

UNIVERSIDAD NACIONAL DE ROSARIO
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y ESTADÍSTICA

CARRERA DE POSGRADO

ESPECIALIZACIÓN EN FINANZAS

Tema: La estructura temporal de tasas de interés. Conceptos, teoría y metodología.

Autor: Lic. Esteban Hernán Smolarz

Director: Mag. Diego Hernán Iaccarino

Rosario, lunes 11 de julio de 2022

A mi familia

Tabla de contenidos

Resumen	4
Introducción	5
Sección I – Conceptos fundamentales.....	7
I.1 Tasa interna de retorno	7
I.1.1 Tasas de interés contado y futuras	12
I.2 <i>Macaulay Duration</i>	14
I.3 Curva de rendimientos	16
I.3.1 La utilidad de la curva de rendimientos.....	18
I.3.2 Formas de la curva de rendimientos	19
Sección II – Teorías explicativas	26
II.1 Teoría de las expectativas puras.....	27
II.2 Teoría de la preferencia por la liquidez	28
II.3 Teoría del hábitat preferido	30
II.4 Teoría de la segmentación del mercado.....	31
Sección III – Metodología y aplicaciones.....	33
III.1 Curva teórica cupón cero	34
III.1.1 Metodología <i>bootstrapping</i>	36
III.1.2 Metodología de interpolación	38
III.2 Metodología matricial	39
Conclusiones.....	41
Bibliografía.....	43
Documentos oficiales	43
Literatura especializada	44
Artículos académicos	45
Tesis	47
Disertaciones.....	47
Páginas web.....	48
Siglas y acrónimos.....	49

Resumen

El desarrollo de los mercados financieros y la sofisticación de los instrumentos de deuda tienen como correlato patrones fácilmente detectables en la conducta de ciertas variables. En ese sentido, la Estructura Temporal de Tasas de Interés (ETTI) es el ámbito de estudio que se preocupa por indagar las relaciones entre dos variables fundamentales en todo instrumento de renta fija: el tiempo y la tasa de interés. El presente Trabajo Final aborda esta temática, procurando dar cuenta de manera detallada y exhaustiva del estado de la cuestión, a través de sus conceptos, teorías y metodologías.

Palabras clave: Estructura Temporal de Tasas de Interés – ETTI – Tasa Interna de Retorno – TIR – Duración de Macaulay – Curva de Rendimientos – Teoría de las Expectativas Puras – Bootstrapping – Interpolación

Abstract

The development of financial markets and the sophistication of debt instruments have as a correlate easily detectable behavior patterns for certain variables. In that regard, the Term Structure of Interest Rates is the field of study which focuses on researching the relationship between two main variables for any fixed income instrument: time and interest rate. This Final Work approaches this topic, trying to give an account of the state of the art in a detailed and exhaustive way, through its concepts, theories and methodologies.

Keywords: Term Structure of Interest Rates – Internal Rate of Return – IRR – Macaulay Duration – Yield Curve – Pure Expectations Theory – Bootstrapping – Interpolation

Introducción

El propósito del presente Trabajo Final de la Especialización en Finanzas es realizar una presentación del actual estado de la cuestión en relación a un tema de indudable relevancia y permanente actualidad en el ámbito de las finanzas: la Estructura Temporal de Tasas de Interés (ETTI).

Como concepto y ámbito de estudio, la ETTI surge hace aproximadamente un siglo atrás, con el desarrollo de mercados financieros e instrumentos de deuda cada vez más sofisticados. Paralelamente, el mundo académico da cuenta de esta evolución, prestando atención a los cambios ocurridos en la economía, ofreciendo explicaciones y aportando construcciones teóricas.

Hoy en día, la ETTI es de especial importancia para instituciones de todo tipo, incluidos bancos centrales, fondos de inversión, grandes compañías, y todo agente que se ve afectado por alteraciones en las tasas de interés y las variables macroeconómicas. Explicar el comportamiento y la forma de la ETTI o su representación gráfica, la curva de rendimientos, se torna así una tarea ineludible para discernir qué ocurre en la economía en su conjunto, y en especial en los mercados financieros.

El presente Trabajo Final está dividido en tres partes, que estructuran el estado del arte de la temática. En todas las partes se da cuenta de los conceptos y teorías pertinentes. A los razonamientos verbales se incorporan fórmulas y otras expresiones matemáticas que complementan lo narrado en el texto. En su conjunto, el Trabajo Final obedece a una estricta lógica en la que los subtemas se suceden secuencialmente.

En la primera parte se exponen conceptos de uso frecuente en finanzas, que adquieren particular importancia a la hora de entender la ETTI. Esta primera parte se divide en tres subsecciones, comenzando con la Tasa Interna de Retorno (TIR), continuando con la duración de Macaulay, y cerrando con la curva de rendimientos o *yield curve*. En esta última subsección, se argumenta el motivo por el cual la curva de

rendimientos es útil para la labor de distintos operadores del mercado, y se enumeran las formas genéricas que la misma puede adoptar.

La segunda parte retoma la última sección de la primera parte, al comparar las distintas teorías que intentan explicar el comportamiento y forma que puede adoptar la *yield curve*. Aquí se hace hincapié en los supuestos en los que se apoyan estas teorías, los factores que estiman son predominantes en las percepciones de los agentes, y la manera en que interpretan la relación entre la curva de rendimientos y la economía en un sentido más amplio.

La tercera y última parte se concentra en los aspectos metodológicos. La curva de rendimientos no es de por sí directamente observable, la misma debe construirse a partir de otros datos presentes en el mercado. En consecuencia, es menester definir con precisión una metodología que permite llevar a la práctica esta tarea. Se explica qué es una curva teórica cupón cero, junto a las técnicas de *bootstrapping* e interpolación. Suplementariamente, también se refieren los aspectos principales de la metodología matricial.

Finalmente, el Trabajo Final se cierra con la conclusión, en la que se comparten las reflexiones finales inspiradas por la escritura del texto y la labor de investigación que lo hace posible. Asimismo, se indican qué otras preguntas o temas pueden ser respondidos o indagados a partir del estudio de la ETTI.

Sección I – Conceptos fundamentales

Como paso previo a acometer el estudio de la ETTI, deben repasarse otros conceptos que facilitan la comprensión de la temática. Son ideas y términos de uso general en finanzas, y que se aplican en otras áreas además del estudio de la ETTI. Sin embargo, su comprensión es imprescindible para poder aprender la materia que se trata en este trabajo final.

En primera instancia, se desarrolla lo que se conoce como TIR. La TIR es una herramienta fundamental para la valuación de bonos, y al vinculársela con su precio y el valor nominal del principal y los cupones, permite descubrir propiedades interesantes en un instrumento financiero. Además es la variable dependiente que se representa gráficamente en la curva de rendimientos.

Luego, como una subsección dentro de la TIR, se explican las nociones de tasa de interés contado y tasa de interés futura. Estos dos tipos de tasas son igualmente relevantes para entender la ETTI. Como se ve más adelante, también tienen relación con las expectativas de los agentes respecto al comportamiento de la economía.

En último lugar, se presenta el concepto de *duration*, también conocido como duración, duración de Macaulay o *Macaulay duration*. La *duration* muchas veces puede reemplazar al *maturity* o vencimiento como criterio temporal para vincular a un bono o un conjunto de bonos con una TIR determinada. Esta suele ser la práctica de los operadores del mercado.

I.1 Tasa interna de retorno

El primer concepto que debe ser tenido en cuenta de forma previa para una correcta comprensión de la ETTI es el de la TIR, conocida en inglés como Internal Rate of

Return (IRR). La TIR cumple una función esencial dentro del análisis financiero, incluido el análisis de bonos. Es un indicador útil de muchas de las propiedades de un instrumento financiero, encontrándose matemáticamente ligada a otras variables que describen el comportamiento de un activo.

De forma sintética, la TIR se define como aquella tasa de rendimiento o de descuento que hace que el valor presente neto (VPN) o valor actual neto (VAN) de una inversión, al realizarse una proyección de flujos de fondos o *cash flows*, sea igual a cero (Brealey, Myers y Allen, 2019, p. 109). Es la tasa única que se emplea para descontar todos los flujos de fondos, sean por pago de capital o intereses, que se esperan recibir a lo largo de la vida de un bono hasta su vencimiento. En términos formales, esto se expresa mediante la siguiente fórmula:

$$VAN = \sum_{t=1}^n \frac{F_t}{(1 + TIR)^t} - I = 0$$

Donde:

F_t es el flujo de caja en el período t .

n es el número de períodos.

I es el valor de la inversión inicial.

Es fácil advertir gracias a la ecuación anterior que el papel que la TIR cumple es el de igualar el valor presente de todos los flujos de fondos proyectados con el precio a pagar hoy. También se puede verificar que si la TIR aumenta, el precio disminuye, y viceversa, si la TIR disminuye, el precio aumenta. Es por ello que la TIR es lo que se denomina una “ecuación de arbitraje”, esto es, partiendo de un valor determinado de TIR, el precio es mayor si la TIR disminuye, o, visto desde otra óptica, si el precio aumenta la TIR exigida debe ser menor (Dumrauf, 2014, p. 44).

Teniendo en cuenta la relación inversa entre tasa de rendimiento y precio de un bono, la TIR es, además de un indicador de rentabilidad, un insumo útil para

aproximar correctamente su valor. A su vez, como la TIR exigida a un bono puede cambiar a lo largo de la vida del mismo, su precio también puede verse alterado. A la relación inversa entre riesgo y tasa de interés se la llama “riesgo precio-tasa” y gráficamente se ve reflejada en una función convexa.

Es importante destacar que la TIR en cierto sentido es una tasa promedio, ya que es única y la misma para todos los flujos de fondo independientemente del momento del tiempo en el que ocurren, teniendo en cuenta obviamente que al elevarse a una potencia de acuerdo al momento del tiempo t , acaba operando como lo hace el interés compuesto.

Esto último es lo que vincula el concepto de la TIR con el supuesto subyacente de que los flujos de caja parciales deben ser reinvertidos a esa misma TIR hasta el vencimiento del bono (la idea es que el bono no es vendido antes de su vencimiento), lo cual se halla asociado al llamado “riesgo de reinversión”. El otro supuesto que articula la TIR es, naturalmente, que el bono no entrará en default o reestructuración.

Otro punto a tener en cuenta a la hora de emplear la TIR como criterio de evaluación de un bono, y que se deduce de lo expuesto anteriormente, es que a mayor plazo de un bono, mayor es la probabilidad de que se vea afectado por una variación en las tasas de interés (Juhász, 2011). Esto es así porque la tasa de reinversión y la composición del interés derivado del pago de los cupones parciales representan un peso más importante en el rendimiento total al vencimiento (RTV) del bono. Naturalmente, como las tasas de interés se ven modificadas constantemente, en la realidad el rendimiento efectivo al vencimiento no suele coincidir con la TIR implícita.

Como ya se dijo, la TIR se emplea para valorar tanto proyectos de inversión como activos financieros, incluidos bonos, que es el caso que aquí interesa. Al igualar el valor actualizado de los flujos futuros de fondos derivados del pago de intereses y capital con el precio actual del bono, la TIR constituye una tasa implícita de rendimiento exigido. Del mismo modo que diferentes TIR permiten cotejar distintos activos y entender sus características diferenciadas, cuando dos o más activos poseen la misma TIR se cuenta con un punto de partida útil para su comparación (Villazón, 1991).

Aunque muchos bonos incluyen el pago de cupones parciales antes de su vencimiento, una excepción la representan los *zero coupon bonds* o bonos cupón

cero que, como su nombre lo indica, no pagan cupones de intereses. El beneficio recibido por adquirir y retener un bono de este tipo hasta su vencimiento procede de la diferencia entre el valor nominal al momento del rescate y el precio pagado al comprarlo. El precio no es sino el valor actualizado del *face value* o valor nominal del bono. El ejemplo más conocido de *zero coupon bond* son las letras del Tesoro de Estados Unidos, las *T-bills* o *Treasury bills*, frecuentemente empleadas para calcular la *yield curve*. La ecuación del precio de este tipo de bonos es la siguiente:

$$P = \frac{VN}{(1 + r)^n}$$

Donde:

VN es el valor nominal o *face value* del *zero coupon bond*.

r es la TIR exigida al bono.

n es el número de períodos (que en el caso de las *T-bills* es semestral).

Por último, otra manera de abordar la TIR es entenderla como el resultado de sumar el rendimiento corriente o *current yield* y las ganancias de capital o *capital gain yield* (Blake, 2006). Esto se expresa en la siguiente fórmula:

$$TIR = CY + G$$

Donde:

CY es el rendimiento corriente

G son las ganancias de capital.

Por un lado, el rendimiento corriente simplemente toma el pago de intereses en un momento o período dado y lo divide por el precio al cual cotiza el bono. Lógicamente, cuanto más alto el precio, más bajo es el rendimiento corriente. La fórmula es la siguiente:

$$CY = \frac{r}{P}$$

Donde:

CY es el rendimiento corriente.

r es el interés pagado por el cupón.

P es el precio actual del bono.

Por otro lado, las ganancias de capital se determinan a partir del diferencial de precios del bono en cuestión para un período dado. La existencia o no de ganancias de capital, o el que éstas asuman un signo positivo en lugar de negativo, dependen simplemente de que el precio al momento de vender el bono sea mayor que el precio que se paga al momento de comprarlo. La ecuación se define de la siguiente manera:

$$G = \frac{P_1 - P_0}{P_0}$$

Donde:

G son las ganancias del capital.

P_1 es el precio del bono al finalizar el período en cuestión.

P_0 es el precio del bono al inicio del período en cuestión.

Por último, es conveniente mencionar que habitualmente se confunden los conceptos de la TIR y lo que en la jerga financiera se llama Yield To Maturity (YTM). Como su nombre lo indica, el YTM es el rendimiento hasta el vencimiento de un bono. Expresado como una tasa anual, es la TIR que, de acuerdo al precio actual y al pago esperado de cupones y de amortización de capital, un inversor puede esperar al adquirir un bono. Matemáticamente, la TIR y el YTM son similares en tanto constituyen factores de descuento (Cebula, Wang y Yang, 2013) y conceptualmente abordan la misma faceta del valor tiempo del dinero.

I.1.1 Tasas de interés contado y futuras

La tasa de interés al contado o *spot* para un período t dado, es equivalente al rendimiento que resulta de invertir en un *zero coupon bond* o algún otro título emitido a descuento, manteniendo la inversión hasta el vencimiento (Choudhry, 2004). Lo ideal es trabajar con *T-bills* o algún otro bono cupón cero emitido por el Tesoro de Estados Unidos y en consecuencia, teóricamente libre de riesgo. De esta manera, se obtiene lo que supuestamente es el valor puro del tiempo.

Retomando la fórmula ya desarrollada para determinar el precio de un bono cupón cero a partir de su valor facial y su factor de descuento:

$$P = \frac{VN}{(1+r)^n}$$

Pueden reordenarse los términos y despejarse para poder precisar cuál es el valor del factor del descuento, sabiendo cuál es el valor nominal del bono y su precio, ambos datos proporcionados por el mercado para cualquier instrumento:

$$r_n = (VN/P)^{1/n} - 1$$

Por otra parte, la tasa de interés futura o *forward* es aquella que los agentes económicos esperan que impere en el futuro, y puede inferirse una vez conocida la tasa spot para los distintos plazos de la *yield curve* (Svensson y Lachman, 1994). La lógica subyacente está vinculada con las alternativas de inversión en un momento dado para instrumentos con distinto vencimiento, con el diferencial de tasas derivado de los riesgos de inversión asociados a apostar a una sucesión de *securities* de plazo más corto.

Como la tasa de interés futura de alguna manera ya está “contenida” entre las tasas spot, también se la llama “implícita” (para un período dado). Esto es posible gracias a los mecanismos de arbitraje vigentes en el mercado. La fórmula genérica es la siguiente:

$$rf_t = \frac{(1 + r_t)^t}{(1 + r_{t-1})^{t-1}} - 1$$

Donde:

rf_t es la tasa de interés futura para el período t .

r_t es la tasa de interés *spot* del período t .

r_{t-1} es la tasa de interés *spot* del período $t-1$.

Por último, y atendiendo a la relación previamente descrita, la tasa spot para un período dado también puede inferirse si se conocen las tasas forward. La ecuación pertinente es la siguiente:

$$r_t = ((1 + r_1) \times \prod_{n=1}^{t-1} (1 + f_n))^{1/t} - 1$$

Donde:

r_t es la tasa de interés contado para el período t .

r_1 es la tasa de interés contado para el primer período.

f_n es la tasa de interés futura para el período n .

I.2 Macaulay Duration

Una vez ya introducido el concepto de TIR, y explicada la relación existente entre el precio de un bono, su rendimiento y su vencimiento, puede proseguirse con el estudio de conceptos más complejos, como el de *duration*.

Como ya se vio, la idea de que los flujos intermedios percibidos durante la vida de un bono (como aquellos derivados del pago de cupones o amortizaciones anticipadas del principal) pueden reinvertirse a la misma TIR que el bono tiene al momento de valorarlo en el presente, es uno de los cimientos de lo que se entiende por la TIR.

Sin embargo y como es de esperar, las tasas de interés están mutando continuamente, y es irreal suponer que en la práctica los flujos intermedios cobrados antes del vencimiento de un bono pueden reinvertirse a la misma TIR (MacKay y Wüthrich, 2015). El denominado riesgo de reinversión es entonces un riesgo ante las variaciones en la tasa de interés.

Entendiendo la relación simétrica e inversa entre el precio de un bono y su TIR, conviene recordar que el rendimiento de un bono puede verse modificado por elementos tan diversos como los cambios en la tasa de referencia, la alteración en la calificación crediticia del emisor o una reducción en el tiempo al vencimiento (Heath, Jarrow y Morton, 1990).

La volatilidad de un bono manifiesta justamente cómo su precio varía ante la evolución de las variables mencionadas. Esta volatilidad es proporcional al tiempo de vencimiento (es decir, cuanto más lejana la fecha de vencimiento, más volátil es el bono), e inversamente proporcional al peso y la frecuencia de pago de los cupones

(Place, 2005). En otras palabras, cuanto menores son los cupones en relación a la amortización final, y cuanto más distanciados estén entre sí el pago de los cupones, mayor será la volatilidad.

La duración o *duration*, también conocida como *Macaulay duration*, es el plazo promedio ponderado hasta el vencimiento de los flujos de efectivo de un bono. Este indicador puede entenderse como el punto de equilibrio de un conjunto de flujos de efectivo. Otra forma de interpretar a la duración de Macaulay es como el número promedio ponderado de años que un inversionista debe mantener una posición en un bono hasta que el valor presente de los flujos de efectivo de dicho bono iguala el monto que se invirtió para adquirirlo.

El precio, el vencimiento, el cupón y el rendimiento hasta el vencimiento de un bono son factores que influyen en el cálculo de la *duration*. Manteniéndose los demás factores constantes, la duración aumenta a medida que aumenta el plazo al vencimiento. Por otra parte, a medida que se incrementa el cupón de un bono, su *duration* disminuye. Finalmente, si aumentan las tasas de interés, también disminuye la *duration* y disminuye la sensibilidad del bono a nuevos aumentos de las tasas de interés.

Operativamente, la *duration* se calcula tomando cada *cash flow* que el bono promete pagar y descontándolo a tiempo presente empleando la TIR actual, ponderando luego cada flujo por el momento en que se cobra. La sumatoria de estos flujos descontados y ponderados es luego dividida por el precio actual del bono (Kulkarni, 1989). En consecuencia, la *duration* viene a representar una suerte de vida medio ponderada del bono.

Matemáticamente, la *duration* se manifiesta por medio del siguiente enunciado:

$$D = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{tC_t}{(1 + TIR)^t}}{P}$$

Donde:

D es la *duration*.

t es el momento en que se percibe cada *cash flow*.

C es cada *cash flow*.

P es el precio del bono.

Puede advertirse que la *duration* de un bono aumenta por los mismos factores antes mencionados que explican la volatilidad: cuanto más lejano es el tiempo al vencimiento, cuanto menores son los cupones, y cuanto menor es la frecuencia con que se pagan los cupones. Se añade un cuarto elemento, que es la tasa de interés. Cuando la misma se reduce, la *duration* del bono se incrementa (Nie, Wu, Wang y Chen, 2021).

La *duration* es así otra forma de representar la variable temporal de un bono. En consecuencia, es útil para abordar el estudio de la ETTI. En muchas ocasiones la curva de rendimientos no se construye con el tiempo al vencimiento, sino colocando a la *duration* como variable independiente.

Por sus propias características, el hecho de descontar y ponderar los distintos flujos le permite a la *duration* aproximar el horizonte temporal con más precisión que el *maturity* a secas, o contabilizando otros elementos. Los bonos cupón cero son el único tipo de activos en el que el tiempo al vencimiento y la *duration* coinciden (Heck, Zivney y Modani, 1995).

I.3 Curva de rendimientos

En las secciones previas se introdujo y explicó el concepto de TIR, así como su función a la hora de valuar y entender las características de un bono. Del mismo modo, se hizo mención a la noción de *duration*, que consiste en otra manera de abordar las propiedades de un bono desde su dimensión temporal. Estas dos variables, el rendimiento y el tiempo, de naturaleza fundamental en la conformación y valuación de un bono, son las que se conjugan para dar lugar a la ETTI, también conocida como

curva de rendimientos o *yield curve* por la manera en que es representada gráficamente.

El punto principal estriba en comprender que existe una íntima relación entre el *maturity* o *duration* de un bono (o cualquier otro criterio temporal que se emplee) y la TIR o el rendimiento que se exige para un plazo determinado. Sin embargo, en el caso de los bonos que pagan cupones de intereses antes de su vencimiento, lo que ocurre en los hechos es que existen varios *cash flows* esperados con fechas separadas (Reilly y Linke, 1981).

En vista de ello la TIR, que es una tasa única aplicada indiscriminadamente a todos los flujos de fondos del bono, presenta deficiencias en términos de valuación del instrumento en cuestión. Consecuentemente, construir una curva de rendimientos con una función que para cada horizonte temporal arroje una correspondiente TIR, se torna una tarea necesaria para lograr una correcta valuación (Johnson, 1984).

Naturalmente, para que una curva de rendimientos presente datos que puedan ser considerados válidos, debe ser construida empleando bonos que cuenten con diferentes *maturities*, pero que posean todos el mismo *rating* crediticio. Esto último con el objeto de excluir el impacto que sobre la tasa de interés ejerce una calidad crediticia distinta.

De acuerdo a este supuesto, es comprensible que generalmente se empleen bonos soberanos, como aquellos emitidos por el Departamento del Tesoro de Estados Unidos, para estimar la curva de rendimientos (Stradi, 2005). Éstos son percibidos como libres de riesgo, por lo que se entiende su tasa de interés está determinada por factores puramente temporales.

Una ventaja adicional de este tipo de bonos soberanos, es el gran volumen de información disponible fruto del gran número de operaciones con que cuentan estos instrumentos, típica de un mercado financiero desarrollado. Esto deja fuera de juego los *spreads* de liquidez, que podrían afectar en el nivel de la tasa de interés (Nymand-Andersen, 2018).

Un ejemplo conocido de estas letras del Tesoro de Estados Unidos son las *T-bills* o *Treasury bills*, frecuentemente empleadas para calcular la *yield curve* en el corto plazo (vencimientos no mayores a un año). Por otro lado, las *T-notes* o *Treasury*

notes son instrumentos de este mismo emisor, pero de mediano y largo plazo, es decir, entre dos y diez años. Por último, los *T-bonds* o *Treasury bonds* son bonos de largo plazo, con vencimientos de entre veinte y treinta años.

I.3.1 La utilidad de la curva de rendimientos

La curva de rendimientos tiene una importancia fundamental como punto de referencia para el análisis de indicadores macroeconómicos o el cálculo de otras tasas de interés. Así, los créditos bancarios a distintos plazos, los bonos corporativos y los bonos soberanos de mercados emergentes suelen tomar la curva de rendimientos de los *treasuries* estadounidenses como *benchmark* para computar sus propios tipos de interés.

En lo que concierne a la valuación de bonos propiamente dicha, la curva de rendimientos proporciona una herramienta más apropiada que una TIR única. Esto se deriva del hecho de que los rendimientos correspondientes a distintos períodos temporales facilitan un método más preciso para descontar los flujos derivados del pago de intereses y del principal, si se lo compara con el empleo de una única TIR (Omondi, 2016).

Por otra parte, la curva de rendimientos cumple una función provechosa para señalar cuando un bono u otro instrumento financiero se encuentra por encima o debajo del que debería ser su valor teórico. Es a partir de este supuesto que aparecen oportunidades de arbitraje al comparar bonos de igual calidad, esto es, con similares *maturity* o *duration*, *rating* crediticio y condiciones de liquidez.

Básicamente, si la tasa de rendimiento de un bono se encuentra por debajo de la curva de rendimientos (para su correspondiente vencimiento), el mismo se halla sobrevaluado. En esta situación, la estrategia más acertada consiste en vender el bono. Por el contrario, cuando dicha tasa de retorno se ubica por encima de la curva de rendimientos, el bono se encuentra subvaluado. En este escenario, es conveniente comprar el bono (Irturk, 2006).

Finalmente, las diversas formas que puede adoptar la curva de rendimientos constituyen una guía valiosa para interpretar el estado presente y las proyecciones a futuro de la economía en su conjunto (McCallum, 2005). Esta cuestión suele estar asociada a la marcha de los ciclos económicos, es decir, las perspectivas de que la economía entre o se mantenga en una fase expansiva o recesiva, y las consecuentes reacciones de la autoridad monetaria mediante la manipulación de las tasas de interés.

I.3.2 Formas de la curva de rendimientos

Como se explicó en la subsección precedente, en su dimensión teórica la curva de rendimientos cumple diversas funciones. Dichas funciones se desenvuelven en materia de interpretación de datos macroeconómicos, determinación de tasas de interés y proyección de escenarios. Esta dimensión teórica encuentra su correlato práctico, su contenido, en el tipo de pendiente que adopta la curva de rendimientos.

Efectivamente, distintas formas de la curva de rendimientos tienen distintos significados e implicancias. En líneas generales, pueden enumerarse cinco tipos de *yield curve*: normal o ascendente; invertida o descendente; *steep* o empinada; *flat* o plana; y *humped* o “con giba”.

I.3.2.1 Normal o ascendente

Por una curva de rendimientos normal se entiende aquella en la que los rendimientos suben a medida que se incrementa el vencimiento. En la función que este tipo de curvas grafican, un plazo mayor siempre tiene una tasa de interés superior a un plazo menor. De ahí que se las denomine también como “ascendentes” (Fisher, 2004). Visualmente, se asemejan a una función logarítmica, con una pendiente (positiva) mucho más pronunciada para plazos menores, más cercanos a cero o al tiempo presente.

A medida que el tiempo al vencimiento aumenta, el rendimiento también crece, pero a un ritmo menor. En otras palabras, la pendiente de la función primitiva es positiva, pero la primera derivada de la función arroja valores cada vez menores cuanto mayor es el valor de la variable independiente.

En términos interpretativos, la curva de rendimientos ascendente se asocia con expectativas positivas por parte de los agentes acerca de la marcha de la economía. Se espera que la misma crezca. Con el crecimiento de la producción, también se anticipa un aumento de la inflación futura. Esto conduce a la previsión de que la autoridad monetaria aumentará las tasas de interés de corto plazo para moderar las presiones inflacionarias (Clinton, 1995).

Por otra parte, la incertidumbre originada en la inflación y las eventuales respuestas del banco central crean un riesgo a la hora de valorar *cash flow* futuros, por lo que los inversores exigen un premio para los rendimientos más alejados en el tiempo, lo que se refleja en la forma de la curva.

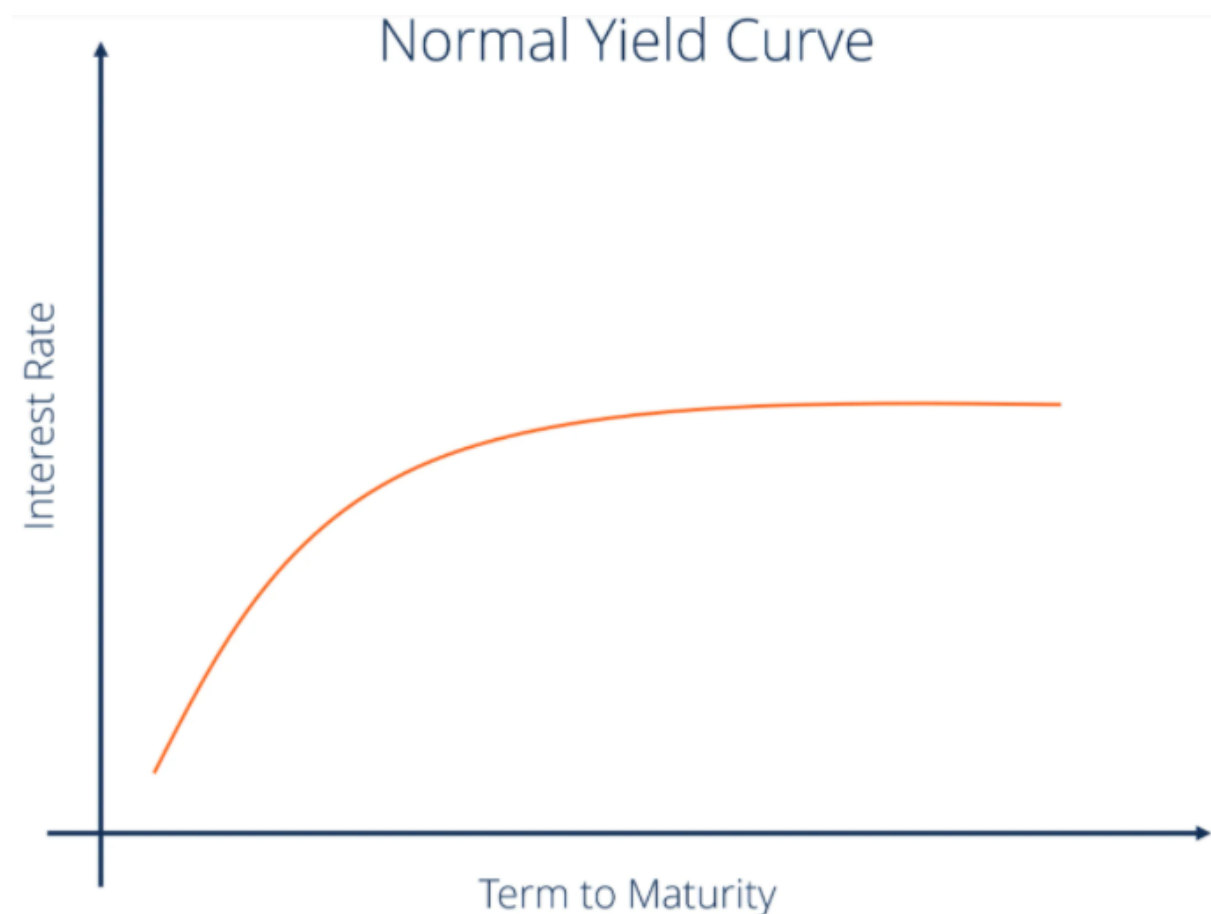


Figura 1: Curva de rendimientos normal o ascendente

Fuente: Corporate Finance Institute. *Yield curve – Definition, diagrams, types of yield curves*.

I.3.2.2 Invertida o descendente

Cuando la curva de rendimientos adopta una forma descendente, se está en presencia de un escenario en el cual las tasas de interés de largo plazo son más bajas que las de corto plazo (Wang y Yang, 2011). Visto de otra manera, es la situación inversa de la curva ascendente. Aquí, a medida que aumenta el plazo, el rendimiento se torna más bajo.

Sin embargo, una característica de su pendiente se asemeja a la de la curva normal en el sentido de que la pendiente de la función, siempre negativa, es más pronunciada para plazos menores, pero luego progresivamente se suaviza a medida que aumenta el tiempo al vencimiento.

La curva de rendimientos invertida suele acontecer cuando los inversores pronostican que una recesión afectará a la economía en el futuro próximo. Empíricamente, esta correlación se ha comprobado en numerosas ocasiones en las últimas décadas para la economía estadounidense (Lonski, 2019).

Cuando se espera que la economía de un país entre en una fase contractiva, es a la vez lógico prever que la autoridad monetaria reducirá las tasas de interés, especialmente las de corto plazo. También puede ocurrir que la curva de rendimientos invertida esté vinculada a expectativas de baja inflación, lo que usualmente es el correlato monetario de una contracción en el sector real (Wright, 2006).

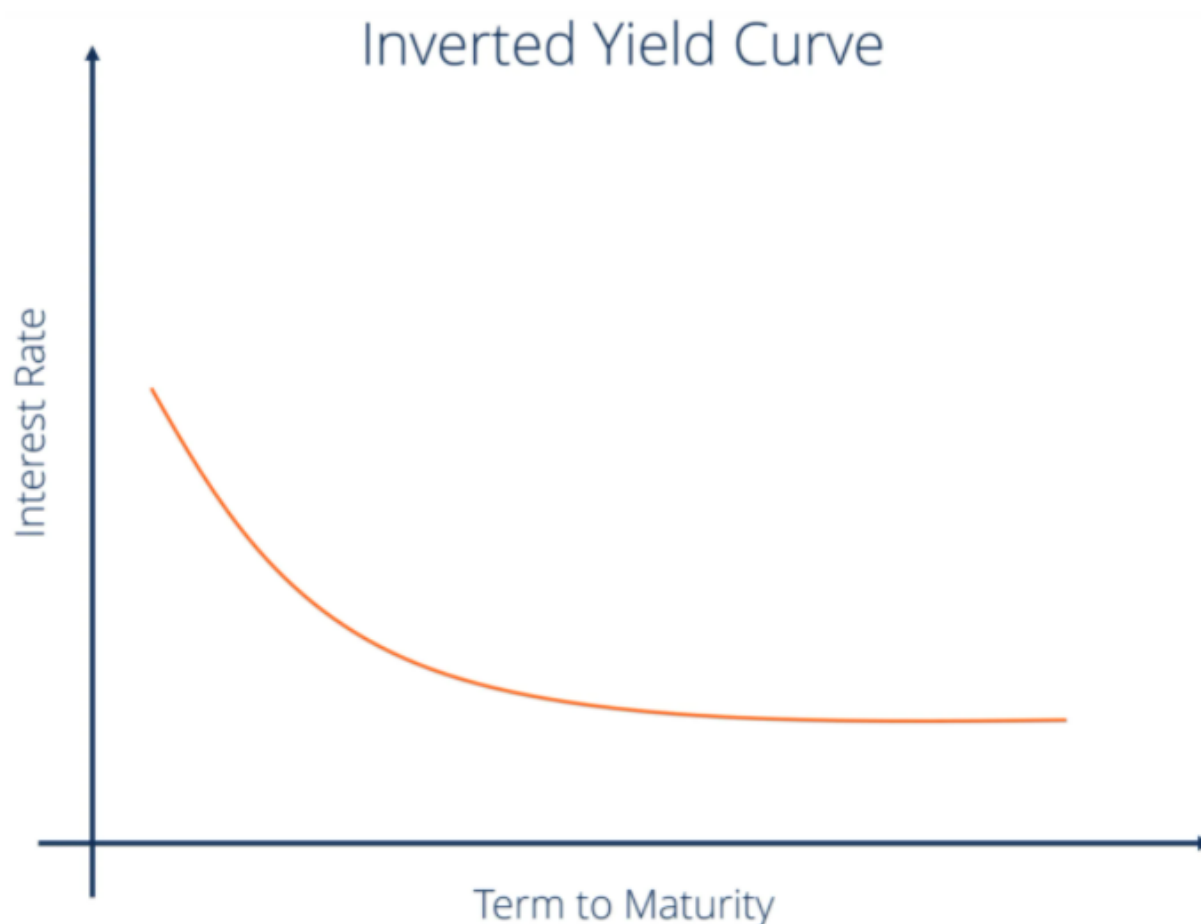


Figura 2: Curva de rendimientos invertida o descendente

Fuente: Corporate Finance Institute. *Yield curve – Definition, diagrams, types of yield curves.*

I.3.2.3 Steep o empinada

Como se describió previamente, una curva normal es aquella en la que existen mayores rendimientos conforme aumenta el plazo al vencimiento. Bajo condiciones igualmente “normales”, existe un *spread* característico que separa los *yields* de los bonos de corto plazo, como las *T-bills*, de aquellos de más largo plazo como las *T-notes* o los *T-bonds*.

No obstante, se dan circunstancias en las que este diferencial aumenta, lo cual implica que la pendiente de la curva es más empinada, en comparación con la de una

curva típica. Esto significa que las tasas de interés de largo plazo aumentan a un ritmo mayor que las de corto plazo (Zaloom, 2009).

Esta divergencia en el *spread* de los rendimientos de corto y largo término frecuentemente está ligada a la expectativa de una mejora en las condiciones económicas o al inicio de un ciclo de crecimiento tras haber atravesado una fase de contracción.

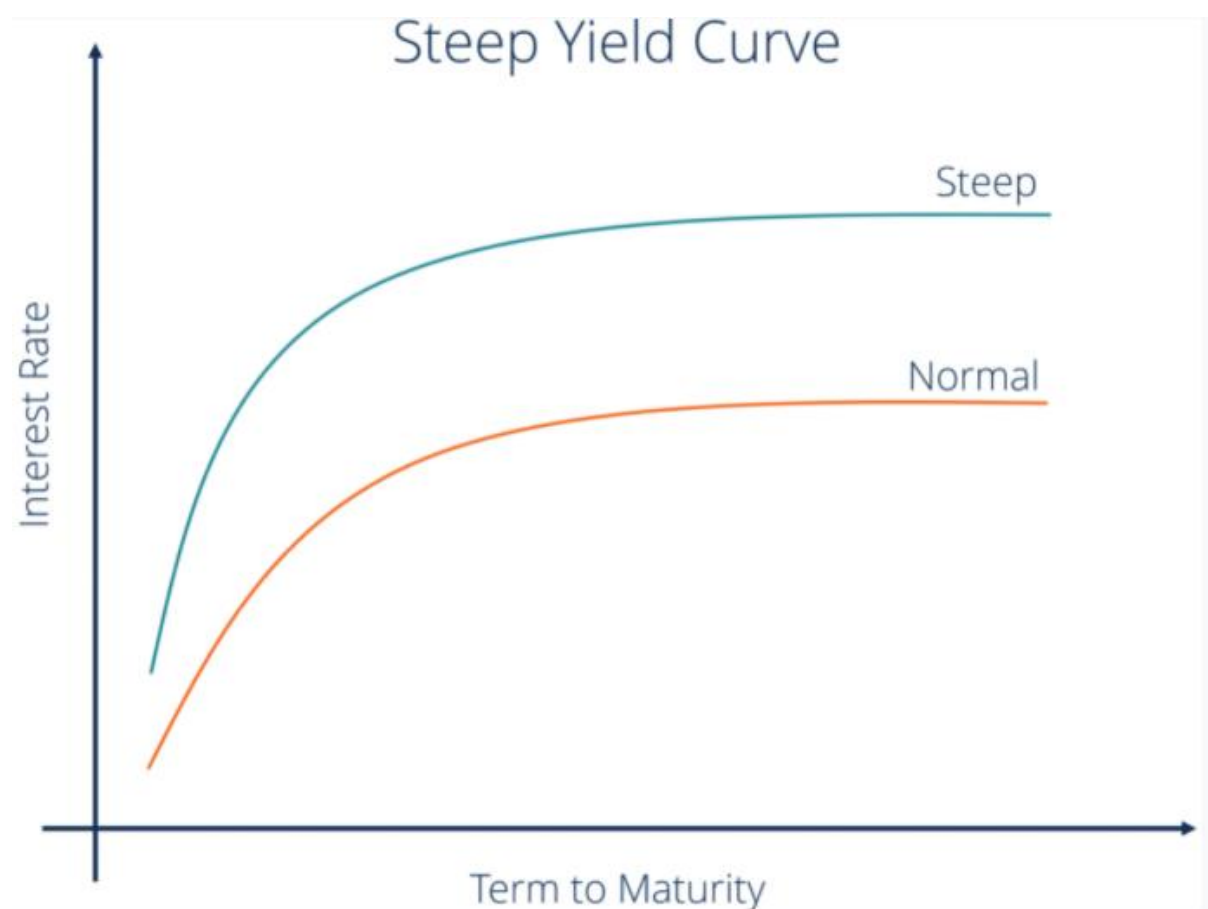


Figura 3: Curva de rendimientos *steep* o empinada

Fuente: Corporate Finance Institute. *Yield curve – Definition, diagrams, types of yield curves.*

I.3.2.4 *Flat* o plana

Otro tipo de curva a tener en cuenta es el denominado *flat*. Como su nombre lo indica, refleja una función plana o constante, en la que la tasa de interés es la misma para todos los horizontes temporales. Consecuentemente, la primera derivada es cero, justamente por la ausencia de cambio en el rendimiento.

En materia de inferencia de tendencias macroeconómicas, la curva de rendimientos plana implica que prevalece la incertidumbre entre los agentes económicos respecto a la evolución de la economía (Idilbi-Bayaa y Qadan, 2021). Habitualmente, este tipo de curvas surgen en etapas de transición, cuando se pasa de una curva ascendente a otra descendente, o viceversa.

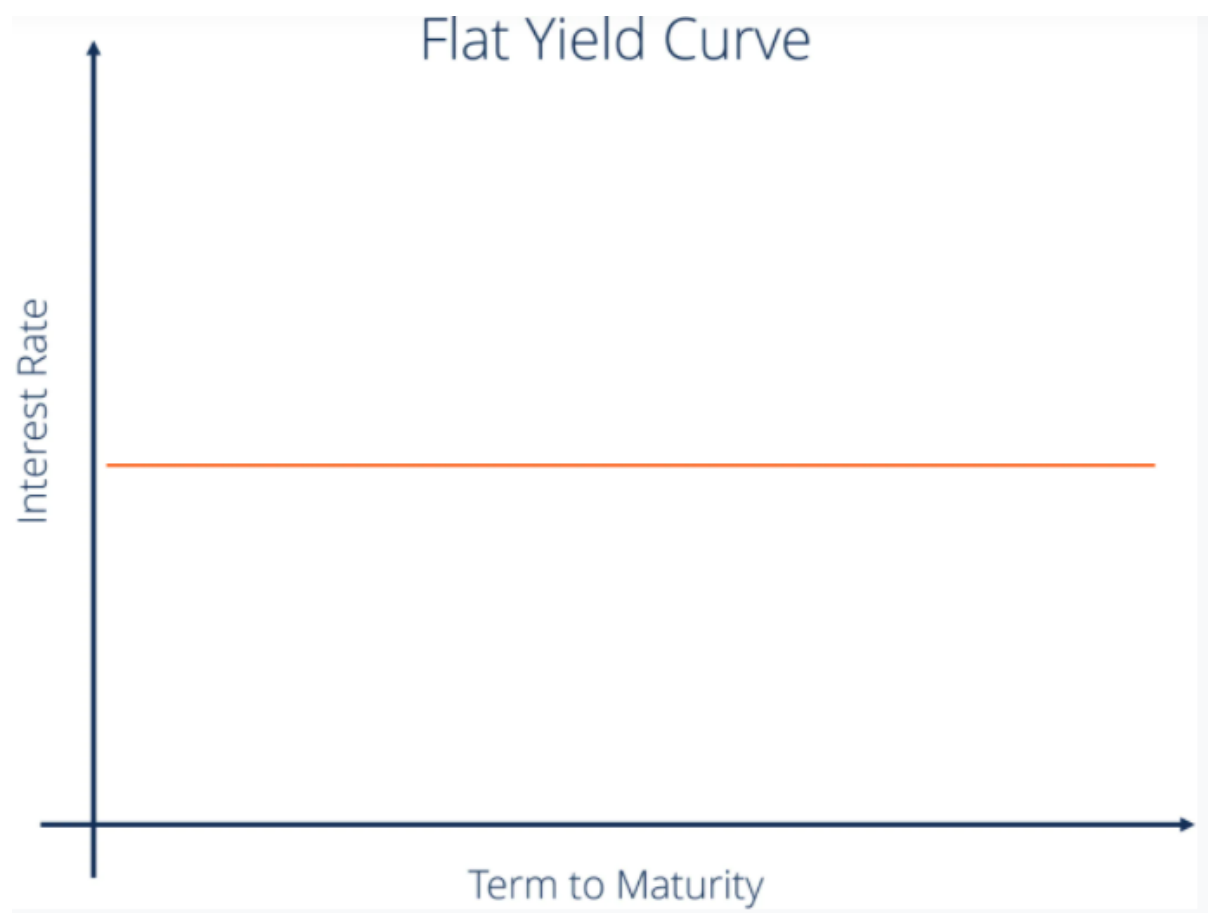


Figura 4: Curva de rendimientos *flat* o plana

Fuente: Corporate Finance Institute. *Yield curve – Definition, diagrams, types of yield curves.*

I.3.2.5 *Humped* o “con giba”

El último tipo de curvas a considerar es la llamada *humped*, que posee la particularidad de que exhibe una giba o joroba promediando su trayectoria. Un gráfico con estas propiedades conlleva que las tasas de interés de mediano plazo son más altas que las de corto y largo plazo. Es decir, a medida que aumenta el *maturity*, los *yields* se incrementan, pero arribado a un punto en el tiempo, comienzan a declinar.

Este tipo de curvas se observan cuando el clima económico espera un freno del crecimiento (Smets y Tsatsaronis, 1997). Desde el punto de vista de su significado, es lo opuesto de la curva empinada, que como ya se mencionó previamente, denota una expectativa de aceleración económica.

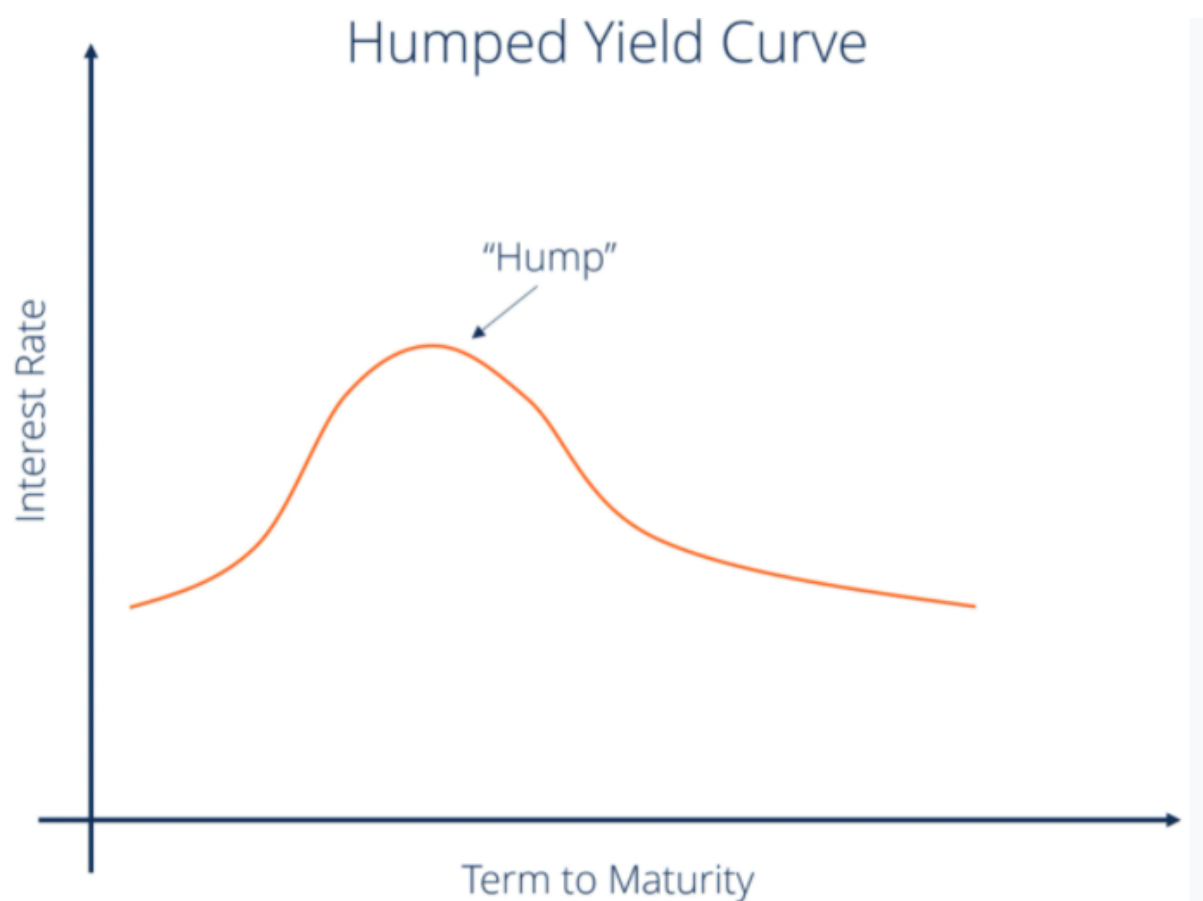


Figura 5: Curva de rendimientos *humped* o “con giba”

Fuente: Corporate Finance Institute. *Yield curve – Definition, diagrams, types of yield curves.*

Sección II – Teorías explicativas

Como se vio en la sección precedente, es posible observar que la curva de rendimientos adopta diversas formas en la práctica. También se comentó que las numerosas configuraciones que la gráfica y la pendiente de la estructura temporal de tasas de interés pueden asumir están a su vez vinculadas con una supuesta razón macroeconómica.

Términos como “normal” o “invertida”, además de ser una obvia referencia a la apreciación visual de la curva, constituyen asimismo una manifestación de las perspectivas que los agentes tienen de la marcha de la economía. No sólo en el presente, sino también en su probable evolución futura.

Conceptualmente, la curva de rendimientos establece una relación entre los *yields* de instrumentos de deuda y los plazos de vencimiento (Piazzesi, 2005). En consecuencia, las formas que presenta, y los cambios que se operan en su pendiente y su tasa de cambio, son de significación para el conjunto de interrelaciones entre tasas de interés, precios y *maturities* de un bono.

Hay varias teorías que pretenden explicar por qué la *yield curve* exhibe una forma y un comportamiento determinados. Las mismas pueden sintetizarse en cuatro grandes postulados teóricos, agrupados a la vez en dos grandes vertientes (Vasicek y Venegas-Martínez, 2021).

La primera de ellas es la teoría de las expectativas puras, a la que se recurre con mayor frecuencia para explicar la conducta de la curva de rendimientos. El planteamiento de fondo que la sostiene es que las tasas de interés futuras en la actualidad representan con exactitud las tasas *spot* que se darán más adelante. Esto deriva en una concepción de igualdad o sustitución de tasas de corto y largo plazo.

Dimanando de la teoría de las expectativas puras se encuentra la teoría de la preferencia por la liquidez. Su principal diferencia es que afirma que los inversores exigen el pago de un diferencial, la prima de liquidez, por tener en su cartera bonos

de más largo plazo. Esto da cuenta de la forma ascendente, con *yields* más altos para *maturities* más lejanos, de la curva de rendimientos normal.

En tercer lugar, la teoría del hábitat preferido, que continúa las dos anteriores, introduce un elemento novedoso, distinto de la mera equivalencia matemática entre tasas de interés contado y futuras. Este elemento de alguna manera profundiza la idea de que los inversores tienden a preferir bonos de corto plazo, contrastándolo con la inclinación de los emisores por colocaciones de largo plazo.

Por último, la teoría de la segmentación del mercado es un caso aparte de los tres anteriores. Como su nombre sugiere, propone que el mercado de instrumentos de renta fija está estructurado en distintas porciones o segmentos. Como esta disposición responde a normativas y regulaciones, no es posible “sacar” a ciertos inversores de su segmento. Por lo tanto, para distintos plazos, la curva de rendimientos se ve influenciada por factores disímiles.

II.1 Teoría de las expectativas puras

La teoría de las expectativas puras originalmente concebida por Irving Fisher afirma que los distintos plazos son substitutos perfectos y que la forma que adopta la curva es el resultado de las expectativas de los agentes económicos respecto a las tasas de interés futuras (Tease, 1986). Es fácil advertir que esta es la idea central detrás de las explicaciones presentadas en la subsección I.3.2.

El presupuesto que vertebra esta teoría es que el encuentro de la oferta y la demanda en el mercado de bonos confluye en una situación de equilibrio por la cual el rendimiento esperado de un conjunto de inversiones en bonos de corto plazo debe igualarse con el rendimiento esperado de un bono de largo plazo (King y Kurmann, 2002).

Si esto no llega a ocurrir, los inversionistas demandan una cantidad mayor de aquellos bonos con un rendimiento más alto. Esto produce que esos mismos bonos que experimentan una mayor demanda vean aumentar su precio, lo cual

necesariamente disminuye su retorno hasta igualarlo con el nivel de los bonos que inicialmente tienen un rendimiento más bajo.

La idea subyacente en este constructo teórico es que las tasas de interés *forward* hoy día replican fielmente las tasas contado que prevalecerán en el futuro. Además, se supone que no hay premios por riesgo (es decir, los inversionistas son neutrales al riesgo), que las expectativas son las únicas que determinan el nivel de las tasas de interés, y que no existe preferencia por la liquidez (Russell, 1992). Estos supuestos son justamente contradichos por la teoría de la preferencia de la liquidez, que se estudiará en la subsección siguiente.

La teoría de las expectativas puras, y la noción de igualdad entre el rendimiento a largo plazo para un plazo determinado por un lado, y un conjunto de inversiones a corto plazo por el otro, puede sintetizarse en la siguiente ecuación:

$$(1 + R)_n = \prod_{t=1}^n (1 + r)_t$$

Donde:

$(1+R)_n$ es el rendimiento de la inversión a largo plazo para el período n .

n es el número de períodos.

$(1+r)_t$ es el rendimiento de corto plazo para cada período t .

II.2 Teoría de la preferencia por la liquidez

El concepto de la preferencia por la liquidez es inicialmente postulado por John Maynard Keynes, siendo posteriormente profundizado por John Hicks. En lo que respecta a la teoría de la preferencia por la liquidez, la misma es una ramificación de la teoría de las expectativas puras (Modigliani, 1944). Como tal, se basa en algunos

puntos de partida similares, pero también presenta diferencias en la óptica sobre algunas cuestiones.

La idea fundamental que sostiene a la teoría de la preferencia por la liquidez es que las tasas de interés de largo plazo no son simplemente el correlato de las presunciones de los agentes económicos acerca del nivel de las tasas de interés futuras (Stephanson, 1950). Debe también añadirse una prima, llamada prima de liquidez, para compensar al inversor por adquirir y retener bonos de largo plazo, debido a que existe una preferencia por bonos de corto plazo, los cuales son más líquidos (de ahí la noción de “prima de liquidez”).

La prima de liquidez es una forma de compensar por el mayor riesgo asumido al momento de adquirir títulos de largo plazo, riesgo derivado en primera instancia de la incertidumbre relativa a las tasas de interés futuras (y en consecuencia, respecto al precio de los bonos adquiridos). Sin embargo, también está presente un componente de prima de riesgo vinculado a las posibilidades de *default* que trae aparejadas el mantener en cartera un bono por un período de tiempo más prolongado (McGregor, 1985).

Como es lógico, la teoría de la preferencia por la liquidez difiere de la teoría de las expectativas puras en que considera que los inversionistas son aversos al riesgo. Paralelamente, las tasas de retorno *forward* no son consideradas estimadores insesgados de las tasas *spot* que imperarán más adelante, precisamente por incluir la prima de liquidez.

Independientemente de la forma que adopte la curva de rendimientos, es decir, ascendente en caso de expectativas de subas de tasas, o descendente ante un escenario de eventual baja de las mismas, debería existir un *premium* por liquidez que se incrementa con el tiempo al vencimiento. Ante una curva normal, el *risk premium* incide en que la pendiente muestre una tendencia ascendente (Millikan, 1938).

La teoría de la preferencia por la liquidez se expresa matemáticamente mediante la siguiente fórmula:

$$(1 + R)_n = rp_n + \prod_{t=1}^n (1 + r)_t$$

Donde:

$(1+R)_n$ es el rendimiento de la inversión a largo plazo para el período n .

n es el número de períodos.

$(1+r)_t$ es el rendimiento de corto plazo para cada período t .

rp_n es la prima de liquidez para el período n .

II.3 Teoría del hábitat preferido

La teoría del hábitat preferido es propuesta por Franco Modigliani y Richard Sutch, y constituye una variante de la teoría de la preferencia por la liquidez. En esencia postula que, además de las expectativas sobre las tasas de interés futuras, los inversores suelen manejarse dentro de un límite de vencimientos para comprar bonos, que se erige en su “hábitat preferido” (Vayanos y Vila, 2021).

Para poder inducir a los agentes económicos a invertir su capital por fuera de su “hábitat preferido” temporal usual, el emisor de un bono debe pagar una prima. Esto acontece porque los emisores creen más conveniente comprometerse con deudas a largo plazo, mientras los tenedores de bonos prefieren instrumentos con plazos más cortos.

Desde esta visión, es comprensible por qué en los mercados de renta fija, una curva “normal” se caracteriza por su tendencia ascendente, con retornos más altos para vencimientos más lejanos. No necesariamente las condiciones prevalecientes han de ser éstas, y la teoría del hábitat preferido contempla todos los tipos de curva de rendimientos previamente estudiados (Costa, 2019).

En consecuencia, en un contexto de curva invertida, los vencimientos de corto plazo exhiben tasas más altas porque momentáneamente el “hábitat preferido” de los inversores está situado en los instrumentos de largo plazo (Giese, Joyce, Meaning y Worlidge, 2021). Por lo tanto, los emisores de bonos deben pagar una prima para atraer fondos hacia los títulos más próximos en el tiempo.

Matemáticamente, la fórmula para calcular el rendimiento de una inversión para un período dado n es la misma que la empleada en la teoría de la preferencia por la liquidez. La diferencia estriba en que la prima de liquidez rp_n es una expresión de este “plus” que debe pagar el emisor para sacar al inversor de un “hábitat” temporal determinado, y no sólo una consecuencia de la noción de que “a mayor plazo, mayor tasa”.

II.4 Teoría de la segmentación del mercado

La teoría de la segmentación del mercado es sugerida por primera vez por John Mathew Culbertson. Su planteamiento central, en directa contradicción con la teoría de las expectativas puras, es que los bonos de distintos vencimientos no son sustituibles entre sí. Esto acarrea el que las fuerzas de la oferta y la demanda interactúan independientemente para títulos de corto y largo plazo (Sudo y Tanaka, 2018). De aquí emana la representación de una “segmentación del mercado”.

Un supuesto en el que descansa esta teoría, nuevamente en desacuerdo con la teoría de las expectativas puras y en consonancia con las teorías de la preferencia por la liquidez y la teoría del hábitat preferido, es que entre los inversores predomina la aversión al riesgo. La idea de que el mercado se halla “segmentado” está en cierta manera en sintonía con esta última teoría, o incluso de manera más acentuada, ya que por diversos factores (por ejemplo, regulaciones o restricciones institucionales), los agentes no pueden salir del horizonte de inversión en el que están situados (Van Horne, 1980).

Se infiere de lo antedicho que, dentro del marco de esta teoría, la curva de rendimientos también está segmentada, con el nivel de tasas predominante para cada horizonte temporal respondiendo de manera independiente a elementos diversos (O'Donnell, 2020). La forma final que adopta la curva es por lo tanto el resultado de añadir o ensamblar los distintos segmentos que componen la misma.

Los supuestos de esta teoría son compatibles con todas las formas que puede adquirir la curva de rendimientos. Su tendencia depende de la relativa disponibilidad de fondos en cada segmento del mercado en relación a la demanda. En un escenario de curva ascendente, se da una sobreabundancia de fondos en relación a la demanda, por lo que las tasas son bajas. Por el contrario, cuando la curva se invierte, es porque impera una relativa escasez de capital volcado a bonos de corto plazo, por lo que estos ven subir su rendimiento.

Sección III – Metodología y aplicaciones

Por definición, la curva de rendimientos es una construcción que se realiza a partir de datos observables en el mercado, para extraer información que está implícitamente contenida en los mismos. Como ya se estudió en la Sección II, existen varios supuestos teóricos que dan sustento a esta tarea de elaborar una *yield curve*. El que más se destaca es la relación entre precios y tasas de interés.

El tópico principal de esta última parte del Trabajo Final incumbe a lo que se llama “curva teórica cupón cero”, que hace alusión a la curva de rendimientos clásica. En cuanto a la construcción, dicha curva de rendimientos precisa de una metodología. La misma es explicada en la primera subsección.

A la vez, se hacen menciones especiales a dos técnicas que se emplean ante la carencia de suficiente información. La primera de ellas es lo que se denomina *bootstrapping*, de necesaria aplicación para poder combinar bonos de mediano y largo plazo que pagan intereses antes de su vencimiento, con *zero coupon bonds* de corto plazo. Esto es así por la ausencia de instrumentos cupón cero para vencimientos más largos.

Por otra parte, el método de interpolación se emplea cuando no existen títulos, independientemente de si pagan o no cupón, para un período dado. En este caso, la tasa *spot* teórica para estos vencimientos se aproxima a través de las tasas cupón de los bonos de los dos períodos más cercanos.

Finalmente, se agregan comentarios relativos a la metodología matricial, que constituye otra alternativa para poder construir una curva de rendimientos a partir de datos del mercado, con los factores de descuento como incógnita.

III.1 Curva teórica cupón cero

La curva teórica cupón cero es la curva de rendimientos que se construye recurriendo a *zero coupon bonds* para plazos cortos y a instrumentos con cupón para plazos más largos. El caso más habitual, por la abundancia de títulos y la liquidez, es el del mercado estadounidense, que suele ser la referencia más común (Kawaller y Marshall, 1996).

El recurso a bonos con cupón se explica por el hecho de que para plazos largos, no suelen existir títulos sin cupón. O si los hay, no suelen ser muy líquidos, incluso en el mercado estadounidense. A través de los métodos de *bootstrapping* y de interpolación, que se describen más adelante, pueden completarse los segmentos de la curva para los cuales no hay disponibles bonos (Munk, 2015, p. 21-31).

Pero retornando a la primera parte atinente a los bonos sin cupón de corto plazo, y como se vio ya en la subsección I.1.1, la fórmula para despejar el factor de descuento aplicado a un *zero coupon bond* con vencimiento en el período n es la siguiente:

$$r_n = (VN/P)^{1/n} - 1$$

Debe tenerse en cuenta que, a pesar de que las valuaciones y comparaciones entre bonos suelen realizarse empleando tasas anuales o anualizadas, en la realidad no todos los bonos se manejan con vencimientos para períodos de años (Pancost, 2021). Este es el caso especialmente de las *T-bills* de corto plazo, que además de vencimientos anuales, también cuentan con vencimientos semestrales y trimestrales.

Así, para calcular la tasa *spot* de una *T-bill* con vencimiento semestral, se aplica la siguiente fórmula:

$$r = \frac{VN}{P} - 1$$

Lo cual da lugar a una tasa de contado o *spot* del primer semestre. En realidad, es la misma fórmula que la anterior, sólo que índice exponencial $1/n$ es igual a la unidad, por lo que se omite. Para anualizarla, debe multiplicársela por dos. Este procedimiento es útil para construir curvas de rendimientos con períodos más pequeños que un año.

Por ejemplo, si se desea calcular la tasa *spot* para el segundo semestre, se implementa la ecuación:

$$r_2 = (VN/P)^{1/2} - 1$$

Al multiplicar el resultado por dos se consigue la tasa *spot* de un año. Para conocer las tasas futuras, se aplica una lógica basada en el arbitraje, en la que se igualan dos inversiones, una simple con un plazo más largo, y otra compuesta por plazos más cortos, pero que sumados son similares al plazo más largo (Deacon y Derry, 1994). En el primer caso, todas las tasas son conocidas. En el segundo, sólo la tasa de la inversión inicial.

Por ejemplo, si se diese la opción, por un lado, de invertir en un bono emitido con descuento a un plazo determinado (un año), y por el otro, la opción de invertir en dos bonos sucesivos también emitidos con descuento con un horizonte temporal exactamente igual a la mitad del anterior (es decir, semestrales). Aquí, tanto el rendimiento del bono a un año, como el del bono a un semestre son conocidos con certeza. La incógnita es la tasa que regirá en el segundo semestre, que sólo puede deducirse.

Por ese motivo, la ecuación para determinar la tasa futura se basa en los valores de las tasas de contado. En el ejemplo en el que se busca colegir cuál será la tasa futura que regirá en el segundo semestre, la fórmula es la siguiente:

$$rf_2 = \frac{(1 + r_2)^2}{(1 + r_1)} - 1$$

Donde:

rf_2 es la tasa de interés futura para el segundo semestre.

r_1 es la tasa de interés spot del primer semestre.

r_2 es la tasa de interés spot del segundo semestre.

Recordando que expresión matemática general es la siguiente:

$$rf_t = \frac{(1 + r_t)^t}{(1 + r_{t-1})^{t-1}} - 1$$

III.1.1 Metodología *bootstrapping*

Como no existen bonos cupón cero para todos los plazos, especialmente para los plazos más largos, deben emplearse bonos con cupón. Para los plazos más cortos para los cuales sí se cuenta con bonos cupón cero, se calcula la tasa de interés de contado usando la fórmula descrita previamente (Ametrano y Bianchetti, 2009).

La metodología llamada *bootstrapping* es la que permite la construcción de una curva teórica cupón cero recurriendo a bonos que pagan intereses para obtener información relativa a los plazos más largos. Como primera precaución, es importante que los bonos empleados sean seleccionados cuidadosamente, habida cuenta de la escasez o ausencia de títulos para muchos plazos (Campbell, 1995). También debe considerarse la frecuencia de pago de los cupones.

En general, los factores que deben ser sopesados para construir una curva mediante metodología *bootstrapping*, son la delimitación del conjunto de instrumentos financieros a partir de los cuales se construye la curva, que como ya se mencionó, son bonos con cupones para plazos largos; la determinación de los factores de

descuento para cada vencimiento, para lo cual se suele aplicar la TIR de los bonos previamente seleccionados; y finalmente, despejar la tasa contado para el período en cuestión, valiéndose de las tasas contado previamente calculadas y la información atinente a cupones, principal y precio, siendo conveniente usar bonos que coticen a la par (Bolder y Stréliski, 1999).

Es corriente que los cupones de un bono se presentan de forma anual cuando un bono es emitido, pero en la realidad se pagan de forma semestral. Este hecho, sumado a que para el primer y el segundo semestre de la curva teórica cupón cero se emplean *zero coupon bonds* tales como las *T-bills*, conlleva a que probablemente la tasa contado del tercer semestre sea la primera que haya que estimar a través del *bootstrapping*. La ecuación a resolver es la siguiente:

$$I = \frac{C_1}{(1 + r_1)^1} + \frac{C_2}{(1 + r_2)^2} + \frac{P + C_3}{(1 + r_3)^3}$$

Donde:

I es la inversión inicial o el precio del bono, que será igual a su principal en caso de que coticen a la par.

C_1 es el valor nominal del cupón del primer semestre.

r_1 es la tasa de interés contado para el primer semestre.

C_2 es el valor nominal del cupón del segundo semestre.

r_2 es la tasa de interés contado para el segundo semestre.

P es el valor nominal del principal.

C_3 es el valor nominal del cupón del tercer semestre.

r_3 es la tasa de interés contado para el tercer semestre.

Como r_3 es la incógnita a despejar, siendo todos los demás valores ya conocidos, la ecuación puede reescribirse de la siguiente manera:

$$r_3 = \left(\frac{P + C_3}{I - \frac{C_1}{(1 + r_1)^1} - \frac{C_2}{(1 + r_2)^2}} \right)^{1/3} - 1$$

De este modo, se obtiene la tasa contado del tercer semestre. Siguiendo con la misma lógica de *bootstrapping*, la tasa contado para el cuarto semestre depende de los valores ingresados en la siguiente expresión:

$$I = \frac{C_1}{(1 + r_1)^1} + \frac{C_2}{(1 + r_2)^2} + \frac{C_3}{(1 + r_3)^3} + \frac{P + C_4}{(1 + r_4)^4}$$

Donde todos los valores, excepto r_4 , que es la incógnita, ya son conocidos. Así, esta técnica de ir despejando las tasas de contado de un plazo en cuestión basándose en las tasas contado de los plazos precedentes, se sigue aplicando hasta completar toda la curva.

III.1.2 Metodología de interpolación

Dentro de la metodología de *bootstrapping* y con el objeto de construir una curva teórica cupón cero, una mención especial merece la técnica de interpolación. La misma es útil para estimar la TIR para aquellos plazos para los cuales no existen títulos, ni siquiera bonos con cupón.

La técnica es sencilla, radicando en una interpolación lineal que sólo precisa de restar las TIR ya conocidas, que arroja como resultado un *spread* de tasas de interés que se adiciona a la TIR del plazo más corto (Hagan y West, 2006). La fórmula es la siguiente:

$$TIR_i = TIR_c + \frac{TIR_l - TIR_c}{t_l - t_c}$$

Donde:

TIR_i es la incógnita, la TIR del período intermedio.

TIR_c es la TIR del período más corto.

TIR_l es la TIR del período más largo.

t_l es el período más largo (medido en semestres en caso de tasas semestrales).

t_c es el período más corto (medido en semestres en caso de tasas semestrales).

De este modo, se estima un cupón hipotético para un bono con cotización par correspondiente al plazo para el cual no se tiene información. Para determinar la tasa spot teórica, se aplica la misma metodología *bootstrapping* descrita en la sección anterior.

III.2 Metodología matricial

Por último, otra alternativa disponible para calcular los factores de descuento de una curva de rendimientos estriba en aprovechar las funcionalidades de una matriz, y las operaciones a ella asociadas (Glova, 2010).

La expresión matemática en notación matricial para determinar los precios de bonos con distintos vencimientos es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ \vdots \\ P_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C1_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Cn_1 & \cdots & Cn_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_n \end{bmatrix}$$

Donde:

P es el vector de precios.

C es la matriz de flujos de caja para cada bono en cada período.

d es el vector de factores de descuento.

Otra forma de manifestar lo mismo, es entender que el vector P equivale a la multiplicación de la matriz precedente C por el vector columna d :

$$P = C \cdot d$$

A su vez, para determinar los valores del vector de factores de descuento, debe invertirse la matriz de flujos de caja C (que es una matriz cuadrada “triangular inferior”, esto es, con valores nulos para todos los elementos por encima de la diagonal principal) y multiplicársela por el vector de precios:

$$d = C^{-1} \cdot P$$

Conclusiones

La ETTI es actualmente uno de los asuntos de mayor relevancia en el mundo de las finanzas. Su estudio absorbe los esfuerzos de académicos y especialistas. El entendimiento de sus factores subyacentes es de interés primordial para instituciones públicas y privadas. Su correcta interpretación se impone a todo agente económico que desee tomar decisiones acertadas.

Como se ve a lo largo de este Trabajo Final, la literatura existente en relación a la temática estudiada es amplia y variada. Como ámbito de estudio, la ETTI se vale de conceptos y herramientas desarrolladas en otras áreas o que son de uso común en finanzas.

El concepto mismo de curva de rendimientos es de pertenencia exclusiva al área de la ETTI. Su utilidad es manifiesta en distintos ámbitos académicos y profesionales. A la vez, las distintas formas que la misma puede adoptar, o los cambios que experimenta, suelen ser explicados como reflejo de procesos macroeconómicos o de formación de expectativas entre los inversores.

En este momento, fruto del debate académico y de la constante aparición de herramientas metodológicas, existe un nutrido corpus teórico que pretende dilucidar qué elementos juegan un rol significativo en la ETTI. Cada una de las teorías enlistadas, como es de esperar, cuenta con poder explicativo pero también con limitaciones. Naturalmente, la opción más apropiada es recurrir de manera focalizada a cada una de ellas para dar cuenta de los hechos observados en la realidad.

La metodología concerniente a la ETTI ha experimentado un proceso similar al de la teoría. Actualmente hay un consenso en torno a la metodología genérica que permite la construcción de una curva teórica cupón cero, así como en relación a herramientas asociadas, tales como las técnicas de *bootstrapping* e interpolación. Igualmente, es posible valerse de alternativas de diferente naturaleza matemática, como es el caso de la metodología matricial.

Finalmente, es conveniente aclarar que la ETTI como ámbito de estudio continúa evolucionando, aportando innovaciones permanentemente. Aunque excede el alcance de este Trabajo Final, debe mencionarse que tanto la teoría como la metodología están evolucionando. Nuevos acontecimientos, o miradas originales respecto a los mismos hechos, junto al surgimiento de nuevos instrumentos (especialmente nuevas tecnologías, como las vinculadas a la computación o los sistemas de información), hacen que esto sea posible. Y paralelamente, las aplicaciones prácticas de la curva de rendimientos, incluyendo su poder predictivo, se ven potenciadas. Sin embargo, eso es motivo e inspiración para otro trabajo de investigación que excede los límites del aquí presente.

Bibliografía

Documentos oficiales

Bolder D. y Strélski D. (1999) Yield curve modelling at the Bank of Canada. *Bank of Canada Technical Report*, No. 84.

Clinton K. (1995). The term structure of interest rates as a leading indicator of economic activity: a technical note. *Bank of Canada Review*, Vol. 94-95, 23-40.

Deacon M. y Derry A. (1996). Estimating the term structure of interest rates. *Bank of England Working Paper*, No. 24.

Fisher M. (2004). Modeling the term structure of interest rates: an introduction. *Federal Reserve Bank of Atlanta Economic Review*, Vol. 89, No. 3, 41-62.

Giese J., Joyce M., Meaning J. y Worlidge J. (2021). Preferred habitat investors in the UK government bond market. *Bank of England Staff Working Paper*, No. 939.

King R. G. y Kurmann A. (2002). Expectations and the term structure of interest rates: evidence and implications. *Federal Reserve Bank of Richmond Economic Quarterly*, Vol. 88, Issue 4, 49-95.

Lonski J. (2019). The Fed cured 1998's yield curve inversion. *Moody's Analytics Capital Markets Research Weekly Markets Outlook*, 6 de junio.

McCallum B. T. (2005). Monetary policy and the term structure of interest rates. *Federal Reserve Bank of Richmond Economic Quarterly*, Vol. 91(4), 1-21.

Nymand-Andersen P. (2018). Yield curve modelling and a conceptual framework for estimating yield curves: evidence from the European Central Bank's yield curves. *European Central Bank Statistics Paper Series*, No. 27.

Russell S. H. (1992). Understanding the term structure of interest rates: the expectations theory. *Federal Reserve Bank of St. Louis Economic Research Review*, Vol. 74, No. 4, 36-50.

Smets F. y Tsatsaronis K. (1997). Why does the yield curve predict economic activity? Dissecting the evidence for Germany and the United States. *Bank for International Settlements Working Papers*, No. 49.

Sudo N. y Tanaka M. (2018). Do market segmentation and preferred habitat theories hold in Japan?: quantifying stock and flow effects of bond purchases. *Bank of Japan Working Paper Series*, No. 18.

Svensson L. E. y Lachman D. (1994). Estimating and interpreting forward interest rates. *IMF Working Papers*, 114, A001.

Tease W. J. (1986). The expectations theory of the term structure and short-term interest rates in Australia. *Reserve Bank of Australia Research Discussion Paper*, No. 8607.

Wright J. H. (2006). The yield curve and predicting recessions. *Board of Governors of the Federal Reserve System Finance and Economics Discussion Series*.

Literatura especializada

Ametrano F. M. y Bianchetti M. (2009). Bootstrapping the illiquidity: multiple yield curves construction for market coherent forward rates estimation. En F. Mercurio (ed.), *Modeling interest rates*, Risk Books.

Blake D. (2006). Pension finance. *Wiley*.

Brealey R. A., Myers S. C. y Allen F. (2019). Principios de finanzas corporativas. *McGraw Hill*.

Choudhry M. (2004). Analysing and interpreting the yield curve. *Wiley*.

Dumrauf G. L. (2014). Análisis cuantitativo de bonos. *Alfaomega*.

Munk C. (2015). Fixed income modelling. *Oxford University Press*.

Place J. (2005). Análisis básico de bonos. *Centro de Estudios Monetarios Latinoamericanos*.

Artículos académicos

Campbell J. Y. (1995). Some lessons from the yield curve. *Journal of Economic Perspectives*, Vol. 9, No. 3, 129-152.

Cebula R., Wang X. H. y Yang B. Z. (2013). Yield to maturity and total rate of return: a theoretical note. *Applied Economics Research Bulletin*, 8, 1-7.

Costa C. J. (2019). Preferred habitat and the term structure of interest rates in DSGE models. *Journal of Applied Economics*, Vol. 22, Issue 1, 581-601.

Glova J. (2010). Matrix theory application in the bootstrapping method for the term structure of interest rates. *Economic Analysis*, Vol. 43(1-2), 44-49.

Hagan P. S. y West G. (2006). Interpolation methods for curve construction. *Applied Mathematical Finance*, Vol. 13, No. 2, 89–129.

Heath D., Jarrow R. y Morton A. (1990). Bond pricing and the term structure of interest rates: a discrete time approximation. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 25, Issue 4, 419-440.

Heck J. L., Zivney T. L. y Modani N. K. (1995). A simplified approach to measuring bond duration. *Financial Services Review*, 4(1), 31-40.

Idilbi-Bayaa Y. y Qadan M. (2021). Forecasting commodity prices using the term structure. *Journal of Risk and Financial Management*, Vol. 14, Issue 12, 585.

Johnson J. M. (1984). When are zero coupon bonds the better buy? *The Journal of Portfolio Management Spring*, 10 (3), 36-41.

Juhász C. (2011). Net present value versus internal rate of return. *Economics & Sociology*, Vol. 4, No. 1, 46-53.

Kawaller I. G. y Marshall J. F. (1996). Deriving zero-coupon rates: alternatives to orthodoxy. *Financial Analysts Journal*, Vol. 52, No. 3, 51-55.

Kulkarni M. S. (1989). A review of bond duration measure in financial management. *Managerial Finance*, Vol. 15, No. 3, 15-19.

MacKay A. y Wüthrich M. V. (2015). Best-estimates in bond markets with reinvestment risk. *Risks*, 3, 250-276.

McGregor P. G. (1985). Professor Shackle and the liquidity preference theory of interest rates. *Journal of Economic Studies*, Vol. 12, No. 1/2, 89-106.

Millikan M. (1938). The liquidity-preference theory of interest. *The American Economic Review*, Vol. 28, No. 2, 247-260.

Modigliani F. (1944). Liquidity preference and the theory of interest and money. *Econometrica*, Vol. 12, No. 1, 45-88.

Nie J., Wu Z., Wang S. y Chen Y. (2021). Duration strategy for bond investment based on an empirical study. *Advances in Economics, Business and Management Research*, Vol. 203, 1726-1730.

O'Donnell M. R. (2020). Yield curve theories and their applications over time. *Bard College Senior Projects*, No. 115.

Omondi, O. G. (2016). Review of a theory of the term structure of interest rates. *Journal of Internet Banking and Commerce*, Vol. 21, 1-20.

Pancost N. A. (2021). Zero-coupon yields and the cross-section of bond prices. *The Review of Asset Pricing Studies*, Vol. 11, 209–268.

Piazzesi M. (2005). Bond yields and the Federal Reserve. *Journal of Political Economy*, 2005, Vol. 113, No. 2, 311-344.

Reilly F. K. y Linke C. M (1981). The appealing economics of zero coupon and mini-coupon bonds. *College of Commerce and Business Administration, Bureau of Economic and Business Research, University of Illinois, Urbana-Champaign*, faculty working paper, No. 810.

Stradi B. A. (2005). Term structure of interest rates. *Revista de Matemática: Teoría y Aplicaciones*, 12(1 & 2), 129-138.

Van Horne J. C. (1980). The term structure: a test of the segmented markets hypothesis. *Southern Economic Journal*, Vol. 46, No. 4, 1129-1140.

Vasicek O. A. y Venegas-Martínez F. (2021). Models of the term structure of interest rates: review, trends, and perspectives. *Revista Mexicana de Economía y Finanzas*, Vol. 16, No. 2, 1-28.

Vayanos D. y Vila J. (2021). A preferred-habitat model of the term structure of interest rates. *Econometrica*, Vol. 89, No. 1, 77–112.

Wang X. H. y Yang B. Z. (2011). A note on inverted yield curve and recession. *Management and Economics IPEDR*, Vol. 3, 72-75.

Zaloom C. (2009). How to read the future: the yield curve, affect, and financial prediction. *Public Culture*, Vol. 21, Issue 2, 245-268.

Tesis

Irturk A. U. (2006). *Term structure of interest rates*. Economics Department, University of California, Santa Barbara.

Stephanson E. M. (1950). *An analysis of the liquidity preference theory of interest*. Montana State University.

Disertaciones

Villazón C. (1991). *Bond duration, yield to maturity and bifurcation analysis*. Trabajo presentado en el Second AFIR Colloquium, Abril, Brighton.

Páginas web

Corporate Finance Institute. *Yield curve – Definition, diagrams, types of yield curves.*

URL: <https://corporatefinanceinstitute.com/resources/knowledge/finance/yield-curve/>

Siglas y acrónimos

ETTI: Estructura Temporal de Tasas de Interés

IRR: Internal Rate of Return (ver TIR)

RTV: Rendimiento Total al Vencimiento

TIR: Tasa Interna de Retorno

VAN: Valor Actual Neto (ver VPN)

VPN: Valor Presente Neto

YTM: Yield To Maturity (ver TIR)