



Blaconá, María Teresa^{1,2}

Bussi, Javier¹

Méndez, Fernanda¹

¹ IITAE – Facultad de Ciencias Económicas y Estadística

² Consejo de Investigaciones de la Universidad Nacional de Rosario

EL CICLO DEL PIB Y SU RELACIÓN CON OTRAS VARIABLES ECONÓMICAS EN ARGENTINA

1 Introducción

A partir del trabajo de Burns y Mitchell (1946) sobre ciclos económicos se ha dado mucha importancia a la serie de tiempo del PIB, por ser una de las medidas más representativas de la actividad económica. Según Stock & Watson (1999) "...las fluctuaciones en productos agregados son el corazón de los ciclos comerciales, por lo tanto, el comportamiento cíclico del PIB real es una *proxy* útil del ciclo económico completo y como referencia de comparación entre series".

Sin embargo, a pesar de la importancia que tiene la serie de tiempo del PIB, presenta algunos inconvenientes, entre los que se pueden mencionar el error de medida; se dispone con periodicidad trimestral y además la primera estimación está sujeta a revisiones y divulgada tiempo después que finaliza el mes de referencia. Por ello, por lo general, se recurre a otras series macroeconómicas a la cuales se les estima el ciclo y se analiza la relación que poseen con el ciclo del PIB mediante correlaciones cruzadas y el espectro cruzado.

Para estudiar los comovimientos tradicionalmente se utilizan correlaciones cruzadas, sin embargo como enfatizan Rua y Nunes (2005) "... el análisis en el dominio de las frecuencias consigue información adicional acerca de las relaciones en diferentes bandas de frecuencias."

En este trabajo se estimarán los ciclos de las series PIB e Importaciones de la República Argentina y la tasa de desocupación del Gran Buenos Aires, en el período primer trimestre de 1980 al último trimestre de 2007 (en el caso de tasa de desocupación, el lapso comprende hasta el segundo trimestre de 2007). Se aplicarán los filtros de Hodrick-Prescott (1980) y el "Band-Pass" asimétrico de Christiano y Fitzgerald (1999). Estos dos filtros se desempeñaron satisfactoriamente al estimar los ciclos del PIB (Blaconá et al, 2008). Luego se analizarán los comovimientos entre la serie de tiempo del ciclo del PIB y cada una de la series de tiempo del ciclo de importaciones y tasa de desocupación. Con esto se persigue cumplir con las etapas preliminares de la construcción de índices compuestos coincidentes o adelantados de la actividad económica.

En la sección 2 se realiza una breve reseña de los dos filtros utilizados y se definen las medidas de relación entre ciclos de distintas series tales como el



coespectro y las correlaciones cruzadas, en la sección 3 se presenta la aplicación y en la 4 se realizan las consideraciones finales.

2 Filtros aplicados a series de tiempo para estimar ciclos

De los múltiples filtros utilizados en la literatura para estimar ciclos económicos, se consideran en este trabajo el filtro asimétrico de Christiano y Fitzgerald (1999) y el tradicional filtro de Hodrick-Prescott (1980), de los cuales se realiza una breve descripción en las secciones siguientes.

2.1 Filtro asimétrico de Christiano y Fitzgerald (1999)

El filtro lineal propuesto por Christiano L. J. y T. J. Fitzgerald (1999), en su versión asimétrica en términos de rezagos y adelantos, es una buena aproximación al filtro ideal "Band-Pass" definido por Baxter y King (1995). Es un filtro específico destinado a extraer las variaciones de los ciclos económicos en las series de tiempo. El filtro es definido como un filtro "Band-Pass" ya que aísla fluctuaciones en los datos que van desde aproximadamente entre 1,5 y 2 años hasta 8 años. En teoría, la obtención de lo que se considera el filtro ideal requeriría una serie infinita de datos. En consecuencia, el filtro propuesto es una aproximación lineal del filtro ideal.

Esta aproximación asume que el proceso que genera los datos es un camino aleatorio, lo que en general resulta aceptable en series macroeconómicas. Con el fin de estimar la componente de la serie y con período entre p y q se propone una aproximación óptima de la serie y^* . Esta serie y^* es la serie que se obtendría de aplicar el filtro "Band-Pass" ideal a la serie y_t .

$$\hat{y}_t = B_0 y_t + B_1 y_{t+1} + \dots + B_{T-t} y_{t+1} + \tilde{B}_{T-t} y_t + B_{T-t} y_{t-1} + \dots + B_{t-2} y_{t-2} + \tilde{B}_{t-1} y_{t-1} \quad (2.1.1)$$

para $t = 3, 4, \dots, T-2$, donde \hat{y} es la aproximación óptima de y^*

$$B_j = \frac{\sin(jb) - \sin(ja)}{\pi j}, j \geq 1 \quad (2.1.2)$$

$$B_0 = \frac{b-a}{\pi}, a = \frac{2\pi}{p}, b = \frac{2\pi}{q} \quad (2.1.3)$$

$$\tilde{B}_{T-t} = -\frac{1}{2} B_0 - \sum_{j=1}^{T-t-1} B_j, \text{ para } t=3, 4, \dots, T-2$$

\tilde{B}_{t-1} se obtiene resolviendo la ecuación:

$$0 = B_0 + B_1 + \dots + B_{T-1-t} + \tilde{B}_{T-1-t} + B_1 + \dots + B_{t-2} + \tilde{B}_{t-1} \quad (2.1.4)$$

El filtro al no ser simétrico con respecto al número de rezagos y adelantos, permite obtener valores del mismo hasta la última observación de la serie de tiempo. El filtro además varía a través del tiempo, es decir que las ponderaciones no son constantes, dependiendo su valor del momento t que corresponda a la observación de la serie. Los valores más altos de las ponderaciones se presentan en los momentos más cercanos al momento t .



2.2 Filtro de Hodrick-Prescott (1980)

El filtro de Hodrick-Prescott (1980), es el filtro de mayor difusión en los trabajos empíricos de estimación de ciclos, especialmente en nuestro medio. Este filtro define el componente cíclico, para una muestra infinita de la serie de tiempo y_t como

$$y_t^c = \left(\frac{\lambda(1-L)^2(1-L^{-1})^2}{1 + \lambda(1-L)^2(1-L^{-1})^2} \right) y_t, \quad (2.2.1)$$

donde λ es un parámetro que penaliza la variación del componente de crecimiento. Los autores recomiendan que para series trimestrales el valor de λ sea igual a 1600. Se aprecia claramente que este filtro elimina las raíces unitarias de los datos, de hecho elimina las componentes no estacionarias hasta de orden cuatro.

Este filtro posee tres características que se pueden considerar satisfactorias: 1) es simétrico, 2) tiene la propiedad de reducir la tendencia (es cero en la frecuencia cero) y 3) para series trimestrales con el valor de $\lambda = 1600$, se aproxima razonablemente al filtro "High-Pass" ideal que se describe en la sección 2.1.

2.3 Comparación entre filtros

En la literatura se tienen en cuenta en especial tres aspectos para comparar el desempeño de los filtros. Uno es la volatilidad, que se mide a través del desvío estándar de la serie filtrada, otro es la persistencia, que se calcula como la autocorrelación de primer orden de la serie filtrada. Como expresan Baxter y King (1995) la mayor persistencia de los componentes de series de tiempo económicas ocurren en las frecuencias bajas, por lo tanto uno de los efectos que se persigue en la compresión de la serie es reducir la medida de persistencia en la serie filtrada. El tercero es la relación que existe entre los ciclos estimados con el ciclo estimado del PIB.

2.4 Correlación cruzada entre ciclos de distinta series

La medida clásica para analizar relación entre dos series de tiempo es la denominada función de correlación cruzada que viene definida como: sea y_{1t} e y_{2t} dos series de tiempo estacionarias conjuntamente, la función de correlación cruzada es

$$\rho_{y_1, y_2}(k) = \frac{\text{cov}(y_{1t}, y_{2t+k})}{\sigma_{y_{1t}} \sigma_{y_{2t}}}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.4.1)$$

La misma mide la fuerza de asociación entre las dos variables en el momento t ($k=0$) y también la dirección, ya que por lo general es distinto su valor para k y $-k$. Si los valores de las correlaciones cruzadas son distintos de cero, para valores de k positivos, se puede interpretar como que y_{1t} se adelanta a y_{2t} ; mientras que si son distintos de cero para k negativos se dice que y_{2t} adelanta a y_{1t} .

Para medir la relación entre ciclos de dos series se toma las variables y_{1t} e y_{2t} como la estimación del ciclo de dos series de tiempo y se tendrá en cuenta el valor de



k de la función de correlación cruzada que la maximiza con el fin de determinar cuál serie puede considerarse líder y cuál rezagada.

2.5 Definición de espectro y espectro multivariado de ciclos

El filtro de CF (2.1.1) se puede expresar como

$$\hat{y}_t = B^{p,f}(L)y_t, \quad (2.5.1)$$

donde L es el operador de retardo ($L^j y_t = y_{t-j}$ para $j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) y

$$B^{p,f}(L) = \sum_{j=-f}^p b_j^{p,f} L^j \text{ con } f = T-t, p = t-1,$$

y elegir los pesos $b_j^{p,f}$ resolviendo

$$\min_{b_j^{p,f}, j=f, \dots, p} \int_{-\pi}^{\pi} |B^*(e^{-iw}) - B^{p,f}(e^{-iw})|^2 f_y(w) dw, \quad (2.5.2)$$

donde $f_y(w)$ es el espectro de y_t en la frecuencia w y mide la contribución de cada componente de frecuencia sobre la variancia total de y_t .

Para medir la asociación entre series de tiempo en el dominio de las frecuencias se define $F_{\{y_{1t}, y_{2t}\}}(w)$ el espectro multivariado para un proceso estacionario bivariado $\{y_{1t}, y_{2t}\}$ de media cero y covariancia estacionaria. Esto es análogo a la matriz de covariancias en el dominio del tiempo.

Los elementos diagonales de $F_{\{y_{1t}, y_{2t}\}}(w)$ son los espectros de los procesos individuales $f_{y_1}(w)$ y $f_{y_2}(w)$ y los elementos de las otras diagonales son los espectros cruzados, estos espectros cruzados son por lo general complejos pero se pueden descomponer en parte imaginaria y parte real obteniéndose

$$f_{y_1 y_2}(w) = c_{y_1 y_2}(w) - i q_{y_1 y_2}(w), \quad (2.5.3)$$

donde $c_{y_1 y_2}(w)$ es el coespectro y $q_{y_1 y_2}$ es el espectro al cuadrado.

Las dos medidas que se utilizan para determinar el comovimiento de las series son la *coherencia* y la *fase*.

La *coherencia* viene definida por

$$C_{y_1 y_2}(w) = \frac{|f_{y_1 y_2}(w)|}{\sqrt{f_{y_1}(w) f_{y_2}(w)}}, \quad 0 \leq C_{y_1 y_2}(w) \leq 1, \quad (2.5.4)$$

mide la correlación absoluta de $y_1 y_2$ en la frecuencia w . Es invariante a la posición que se ubique en la serie de tiempo.



La fase se define como

$$\phi_{y_1 y_2}(w) = \tan g^{-1} \left(- \frac{q_{y_1 y_2}(w)}{C_{y_1 y_2}(w)} \right), \quad (2.5.5)$$

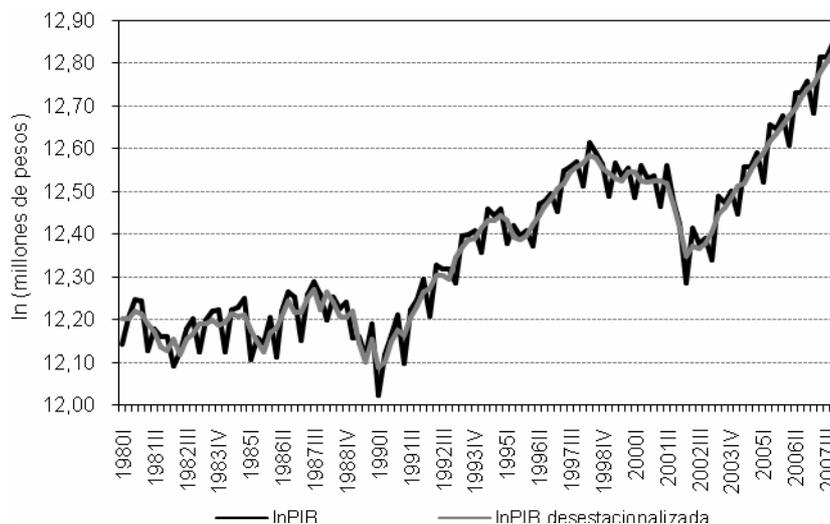
si su valor es positivo y_1 se adelanta a y_2 en la frecuencia w , el tiempo de retardo de y_2

en la frecuencia w es $-\frac{\phi_{y_1 y_2}(w)}{w}$ que no es necesariamente un entero. La fase indica si una serie se adelanta y por cuantos períodos.

3 Ciclos de series económicas Argentinas

Se estima el componente ciclo, por lo métodos que fueron detallados anteriormente en la sección 2, es decir Christiano y Fitzgerald asimétrico (CF) y Hodrick- Prescott (HP) de las series PIB e Importaciones de Argentina y tasa de desocupación de GBA (se utiliza la tasa de GBA y no de Argentina, por ser la que abarca todo el período en estudio). Se trabaja con las series trimestrales del PIB e importaciones en logaritmo (lnPIB y lnImp) y la tasa de desocupación. Se ajustan estacionalmente por medio del método X12-Arima. Se dispone de datos para el período 1980-2007 (a excepción de la serie de desocupación, la que cuenta con datos hasta el segundo trimestre de 2007).

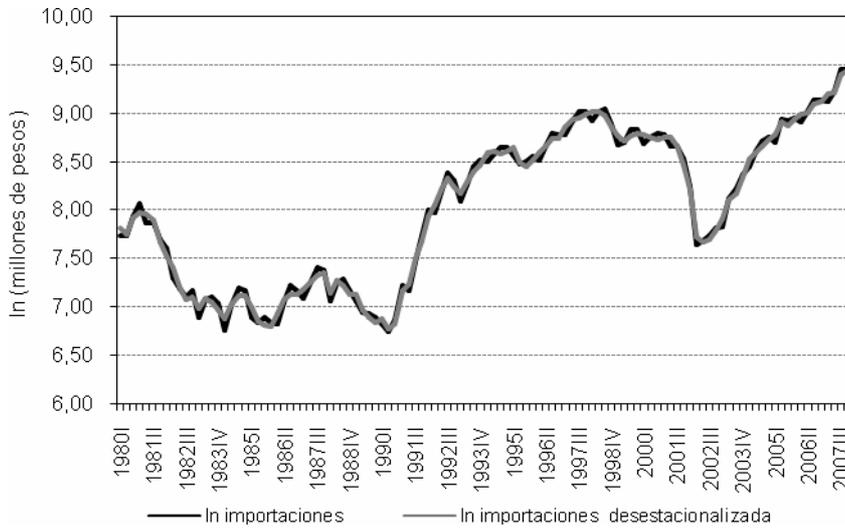
Gráfico 3.1: Serie Ln PIB de Argentina



Fuente: Elaboración propia sobre datos del INDEC.

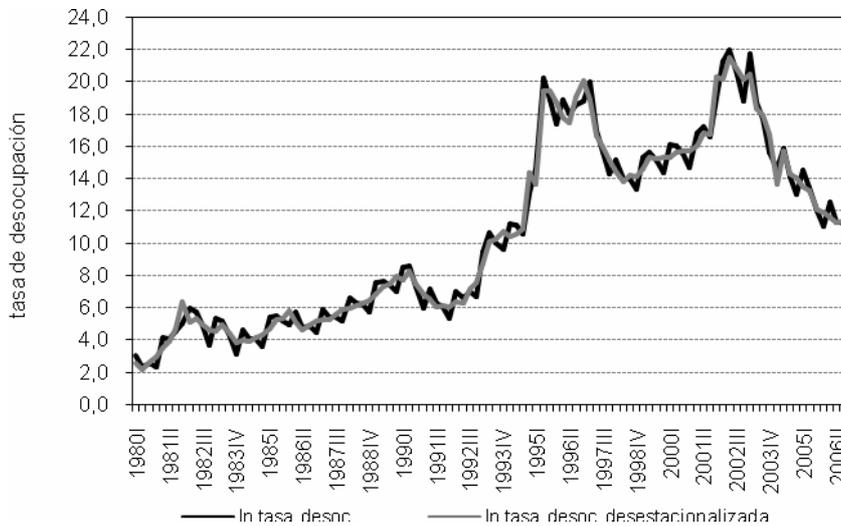


Gráfico 3.2: Serie Ln Importaciones de Argentina



Fuente: Elaboración propia sobre datos del INDEC.

Gráfico 3.3: Serie Tasa de desocupación GBA



Fuente: Elaboración propia sobre datos del INDEC.

3.1 Aplicación de Filtros

El filtro de HP presenta estimaciones del ciclo más irregulares que las correspondientes a la aplicación del filtro de CF. Esto ocurre con las tres series analizadas: PIB, Importaciones y Tasa de desocupación (Gráficos 3.1.1, 3.1.2 y 3.1.3). Esto se explica en parte por el hecho de que HP supone una tendencia determinística y la irregularidad de la serie es entonces captada por el ciclo. La irregularidad del ciclo HP muestra fluctuaciones por encima y por debajo de la estimación del ciclo del filtro



asimétrico, si bien el comportamiento es cercano y similar, con algunas excepciones. En consecuencia, HP presenta una cierta inestabilidad y comportamiento más errático que daría señales espúreas de recuperaciones o caídas cíclicas que pueden conducir a un análisis económico impreciso.

En el caso del PIB, se puede apreciar que entre el tercer trimestre de 1986 y el primer trimestre de 1988, el filtro de CF muestra un período de crecimiento mientras que HP presenta una sucesión de caídas y recuperaciones bruscas. En otros períodos también se repite esta característica. También se pueden observar picos y valles más pronunciados en el filtro de CF, además de que en el período del año 1996 al año 1998 el filtro de HP indica antes el período de recuperación. El filtro de CF parece reflejar los ciclos económicos, mostrando caídas en las crisis de los años 1989, 1995, 1997 y 2001, y reflejando las recuperaciones en los períodos intermedios.

En el análisis para la serie de importaciones, los comportamientos de ambos filtros se asemejan más que en el caso anterior. El ciclo de HP continúa con su comportamiento más irregular, y se observa también un desfase en el período que comprende los años 1996 a 1998: el filtro de HP muestra nuevamente con antelación una recuperación económica. En este caso también el filtro de CF parece reflejar apropiadamente los ciclos económicos de la Argentina.

En el caso correspondiente a la tasa de desocupación, los comportamientos de los ciclos son similares, la coincidencia es menor entre los años 1983 y 1991 donde CF presenta un valle más pronunciado y luego un pico más elevado. El ciclo de CF presenta un comportamiento más suave y HP muestra alteraciones bruscas, particularmente en los períodos 1995-1997 y 2002-2003. El filtro de CF muestra ciclos de crecimiento de la desocupación muy pronunciados en estos períodos mencionados, que reflejan los muy altos valores alcanzados por la tasa de desocupación.

En general se presenta una volatilidad muy similar entre el filtro de HP y CF para las tres series estudiadas. Los valores de los desvíos estándares son muy parecidos. Al analizar la persistencia (a través de la autocorrelación estimada de primer orden, ACE), se puede observar que en todos los casos el filtro de CF presenta valores más altos, siendo esto aún más notorio para el caso de las series de importaciones y tasa de desocupación. Estos valores además son bastante cercanos a la unidad (Tabla 3.1.1).

Tabla 3.1.1: Desvío estándar (s) y autocorrelación estimada (ACE) de primer orden para las distintas estimaciones de los ciclos.

Serie	Filtro	DE (volatilidad)	ACE (persistencia)
PBI	CF Asim (6,32)	0,0403	0,851
	Hodrick-Prescott	0,0424	0,841
Importaciones	CF Asim (6,32)	0,227	0,931
	Hodrick-Prescott	0,220	0,855
Tasa de desocup.	CF Asim (6,32)	1,669	0,935
	Hodrick-Prescott	1,627	0,816



Gráfico 3.1.1: Hodrick-Prescott, CF Asim (6,32) Serie Ln PIB

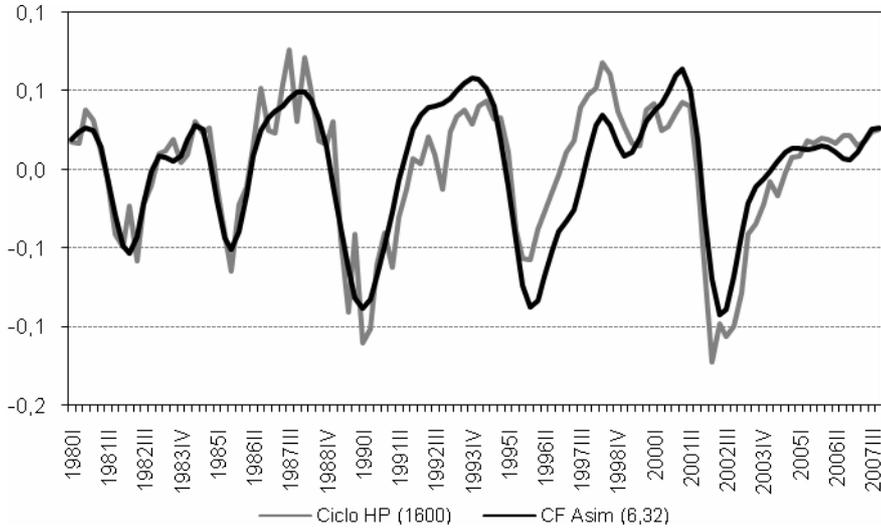


Gráfico 3.1.2: Hodrick-Prescott, CF Asim (6,32) Serie Ln Importaciones

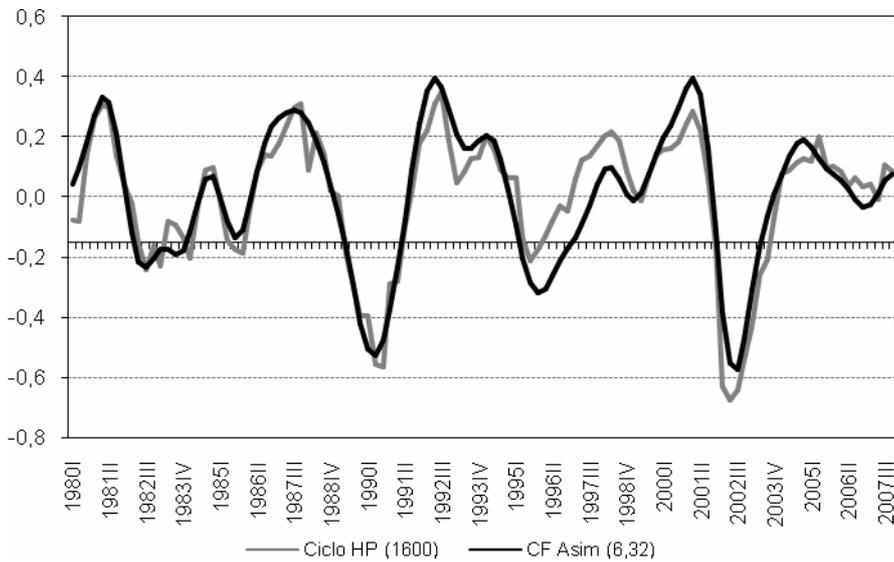
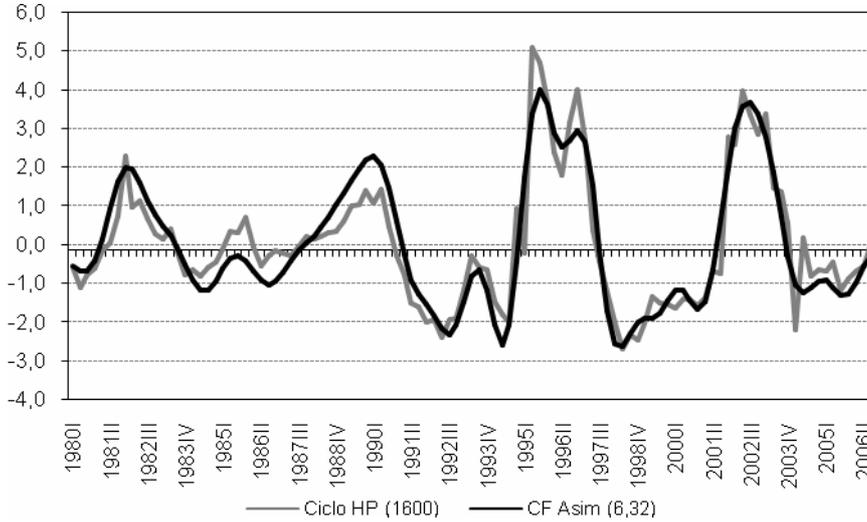




Gráfico 3.1.3: Hodrick-Prescott, CF Asim (6,32) Serie Tasa Desocupación



Como se menciona en la sección 2.5, el componente ciclo de una serie de tiempo también se puede identificar en el espectro de la misma. En el caso del PIB, se observa un pico en el espectro aproximadamente para 28 trimestres (aprox 7 años). Similarmente en la serie de importaciones se visualiza un pico aproximadamente para 22-24 trimestres (6 años aprox). Se podría pensar que estas dos series tienen un ciclo común de 6-7 años de duración (Gráficos 3.1.4 y 3.1.5).

Gráfico 3.1.4: Densidad espectral Ln PIB

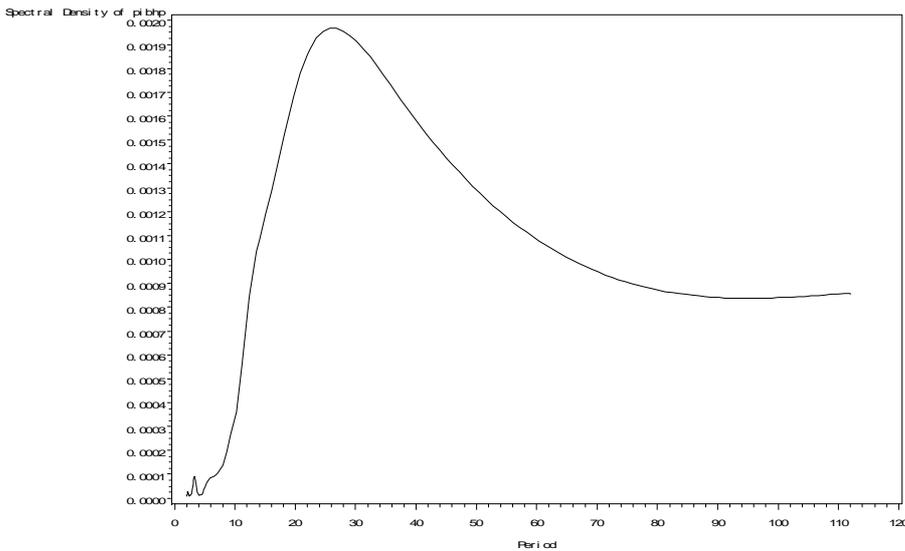
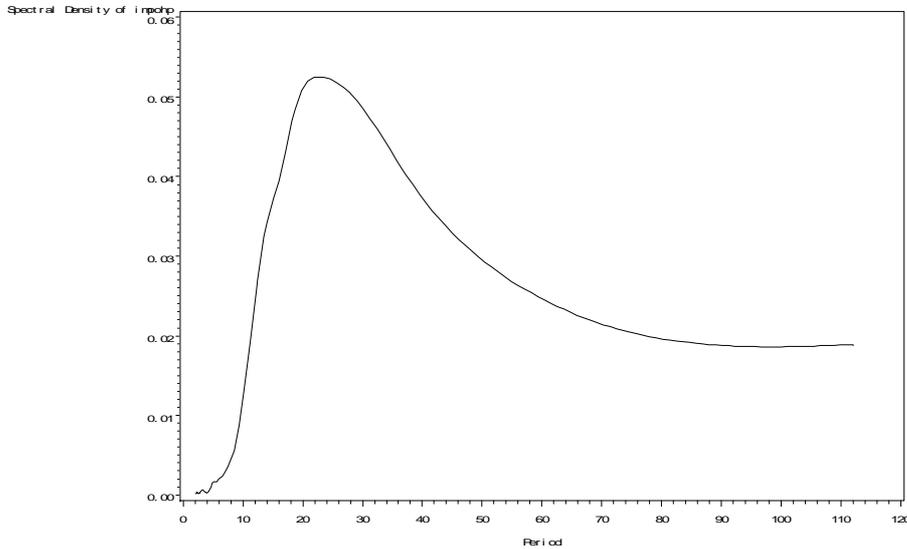


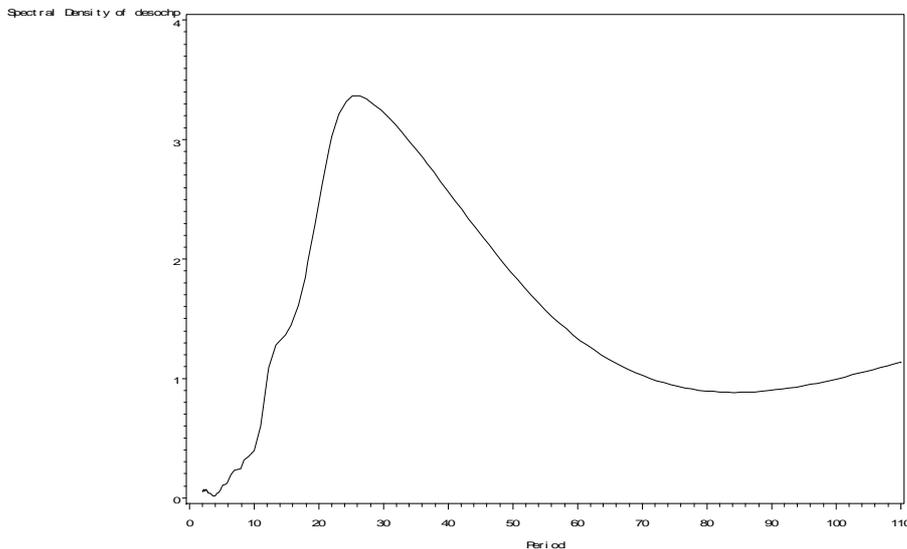


Gráfico 3.1.5: Densidad espectral Ln Importaciones



El espectro de la serie tasa de desocupación sugiere la presencia de un ciclo de 24-28 trimestres (6-7 años), similar a lo comentado para el caso del PIB de Argentina (Gráfico 3.1.6).

Gráfico 3.1.6: Densidad espectral Tasa Desocupación



3.2 Comovimientos entre las series

Al estimar la función de correlación cruzada del ciclo del PIB con respecto a los ciclos de la serie de importaciones y de la tasa de desocupación (se consideran las estimaciones a través de CF), se ajustó previamente un modelo AR(p) a cada uno de



las series con el fin de preblanquearlas. Este preblanqueo se intentó con el fin de obtener resultados confiables de las funciones de correlaciones cruzadas. Sin embargo, la estructura de los filtros no permite encontrar un modelo AR(p) (o ARMA(p,q)) de bajo orden, por lo que estas estimaciones se deben interpretar con precaución, ya que las mismas estarían influenciadas por la correlación intrínseca de cada serie del ciclo.

Para la correlación entre las series de los ciclos del PIB e importaciones, se obtiene el valor más alto de la función de correlación cruzada estimada para $k = 1$ ($\hat{\rho}_{\text{PIB,IMP}}(1) = 0,6028$), siguiéndole en importancia la obtenida para $k = 0$ ($\hat{\rho}_{\text{PIB,IMP}}(0) = 0,5541$), por lo tanto esto mostraría una correlación cruzada alta en el mismo momento y un período retrasado de las importaciones con respecto al PIB.

Con respecto a la desocupación, el valor más alto de la función de correlación cruzada estimada corresponde a $k = 0$ ($\hat{\rho}_{\text{PIB,DES}}(0) = 0,6009$). Como estas medidas no son las únicas representación del comovimiento de dos series, se procede a considerar el coespectro de las series.

Se presenta el análisis coespectral de las series de PIB, con respecto a las series de importaciones y tasa de desocupación. A partir del mismo se intenta buscar similitudes y comovimientos entre el PIB y la serie de importaciones y el PIB y la tasa de desocupación.

Las dos medidas de comovimiento más conocidas en el dominio de las frecuencias, como se enuncia en la sección 2.5, son: la coherencia y la fase. La coherencia es la correlación al cuadrado entre los ciclos de las dos series en las frecuencias respectivas. Permite medir la cantidad de variancia de una serie que se puede predecir a partir de la otra en diferentes frecuencias. Un valor alto de la coherencia implica una correlación alta entre las dos series de tiempo en la frecuencia w . Granger & Hatamaka (1964) dicen que una relación es alta si la mayoría de los valores de coherencia son mayores que 0,5 y algunos más altos que 0,8, es moderada si la mayoría de los valores de coherencia se encuentran entre 0,3 y 0,6, y baja en otro caso. Sin embargo, aunque esta medida brinda una idea de la relación entre dos series de tiempo en la frecuencia w , no proporciona ninguna información sobre el desfase de las dos series.

Los valores de la fase indican cuanto se adelanta o atrasa un ciclo de otro. Si los valores de la fase (entre y_{1t} e y_{2t}) son positivos entonces la serie y_{1t} retrasa a y_{2t} en la frecuencia w . Si en cambio los valores son negativos, entonces y_{1t} adelanta a y_{2t} en la frecuencia w . Luego esta medida nos informa qué serie está adelantada y por cuántos períodos.

Los gráficos 3.2.1 y 3.2.2 revelan algunos resultados interesantes de la relación entre el ciclo del PIB y el ciclo de las importaciones de Argentina. En primer lugar, los valores positivo de la coherencia (Gráfico 3.2.1) indican que las series son procíclicas. En segundo lugar, los valores de coherencia en la banda de frecuencias entre 20 y 30 trimestres toman valores entre 0,7 y 0,8 y valores de fase cercanos a 0. Esto expresa que al menos el 70% de la variación en la relación entre el PIB y las importaciones se debe al ciclo de largo plazo. Además, en el intervalo de frecuencias correspondiente al



ciclo común, indicaría que las dos series están relacionadas de manera contemporánea (Gráfico 3.2.2).

Gráfico 3.2.1: Coherencia Ln PIB y Ln Importaciones

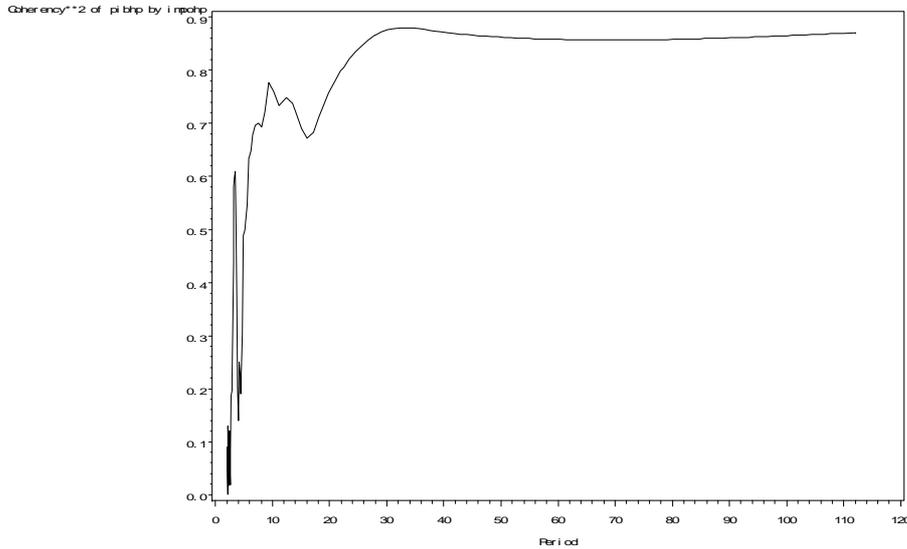
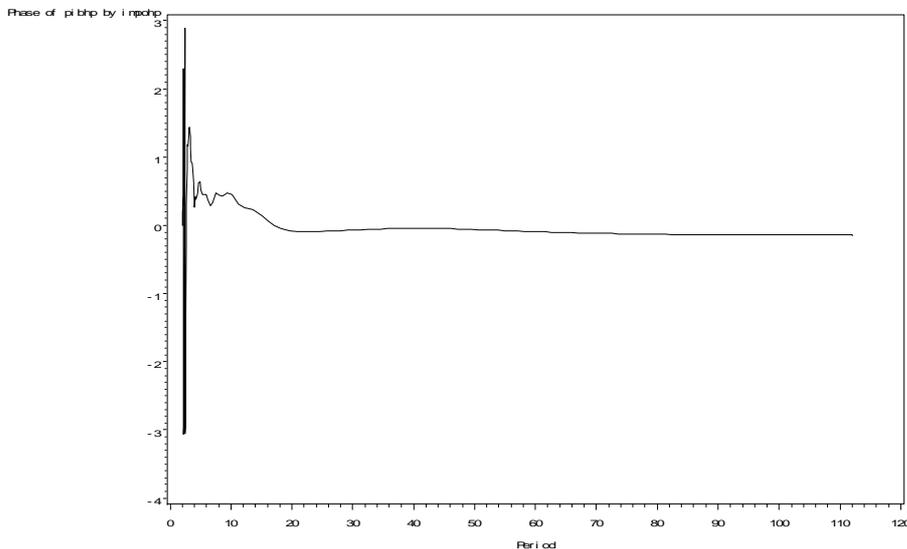


Gráfico 3.2.2: Fase Ln PIB y Ln Importaciones



En el caso de la tasa de desocupación, los valores de coherencia en la banda de frecuencias correspondiente al ciclo común (20-30 trimestres) se encuentran entre 0,6 y 0,5. Si bien estos valores muestran una asociación más suave que en el caso de la serie de importaciones, sugieren que el ciclo del PIB y el ciclo de la tasa de desocupación tienen un comportamiento bastante cercano. Sin embargo, los valores de fase en este intervalo de frecuencias toman valores positivos cercanos a 3,



indicando que el desempleo está rezagado y altamente relacionado en forma inversa con el ciclo del PIB. (Gráficos 3.2.3 y 3.2.4)

Gráfico 3.2.3: Coherencia Ln PIB y Tasa Desocupación

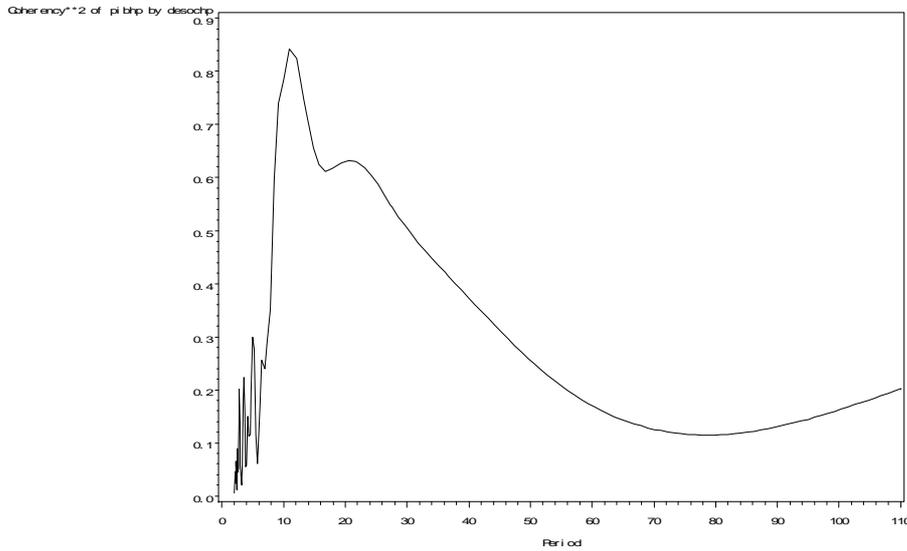
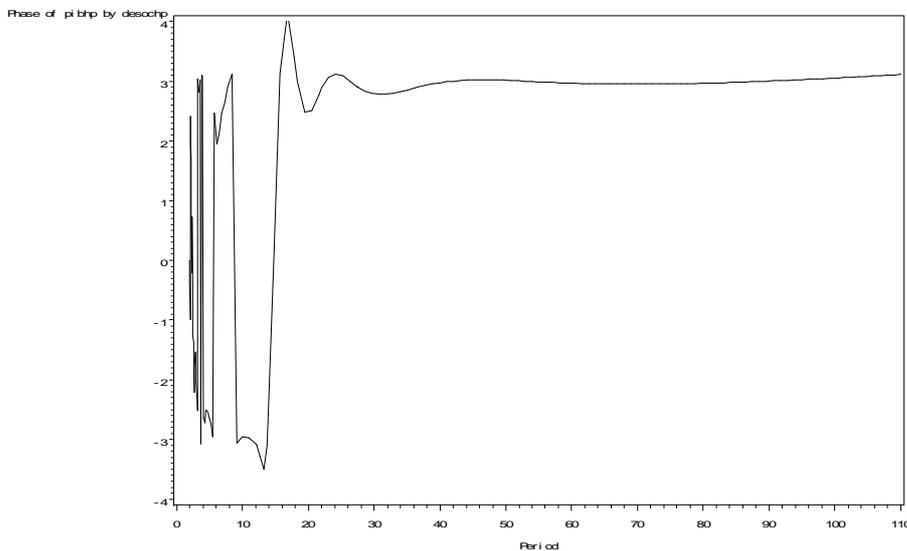


Gráfico 3.2.4: Fase Ln PIB y Tasa Desocupación



4 Discusión

En este trabajo se estiman los ciclos de las series PIB e Importaciones de la República Argentina y la tasa de desocupación del Gran Buenos Aires, en el período primer trimestre de 1980 al último trimestre de 2007. Se aplican los filtros de Hodrick-Prescott (1980) y el "Band-Pass" asimétrico de Christiano y Fitzgerald (1999). Se



analizan además los comovimientos entre la serie de tiempo del ciclo del PIB y cada una de las series de tiempo del ciclo de importaciones y tasa de desocupación.

En cuanto a la estimación de los ciclos, se puede observar que el ciclo de CF presenta un comportamiento más suave y que refleja más apropiadamente los ciclos económicos de Argentina en el período estudiado en comparación al filtro de HP, mostrando caídas en las crisis de los años 1989, 1995, 1997 y 2001, y reflejando las recuperaciones en los períodos intermedios. Si bien los comportamientos de ambos ciclos son similares, HP presenta un comportamiento más errático, lo que daría señales espúreas de recuperaciones o caídas en ciertos lapsos, que pueden conducir a un análisis económico impreciso.

Como era de esperar, las estimaciones de los ciclos muestran que las importaciones representan una variable procíclica con respecto a la serie del PIB. Esto se puede apreciar en el valor alto de la coherencia en la frecuencia que corresponde al ciclo económico que para ambas series estaría entre 6-7 años, mientras que la fase muestra que las dos series tienen ciclos coincidentes. En el caso correspondiente a la tasa de desocupación, la misma resulta una variable contracíclica con respecto a la serie del PIB, si bien la coherencia presenta un valor más moderado que la encontrada para la serie de importaciones y la fase muestra un retardo de aproximadamente tres períodos de la tasa de desocupación respecto al PIB.

Este trabajo constituye una etapa preliminar para poder construir índices compuestos tanto coincidentes como líderes, por lo que en el futuro se realizará el mismo tipo de estudio con otras series económicas argentinas con el fin de obtener dichos índices.

5 Referencias Bibliográficas

- Blaconá, M.T.; Bussi, J.; Méndez, F. (2008) *Consideraciones sobre la estimación del ciclo del PIB en Argentina*, presentado en el Octavo Congreso Latinoamericano de Estadística.
- Blaconá, M.T.; Bussi, J.; Méndez, F. (2007) *Estimación de ciclos del PIB de Argentina*, presentado en XXXV Coloquio Argentino de Estadística.
- Burns, A. F.; Mitchell, W. C. (1946), *Measuring Business Cycles*, NBER, New York.
- Baxter, M.; King, R.G. (1995), *Measuring Business Cycles Approximate Band-Pass Filters for economic time series*, Working Paper No. 5022, National Bureau of Economic Research.
- Christiano, L.; Fitzgerald, T. (1999), *The Band Pass Filter*, National Bureau of Economic Research working paper no. 7257.
- Harvey, A. C. (1989), *Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman filter*, Cambridge: Cambridge University Press.
- Harvey, A.; Trimbur, T. (2003), *General model-based filters for extracting cycles and trends in economic time series*, *The Review of Economic and Statistics*, 85, 244-255.
- Hodrick, R. J.; Prescott, E. C. (1980), *Postwar U. S. business cycles: An empirical investigation*, Discussion Paper No. 451, Carnegie-Mellon University.
- Kydland, F. E.; Prescott, E. C. (1990), *Business cycles: Real facts and a monetary myth*, *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, 14, 3-18.
- Koopman S. J.; Harvey, A. C.; Doornik, J.A. and Shephard, N. (2000). *State Space Models: A Practical Guide to Structure and Estimation*, London: Timberlake Consultants Press.



- Rua , A.; Nunes, L. (2005), *Coincident and leading indicators for the euro area: A frequency band approach*, *International Journal of Forecasting* 21 (2005) 503-523.
- U.S. Census Bureau (2002), *X-12 ARIMA Reference Manual, version 0.2.10*. Time Series Staff, Statistical Research Division.