

Para esta sección del bloque la ejercitación se compone de cuatro ejercicios. Los dos primeros (*Ejercicios 4 y 5*) son de fijación con respecto al procedimiento ya mencionado para confeccionar una tabla que contenga al grupo de datos. En el *Ejercicio 6* se presenta una tabla (de forma horizontal) con el fin de que el estudiante ejercite la lectura interpretativa y extracción de información de la misma para responder a una serie de preguntas. De manera análoga a lo anterior, se presenta el *Ejercicio 7* con un listado de interrogantes a responder en base a la tabla que se confeccionó en el ejemplo introductorio (calificaciones de un grupo de estudiantes).

En una segunda parte de este bloque temático se presentan definiciones con términos y símbolos propios de la Estadística Descriptiva, que son las frecuencias y sus representaciones simbólicas¹². Se espera que el estudiante se apropie de estas definiciones y el vocabulario específico sin mayores dificultades, pues se trabajó conceptualmente con intensidad en la instancia previa. Se retoma el ejemplo introductorio para mostrar las modificaciones de la tabla con los nombres específicos y símbolos. También se propone el *Ejercicio 8* donde el

¹² La simbología para indicar “Frecuencia Absoluta”, “Frecuencia Relativa” y “Frecuencia Relativa Porcentual” no es única ni universal. Aquí se trabajaron las que el docente utilizó en su formación inicial.

estudiante tiene que poner en juego distintos procedimientos necesarios para completar dos tablas a partir de algunos valores.

Bloque temático 3: Gráficos estadísticos

En este apartado se menciona la existencia de varios tipos de gráficos estadísticos y se establece que en esta experiencia se focaliza y profundiza solo en dos de ellos: el gráfico de barras y el gráfico de sectores circulares. En la conceptualización de estos dos gráficos se explicitan las variadas denominaciones que pueden recibir (por ejemplo, gráfico de columna, de sectores circulares, entre otros) y las descripciones de los elementos que componen a cada gráfico. Además, se trabajan las cuestiones técnicas que contribuyen a elaborar un gráfico de barras y un gráfico de sectores circulares con el uso de lápiz y papel, como instancia previa al uso de recursos tecnológicos digitales.

El paquete de ejercitación (*Ejercicios 9 a 17*) invita al estudiante a desarrollar varias habilidades para dar respuestas solventes a las demandas de cada ejercicio. En efecto, se busca que el estudiante pueda recrear un gráfico de columna (*Ejercicio 9*) o de sectores circulares (*Ejercicio 13*) en lápiz y papel, desarrollar una lectura interpretativa de varios gráficos para la extracción de información (*Ejercicios 10 a 17*, excepto el *14*), determinar el valor de algunas medidas de tendencia central a pesar de no haberlas presentado formalmente (*Ejercicios 10, 16 y 17*) y realizar inferencias (*Ejercicio 14*).

Bloque temático 4: Uso del software Excel

En vista del DCJ, en el material de estudio se incorpora el uso de un software –Excel– para el tratamiento estadístico de un conjunto de datos. La finalidad que se persigue en este bloque temático es proporcionar al estudiante algunas (mínimas) herramientas para la manipulación de un software dinámico en el procesamiento de datos y la representación en gráficos estadísticos. Se proporcionan algunas líneas a modo *de pasos a seguir* para la carga de los datos y los comandos de ciertas funciones en correspondencia a los contenidos estadísticos que se desarrollan en la PDI (frecuencias, gráficos estadísticos y medidas de tendencia central). También, en el propio material de estudio queda explicitada la invitación al estudiante para que explore otras herramientas en calidad de usuario autónomo.

Cabe aclarar que el material de estudio incluye enlaces a dos tutoriales de YouTube para conocer los comandos específicos que determinan las medidas de tendencia central de un

conjunto de datos. El diseño para acceder a dichos tutoriales considera tanto al formato digital a través de hipervínculos, como al formato impreso en papel por medio de códigos QR.

La batería de ejercicios (*Ejercicios 18 a 20; Ejercicios 25 y 26*) se orienta a reforzar los contenidos trabajados, ahora, con conjuntos de datos más numerosos y variados que los anteriores. Los *Ejercicios 18 a 20 y 26* tienen un ítem destinado a que el estudiante incorpore y refuerce los mecanismos básicos para la carga de datos y selección de gráficos estadísticos. El *Ejercicio 25* presenta una situación hipotética referida a grupo de personas y en su enunciado quedan determinadas cuatro variables estadísticas (dos cualitativas y dos cuantitativas). Aquí, en virtud del uso del software que reduce el tiempo destinado a los cálculos, el foco está puesto en que el estudiante ponga en juego habilidades de orden superior (analizar, inferir, concluir) para responder a las preguntas, por ejemplo, a partir de un cruzamiento de informaciones proporcionadas por las medidas de tendencia central de las distintas variables estadísticas.

Bloque temático 5: Medidas de tendencia central

En la Estadística Descriptiva existen distintos valores significativos que se desprenden de un grupo de datos y que los representan globalmente como *las medidas de tendencia central* (media, moda y mediana) y que son los primeros valores a ser abordados en el Ciclo Básico, de acuerdo al DCJ.

Este bloque temático pretende satisfacer la demanda del DCJ desde una perspectiva constructivista en términos de comprender el procedimiento para determinar cada medida de tendencia central y, posteriormente, su institucionalización. En otras palabras, se busca poner el énfasis en una comprensión significativa que justifique los procedimientos de cálculo y, de esta manera, evitar la mecanización carente de sentido.

Para cumplir el objetivo didáctico de este bloque temático, se retoma el ejemplo introductorio (calificaciones de un grupo de estudiantes) y se pretende dar respuesta a tres interrogantes que, intencionalmente, corresponden uno a uno con las medidas de tendencia central. En cada situación hay un esquema similar en el que se inicia con una interpretación de la pregunta, se formulan argumentos conceptuales sólidos que fundamentan el procedimiento del cálculo de cada medida de tendencia central y se institucionalizan. A modo de ejemplo, en el caso de la pregunta cuya respuesta evoca a la media, a priori se da respuesta a la pregunta con el cálculo

rudimentario del promedio aritmético (la suma de un conjunto de valores numéricos dividida entre el número total de sumandos). Sin embargo, se hace la salvedad que es posible calcular la media de otra forma y que se sintetiza en una *fórmula*. Con el mismo grupo de datos que se usó para el promedio aritmético se desarrollan los pasos, que son justificados por las propiedades y definiciones de las operaciones adición y producto, para arribar a una expresión simbólica (*fórmula*) acompañada por su expresión coloquial, que luego se institucionaliza.

En cuanto a la ejercitación, hay una mixtura de situaciones. El *Ejercicio 21* es de fijación, ya que el estudiante debe reproducir los procedimientos de cálculo de las medidas de tendencia central de tres conjuntos de datos distintos. En los casos de los *Ejercicios 22 y 23* se piden determinar algunas medidas de tendencia central y con base a ellas y al contexto de cada enunciado el estudiante tiene que ejercitar la toma de decisiones en función de optimizar ciertas variables (costos, rentabilidad, posibilidades). En cambio, el último ejercicio de este bloque, *Ejercicio 24*, presenta un nuevo concepto que es el promedio ponderado por considerarse interesante incorporarlo ya que el docente lo utiliza para determinar una calificación al cabo de un período (por ejemplo, una calificación trimestral).

Bloque temático 6: Gráficos estadísticos distorsionados y manipulados

El último bloque temático está orientado al desarrollo de un análisis crítico por parte de los estudiantes frente a gráficos estadísticos. Se brindan algunas herramientas para lograr identificar si un gráfico estadístico es (a priori) fiable o si tiene alguna distorsión (error), o bien manipulación, para incidir en la subjetividad de quien lo observe.

Se inicia con tres ejemplos de situaciones reales, ocurridos en el período de la década pasada, de otros países (Venezuela, Estados Unidos, España, entre otros) y que fueron publicados en medios televisivos y redes sociales. Concomitantemente, el *Ejercicio 27* invita al estudiante, con base en su subjetividad y a las nociones de *gráfico distorsionado* y *gráfico manipulado*, que responda algunas preguntas sobre esos ejemplos. La intención del ejercicio es que entre en juego el análisis, la inferencia, la reflexión y la opinión argumentada del estudiante. En otras palabras, aparecen y ejercitan habilidades cognitivas de orden superior.

También se muestra cómo un gráfico estadístico puede ser alterado, pero sin modificar ningún dato. El objetivo es poner en evidencia la forma en que influye el impacto visual de un gráfico estadístico y, en consecuencia, las primeras interpretaciones que se extraen al

respecto. Las alteraciones que se efectuaron sobre un mismo gráfico estadístico fueron por combinaciones de modificar la amplitud de las escalas de los ejes (vertical y horizontal) y hacer aparecer más valores en los ejes. Seguido de esto, se comparten las correcciones de los tres gráficos con los que empezó este bloque temático de manera tal que queda en plena evidencia las alteraciones aplicadas a dichos gráficos. El *Ejercicio 28* es el espacio para que el estudiante emita una opinión sobre los ejemplos de gráficos distorsionados y los manipulados. Más aún, se lo invita a leer y dejar por escrito su reflexión sobre una nota periodística realizada en nuestro país de una empresa de marketing y las estrategias que emplea para crear tendencias en las redes sociales y estadísticas a favor o en contra de alguien o alguna marca.

Por último, los *Ejercicios 29* y *30* tienen la finalidad de que el estudiante emplee las herramientas para analizar críticamente distintos gráficos estadísticos e identificar qué alteraciones, en caso que existan, se han efectuado sobre dichos gráficos. Algunos de estos últimos corresponden a situaciones artificiales y otros a casos reales.

B3. La evaluación en la propuesta didáctica introductoria

Se entiende por evaluación en términos de Álvarez-Méndez (2001) como:

[...] una oportunidad excelente para que quienes aprenden pongan en práctica sus conocimientos y se sientan en la necesidad de defender sus ideas, sus razones, sus saberes. Debe ser el momento también en el que, además de las adquisiciones, también afloran las dudas, las inseguridades, las ignorancias, si realmente hay intención de superarlas (p.13).

Lejos de pensar que la evaluación se efectúa en una única instancia situada al final de una actividad, secuencia o unidad didáctica y que cuenta con solo un instrumento, para la PDI la evaluación es un proceso continuo. Esto significa que está presente a lo largo del desarrollo de la misma y se concreta en diferentes formatos para recopilar información sobre los aprendizajes de cada estudiante.

El diálogo entre el docente y los estudiantes es considerado como una herramienta potente para la búsqueda del crecimiento y desarrollo intelectual de quienes aprenden, un diálogo mediado por la reflexión y que está en sintonía con los principios de una evaluación formativa (Álvarez-Méndez, 2003). Además, se asume que el docente complementa lo

anterior con una revisión de todas las producciones escritas que los estudiantes elaboran (en clases planificadas para ello) para constituir un importante insumo que revele los logros y obstáculos en los procesos de aprendizaje de cada estudiante. A su vez, ese insumo permite al docente calibrar y redireccionar el tratamiento didáctico de los contenidos a desarrollar en las próximas clases. También el docente cuenta con otro instrumento de evaluación que es una planilla para registrar, con una ponderación cualitativa, el compromiso y dedicación de los estudiantes en cada clase.

Otro instrumento de evaluación (y último) que se emplea en la PDI, que recibe el nombre de *Actividad integradora*, está compuesto por ocho trabajos prácticos (todos distintos) que se distribuyen aleatoriamente entre siete grupos de cuatro integrantes y un grupo de tres¹³. La *Actividad integradora* tiene la intención de hacer una revisión de todos los contenidos trabajados en las clases y presentados en el material de estudio. Cada trabajo práctico consta de dos ejercicios, donde el primero alude a lo desarrollado en los primeros cinco bloques temáticos, lo que permite la variedad de consignas sin que se repitan, y el segundo al último bloque con respecto al análisis crítico de gráficos estadísticos en noticias periodísticas sobre distintos aspectos de las acciones bélicas entre Ucrania y Rusia.

La puesta en marcha de la *Actividad integradora* se organiza en tres momentos, ordenados cronológicamente. El primer momento corresponde a un tiempo de clase destinado a que cada grupo trabaje con una computadora sobre las consignas recibidas en formato digital y haga una entrega a un carpeta en Google Drive que previamente ha creado el docente. La segunda instancia es una exposición oral dirigida al resto de sus pares, en la que cada grupo comparte las consignas con las que trabajó y la producción que realizó con base a las mismas. Con el fin de gestionar de manera eficiente el tiempo de clase, y que puedan realizarse las ocho exposiciones, el docente agenda los días y el orden de las presentaciones. El tercer y último momento consiste en una ronda de preguntas que son efectuadas por los integrantes de grupos distintos al expositor. La organización de quién plantea interrogantes y quién responde es coordinada por el docente, de manera que cada grupo participa una vez en calidad de expositor y una vez en calidad de interpelador.

La *Actividad integradora* permite al docente evaluar niveles de desarrollo de múltiples habilidades, entre ellas apropiación de los conceptos y el uso del vocabulario específico de

¹³ En el curso de cuarto año hay treinta y un estudiantes.

los estudiantes. Las observaciones que hace el docente de las exposiciones y los trabajos escritos son registradas en una planilla que cuenta con ponderaciones cuantitativas y cualitativas.

B4. Desarrollo de la Propuesta Didáctica Introductoria

En este apartado se hace un relato de las catorce clases que abarcó la implementación de la PDI que se agrupan en los bloques temáticos antes mencionados. Se detallan para cada clase: los objetivos planificados, observaciones previas al inicio, los acontecimientos más relevantes del desarrollo de la clase y, en algunos casos, apreciaciones del docente al finalizar la misma.

Bloque temático 1: Población, muestra y variables estadísticas

Clase 1: 01/04

Tiempo 40 minutos (una hora cátedra), de 11.00 h a 11.40 h.

Para esta clase estaba previsto trabajar con:

- ♦ La introducción del Capítulo 2. Estadística, Estadística Descriptiva y Estadística Inferencial.
- ♦ Población y muestra, con ejemplos.
- ♦ Variables y tipos, con ejemplos.
- ♦ Ejercicio 1, 2 y 3.
- ♦ Inicio con 2.2. Organización y tabulación.

Observación

La clase inicia a las 11.10 h, esto se debe a la espera de que finalice la clase de otra materia.

Implementación

Presentes: 31 estudiantes.

Para dar inicio a la clase, el docente introduce una idea general del Capítulo 2. Luego se dispone a comentar de qué se ocupan la Estadística Descriptiva y la Estadística Inferencial, haciendo hincapié en la primera pues es la que se aborda en este capítulo.

A modo de ejemplo de un estudio estadístico vinculado a la Estadística Descriptiva, el docente trae a escena el Censo Nacional 2022 y hace algunas preguntas al respecto, ¿de qué se trata?, ¿para qué sirve censar a una población?, ¿qué preguntas creen que se hacen en un censo?, ¿saben la relación que hay entre la cantidad de habitantes por provincia con la

conformación de las cámaras en el Congreso?, entre otras. Los estudiantes responden a estos interrogantes de manera conjunta con una pluralidad de voces.

En base al ejemplo del Censo Nacional, el docente trae aparejado la palabra *población* e interpela a los estudiantes sobre ¿por qué se utiliza esa palabra? Rápidamente y con una connotación natural, las respuestas convergieron a “un conjunto de personas”, era lo esperable para el docente. Por ello, este hace otra pregunta ¿siempre la población se trata de personas?, porque en el censo se hacen preguntas sobre cuestiones propias de la vivienda, entonces ¿la población también serían personas? Algunos dijeron que sí y otros que no, por lo que se les pide que argumenten el “sí” y “no”, a partir de lo cual los que opinaron por lo segundo se inclinaron por lo primero. Entonces, se define el concepto de población para la Estadística acorde a lo que aparece en el apunte.

Luego, el docente con la intención de introducir el concepto de muestra, les pregunta si siempre es posible realizar cualquier estudio estadístico a toda la población e inmediatamente dicen “depende”. Esto le da pie al docente para repreguntar ¿qué se hace en caso que no pueda hacerse un estudio a toda la población?, de las contestaciones se trasluce como denominador común “a una parte”. El docente pide que se lea la definición de *muestra* que figura en el apunte y dice ¿se entiende a qué se hace referencia cuando se habla de muestra en Estadística? Responden afirmativamente.

El docente plantea un ejemplo para relacionar sobre los conceptos de población, muestra e inferencia.

D: docente, E1: estudiante 1, E2: estudiante 2, E3: estudiante 3, E4: estudiante 4, E5: estudiante 5.

- D: La cantidad de estudiantes del colegio ronda entre 370 y 380, aproximadamente. Si yo lo considero como la población, uds, 4to año ¿qué representan del total de estudiantes del colegio?
- E1: Una parte, o sea una muestra.
- D: Bien, eso es cierto. ¿Es la única muestra que puedo tomar?
- E2: No, porque podés decir que tomas a los de 5to año.
- D: Es verdad, pero entonces... ¿como muestra solo puedo tomar un solo curso?
- E1: No siempre, porque podemos tomar dos o tres años.
- E2: Por ejemplo, 1ero y 2do año.
- E4: También podés elegir a un chico de cada año y eso también es una muestra.

- E3: Todo depende de lo que vos estás queriendo estudiar y ahí decís qué te sirve elegir y que no.
- D: Eso es importante, lo que dijo E3. No es lo mismo el estudio que voy a hacer si estoy cambiando una muestra por otra. Obviamente, en el caso que esas muestras presentan características bastantes diferentes.
- D: Ahora bien, si yo tomo como muestra a Uds 4to año, por ejemplo te pregunto E5 ¿vos practicás algún deporte?
- E5: No.
- D: Ok, como E5 me dijo que no hace ningún deporte, ¿está bien que diga ningún estudiante del colegio practica deportes, porque en la muestra que tomé hubo una respuesta que decía “no hago deportes”?

Planteada esa pregunta, mayoritariamente dicen que no, que eso está mal y argumentan que “porque uno lo diga no quiere decir que todo lo hacen”. Entonces, abierto el debate, el docente confirma lo dicho por el grupo de estudiantes aludiendo a que no es adecuado inferir una conclusión (en este caso errónea) y trasladarla a toda la población con tanta liviandad. Asimismo, se continúa con las interpelaciones con el foco en conceptualizar los términos *muestra representativa* y *muestra no representativa*. Para tal fin, el docente plantea que si en lugar de tomar como población a todos los estudiantes del Colegio se decide que 4to año sea la población y si se elige solo a E5 como muestra, lo que él dice de que no practica ningún deporte ¿puede representar a todo el curso? Otra vez saltaron las respuestas negativas y una frase “esa muestra no sirve”. Haciendo anclaje en esta última afirmación el docente confirma que es cierto lo que dicen y que esa muestra no representa a la actividad física que realiza el curso en general. Inmediatamente, el docente institucionaliza el concepto de muestra no representativa y, en base a esta, muestra representativa.

Entrando a los últimos 10 minutos de la clase, el docente aborda los tipos de variables en Estadística. Este nombra a un estudiante en particular y le dice

D: docente, X: estudiante nombrado.

- D: X imaginá que estoy haciendo un relevamiento de Uds. con relación a ciertas características, edad, peso y actividad física, ahora te pregunto esas tres cuestiones.
- X: ¿Te lo digo ahora?
- D: Es la idea.
- X: Peso 88 kg, mido 1,87 y hago rugby.

- D: Bien, entonces para anotar esas tres características tuyas, ¿está bien cómo lo voy haciendo?

En ese momento, a partir de las miradas de los estudiantes se los notó un poco desconcertados con la pregunta del docente, por lo que este reformula “digo, para anotar la altura y el peso de X ¿me conviene utilizar números o escribirlo en palabras?” Unánimemente dicen número “porque es más corto y rápido”, y el docente consulta “al deporte que practica X, ¿lo escribo con un número o palabras?” Un estudiante responde “pero es imposible escribirlo con un número, no tendría sentido”. El docente afirma lo que dice el estudiante y prosigue a definir variable estadística y los tipos que se estudiarán en este curso.

Antes del cierre de la clase, el docente menciona a cuatro estudiantes y les pide a tres de ellos que cada uno proporcione un ejemplo de una variable estadística cuantitativa y otra cualitativa. Concluido esto, le solicita al cuarto estudiante que haga una síntesis de lo que se realizó en esta clase y lo realiza adecuadamente.

Impresiones inmediatas del docente luego de la clase, copiadas textualmente:

- ♦ Lo que se abordó en la clase fue:
 - ♦ La introducción del Capítulo 2. Estadística, Estadística Descriptiva y Estadística Inferencial.
 - ♦ Población y muestra, con ejemplos.
 - ♦ Variables y tipos, con ejemplos.
- ♦ Hubo algunos minutos en los que se perdía el hilo debido a la publicación de la música oficial del Mundial y también porque ese día se realizaba el sorteo para asignar el grupo y rivales para el equipo argentino.
- ♦ Sobre lo trabajado en esta clase, me llamó la atención la “naturalidad” que mostraron los chicos con respecto a lo que se estaba hablando, muy palpable en su participación y con escasas pausas para volver a explicar algún concepto.

Bloque temático 2: Tabulación

Clase 2: 04/04

Tiempo 40 minutos (una hora cátedra), de 12.40 h a 13.20 h.

Para esta clase estaba previsto trabajar con:

- ♦ 2.2. Organización y tabulación.

Observación

La clase inicia en el horario estipulado.

Implementación

Presentes: 29 estudiantes.

La clase comienza con el docente escribiendo en el pizarrón la fecha del día y la tarea para el día miércoles 06/04 que consta de los Ejercicios 1, 2 y 3. Luego, les pide a los estudiantes que busquen la página 5 del material de estudio (alojado en Classroom–Google) y que vayan siguiendo desde el apunte lo que se va a ir desarrollando en la clase. El docente transcribe en el pizarrón algunos datos del ejemplo que se va a trabajar y el título de la sección correspondiente a dicho ejemplo *Organización y tabulación*. Mientras está escribiendo, les pregunta de cuál tipo es la variable estadística que se trabaja en el ejemplo a lo que respondieron rápidamente cuantitativa.

El docente anticipa que el objetivo de esta clase consta de emplear un recurso como son las tablas para el tratamiento de los datos “en crudo” (haciendo referencia a los números del pizarrón, que son calificaciones según el ejemplo). También, agrega que esta organización sirve para extraer información de la situación con cierta agilidad en comparación con los datos enlistados y, en esta ocasión, desordenados.

El docente comienza dibujando las dos primeras columnas de la tabla correspondientes a los rótulos *Calificaciones* y *Cantidad de repeticiones*, respectivamente, y hace el comentario que no es necesario que la tabla tenga esta forma y si alguien prefiere podría hacerse de manera horizontal. Un estudiante pregunta si eso presenta alguna diferencia, que acompaña con el gesto de su mano moviendo verticalmente y horizontalmente, o bien eso lo elige cada uno. La respuesta es que en un principio no habría inconveniente entre una opción u otra y que queda en la decisión de cada uno cómo prefiera dibujarla. A continuación, el docente recomienda que en la columna para las Calificaciones se ordenen los números de menor a mayor y procede a escribir desde 0 hasta 10, pero hace la aclaración que si se tratara de una variable cualitativa no existe un orden a seguir en un principio. Con respecto a la segunda columna, el docente les pregunta a los estudiantes qué información se vuelca allí y en su mayoría aluden a la cantidad de veces que aparece un dato. Bajo esa premisa, el docente pide que le dicten las repeticiones de cada calificación.

Una vez completada la segunda columna de la tabla, por un lado, el docente interpela al grupo con respecto a qué información se puede extraer de las calificaciones de 0 a 3, obteniendo como respuesta “que no aparecen”. Para robustecer un poco más a la respuesta

anterior, dice “¿pero qué sería que no aparecen?, ¿qué significa que no aparecen en el contexto de las calificaciones?” y recibe una respuesta un tanto más contextualizada “que ninguno de los que hicieron el examen se sacaron esas notas”. Entonces, el docente señala que si sucede esto en general las filas correspondientes de 0 a 3 se pueden omitir en la tabla, pues solo aportan la información que se dijo antes. Por otro, el docente pregunta:

D: docente, E1: estudiante 1, E2: estudiante 2, E3: estudiante 3.

- D: ¿Qué sucede si sumo todos los valores de esta columna (haciendo referencia a la segunda)?
- E1: Te va a dar 20.
- D: ¿Por qué?
- E1: Porque estás sumando todas las veces que aparecieron los números y ahí dice que son 20 notas.
- E2: ¿Y para qué querés saber eso?
- E3: E2 eso es para saber si hiciste bien eso (señalando a la tabla en el pizarrón).
- D: E2, fijate que como dijo E1 son 20 datos, o calificaciones en este caso, entonces una manera de controlar si volcaste todos los datos y no contaste de menos o de más es sumar. Si eso no te da 20 es porque contaste repeticiones de más o te faltó contar alguna.

Para continuar con la construcción de otra columna, el docente alude a que la cantidad de veces que aparece un dato también es generalmente conveniente interpretarlo con respecto al total de datos. Para ello, realiza un ejemplo con las calificaciones diciendo “no es lo mismo decir que cinco chicos obtuvieron un 10 en un curso de ocho estudiantes, que cinco sacaron 10 en un curso de cien (estudiantes)”. En esta oportunidad, el docente escribe el rótulo de la tercera columna *Repeticiones/Total* y comenta la operación que se debe hacer entre cada repetición y el total, tal como se alude en el nombre de la columna. Este pregunta si hay alguna cuestión que no se entienda con respecto a la tercera columna y no recibe respuesta sobre falta de comprensión de lo que se está haciendo. Al igual que la segunda columna, pregunta qué sucede si sumara todos los valores de la tercera columna y responden sin titubeo que daría 20/20 o 1.

El docente se detiene un momento en la tercera columna explicando que no siempre se utiliza la expresión fraccionaria para un dato y puede utilizarse su representación decimal. Escribe la representación decimal de cada dato, pero hace la salvedad que en ninguno de los casos apareció un número periódico. Esto da pie para que incurriera en el ejemplo que aparece en

el apunte con algunas representaciones decimales periódicas y cómo trabajar con ellas. Aquí, el docente encuentra cierto desconocimiento en cuanto a la técnica de redondeo por parte de algunos estudiantes pero que comprenden rápidamente.

En los últimos 10 minutos de clases, el docente confecciona la cuarta y última columna de la tabla rotulada *Porcentaje* y en esta ocasión no hubo necesidad de hacer preguntas para saber cómo completar la reciente columna. En efecto, los estudiantes se adelantaron señalando que los valores de la segunda columna se debían multiplicar por 100 y, más aún, la suma total debía dar 100. Con esto finaliza la clase.

Impresiones inmediatas del docente luego de la clase, copiadas textualmente:

- ♦ Hubo un poco menos de interacción con los estudiantes en comparación a una clase en condiciones naturales, porque me encontraba afectado de la voz y se me dificultaba sostener un diálogo por varios minutos.
- ♦ Me sorprendió la “naturalidad” de los chicos con respecto al tema y la forma con que iban asimilando los temas.

Clase 3: 06/04

Tiempo 120 minutos (tres horas cátedras), de 11.00 h a 11.40 h y 12.00 h a 13.20 h.

Para esta clase estaba previsto trabajar con:

- ♦ Revisión de la tarea.
- ♦ Repaso de los conceptos de: población; muestra, representativa y no representativa; variable estadística y su clasificación; confección de una tabla.
- ♦ Ejercicios del 4 al 9.

Observación

La clase inicia en el horario estipulado.

Implementación

Presentes: 28 estudiantes.

El docente consulta a los estudiantes cuántos se acordaron e hicieron la tarea asignada el día lunes, surge que seis estudiantes no se acordaron. Se destinan unos 20 minutos para hacer la revisión de la tarea y con una participación de la mayoría, incluso de aquellos que en otros temas no suelen participar. La corrección se hace predominantemente de forma oral y con lectura de enunciados por parte de los estudiantes. Este trabajo trajo aparejado preguntas por

parte del docente para repasar conceptos que se vieron en la primera clase: variable y sus tipos, población, muestra, representatividad y no representatividad.

Luego, el docente escribe en el pizarrón una hoja de ruta para el trabajo en clase:

- ♦ Hacer los ejercicios 4, 5, 6 y 7.
- ♦ Leer *Frecuencias* en la pág. 12.
- ♦ Hacer el ejercicio 8.
- ♦ Leer 2.3. *Gráficos estadísticos* y 2.3.1. *Gráfico de columnas o barras*.
- ♦ Hacer el ejercicio 9.

Se les pide a los estudiantes que formen equipos de dos hasta cuatro integrantes para hacer la actividad propuesta. Quedan conformados 8 grupos y un estudiante decide trabajar solo, pese a la invitación del docente y sus pares a formar parte de algún grupo.

El desarrollo de la clase se da con una dinámica de espíritu colaborativo entre los estudiantes, explicándose entre ellos, mientras que el docente recorre los grupos escuchando los debates, aclarando dudas y solicitando a algunos estudiantes que comiencen a hacer los ejercicios o continúen con la actividad sin distracciones. Las puestas en común tienen lugar cuando el docente detecta un error frecuente, por ejemplo:

- “¿Variable cualitativa o cuantitativa?”: en el Ejercicio 4, la confusión proviene porque los datos (bebidas en el desayuno) están acompañados inmediatamente por la cantidad de repeticiones y algunos estudiantes consideran que se trata de una variable cuantitativa, precisamente porque aparecía un número. La solvencia de ese error se basó en la respuesta a la pregunta que planteó el docente “Si vos le preguntás a un cliente ¿qué está tomando en su desayuno? La respuesta, ¿la escribís con números o palabras?”.
- “No da 1”: cuando confeccionan la tabla, la sumatoria de los valores de la columna Repeticiones/Total con su representación decimal no dió en todos los casos 1, sino aproximaciones 0,99 (Ejercicio 5) o 1,01 (Ejercicio 6). En esos casos el docente explica que, además de usar la técnica de redondeo, también se debe usar truncamiento. Una respuesta no verbal pero sí gestual y con fuerte impacto es de desconocimiento sobre esto último. Frente a tal contundente gesto, el docente manifiesta que no habría problema para estos casos que se están estudiando, siempre y cuando se esté comprendiendo lo que se esté haciendo y que teóricamente la suma de esos valores debe dar 1.

- “Promedio, ¿sumo todo esto?”: cuando los estudiantes trabajan en el Ejercicio 7, uno de los errores que plantean es sumar los valores que aparecen en la columna Repeticiones y dividir el resultado por el total. El docente manifiesta que si suman estos valores da tal número y si lo dividen por el total, que también es dicho número ¿qué resultado obtienen? Como los estudiantes se dan cuenta que 1 no puede ser el promedio de las calificaciones, pero no saben entonces qué deben sumar el docente hace un ejemplo con una cantidad pequeña de números (como si fueran calificaciones) y muestra cómo calcular el promedio para ese ejemplo. Algunos estudiantes manifestaron que sumar 20 notas no era algo que querían hacer y si en lugar de eso podían, sin decirlo con estas palabras pero sí la idea, realizar la sumatoria de cada dato por su frecuencia absoluta y a ese cálculo dividirlo entre el total de datos. La respuesta del docente fue afirmativa.

Para esta clase, el docente tiene preparada una planilla para asentar una nota del desempeño de cada estudiante en la clase teniendo en cuenta: porcentaje cumplido de lo propuesto para la clase, prolijidad, compromiso y participación con el grupo. La escala de notas a usar es M: mal, R: regular, B: bien, MB: muy bien y E: excelente.

Impresiones inmediatas del docente luego de la clase, copiadas textualmente:

- ♦ Los estudiantes manifestaron que este tema es o parece fácil. También consultaron si era necesario hacer todos los ítem del ejercicio 9, porque al practicar con un gráfico ya entendían que deben usar una escala para el eje vertical (frecuencias) y lo consideraron repetitivo.
- ♦ Dos estudiantes hicieron solo la mitad de lo propuesto y el estudiante que estuvo solo alcanzó a hacer un cuarto.

Bloque temático 3: Gráficos estadísticos

Clase 4: 08/04

Tiempo 40 minutos (una hora cátedra), de 8.00 h a 8.40 h.

Para esta clase estaba previsto trabajar con:

- ♦ Repasar 2.3. *Gráficos estadísticos*.
- ♦ Ejercicios del 13 al 15.

Observación

La clase inicia a las 8.10 h, luego del izamiento de la bandera.

Implementación

Presentes: 27 estudiantes.

El docente les pide a los estudiantes que miren el apunte digital en la página 14. Hace un breve repaso de los dos gráficos que se van a trabajar en el curso, aclarando que no son los únicos y cuando se use Excel podrán explorar sobre otros.

Con respecto al gráfico de columnas, el docente hace referencia a particularidades que se deben tener en cuenta al momento de confeccionar este gráfico como: ubicación de los datos y las frecuencias, una escala adecuada en función a las frecuencias que se estén representando, que el eje vertical inicie en 0 y exista una proporcionalidad y que las columnas o barras mantengan una distancia constante entre ellas. Los estudiantes hacen acotaciones y refuerzan comentarios que el docente va haciendo en la explicación.

Después, el docente indica que se dirijan a la página 17 y un estudiante pide para leer en voz alta el recuadro de *Gráfico de sectores circulares*. Finalizada la lectura, el docente remarca algunas cuestiones como, por ejemplo, la correspondencia proporcional entre la frecuencia de un dato y su representación como un sector circular. Luego, pide a otro estudiante que continúe leyendo el próximo recuadro con el mismo título y el ejemplo que está seguido de este. La preferencia manifestada por casi la totalidad de los estudiantes para determinar los ángulos centrales para cada dato del ejemplo es usar regla de tres simple, herramienta base que vienen usando para los ejercicios que están realizando en la asignatura Química. Se realiza el Ejercicio 13 en el pizarrón y se hace un bosquejo del diagrama circular asociado.

Adentrada la clase en la resolución de los ejercicios, el docente le solicita a un estudiante (distinto a los que ya leyeron) que lea el enunciado del Ejercicio 14 y consulta cuál es la respuesta correcta. Cuando empiezan a dar sus apreciaciones, el docente remarca que ningún estudiante optó por la opción d) pues, como dicen los estudiantes, era evidente que no que no corresponde por haber dos columnas de igual altura. Debido a las argumentaciones por cada una de las opciones de posibles respuestas, la clase se torna en un diálogo entre el grupo, quedando el docente con la última palabra para aseverar o contradecir las propuestas de algunos estudiantes por la opción que consideraron correcta en relación a lo que otros opinaron.

El Ejercicio 15 lo lee el docente y les pregunta a los estudiantes qué se debe hacer en cada ítem del enunciado. A través de las respuestas que surgen, se percibe un claro entendimiento del enunciado y de los procedimientos que se requieren para la solvencia de cada situación.

A modo de cierre, el docente deja de tarea para el lunes 11/04 los Ejercicios 10, 11, 12, 16 y 17. También les solicita que terminen de completar los ejercicios trabajados en la clase, si es que les faltó algo por escribir.

Clase 5: 11/04

Tiempo 40 minutos (una hora cátedra), de 12.40 h a 13.20 h.

Para esta clase estaba previsto trabajar con:

- ♦ Revisar la tarea.

Observación

La clase inicia a las 12.40 h.

Implementación

Presentes: 30 estudiantes.

La clase inicia con la palabra del docente preguntando si habían hecho la tarea y la mayoría responde afirmativamente, aunque rápidamente manifiestan tener algunas dificultades con un ítem del Ejercicio 16 y más dificultades con el Ejercicio 17.

Se comienza con el ejercicio 10 y no se muestra dificultad alguna, pues se percibe en las respuestas que son dadas casi en simultáneo entre varios. Se recorre cada uno de los ítems, remarcando el cálculo del promedio para clarificar el mismo error que se mencionó en la clase anterior.

Luego, el Ejercicio 11 tiene un tratamiento similar al anterior solo que hay un chequeo por ciertos valores que no coinciden entre las respuestas. Por ende, el docente comienza a resolver todos los ítem con los aportes de los estudiantes concluyendo que los procedimientos que utilizaron son análogos y que las inconsistencias entre las respuestas se deben a errores de distracción en el uso de la calculadora.

Con respecto al Ejercicio 12, los ítem a y b no tienen mayores inconvenientes, las dificultades surgen en los dos ítems y radican en la interpretación de texto. En efecto, el enunciado dice “¿Qué porcentaje de los departamentos tiene como mínimo tres ambientes?” y la errónea interpretación fue considerar “como mínimo” en términos de equivalente a un límite máximo; para el otro enunciado “¿Cuántos departamentos tienen como máximo dos ambientes?” y la

errónea interpretación fue considerar “como máximo” en términos de equivalente a un límite mínimo. Estos frecuentes errores de interpretación son subsanados con una explicación ejemplificada con dinero, uno de los temas que a los estudiantes les resulta bastante más comprensible.

Cuando se llega al Ejercicio 16, a varios estudiantes se les complicó el planteo de una regla de tres simple que vincule a cada amplitud de los ángulos centrales de los sectores circulares y la frecuencia absoluta de cada dato. El docente escribe en el pizarrón la equivalencia de 360° a 240 que es el total de personas y pregunta cómo trabajaría, por ejemplo, 135° que se asocia con el género de acción. Algunos estudiantes guían al docente para terminar de “completar” la regla de tres simple y con este primer cálculo, aquellos estudiantes que no supieron cómo accionar, se dan cuenta la manera de proseguir con los restantes cálculos que piden algunos ítems. Luego, se charla con respecto a la posibilidad del cálculo de la media para variables cualitativas resultando que algunos sostienen que sí y otros tantos que no tienen una respuesta para ello. Entonces, el docente retoma el Ejercicio 10 y recuerda cómo se calculó el promedio escribiendo algunas calificaciones para hacer una analogía con el fin de obtener una conclusión a la pregunta del ejercicio. El docente dice “si en lugar de tener 4, 5 o 7 que son las notas, lo cambiamos por los géneros de las películas entonces tenemos acción+acción+infantil+infantil... y a esa suma la tenemos que dividir por el total que es 240, ¿qué vamos a obtener?” Un estudiante dice “nada, porque eso no se puede” entonces para hacer que este revele un poco más el argumento que tiene su respuesta el docente le pregunta “¿por qué?”. Justifica diciendo “estarías sumando palabras distintas como acción e infantil, no se puede, y tampoco se puede dividir palabras con números”. El docente pregunta al resto si acuerdan con dicho estudiante a lo que responden que sí, aunque el docente detecta que hay un velo de duda sobrevolando en esa respuesta. Sin embargo, decide mantener esta sospecha en “pausa”, ya que espera ver qué sucede en el próximo ejercicio pues vuelve a trabajarse una variable cualitativa y (otra vez) en uno de los ítem se pregunta si es posible obtener un promedio.

Por último, se revisa el Ejercicio 17 y rápidamente varios dicen que no supieron cómo obtener el total. El docente comenta que no hay una única forma para hallar el total de empleados y él va a mostrar un camino. Para ello, escribe en el pizarrón la correspondencia que 48 personas representan el 20% del total de empleados, entonces amplifica ambas cantidades por 5 obteniendo 240 personas representan el 100%. Un estudiante dice “ahora que tenemos el total, todo lo demás sale fácil porque son como los de antes”. Otro estudiante

dice que respondió el ítem a) de otra manera sin buscar el total y explica que si 48 personas equivale al 20% entonces 12 personas representa el 5%. Con ese dato pudo dar respuesta a la pregunta de cuántos empleados están representados con el 45%. El docente responde que está bien y remarca que no existe un único camino.

Con los ítem b), c) y d) no se presentan dificultades de comprensión. En cambio, cuando se llega al ítem e) que involucra la pregunta “¿se puede calcular el promedio para variables cualitativas?” reflota la duda y algunos afirman que sí y otros que no. Los segundos lo justifican como corolario de lo charlado en el Ejercicio 16, pero los primeros no están convencidos y entre sus argumentos sostienen que sí es posible el cálculo de dicha medida lo que se lograría cuantificando la variable de la siguiente manera: al talle “Extra Grande” le asignan un valor, por ejemplo, 4 y así con los restantes talle de las vestimentas. Entonces, el docente les pregunta a ese grupo de estudiantes si la variable en estudio seguiría siendo cualitativa, considerando esa equivalencia. Frente a esa pregunta no hay una respuesta contundente y más bien se percibe un titubeo en un “posible” sí, aunque carece de argumento. Luego, el docente les pregunta a los que dijeron que no se puede calcular el promedio para la variable en cuestión del ejercicio quienes responden en base a una analogía con las calificaciones. A estas últimas, dicen, que las pudieron sumar y eso no es viable para el tema de los talles. El docente acuerda con ello y hace su explicación:

D: docente, E1: estudiante 1, E2: estudiante 2, E3: estudiante 3.

- D: Es verdad lo que dice E1, no es posible calcular un promedio, porque estamos trabajando con una variable cualitativa.
- E2: Pero como te dije, si cambias los talles por número sí podés hacerlo.
- D: Sí sí, pero como te dije estarías haciendo una transformación de la variable a otra que sea equivalente. Eso sí, me tenés que garantizar que el cambio que proponés mantenga una correspondencia entre una variable y otra.
- E2: Pero se puede.
- D: Sí, pero ¿cómo?, ¿cómo lo harías?
- E3: Pero E2, ¿para qué querés hacer eso? El ejercicio te da eso de dato y con eso no se puede.
- D: Es verdad E3, pero tampoco es una mala idea la de E2. El tema es que si se hace no haya errores en el medio de todo el cambio.
- E1: En conclusión: no se puede porque los datos son palabras.

- D: Bueno, retomo lo que dijeron por ahí (señalando a un grupo de estudiantes) que si lo pensamos como hicimos en el ejercicio 10, deberíamos sumar (escribe en el pizarrón) $EG+EG+EG+EG+\dots+G+G+G+G\dots$ y después de sumar dividirlo por el total que es 240. ¿Qué nos da eso?, ¿a qué es igual $EG+G?$, ¿se entiende?
- E2: Y, pero si lo igualamos y despejamos entonces los talles van a tener números y ahí calculamos el promedio.
- D: Pero E2, esto (señalando lo escrito en el pizarrón) no es una ecuación, porque no lo podemos igualar a nada. Además, las letras EG, G y las otras no son incógnitas.

Finalizada la revisión del Ejercicio 17, el docente comenta que la próxima clase se trabajará con Excel para realizar lo que estuvieron haciendo en lápiz y papel y se avanzará con los temas.

Bloque temático 4: Uso del software Excel

Clase 6: 13/04

Tiempo 120 minutos (tres horas cátedras), de 11.00 h a 11.40 h y 12.00 h a 13.20 h.

Para esta clase estaba previsto trabajar con:

- ♦ Realizar tablas y gráficos en Excel.
- ♦ Medidas de tendencia central y su cálculo en Excel.

Observación

La clase inicia a las 11.00 h.

Implementación

Presentes: 26 estudiantes.

Minutos antes de comenzar la clase, el docente y dos estudiantes van a buscar a la sala de informática las notebooks para realizar las actividades previstas. Los estudiantes se distribuyen casi uno por equipo (algunos trajeron sus propias computadoras), excepto en tres casos que se disponen a trabajar de a dos por no alcanzar la cantidad de notebooks.

El docente les pide que vayan abriendo Classroom y que se dirijan a la página 21 del apunte, precisamente, que comiencen a leer la sección 2.3.3. *Construcción de gráficos estadísticos en Excel*. Algunos estudiantes se demoran unos minutos por el encendido del equipo o problemas de conexión. Finalizada la lectura, el docente les pide que realicen los Ejercicios 18, 19 y 20 en Excel, luego deberán subir el archivo en un espacio creado en Classroom. Tres

estudiantes deciden hacer la actividad en una Hoja de Cálculo de Google Drive (opción válida).

El docente recorre el salón pues va ayudando a los estudiantes en la carga de datos en el Ejercicio 18. Para varios es la primera vez que utilizan este software, y se los orienta en cómo se deben seleccionar los datos para hacer el gráfico que pide el enunciado. Esta tarea de acompañar intensamente a una buena parte del grupo dura alrededor de 15 minutos. Una vez encaminados, los Ejercicios 19 y 20 que presentan cierta similitud al ejercicio anterior los realizan ágilmente. Con la finalización del último ejercicio se termina la primera hora.

A la vuelta del recreo, el docente se dispone a explicar las tres medidas de tendencia central y solicita a los estudiantes que lo vayan siguiendo a través del apunte. Este escribe en el pizarrón los datos en crudo y la tabla del ejemplo de las calificaciones obtenidas por un grupo de estudiantes del año 2015. Comienza con la medida *moda* y pregunta a los estudiantes ¿cuál fue la nota que obtuvo la mayoría? Sin problemas responden que es 8 (que tiene la frecuencia más alta) aludiendo a que es la que más se repitió. En base a esa respuesta, el docente institucionaliza el concepto de moda y hace la aclaración de que puede haber más de un dato que sea moda, o bien que no exista si todos los datos tienen frecuencias iguales. Luego, toma la medida *media o promedio* y dice que si se quiere calcular el promedio del curso un camino es sumar todas las notas (señalando los datos en crudo) y después dividir por el total.

D: docente, E1: estudiante 1, E2: estudiantes 2.

- E1: Pero eso no te sirve, porque te lleva mucho tiempo.
- D: Está bien, te lleva más tiempo. Pero, en tal caso no es que no sirva, sino que a lo mejor no es conveniente por el tiempo que lleva. Aún así, sigue siendo una forma de cálculo. ¿Y vos cómo lo calculás al promedio o media?
- E1: A cada nota la multiplicás por la cantidad de veces, sumás todo y luego dividís por 20.
- D: O sea, ¿así? (escribe en lo dicho por E1) ¿Qué significa este 3 (frecuencia absoluta de un dato)?
- E2: Eso quiere decir que 3 estudiantes sacaron 4. Por eso multiplicás para no escribir tres veces 4.
- D: ¿Se entiende lo que dice? (Dirigiéndose al grupo completo).

En general asienten con la cabeza y el docente decide continuar, en tal caso las dudas surgirán más adelante cuando se adentren en los ejercicios. Por último, se habla de la tercera medida: la *mediana*. Para ello, el docente escribe dos ejemplos ambos con cantidades pequeñas, una

de ellas tiene un número impar de datos (Ejemplo 1) y la otra par (Ejemplo 2). Luego, para ambos ejemplos, se ordenan los datos de menor a mayor y les pregunta a los estudiantes si en el Ejemplo 1 existe algún valor tal que divida en dos grupos a los datos y que cada uno de estos tenga la misma cantidad, a lo que ubican rápidamente al número que cumple con la condición pedida. Aseverando la respuesta, el docente aclara que a ese valor se lo conoce como valor central y recibe el nombre de mediana. Inmediatamente, traslada la misma pregunta al Ejemplo 2 recibiendo como respuesta que no como antes porque “hay dos en el medio” y que es validada por el docente. Este hace la aclaración que esos valores se conocen como valores centrales y la mediana se obtiene del promedio de estos valores.

D: docente, E3: estudiante 3, E4: estudiante 4.

- D: ¿Cómo calculo el promedio de estos dos valores? (Eran dos 3).
- E3: Sumalos y dividí por 2.
- D: Bien, ¿y cuánto da?
- E3: Te da 3.
- D: Es cierto, entonces la mediana es 3. ¿Siempre coincide con un dato?
- E4: No, porque si tuvieras un 3 y un 4, entonces el promedio es 3,5.
- D: Exacto, la mediana puede o no coincidir con un dato.

El docente hace la aclaración de que los datos siempre deben estar ordenados de menor a mayor y si hay una cantidad impar de datos entonces la mediana será el valor central; en caso que haya una cantidad par de datos entonces la mediana es el promedio de los valores centrales.

Como cierre de las explicaciones de las medidas de tendencia central, el docente recapitula a través de un ping pong de preguntas con el grupo.

- D: ¿La moda siempre coincide con un dato?
- Grupo: Sí.
- D: Es cierto, porque por definición es el o los datos con mayor frecuencia absoluta. ¿Siempre existe la moda?
- Grupo: Necesitás que haya aunque sea uno (dato) que tenga distinta repetición (frecuencia absoluta) que los restantes (datos).
- D: Bien. ¿Se puede saber la moda en una variable cualitativa?
- Grupo: Sí, porque querés saber cuál es el que más se repite.
- D: Exacto. ¿Cómo calculo el promedio?
- Grupo: Multiplicás cada dato por las veces que aparece y lo dividís por el total.

- D: Sí, ¿para qué tipo de variable se puede calcular el promedio o media?
- Grupo: Solo en las cuantitativas.
- D: ¿Siempre (la media) coincide con el valor de un dato?
- Grupo: No necesariamente.
- D: Por último, ¿la mediana siempre coincide con un dato?
- Grupo: No siempre.

A continuación, el docente les comenta que van a ver un video que explica cómo utilizar las funciones promedio, moda y mediana en Excel. Finalizado este, tienen como actividad realizar los Ejercicios 25 y 26 que deben ser entregados en un espacio disponible en Classroom.

En el desarrollo de esta parte de la clase, con unos 50 minutos para finalizar la misma, el docente circula por el aula evacuando dudas que en su mayoría se remiten a algunos funcionamientos particulares del software. A diferencia de las consultas surgidas cuando fue el primer contacto de los estudiantes con el software, las preguntas ahora se remiten a funciones como selección de datos, compatibilidad de las versiones entre Excel (2016 y 2007) y la Hoja de Cálculo de Google Drive, el idioma del software pues las funciones tienen distintas denominaciones si es español o inglés, entre otras dudas. En lo que respecta a dudas de los contenidos que se están trabajando son pocas, por ejemplo cuando el software no permitía el cálculo de una medida como la moda para variables cualitativas el docente les dice que deben determinarla de manera “manual”.

Impresiones inmediatas del docente luego de la clase, copiadas textualmente:

- ♦ Tuve que tomar dos decisiones que me parecieron claves, aunque fueron deliberadas estuvieron altamente condicionadas por: 1) acelerar un poco las explicaciones de las medidas de tendencia central y 2) postergar para la próxima clase el cálculo de la mediana del ejemplo de las calificaciones, los ejercicios de media, moda y mediana para que hagan los cálculos en lápiz y papel. La justificación de 1) y 2) se debe a la disponibilidad de las computadoras, pues me había enterado ese mismo día que la semana próxima no estarían disponibles pues ya se habían reservado para una actividad institucional de carácter superior a la actividad de cualquier materia. Tampoco estaba en mis planes postergar 15 días esta actividad (uso de Excel) ya que es poco el tiempo que dispongo en los otros encuentros.
- ♦ A pesar de que las explicaciones de las medidas de tendencia central, para mí, fueron bastante rápidas, me sentí un poco más tranquilo cuando vieron el video. En efecto, la

narradora del video antes de presentar las funciones de Excel recordaba las definiciones de media, moda y mediana. Incluso de esta última hizo dos ejemplos muy parecidos a los que trabajé en el pizarrón, es decir, con pocos datos explicó cómo se determina la mediana si hay una cantidad par o impar datos.

- Estuve pensando que para la próxima edición del uso de Excel, tendré que cargar los ejercicios 25 y 26 en una plantilla. De esta manera, se evitaría que se pierda tiempo transcribiendo las tablas en formato pdf, porque las funciones de “copiar” y “pegar” desconfiguraron todas las tablas cuando se las abrió en Excel.
- Me resultó complicado tratar de encontrar un espacio para hacer una puesta en común, porque cada chico o grupo iba a su ritmo y no estaba seguro si cortar lo que estaban haciendo, ya que podía interrumpir su concentración en la actividad.
- Estimo que no hubo muchas preguntas referidas a los contenidos en sí mismo, porque Excel hacía todo el procedimiento para encontrar la media, moda y mediana. Ya veremos qué sucede cuando lo tengan que hacer a mano e interpretar el significado de cada una de acuerdo al contexto que se esté trabajando.
- Cerca de los 10 minutos de que terminara la clase, lo que percibí en los estudiantes es que estaban cansados. Es decir, un cansancio producto de haber estado concentrados a lo largo de toda la clase. ¿Habrá sido mucho? ¿Les habré demandado demasiada atención con demasiadas cosas a tener en cuenta? No sé...
- También pensé para la próxima clase retomar los ejercicios del cálculo de las medidas de tendencia central para trabajarlas en lápiz y papel. Junto con lo anterior, hacer puestas en común que en esta clase no hubo por falta de tiempo.

Bloque temático 5: Medidas de tendencia central

Clase 7: 18/04

Tiempo 40 minutos (una hora cátedra), de 12.40 h a 13.20 h.

Para esta clase estaba previsto trabajar con:

- Ejercicios 21 y 22.

Observación

La clase inicia a las 12.55 h.

Implementación

Presentes: 31 estudiantes.

El docente les pide a los estudiantes que ingresen a Classroom y se dirijan a la página 29 del apunte para realizar entre todos el Ejercicio 22 en el pizarrón. Un estudiante lee el enunciado y el docente les pregunta sobre la variable en tratamiento y que la clasifiquen (no está planteado en el ejercicio, es adicional al mismo). Entre las respuestas hay convergencia en que la variable es cuantitativa, pero no así en cuál es la variable, ya que algunos sostienen que se trata de las “horas extras semanales” y otros “de la cantidad de empleados”. Para clarificar la confusión, el docente plantea el interrogante “¿cuál es la cantidad de repeticiones si fuera las horas extras semanales?, ¿y para el caso de la cantidad de empleados?”; frente a esa interpelación el grupo que aludió a que “la variable se trata de las horas extras” responden “4, 2, 3, ...” (que es correcto), sin embargo los otros titubean para decir “5, 10, 15, ...” porque ellos mismos se dan cuenta que carece de sentido decir “la repetición de 4 es 5” (4 es la cantidad de entrevistados que pueden cumplir 5 horas extras semanales).

Superado lo anterior, con respecto al ítem a) no se presentan dificultades pues ubican rápidamente el valor de la moda. Luego, el docente continúa con el ítem b) del ejercicio y varios estudiantes comentan con cierta duda sobre cómo determinar la mediana solo con la tabla, por lo que este pregunta qué significan las frecuencias absolutas y le responden con la definición de la misma. En el marco de esa respuesta, el docente va escribiendo las repeticiones de cada dato, por ejemplo “5 5 5 5 10 10 10 ...” y así sucesivamente. Este les dice que ordenó todos los datos de menor a mayor y que solo resta saber si hay una cantidad par o impar de datos para determinar la mediana. Los estudiantes responden que hay una cantidad par de datos y el docente les pregunta qué se debe hacer en ese caso, a lo que responden con frases del estilo “agarrá los dos del medio, sumalos y a lo que te dé, dividilo por dos”. El docente trata de incorporar ciertas denominaciones que se estuvieron trabajando en clases anteriores preguntando sobre “los del medio, como dice (estudiante) X, ¿cómo se llaman?, ¿y qué se debe hacer con estos dos números?” Distintos estudiantes van mencionando los nombres que el docente buscaba que surjan con esas preguntas, valores centrales y promedio. Un estudiante señala en cuáles posiciones se ubican los valores centrales, en este caso ambos son iguales a 15 y, por ende, el promedio es 15.

Se avanza con el otro ítem, al tratarse más con cuestiones de solo cálculo numérico algunos estudiantes empezaron a usar la calculadora para dar respuesta al enunciado. El docente, mientras hacían esas cuentas, explica como refuerzo sobre lo que pedía el enunciado.

Algunos pocos estudiantes requieren una segunda explicación pues no comprendieron del todo qué se pedía hacer.

Por último, en el ítem d) es interesante las propuestas de los estudiantes para dar respuesta al enunciado con el afán de optimizar en función a las restricciones, por ejemplo, 4 entrevistados a contratar y maximizar la cantidad de horas extras entre los contratados y no superar un gasto de \$50000. Al principio, cada respuesta cumplía una condición y no otra, por ejemplo: “contratá a 3 entrevistados que hacen 20 horas y al que hace 25 horas”, no se cumple la tercera restricción; “y elegí a dos que hagan 20 horas”, no se cumple la primera condición. Luego, un estudiante propone una alternativa “dos que hacen 15 horas y dos que hacen 5 horas”, cumple ambas condiciones (ambas son chequeadas). En consecuencia y para ir cerrando la clase, el docente pregunta “¿es la única opción?” (también se plantea en el enunciado), después de unos minutos un estudiante da otra opción que también satisface las condiciones que impone el enunciado.

Impresiones inmediatas del docente luego de la clase, copiadas textualmente:

- ♦ La decisión de elegir entre uno de los dos ejercicios (21 o 22) fue de acuerdo al tiempo que tenía disponible y la complejidad de interpretar el enunciado de cada uno. En base a lo anterior, opté por el Ejercicio 22.
- ♦ Cada uno de los ítems lo fuimos desarrollando en el pizarrón y los chicos copiaban, eso también restó tiempo para abordar el Ejercicio 21. No lo dejé tarea en esta oportunidad, porque la semana del 18/04 tuvieron varias pruebas y preferí que se concentren en eso.

Bloque temático 6: Gráficos distorsionados y manipulados

Clase 8: 20/04

Tiempo 120 minutos (tres horas cátedras), de 11.00 h a 11.40 h y 12.00 h a 13.20 h.

Para esta clase estaba previsto trabajar con:

- ♦ Realizar los Ejercicios 21, 23 y 24.
- ♦ *Gráficos distorsionados y manipulados.*

Observación

La clase inicia a las 11.00 h.

Implementación

Presentes: 30 estudiantes.

La clase comienza con la resolución del Ejercicio 21, para ello el docente escribe el enunciado y los tres ítems en el pizarrón y solicita de manera voluntaria a quienes se animen a realizar el ejercicio. En este se debe determinar la media, moda y mediana de un conjunto de datos, con el objetivo de reforzar los procedimientos para hallar cada medida de tendencia central. Cabe aclarar que no hay una contextualización de los datos, únicamente están enlistados sin un orden en particular. Van apareciendo los voluntarios y determinando las medidas pedidas, se percibe alguna complicación con la mediana hasta que recuerdan o algún compañero comenta que los datos deben estar ordenados de menor a mayor. Este ejercicio se realiza en pocos minutos y mientras los estudiantes están ocupados con esto, el docente está proyectando el apunte en el televisor.

Un estudiante pregunta con respecto a qué significa *promedio ponderado* que aparece en el Ejercicio 24 y el docente decide realizar en conjunto dicho ejercicio en el pizarrón. Este comenta que el promedio ponderado es una forma de determinar un número tal que como se determina las notas del trimestre y ejemplifica “Vieron que siempre les digo que los trabajos prácticos, el trabajo en clase y los exámenes trimestrales no tienen el mismo peso. A cada uno se le asigna un porcentaje y luego se obtiene un número que es la nota del trimestre, eso es un promedio ponderado”. A través de ese ejemplo, los estudiantes entendieron la diferencia entre lo que venían haciendo para calcular un promedio y el propuesto con este ejercicio. Luego, el docente hace aclaraciones del enunciado sobre las asignaciones de los porcentajes a cada uno de los valores que conformarán el promedio ponderado. Para la solvencia del ejercicio, va realizando preguntas con respecto a cada uno de los valores que aparecen en el cuadro, por ejemplo “¿cómo se determina el promedio de los prácticos?”, o “¿cómo se calcula el 30% de 16?”. En base a lo anterior, el docente organiza la resolución hacia el planteo de una inequación de manera tal que los pasos para su resolución los van dictando los estudiantes y se arriba a la respuesta del ejercicio. Con esto finaliza la primera hora cátedra.

Al retorno del recreo, se aborda el Ejercicio 23 en el pizarrón. El docente vuelve a preguntar cuál es la variable en estudio y cómo se clasifica, obteniendo respuestas diversas para lo primero y unánime para lo segundo (cuantitativa). Similar a lo sucedido en el Ejercicio 22 de la clase anterior, algunos identifican adecuadamente la variable y otros asumen que la variable es la cantidad de repeticiones. En este caso, el docente percibe que la dificultad (puede ser que haya sucedido con el ejercicio ya mencionado) radica en la interpretación del

contexto de la situación. En efecto, las preguntas que formula el docente del estilo “¿qué información proporciona este 14?, ¿cómo se interpreta de acuerdo al contexto del ejercicio?” no son respondidas con seguridad ni inmediatez, al contrario, se los observa dubitativos. Para evacuar dudas, el docente se remite a interpretar cada fila que aparece en las tablas (“Nº de plantas germinadas” y “ f_a ”) a través de interpelaciones que sean andamiajes para que los estudiantes puedan alcanzar una interpretación adecuada de la situación. Aunque lleva unos cuantos minutos, se logra el objetivo. Vale aclarar, que superado lo anterior, la realización de cada ítem es dinámica y las pocas inquietudes que emergen son contestadas por los propios estudiantes. El docente destina un tiempo para que copien todo lo plasmado en el pizarrón.

En los restantes 50 minutos de clases (aproximadamente), el docente comenta que se estudiará la última sección del apunte y que puede despertar cierto interés pues es algo que tiene altas chances de aparecer en el ámbito de lo cotidiano como es la televisión y las redes sociales. Inmediatamente, este lee la frase que aparece debajo del título de esta sección “Hay tres tipos de mentiras: mentiras, malditas mentiras y estadísticas” tomándola como pie para aclarar el texto subsiguiente a dicha frase y los conceptos de gráficos estadísticos distorsionados o manipulados. El docente va recorriendo el apunte que se visualiza en el televisor, se detiene en cada uno de los tres gráficos y pregunta “¿qué pueden decir de este gráfico?”. A medida que los estudiantes observan cada gráfico surgen comentarios y algunos hasta les parecen irrisorios, dicen por ejemplo “fíjate que el cuatro millones cuatrocientos mil está más bajo que el otro que es más chico”, “ese es cualquier cosa, la diferencia no es ni 1%”, el “8,6% tiene la misma altura que el 9%, eso está mal”. Seguido de eso, el docente consulta “¿y qué creen que puede pensar alguien que ve este gráfico?”, repitiendo la misma pregunta para cada gráfico, obteniendo respuestas como “que los que gobernaban bajaron rápido el desempleo”, “que Maduro ganó por mucho” y “que el desempleo con Obama se mantuvo estable”.

Luego, el docente recorre los gráficos de la subsección *Un ejemplo de distorsionar un gráfico* considerando al primer gráfico como el correcto por mantener una proporción para cada eje. A medida que se observa cada gráfico con cierta alteración, los estudiantes manifiestan de una u otra forma las modificaciones que pueden engañar a quien mira el gráfico. Percibiendo el clima de la clase, en el sentido de una marcada curiosidad en la mayoría del grupo, el docente muestra las modificaciones de los tres primeros gráficos que impactan en variaciones en sus expresiones (gestual y verbal) sobre cómo cambian y “engañan los gráficos”.

En el marco de la observación de gráficos, el docente decide continuar con el ejercicio 29 y realizarlo oralmente respondiendo al interrogante “¿estos gráficos están bien, están distorsionados o manipulados?”. Para la gráfica 1 de dicho ejercicio, los estudiantes se muestran confundidos por la escala que utiliza para el eje vertical “inicia en 1, luego 10, continúa con 100 y finaliza en 1000”, mientras que la gráfica 2 mantiene una proporcionalidad tanto para un eje como para el otro. Las respuestas son para la gráfica 1: “está mal y trata de engañar, porque no tiene sentido lo que aparece en el eje vertical”; y para la gráfica 2: “esa está bien, porque mantiene igual la separación entre los valores de cada eje”. También es interesante que un estudiante se acerca al televisor y señala diciendo al docente “esta gráfica sería la que usarían los que están gobernando y esta otra sería la que usarían los que quieren gobernar, ¿no?”, el docente le responde que podría ser una posibilidad y el estudiante vuelve a su lugar. A continuación, se aborda el ejercicio 31 desde la oralidad y el docente lee el enunciado, recibiendo respuestas: para la gráfica 1 como “eso es cualquier cosa, ¿cómo puede ser que el -5.0% tenga una barra más chica que el -1,8%?”, “¡Mira eso! ¡El -0,1% está arriba! Eso está todo mal”; para la gráfica 2 que puede verse en el siguiente diálogo.

D: docente, E1: estudiante 1, E2: estudiante 2, E3: estudiante 3, E4: estudiante 4

- E1: esa está bien.
- E2: no tiene nada de malo.
- D: ¿todos están de acuerdo que está bien?
- Grupo: sí.
- D: Bueno, no es tan así. De hecho, esa gráfica está mal.
(Desconcierto absoluto del curso).
- E3: Pero, ¿por qué está mal?
- E4: Si está todo separado igual tanto así, como así (con la mano hace un gesto en sentido vertical y otro horizontal para aludir a los ejes y la proporcionalidad de los mismos).
- D: Sí, pero en toda gráfica de columnas o barras tiene que empezar desde cero y esa (señalando al televisor donde se ve la gráfica) empieza de €220.000,00. Si el eje vertical iniciara en cero, tal vez la gráfica ya no presentaría esa notoria diferencia entre la columna que dicen “empresa” y la otra “competidor 2”.
- E1: Acá, los 30 compramos que estaba bien.

- D: Entonces, piensen cuán manipuladoras pueden ser las estadísticas y los gráficos que andan circulando por la televisión o por las redes como utilizan ustedes, tiktok, instagram, twitter y otras. Deben prestar atención a esto y no dejarse convencer fácilmente. Es más, de hecho esto que estamos viendo en muchas escuelas ni siquiera se da, no se estudia por el motivo que fuese. Aclaro, no me refiero a ningún tipo particular de escuela, tanto en las públicas como en las privadas no es algo frecuente estudiar Estadística y menos esta parte de gráficos manipulados o distorsionados.
- D: Sumado a lo anterior, más ustedes que ya tienen responsabilidades cívicas para la época electoral. Imagínense lo que va hacer el año próximo de cara a las presidenciales.
- E2: Eso va hacer un quilombo, porque te bombardean de cosas de los políticos.
- D: ¿Vieron cómo pueden comprar algo sin saber que está mal diseñado, sea con o sin intención?

Para el gráfico 3, un estudiante se ríe ya que le parece “ridículo” que la distancia para marcar cuatro millones seiscientos mil sea mucho menor que la distancia entre dos valores que se diferencian menos de cuatrocientos mil.

Quedando 20 minutos de la clase, el docente les pide a los estudiantes que se dirijan al apunte en Classroom y realicen el Ejercicio 28 b). Al principio recibe un poco de “quejas” por tener que leer “un montón” (tres páginas) y dos presentan mayor resistencia argumentando “no me gusta leer”. La actividad se materializa en una tarea en Classroom quedando sus comentarios, luego de leer la nota periodística, en la sección “Comentarios privados”. Durante la actividad, hacen preguntas y comentarios como, por ejemplo, “¿pero esto no es ilegal?”, “o sea que cualquiera puede hacer lo que quiera”, “la moral y ética no importan nada” o “pero ¿no se puede hacer nada? Porque lo que hacen está mal”. Finalizada la actividad, culmina la clase.

Impresiones inmediatas del docente luego de la clase, copiadas textualmente:

- ♦ Me quedó la duda en los Ejercicios 22 y 23, si la confusión de los chicos provino de que la tabla estuviera horizontal y no vertical.
- ♦ La percepción que tuve de los chicos al estudiar estas cuestiones de distorsionar un gráfico y tratar de manipular con el mismo fue que les llamó la atención y despertó su interés al respecto.

Clase 9: 22/04

Tiempo 40 minutos (una hora cátedra), de 8.00 h a 8.40 h.

Para esta clase estaba previsto trabajar con:

- ♦ Completar la encuesta.
- ♦ Armar los grupos para realizar el trabajo práctico.
- ♦ Completar los Ejercicios 27, 28 a) y 30.

Observación

La clase inicia a las 8.10 h., luego del izamiento de la bandera y del que preceptor se tomara alrededor de 10 minutos para hacer algunos anuncios.

Implementación

Presentes: 30 estudiantes.

La clase inicia con el pedido del docente a los estudiantes para que ingresen a Classroom y completen la siguiente encuesta (Fig.5):

The image shows a Google Classroom survey titled "Enseñanza de la Estadística". The survey is anonymous and asks for feedback on the teaching of statistics in a high school classroom. It contains 11 questions, some with multiple-choice options and others with text input fields. The questions are:

- ¿Te pareció interesante la forma que se trabajó Estadística en el aula? *
- ¿Qué nivel claridad tuvieron los ejemplos trabajados? Es decir, ¿en cuánto contribuyeron a la comprensión del tema? *
- ¿Qué tan complicados resultaron los ejercicios propuestos a la hora de su resolución? *
- Mencionar situaciones de la vida real donde se aplican conceptos estadísticos como los trabajados en clase. *
- ¿Considerás que lo trabajado en clase te brindó herramientas de Estadística para usar en la vida cotidiana? En caso que sí, ¿cuál o cuáles? En caso que no, ¿por qué? *
- ¿Habías trabajado en Excel como se practicó en clase? *
- ¿Te gustaría profundizar en el uso de Excel o algún otro software estadístico? ¿Por qué? *
- ¿Considerás importante haber estudiado una introducción a la Estadística en la escuela? ¿Por qué? *
- Si pudieras, ¿profundizarías en temas de Estadística? ¿Por qué? *
- ¿Cambiarías algo de lo que se trabajó en las clases de Estadística? *
- ¿Algún comentario que quieras aportar? *

Figura 5. Imagen de la página web utilizada para armar los equipos de trabajo.

Los estudiantes se toman varios minutos para responder la misma. Luego, el docente proyecta en el televisor una página web <https://echaloasuerte.com/number> (Fig.6).

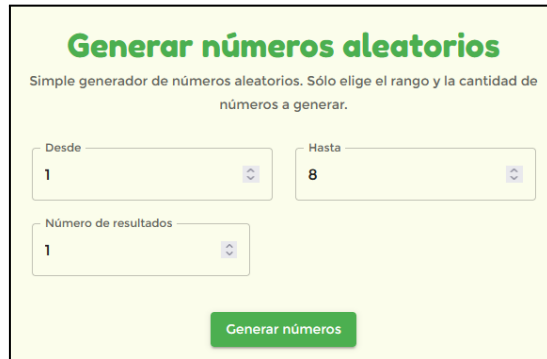


Figura 6. Imagen de la página web utilizada para armar los equipos de trabajo.

Esta sirve para determinar aleatoriamente los integrantes de cada uno de los grupos. En total son ocho grupos, siete de ellos formados por cuatro integrantes y el restante por tres. Cada estudiante pasa al frente y hace click en “Generar números” y aparece en pantalla, aleatoriamente, un número en el rango de 1 a 8 que se asocia unívocamente dicho número con el grupo al cual formará parte (Fig.7).

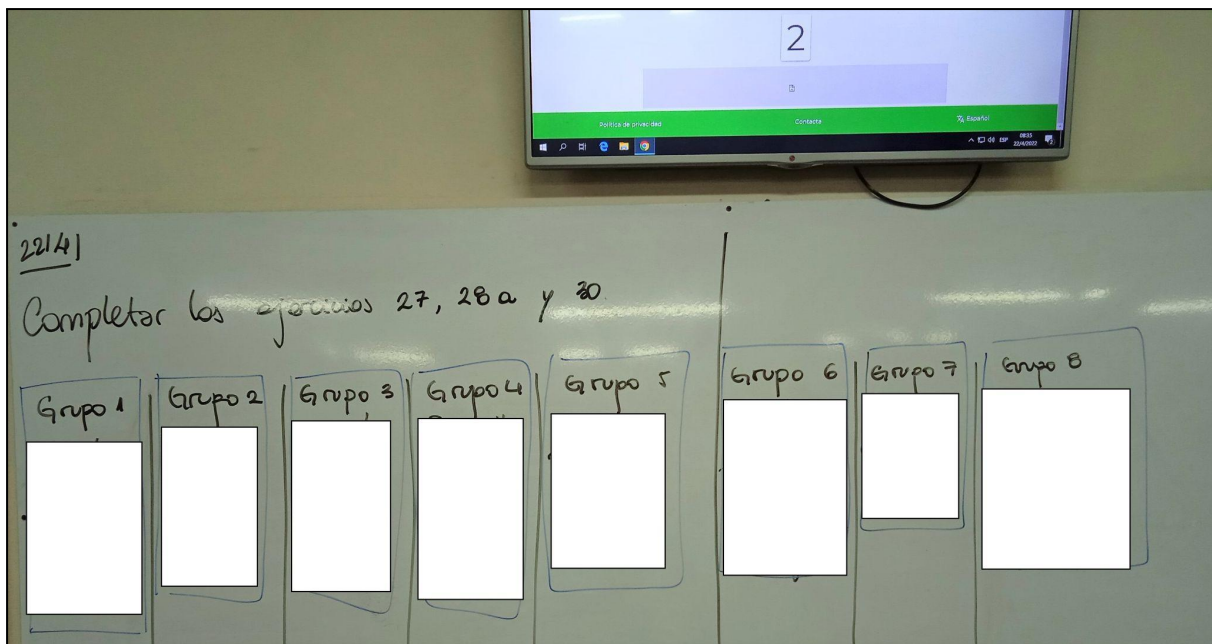


Figura 7. Imagen del pizarrón en el que aparecen los nombres¹⁴ de los integrantes de cada equipo.

Al finalizar esta etapa, el docente solo deja a modo de tarea que completen los ejercicios que se había empezado a trabajar en la clase anterior.

¹⁴ Por motivos de preservar el anonimato de los estudiantes, se decidió ocultar sus nombres en dicha imagen.

Actividad integradora

Clase 10: 25/04

Tiempo 40 minutos (una hora cátedra), de 12.40 h a 13.20 h.

Para esta clase estaba previsto trabajar con:

- ♦ Realizar ejercicios de repaso sobre los conceptos principales de la unidad.

Observación

La clase inicia en el horario estipulado. Se percibe un clima tenso en el aula, que parece responder a una situación incómoda que tuvo lugar en la materia inmediatamente anterior a la clase de Matemática. Es tal así que no hay voluntad para abordar las actividades propuestas por el docente.

Implementación

Presentes: 29 estudiantes.

La clase inicia con la propuesta de realizar tres ejercicios en los que se recuperan los conceptos principales de lo trabajado desde la primera clase de Estadística. Dos tercios del grupo comienza con la actividad, aunque con poca motivación e interés. El resto del grupo muestra desinterés y un escaso/nulo intento por hacer los ejercicios.

Durante el desarrollo de la clase, el docente recorre el salón evacuando las dudas de los estudiantes que están trabajando y solicitando a los que no están trabajando que al menos realicen el primer ejercicio. Si bien de alguna manera el pedido del docente influye en algunos estudiantes, hay otros que no. La clase culmina sin puesta en común o debate sobre las respuestas, ya que (en su mayoría) hay poca/nula producción por parte de los estudiantes y sin predisposición a participar.

Clase 11: 27/04

Tiempo 120 minutos (tres horas cátedras), de 11.00 h a 11.40 h y 12.00 h a 13.20 h.

Para esta clase estaba previsto trabajar así:

- ♦ Se realizarán trabajos prácticos grupales, uno por grupo: son ocho temas, con dos ejercicios cada uno y todos diferentes.

Observación

La clase inicia en el horario estipulado. Los trabajos prácticos están en Classroom y se reparten copias impresas. Seguidamente, se muestran sus enunciados de cada trabajo práctico.

TEMA 1

Ejercicio 1

El bicho taladro (*Platypus mutatus*) es una de las plagas más importantes que afecta la calidad de la madera para uso comercial. Se determinó la presencia de esa plaga según el número de orificios activos que presentaban los troncos de álamos de una plantación comercial. Los resultados fueron los siguientes:

Nro de orificios activos	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9 o más
Nro de troncos	12	38	28	16	13	11	9	7	5	1

- Definir y clasificar la variable en estudio.
- Identificar la muestra y la población del estudio.
- Se considera que la madera es apta para comercializarse si presenta a lo sumo 2 orificios activos. ¿Qué porcentaje de los árboles no podrán comercializarse?
- ¿Cuál es el promedio de orificios en los álamos que pueden comercializarse?, ¿y cuál en los que no pueden?
- ¿Cuál es el número más frecuente de orificios activos por troncos?
- ¿Cuál es el número de troncos que subdivide al conjunto de datos en dos grupos que tengan la misma cantidad?

Ejercicio 2

Analizar la información que se proporciona en los gráficos que aparecen en la nota

[La invasión a Ucrania y la cuarta crisis petrolera](#)

para extraer al menos cuatro conclusiones (por ejemplo, país de mayor consumo, menor consumo, etc.). Utilizar los recursos estadísticos que se estuvieron trabajando en clase.

TEMA 2

Ejercicio 1

Una fábrica adquirió una nueva máquina que fabrica tornillos de 1 cm de diámetro. Para darle ingreso a la planta, deben retirar una de las dos máquinas que están en uso y que tienen la misma antigüedad. Con el propósito de decidir cuál se eliminará, realizan una prueba de fabricación de 160 unidades en cada máquina, con los siguientes resultados:

Error de diámetro (en décimas de mm)	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
Máquina A	16	24	28	32	24	16	12	8
Máquina B	0	24	6	44	32	20	4	0

- Determinar la variable en estudio y clasificarla.
- Realizar dos gráficos de columnas para las frecuencias absolutas para cada máquina.
- Utilizar las medidas de tendencia central para tomar la mejor decisión. Justificar adecuadamente.


Ejercicio 2

Analizar la información que se proporciona en los gráficos que aparecen en la nota


[El \(des\)balance del poder militar entre Rusia y Ucrania](#)

para extraer al menos cuatro conclusiones (por ejemplo, diferencia en cantidades de cada estructura militar, poder económico de actualización y modernización militar, etc.). Utilizar los recursos estadísticos que se estuvieron trabajando en clase.

TEMA 3

 Ejercicio 1

- a. Se conocen las edades de 5 jóvenes, la media de ellas es 17,2 años, su moda es 16 y su mediana es 17. ¿Cuántos años tiene el mayor de los jóvenes si todas las edades son expresadas con valores enteros?
- b. Para cada caso, proponer un conjunto pequeño de datos de manera que satisfaga:
- i) $\text{Promedio} < \text{mediana} < \text{moda}$
 - ii) $\text{Moda} < \text{media} < \text{mediana}$


 Ejercicio 2

Analizar la información que se proporciona en los gráficos

[Ataques a la asistencia sanitaria notificados por países y Fallecidos en ataques a la asistencia sanitaria notificados por países](#)

para extraer al menos cuatro conclusiones (por ejemplo, país con mayor asistencia, menor asistencia, comparación entre las asistencias y los ataques a las mismas, etc.). Utilizar los recursos estadísticos que se estuvieron trabajando en clase.


TEMA 4

 Ejercicio 1

- a. La media de 10 números es 20 y la media de otros 20 números es 10. Determinar la media de los 30 números.
- b. Se realizó una investigación sobre la cantidad de hijos en 500 familias de una ciudad. Los datos obtenidos figuran en la siguiente tabla:

Nro de hijos	0	1	2	3	4	5	6	7
Cantidad de familias	90	96	104	110	60	20	16	4

- i) ¿Qué porcentaje de familias tiene entre 2 y 4 hijos?, ¿y entre 6 o más hijos?
- ii) Representar los datos de la tabla mediante un gráfico de columnas.
- iii) ¿Cuál es número esperado de hijos por familia?
- iv) ¿Cuál es número más frecuente de hijos por familia?


 Ejercicio 2

Analizar la información que se proporciona en el gráfico

[Participación de la energía nuclear en la producción eléctrica en Ucrania](#)

para extraer al menos cuatro conclusiones (por ejemplo, comparación entre todos los países participantes, el de menor participación, etc.). Utilizar los recursos estadísticos que se estuvieron trabajando en clase.


TEMA 5

 **Ejercicio 1**

En una clínica infantil se ha ido anotando, durante un mes, el número de metros que cada niño anda, seguido y sin caerse, el primer día que comienza a caminar, obteniéndose la tabla de información adjunta:


Metros caminados	1	2	3	4	5	6	7	8
Número de niños	2	6	10	5	10	3	2	2

- Definir y clasificar la variable en estudio.
- ¿Cuál es el número esperado en metros que camine un niño?
- ¿Cuál es número más frecuente de metros que camine un niño en las circunstancias descritas?
- ¿Cuál es el número de metros que subdivide en dos grupos que tengan la misma cantidad de niños?
- Representar los datos en un diagrama de columnas.

 **Ejercicio 2**

Analizar la información que se proporciona en el gráfico [Población rusa residente en España](#) para extraer al menos cuatro conclusiones (por ejemplo, crecimiento de habitantes tras el paso de los años, etc.). Utilizar los recursos estadísticos que se estuvieron trabajando en clase.

TEMA 6


 **Ejercicio 1**

Los registros de las temperaturas máximas y mínimas de 10 días consecutivos de un mes fueron:

Día	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Temperatura mínima	6	8	10	9	7	8	10	9	9	8
Temperatura máxima	18	19	17	14	14	20	15	14	16	17


Se llama “amplitud térmica diaria” a la diferencia entre la temperatura máxima y la temperatura mínima en grados centígrados que se registran en un día.

- Clasificar la variable estadística “se registra la amplitud térmica diaria”.
- Construir una tabla de frecuencias absolutas y porcentuales de las amplitudes térmicas diarias.
- Determinar la moda para las amplitudes térmicas diarias.
- ¿Se puede calcular el promedio de las amplitudes térmicas diarias? En caso afirmativo, hallar dicho valor. En caso contrario, explicar porqué no es posible.
- Construir un digrama de sectores para las frecuencias porcentuales.

 **Ejercicio 2**

Analizar la información que se proporciona en el gráfico [Población ucraniana residente en España](#) para extraer al menos cuatro conclusiones (por ejemplo, crecimiento de habitantes tras el paso de los años, etc.). Utilizar los recursos estadísticos que se estuvieron trabajando en clase.

TEMA 7

 Ejercicio 1

a. Para cada uno de los siguientes casos, determinar si se analiza una población o una muestra y clasificar la variable que se estudia. Justificar cada respuesta.

- I) En un establecimiento dedicado a la cría de porcinos, se quiere comprobar la eficacia de un nuevo alimento balanceado. En el establecimiento hay 150 animales y se los pesa antes y después de los veinte días que dura esta dieta con el nuevo alimento.
- II) Un fabricante de tuercas desea hacer un control de calidad de fabricación; para ello, escoge 100 tuercas del total de la producción, que pertenecen a distintas partidas, dentro de 5000 tuercas fabricadas, y mide fabricadas y mide el diámetro interno de cada una.
- III) En un club deportivo de 1200 socios, se desea conocer la edad de todos ellos, con el fin de crear nuevas secciones de gimnasia para diferentes edades.

b. Escribir 2 calificaciones más en cada materia de manera que se cumplan las condiciones planteadas para cada una.


Matemática: 5 - 6 - 8 - 8 - 4 Geografía: 6 - 7 - 4 - 8 - 8 Historia: 8 - 5 - 9 - 8 - 9

- En Matemática, el promedio y la mediana son iguales.
- En Geografía, la mediana tiene un valor mayor que la moda.
- En Historia, el promedio, la mediana y la moda son todos valores distintos.

c. Se realizó una encuesta a un grupo de empleados para averiguar cuántas veces solicitan a domicilio el almuerzo durante la semana. La información obtenida fue:

1 - 2 - 3 - 1 - 3 - 5 - 1 - 4 - 1 - 4 - 2 - 5 - 1 - 2 - 6 - 1 - 5 - 2 - 5 - 1
4 - 5 - 1 - 3 - 2 - 6 - 1 - 2 - 6 - 1 - 3 - 2 - 1 - 4 - 6 - 2 - 3 - 1 - 5

Construir un gráfico de columna que representa la información anterior.

 Ejercicio 2

Analizar la información que se proporciona en los gráficos [Población española residente en Rusia](#) y [Población española residente en Ucrania](#) para extraer al menos cuatro conclusiones (por ejemplo, crecimiento de habitantes tras el paso de los años, etc.). Utilizar los recursos estadísticos que se estuvieron trabajando en clase.

TEMA 8

📌 Ejercicio 1

- a. En una clínica de cirugías menores, inaugurada el mes pasado, se atendieron durante los primeros 16 días las siguientes cantidades de pacientes diarios:

27 - 27 - 27 - 28 - 27 - 25 - 25 - 28 - 26 - 28 - 26 - 28 - 31 - 30 - 26 - 26

- I) Definir y clasificar la variable en estudio.
- II) Determinar las medidas de tendencia central.
- III) Construir un gráfico a elección que represente las frecuencias absolutas de los datos.

- b. Sean los siguientes valores

3 - 6 - 3 - 5 - 6 - 7 - 7 - x

Asignar un valor entero a x para que se cumpla la condición indicada en cada caso.

- I) Que la media sea igual a 5.
- II) Que la mediana no sea igual a 6.
- III) Que existan tres datos que sean moda.

📌 Ejercicio 2

Analizar la información que se proporciona en los gráficos que aparecen en la nota

[Mapa de refugiados de la guerra de Ucrania](#)

para extraer al menos cuatro conclusiones (por ejemplo, país con mayor aceptación de refugiados, etc.). Utilizar los recursos estadísticos que se estuvieron trabajando en clase.

Implementación

Presentes: 29 estudiantes.

Los estudiantes se agrupan formando estaciones de trabajo, es decir, se distribuyen ocupando todo el aula quedando bastante distanciado un grupo de otro. Mientras que los estudiantes se van acomodando, el docente aprovecha a prender la computadora e ingresar a la página web <https://echaloasuerte.com/number> para el sorteo de los ocho temas. Luego, el docente solicita que un miembro de cada grupo se acerque para hacer el “click” y saber, de manera aleatoria, el número del tema que le será asignado.

Una vez repartido todos los temas, dado que existirá una instancia de defensa comenzando el viernes 29/4 y que ya podían comenzar a trabajar, cada grupo se autogestiona repartíéndose las consignas de los ejercicios. El docente recorre cada grupo y responde las dudas que van surgiendo, pero al mismo tiempo invita a que se consulten entre ellos para fomentar un trabajo colaborativo.

Cuando los grupos comienzan con el segundo ejercicio de cada tema, surge una complicación con respecto al enlace de los gráficos con los que deben trabajar. La dificultad está en que los

hipervínculos en los archivos .pdf alojados en Classroom no funcionan. Frente a este conflicto, el docente decide pasar por Classroom el enlace de cada gráfico. Algunos otros los estudiantes los encuentran rápidamente usando Google.

Superado el inconveniente anterior, los estudiantes se muestran un poco desconcertados en el ejercicio 2, de cada tema, pues no es común extraer conclusiones en Matemática sin previamente “realizar cuentas” o “resolver algo”. Si bien en el enunciado se brindan algunos ejemplos de conclusiones posibles, les resulta un poco extraño al inicio y luego de preguntar al docente entienden que no existe una respuesta única o una observación exclusiva que cada grupo debe hacer. Las explicaciones del docente se basan en retomar algunas sugerencias del enunciado como “analicen el balance del armamento militar entre Rusia y Ucrania, ¿cuál de los dos países consideran que tienen un mayor fondo para el equipamiento militar?”.

Una vez terminado el trabajo, el docente les recuerda (como dice en la consigna que figura en el Classroom) que cada grupo deberá guardar su trabajo y subirlo a las carpetas creadas en Google Drive (Fig.8).

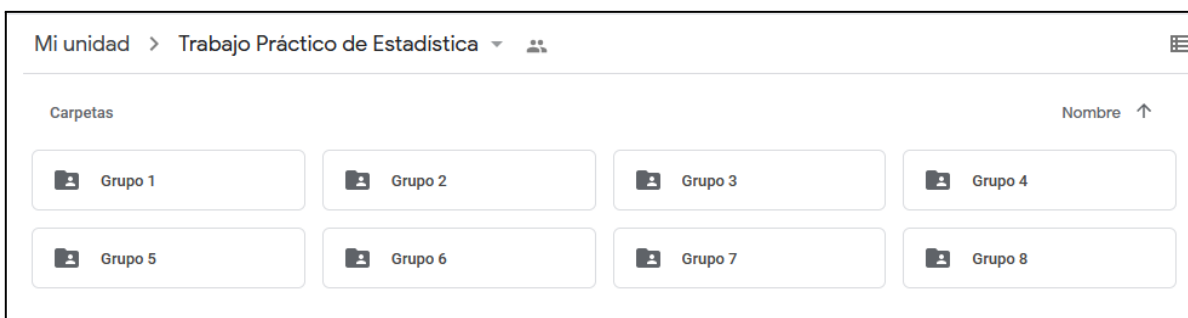


Figura 8. Imagen de la carpeta en Google Drive para alojar las producciones de los grupos.

Antes de finalizar la clase, el docente vuelve a comentar que la defensa de cada trabajo está sujeta a una presentación y que el grupo expositor deberá, luego de realizarla, responder preguntas de otro grupo. La distribución de las presentaciones y de los grupos que realizarán preguntas, en una primera instancia, se pensó en hacerla a partir de la aleatoriedad pero sin éxito. Esto se debe a que los estudiantes de la modalidad de Economía y Administración mencionan que el viernes 29/04 tendrán una instancia de evaluación en la cual deberán exponer. Frente a esto, el docente elige el orden de exposición y qué grupo será el que realice preguntas a otro grupo (Fig.9).

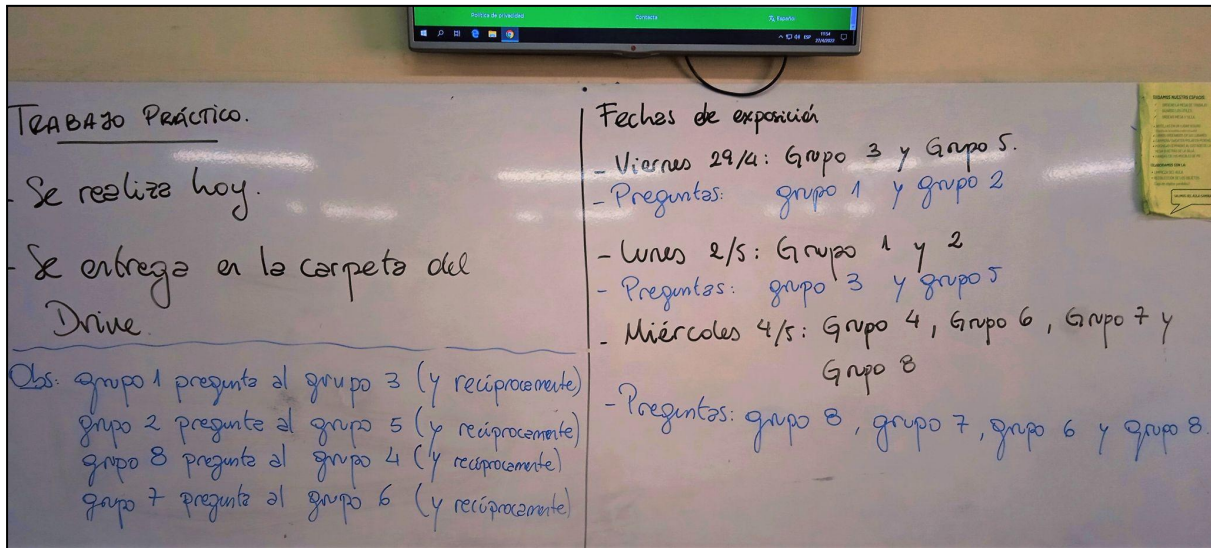


Figura 9. Imagen del pizarrón con el cronograma de las exposiciones.

Impresiones inmediatas del docente luego de la clase, copiadas textualmente:

- La decisión de qué grupo exponía lo pensé en función a la cantidad de estudiantes que hacen la modalidad de Sociales, obviamente ellos no tenían ninguna instancia de evaluación para ese día de otra materia.
- No supe por qué pasó eso en el ejercicio 2, cuando lo probé en la computadora del colegio me funcionó lo más bien. Por suerte tenía los links guardados, lo que fue fácil y rápido pasárselos, como también lo agilizaron los estudiantes que en el momento lo buscaron por Google.
- Por unanimidad, los grupos realizaron sus trabajos en Excel o su equivalente Hojas de Cálculo de Google Drive.

Clase 12: 29/04

Tiempo 40 minutos (una hora cátedra), de 8.00 h a 8.40 h.

Para esta clase estaba previstas:

- Las exposiciones de los grupos 3 y 5.

Observación

La clase inicia en el horario estipulado. Los trabajos prácticos están en el Classroom y también se reparten algunas copias impresas.

Implementación

Presentes: 28 estudiantes.

El grupo 3, del que solo hay dos presentes de los cuatro, se toma unos minutos para encender la computadora y el televisor con el fin de presentar su trabajo. Uno de ellos da inicio a la exposición haciendo un recorrido por los enunciados de su trabajo práctico, los conceptos que emplearon en cada uno para dar respuesta a lo solicitado y cómo lo determinaron (por ejemplo, la media). El grupo 1 realiza dos preguntas pertinentes al tema que expusieron, que aluden a la manipulación de los gráficos estadísticos y otra al cálculo de las medidas de tendencia central explicando el porqué se pueden encontrar las tres. Las preguntas son repartidas una para cada integrante, que responden adecuadamente.

Luego, pasa el grupo 5 al frente y comparte su trabajo a través del televisor. En este caso, los cuatro integrantes se van turnando para explicar qué hicieron en cada ítem y brevemente lo que pedía cada consigna. Culminada la exposición, cada integrante del grupo 2 realiza una pregunta y el grupo expositor responde a los interrogantes, turnándose los tiempos de habla. Las preguntas son apropiadas, pues apelan a los conceptos que el grupo 5 trabajó y explicó. Al finalizar el intercambio entre los grupos, se da por cerrada la clase.

Clase 13: 02/05

Tiempo 40 minutos (una hora cátedra), de 12.40 h a 13.20 h.

Para esta clase estaba previstas:

- ♦ Las exposiciones de los grupos 1 y 2.

Observación

La clase inicia en el horario estipulado.

Implementación

Presentes: 29 estudiantes.

El grupo 1 se prepara para exponer su trabajo, tomándose unos minutos para prender la computadora y conectarla al televisor. Una vez que le comunican al docente que ya están listos para dar inicio, este solicita al resto del curso hacer silencio y dirigir la atención a los compañeros. Los tres integrantes del grupo (faltó uno) se van turnando la palabra equitativamente para la explicación de cada ítem de los ejercicios. Cabe aclarar que atinadamente el grupo hace un recorrido por las consignas del trabajo práctico previo a introducirse a la resolución de las mismas. Al finalizar esta presentación, en la cual abordaron las cuestiones principales de los contenidos trabajados en las clases y con cierta precisión, llega la instancia en la que el grupo 3 realiza las preguntas a los compañeros que expusieron.

El docente, al igual que la vez anterior, da libertad a los estudiantes que formulen los interrogantes y si quieren que algún estudiante en particular del equipo expositor responda, o bien queda a ser respondida por cualquiera de estos. Las preguntas se centran en los cálculos de las medidas de tendencia central, interpretaciones de los gráficos y si el que analizó el gráfico estadístico es “confiable”. La mayoría de las respuestas son correctas, salvo algunas equivocaciones por parte de uno de los integrantes (estudiante X) cuyas respuestas revelan una carencia en la apropiación de los contenidos. A modo de ejemplo, frente a la pregunta “¿cómo se dan cuenta que el gráfico que ellos realizaron no está manipulado?” (el gráfico lo hicieron en Excel, Fig.10) una parte de la respuesta de este estudiante X es “en la parte vertical (señala al eje vertical), no es necesario que estén todos los números”, haciendo referencia a la escala; en otra oportunidad la pregunta es “¿cómo te das cuenta de la moda mirando el gráfico?” (el gráfico que el equipo elaboró) y responde “la columna más alta, que es una sola y es 3”.

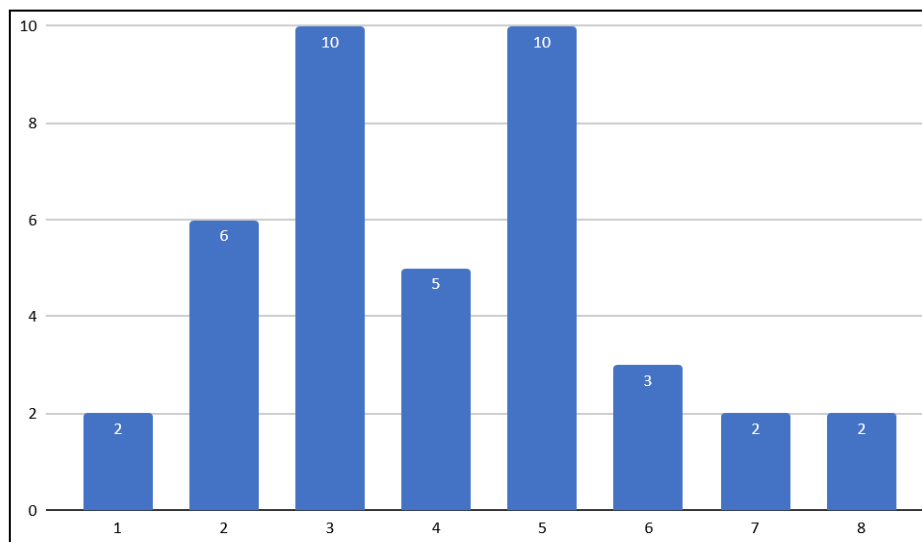


Figura 10. Gráfico elaborado por el grupo 1 en el marco de la Actividad Integradora de Estadística.

Algunos estudiantes, en calidad de la audiencia, se muestran un poco confundidos frente a esas respuestas. Estos miran al docente, quien les hace un gesto con la mano para que comenten sus inquietudes. Se arma un debate en el que se intercambian opiniones en torno a las respuestas dadas por el estudiante X.

Luego, el grupo 2 se prepara para compartir su trabajo con el resto. Los cuatro integrantes hacen su presentación con un recorrido similar al anterior equipo, es decir, comentan los enunciados de su trabajo y cómo fueron desarrollando cada uno. La palabra es tomada por todos los integrantes, y se ayudan si alguno se traba en la explicación. Hay una disonancia cuando uno del equipo utiliza el pizarrón para explicar cómo determinaron la mediana, pues

comete un error en la escritura pero no en la oralidad. En efecto, atribuye que el cálculo de la mediana queda determinado por el promedio de los valores centrales de los datos pues es una cantidad par de los mismos, aunque su equivocación está en que multiplica los valores centrales en lugar de sumarlos. Cabe aclarar que es un error del momento, pues el resultado grupal de dicho cálculo es correcto. Superado lo anterior y cerrada la presentación, el otro grupo se prepara para hacer sus preguntas. Estas no se diferencian, en general, de las que se realizaron para el grupo 1, aunque son válidas pues las respuestas tienen otras connotaciones ya que revelan cómo se apropiaron los integrantes del grupo expositor de los conceptos empleados para solventar los enunciados de su trabajo práctico. Entre las preguntas para este grupo una de ellas es, por ejemplo, “¿cómo se les ocurrió utilizar esos números?”, ya que el enunciado pedía ciertas condiciones que debían cumplir las medidas de tendencia central (un caso era que la media debe ser menor que la moda y, a su vez esta, menor que la mediana). Argumentan que fue “a prueba y error”, con cierta calibración en función a las fallas que se cometieron en los intentos anteriores. Al finalizar el intercambio entre los grupos, se da por cerrada la clase.

Clase 14: 04/05

Tiempo 120 minutos (tres horas cátedras), de 11.00 h a 11.40 h y 12.00 h a 13.20 h.

Para esta clase estaba previsto trabajar con:

- ♦ Las exposiciones de los grupos 4, 6, 7 y 8.

Observación

La clase inicia en el horario estipulado.

Implementación

Presentes: 31 estudiantes.

Se destinan algunos minutos para que el grupo 4, que va a exponer, arme todo el sistema (computadora y televisor) con el fin de proyectar y compartir su trabajo. Al igual que las exposiciones anteriores, presentan los enunciados del trabajo práctico y, a continuación, comienzan a explicar de manera concisa lo que fueron desarrollando para dar respuesta a cada ítem de los ejercicios propuestos. Las argumentaciones que van ofreciendo a medida que recorren sus respuestas presentan los términos específicos que se utilizaron en las clases, por ejemplo, al hablar del cálculo de porcentaje o de la media, emplean argumentos análogos a los mencionados por el docente “el promedio lo obtenemos haciendo estas operaciones,

porque multiplicar 1 por 96 representa escribir al número 1 unas 96 veces. Aunque nosotros usamos la función PROMEDIO”, o bien otro caso es la moda (Fig.11) aludiendo a que “con la tabla ya veíamos que la moda es 3, pero usamos la función MODA.VARIOS para ver que de verdad era 3”.

Num Hijos	Cant. Familias	Porcentaje		
			1) Porcentaje entre 2 y 4 hijos	54,80%
0	90	18	Porcentaje entre 6 o mas hijos	4%
1	96	19,2		
2	104	20,8		
3	110	22		
4	60	12	3) Promedio hijos x Familia	2,196
5	20	4		
6	16	3,2		
7	4	0,8		
Total	500	100	4) Numero mas frecuente hijos x flia	3

Figura 11. Tabla elaborada por el grupo 4 en el marco de la Actividad Integradora de Estadística.

Finalizada la explicación del equipo, el grupo 8 hace sus preguntas que, a diferencia de lo que sucedió en las anteriores ocasiones, se orientan a la interpretación de los enunciados, por ejemplo, “¿cómo se dieron cuenta que les pedía que calculen la moda?” o “¿por qué calcularon el promedio?”. Cabe señalar que en los ejercicios de su trabajo práctico no aparecían las palabras moda, media o promedio, en su lugar las frases que se referían a ellas eran “el número más frecuente de hijos” o “el número esperado de hijos por familia”.

Luego, pasa al frente el grupo 6 y presenta su trabajo como hicieron los anteriores grupos. Es decir, proyecta en el televisor las consignas de su trabajo práctico y van intercalando sus explicaciones entre el trabajo y sus respuestas plasmadas en Excel. A diferencia de los otros grupos, uno de los integrantes utiliza un anotador para compartir algunas resoluciones ya que este estudiante en particular cuenta con una adaptación curricular (previamente le consultó al docente si podía usarlo). La palabra es compartida entre todos y van mencionando cómo fueron pensando para dar una respuesta al pedido en cada consigna. Durante estas explicaciones, el docente observa que hay algunos errores conceptuales, entre ellos con la moda y que tiene pensado retomarlo al momento de hacer la ronda de interrogantes. En efecto, la explicación del estudiante sobre el ejercicio (Fig.12) es “si x es 3, 6 o 7 entonces habría un solo dato que es moda y si x es 5 habría cuatro datos que serían moda, entonces x tiene que ser un número distinto de 3, 5, 6 y 7”.

b. Sean los siguientes valores

$$3 - 6 - 3 - 5 - 6 - 7 - 7 - x$$

Asignar un valor entero a x para que se cumpla la condición indicada en cada caso.

- I) Que la media sea igual a 5.
- II) Que la mediana no sea igual a 6.
- III) Que existan tres datos que sean moda.

Figura 12. Consigna del ejercicio 1 del Trabajo Práctico de Estadística que realizó el grupo 6.

Asimismo, un estudiante (de un grupo que ya participó) se acerca al docente y le consulta, mientras el equipo está exponiendo, “¿cuántas modas puede haber?” y el docente le responde “depende del número de datos, pero si todos los datos tienen la misma frecuencia entonces no hay moda”. El docente intuye, pero sin aseverarlo, que este estudiante quedó con esa duda debido al error del grupo expositor.

Cuando el grupo 6 está por comenzar a comentar el segundo (y último) ejercicio de su trabajo práctico, suena el timbre del recreo por lo que el docente decide hacer una pausa y que se retiren al recreo. Una vez retornado del descanso, el equipo hace el cierre de su presentación cuando finaliza la explicación del último ejercicio. Inicia la sesión de preguntas por parte del equipo 7 (había presente un solo integrante) y consulta sobre la moda ya que no entendió el enunciado, a lo que el mismo integrante que lo explicó vuelve a mencionar de manera muy similar lo que había comentado. En este momento habla el estudiante que le había preguntado al docente sobre la moda diciendo “pero no hay moda si x es 5” y la reacción del expositor es mirar al docente con una expresión en su rostro de no entender qué le acababan de decir. El docente interviene para hacer la aclaración tanto del comentario realizado y hacer la observación de qué sucede con la moda cuando todos los datos tienen la misma frecuencia. Las restantes preguntas derivan en similitudes con las hechas en otras oportunidades.

La exposición del grupo 7 es bastante dinámica, pues solo hay un integrante ya que su compañero se encuentra en un viaje de intercambio (sí estuvo presente resolver las consignas de su trabajo práctico). Asimismo, el estudiante se muestra bastante suelto para ir comentando lo que hicieron intercalando los enunciados con las respuestas ofrecidas. En pocas palabras, se maneja con soltura para conectar el enunciado, la interpretación del mismo y la respuesta ofrecida. Las preguntas por parte del grupo 6 guardan relación con lo expuesto por el estudiante del grupo 7, quien también responde de manera segura a las preguntas del docente como, por ejemplo, “¿qué hubiese pasado si el promedio de errores que cometen era

el mismo?, ¿cómo determinás qué máquina tenés que reemplazar?” a lo que responde “calculando la moda, o mirando el gráfico y viendo los tamaños de las columnas (hace referencia a la altura)” (Fig.13) y el docente comenta “o ambas en simultáneo, porque eso te ayuda a determinar mejor si la decisión de reemplazar tal máquina está más fundamentada”.

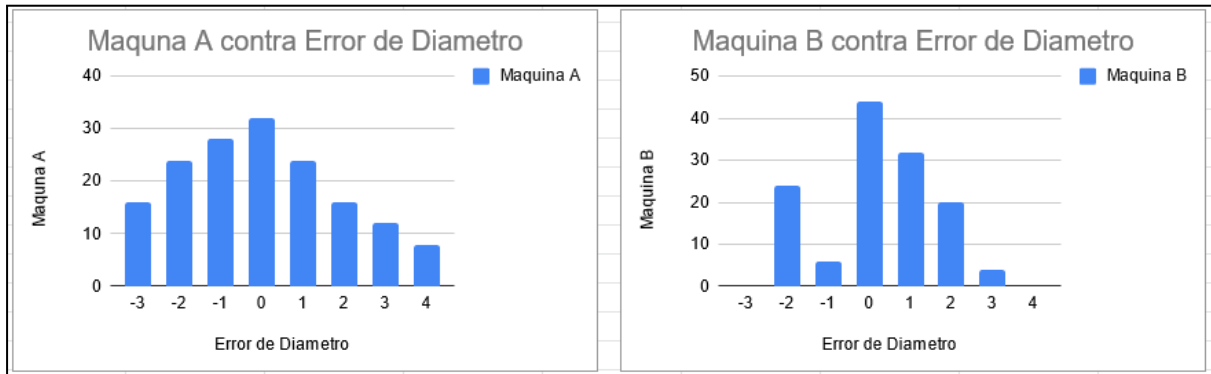


Figura 13. Gráfico elaborado por el grupo 7 en el marco de la Actividad Integradora de Estadística.

Por último, el grupo 8 hace su presentación. En síntesis, este equipo no revisó los comentarios que les dejó el docente en su trabajo pues presentaba errores de interpretación en las consignas bastante notorias. Pese a lo anterior, hicieron su exposición y sus compañeros advierten que hay ciertas inconsistencias entre lo que dice, lo que el enunciado pide y la teoría. Cuando comienza la ronda de preguntas, hay preguntas que algunos responden adecuadamente, pero otros integrantes no saben a qué hacen referencia las preguntas que les son asignadas. Por ejemplo, “En el gráfico de los países, ¿se puede calcular el promedio?” (Fig.14), a lo que uno de los dos estudiantes responde que sí.

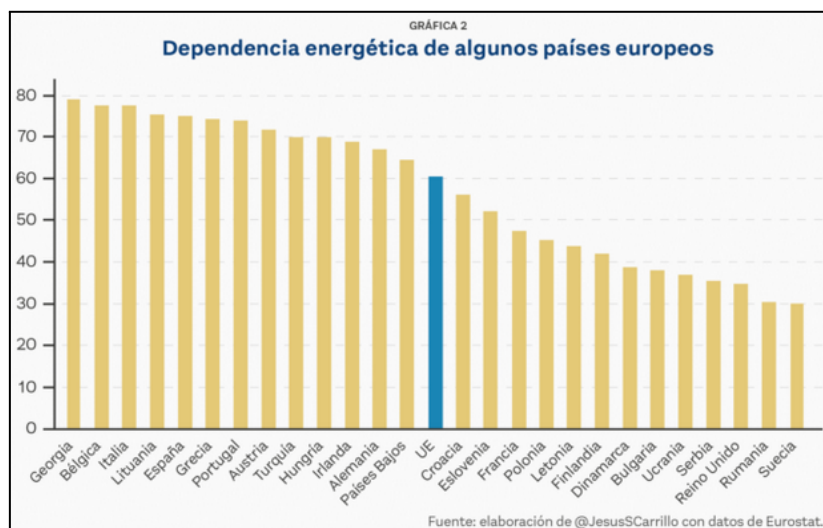


Figura 14. Gráfico de barras para las frecuencias porcentuales del ejercicio 2 del trabajo práctico de Estadística, asignado al grupo 8.

Frente a una serie de preguntas que responden inadecuadamente el docente hace el comentario de que el equipo necesita reforzar los conceptos trabajados y recomienda revisar las consignas de su trabajo práctico. Luego, decide cerrar la sesión de intercambios.

En los restantes minutos que quedan de la clase, el docente hace algunos anuncios referidos a la composición del temario para el examen trimestral. Con esto se da por finalizada la clase y el capítulo de Estadística.

C. Análisis de la implementación

C1. Introducción

En esta sección del trabajo se presenta un análisis interpretativo de la implementación de la PDI a la luz de los conceptos expuestos en el encuadre teórico. Se emplea la Idoneidad didáctica para el reconocimiento, la descripción e interpretación de cada faceta –epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica– y sus interacciones, en los documentos obtenidos y materiales producidos. El insumo para ser analizado está conformado por el material de estudio que se utilizó en aula con los estudiantes, el registro de las clases con las impresiones del docente, las opiniones del grupo de estudiantes, sus respuestas a la encuesta, las producciones digitales y la carpeta de uno de ellos.

El análisis de la implementación se concreta sucintamente en dos instancias. La primera se basa en un reconocimiento y descripción de cada una de las facetas sobre el material de insumo. La segunda parte se enfoca en una mirada transversal entre las idoneidades al tomar como eje central la interacción entre las mismas. En cuanto a las valoraciones que proporciona cada idoneidad serán presentadas en el próximo apartado de este trabajo, es decir, en las conclusiones.

C2. Las facetas de la Idoneidad didáctica y la propuesta didáctica introductoria

a. Idoneidad epistémica

Esta idoneidad analiza la representatividad de los significados pretendidos e implementados con respecto a los significados de referencia. En otras palabras, aquello que es planificado y luego implementado tiene que tener una adecuada correspondencia con el saber de los/as expertos/as sobre el objeto matemático en cuestión a ser enseñado. En el caso de la PDI, para esta idoneidad se pone el foco primero sobre las decisiones para confeccionar el material para los estudiantes, que son acompañadas de las opiniones que ellos vierten en clase y las respuestas de la encuesta luego de utilizar el material. Por último, se incorporan al análisis las explicaciones e intervenciones del docente.

En el apartado [B1. El material de estudio](#) se mencionan algunos indicadores que se relacionan con la idoneidad epistémica y que aquí se recuperan para su análisis. En el proceso de elaboración del material de estudio se recurre a distintas fuentes bibliográficas que, de acuerdo al criterio del docente, son sólidas en cuanto al contenido específico y didácticamente adecuadas. Esto permite inferir que los significados pretendidos se nutren con aportes de autores/as que el docente reconoce como válidos. A su vez, este hace una cierta selección de lo que ofrecen las fuentes de referencia para el abordaje del desarrollo teórico de los contenidos y la confección de una ejercitación que acompañe a lo anterior.

En lo que respecta al desarrollo teórico que se plasma en el material de estudio se encuentra, por un lado, rigurosidad en las definiciones de los conceptos y, por otro, una fundamentación que sostiene a cada procedimiento que se pone en juego cuando se trabaja con los contenidos estadísticos. La intención que subyace sobre esto último es que la comprensión y la argumentación sean prioridad para superar la mera memorización de mecanismos y pasos a seguir (por ejemplo, [el cálculo de la media](#)). También aparecen diferentes registros semióticos (coloquial, gráfico y símbolos matemáticos) con el propósito de que los estudiantes logren interpretar cada uno de ellos, entablar relaciones entre los mismos e inferir conclusiones en base a los cruces de los distintos registros que favorece al aprendizaje en robustecer la fase conceptual (un ejemplo es el [Ejercicio 16](#)).

La elección de los ejercicios y ejemplos, que se distribuyen a lo largo de todo el material, atiende a uno de los aspectos que señala el DCJ y es, precisamente, proponer situaciones intra y extramatemáticas. Las contextualizaciones de los ejercicios y ejemplos son diversas. En efecto, algunos contextos pueden ser imaginados por los estudiantes ([ejemplo y Ejercicio 1](#)), otros son fragmentos de hechos que sucedieron en la vida real ([Gráficos estadísticos, ¿distorsionados o manipulados?](#)) y están aquellos que se enmarcan en lo intramatemático (como el [Ejercicio 14](#)). Cabe aclarar que la diversidad también ocurre por la presencia de los contenidos estadísticos en variados escenarios, por ejemplo, cuestiones cotidianas de los estudiantes ([ejemplo de medidas de tendencia central sobre calificaciones](#)), situaciones que puede afrontar un agricultor ([Ejercicio 23](#)) o datos de interés en otro país ([Ejercicio 18](#)).

Las preguntas 2 y 3 de la encuesta (Fig.15) se enfocan en que los estudiantes emitan sus valoraciones con respecto a los ejemplos y ejercicios del material de estudio. Para ello se establece una escala de seis niveles, para la pregunta 2 es “1 = Nada claro” a “6 = Muy claro” y para la pregunta 3 es “1 = Nada complicado” a “6 = Muy complicado”. De las respuestas se

desprende que el 80% opina que los ejemplos resultan ser *muy claros* y el 60% (con 16 valoraciones en el nivel 4) señala que las resoluciones de los ejercicios tienen una tendencia un poco mayor a una complicación *moderada o intermedia*.

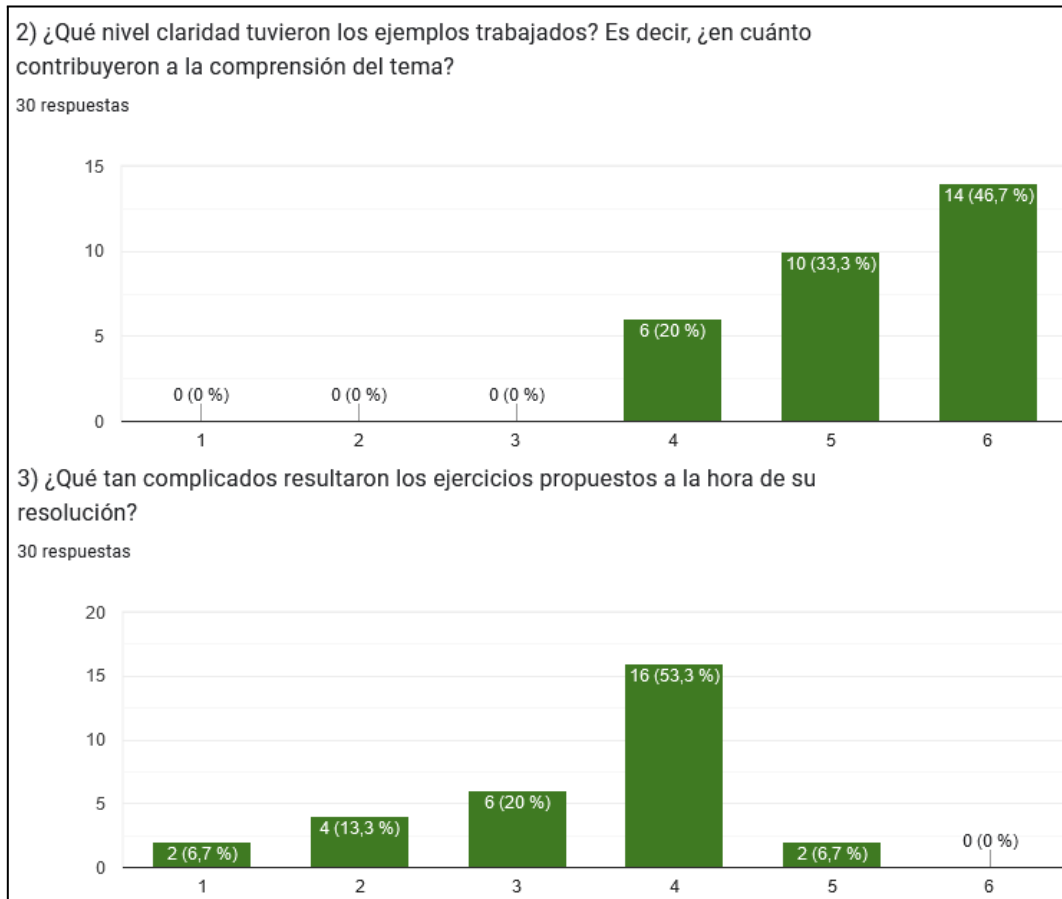


Figura 15. Respuestas de los estudiantes a las preguntas 2 y 3 de la encuesta.

Con respecto a las intervenciones y explicaciones del docente se advierte que el mismo propone situaciones problemas de cercanía para los estudiantes ([ejemplo de población y muestra](#)), como también hace uso de las repreguntas. Sobre esto último, se percibe que el docente busca orientarlos para trabajar didácticamente sobre el error ([¿promedio en variables cualitativas?](#)), o bien reafirmar las respuestas de los estudiantes ([observaciones de las medidas de tendencia central](#)). El lenguaje que utiliza el docente ya sea para explicar, preguntar o intervenir con alguna observación es adecuado pues sostiene la especificidad de los conceptos en tratamiento a la vez que resulta entendible para los estudiantes.

b. Idoneidad cognitiva

Esta idoneidad analiza los significados pretendidos/implementados que se encuentren en la zona potencial de los/as estudiantes, es decir, cercanos a sus significados personales. Esto

invita a revisar si lo que se quiere enseñar (pretendido) tiene puntos de contacto con los conocimientos que portan quienes aprenden y, a su vez, que aquello que se enseña (implementado) esté adaptado para los sujetos aprendices. En el caso de la PDI, esta idoneidad se centra en los conocimientos previos de los estudiantes (significados personales globales), los contenidos estadísticos planificados (significados pretendidos) que son trabajados en el aula (significados implementados) y los aprendizajes manifestados por el grupo (significados personales declarados y logrados). Los comentarios del docente, de los estudiantes y las producciones de estos últimos revelan los alcances de los significados mencionados anteriormente y sus relaciones, van a ser analizados a continuación.

En cuanto a los significados personales globales, es decir los conocimientos previos con respecto a Estadística, se puede decir que los estudiantes son portadores de saberes que no provienen de las clases de Matemática. En efecto, antes de la PDI, se sabe por medio de los [diálogos con los docentes y la revisión de sus planificaciones](#) que la Estadística solo aparece en algunas de estas últimas, pero no en las prácticas de enseñanza de Matemática, en lo declarado por falta de tiempo. Sin embargo, en los comentarios inmediatos del docente al finalizar la [Clase 1](#) y [Clase 2](#) se manifiesta su *asombro* frente a la *naturalidad* que demuestran los estudiantes por el grado de familiaridad con ciertos contenidos estadísticos trabajados. También se considera como conocimiento previo la representación de gráficas en sistemas de ejes cartesianos, particularmente de funciones que son trabajadas desde primer año. En concreto, establecer una escala para cada eje, relacionar variables y ubicar puntos en un sistema de coordenadas cartesianas contribuye a que la realización de gráficos estadísticos de columnas o barras tenga un andamiaje que facilita entender su construcción, cuestión que manifiesta el docente en un [comentario al terminar la Clase 3](#).

Los significados institucionales pretendidos son los sistemas de prácticas con respecto a los contenidos que se prevén enseñar en el acto pedagógico siendo los mismos ordenados secuencialmente y elegidos acorde al grupo de aprendices al cual están dirigidos. La PDI tiene por objetivo romper con la inercia de la ausencia de la Estadística en las clases de Matemática. Se decide enseñar [los contenidos estadísticos](#) establecidos por el DCJ –para los dos primeros años del nivel secundario– a los estudiantes de cuarto año y dicha decisión está [justificada](#). La implementación de la PDI logra alcanzar el tratamiento de todos los contenidos propuestos en el [índice](#) del material de estudios, que agrupa sintéticamente los mencionados en el DCJ. Los significados institucionales implementados tienen un alto grado

de aproximación a los significados pretendidos, siendo esta cercanía visualizable en la acción recíproca entre docente y estudiantes cuando se debaten las resoluciones de los ejercicios durante las puestas en común. En ellas, el docente utiliza las preguntas para transparentar los supuestos que los estudiantes construyen de los contenidos y la forma en que los articulan para dar solvencia a los distintos ejercicios (los sistemas de prácticas personales).

Los sistemas de prácticas que los estudiantes manifiestan a lo largo del aprendizaje conforman sus significados personales declarados con respecto a los objetos matemáticos en estudio. Las producciones que los estudiantes elaboran en las clases o de tarea y que son plasmadas en sus carpetas o en Classroom arrojan, en términos de clave, elementos que permiten comprender las construcciones de sus significados personales declarados. Estos últimos tienen una correspondencia con los significados institucionales implementados y pretendidos, aunque puede ser una relación no lineal y un ejemplo es el caso de la sumatoria de las frecuencias relativas (Repeticiones/Total): (1) se espera que cuando los estudiantes trabajen con las frecuencias relativas, la sumatoria de estas sea igual a 1 ([pretendido](#)); (2) el docente encuentra desconcierto en dos momentos distintos cuando menciona las técnicas de aproximación, por un lado, redondeo ([¿redondeo?](#)) –durante la explicación de un [ejemplo](#) del material de estudio– y, por otro, el truncamiento ([¿truncamiento?](#)) –al realizar un ejercicio– ambas tiene la finalidad de ajustar ciertos valores para garantizar la igualdad a 1 de la suma total; (3) entre las producciones de un estudiante se hallan evidencias de la ausencia de ambas técnicas aplicadas a las frecuencias relativas para asegurar que la suma total sea 1 (Fig.16).

DATOS	REPETICIONES	REP/TOTAL	PORCENTAJES
1	1	$1/17 = 0,05$	5%
2	3	$3/17 = 0,17$	17%
3	2	$2/17 = 0,11$	11%
5	4	$4/17 = 0,23$	23%
6	5	$5/17 = 0,29$	29%
10	2	$2/17 = 0,11$	11%
TOTAL	17	0,96	96%

Figura 16. Producción de un estudiante en la que la sumatoria de las frecuencias relativas es 0,96 y no 1.

Entonces, (1), (2) y (3) presentan una disparidad entre lo que se pretende, lo que se implementa y lo que se declara. En este caso, (1) queda distanciado de (3) por lo sucedido en (2) que indica un sistema de prácticas implícitas no institucionalizadas con respecto al objeto

matemático *técnicas de aproximación elementales: redondeo y truncamiento*. Lo visto en las frecuencias relativas se traslada inmediatamente a las frecuencias relativas porcentuales. Cabe aclarar que también sucede reiteradas veces que los significados pretendidos, implementados y declarados sí coinciden como sucede en la construcción de los gráficos estadísticos y el cálculo e interpretación de las medidas de tendencia central.

Otro aspecto de los significados institucionales pretendidos es la adaptación curricular. Ya se ha mencionado que los contenidos estadísticos corresponden a primer y segundo año del nivel secundario según el DCJ y la PDI está dirigida a estudiantes de cuarto año. La diferencia etaria entre el grupo que presupone el DCJ y en el que se implementa la PDI trae, de alguna manera, un beneficio que radica en una trayectoria escolar más avanzada de los aprendices. En otras palabras, el grupo de cuarto año tiene un nivel cognitivo más desarrollado en comparación con uno de primer o segundo año, cuestión que contribuye a que la enseñanza de los contenidos estadísticos elegidos resulte ser más ágil.

Los significados personales logrados son el producto de las modificaciones de los sistemas de prácticas personales iniciales luego del trabajo con los objetos matemáticos. Estos significados no necesariamente tienen lugar al final de una secuencia o unidad didáctica como sucede, por ejemplo, con el cálculo del [promedio](#). Aquí parece ser que los estudiantes tienen una noción para determinar un promedio con la idea básica de sumar todos los números que aparecen (en un contexto) y luego dividir esa suma entre la cantidad total de dichos números. Es la forma rudimentaria del cálculo de la media aritmética. Sin embargo, el error en los sistemas de prácticas personales de este objeto matemático sucede en el contexto de una tabla de frecuencias. El docente decide trabajar didácticamente el error al plantear interrogantes que orientan a los estudiantes a reinterpretar la información de la tabla para que ellos sean capaces de encontrar una forma de subsanarlo. Luego, los sistemas de prácticas personales iniciales son modificados y se constituyen los significados personales logrados (Fig.17). Así los significados pretendidos, implementados y logrados sobre el cálculo del promedio desde una tabla de frecuencias se hallan en sintonía.

EJERCICIO 23

a) Moda y promedio para el genotipo A.

$m_0 = 4$

$$\text{PROMEDIO} = \frac{0.3 + 1.5 + 2.6 + 3.12 + 4.19 + 5.10}{50}$$

$$= 3,18$$

Figura 17. Producción de un estudiante del ejercicio 23 en la que aparece el cálculo del promedio como se propone en el material de estudio.

La [Actividad integradora](#) es un espacio de la PDI destinado a los significados institucionales evaluados, que son una parte seleccionada deliberadamente de los sistemas de prácticas institucionales implementados. Dicha actividad se compone de los ocho trabajos prácticos entregados en la [Clase 11](#) a cada grupo y está subdividida en tres momentos. En particular, los dos últimos momentos consisten en la participación oral de un grupo expositor y una audiencia atenta de pares que hace preguntas. En el relato de las clases se advierte que en las exposiciones de los grupos y las preguntas realizadas por los compañeros hay un uso adecuado del lenguaje específico, a excepción de la exposición del [grupo 8](#). Además, en las producciones de casi todos los grupos se muestra una correcta interpretación de los enunciados y dominio de los conceptos estadísticos (Fig.18). Esta actividad de cierre evidencia gran parte de los significados personales logrados.

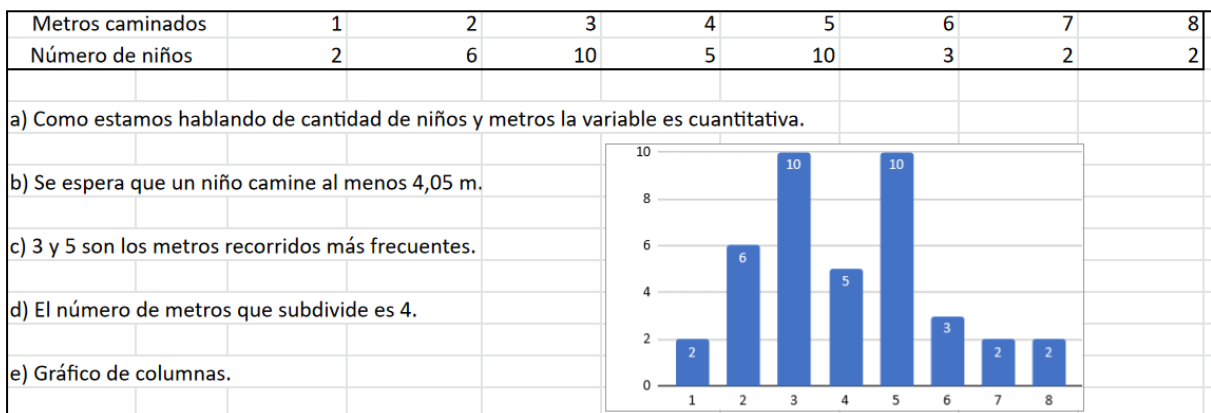


Figura 18. Resolución del grupo 1, en Hoja de Cálculo, del ejercicio 1.

c. Idoneidad afectiva

Esta idoneidad analiza el grado de compromiso del grupo de estudiantes con respecto a lo que se estudia. Esto se visualiza a través de la responsabilidad, el interés, la motivación y las actitudes por parte de quienes aprenden. En el caso de la PDI, el compromiso de los estudiantes se refleja en la responsabilidad de realizar tanto las actividades en los encuentros con el docente como las tareas asignadas de una clase a otra, la participación oral en las clases y el interés por los temas desarrollados. El relato de clases es la fuente primaria que permite el rastreo de evidencias sobre el compromiso del estudiantado y que es acompañado con las opiniones emitidas con respecto a una pregunta en particular de la encuesta.

Un factor común que se trasluce del registro de las clases es la buena predisposición de los estudiantes para realizar las actividades propuestas por el docente durante los encuentros, excepto en la [Clase 10](#) debido a una situación ajena a la clase de Matemática. Esta buena predisposición se refleja por las actitudes que los estudiantes demuestran a la hora de hacer los ejercicios en las clases, trabajar en grupos y responder las preguntas que el docente realiza durante sus explicaciones o intervenciones. También se valora la actitud voluntaria de algunos estudiantes como, por ejemplo, pedir la palabra para leer los enunciados de los ejercicios que se corrigen en el momento. En base a lo mencionado, se percibe que hay un buen clima de trabajo en las clases por la comodidad que muestran los estudiantes al compartir oralmente sus respuestas, dudas e inseguridades con el docente sin inhibirse. Esto permite decir que, desde lo emocional, los estudiantes no sienten que haya una penalización, sanción o castigo por parte del docente sobre los errores que surgen durante sus procesos de aprendizaje. Los diálogos que aparecen en el registro de las clases son un reflejo de cómo el docente trabaja reflexivamente con los estudiantes sobre sus aciertos y errores. Además, el compromiso por parte de los estudiantes es demostrado por el cumplimiento de las tareas que les son asignadas de una clase a otra. Por ejemplo, en la [Clase 3](#) y [Clase 5](#) se menciona que la mayoría de los estudiantes han resuelto los ejercicios pendientes como tarea y, durante la revisión de estos, ellos participan comentando las respuestas alcanzadas, debatiendo cuando se comparten resultados distintos y evacuando las dudas. La participación es un componente importante en los procesos de enseñanza y aprendizaje que contribuye al desarrollo de los contenidos de una manera relativamente fluida. Evidencias que se hallan en el relato de las clases son los intercambios que se producen entre el docente y los estudiantes (por ejemplo, [resolución del Ejercicio 29 en la Clase 7](#)).

La pregunta 1 de la encuesta (Fig.19) invita a los estudiantes a evaluar cuán interesante resultó la forma de trabajo de la Estadística en las clases, mediante una escala “1 = Nada interesante” a “6 = Muy interesante”.

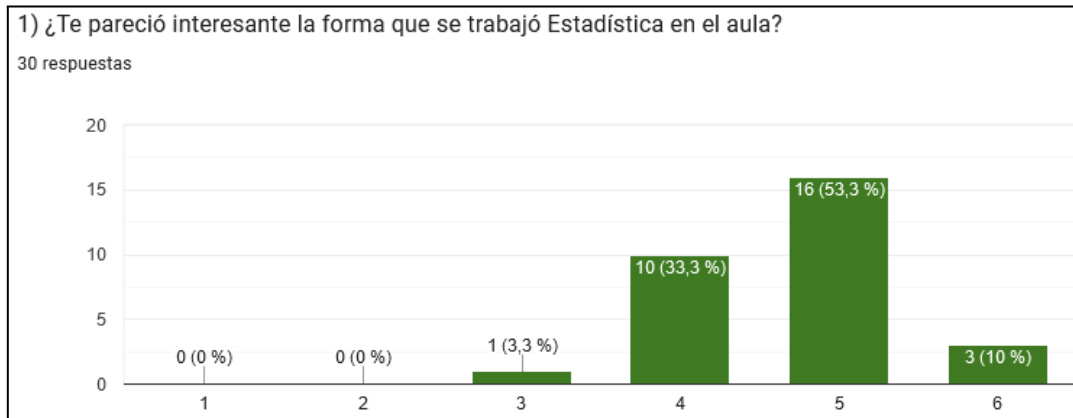


Figura 19. Respuestas de los estudiantes a la pregunta 1 de la encuesta.

A partir de las 30 opiniones se observa que hay un fuerte predominio en lo que se considera *bastante interesante*.

En la encuesta se pide a los estudiantes que mencionen situaciones en posibles contextos reales que muestren una aplicación de los contenidos estadísticos en la cotidianidad. Es decir, que se proporcionen ejemplos que ilustren aplicaciones de la Estadística en general (Fig.20) y también más cercana a sus vidas cotidianas (Fig.21).

4) Mencionar situaciones de la vida real donde se aplican conceptos estadísticos como los trabajados en clase.

30 respuestas

Por ejemplo en los gráficos un ejemplo puede ser unas elecciones dónde se muestre un gráfico y poder leerlo y no dejarse llevar por lo visual que suele estar manipulado

Puede ser cuando vas a comprar algo y haces un balance/ estadística sobre cuánto gastaste en cada caso

En elecciones presidenciales

Cuando estás en un trabajo y te piden que hagas un registro en formato de tabla de las compras de la empresa en la que trabajas.

En los gráficos estadísticos, que por lo general se muestran en noticias o diarios para demostrar algún tipo de información.

Se puede aplicar en situaciones como la inflación de una país, el nivel de desempleo, el crecimiento de una empresa, etc.

En el momento de sacar los ingresos y egresos de una empresa por mes.

En cualquier tipo de situación, sea laboral, educativa, económica, política, para elaborar censos, etc.

Figura 20. Algunas respuestas textuales de los estudiantes a la consigna 4 de la encuesta.

5) ¿Considerás que lo trabajado en clase te brindó herramientas de Estadística para usar en la vida cotidiana? En caso que sí, ¿cuál o cuáles? En caso que no, ¿por qué?

30 respuestas

si, en rugby podemos poner los rendimientos de los jugadores

Yo creo que si y es identificar cuando una estadística es falsa o que te engaña y cuando no

Por supuesto. El saber como los graficos se pueden manipular me brindo una ayuda para no ser engañado

Si para saber cómo funciona las estadísticas

Yo considero que si me brindo herramientas como puede ser el uso de las fórmulas de Excel, como hacer gráficos en Excel, también a comprender los ejercicios que capaz que si en un futuro estudio algo relacionado con la estadística me puede servir muchísimo tener una base.

Si, sacar promedios, hacer gráficos y analizarlos y demás.

Si, ya que nos ayudo a poder leer gráficos y entender que algunos están manipulados esto nos sirve para ver la realidad de las cosas y no lo que nos quieren mostrar

Si, ya que me ayuda a saber cuándo un esquema está modificado y que no se puedan aprovechar los medios de esto.

Figura 21. Algunas respuestas textuales de los estudiantes a la pregunta 5 de la encuesta.

Los apartados de la encuesta antes referidos dan una prueba de que, luego de la implementación de la PDI, los estudiantes han construido una mirada social más amplia de la Estadística que trasciende a las clases de Matemática. Es decir, que son capaces de relacionar los contenidos aprendidos con distintos contextos.

d. Idoneidad interaccional

Esta idoneidad analiza las interacciones entre los sujetos involucrados (docente y estudiantes) y la resolución de los conflictos semióticos que emergen en los procesos de enseñanza y aprendizaje. En el caso de la PDI, las interacciones entre docente-estudiante y estudiante-estudiante se reflejan en las conversaciones y actitudes recíprocas de unos con los otros. En cuanto a la resolución de los conflictos semióticos se articula, por un lado, con una evaluación formativa sistemática del progreso cognitivo de los estudiantes y, por otro, su responsabilidad para con el aprendizaje. Para este análisis se toma como insumo la contextualización del grupo de estudiantes y el relato de las clases.

En el apartado [A2. Contextualización](#) se hace referencia al vínculo entre el docente y los estudiantes, el cual consiste en una relación y conocimiento mutuo fluidos que se gesta desde segundo año al transitar el espacio curricular de Matemática. El hecho de que exista este tipo

de vínculo contribuye al menos en cuatro aspectos. El primero radica en que el material de estudio elaborado sea personalizado, es decir *un traje hecho a medida*, para el grupo de estudiantes de cuarto año. En segundo lugar, en una construcción de acuerdos de convivencia interna entre el docente y los estudiantes que influyen favorablemente en que se genere un buen clima de trabajo basado en la cordialidad y el respeto mutuo para compartir opiniones, ideas y propuestas de resoluciones –componentes analizados en la idoneidad afectiva–. El tercer aspecto es la posibilidad de evitar situaciones que podrían ocurrir en un contexto diferente como, por ejemplo, si el docente desconociera los intereses de los estudiantes o el grado de sensibilidad emocional que pueden tener algunos de ellos. El cuarto y último aspecto consiste en el conocimiento por parte del docente del grado del desarrollo de las habilidades y competencias de cada estudiante con respecto al aprendizaje en Matemática.

A partir del relato de las clases se refleja que las interacciones antes mencionadas resultan ser fructíferas. Se hallan evidencias, a modo de ejemplo, de las interacciones docente-estudiantes en las Clases 1, 8 y 11. En la presentación de Estadística y los primeros conceptos en la [Clase 1](#) el docente hace participar a los estudiantes mediante preguntas-respuestas, siendo algunos interrogantes sobre actividades deportivas que realizan los estudiantes. Es un factor común que el docente haga participar a todos los estudiantes durante la presentación de los temas y la resolución/revisión de las actividades. En la [Clase 8](#), para comprender el concepto de promedio ponderado que aparece en el [Ejercicio 24](#), el docente lo ejemplifica a través de la conformación de la [calificación trimestral](#), un aspecto que es de sumo interés para los estudiantes. Es deliberada la inclusión del Ejercicio 24 en el material de estudio precisamente para mostrar que existen otros tipos de promedios y su utilidad depende del contexto. También en la clase antes referenciada, el trabajo realizado con gráficos distorsionados y manipulados alcanza la meta de despertar el [interés](#) de los estudiantes. Cabe decir que los ejemplos para el [Bloque temático 6](#) son seleccionados en las temáticas con mayores probabilidades de captar su interés. En la [Clase 11](#), se visualiza la interacción docente-estudiantes a través de actitudes que surgen ante inconvenientes para hacer el ejercicio 2 de los trabajos prácticos. Algunos estudiantes advierten que el enlace web de cada trabajo necesario para realizar el ejercicio 2 no funciona, sin embargo unos cuantos de ellos deciden por iniciativa propia buscarlos por la web y, se puede decir, que ayudan al docente a [superar dicha dificultad](#).

La interacción estudiante-estudiante es fluida: se percibe una buena predisposición para el trabajo en grupo al momento de hacer alguna actividad, como sucede en la [Clase 3](#) donde hay un gesto de compañerismo con un estudiante que decide trabajar de manera individual. El trabajo en grupo también aparece en otras clases y fuertemente se visualiza al momento de realizar los trabajos prácticos de la [Actividad integradora](#). Las interacciones entre pares también tienen lugar en los debates en los cuales los interlocutores argumentan sus ideas, como acontece en el [diálogo](#) para justificar el porqué no se puede calcular la media aritmética para variables cualitativas. Otros espacios de intercambios entre los estudiantes suceden durante las exposiciones de la [Clase 12](#) y análogamente en las siguientes dos clases. Aquí cada grupo hace la presentación de su trabajo práctico, expone la resolución del mismo y se habilita la participación de la audiencia para hacer interrogantes que giran sobre la temática expuesta. Vale advertir que los estudiantes espectadores de las presentaciones están atentos a lo que sus pares comentan ([un ejemplo de la Clase 14](#)) y luego las preguntas que realizan sostienen una coherencia con los temas trabajados, lo que en ocasiones lleva a que se generen debates productivos ([un ejemplo de la Clase 13](#)).

En [B3. La evaluación en la propuesta didáctica introductoria](#) se hace énfasis en que se aboga por una evaluación formativa que se refleja a lo largo de la implementación de la PDI. El abordaje que hace el docente sobre las inquietudes y errores de los estudiantes, los instrumentos de evaluación y el diálogo reflexivo persiguen una evaluación basada en la retroalimentación. En reiteradas ocasiones, en el relato de las clases se revelan indicios que transparentan su intención de buscar que los estudiantes logren justificar sus aciertos y subsanar sus errores mediante diálogos reflexivos. La argumentación de los estudiantes es un componente predominante en la revisión constante que hace el docente de las resoluciones de las actividades o para discernir entre dos posturas encontradas ([debate sobre el Ejercicio 14](#)). Para sumar a lo dicho hasta el momento, el compromiso del estudiante para con sus aprendizajes es otro factor necesario para el avance de sus progresos cognitivos, el cual es analizado en la idoneidad afectiva por las demostraciones de quienes aprenden en sus diferentes manifestaciones: expresiones orales, actitudes, responsabilidad.

En la evaluación formativa se contempla que el estudiante es el actor principal del acto pedagógico y se concretan momentos de trabajo autónomo. En la implementación de la PDI se generan espacios para ese trabajo autónomo, ya sea grupal como en la Clase 3 ([hoja de ruta de las actividades](#)) o individual ([comentario del docente](#)). En cuanto a los [instrumentos de](#)

evaluación empleados en la PDI buscan valoraciones cualitativas de los aprendizajes, evitando una calificación solamente numérica, a través de actividades concordantes con las interacciones producidas durante las clases.

e. Idoneidad mediacional

Esta idoneidad analiza la disponibilidad de los recursos materiales y temporales necesarios para implementar un programa, proyecto, unidad, secuencia o propuesta didáctica. En el caso de la PDI, esta idoneidad se enfoca en las condiciones físicas del aula con relación a una posible comodidad del estudiantado, el acceso a recursos materiales tradicionales y TIC. También en la cantidad de clases por semana, la carga horaria de cada encuentro y el tiempo para desarrollar los contenidos. Se recurre al relato de las clases y algunas opiniones recogidas por la encuesta para proporcionar evidencias que sustenten a este análisis.

El aula, en el sentido material (Fig.22), tiene dimensiones espaciales suficientemente cómodas para que todo el grupo de estudiantes pueda distribuirse a lo largo y ancho de la misma, junto con un escritorio para el docente. Además, en el salón de clases se encuentra disponible una computadora de escritorio conectada a un televisor, que está ubicado inmediatamente por encima del pizarrón (en el medio del mismo).

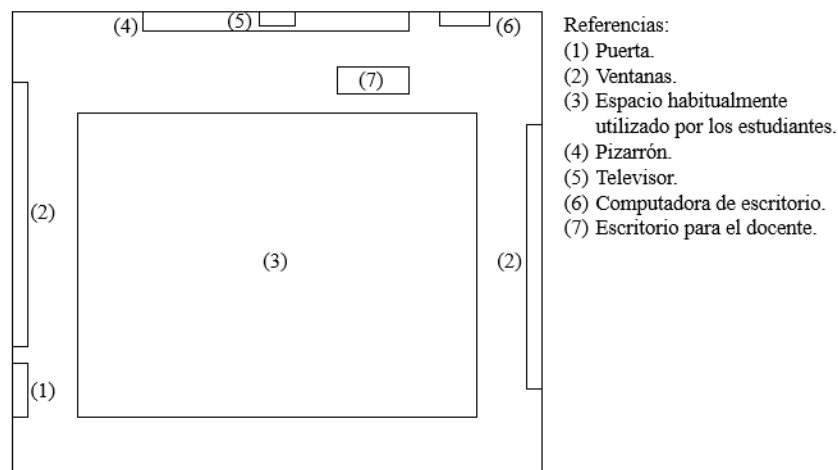


Figura 22. Esquema del aula. Elaboración propia.

Contar con un espacio físico que permita una disposición confortable para el trabajo áulico no es un tema menor. Se entiende que una distribución del estudiantado en el aula, en dependencia de las dimensiones de esta, puede permitir, complicar u obturar posibles actividades pensadas para hacer con ellos. En el relato de las clases se detecta como una constante que el docente recorre el aula sin mencionar alguna dificultad para desplazarse, lo que revela que tanto las actividades de orden individual como grupal propuestas no quedan

limitadas por el espacio físico para albergar a 31 estudiantes, más el docente. Por ejemplo, en la Clase 11 ([estaciones de trabajo](#)) se menciona que los estudiantes forman grupos de manera tal que están cómodamente distribuidos por todo el aula.

Brevemente se menciona en [A2. Contextualización](#) el acceso, sin mayores dificultades, a ciertos recursos tecnológicos. Por un lado, están los dispositivos propios de la escuela que son las notebooks de la sala de informática que están a disposición para que cada docente las utilice en sus clases. También se incluye el televisor y la computadora de escritorio son herramientas de acceso inmediato por encontrarse en el aula. Cabe aclarar que hay un personal dedicado al mantenimiento de los recursos tecnológicos dispuestos por la escuela, cuestión ayuda al docente al momento de planificar las actividades para sus clases. Por otro, al tratarse de estudiantes de cuarto año, un curso del Ciclo Orientado, tienen un permiso institucional¹⁵ de utilizar sus smartphones en el aula siempre con fines educativos. Estos tipos de dispositivos móviles permiten un rápido acceso al entorno virtual (Classroom) que es de uso habitual, para el docente y los estudiantes. Es el principal canal de comunicación y espacio de almacenamiento de documentos (producciones, apuntes, ejercitación adicional, entre otros). Classroom se incorpora a la vida escolar como producto de las circunstancias extraordinarias vividas por la pandemia en los años 2020 y 2021.

Las notebooks, el televisor, los smartphones y el entorno virtual son recursos que están contemplados en la planificación de la PDI y su implementación para alcanzar una incorporación significativa de las TIC. Cabe aclarar que los recientes recursos mencionados no reemplazan a los tradicionales tales como pizarrón, fotocopias, lápiz y papel, calculadora, entre otros. Se apuesta a una integración de todos los recursos disponibles, ya que se reconoce el valor que cada uno aporta y mutuamente se complementan para contribuir a la enseñanza y el aprendizaje. Del relato de las clases se recupera varias veces el uso de los recursos tradicionales como, por ejemplo, el docente hace uso del pizarrón para explicar conceptos teóricos, ejercicios para realizar en clase o provenientes de la revisión de tareas, en cualquier caso, que involucran tabulaciones, gráficos y cálculos numéricos con lápiz y papel. En cuanto a las TIC, además de reiteradas veces el uso de Classroom –para acceder al material de estudios, otros documentos y dejar plasmadas sus producciones–, se contempla utilizar las notebooks para el aprendizaje de Excel y, su equivalente, Hoja de Cálculo de

¹⁵ Este permiso radica en uno de los acuerdos de la normativa de convivencia institucional para el Ciclo Orientado.

Google¹⁶. Ambos presentan gran similitud en sus funciones, por lo que el aprendizaje sobre el manejo de uno es, por analogía, también del otro. Su elección se debe a la alta compatibilidad que tienen con los conceptos estadísticos que son desarrollados en todo el material de estudios.

En la implementación de la PDI existen dos momentos de trabajo con Excel u Hoja de Cálculo. El primero se encuentra en la [Clase 6](#), cuyo objetivo es que los estudiantes se familiaricen con alguno de los software –el estudiante tiene libre elección para trabajar con uno u otro– y comenzar a dominar algunas de las funciones relacionadas con los conceptos en tratamiento. Para concretar lo anterior, se realizan los [Ejercicios 18 a 20](#), [Ejercicios 25 y 26](#), durante cuyas resoluciones gran parte del grupo de estudiantes manifiesta tener poca experiencia con los software ([dudas sobre el uso del software](#)). Esto se refleja en la pregunta 6 de la encuesta (Fig.23) que se enfoca en indagar sobre el grado de familiaridad con Excel, antes de verlo en clase. Se obtiene que de las 30 respuestas hay 8 estudiantes que dicen haber usado “Varias” o “Muchas veces” Excel, mientras que el resto de los encuestados responden entre “Pocas veces” y “Nunca”.



Figura 23. Respuestas de los estudiantes a la pregunta 6 de la encuesta.

Otro aspecto que sucede (intencional) en la Clase 6 es la incorporación de Excel y Hoja de Cálculo que complementan al tradicional recurso de lápiz y papel durante el aprendizaje. Se procura que los estudiantes reconozcan ciertas bondades que ofrece el trabajo con estos software, ya que otorgan una mejor precisión en los gráficos, economizan el tiempo destinado a lo procedimental y abren una puerta a la exploración e indagación autónoma sobre otras funciones de los programas. También vale decir que esta complementariedad ocurre en el

¹⁶ Todos los estudiantes tienen cuentas de Gmail que fueron creadas por la institución.

sentido inverso, pues, por ejemplo, el cálculo de las medidas de tendencia central se proyecta a ser trabajado en la clase siguiente con los recursos tradicionales ([comentario del docente](#)).

El segundo momento en que se trabaja con Excel y Hoja de Cálculo es a la hora de encarar los trabajos prácticos, situación que tiene lugar en la [Clase 11](#). Cada uno de los grupos decide utilizar uno u otro software para abordar el trabajo, aunque la mayoría de ellos prefiere la Hoja de Cálculo. Se puede inferir que los estudiantes eligen trabajar con estos programas debido a una favorable experiencia con los mismos. Vale recordar nuevamente que antes de la Clase 6 la mayoría dijo tener poca/nula experiencia con Excel u Hoja de Cálculo. Lo interesante al señalar este hecho es que induce a decir que la incorporación de las TIC (las elegidas para la PDI) tiene una connotación superadora a diferencia de quedar solo en el plano de lo novedoso o pintoresco, ya que los estudiantes capitalizan las posibilidades que brindan estas TIC y hace uso de las mismas para potenciar sus aprendizajes. La pregunta 7 de la encuesta (Fig.24) refuerza lo dicho anteriormente, pues se enfoca en saber si a los estudiantes les interesa profundizar en Excel u otro software. Las respuestas señalan, casi por unanimidad, que sí les interesa y lo justifican por diferentes razones. Algunas respuestas representativas de ese espíritu se muestran en la siguiente Fig.24.

7) ¿Te gustaría profundizar en el uso de Excel o algún otro software estadístico? ¿Por qué? 30 respuestas
Definitivamente si, porque hoy en día a la hora de estudiar y trabajar es una herramienta muy común, usada y práctica que muy probablemente me sirva para lo que quiero estudiar en la universidad.
me gustaría, porque siento este tipos de software facilitan mucho el aprendizaje de este tema
Porque me gustaría saber cómo usarlo mejor y acostumbrarme a su uso
Siiii, estaría muy buenoo, ya q brinda nuevas cosas que nunca habiamos hecho antes
Si, me interesa mucho ese tema ya que hoy en día todo es tecnológico, todo con aplicaciones y demás, y la verdad que tener conocimientos de informática con estadística son muy importantes para lo que se viene.
Me gustaría profundizar el uso de e el porque es una herramienta que vamos a usar a lo largo de nuestra vida

Figura 24. Algunas respuestas textuales de los estudiantes a la pregunta 7 de la encuesta.

Las clases de Matemática de cuarto año de la escuela en la que se realizó la experiencia se desarrollan en tres días, lunes, miércoles y viernes con una carga horaria semanal de cinco horas cátedras (cada una de 40 minutos reloj). Las clases de los días lunes y viernes duran una hora cátedra, lo que implica que la mayor concentración de tiempo para el encuentro

entre docente y estudiantes se da los días miércoles con tres horas cátedras. Este día hay un descanso intermedio (recreo) de 20 minutos, luego de finalizar la primera hora cátedra. En concreto, el horario de las clases es: lunes de 12.40 a 13.20 h, miércoles de 11.00 a 11.40 h y 12.00 a 13.20 h, y viernes de 8.00 a 8.40 h.

En la lectura del registro de las clases se visualiza una correspondencia entre la cantidad y profundidad de los objetivos planificados y el tiempo disponible para cada encuentro. Para los días lunes y viernes se planifican e implementan actividades puntuales y concretas, con el fin de optimizar la administración del tiempo disponible para la enseñanza y el aprendizaje. Algunas actividades son de revisión de la tarea ([Clase 7](#)), realización de uno o dos ejercicios en clase ([Clase 5](#)), o bien explicación de algún contenido teórico-procedimental ([Clase 2](#)). Solo en la [Clase 1](#) no se llega a trabajar con todo lo pretendido. En cambio, las clases de los días miércoles tienen una mayor carga horaria lo que permite el desarrollo de los conceptos teóricos y la realización de ejercicios. Asimismo, cabe aclarar que siempre debe mantenerse un equilibrio entre lo que se quiere enseñar y el tiempo que necesitan los estudiantes para procesar toda la información trabajada ([comentario del docente](#)).

La implementación de cada clase en el marco de tres encuentros semanales (no consecutivos) constituye un factor positivo ya que permite distribuir la enseñanza de los temas que permite un afianzamiento paulatino del aprendizaje de los estudiantes. El beneficio radica en un constante contacto entre los estudiantes y los temas en tratamiento. Además, posibilita dejar actividades específicas (tareas) para que cada estudiante las realice por fuera del horario de clases, con un lapso de uno o dos días para su realización. En suma, la forma en que están distribuidas las clases permite planificar cómodamente las estrategias y actividades para potenciar el desarrollo y fijación de los contenidos estadísticos.

f. Idoneidad ecológica

Esta idoneidad analiza si un programa, proyecto, unidad, secuencia o propuesta didáctica se encuentra en correspondencia con los lineamientos de los diseños curriculares institucionales y ministeriales a través de distintos aspectos (o componentes) que son los siguientes: adaptaciones curriculares, socio-profesionales y culturales, innovación educativa, educación en valores y la conexión intra y extramatemática. Esta idoneidad se evidencia en el hecho de que la PDI atiende a los variados aspectos involucrados en la [fundamentación del eje Estadística y Probabilidad](#) propuesta por el DCJ y es concordante con la planificación anual

elaborada por el docente a comienzos del año. El relato de las clases, la encuesta y la carpeta de un estudiante brindan evidencias para el análisis.

En el marco general de la formación integral propuesta por el DCJ para todos los sujetos, se encuentra en términos generales la formación en Matemática, que está organizada en cuatro ejes¹⁷ temáticos. Cada uno de estos últimos presenta una fundamentación del porqué con respecto a la necesidad de formar a los sujetos en las distintas áreas y de ahí se desprenden las habilidades y competencias que deben ser desarrolladas. Además, para cada eje se mencionan los contenidos a ser trabajados en cada año escolar. Desde el material de estudio queda explícito que la PDI toma particularmente aquellas habilidades, competencias y contenidos vinculados a la Estadística. Se espera, en coherencia con el DCJ, que quien aprende logre procesar una base de datos, es decir, organizar la información en tablas, elaborar gráficos, obtener valores representativos y que el proceso (en su total o parcialmente) esté mediado por las TIC. Se retoma lo dicho en la sección [Toma de decisiones para la experiencia áulica](#) en lo referente a que los contenidos corresponden al Ciclo Básico ya que esta experiencia rompe con la inercia de la ausencia de la Estadística en las clases de Matemática en la escuela. Sin embargo, las habilidades y competencias procuradas apuntan a las posibilidades de estudiantes de cuarto años de mayor nivel cognitivo que los del Ciclo Básico. Dentro de las expectativas institucionales para la enseñanza de la Matemática, incluir a la Estadística robustece la formación académica de los estudiantes. Además ellos son capaces de reconocer su importancia para la cotidianidad, como también con una mirada prospectiva prever la posibilidad de estudiar Estadística durante sus formaciones en el nivel superior y/o como parte de sus futuras actividades laborales.

El DCJ menciona varias habilidades y competencias que deben ser estimuladas entre las cuales se fomenta el uso de las TIC y los recursos tradicionales. Estas cuestiones son atendidas en la PDI por la estructura con la que se diseña el material de estudios al considerar momentos para el uso de un tipo de recurso y otro. Claro que no solo se busca un dominio en términos de operatividad, sino que la parte procedimental esté acompañada de pensamiento analítico y crítico. Esto quiere decir que los estudiantes sean capaces de reconocer cuándo la resolución de alguna situación presenta incoherencias ya sea desde lo teórico-interpretativo, como también de lo procedimental. Evidencias de la coexistencia de los recursos tradicionales y las TIC se presentan en las resoluciones de los ejercicios (Fig.25).

¹⁷ Números y Operaciones; Álgebra y Funciones; Geometría y Medida; Estadística y Probabilidad.

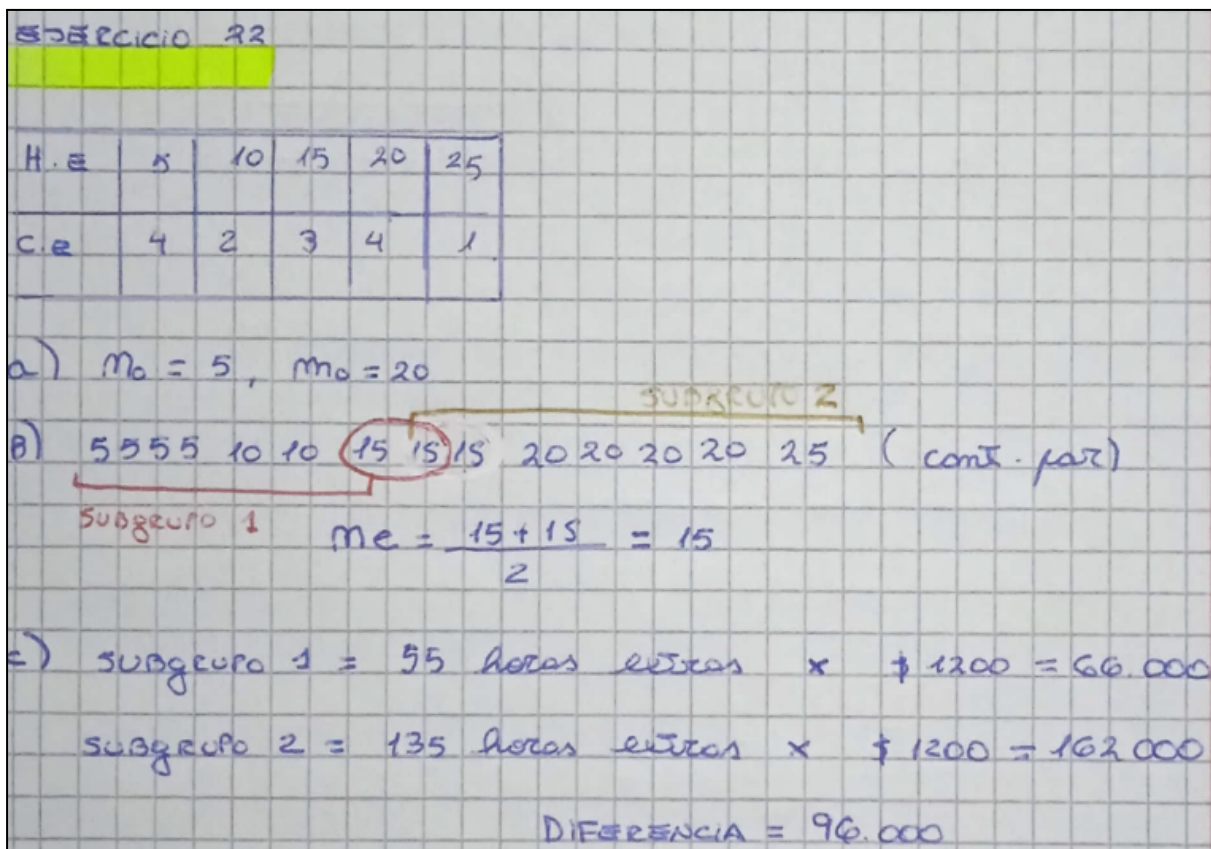
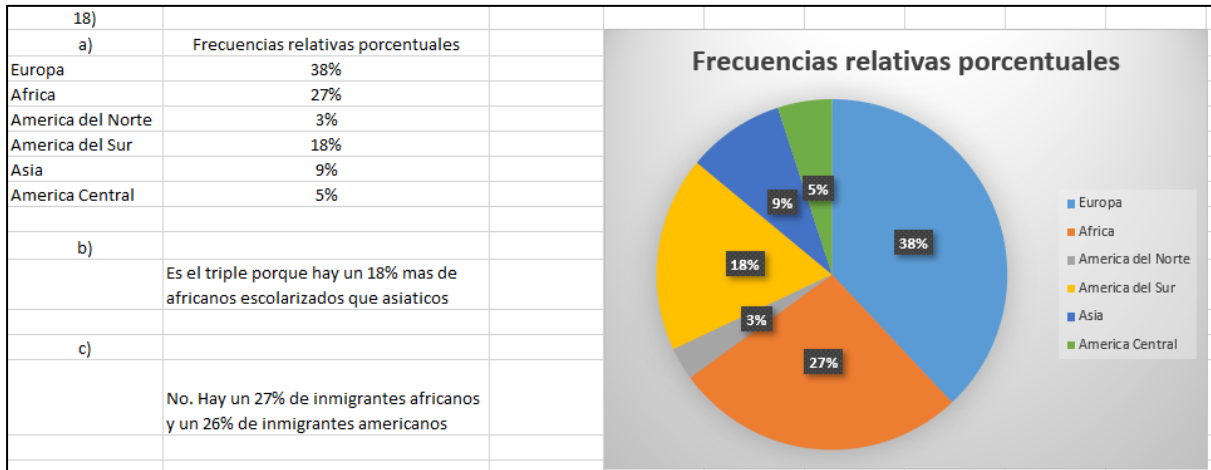


Figura 25. Producciones de dos estudiantes en las resoluciones de los Ejercicios 18 y 22.

El DCJ aborda para la formación de los sujetos el tema de la información que circula en los medios y redes sociales en sus diferentes representaciones (coloquial, simbólica y gráfica). Se espera que el sujeto en proceso de aprendizaje de la Estadística pueda desarrollar habilidades y competencias vinculadas a comprender información proporcionada por los medios masivos, revisar sus fuentes y en función a ello tomar decisiones adecuadas. El pensamiento crítico es la piedra angular para el análisis de la información que los distintos canales de comunicación comparten constantemente. Para la confección del material de estudios se contempla el [Bloque temático: Gráficos estadísticos distorsionados y manipulados](#) en el cual se brindan

ejemplos y ejercicios que invitan a los estudiantes a que analicen informaciones estadísticas públicas de hechos fácticos. En lo que respecta a su implementación, a partir del relato de las clases se identifican diferentes reacciones por parte de los estudiantes al analizar críticamente varios gráficos ([análisis de gráficos estadísticos](#)) publicados en medios de comunicación en otros países. Algunas manifestaciones son desde lo emocional como asombros ([expresiones al observar los gráficos](#)), inquietudes ([dudas en un gráfico](#)), cuestionamientos ([situación irrisoria](#)) y otras tienden más a una toma de conciencia crítica de los (posibles) engaños ([situación hipotética](#)). También se trabaja con información proporcionada en un artículo periodístico¹⁸ publicado en un diario digital de la región. En particular, con respecto a dicho artículo se invita a los estudiantes a realizar un ejercicio ([Ejercicio 28 b](#)) en el cual emiten sus juicios de valor en términos éticos, morales y democráticos en función al núcleo de la noticia periodística (Fig.26).

Estudiante 1: La manipulación de la estadística trata sobre manipular anónimamente a las personas para que crean de alguna manera u otra que las cosas las vieran como vos querés. O sea, por ejemplo, un gráfico o cuadro muchas veces son manipulados políticamente para hacerle creer a los ciudadanos que hay una gran diferencia entre un partido político de otro, para esto se usa una gran plataforma de tecnología, de humanos y de estrategia. Lo que hace es trabajar para diferentes vertientes, algunos de ellos son los políticos a nivel de construcción de partidos y perfiles políticos, su posicionamiento o instalación. Por lo tanto, se puede decir que es legal, pero depende mucho de la gente y de qué manera lo percibe, como dijimos en clase en muchos colegios la MANIPULACION DE ESTADISTICA no es tratada por lo cual afecta a las personas de menor edad a hacerles creer cosas que no son. Para cerrar me parece un método muy inteligente y efectivo dependiendo el tipo de sociedad que tengas.

Estudiante 2: En mi opinión manipular las gráficas es moralmente incorrecto. Hoy en día es muy difícil saber si los datos q nos dan son falsos o verdaderos, pero si es cierto que en muchos medios nos intentan manipular y está en nosotros poder darnos cuenta. Cada vez es más fácil manipular a la gente y este artículo lo demuestra ya que hay muchos métodos muy efectivos.

Estudiante 3: Básicamente, lo que dice es que ellos tienen la oportunidad de mostrarte lo que ellos quieran, ya sea creando un perfil falso que es igual a uno verdadero hasta mostrarte publicidad que te atrape. Desde mi punto de vista cada persona tendría que estar mentalmente preparada para poder contrarrestar estas circunstancias. Pero cómo se hace esto, bueno principalmente en las escuelas para que las futuras generación tengo mayor independencia a la hora de elegir, o sino que no crean en noticias falsas. Y también tendrían lanzar un proyecto de ley para que la manipulación vía internet sea ilegal.

18

<https://www.rosario3.com/informaciongeneral/Asi-funciona-la-maquina-de-fabricar-candidatos-politicos-ganado-res-20220128-0049.html>

Estudiante 4: La noticia me pareció muy interesante, porque refleja cómo es de fácil el poder influenciar a la gente sin que se dé cuenta. Si bien no me parece algo digno de hacer, a la gente no le importa nada y lo hacen igualmente, solo para un beneficio propio y son las técnicas que utilizan hoy en día en vez de hacer las cosas bien y dignamente. Las técnicas de marketing avanzaron tanto que ya ni se fijan en lo que está moralmente y éticamente bien, sino que se fijan sólo en el resultado que pueden obtener.

Figura 26. Algunas reflexiones de los estudiantes extraídas de Classroom luego de leer el artículo periodístico.

Por último, uno de los componentes de esta idoneidad es la adaptación socio-profesional y cultural. La misma se orienta a que la formación en Estadística ofrezca a los sujetos en proceso de aprendizaje la construcción de una mirada, por un lado, social de su utilidad en el ámbito de lo cotidiano y, por otro, a un nivel profesional. En la PDI se hallan evidencias de que durante la implementación se presentan situaciones concretas y reales sobre la utilidad de la Estadística como es el caso del Censo Poblacional 2022. También se encuentran valoraciones positivas que los estudiantes señalan al haber estudiado los contenidos de Estadística. Lo anterior se asienta en las respuestas a la pregunta 8 de la encuesta (Fig.27).

8) ¿Considerás importante haber estudiado una introducción a la Estadística en la escuela? ¿Por qué?

30 respuestas

Si, ya que en mi caso voy a estudiar contabilidad y administración, quizás no arranque en cualquiera sino que voy a estar más orientado

Si, porque nos ayuda a tener algo de noción sobre este tema que suele verse muy seguido en la vida cotidiana

Si, debido a que el día de mañana en cualquier trabajo va a haber una estadística ya sea de cuanto están ganando por mes o cuánto margen de pérdida tienen en un año

Realmente importante, porque de no haber sido así, se podría decir que soy un "ignorante" del tema.

En mi opinión es importante porque se nos pone a prueba la capacidad que tenemos para ver cuando una estadística es falsa o verdadera

Figura 27. Algunas respuestas textuales de los estudiantes a la pregunta 8 de la encuesta.

C3. Interacciones entre las idoneidades

En esta fase del análisis se propone establecer vinculaciones entre las idoneidades anteriormente analizadas. Para ello se comparte un fragmento de la Clase 8 que se considera ejemplificador para visualizar las interacciones entre ellas.

El contexto de la conversación es con respecto a la realización del [Ejercicio 30](#) de forma oral, el cual consiste en analizar posibles alteraciones (distorsiones o manipulaciones) en tres

gráficos estadísticos. El diálogo entre el docente y los estudiantes sucede al abordar el segundo gráfico, cada acto de habla está numerado de (1) a (13).

D: docente, E1: estudiante 1, E2: estudiante 2, E3: estudiante 3, E4: estudiante 4

- (1) E1: esa está bien.
- (2) E2: no tiene nada de malo.
- (3) D: ¿todos están de acuerdo que está bien?
- (4) Grupo: sí.
- (5) D: Bueno, no es tan así. De hecho, esa gráfica está mal.
(Desconcierto absoluto del curso)
- (6) E3: Pero, ¿por qué está mal?
- (7) E4: Si está todo separado igual tanto así, como así (con la mano hace un gesto en sentido vertical y otro horizontal para aludir a los ejes y la proporcionalidad de los mismos).
- (8) D: Sí, pero en toda gráfica de columnas o barras tiene que empezar desde cero y esa (señalando al televisor donde se ve la gráfica) empieza de €220.000,00. Si el eje vertical iniciara en cero, tal vez la gráfica ya no presentaría esa notoria diferencia entre la columna que dice “empresa” y la otra “competidor 2”.
- (9) E1: Acá, los 30 compramos que estaba bien.
- (10) D: Entonces, piensen cuán manipuladoras pueden ser las estadísticas y los gráficos que andan circulando por la televisión o por las redes como utilizan ustedes, TikTtok, Instagram, Twitter y otras. Deben prestar atención a esto y no dejarse convencer fácilmente. Es más, de hecho esto que estamos viendo en muchas escuelas ni siquiera se da, no se estudia por el motivo que fuese. Aclaro, no me refiero a ningún tipo particular de escuela, tanto en las públicas como en las privadas no es algo frecuente estudiar Estadística y menos esta parte de gráficos manipulados o distorsionados.
- (11) D: Sumado a lo anterior, más ustedes que ya tienen responsabilidades cívicas para la época electoral. Imagínense lo que va hacer el año próximo de cara a las presidenciales.
- (12) E2: Eso va hacer un quilombo, porque te bombardean de cosas de los políticos.
- (13) D: ¿Vieron cómo pueden comprar algo sin saber que está mal diseñado, sea con o sin intención?

En (1) y (2) dos estudiantes comparten sus opiniones que revelan sus significados personales declarados (idoneidad cognitiva). Ellos saben que pueden decir lo que piensan, por estar establecido el respeto a ser escuchados y que no hay sanción en caso de que estén equivocados (idoneidad afectiva). Es parte de los acuerdos de convivencia interna (idoneidad

interaccional). En (3) el docente abre la participación a todos los presentes invitando a que emitan lo que piensan (idoneidad interaccional) en relación a lo manifestado anteriormente por sus dos compañeros, cuestión que aparece en (4). En la forma que el docente tiene de dirigirse a los estudiantes en (5) subyace su intención de trabajar con el error (idoneidad afectiva). Asimismo, en (6) un estudiante cuestiona y en (7) otro argumenta dando indicios de la opinión colectiva del curso (idoneidad cognitiva). Entonces, en (8) el docente parte del argumento del estudiante (idoneidad interaccional) y fundamenta a través de otros elementos que deben estar presentes en un gráfico de columnas (idoneidad epistémica). En (9) la declaración del estudiante esconde detrás sus significados personales logrados, producto de modificaciones de sus significados personales (idoneidad cognitiva). El docente en (10) aborda aspectos que son de la cotidianidad, de las personas en general y de los estudiantes en particular, vinculados al tema en tratamiento (idoneidad ecológica). El mensaje del docente está en vinculación con lo propuesto por el DCJ sobre el estudio de la Estadística (idoneidad epistémica). Más aún, en (11) el docente argumenta que el hecho de estudiar Estadística también tiene incidencia en la educación democrática (idoneidad ecológica) y lo ejemplifica con las próximas elecciones presidenciales en el año 2023. En (12) la reacción de un estudiante da a entender que existe una sobresaturación de información (incluida las de fuentes estadísticas) que se acentúa en épocas electorales (idoneidad ecológica). Por último, en (13) el docente refuerza los significados implementados (idoneidad epistémica). Cabe aclarar que el trabajo que realiza el docente con los estudiantes se sostiene por medio de los recursos tecnológicos disponibles en el aula, mencionados en (8) (idoneidad mediacional).

El diálogo anterior entre el docente y los estudiantes constituye tan solo un fragmento de una de las 14 clases vinculadas a la PDI, que permite visualizar las interacciones entre las seis idoneidades analizadas. Estas conforman un entramado que complementa con una mirada global al análisis individual de cada una y supera el tratamiento estanco.

En Godino (2013) se presentan consideraciones teóricas en relación a las interacciones de ciertos pares o ternas de idoneidades. A continuación, en la Tabla 2, se explicita un análisis sobre cómo se evidencian algunas de esas interacciones en la PDI.

Tabla 2. Interacciones entre las idoneidades propuestas por Godino (2013) evidenciadas en la PDI.

Interacciones	Análisis
Epistémica Ecológica	Según Godino: “el currículum propone el estudio de problemas de ámbitos variados como la escuela, la vida cotidiana y el trabajo” (p.127).

En la PDI: El material de estudios concentra todos los [contenidos](#), para el Ciclo Básico, que propone el DCJ para la introducción a Estadística en términos de formación integral para el sujeto en aprendizaje. Se presentan, abordan y trabajan situaciones de contextos diversos, intra y extramatemáticos, con relativa cercanía a la cotidianidad de los estudiantes. El alcance de la PDI y su correspondencia con el DCJ se evidencia en los significados personales declarados y logrados de los estudiantes.

Epistémica
Cognitiva
Afectiva

Según Godino: los contenidos desarrollados son de interés para los/as estudiantes, quienes son capaces de afrontar los desafíos y dificultades, así como de reflexionar mediante procesos de metacognición favorecidos por adecuados estímulos docentes. Los instrumentos de evaluación seleccionados recuperan una muestra representativa de los aprendizajes.

En la PDI: La selección de los ejemplos y ejercicios se asientan en intereses de los estudiantes, potente recurso proveniente del conocimiento previo que posee el docente sobre el grupo. La evaluación formativa está constantemente presente en la revisión que el docente hace de las argumentaciones de los estudiantes clase a clase, capitalizando los errores y procurando su progreso cognitivo y el desarrollo de la capacidad de reflexionar de manera introspectiva, para avanzar hacia la metacognición.

Epistémica
Cognitiva
Mediacional

Según Godino: el uso de los recursos tecnológicos favorece la enseñanza, el aprendizaje, la motivación y la interacción entre los sujetos.

En la PDI: Se toma como insumo de gran capital a los recursos tecnológicos para la enseñanza y el aprendizaje de los contenidos estadísticos, tal como se menciona en el DCJ. La decisión didáctica sobre los recursos consiste en la integración y complementariedad entre los tradicionales –lápiz, papel, calculadora– y las TIC, pues se valoran los aportes que brinda cada uno. En particular, las TIC se incorporan a la PDI como recursos tecnológicos innovadores, sostenidos por la infraestructura de la escuela, y son empleados para lograr aprendizajes significativos, de lo cual dan cuenta los significados personales de los estudiantes.

Además, el uso de las TIC permite la interacción entre los estudiantes por medio de trabajos colaborativos online (Hoja de Cálculo de Google). Las *voces* de los estudiantes a través de la encuesta ratifican que emplear los recursos promueve la motivación y favorece el desarrollo de sus aprendizajes.

Cognitiva
Afectiva
Interaccional

Según Godino: las explicaciones y argumentos matemáticos de los/as estudiantes están bien fundamentados y superan las descripciones de procedimientos.

En la PDI: Los sistemas de prácticas personales de los estudiantes construyen los objetos matemáticos, se comienza inicialmente desde lo procedimental y se avanza paulatinamente hacia sistemas más complejos atravesados por procesos de interpretación, análisis e inferencia. Las fundamentaciones que los estudiantes exponen durante el desarrollo de los contenidos y en la revisión de las actividades muestran los avances parciales clase tras clase, avanzando gradualmente hacia una interacción significativa.

Instruccional
Ecológica

Según Godino: “el profesor es comprensivo y dedicado a sus estudiantes” (p.127). Tiene un amplio dominio de la Matemática para su enseñanza y

(papel del docente y su formación)	actualiza habitualmente sus conocimientos didácticos-matemáticos. En la PDI: A partir del relato de las clases se percibe que el docente muestra compromiso con el aprendizaje de sus estudiantes, al tratar de comprender y prever las posibles dificultades, trabajar sobre los errores emergentes, tanto en lo discursivo como en las producciones escritas, y orientarlos para que mejoren. En cuanto a la formación del docente, es claro que la oportunidad de actualizar sus conocimientos didácticos-matemáticos en torno a la Estadística está dada, entre otras, por el trayecto de esta Especialización, en particular los espacios curriculares específicos sobre la enseñanza de la Matemática.
------------------------------------	--

Godino (2013) también menciona que deben tenerse en cuenta, para el análisis de una instrucción matemática, las interacciones de las idoneidades epistémica, cognitiva, instruccional e interaccional con la fase temporal. A continuación se aborda el análisis en la PDI de esas interacciones mencionadas por el autor.

La implementación de la PDI consta de 14 clases, se inicia el 01/04/2022 y finaliza 04/05/2022. La temporalidad dedicada a la PDI es adecuada por dos razones claves:

1. Se cuenta con el beneficio de que el grupo de estudiantes tiene una trayectoria escolar avanzada y, en consecuencia, un desarrollo cognitivo sólido. La gestión del tiempo está adaptada al ritmo del grupo de cuarto año para garantizar gradualmente los avances en los procesos de aprendizaje y para que se produzcan durante el acoplamiento las modificaciones en sus sistemas de prácticas personales con el fin de aproximarse a los sistemas de prácticas institucionales pretendidos (idoneidad cognitiva). Los significados pretendidos e implementados se adecuan a la disponibilidad temporal de cada clase –las de 40 y 120 minutos– (idoneidad epistémica), a excepción de un caso que el docente menciona en sus comentarios, mediante una [observación](#) al finalizar la clase.
2. La PDI integra los contenidos establecidos por el DCJ para dos primeros años de educación media que no es un asunto menor ya que se pretende que estos estudiantes, próximos a finalizar el nivel secundario, adquieran habilidades y competencias correspondientes a los temas de Estadística del Ciclo Básico (idoneidad ecológica). En el relato de las clases se percibe que hay un ritmo de trabajo adecuado para un despliegue de actividades que generan habilidades y competencias durante la enseñanza y el aprendizaje: que el docente explique con el fin de clarificar o institucionalizar algún concepto; que los estudiantes comuniquen, argumenten y validen sus razonamientos; que el docente y el grupo de cuarto año interactúen en

torno a las resoluciones de los ejercicios; que la evaluación sea entre pares, además del docente a los estudiantes (idoneidades interaccional e instruccional).

Todo lo aquí planteado en el *Análisis de la implementación* se toma como insumo para la elaboración del próximo apartado de *Conclusiones y reflexiones finales*, donde se efectúa una mirada global y sintética de todo el proceso realizado.

D. Conclusiones y reflexiones finales

En la introducción de este trabajo se menciona que la finalidad de la PDI y su implementación es, por un lado, romper la tendencia inercial a sostener el abandono de la enseñanza de la Estadística en las clases de Matemática de la escuela media en la que se lleva a cabo la experiencia. Por el otro, que se constituya en un punto de partida para pasar de la planificación a la práctica áulica. Se considera que estas cuestiones han sido logradas, pues la valoración global de la PDI da cuenta de ello.

De los análisis sobre toda la información recabada de los estudiantes –respuestas, opiniones y producciones de los estudiantes– y los documentos elaborados por el especializando –registro de las clases, encuesta, material de estudio– se concluye que:

1. En la PDI se presentan diferentes registros semióticos, rigurosidad en las definiciones, procedimientos bien justificados, explicaciones argumentadas con un vocabulario asequible para los estudiantes y conexiones entre los contenidos estadísticos; aspectos que son indicadores de una adecuada conjunción entre lo didáctico y lo epistémico.
2. Hay una adaptación de los contenidos para que el grupo de cuarto año logre apropiarse de ellos, capitalizando sus conocimientos previos asociados a fuentes extraescolares, en lo directamente vinculado con Estadística, y algunos provenientes de otros ejes temáticos de la Matemática.
3. Los estudiantes muestran un alto grado en la responsabilidad para realizar las actividades sugeridas, basado en un buen clima de trabajo, en la cordialidad y el respeto mutuo para compartir opiniones, ideas y propuestas de resoluciones, cuestiones que inciden positivamente en sus autoestimas y aprendizajes.
4. Las interacciones docente-estudiantes y estudiante-estudiante son fluidas, lo que potencia las producciones individuales y grupales, con intervención docente y en plena autonomía. Desde las interacciones docente-estudiantes se sostiene la evaluación formativa por medio del diálogo reflexivo sobre los argumentos durante la revisión de las resoluciones de los ejercicios y otras actividades en el aula.
5. Las condiciones materiales del aula son adecuadas para la cantidad de estudiantes y se cuenta con accesibilidad para trabajar con recursos tradicionales y tecnológicos, lo que permite llevar adelante las actividades planificadas de la PDI. La incorporación

significativa de las TIC tiene una alta incidencia en la motivación y los procesos de aprendizaje, aspecto que es destacado por los estudiantes.

6. La PDI mantiene una coherencia con los lineamientos del DCJ para la formación de un sujeto en el área de Matemática, en particular de Estadística. A través de ella, se promueve una enseñanza y aprendizaje en valores democráticos y el desarrollo del pensamiento crítico que puede extenderse por fuera del aula e incursione en asuntos de la realidad, tanto en lo regional como en ámbitos más lejanos. Además, la PDI contempla situaciones que visibilizan a la Estadística en contextos cotidianos y socio-profesionales.

Con la PDI se logra que la Estadística sea parte de la práctica áulica y, a su vez, atienda a lo dicho por las especialistas Batanero (1998), Zapata-Cardona (2010, 2018) y Tauber (2022) sobre la enseñanza de la Estadística –evitar solo una mirada en lo procedimental, vínculos con contextos de la realidad, lectura crítica, toma de decisiones, entre otros aspectos–. Además, es un punto de partida para llevar la Estadística a otros cursos de la escuela e invitar a sus docentes a que sean partícipes de su enseñanza. Eventuales ediciones de la PDI, con las adaptaciones correspondientes, podrían convertirse en futuras implementaciones para los cursos del Ciclo Básico. A su vez, esto permite proyectar un fortalecimiento de la enseñanza de la Estadística, con ampliación de los contenidos establecidos en el DCJ, para ser abordada en varios años de la escuela media.

En lo que respecta a nivel personal del especializando, me tomo el atrevimiento de hablar en primera persona y con algunos tiempos verbales diferentes a los que se han utilizado en todo el trabajo.

Con respecto al tema elegido, el estudio del panorama de la enseñanza de la Estadística –que se presentó a comienzos de este trabajo– me permitió advertir el poco valor que parece tener en la escuela, siendo que paradójicamente es un área rápidamente palpable en la vida cotidiana, al menos la Estadística Descriptiva. De mí parte asumo la responsabilidad de promover una enseñanza de temas del Eje Estadística y Probabilidad para los estudiantes tal que en su formación cuenten con habilidades y competencias necesarias para la cotidianidad y en los potenciales escenarios laborales/profesionales. Además, me comprometo a invitar a otros docentes de Matemática de la escuela a utilizar la PDI para que se unan a la tarea de enseñar Estadística en sus clases.

Finalmente considero que el trayecto de la Especialización en Escuela Media, con Mención en Matemática, me ha aportado elementos teóricos y prácticos, tanto en lo general como en lo específico, para el análisis de contextos escolares y eventuales intervenciones superadoras. En síntesis, es para mí un crecimiento en lo personal y profesional.

E. Bibliografía

- Álvarez-Méndez, J. (2001). *Evaluar para conocer, examinar para excluir*. Madrid: Morata.
- Álvarez-Méndez, J. (2003). *La evaluación a examen. Ensayos críticos*. Madrid: Miño y Dávila.
- Avilez, A., Ordaz, M. y Reyna-Peraza, L. (2018). Conocimiento y actitudes acerca de la Estadística, de los profesores de secundaria del estado de Yucatán. *Unión: revista iberoamericana de educación matemática*, 52, 46-72.
<https://union.fespm.es/index.php/UNION/article/view/338>
- Batanero, C. (1998). Situación actual y perspectivas futuras de la educación estadística. Conferencia en las Jornadas Thales de Educación Matemática.
<https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/EDUCACIESTADISTICA.pdf>
- Batanero, C. y Díaz, C. (2005). *El papel de los proyectos en la enseñanza y aprendizaje de la estadística*. I Congresso de Estatística e Investigaçao Operacional da Galiza e Norte de Portugal Guimarões, Portugal. Recuperado de
<https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/CEIO.pdf>
- Batanero, C. (2019), Treinta años de investigación en educación estadística: Reflexiones y desafíos. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*.
https://www.ugr.es/~fqm126/civeest/ponencias/batanero_esp.pdf
- D'Amore, B. y Godino, J. D. (2007). El enfoque ontosemiótico como un desarrollo de la teoría antropológica en didáctica de la matemática. *Revista Latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 10(2), 191-218.
<https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33500202>
- Educação Estatística GT12. (26 de mayo de 2022). *Caminhos para o ICOTS II*. Tauber, L. Logros, necesidades y desafíos de la Educación Estadística en Argentina. [Archivo de video]. Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=NDVDIiPELTs&t=1725s>
- Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.
https://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/03_SignificadosIP_RDM94.pdf
- Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, (11), 111-132.
https://www.ugr.es/~jgodino/eos/jdgodino_indicadores_idoneidad.pdf

- Godino, J. D. (14 de junio de 2017). *Presentación EOS* [Archivo de video]. Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=UCsUur0PIQY>
- Godino, J. D. (2018). Bases epistemológicas e instruccionales del Enfoque Ontosemiótico en Educación Matemática. Disponible en, http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/JDGodino_bases_epins_EOS.pdf
- Godino, J. D., Batanero, C., Burgos, M. y Gea, M. M. (2021). Una perspectiva ontosemiótica de los problemas y métodos de investigación en educación matemática. *Revemop*, 3, 1-13. <https://doi.org/10.33532/revemop.e202107>
- Lebrun-Llano, V. y Zapata-Cardona, L. (2017). Una perspectiva crítica para la Enseñanza de la Estadística. En XXVII Simposio Internacional de Estadística–5th International Workshop on Applied Statistics. Colombia.
- Ministerio de Educación de Santa Fe. (2014). *Diseño Curricular Educación Secundaria Orientada*. Santa Fe: Autor.
- Muñoz, N., Monserrat, P., Mateu, G. y Prado, F. (2019). Actividades estadísticas para 4.º de la ESO utilizando datos reales. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 102, 139-159.
- Pochulu, M. D. (20 de mayo de 2020). *Enfoque Ontosemiótico - Primera parte* [Archivo de video]. Youtube. https://www.youtube.com/watch?v=W_t6cb_bAdQ&t=427s
- Rodríguez-Muñiz, L., Muñiz-Rodríguez, L., Vásquez, C. y Alsina, Á. (2020). ¿Cómo promover la alfabetización estadística y de datos en contexto?, estrategias y recursos a partir de la COVID-19 para Educación Secundaria. *Números. Revista de didáctica de las matemáticas*, 104, 217-238.
- Tornisiello, N. y Espasandin, C. (2021). La autoeducación narrada por los docentes al promover la Educación Estadística. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 106, 139-148.
- Zapata-Cardona, L. (2010). Un recorrido por los orígenes de la Educación Estadística y perspectivas futuras. En Memoria 11º Encuentro Colombiano Matemática Educativa (pp. 5-12). Colombia.
- Zapata-Cardona, L. (2018). Enseñanza de la Estadística desde una perspectiva crítica. *Yupana*, (10), 30-41. <https://doi.org/10.14409/yu.v0i10.7695>
- Zapata-Cardona, L. y González-Gómez, D. (2017). Imágenes de los profesores sobre la estadística y su enseñanza. *Educación matemática*, 29(1), 61-89. <https://www.redalyc.org/pdf/405/40550442004.pdf>

F. Anexos

Anexo 1

Encuesta realizada a los estudiantes: [link](#)

Anexo 2

Respuesta de los estudiantes a la encuesta: [link](#)

Anexo 3

Carpeta de un estudiante: [link](#)