

205

INGENIERIA
ARQUITECTURA

3

CEFCM

ORGANO OFICIAL DEL CENTRO DE
ESTUDIANTES DE LA FACULTAD
DE CIENCIAS MATEMATICAS DE
LA UNIVERSIDAD DEL LITORAL

GRAN FÁBRICA DE BALDOSAS TIPO MARSELLA - TEJAS Y LADRILLOS PRENSADOS Y HUECOS

PREMIADA con MEDALLA de ORO en la EXPOSICIÓN INTERNACIONAL del CENTENARIO 1910



GRAN PREMIO Y MEDALLA de ORO EXPOSICIÓN DE LA INDUSTRIA ARGENTINA 1933-1934

FÁBRICA CERÁMICA
Alberdi S.A.

ESCRITORIO Y ADMINISTRACIÓN
SANTA FE 882 - ROSARIO
U. T. 22936

ALBERDI

BALDOSAS

PISOS Y AZOTEAS

TEJAS

COLONIALES, FRANCESAS
Y NORMANDAS

LADRILLOS

PRENSADOS Y HUECOS

ORGULLO DE
LA INDUSTRIA ARGENTINA

**CERAMICA
ARTISTICA**

MAYOLICAS Y FRISOS,
IMAGENES, ETC.

ADMINISTRACIÓN:

SANTA FE 882

U. T. 22936 - ROSARIO



PASAN LOS AÑOS...

A medida que pasan los años aumenta el número de profesionales y propietarios satisfechos de haber empleado este cemento portland cuya alta calidad uniforme garantiza construcciones sólidas, seguras y permanentes.

CALIDAD - SERVICIO - COOPERACION



COMPAÑIA ARGENTINA
DE CEMENTO PORTLAND



CASA FILAS

FABRICA DE REJAS PARA ARADOS
E IMPLEMENTOS PARA TODAS LAS
MAQUINARIAS AGRICOLAS

COCINAS ECONOMICAS
DE HIERRO FUNDIDO DE
INSUPERABLE CALIDAD

PIDA PROSPECTOS Y DETALLES EN:

URQUIZA 1158

TELEFONO 24572

LAS MEJORES COPIAS DE PLANOS
Y MATERIAL PARA DIBUJO

CASASCO

SUC. ROSARIO:

RIOJA 867 - U. T. 28227

ANALISIS

CLINICOS E INDUSTRIALES

GACHE & SCRIMAGLIO

PARAGUAY 424

- U. T. 25599

- ROSARIO

FUERZA BRUTA NO!



"En toda actividad, la fuerza irracional es costosa y desastrosa."

Proyectamos e instalamos mandos motrices con:

VARIADORES DE VELOCIDAD
"REEVES"

REDUCTORES DE VELOCIDAD
"PULSOR"

CADENAS A RODILLO
"DIAMOND"

CORREAS EN V "DRIVEX"
"SPEEDONA" y "SELNAC"

COJINETES A BOLILLAS-RODILLOS
- AGUJAS "TORRINGTON"

y elementos-accesorios con materiales de las más renombradas calidades.



C I M A I P II

SOC. RESP. LDA.

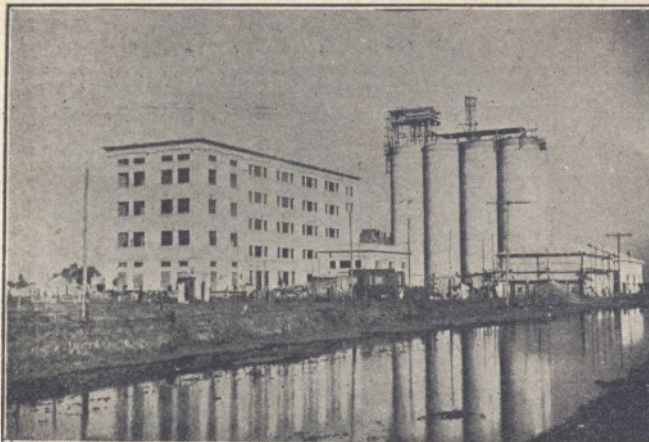
Cia. IMPORTADORA MAQUINAS ACCESORIOS PARA INDUSTRIA

LEHMANN GUIGON & Cia.

Moreno 935
Buenos Aires

38, Mayo 7310 - 2735
U. T. 37, Riv. 1416 - 4840

CAP. \$ 600.000.-



*Empresa
Constructora*

**ADOLFO SOFER
Y COMPAÑIA**

SALTA 1214
U. T. 25027
ROSARIO

BOMBAS TURBINA VERTICALES

— PARA POZOS PROFUNDOS —



BOMBAS CENTRIFUGAS

DE BAJA, MEDIANA
Y ALTA PRESION

PARA AGUA - LIQUIDOS ESPECIALES - CORROSIVOS - PASTOSOS - ETC.

INDUSTRIA ROSARINA

SUCESION KNUT SYLWÁN

SAN LORENZO 1502

ROSARIO

GRAN FABRICA DE CERAMICA

"La Etrusca"

CALLES: PASCO, CHACABUCO E ITUZAINGO

BALDOSAS PARA TECHOS

BALDOSAS PARA PISOS

LADRILLOS HUECOS

LADRILLOS PRENSADOS

TEJAS COLONIALES

TEJAS NORMANDAS

ETC. ETC.

Productos Cerámicos marca "Escudo"

SOLICITEN PRECIOS DEL DIA

PEDIDOS A:

JACCUZZI, ARBIDE y Cía.

CORDOBA 1471 - U. T. 22784
ROSARIO

DALLAVALLE, DAUMAS LTDA.

SOC. RESP. LTDA.

INDUSTRIA
ELECTROMECHANICA

Urquiza 1046 u. t. 25322 Rosario

LA CASA ES chiquita...



Y en especial las del cuarto de baño que lucen artefactos sobrios, higiénicos y durables. Cualidades que caracterizan a los artefactos sanitarios DURCELANA - porcelana vitrificada -.



DURCELANA es un material que, por su porosidad prácticamente nula y extraordinaria blancura, ofrecen la máxima garantía de

HIGIENE, BELLEZA Y DURABILIDAD

UN PRODUCTO DE



Administración y fábrica: ESPAÑA 402 - 600

Exposición: CHACABUCO esq. ALSINA - Buenos Aires

Edificio de Renta, Propiedad de la C

CALLE ENTRE RIOS No. 650
ROSARIO

PROYECTO Y DIRECCION

ARQ. A. J. PASQUALE (S. C. D. E. A.)

SUPERVISOR

PROF. ARQ. OSCAR GONZALEZ (S. C. D. E. A.)

EJECUCION

TAIANA, PASQUALE & CIA.

A. J. PASQUALE
ARQUITECTO

A. R. BLÖDORN
ING. CIVIL

ITALIA 1650

U. T. 24645

BONDINO & CIA.

INSTALACIONES SANITARIAS

SUMINISTRO DE COCINAS PARA GAS "ELVI"

CORRIENTES 1160

U. T. 23760-22409

EJECUTÓ LOS PARQUETS

ANGEL MUZZIO E HIJOS LTDA.

SAN MARTIN 1140

ROSARIO

INSTALACIONES ELECTRICAS A CARGO DE

E. LIX KLETT & Co. S. A.

SUCURSAL ROSARIO
CORDOBA 799

CASA CENTRAL
FLORIDA 229 (Bs. As.)

HORNO INCINERADOR DE RESIDUOS

KERNERATOR
QUINTANA & CIA.

E. RIOS 836

U. T. 0559

CALEFONES A GAS AUTOMATICOS EMBUTIDOS

HELVECIA
ENRIQUE BALDINGER

SAN MARTIN 1385

U. T. 3463

JUNTAS DE DILATACION DE BRONCE

BENVENUTI & PONISIO
ZINGUERIA

ESCRITORIO

PARAGUAY 1359 - U. T. 29233

TALLERES

SANTA FE 4725 - U. T. 92059

CARPINTERIA DE MADERA

RODOLFO RASIA E HIJOS

CORTINAS ENROLLABLES Y CELOSIAS DE MADERA

SALTA 2563

U. T. 92393

MOSAICOS Y REVESTIMIENTO MONOLITICO

CACCHIONE & ROSITO

SAN MARTIN 3356

U. T. 80675

HERRERIA ARTISTICA

LA CONSTANCIA
SALVADOR MARTOCCIA

MENDOZA 1851-53

U. T. 0702

VIDRIOS

BOVERI, COMAS & CIA.

CORRIENTES 1064

U. T. 0728

ANTIGUO LOCAL CASA BRUSCHI

PINTURAS Y EMPAPELADOS

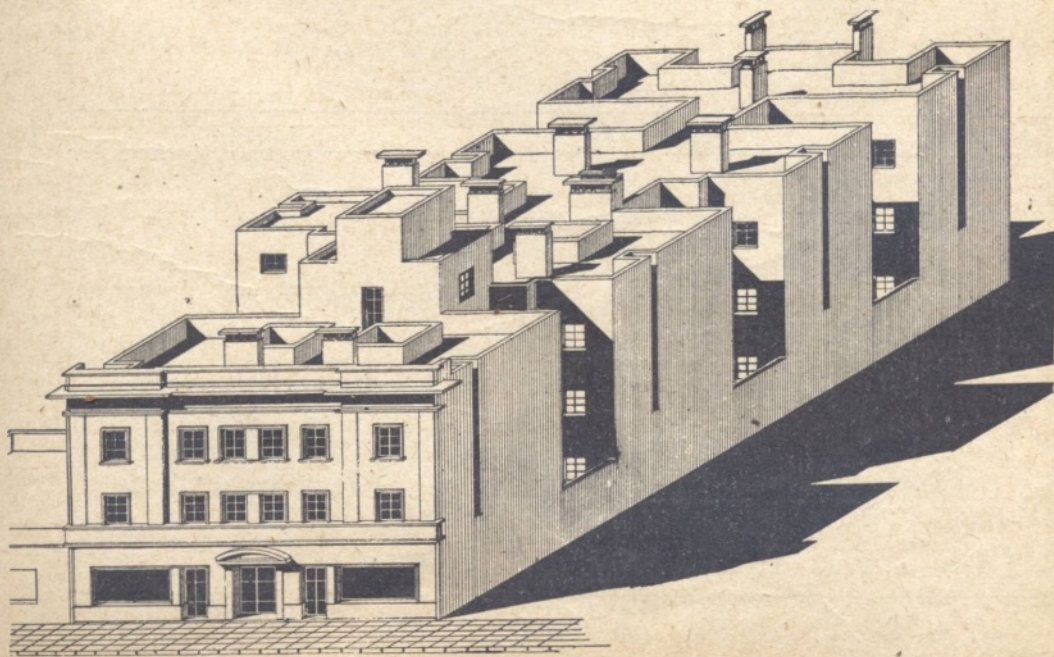
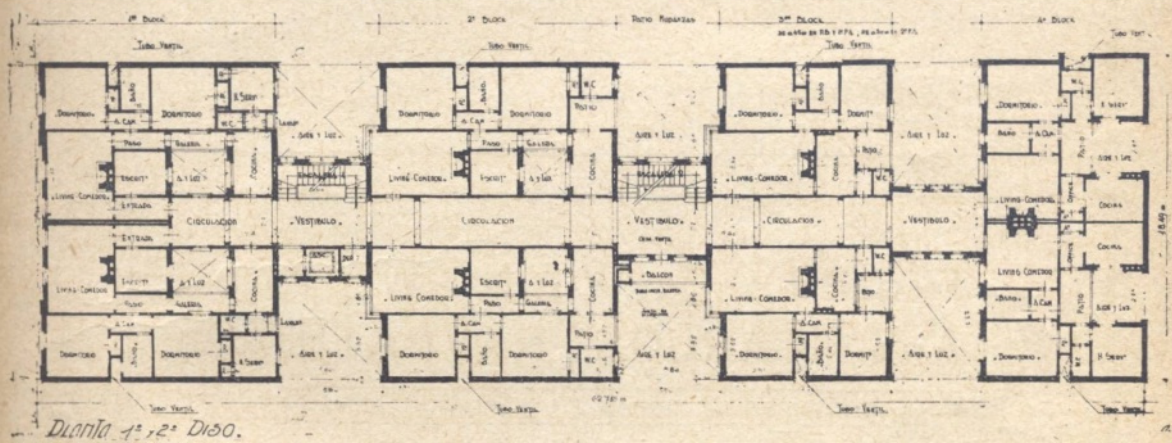
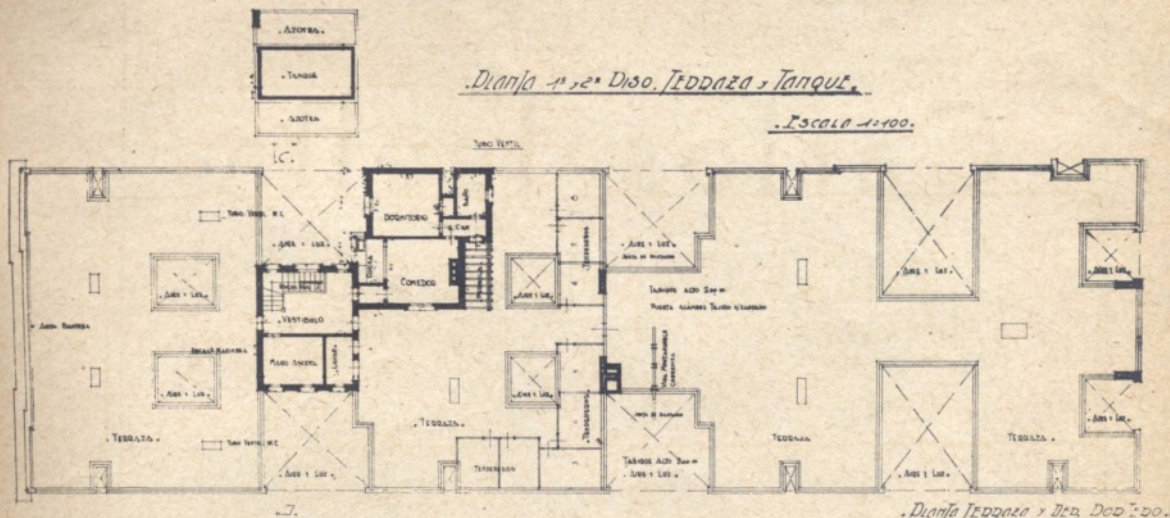
MARCELO J. BEVERESCO

DECORADOS - DUCO - LAQUÉ

3 DE FEBRERO 2877

U. T. 92622

Compañía de Seguros "El Comercio"



Carlos Isella

INGENIERO CIVIL

SAN LORENZO 1453

U. T. 29855

ING. J. C. VAN WYK
ARQ. CARLOS NAVRATIL

CONSTRUCTORES DE OBRAS EN HORMIGON ARMADO

SALTA 1880

ROSARIO

ADQUIERA SUS LIBROS, APUNTES Y REVISTAS EN LA

SECCION MATERIAL DE ESTUDIOS

DE ESTE CENTRO.

Señor
Arquitecto:

permítanos
ayudarle

a resolver este problema...

ILUMINACION*

* La Sección
Luminotécnica de
la Sociedad de Elec-
tricidad de Rosario,
ofrece su desintere-
sada colaboración y
vasta documentación
a los señores Arqui-
tectos y Constructo-
res para toda clase de
proyectos de ilumi-
nación moderna.



Boulevard OROÑO 1260

U. T. 23461

Autoridades del Centro Estudiantes de la Facultad de Ciencias Matemáticas

PERIODO 1945 - 1946

Presidente: ALBERTO J. MAINIERI

Secretario General: ANIBAL RODRIGUEZ LARRINAGA

„ *de Extensión Universitaria:* CESAR BENETTI APROSIO

„ „ *Publicaciones:* FERNANDO J. CECCARELLI

„ „ *Hacienda:* LEONARDO GONZALEZ NAVARRO

„ „ *Actas:* VICENTE PASTOR

„ „ *Deportes:* RODOLFO M. DOMINGUEZ

Vocales:

VICTORIO SONZOGNI, ROLANDO GUMA, JACÓBO PISANTE,
ARTURO E. OVALLES, RODOLFO MIQUELARENA, ALEJANDRO
FORNT, JOSE L. GARIBAY y J. ROGELIO MOLINA

Delegados al H. Consejo Directivo: ENRIQUE F. SPANGENBERG
BEN A. SILBERSTEIN

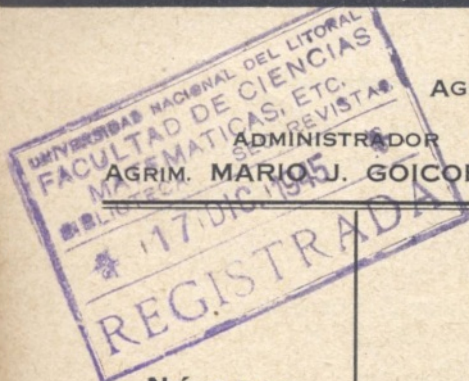
Suplentes: EDUARDO E. M. A. GOICOECHEA
FEDERICO MARTIN

Delegados a la F. U. L.: FERNANDO LAMELAS
JORGE ALMANSI

Suplentes: RAUL O. CANTO
SERGIO O. BADIA

Delegados al C. Fed. de la F.U.L: ENRIQUE F. SPANGENBERG
ALBERTO MANUS
ERMELINDO SUAREZ
BEN A. SILBERSTEIN
JOSE ALONSO

Suplentes: ADOLFO ANTOGNINI
CESAR BENETTI APROSIO
RODOLFO A. MIQUELARENA



DIRECTOR
AGRIM. ALBERTO MANUS

ADMINISTRADOR
AGRIM. MARIO J. GOICOECHEA

SECRETARIO DE REDACCION
AGRIM. ERNESTO VIRGOLINI

sumario

Número

19



3er.

Trimestre

1945

● EDITORIAL	Pág.
El 25º aniversario de nuestra Facultad	15
● Pandeo	17
Por el Ing. Civil Juan C. Van Wyk	
● Simplificación en la determinación de las medidas del tirador de una máquina de vapor	51
Por el Ing. Erico Rosenthal	
● Sobre la integración de diferenciales totales	53
Por el Dr. Fernando L. Gaspar	
● Formación matemática	62
Por el Dr. Beppo Levi	
● Medición de temperaturas	67
Por el Ing. Civil Silvestre L. Suiffet	
● Vistazo a un aspecto de los Cuanta	81
Por el Dr. Andrea Leviardi	
● Sobre el problema del radio de acción de los aviones	85
Por el Dr. Luis A. Santaló	

● El aprovechamiento de las aguas del lago Musters (Chubut)	91
Por el Dr. Alfredo Castellanos	
● El ciclotrón - Su funcionamiento y contribución al progreso de la ciencia	99
Por el Dr. Rafael Grinfeld	
● Necrológicas	112
● Nuevos egresados de la Facultad de C. Matemáticas	113
● Trabajos de la Escuela de Arquitectura	116
● Curso de Introducción a las Artes - II parte	121
Por el Dr. Jorge Romero Brest	
● Congreso de Matemática, Física y Astronomía	165
Por el Ing. Pedro E. Zadunaisky	
● Publicaciones recibidas	168
● Crónica bibliográfica	169

Rey Pastor J.: Elementos de teoría de funciones. —
 Kittl E.: Posibilidad de aumentar la producción de com-
 bustibles minerales en nuestro país. — Puig Ignacio
 S. J.: Lps accidentes eléctricos.

EL 25. ANIVERSARIO DE NUESTRA FACULTAD

Nuestra Facultad ha cumplido 25 años, y corresponde, en su primer cuarto de siglo, mirar hacia atrás para apreciar en qué forma se ha desenvuelto y valorar su labor.

Surgida, con la Universidad del Litoral, de la Reforma Universitaria, por iniciativa del pueblo de nuestra provincia, se ha vinculado, desde su origen, con el afán de superación cultural de una juventud que se apartó de estrechos y dogmáticos cauces, limitadores de sus posibilidades, y reclamó libertad para cultivarse según su vocación y sus aptitudes.

Ya los organismos estudiantiles argentinos, al intervenir en la campaña para la creación de la Universidad del Litoral, plantearon la cuestión en sus justos términos. Pedían: "Una Universidad Nacional que coloque los establecimientos de enseñanza superior no sólo en condiciones de "doctorar", sino también en condiciones de formar hombres con las capacidades técnicas suficientes, y que sepan valorar y metodizar las energías naturales y económicas de esa rica región del país" (Federación Universitaria Argentina, 1919).

En esas pocas palabras está bien delineado un concepto de la misión de la Universidad que nunca se ha perdido de vista en la del Litoral. En determinados momentos, oscuras fuerzas regresivas han pugnado por desvirtuar el espíritu de la institución, pero sin lograrlo. Con todo, esas fuerzas han retardado el desenvolvimiento de nuestras casas de estudio, favorecidas en parte por actitudes rutinarias y por debilidades de quienes, sin querer, ciertamente perjudicar a la Universidad, no aciertan a ponerse en el nivel de responsabilidad que es indispensable alcanzar para que la obra común pueda perfeccionarse.

Esta es precisamente la mejor oportunidad para recordarlo, e insistir en lo que ya se ha sustentado muchas veces. No puede ser el único propósito de la Universidad —y desde luego de la Facultad— adelantar materialmente, tener muchos alumnos en sus aulas y multiplicar sus institutos. Está bien que éstos sean eficaces y que ello les haya valido prestigio, tanto en nuestro medio como en el extranjero. Está bien asimismo que los avances en el terreno de la técnica hayan servido al progreso económico del país. Pero ¿han servido en igual medida al desarrollo social y cultural del pueblo?

Tal interrogante hay que planteárselo con valentía. La Universidad del Litoral y nuestra Facultad se han

levantado en los últimos tiempos, con decisión ejemplar, para defender las libertades, los derechos y las leyes desconocidos por gobiernos dictatoriales. Han hecho honor así al espíritu que presidió su creación, y por este camino han dado un paso, que tal vez sea definitivo, hacia el pueblo que es su razón de ser.

Por lo demás, en el terreno estrictamente técnico, y por lo que hace exclusivamente a nuestra Facultad, debe reconocerse que ella se encuentra en bastante retraso. Antes de la guerra, durante el conflicto y en este período de postguerra, la ciencia y la técnica han experimentado cambios revolucionarios. Nuestros planes de estudio y programas todavía no los reflejan.

En el primer cuarto de siglo de la Facultad debe decirse todo esto. Los estudiantes anhelan una Universidad en la que tengan eco, como ocurre ahora, las reclamaciones de la ciudadanía, que sea cada vez más una Universidad del pueblo, y que llegue a constituir verdaderamente el centro de irradiación cultural del país. Nosotros, estudiantes de ciencias metamáticas, anhelamos al mismo tiempo la formulación y el cumplimiento de planes de estudio que reflejando la evolución de la ciencia y la técnica y "nacidos del conocimiento vivo y permanente de nuestras necesidades sociales", sean un instrumento poderoso en el proceso de transformación que encaran en la República las fuerzas del progreso.

Durante la nueva etapa que ya se ha iniciado debemos luchar y trabajar en este sentido.

P A N D E O

POR EL ING. J. C. VAN WYK

Indole del problema

Un sólido cuya proporción de dimensiones se aproxima a la del cubo, si es ensayado a la compresión acusa durante esta operación dos formas distintas de resistencia:

1º El período elástico, que se caracteriza por la casi total reversibilidad de la energía puesta en juego y:

2º El período plástico, que para la generalidad de los materiales se inicia con cierta brusquedad, trazando un límite más o menos bien definido con el estado anterior, y a partir de cuyo límite el material pierde en grado creciente el poder de reversión de la energía; parte de esta se transforma en calor y finalmente se produce el estado plástico completo.

Designando con P la carga; Ω la sección trasversal, la fuerza específica de reacción está dada por $\sigma = \frac{P}{\Omega}$; si además ΔL es la variación

de la longitud primitiva L , la variación específica está dada por $\epsilon = \frac{\Delta L}{L}$

Si en un diagrama como el de la fig. 1 se representan las tensiones σ en ordenadas y las ϵ en abscisas, se nota que para materiales como los aceros, el hierro y la madera, que dentro la mayor parte del período elástico existe una relación constante entre los incrementos de las σ y de los ϵ ; $\frac{\Delta \sigma}{\epsilon} = \text{const.}$ a esta relación se llama módulo de elasticidad y se acostumbra indicarlo con la letra E . Este módulo también puede considerarse como la tangente trigonométrica del diagrama registrador del ensayo.

$$E = \frac{d \sigma}{d \epsilon} = \text{tg } \varphi$$

para $\text{tg } \varphi$ constante $E = \frac{\sigma}{\epsilon} \therefore \epsilon = \frac{1}{E} \sigma$ lo que expresa que en el campo de la proporcionalidad la variación específica de longitud está dada por el producto de la inversa del módulo de elasticidad por la tensión.

Considerando el módulo como tangente trigonométrica al diagrama del ensayo, entonces fuera del campo de la proporcionalidad corresponde diferente valor de E a cada valor de la tensión y se indica con la notación:

$$E\sigma = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

En el período plástico con el aumento de la tensión se produce un relajamiento progresivo de la cohesión; en materiales dúctiles como el hierro y el acero y aún en algunas piedras como el mármol se observa un escurrimiento lateral según planos inclinados, acusado por el aumento de las dimensiones transversales y las líneas características del escurrimiento. En materiales como fundición y madera tiene lugar una penetración de los cristales o fibras.

Si los ensayos se realizan sobre prismas, por ejemplo, de la misma sección transversal pero de longitudes cada vez en aumento, la rotura se produce para cargas P cada vez menores a medida que la longitud crece y además cambia de carácter, va acompañado de flexión lateral; la pieza de ensayo toma la forma de arco antes de ceder y después de cierta proporción de la

esbeltez la pieza cede únicamente flexionándose sin llegar a romperse el material; si en tal condición se suspende la carga, entonces al disminuirse la presión, la pieza vuelve a tomar su posición primitiva; pero al insistir la carga, aumenta rápidamente la flexión lateral y termina inmediatamente con el colapso.

Se puede deducir, que si en el primer caso el material reacciona por su simple resistencia a la compresión (resistencia cúbica), en el segundo caso al

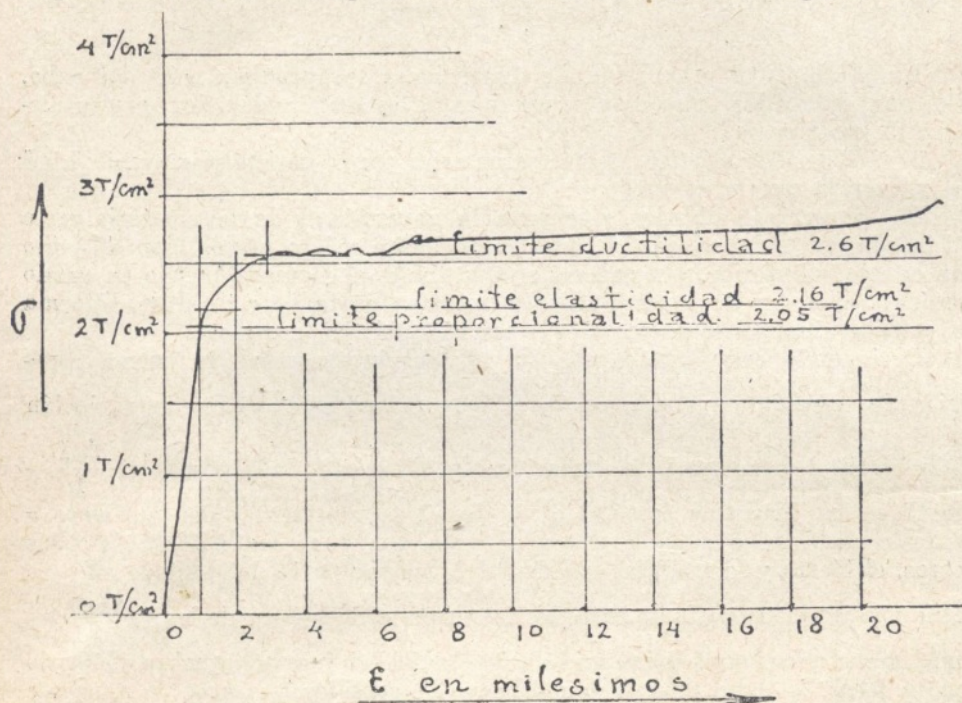


Fig. 1

aumentarse la longitud gradualmente, esta reacción cambia de carácter y se torna en una forma de equilibrio elástico. Este equilibrio es estable mientras la carga no llegue a cierto límite, pasado aquél se torna inestable.

El problema del pandeo investiga en el caso de los sólidos cargados de punta, la carga crítica que marca el límite del equilibrio elástico estable para cada clase de material y proporción de las dimensiones.

Para aclarar aún en mayor grado este criterio analizaremos a un sólido cargado de punta, empleando el método propuesto por el ingeniero W. Ritter y explicado por el ing. Jorge Duclout (W. Ritter. *Estática Gráfica*. Zurich, 1888). (Jorge Duclout. *Apuntes del curso de elasticidad*. B. Aires 1909).

En la figura 2ª, ff representa el eje de una columna empotrada en el plano aa. Una carga P_1 elegida al tanteo próxima a la carga crítica, actúa según una recta pp paralela al eje y a una distancia e' sumamente pequeña. Esta distancia está representada por el segmento e ampliándolo en una escala arbitraria que será la escala de los corrimientos horizontales (elaciones); veremos enseguida que la relación de esta escala no la necesitamos conocer y adoptamos en la fig. e = 200 cms.

La longitud del eje se ha dividido en un número entero de partes iguales Δ_s , porque trataremos a la columna como resuelta en una cadena de mallas rígidas, unidas entre sí por articulaciones elásticas capaces de efectuar rotaciones iguales a las rotaciones relativas entre el plano superior e inferior del

elemento elástico Δ_s y solicitado por un momento flector. De tal suerte resolveremos el problema en forma aproximada empleando en vez de cálculo infinitesimal, el cálculo con diferencias finitas.

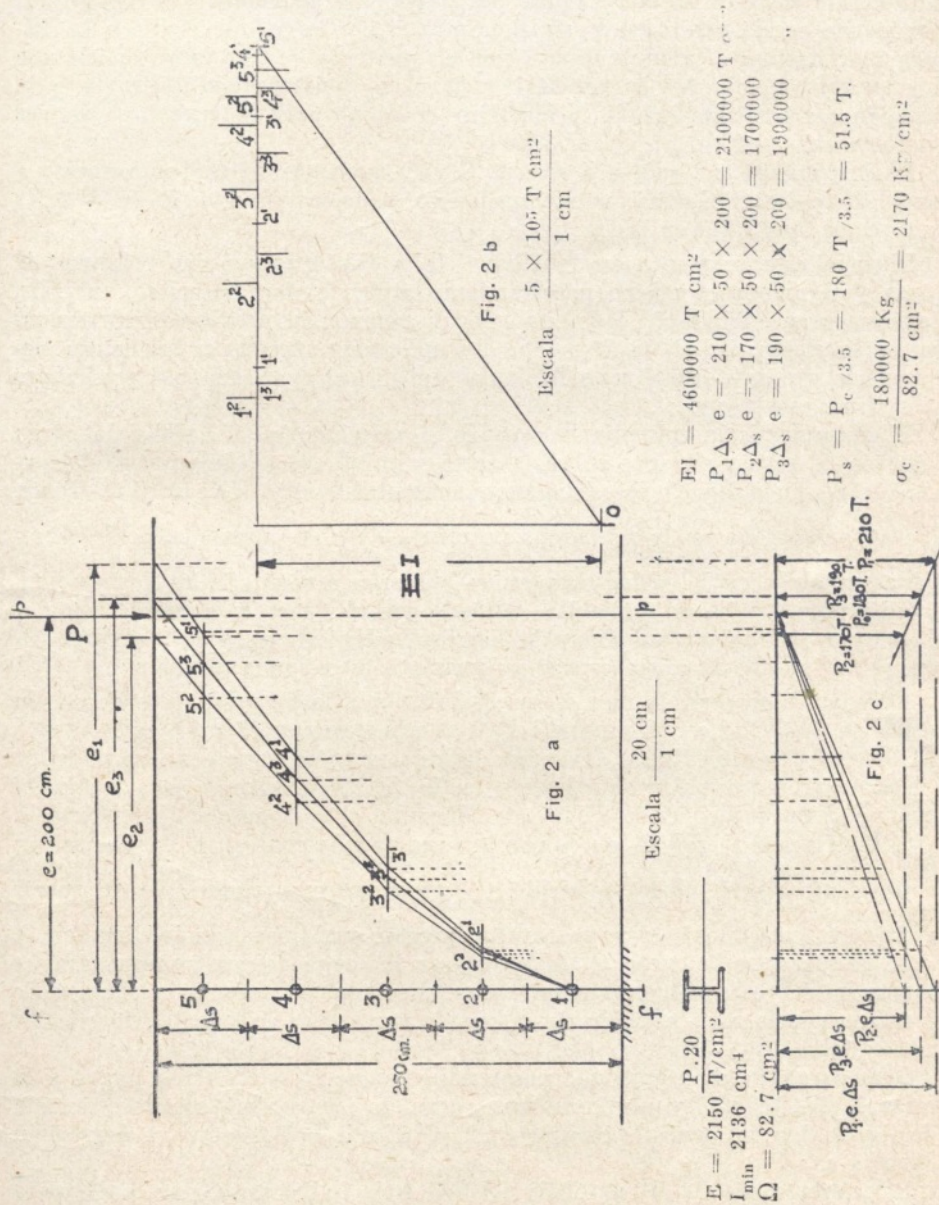


Fig. 2 a - b - c

El momento flector que obra así sobre la malla 1ª es Pe' , la rotación relativa entre su plano superior e inferior está dado por:

$$\Theta_1' = \frac{P e' \Delta_s}{E I}$$

Si en la fig 2b con O como polo, $E I$ tomado en escala conveniente como distancia polar (la unidad de $E I$ es Kg cm^2) llevamos como fuerza el producto $P e \Delta_s$ en un segmento a partir de la vertical del polo y en la misma escala adoptada para $E I$ (la unidad de este producto es también Kg cm^2),

y trazamos por la articulación 1 paralelas a las rectas polares; el segmento interceptado por esta recta sobre la bb representa la desviación del extremo de la columna si únicamente la malla Δs , de la cadena se deformase y quedando rígido el resto de la columna. La desviación en cuestión la obtenemos en la misma escala arbitraria y sin determinar, por cuyo intermedio a la distancia infinitésima e' representamos por el segmento e ; por la razón de que habíamos tomado P e Δs en vez de P e' Δs . La construcción efectuada es la aplicación del conocido método geométrico de Mohr para obtener las elásticas de deformación.

El corrimiento del punto 2, será $2\ 2'$ y el momento de P_1 con respecto a $2'$ será: $P_1 (e - 2\ 2')$, gráficamente queda expresado el producto: $P_1 (e - 2\ 2')$ por el segmento $(2\ 2_1)$ en la fig. 2c.

Llevado este segmento en la figura 2b a continuación del polígono de fuerzas y siguiendo el mismo procedimiento aplicado para la malla anterior, encontramos en el lado $2'3'$ del polígono funicular, la desviación correspondiente a la elasticidad de la 2ª malla. La aplicación sucesiva a los demás elementos nos produce el polígono funicular substituto de la elástica y siempre en la misma escala que e' .

El extremo de la columna ha corrido el segmento e_1 . Ahora si la carga P_1 en vez de actuar siempre sobre la recta $p\ p$, obrase en la vertical del extremo de e_1 , en la fig. 2b los segmentos horizontales como P_1 e Δs , $3\ 2'$, etc.

hubieran aumentado en la misma proporción $\frac{e_1}{e}$ en consecuencia de la semejanza, también en la misma proporción hubieran aumentado los deslizamientos dados por el polígono funicular de modo que el nuevo corrimiento siempre sería mayor, cualquiera que fuera la longitud adoptada para e . La carga P_1 es luego mayor que la carga crítica y llevaría a la columna al colapso.

Adoptamos en seguida una carga P_2 inferior a la P_1 y su recta de acción a la misma distancia e . Al producto P_2 e Δs lo llevamos siempre en la misma escala en un segmento, fig. 2c.; ésta nos da los segmentos para el nuevo polígono de fuerzas y figura polar consecuente en la fig. 2b²; además construimos el nuevo polígono funicular 1, 2², 3² etc. Resulta el segmento e_2 inferior a e .

Si hiciéramos actuar P_2 en e_2 por razones ya aducidas en el caso anterior, el corrimiento e'_2 se hubiera reducido en la misma proporción $\frac{e_2}{e}$ de suerte que el nuevo corrimiento siempre resulta inferior cualquiera sea la distancia e .

Se deduce que la carga P_2 es inferior a la carga crítica, porque aunque ella actuase sobre la columna previamente desviada, la resistencia elástica de ésta la conduciría a su posición de origen, la vertical ff . El equilibrio elástico resulta estable.

Otra carga P_3 de magnitud comprendida entre P_1 y P_2 daría lugar a la elástica 1, 2₃, 3₃, etc., y mediante una curva de los errores como la trazada en la fig. 2c determinamos la carga P_0 y la elástica 1. 2º 3º, etc., cuya desviación es igual a e .

Para esta carga P_0 el equilibrio elástico sería indiferente, pues cualquiera desviación e que se adoptare, siempre la elástica daría un corrimiento idéntico.

En la práctica constructiva es necesario adoptar una cierta medida de seguridad en concordancia con el material a emplearse y que se aconseja para el acero dulce — factor de seguridad $s = 4$; así la carga de seguridad a

admitir sería: $\frac{P_0}{4}$

Para fundición	$s = 8$
Para madera	$s = 8$ a 10
Para hierro soldado	$s = 5$

Una columna que en vez de empotrada en la base, termina en dos articulaciones se puede reducir al caso recién tratado, considerando que al deformarse la columna, la sección a la mitad de la altura permanece horizontal, por consiguiente esta columna se comporta como dos columnas empotradas y unidas entre sí en la sección de empotramiento.

El método expuesto encuentra aplicación aun cuando la columna fuere de sección variable, en tal caso en la figura polar se varía la distancia polar EI correspondiente al momento de inercia medio de cada elemento Δs .

Resolución Analítica del Problema para Columna de Sección Constante

En la figura 3 la columna articulada y guiada en A y B es sometida a una carga P cuya recta de acción se halla a una distancia muy pequeña e y es paralela a la recta AB .

Esta excentricidad arbitraria puede suponerse igualmente en el plano del eje yy (plano del dibujo como en el plano xx ; pero si la rigidez mínima está en la dirección del plano yy (I_x es min.) es lógico que el valor crítico de P con excentricidad en el plano yy , será el valor determinante de la resistencia de la columna. Con respecto a una sección transversal cualquiera de abscisa x el momento flector será $P(e + y)$, siendo y la ordenada de la elástica de la columna deformada, y la ecuación diferencial de la elástica sería:

$$\frac{d^2 y_1}{dx^2} = - \frac{P(e + y)}{EI}$$

para EI constante ponemos $\frac{P}{EI} = \left(\frac{1}{K}\right)^2$ además $(e + y) = y_1$. Esta

vez la ecuación se escribe: $\frac{d^2 y_1^2}{dx^2} + \frac{y_1}{K^2} = 0$, cuya integral es:

$$y_1 = A \operatorname{sen} \frac{x}{K} + B \cos \frac{x}{K}$$

en esta ecuación deben determinarse las constantes de integración A y B por las condiciones límites del problema.

Así para $x = 0$ será $y_1 = e$

para $x = L$ será $y_1 = e$

sustituidos nos dan $e = B$ además: $e = A \operatorname{sen} \frac{L}{K} + e \cos \frac{L}{K} \therefore$

$$A = \frac{e \left(1 - \cos \frac{L}{K} \right)}{\operatorname{sen} L/K}$$

sustituidas las constantes en la ecuación:

$$y_1 = e + y = \frac{e \left(1 - \cos \frac{L}{K} \right) \operatorname{sen} \frac{x}{K}}{\operatorname{sen} L/K} + e \frac{\cos \frac{x}{K} \operatorname{sen} \frac{L}{K}}{\operatorname{sen} L/K}$$

o también:

$$y_1 = e + y = e \left(\frac{\operatorname{sen} \frac{L-x}{K} + \operatorname{sen} \frac{x}{K}}{\operatorname{sen} \frac{L}{K}} \right)$$

la elástica resulta una curva senoidal; a media altura $\frac{L}{2}$ será la deflexión max.:

$$y_{1 \text{ max}} = e + y_{\text{max}} = e + f = e + \frac{e \sin \frac{L}{2K}}{\sin \frac{L}{K}} = \frac{e}{2 \cos \frac{L}{2K}}$$

luego la deflexión está en proporción directa con la excentricidad e .

Si disponemos de P en $\frac{P}{EI} = \left(\frac{1}{K}\right)^2$ hasta que $\frac{L}{2K}$ se aproxima a: $\frac{\pi}{2}$; tenemos que para:

$$y_{\text{max}} = e + f = \frac{e}{2 \cos \frac{\pi}{2}} = \frac{e}{0} = \infty$$

la flecha se haría infinitamente grande, lo que significa que P alcanzó el valor crítico del equilibrio elástico.

Si en $\frac{L}{2K} = \frac{\pi}{2}$ substituimos $K = \frac{1}{\sqrt{\frac{P}{EI}}}$ toma la forma: $L \sqrt{\frac{P}{EI}} = \pi$

de donde la carga crítica: $P_c = \frac{\pi^2}{L^2} EI$ de cuya expresión observamos

que esta carga es independiente de la excentricidad e .

Para $e = 0$ en la ecuación de la elástica resulta $f = 0$ de modo que para una carga perfectamente centrada y una columna de eje absolutamente recto y material perfectamente homogéneo, se produciría el colapso repentinamente sin acusarse flexión previa al aproximarse la carga a su valor crítico. Pero a la menor irregularidad en estas condiciones se produce una flecha que aumenta en proporciones crecientes y al aproximarse la carga a su valor crítico la deflexión tiende rápidamente hacia ∞ .

La fórmula $P_c = \frac{\pi^2}{L^2} EI$ es conocida como la fórmula de Euler; fué deducida por el matemático L. Euler en su célebre publicación "*Methodus inveniendi líneas curvas*". *Additamentum I De curvis elasticis*. (Lausanne, año 1744.)

Analicemos todavía el mismo problema para otras condiciones de los extremos de la columna, comenzando con la columna empotrada en un extremo y libre en el otro, de acuerdo al esquema de la fig. 4.

Por el análisis del caso anterior hemos visto que una pequeña excentricidad de la carga no influye en la magnitud de la carga crítica; por esta razón puede simplificarse la ecuación general de la elástica poniendo $e = 0$:

$$y = A \sin \frac{x}{K} + B \cos \frac{x}{K}$$

y determinamos las constantes A y B para las condiciones de este problema. Para $x = 0$, será $y = 0$ de donde resulta $B = 0$.

Para $x = L$ será $\frac{dy}{dx} = 0$ de donde $0 = \frac{A}{K} \cos \frac{L}{K}$ esta condición

se satisface igualmente para $A = 0$ como para $\cos \frac{L}{K} = 0$; substituido en la

ecuación de la elástica $A = 0$ tendríamos $y = 0$; pero si $\cos \frac{L}{K} = 0$, o sea $\frac{L}{K} = (2n + 1) \frac{\pi}{2}$ donde por la condición del problema haremos $n = 0$,

entonces será: $\frac{L}{K} = \frac{\pi}{2}$ aquí sustituido $K = \sqrt{\frac{P}{EI}}$ dá: $P_c = \frac{\pi^2}{4L^2} EI$

introducido este resultado en la ecuación de la elástica bajo la forma: $\frac{1}{K} = \frac{\pi}{2L}$

esta aparece: $y = A \sin \frac{\pi x}{2L}$

A ha quedado indeterminado, así solamente pone en evidencia que en el momento de ceder la columna, la elástica será una curva senoidal.

La expresión de P_c ya se podría haber deducido de la observación de la

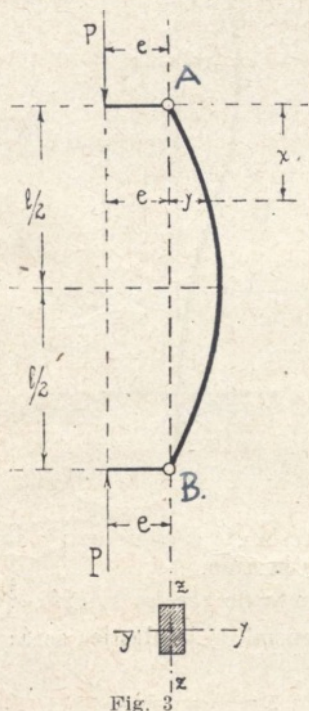


Fig. 3

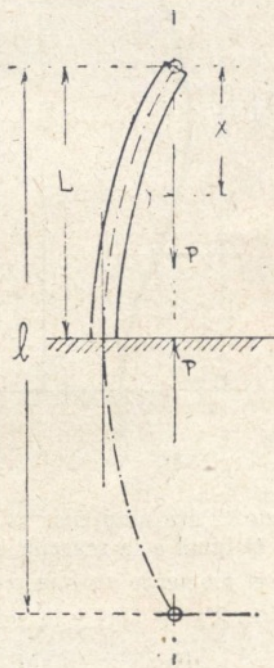


Fig. 4

figura; porque la columna empotrada es una mitad de la columna del caso anterior, y haciendo $l = 2L$ en la fórmula del caso fundamental de Euler:

$$P_c = \frac{\pi^2}{l^2} EI \text{ obtenemos } P_c = \frac{\pi^2}{4L^2} EI.$$

Otro caso es el de la columna empotrada en los dos extremos como el indicado en figura 5, que puede asimilarse a la combinación de cuatro columnas empotradas cada una de una longitud $\frac{L}{4}$.

Si introducimos en la fórmula del caso fundamental $l = \frac{L}{2}$ la carga crítica estará dada por: $P_c = \frac{4\pi^2}{L^2} EI$.

Otro caso sería el de la columna empotrada en un extremo y articulada y guiada en el otro, como el indicado en la fig. 6.

Este caso sería reductible a la combinación de tres columnas empotradas, pero entonces el punto A se desplazaría en un segmento igual a la ordenada del punto c; y esta desviación no es compatible con la condición de A como

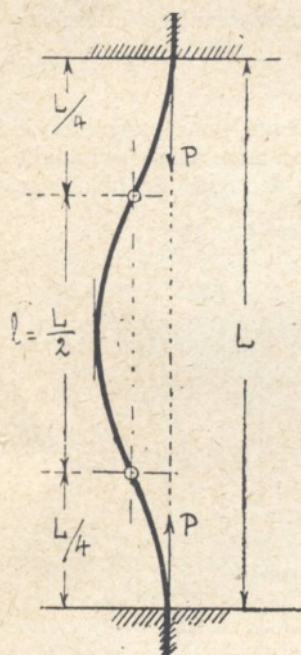


Fig. 5

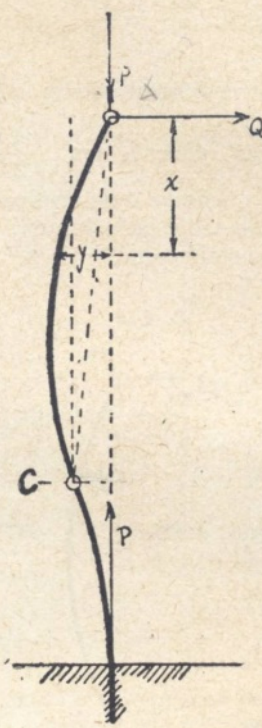


Fig. 6

punto guiado. Para mantener este punto sobre el eje x es necesario introducir una fuerza Q igual a la reacción que ofreciera la guía.

Ahora el momento en una sección cualquiera de abscisa x será:

$M = Py + Qx$; y la ecuación diferencial de la elástica será:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M}{EI} = -\frac{P}{EI}y - \frac{Q}{EI}x$$

ponemos nuevamente $\frac{P}{EI} = \left(\frac{1}{K}\right)^2$ la integral general es entonces:

$$y = A \operatorname{sen} \frac{x}{K} + B \cos \frac{x}{K} - \frac{Q}{P} x$$

Para las condiciones límites será:

para $x = 0$, $y = 0$ de donde $B = 0$

para $x = L$, $y = 0$ de donde $0 = A \operatorname{sen} \frac{L}{K} - \frac{Q}{P} L$

para $x = L$, $\frac{dy}{dx} = 0$ de donde $0 = \frac{A}{K} \cos \frac{L}{K} - \frac{Q}{P}$

eliminamos Q entre las dos últimas y tenemos:

$$A \left(\frac{L}{K} \cos \frac{L}{K} - \operatorname{sen} \frac{L}{K} \right) = 0$$

de aquí $\frac{L}{K} \cos \frac{L}{K} - \operatorname{sen} \frac{L}{K} = 0$, o también $\frac{L}{K} = \operatorname{tg} \frac{L}{K}$

cuyas raíces obtenidas por el método de aproximación son:

$$\frac{L}{K} = 0; \quad \frac{K}{L} = 4.493 \quad (257^{\circ}27'12'')$$

$$\frac{L}{K} = 7.725 \quad (442^{\circ}37'28'') \quad \frac{L}{K} = 10.904 \quad (624^{\circ}45'37'') \text{ etc.}$$

La resolución compatible con el problema será la menor después de $\frac{L}{K} = 0$;

$$\frac{L}{K} = 4.493 \therefore \frac{P}{E I} L^2 = 4.493^2 \cong 20 \cong 2 \pi^2$$

$$\text{finalmente: } P_c = \frac{20 E I}{L^2} = \frac{2 \pi^2 E I}{L^2}$$

Para hacer la comparación entre las longitudes de pandeo l del caso fundamental con L del presente, igualamos las dos expresiones:

$$\frac{2 \pi^2 E I}{L^2} = \frac{\pi^2}{l^2} E I \therefore l = \frac{L}{\sqrt{2}} = 0.707 L$$

Si se considerase este caso como compuesto de 3 columnas empotradas se hubiera obtenido $l = 2/3 L = 0.666L$; la diferencia con la relación exacta es, pues, reducida.

La fórmula de Euler y los resultados de los experimentos

En la fórmula fundamental dividimos ambos miembros por Ω (la sección) y ponemos $\frac{I}{\Omega} = r^2$ (r es el radio de giro).

$$\frac{P_c}{\Omega} = \sigma = E \pi^2 \frac{r^2}{L^2}$$

A la relación $\frac{L}{r}$ la llamaremos relación de esbeltez y la indicaremos con i . $\frac{L^2}{r^2} = i^2$, con esto la ecuación toma la forma: $\sigma i^2 = E \pi^2 = \text{const.}$

Esta función entre la tensión σ y la relación i es la ecuación de una hipérbola cúbica referida al centro y coordenadas ortogonales $x = i$; $y = \sigma$ representada en fig. 7 para el material acero dulce. $E = 2100000 \text{ Kg/cm}^2$.

Para valores pequeños de i la tensión σ resulta muy grande, por ejemplo para $i = 100$, $\sigma = 2100 \text{ Kg/cm}^2$.

$i = 10$, $\sigma = 210000 \text{ Kg/cm}^2$. Si para $i = 100$ la tensión resulta factible; para valores inferiores de i crece σ rápidamente a valores imposibles.

Este contrasentido aparente tiene una explicación sencilla; la fórmula de Euler establece únicamente la carga límite del equilibrio elástico basado en el módulo de elasticidad constante; en consecuencia su validez rige únicamente hasta que las tensiones alcancen al límite de proporcionalidad y a la relación i correspondiente.

Este criterio ha quedado corroborado por los experimentos de *Tetmayer* efectuados sobre columnas de alma llena de los distintos materiales y variadas relaciones de esbeltez.

Las diferentes secciones ensayadas aparecen en fig. 8.

Los términos medios de los resultados han sido marcados con pequeños

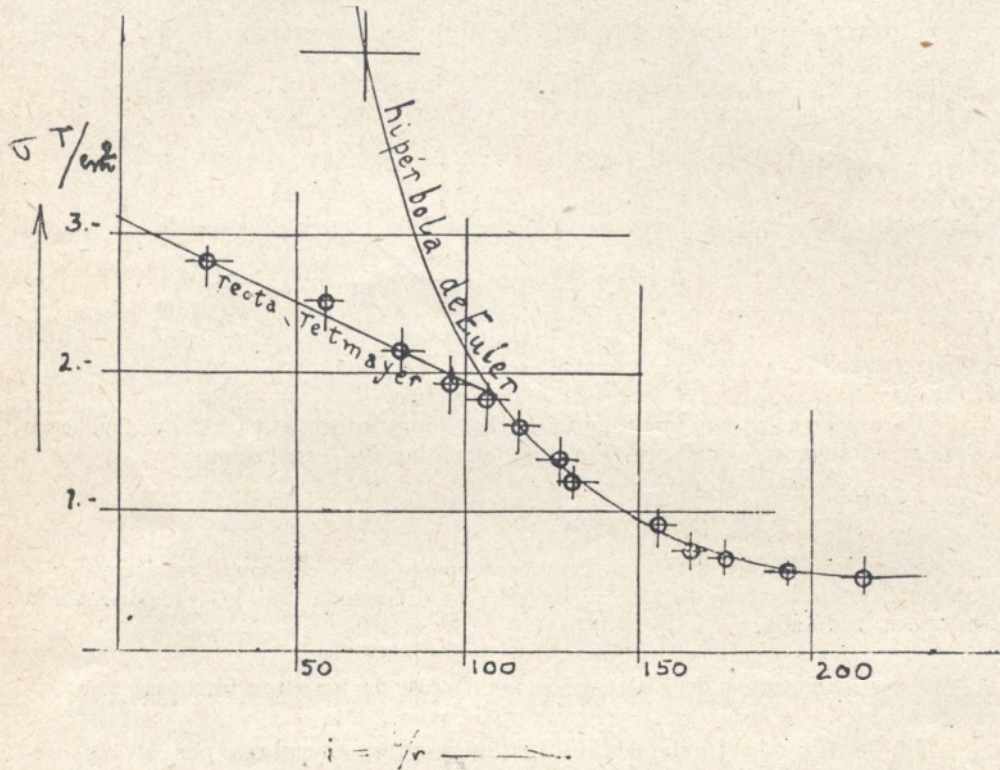


Fig. 7

círculos en la fig. 8. Se nota para los valores de $i > 110$ una perfecta concordancia con los valores teóricos de la fórmula de Euler.

Para los valores de $i < 110$ los resultados experimentales son muy diferentes de los datos teóricos, como era de esperar.

El mencionado investigador, basándose en sus numerosos ensayos, dió para cada material los límites de validez de la fórmula de Euler los consignados en la planilla que sigue:

Madera	$E = 100$	T/cm^2	límite $i = 100$
Fundición	$E = 1000$	"	" $i = 80$
Hierro soldado	$E = 2000$	"	" $i = 112$
Hierro dulce	$E = 2150$	"	" $i = 105$
Acero	$E = 2250$	"	" $i = 90$
Hormigón	$E = 200$	"	" $i = 200$

Las dimensiones empleadas en la práctica de las construcciones, para barras comprimidas y columnas, en la gran mayoría de los casos, quedan con su relación i por debajo de los límites de validez: por esta razón *Tetmayer* ha traducido en las siguientes fórmulas sus resultados empíricos:

Hierro soldado para $i < 112$; $\sigma_c = 3,03 - 0,0129i$ T/cm^2 .

Acero dulce de resistencia inferior a $4,5 \text{ T/cm}^2$; para $i < 105$,
 $\sigma_c = 3,1 - 0,0114i \text{ T/cm}^2$.

Acero dulce de resistencia inferior a $4,5 \text{ T/cm}^2$; para $i < 105$,
 $\sigma_c = 3,21 - 0,0116i \text{ T/cm}^2$.

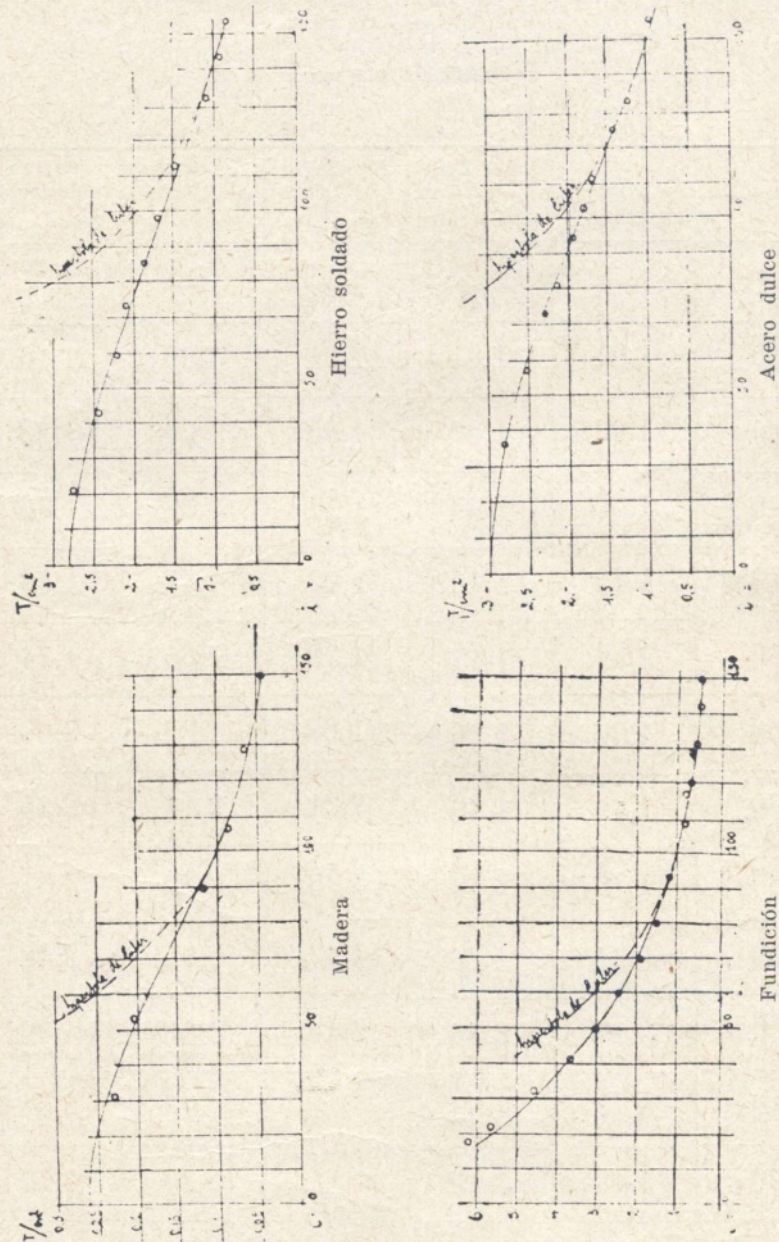


Fig. 8

Acero níquel porcentaje entre 2 y 3,7 por ciento; para $i < 81$,
 $\sigma_c = 4,5 - 0,021i \text{ T/cm}^2$.

Madera, para $i < 100$, $\sigma_c = 0,293 - 0,00194i \text{ T/cm}^2$.

Fundición, para $i < 80$, $\sigma_c = 7,76 - 0,12i + 0,00053i^2 \text{ T/cm}^2$.

Fórmulas empíricas relativas a los mismos ensayos y otros análogos han

T A B L A S

Valores de $\omega = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma_s}$

$i = \frac{l}{r}$	Acero st 48 $\sigma_{adm} = 1820$	Acero dulce st 37 $\sigma_{adm} = 1400$	Fundición $\sigma_{adm} = 900$	Madera (pino) $\sigma_{adm} = 90$	Madera roble, abeto $\sigma_{adm} = 100$
0	1,—	1,—	1,—	1,—	1,—
10	1,01	1,01	1,01	1,09	1,10
20	1,03	1,02	1,05	1,20	1,22
30	1,06	1,05	1,11	1,33	1,36
40	1,12	1,10	1,22	1,47	1,53
50	1,20	1,17	1,39	1,65	1,74
60	1,32	1,26	1,67	1,87	2,00
70	1,49	1,39	2,21	2,14	2,35
80	1,76	1,59	3,50	2,49	2,81
90	2,21	1,88	4,43	2,95	3,48
100	3,07	2,36	5,45	3,60	4,50
110	3,72	2,86	7	4,43	5,54
120	4,43	3,41		5,36	6,70
130	5,20	4,00		6,39	7,99
140	6,03	4,64		7,53	9,41
150	6,92	5,32		8,77	10,97

sido compuestas por Hodgkinson, Schwarz, Rankine, Ostenfeld, Johnson, Strand; y están citadas en distintas publicaciones y en los manuales.

En Alemania en 1925 se dictó un reglamento oficial para construcciones, el que en su referencia a columnas y barras comprimidas, prescriben para cada valor de i la tensión de seguridad σ_s correspondiente, por medio de coeficientes ω , que deben aplicarse como divisor de la tensión cúbica admisible.

Por ejemplo, para acero dulce $\sigma_{adm} = 1400 \text{ Kg/cm}^2$; entonces para determinada relación de esbeltez i , a la que corresponde el coeficiente ω , la tensión de seguridad a permitir será:

$$\sigma_s = \frac{\sigma_{adm}}{\omega} = \frac{1400 \text{ Kg/cm}^2}{\omega}$$

En la formación de estos coeficientes ω se ha tenido en cuenta un coeficiente de seguridad variable con i ; por ejemplo en el campo de la validez de la fórmula de Euler y material acero dulce $s = 3,5$; para $i < 100$ el coeficiente de seguridad disminuye y es 1,71 para $i = 0$. El coeficiente s no

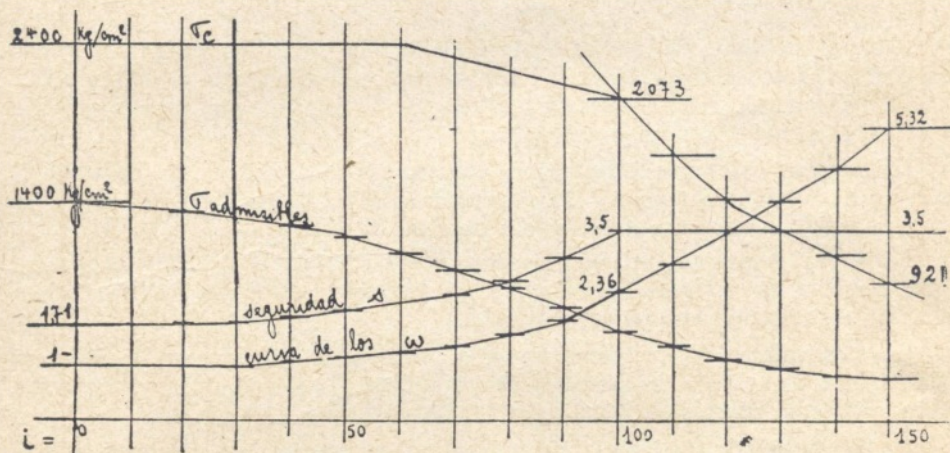


Fig. 9

se refiere a la tensión de ruptura, sino que considera como carga crítica al límite de ductibilidad = a 2400 Kg/cm^2 para el acero dulce. El gráfico de la fig. 9 muestra la variación de estos coeficientes.

La aplicación de este reglamento es muy sencilla y expeditiva para el cálculo de columnas y barras comprimidas, y reduce a un mínimo la posibilidad de error de cálculo. Por esta razón sería recomendable su adopción en los reglamentos de edificación.

En la página anterior se dan las tablas mencionadas.

Aplicación de las tablas

Una columna de 5,00 m. de piso a piso es de un perfil I. N. 20, ala ancha de espesor constante.

$$I_{min.} = 2136 \text{ cm}^4.$$

$$\Omega = 82,7 \text{ cm}^2,$$

$$r = \sqrt{\frac{2136}{82,7}} = 5,07 \text{ cm.} \quad i = \frac{l}{r} = \frac{500 \text{ cm}}{5,07 \text{ cm}} = 98,5.$$

$$\text{de la tabla } \omega = 2,36 - 1,5 \times 0,048 = 2,3.$$

$$\sigma_s = \frac{\sigma_{adm}}{\omega} = \frac{1400 \text{ Kg/cm}^2}{2,3} = 608 \text{ Kg/cm}^2. \quad s = 3,5;$$

carga de seguridad $P_s = \Omega \sigma_s = 82,7 \times 608 = 50000$ Kg. (en el método gráfico de la fig. 2 se había encontrado $P = 180$ T. con $s = 3,5$ da $P_s = 51,5$ Ton.) Si la columna estuviera empotrada en la base y libre el extremo donde se ha aplicado la carga, la longitud l debería considerarse el doble de L ; en tal caso la relación de esbeltez sería: $\frac{1000 \text{ cm}}{5,07 \text{ cm}} = 197$.

La tabla no alcanza a este valor de i porque el reglamento recomienda $i = 150$ como límite superior. La columna queda bajo el alcance de la fórmula de Euler $i > 105$.

$$P_c = \frac{\pi^2}{4} \frac{E I}{L^2} = \frac{9,85}{4} \cdot \frac{2100 \times 2136}{500^2} = 44 \text{ Ton.}$$

$$\text{coeficiente de seguridad } s = 4. \quad P_s = \frac{44}{4} = 11 \text{ Ton.}$$

Aunque en otro capítulo se tratará de la teoría de las columnas armadas y el esfuerzo de corte en el pandeo, es del caso mencionar a continuación unas disposiciones elementales del reglamento citado, y que es conveniente observar al proyectarse estas estructuras.

1º En las columnas compuestas con enrejado o chapas, la relación i de las partes componentes no debe exceder a la relación de esbeltez de la columna total, ni tampoco exceder del número 30.

Para establecer esta relación de una parte componente, puede adoptarse como longitud la distancia libre entre los remaches extremos de las chapas de unión o barras de enrejado.

2º Las uniones deben corresponder a un esfuerzo de corte en la columna igual al dos por ciento de la carga de seguridad P_s , además en los extremos deben preverse fuertes uniones.

3º El momento de inercia de la sección compuesta con respecto al eje baricéntrico libre, debe exceder por lo menos en el 10 % al momento de inercia con respecto al eje que corte a las secciones componentes.

4º Tratándose de chapas de unión, cada junta de las chapas con cada una de las barras componentes se hará con dos remaches por lo menos.

Cumplidas estas condiciones, puede calcularse la carga de seguridad como si se tratara de una columna de sección solidaria.

Si la relación i de las barras componentes de la columna excede de 30, afecta este hecho a la resistencia de la columna toda; y su carga crítica y de seguridad deben calcularse por cualquiera de los métodos aproximados como de Engesser, Krohn o Müller Breslau.

En caso de que la excentricidad de la carga no sea muy pequeña, la máxima tensión en el material puede calcularse sumando a la tensión de pandeo, la correspondiente al momento flector que resulta de la traslación de la carga al baricentro de la sección.

Para una carga P con excentricidad e , además, conocida la sección y su relación i , de la tabla obtenemos el coeficiente de pandeo ω . La tensión de pandeo será: $\sigma_1 = \frac{P \cdot \omega}{\Omega}$ y la tensión debida al momento Pe será $\sigma_2 = \frac{M}{W}$

$$\text{La tensión máxima será: } \sigma_{\max} = \sigma_1 + \sigma_2 = \frac{P \cdot \omega}{\Omega} + \frac{M}{W}$$

ésta no deberá exceder a σ_{adm}

Como aplicación dimensionaremos una columna para condiciones análogas al caso anterior; columna que termina en dos articulaciones, carga céntrica de 50 Ton. (fig. 10).

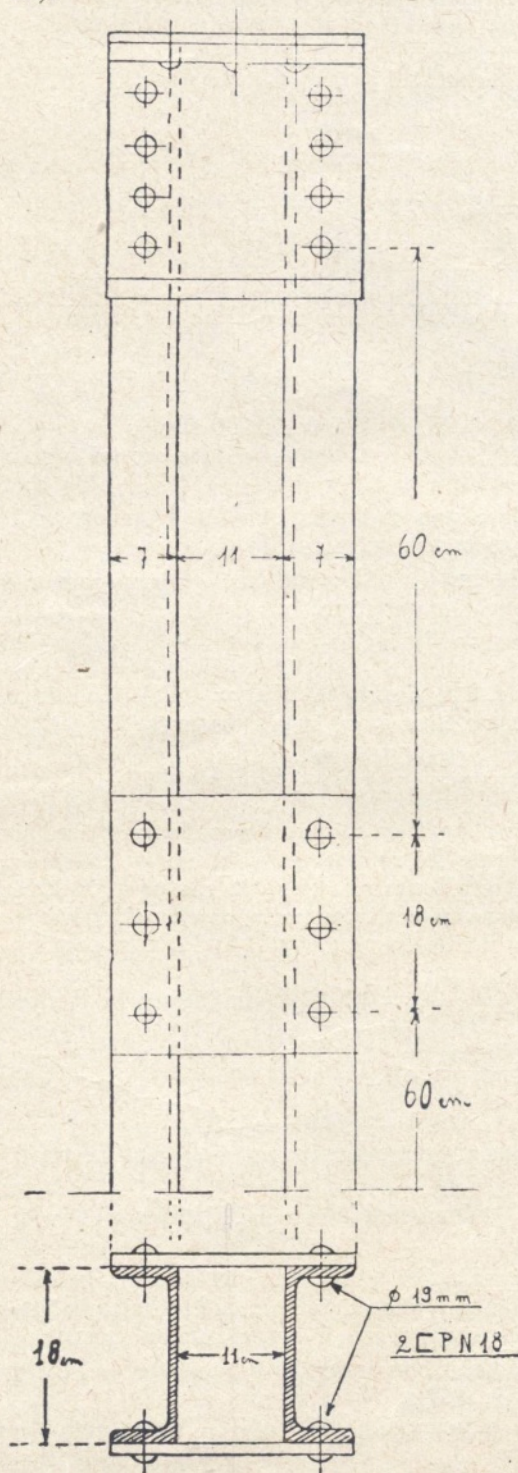


Fig. 10

Probamos con 2 □ N. 16 $\Omega = 2 \times 24 \text{ cm}^2$ $I_x = 2 \times 925 \text{ cm}^4$.

Comencemos el cálculo para el eje que interesa ambas secciones, si satisface la sección adoptada distanciaremos los hierros entre sí de modo que el momento de inercia para el eje libre resulte en un 10 % mayor.

$$r = \sqrt{\frac{2 \times 925}{2 \times 24}} = 6,2 \text{ cm.} \quad i = \frac{500}{6,2} = 80,5$$

de la tabla $\omega = 1,59$ $\sigma_s = \frac{1400}{1,59} = 880 \text{ Kg/cm}^2$.

$$P_s = 28 \times 24 \times 880 = 42000 \text{ Kg. (insuficiente).}$$

Ensayamos 2 □ N 18. $\Omega = 2 \times 28 \text{ cm}^2$. $I_x = 2 \times 1354 \text{ cm}^4$.

$$r = \sqrt{\frac{2 \times 1354}{2 \times 28}} = 6,95 \text{ cm} \quad i = \frac{500}{6,95} = 72$$

de la tabla $\omega = 1,39 + 2 \times 0,002 = 1,43$ $\sigma_s = \frac{1400}{1,43} = 980 \text{ Kg/cm}^2$.

$$P_s = 2 \times 28 \times 980 = 55.000 \text{ Kg.}$$

corresponde, pues, 2 □ N 18; la distancia debe ser tal que:

$$I_y = I_x + 10\% = (2 \times 1354) + (2 \times 135) = 2978 \text{ cm}^4.$$

Esto corresponde a una distancia libre de 10,3 cm. $\approx 11 \text{ cm}$.

Distancia entre remaches extremos de las chapas:

$$J_{\min} = 114 \text{ cm}^4 \quad \Omega = 28 \text{ cm}^2 \quad i \text{ no menor de } 30.$$

$$r = \sqrt{\frac{114}{28}} = 2 \quad l = i \times r = 30 \times 2 = 60 \text{ cm.}$$

Esfuerzo de corte 2 % de 50.000 Kg. = 1.000 Kg.; la distancia libre es 11 cm., la distancia entre c. de g. de las secciones es: $11 + 2 \times 1,9 = 14,8 \text{ cm}$.

$$\text{Esfuerzo rasante: } \frac{1000 \text{ Kg}}{14,8 \text{ cm}} = 67,5 \text{ Kg/cm.}$$

Si adoptamos las chapas de 22 cm. de ancho y 18 cm. entre remaches, la distancia de eje a eje de las uniones será $60 \text{ cm} + 18 \text{ cm} = 78 \text{ cm}$. El esfuerzo rasante sobre esta longitud será: $78 \text{ cm} \times 67,5 \text{ Kg/cm} = 5250 \text{ Kg}$.

Sobre los dos remaches actúa un momento de $5250 \text{ Kg} \times 9 \text{ cm} = 47.500 \text{ Kg/cm}$; en cada remache doble:

$$\frac{47500 \text{ Kg/cm}}{18 \text{ cm}} = 2640 \text{ Kg en dirección horizontal.}$$

$$\frac{5250 \text{ Kg}}{3} = 1740 \text{ Kg en dirección vertical.}$$

$$\text{resultante } 2640^2 + 1740^2 = 3200 \text{ Kg.}$$

un remache de 19 mm al corte simple con $\tau = 800 \text{ Kg/cm}^2$ resiste 2260 Kg.

Otra resolución del Problema

La barra comprimida de la fig. 11, articulada en los dos extremos, la imaginamos deformada por una fuerza de intensidad cualquiera, por ejemplo 1 Ton., aplicada en el punto medio y con dirección normal al eje.

Si f es la flecha, el trabajo de deformación o energía potencial acumulada en la barra, es $\frac{1}{2} \cdot l \cdot f$.

Por causa de la deformación, la longitud entre articulaciones ha disminuido en una cantidad δ , que es la diferencia entre la longitud del arco y la cuerda.

Sobre la barra deformada aplicamos, en las articulaciones, 2 fuerzas P cuyas rectas de acción es la cuerda; y atribuimos a P una magnitud tal que sea el límite para que la columna, empleando el potencial acumulado, todavía pueda recobrar su forma primitiva al retirar la carga transversal.

El trabajo restituído será $P \delta$ y para un sólido perfectamente elástico.

1. $\frac{1}{2} f. = P \delta$ ó $P = \frac{f}{2 \delta}$ (a) donde P será la carga crítica para la columna.

Andrée en su obra "Die Statik des Eisenbanes" y también Föepl en su obra "Drang un Zwang" proponen la resolución expuesta en principio; pero al calcular δ adoptan arbitrariamente para la elástica una curva sinusoidal; adopción que no se justifica.

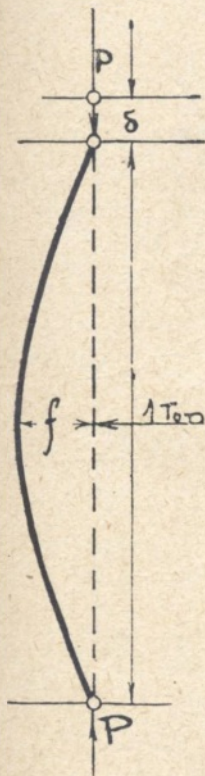


Fig. 11

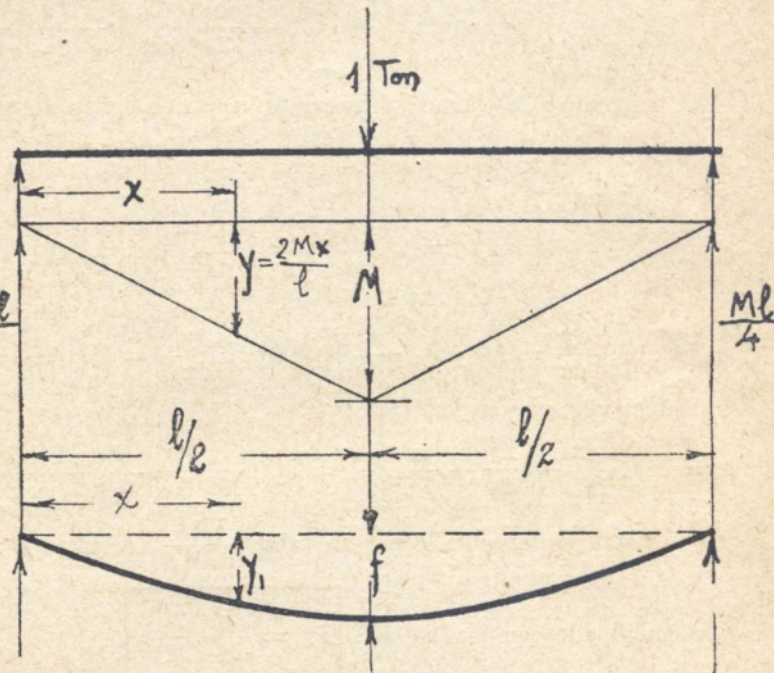


Fig. 12

A juicio del suscripto corresponde hallar la ecuación de la elástica correspondiente al estado de carga 1 Ton., en el punto medio, cuya elástica será una parábola cúbica; y para esta línea se debe hallar la diferencia, entre la longitud de la curva y la cuerda.

En la fig. 12 se indica el diagrama de momentos para tal estado de cargo.

La elástica se obtiene, de acuerdo a Mohr, como diagrama de momentos de la viga sometida a cargas dadas por el diagrama de momentos flectores reducidos en $E I$. En caso de que $E I$ sea constante, puede omitirse la división por este valor.

Siendo M la ordenada máxima del diagrama de momentos flectores o sea de cargas, una ordenada correspondiente a la abscisa x está dada por:

$Y = \frac{2 M x}{l}$ y el momento Y_1 , o sea la ordenada en la elástica, estará dada por:

$$Y_1 = \frac{Ml}{4} x - \frac{M}{l} x^2 - \frac{x^3}{3} = M \left(\frac{1}{4} x - \frac{x^3}{3l} \right) \quad (1)$$

para un valor de x entre 0 y $\frac{l}{2}$. Además, para $x = \frac{l}{2}$ será $Y_1 = f$; reemplazando este valor en la ecuación anterior:

$$f = M \left(\frac{l^2}{8} - \frac{l^3}{24l} \right) = M \frac{l^2}{12} \text{ o también } M = \frac{12 f}{l^2}$$

Hallemos la longitud de la curva de la ecuación (1).

$$S = 2 \int_0^{\frac{l}{2}} ds = 2 \int_0^{\frac{l}{2}} dx \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2}$$

El binomio desarrollado es: $\left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 - \frac{1}{8} \left(\frac{dy}{dx} \right)^4 \text{ etc.} \right]$ siendo $\frac{dy}{dx}$ la tangente a la elástica, muy pequeña, puede despreciarse $\left(\frac{dy}{dx} \right)^4$; entonces la diferencia entre arco y cuerda está expresada en general por:

$$\delta = 2 \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{1}{2} \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 dx \quad (2)$$

en la (1): $\frac{dy}{dx} = M \left(\frac{1}{4} - \frac{x^2}{l} \right)$; y, $\left(\frac{dy}{dx} \right)^2 = M^2 \left(\frac{1^2}{16} - \frac{1}{2} x^2 + \frac{x^4}{l^2} \right)$ introduciendo esto en la (2):

$$\delta = M^2 \left[\frac{l^3 x}{16} - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{5 l^2} \right]_0^{\frac{l}{2}} = M^2 \left(\frac{l^3}{32} - \frac{l^3}{48} + \frac{l^3}{5 \times 32} \right); = \frac{1}{60} M^2 l^3$$

y en ésta reemplazando M por su valor $\frac{12 f}{l^2}$ tenemos: $\delta = \frac{12}{5} \frac{f^2}{l}$

que combinado con la (a) dá:
$$P_e = \frac{5}{24} \frac{l}{f} \quad (b)$$

Andrée, suponiendo la elástica una senoide encuentra:

$$\delta = \frac{\pi^2 f^2}{4 l} \text{ y } P_e = \frac{2 l}{\pi^2 f}$$

Si contemplamos el caso de una columna de alma llena, la carga 1, en el punto medio, produce una flecha dada por $f = \frac{l^3}{48 E I}$ sustituyendo en (b)

$$P_e = \frac{5}{24} \frac{l}{\frac{l^3}{48 E I}} = \frac{10 E I}{l^2}$$

la fórmula de Euler da: $P_e = \frac{\pi^2}{l^2} E I = 9,86 \frac{E I}{l^2}$

La gran ventaja de la fórmula (b) sobre la de Euler reside en que también es aplicable al caso de columnas compuestas con enrejado, o simples chapas de unión. Tales sistemas son mucho más flexibles que barras de alma llena, es decir, al someterlas a la carga de 1 Ton. en el punto medio, la flecha f será mayor en la barra compuesta a causa de la deformación del enrejado, y, en mayor grado todavía, tratándose del sistema con chapas de unión.

Como aplicación calcularemos por la fórmula (b) la carga crítica de un tipo de barra comprimida, ensayado en París en 1906 en el "Conservatoire

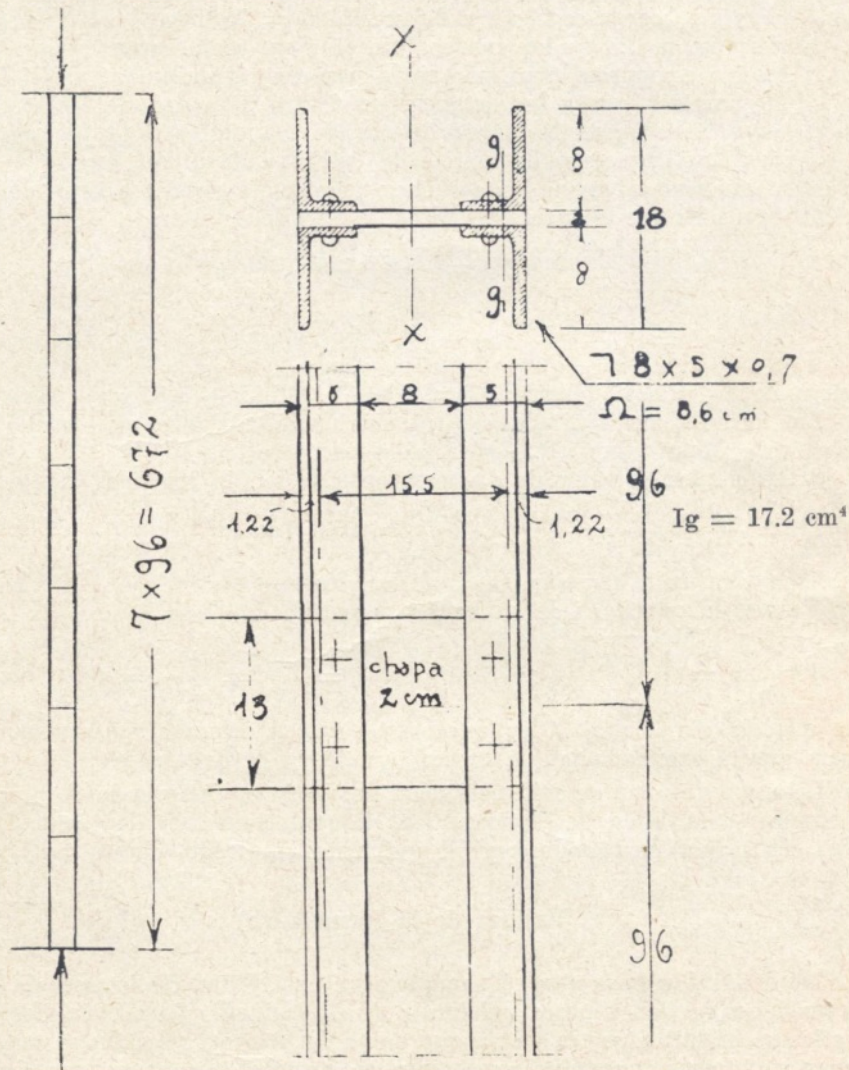


Fig. 13

National des arts et metiers", con el objeto de establecer la influencia de las chapas de unión en las barras de los puentes.

La fig. 13 consigna la sección de la barra compuesta 4 $\angle$ 8 x 5 x 0.7 unidos por chapas de 13 cm. de ancho por 2 cm. de espesor, distanciados en 96 cm. de centro a centro; el I total con respecto al eje libre es $= 2.149 \text{ cm}^4$; la longitud total $7 \times 96 = 672 \text{ cm.}$; la relación de esbeltez $\frac{l}{i} = 85$. Una serie

de estas barras fueron ensayadas, en cuanto a su resistencia al pandeo, en el sentido del momento de inercia mayor (eje neutro I_x), adoptándose un dispositivo para que no pudiera ceder la columna en sentido transversal.

La relación de esbeltez $85 < 112$ indica que la fórmula de Euler no es aplicable. Esta daría una carga crítica:

$$P_c = 9.86 \frac{EI}{l^2} = 9.86 \frac{2100 \times 2149}{672^2} = 98.5 \text{ Ton.}$$

Según Tetmayer, para la citada relación i , corresponde un $\sigma_c = 2.196$ Kgs./cm.² y una carga crítica $4 \times 8,6 \times 2.2196 = 75$ Ton.

El término medio de los ensayos dió *55 Ton.* como carga crítica. Nótese que la sección compuesta tiene una resistencia muy disminuida.

Si designamos con a la distancia de centro a centro de las chapas de unión, con I_c el momento de inercia del cordón compuesto de los hierros $\sqsubset$; Ω_c su sección; I_p el momento de inercia de la chapa de unión, con h la distancia entre los baricentros de los cordones, tenemos la siguiente expresión de la flecha y causada por la fuerza de 1 Ton., actuando en el medio de la columna:

$$P_n = \frac{P = 1 \text{ Ton.}}{4}$$

$$f = \frac{7}{24} \frac{P_n a^3}{E I_c} + \frac{13}{24} \frac{P_n a^2 h}{E I_p} + \frac{119}{2} \frac{P_n a^3}{h^2 \Omega_c E}$$

sustituyendo los valores, tenemos: $f = 0,89 + 0,0245 + 1,62 = 2,534$ cm.

La fórmula antes citada es deducida, más adelante, por medio de la ecuación de Mohr (ver fig. 14 y la tabla siguiente).

Si se emplea el valor de f , ya encontrado, en la fórmula (b), se tiene:

$$P_c = \frac{5}{24} \frac{1}{f} = \frac{5}{24} \cdot \frac{672}{2,534} = 55.5 \text{ Ton.}$$

resultado idéntico al término medio de las pruebas.

Veamos la relación i de las barras de cordón:

$$r = \sqrt{\frac{2 \times 17,2}{2 \times 8,6}} = 1,41 \quad i = \frac{1}{r} = \frac{96}{1,41} = 68$$

esta relación donde $i > 30$ es la causa de que la columna acuse menor resistencia que la calculada por la fórmula empírica de Tetmayer.

Lo expuesto pone en evidencia cuán necesario es observar la regla $i < 30$, al emplearse la tabla de Tetmayer, o en caso contrario, debe calcularse la carga crítica por un método como el que hemos empleado.

Validez de la fórmula (b)

La deducción básiase en la completa reversibilidad de la energía; luego las tensiones no deben pasar del límite de elasticidad. Además la flecha y la elástica se hallaron por la teoría que parte de la proporcionalidad entre tensiones y deformaciones, indicando que, si las tensiones pasan del límite de proporcionalidad quedará afectada la precisión del resultado.

Deducción de la expresión de la flecha

Deformación en columnas compuestas de secciones unidas entre sí mediante chapas dispuestas a intervalos constantes y consideradas estas columnas como vigas cargadas con una fuerza $P = 1$ tonelada, en dirección normal al eje de la columna y aplicación en el punto medio entre los extremos.

El esfuerzo rasante longitudinal en un punto está dado por la conocida fórmula de Colignon: $H = \frac{Q S}{I}$ En el presente caso el esfuerzo de corte Q es constante (fig. 14) (e). También son constantes el momento de inercia I de la sección total y el momento estático de la sección Ω_c del cordón con respecto al eje neutro; en consecuencia H será constante; y con suficiente aproximación puede considerarse que cada chapa de unión transmite el es-

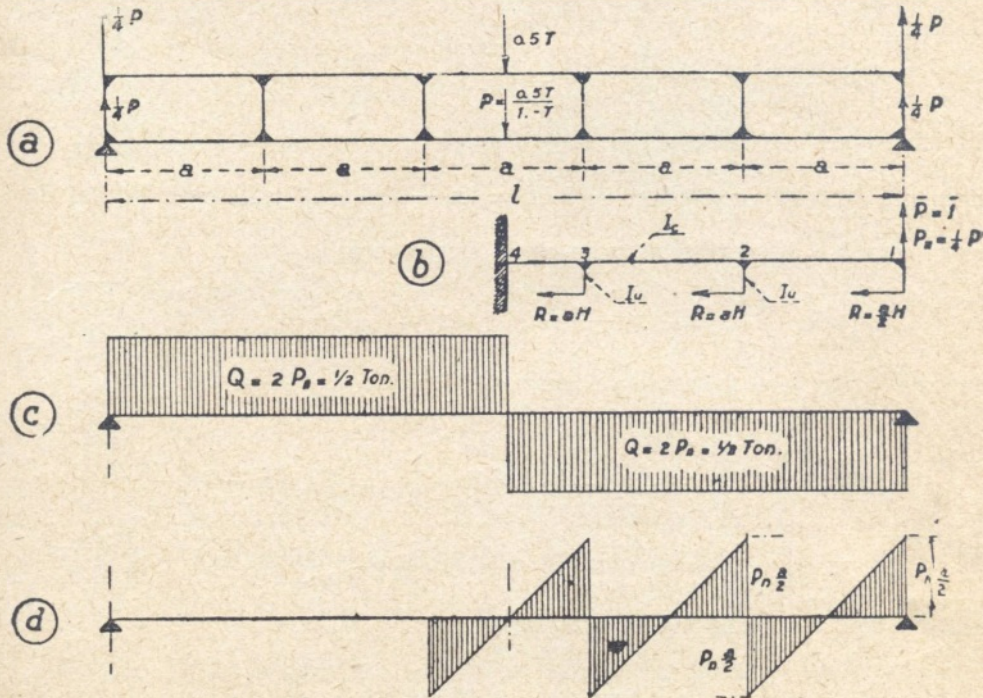


Fig. 14

fuerzo rasante correspondiente a su zona, que es de extensión a . Esta hipótesis no es rigurosamente exacta, puesto que también debería tenerse en cuenta la rigidez del miembro al que va fijada la chapa; sin embargo a los fines de hallar la flecha, es aceptable.

Si nos imaginamos la columna cortada según su eje longitudinal como está indicado en la fig. 14 (b), en cada corte de las chapas de unión deberá aplicarse una fuerza $R = a H$ para reemplazar a las fuerzas de cohesión que mantenían el equilibrio. En las chapas extremas esta fuerza será $\frac{R}{2} = \frac{a H}{2}$

de la figura tomamos:

$Q = \frac{1}{2} = 2 P_n$ siendo P_n la fuerza de reacción en el extremo de un cordón y para $P = 1$ Ton. será $P_n = 0,25$ Ton.

$$S = \Omega_c \frac{h}{2} \quad I = \Omega_c \frac{h^2}{2} \quad \left[\Omega_c = \text{sección del cordón} \right]$$

$$H = \frac{Q S}{I} = \frac{2 P_n \Omega_c h/2}{\Omega_c h^2/2} = P_n \frac{2}{h}$$

$$R = a. H = P_n \frac{2 a}{h}$$

Para hallar el corrimiento f . del punto 1 con respecto a 4, superponemos a la P_n una fuerza virtual $\bar{1}$; ésta corresponde a una carga virtual $\bar{4}$ aplicada en el punto medio; y empleamos la ecuación de Mohr:

$$\bar{1}. f = \int \frac{\bar{M} M}{E I} ds + \int \frac{\bar{N} N}{E \Omega} ds$$

En el cordón 1-2 el momento para una sección a distancia x del punto 1. será

$$M_x = P_n x - \frac{R}{2} \frac{h}{2} = P_n \left[x - \frac{a}{2} \right]$$

haciendo variar x entre 0 y a se obtiene el diagrama de la fig. 14 (d). El momento de la carga virtual $\bar{1}$ será $\bar{M} = \left[x - \frac{a}{2} \right]$ y la contribución de esta parte 1-2 del cordón al valor de la flecha será

$$\frac{1}{E I_c} \int_0^a P_n \left[x - \frac{a}{2} \right]^2 dx = \frac{P_n a^3}{12 E I_c}$$

indicando con I_c el momento de inercia del cordón.

En el cordón 2-3 el momento será

$$M_x = P_n \left[a + x \right] - \frac{3}{2} R \frac{h}{2} = P_n \left[x - \frac{a}{2} \right]$$

$\bar{M} = \left[x - \frac{a}{2} \right]$; la contribución a la flecha como antes, será $\frac{P_n a^3}{12 E I_c}$

Cordón 3-4 contribución a la flecha:

$$\int_0^{\frac{a}{2}} P_n \left[x - \frac{a}{2} \right]^2 dx = \frac{P_n a^3}{24 E I_c}$$

Chapa 1. el momento para una sección a distancia y del eje de la columna será:

$$M_y = \frac{R}{2} y = P_n \frac{a}{h} y$$

$\bar{M} = \frac{a}{h} y$; contribución a la flecha:

$$\frac{1}{E I_u} \int_0^{h/2} P_n \frac{a^2}{h^2} y^2 dy = P_n \frac{a^2 h}{24 E I_u}$$

Chapa 2. $M_y = R y = P_n \frac{2a}{h} y$

$$\bar{M} = \frac{2a}{h} y$$

contribución a la flecha:

$$\frac{1}{E I_u} \int_0^{h/2} P_n \frac{4a}{h^2} y^2 dy = P_n \frac{4 a^2 h}{24 E I_u}$$

Chapa 3. Igual que la chapa 2.

Efecto por fuerza axial

$$\text{Cordón 1-2} \quad N = \frac{R}{2} = P_n \frac{a}{h}$$

$$\overline{N} = \frac{a}{h}$$

contribución a la flecha:

$$P_n \int_0^a \frac{a^2}{h^2} \frac{dx}{E \Omega_c} = \frac{P_n}{E \Omega_c} \frac{a^3}{h^2}$$

$$\text{Cordón 2-3} \quad N = \frac{3}{2} R = P_n \frac{3a}{h}$$

$$\overline{N} = \frac{3a}{h}$$

contribución a la flecha:

$$\frac{P_n}{E \Omega_c} \frac{3 a^2}{h^2} \int_0^a dx = \frac{P_n}{E \Omega_c} \frac{9 a^3}{h^2}$$

$$\text{Cordón 3-4} \quad N = \frac{5}{2} R = P_n \frac{5a}{h}$$

$$\overline{N} = \frac{5a}{h}$$

contribución a la flecha:

$$\frac{P_n}{E \Omega_c} \int_0^{\frac{a}{2}} \frac{25 a^2}{h^2} dx = \frac{P_n}{E \Omega_c} \frac{25}{2} \frac{a^3}{h^2}$$

reuniendo las distintas contribuciones se obtiene la expresión de la flecha f en la columna de 5 espacios a

Cuadro de las contribuciones en columnas de 5 espacios:

(1-2)	$\frac{1}{12} \frac{P_n a^3}{E I_c}$	(1)	$\frac{1}{24} P_n \frac{a^2 h}{E I_u}$	(1-2)	$\frac{P_n}{E \Omega_c} \frac{a^3}{h^2}$
(2-3)	$\frac{1}{12} \frac{P_n a^3}{E I_c}$	(2)	$\frac{4}{24} P_n \frac{a^2 h}{E I_u}$	(2-3)	$9 \frac{P_n}{E \Omega_c} \frac{a^3}{h^2}$
(3-4)	$\frac{1}{24} \frac{P_n a^3}{E I_c}$	(3)	$\frac{4}{24} P_n \frac{a^2 h}{E I_u}$	(3-4)	$\frac{25}{2} \frac{P_n}{E \Omega_c} \frac{a^3}{h^2}$
Σ	$\frac{5}{24} \frac{P_n a^3}{E I_c}$	Σ	$\frac{9}{24} P_n \frac{a^2 h}{E I_u}$	Σ	$\frac{45}{2} \frac{P_n}{E \Omega_c} \frac{a^3}{h^2}$

Observando la ley de formación de estas sumas, fácilmente puede deducirse la fórmula para la columna compuesta de cualquier número de espacios entre chapas. La planilla siguiente, que ha sido tomada de la obra de Andréé (Die Statik des Eisenbaues), recopila las expresiones de la flecha para columnas de 2 a 12 espacios entre chapas de unión.

2 espacios		$f. = \frac{2}{24} \frac{P_n a^3}{E I_c}$	+	$\frac{2}{24} \frac{P_n a^2 h}{E_n I}$	+	$\frac{2}{2} \frac{P_n a^3}{k^2 E \Omega_c}$
3	„		$f. = \frac{3}{24}$	„	+	$\frac{5}{24}$ „
4	„		$f. = \frac{4}{24}$	„	+	$\frac{6}{24}$ „
5	„		$f. = \frac{5}{24}$	„	+	$\frac{9}{24}$ „
6	„		$f. = \frac{6}{24}$	„	+	$\frac{10}{24}$ „
7	„		$f. = \frac{7}{24}$	„	+	$\frac{13}{24}$ „
8	„		$f. = \frac{8}{24}$	„	+	$\frac{14}{24}$ „
9	„		$f. = \frac{9}{24}$	„	+	$\frac{17}{24}$ „
10	„		$f. = \frac{10}{24}$	„	+	$\frac{18}{24}$ „
11	„		$f. = \frac{11}{24}$	„	+	$\frac{21}{24}$ „
12	„		$f. = \frac{12}{24}$	„	+	$\frac{22}{24}$ „

Hace algunas décadas de años se sostenía con respecto a las columnas compuestas, el criterio de que la distancia entre las chapas de unión podía llegar a una longitud tal, que cargada una componente de la sección de la columna hasta llegar a la tensión admisible, se podía hallar por la fórmula de Euler la longitud correspondiente utilizando el mismo coeficiente de seguridad que el adoptado para la columna total.

La siguiente aplicación pone en evidencia la temeridad de tal criterio que desprecia el efecto de la mayor deformibilidad de la columna causada por una deficiente unión re sus componentes.

Sea una columna compuesta de dos hierros U N° 30; longitud: 9 m.; distancia de los baricentros de los dos componentes: $h = 25$ cm. De un hierro: $I_x = 8026$ cm⁴; $I_y = 495$ cm⁴; $\Omega_c = 59$ cm²: -

La fórmula de Euler para una seguridad 5, será $J_{\min} = 2,33 P l^2$; cargada la sección a razón de 1000 Kg/cm² resultan 59 Ton.; aplicando la fórmula:

$$l = \sqrt{\frac{J_{\min}}{2,33 P}} = \sqrt{\frac{495}{2,33 \times 59}} = 1.9 \text{ m.}$$

y disponiendo en total 6 uniones, resultan 5 espacios de 1.80 m. Para esta columna calcularemos la carga crítica por el método indicado.

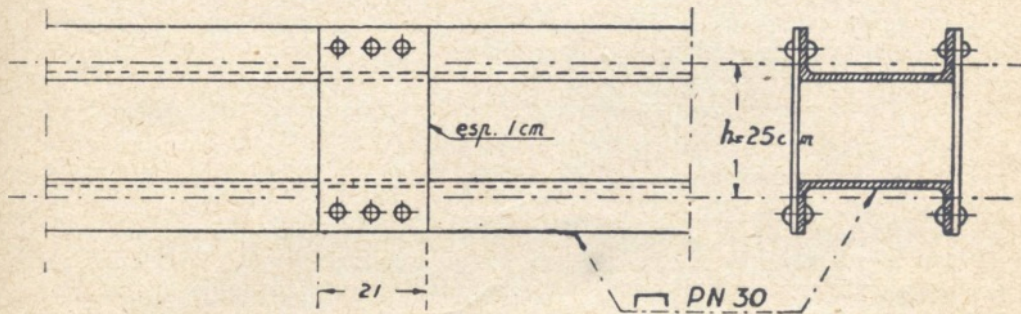


Fig. 15

Previamente hallemos la flecha f , en tal sistema y causada por una carga lateral de 1 Ton. aplicada en el punto medio. El I_u de la chapa de unión conformada de acuerdo a la fig 15 es $I_u = 1540 \text{ cm}^4$ $P_u = 250 \text{ kg}$.

$$f = \frac{5 \times 250 \times 180^3}{24 \times 495 \times 2150000} + \frac{9 \times 250 \times 180^2 \times 25}{24 \times 1540 \times 2150000} + \frac{45 \times 7.50 \times 180^3}{2 \times 25^2 \times 59 \times 215000} = 0,286 + 0,023 + 0,414 = 0,723 \text{ cm.}$$

Empleamos la fórmula (b) y hallamos la carga crítica

$$P_c = \frac{5}{24} \frac{l}{f} = \frac{5}{24} \frac{900}{0,723} = 259 \text{ Ton.}$$

Mientras la fórmula de Euler nos da para la carga crítica según el eje libre y con respecto a cuyo eje el momento de inercia total de la sección es $I_t = 19950 \text{ cm}^4$

$$P_E = \frac{\pi^2 I_t E}{l^2} = \frac{\pi^2 \times 19950 \times 2.150.000}{9000^2} = 524 \text{ Ton.}$$

La deficiente unión de los hierros ha reducido la carga crítica a la mitad del valor que correspondería a una unión suficiente.

Controlemos la carga crítica para la columna compuesta de los mismos perfiles y distancias h , pero proyectadas las chapas de unión de acuerdo al reglamento:

$$i = \frac{l}{r} < 30 \quad r = \sqrt{\frac{I_y}{\Omega_e}} = \sqrt{\frac{495}{59}} = 2,9 \text{ cm.}$$

$l = 30 \times 2,9 = 87 \text{ cm.}$; construimos la columna con 11 chapas de unión, resultando 10 espacios de 90 cm.

$$f = 0,071 + 0,014 + 0,38 = 0,465 \text{ cm.}$$

$$P_c = \frac{5}{24} \frac{l}{f} = \frac{5}{24} \frac{900}{0,465} = 405 \text{ Ton.}$$

Adoptando el coeficiente de seguridad $s = 4$, las cargas admisibles serían: unión perfecta (Euler) $\frac{524 \text{ Ton.}}{4} = 131 \text{ Ton.}$

Primer caso: $\frac{259 \text{ Ton.}}{4} = 65 \text{ Ton.}$

Segundo caso (reglam.) $\frac{405 \text{ Ton.}}{4} = 101 \text{ Ton.}$

La carga crítica de la columna con respecto al eje baricentro de la sección que corta a las secciones componentes es:

$$P_E = \frac{\pi^2 \cdot I_x \cdot E}{900^2} = \frac{\pi^2 \times 8026 \times 2 \times 2150000}{900^2} = 440 \text{ Ton.}$$

resulta la carga admisible $\frac{440 \text{ Ton.}}{4} = 110 \text{ Ton.}$, valor próximo a 101 Ton.

He aquí la razón de la condición del reglamento, que exige que el momento de inercia con respecto al eje libre sea por lo menos en un 10 % superior al momento de inercia con respecto al eje material, porque la unión de los dos perfiles mediante chapas no tiene la misma eficiencia de una sección maciza.

Veamos todavía cómo aplicar el criterio de la fórmula (b) en el caso de una columna cuyos componentes están unidos mediante un enrejado.

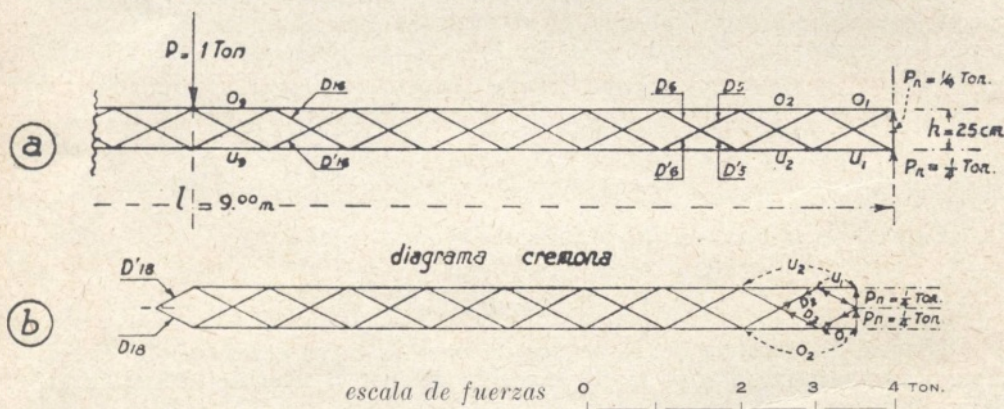


Fig. 16

A fin de obtener datos comparativos se adopta una columna de secciones idénticas al caso tratado anteriormente. Proyectamos al enrejado como muestra la fig. 16, compuesto de diagonales de sección $70 \times 8 \text{ mm}$.

Comenzamos con la determinación de la flecha f , producida por una carga transversal de 1 Ton.; ésta produce en cada extremo de cordón una reacción de 0,25 Ton. y mediante el diagrama de Cremona de la fig. 16 (b) se encuentran los esfuerzos de las distintas barras. Así hallamos para las barras de cordón: 0,5 — 1,5 — 2,5 — 3,5 — 4,5 — 5,5 — 6,5 — 7,5 — 8,5 Ton.; para las diagonales: 0,28 Ton.; constante para todas.

La aplicación de la ecuación de Mohr proporciona la flecha f .

Para las barras de cordón la sección Ω es constante = 59 cm^2 ; la longitud s es constante también = 50 cm ; $E = 2150 \text{ Tem}^2$.

Para las barras de cordón:

$$f_c = \Sigma \frac{S^2 s}{\Omega E} = \frac{s}{\Omega E} \Sigma S^2$$

$$f_c = \frac{50}{59 \times 2150} 4 \Sigma (0.5^2 + 1.5^2 + 2.5^2 + 3.5^2 + 4.5^2 + 5.5^2 + 6.5^2 + 7.5^2 + 8.5^2) = \frac{200}{59 \times 2150} \times 242,5 = 0,383 \text{ cm.}$$

Para las barras diagonales:

$$f_d = \Sigma \frac{S^2 s}{\Omega E} = 72 \frac{0,28^2 \times 55,9}{5,6 \times 2150} = 0,026 \text{ cm.}$$

$$f = f_c + f_d = 0,383 + 0,026 = 0,409 \text{ cm.}$$

aplicando la fórmula (b) hallamos la carga crítica:

$$P_c = \frac{5}{24} \frac{l}{f} = \frac{5}{24} \frac{900}{0,409} = 457 \text{ Ton.}$$

$$\text{carga admisible } \frac{457 \text{ Ton.}}{4} = 114 \text{ Ton.}$$

Comparando esta carga admisible con aquellas calculadas anteriormente se nota que la unión de enrejado es de una eficiencia algo mayor que la unión de chapas proyectadas en concordancia con el reglamento, pero no llega a la equivalencia de una sección homogénea y es lógico este resultado.

La columna solicitada simultáneamente por una carga axial y cargas normales a su eje

Se ha expuesto la teoría de Euler, suponiéndose una excentricidad inicial e de la carga y se establece la ecuación de la elástica del pandeo:

$$y_1 = e + y = e \frac{\operatorname{sen} \frac{x}{K} \operatorname{sen} \frac{1-x}{K}}{\operatorname{sen} \frac{l}{K}}$$

Esta elástica resulta una curva senoidal compuesta, cuyas ordenadas y_1 son proporcionales a la excentricidad e; sin embargo la carga crítica

$$P_c = \frac{\pi^2}{l^2} E I, \text{ es independiente de esa excentricidad. Esto proviene de}$$

que la teoría de Euler contempla solamente el estado límite del equilibrio elástico, con abstracción de las tensiones que se desarrollan, pero si la excentricidad es de importancia, se produce una repartición desigual de las tensiones debido a la flexocompresión, y el valor de estas tensiones podrá determinar una limitación de la carga ya antes de llegarse a la carga crítica reducida por el coeficiente de seguridad.

Para resolver el problema de las tensiones, en este caso no es suficiente calcular solamente con la excentricidad inicial puesto que ésta determina una deformación del eje de la columna, por cuya razón habrá aumentando la excentricidad de la carga con respecto a la sección media. Débese hallar entonces la flecha; la ecuación de la elástica antes citada

da para $x = \frac{l}{2}$ la flecha

$$y_{1 \text{ max}} = e + f = \frac{e}{\cos \frac{1}{2K}} \text{ donde } \frac{1}{K} = \sqrt{\frac{P}{EI}}$$

v podría emplearse solamente para carga excéntrica de dirección axial; pero no es aplicable si la deflexión es producida por cargas normales al eje.

Indicamos con f_0 la flecha producida por esta carga transversal; y debe hallarse todavía el incremento de f_x de la flecha y que produce la aplicación de la carga axial N .

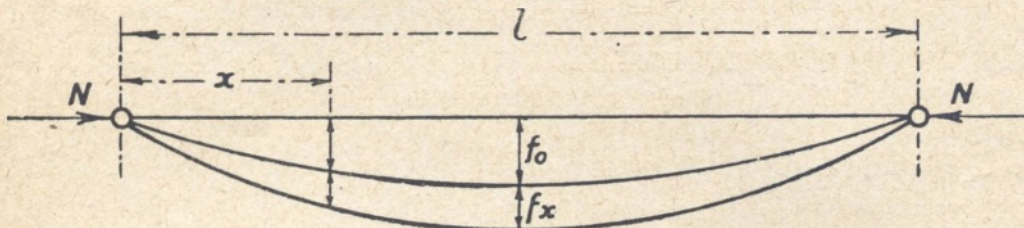


Fig. 17

Con suficiente aproximación puede reemplazarse la elástica combinada de flecha f_0 y flecha f_x por una curva senoidal de flecha $f = f_0 + f_x$.— El momento por la carga axial N para abscisa x será:

$$M_x = Ny = N f \sin \frac{x}{l} \pi$$

La flecha f_0 se determina considerando la columna como una viga de luz l y sometida solamente a una carga transversal. Hallaremos la flecha f_x mediante la ecuación de Mohr, a cuyo efecto en el punto medio se aplica la carga virtual $\bar{1}$; ésta determina para abscisa x el momento virtual $\bar{M}_x = \frac{x}{2}$

$$\bar{1} f_x = \int \frac{\bar{M} M}{E I} dx = 2 \int_0^{l/2} \frac{N f \frac{x}{2} \sin \frac{\pi x}{l} dx}{E I}$$

$$\bar{1} f_x = \frac{N f}{E I} \int_0^{l/2} x \sin \frac{\pi x}{l} dx$$

haciendo $u = x$ resulta $du = dx$

$$dv = \sin \frac{x \pi}{l} dx \quad \therefore \quad v = -\frac{l}{\pi} \cos \frac{x \pi}{l}$$

integrando por partes $\int u dv = u v - \int v du$

$$\bar{1} f_x = \frac{N f}{E I} \left[-\frac{l}{\pi} \frac{\cos \pi x}{\cos} x + \frac{l}{\pi} \int \cos \frac{\pi x}{l} dx \right]_0^{l/2}$$

$$\bar{1} f_x = \frac{N f}{E I} \left[-\frac{l}{\pi} \cos \frac{\pi x}{l} x + \frac{l^2}{\pi^2} \sin \frac{\pi x}{l} \right]_0^{l/2}$$

$$\bar{1} f_x = \frac{N f l^2}{\pi^2 E I}$$

De la fórmula de Euler: tenemos: $P_e = \frac{\pi^2}{l^2} E I$; esto introducido en la anterior nos da: $f_x = \frac{N}{P_e} f$; y finalmente $f = f_0 + f_x = f_0 + \frac{N}{P_e} f$ de donde $f = \frac{P_e}{P_e - N} f_0$ y conocida la excentricidad f , puede resolverse el problema de la flexocompresión.

Veamos una aplicación de este criterio sobre la columna de enrejado de la fig. 16; la carga admisible con seguridad $s = 4$ resultó 114 Ton. y la tensión correspondiente

$$\sigma = \frac{11400}{2 \times 59} = 970 \text{ Kg/cm}^2$$

la carga crítica resultó $P_c = 457$ Ton.

Esta columna, formando parte de una torre metálica, se halla sometida a una carga transversal producida por el viento que vale 6000 kg. repartido uniformemente sobre su longitud: $I = 20000 \text{ cm}^4$; $E = 2,15 \times 10^6$

$$f_0 = \frac{5}{384} \frac{6000 \times 900^3}{20000 \times 2,15 \times 10^6} = 1,33 \text{ cm.}$$

$$f = \frac{P_c}{P_c - N} \times f_0 = \frac{457}{457 - 114} \times 1,33 = 1,77 \text{ cm.}$$

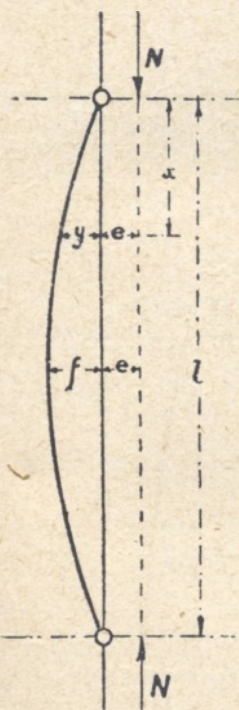


Fig. 18

Momento flector en el medio de la columna:

$$M = Nf + \frac{Pl}{3} = 114000 \times 1,77 + \frac{6000 \times 900}{8} = 202000 + 675000 = 877000 \text{ kgcm.}$$

Carga adicional por el momento

$$N^1 = \frac{M}{h} = \frac{877000 \text{ Kg/cm.}}{25 \text{ cm}} = 35000 \text{ Kg.}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{114000 \text{ Kg}}{2 \times 59 \text{ cm}^2} + \frac{3500 \text{ Kg}}{59 \text{ cm}^2} = 970 + 600 = 1570 \text{ Kg/cm}^2$$

El mismo método de cálculo también puede seguirse en caso que la columna se halle sometida a una carga excéntrica en dirección axial.

Sea en la fig. 18: N la carga de dirección axial con excentricidad e . La resolución de Euler demuestra que la columna se deforma según una curva senoidal compuesta, cuya curva reemplazamos con aproximación suficiente por una curva senoidal simple de flecha igual porque las pequeñísimas diferencias en las ordenadas de las dos curvas en el campo del problema no afectan al valor de los momentos que obran en cada sección; de modo que si indicamos con f la flecha máxima, una

ordenada de la curva referida a ejes ortogonales con origen en la articulación superior, está dada por:

$$y = f \text{ sen } \frac{x}{l} \pi$$

El momento para la abscisa x es:

$$M = (e + y) N$$

para hallar la flecha f aplicamos, según Mohr, una carga virtual $\bar{1}$ en el punto de abscisa $x = \frac{l}{2}$; el momento virtual para abscisa x será entonces

$$\bar{M} = \frac{x}{2}$$

$$\overline{1} f = \int \frac{\overline{M} M dx}{E I} = \frac{N}{2 E I} 2 \int_0^{l/2} e x dx + 2 f \int_0^{l/2} x \sin \frac{x \pi}{l} dx$$

$$f = \frac{N}{2 E I} \left[2 e \frac{l^2}{8} + 2 f \frac{l^2}{\pi^2} \right] = \frac{N l^2}{2 E I \pi^2} \left[\frac{e \pi^2}{4} + 2 f \right]$$

sustituimos $P_c = \frac{l^2}{\pi^2} E I$ (carga crítica, según Euler)

$$f = \frac{N}{2 P_c} \left[\frac{e \pi^2}{4} + 2 f \right]$$

$$f \left(1 - \frac{P_c}{N} \right) = \frac{N}{2 P_c} \cdot \frac{e \pi^2}{4}$$

$$f = \frac{N}{P_c - N} \cdot \frac{e \pi^2}{8}$$

Aplicación. — La misma columna de enrejado tratada anteriormente se halla sometida a una carga axial de 114 Ton. que actúa con excentricidad de 10 cm. $I = 20.000 \text{ cm}^4$; $E = 2,15 \times 10^6$; y hemos hallado $P_c = 457 \text{ Ton.}$

$$f = \frac{114000}{457000 - 114000} \frac{\text{Kg}}{\text{Kg}} \frac{10 \times 10}{8} = 4,15 \text{ cm.}$$

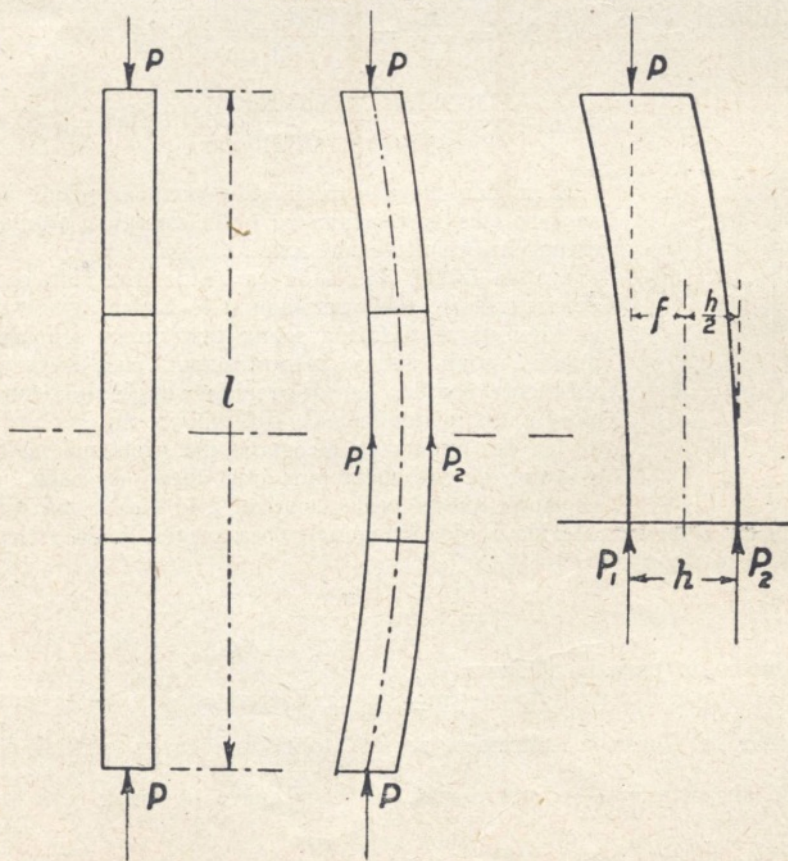


Fig. 19

$$M = (f + e) N = 14,15 \text{ cm} \times 114000 \text{ Kg} = 1610000 \text{ Kg cm}$$

Carga adicional por el momento:

$$N^1 = \pm \frac{M}{h} = \frac{1610000 \text{ Kg/cm}}{25 \text{ cm}} = 64500 \text{ Kg}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{114000 \text{ Kg}}{2 \times 59 \text{ cm}^2} + \frac{64500 \text{ Kg}}{59 \text{ cm}^2} = 970 + 1090 = 2060 \text{ Kg/cm}^2$$

Se deduce de estos ejemplos, que si bien en las columnas la excentricidad de las cargas o también cargas transversales, no afectan la estabilidad elástica de la barra (carga crítica); pueden sin embargo determinar tensiones cuya admisión estaría reñida con la prudencia.

Columnas compuestas de dos secciones. — Criterio de Krohn.

En la teoría de Euler, suponiendo que la pequeña excentricidad e tiende a cero, en la ecuación de la elástica

$$y_1 = e + y = e \left[\frac{\sin \frac{x}{K} + \sin \frac{l-x}{K}}{\sin \frac{l}{K}} \right]$$

y_1 tiende a y , tiende a cero.

Sin embargo los ensayos indican que aun con la centración más cuidadosa de la carga siempre antes de la rotura se produce una deflexión lateral de la columna.

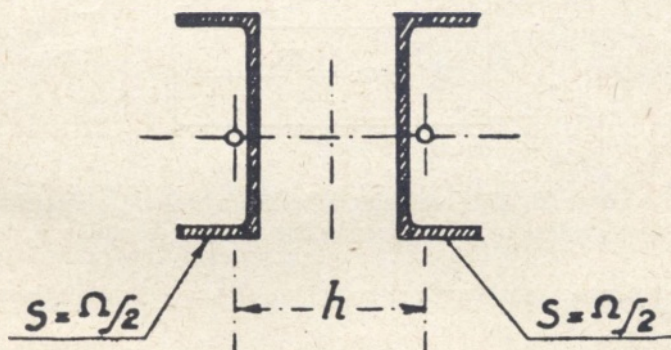


Fig. 20

Esta deformación produce una repartición desigual de la carga sobre ambos componentes de la sección y en la fig. 19 la carga P_1 será mayor que P_2

Tomando momentos con respecto a P_2

$$P_1 h = P \left(\frac{h}{2} + f \right) \therefore P_1 = P \left(\frac{1}{2} + \frac{f}{h} \right) \quad (a)$$

para hallar f , empleamos la fórmula de Tetmayer

$$\sigma_T = 3100 - 11,4 \frac{l}{r} \text{ (acero dulce) que se puede también poner:}$$

$$3100 = \sigma_T + 11,4 \frac{l}{r}$$

$$\text{la tensión por flexocompresión es: } \sigma_{\max} = \frac{P}{\Omega} + \frac{Pf}{W}$$

$$\text{comparando ambas se deduce: } 11,4 \frac{l}{r} = \frac{Pf}{W} \quad (b)$$

Con respecto a una sección compuesta como la fig. 20, con suficiente aproximación, pueden establecerse las siguientes relaciones:

$$I = 2 \frac{h^2}{4} \frac{\Omega}{2} = \frac{h^2 \Omega}{4} ; W = \frac{I}{h/2} = \frac{h^2 \Omega}{4 h/2} = \frac{h \Omega}{2}$$

$$r = \sqrt{\frac{I}{\Omega}} = \sqrt{\frac{h^2}{4}} = \frac{h}{2}$$

de la (b)
$$f = 11,4 \frac{l}{r} \frac{W}{P} = 11,4 \frac{l}{h/2} \cdot \frac{h \Omega}{2} \cdot \frac{1}{\Omega (3100 - 11,4 \frac{l}{h/2})}$$

o sea
$$f = l \frac{1}{272 - \frac{2l}{h}} = l \frac{h}{2 (136 h - l)}$$

esto introducido en la (a) nos da:

$$P_1 = P \left[\frac{1}{2} + \frac{l}{2 (136 h - l)} \right] = P \frac{136 h - l + l}{2 (136 h - l)}$$

$$P_1 = P \frac{68 h}{136 h - l}$$

Para esta carga P_1 debe calcularse la barra aislada al pandeo y si l_1 es la longitud libre entre los remaches de dos chapas de unión o de dos diagonales, la relación de esbeltez de esta barra: $i_1 = \frac{l_1}{r_1}$ naturalmente no debe ser inferior a la relación i correspondiente a la columna en total.

En la relación hallada ponemos:

$$P_1 = P \mu \quad \text{donde} \quad \mu = \frac{68 h}{136 h - l}$$

Si dividimos numerador y denominador por $\frac{h}{2} = r$ y recordando que $\frac{l}{r} = i$ tenemos: $\mu = \frac{136}{272 - i}$ Esto indica que tendiendo i a cero al disminuirse l , recién en tal caso hipotético $\mu = \frac{1}{2}$ y siempre se tendrá

$$\mu > \frac{1}{2}$$

También puede imaginarse l fijo y h creciendo; entonces decrece mejorándose el coeficiente de repartición μ

Por estas consideraciones, Krohn recomienda:

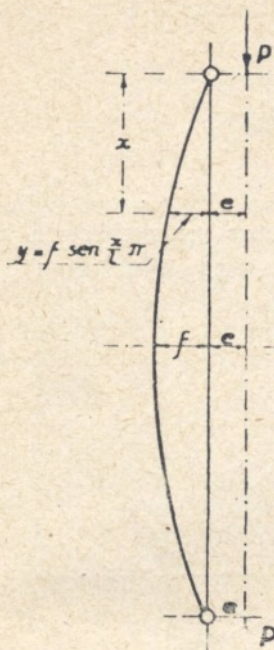


Fig. 21

Sea la fig. 21 la representación de la elástica en el pandeo, el momento para abscisa x será:

$$M_x = P (e + f \sin \frac{\pi x}{l} \pi)$$

El esfuerzo de corte Q está dado por:

$$Q = \frac{dM}{dx} = P.f. \frac{\pi}{l} \cos \frac{\pi x}{l}$$

Conocido f, quedan fijados los Q en un diagrama según una línea de cosenos.

$$\text{para } x = 0 \quad ; \quad Q_{\max} = Pf \frac{\pi}{l}$$

$$\text{para } x = l \quad ; \quad Q_{\min} = P.f. \frac{\pi}{l}$$

$$\text{para } x = \frac{l}{2} \quad ; \quad Q = 0$$

Para hallar f, empleamos, como en el caso anterior la fórmula de Tetmayer. Hemos encontrado ya

$$11,4 \frac{l}{r} = \frac{Pf}{W} \therefore$$

$$f = 11,4 \frac{l}{r} \frac{W}{P}$$

y esto introducido en la expresión de Q max, teniendo en cuenta que

$$W = \frac{h \Omega}{2} \quad ; \quad r = \frac{h}{2}$$

$$Q_{\max.} = 11,4 \frac{\pi W}{r} = 11,4 \pi \Omega \text{ Kg} = \frac{\Omega}{28} \text{ Ton.}$$

donde se recordará que Ω es la sección total en cm^2 . Llamando S la sección parcial, se tendría

$$Q_{\max} = \frac{S}{14} \text{ Ton.}$$

expresión conocida como la fórmula de Krohn.

Con este valor puede trazarse fácilmente el diagrama 2º como se indica en la fig. 22; pero en vista de la hipótesis simplificadora con respecto a la

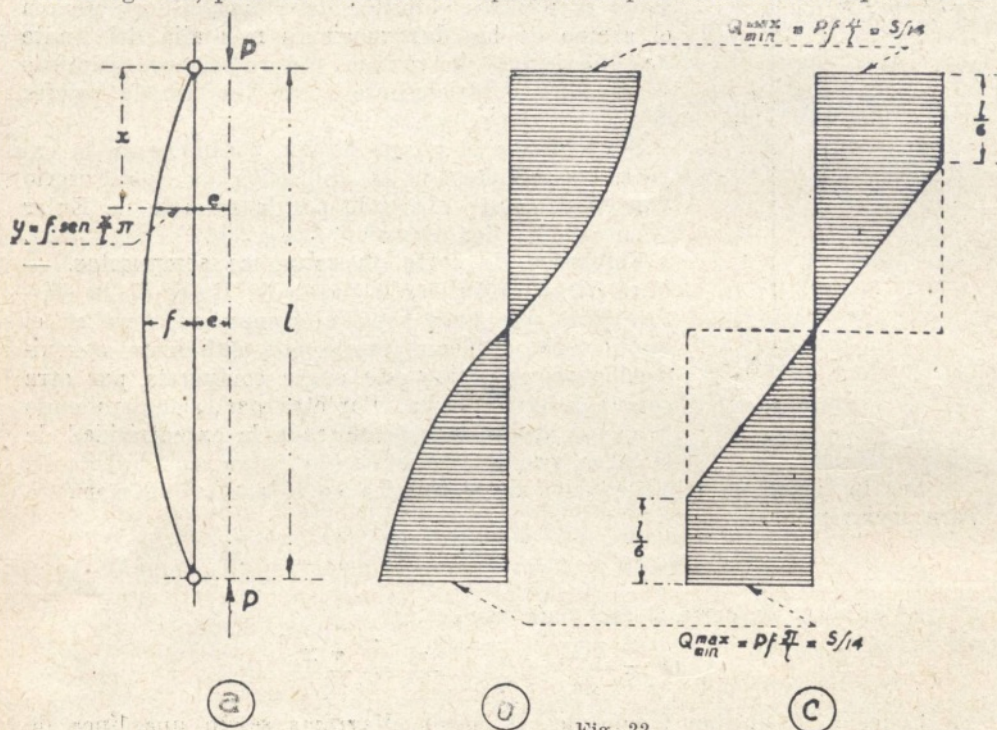


Fig. 22

elástica se reemplaza la línea de coseno por la línea quebrada como se indica en el 3er. digrama de la fig. 22. Además por razones de fácil ejecución se mantienen iguales las uniones de las barras sobre toda la longitud de la columna, lo que equivale a la adopción del diagrama rectangular.

La deducción del esfuerzo de corte se basó en la fórmula de Tetmayer que para relaciones de esbeltez hasta 105 da la tensión de pandeo correspondiente, es decir, en el límite de la estabilidad. Por esta razón al proyectarse las uniones pueden admitirse tensiones próximas al límite de elasticidad, para que la columna en el límite de su resistencia fallare por pandeo antes que fallar por insuficiencia de las uniones.

En cuanto a la validez de este criterio de Krohn, cabe decir lo mismo que se indicó anteriormente.

Mencionaremos todavía las prescripciones sobre este particular dadas por la Asociación Norte Americana de Ings. F. C. en las especificaciones para puentes ferroviarios.

$$Q_{\max} = \frac{P_{\text{adm}}}{100} \left(\frac{100}{l/r + 10} + \frac{l/r}{100} \right)$$

Esta fórmula indica los esfuerzos de corte en términos de carga y tensiones admisibles.

SIMPLIFICACION EN LA DETERMINACION DE LAS MEDIDAS DEL TIRADOR DE UNA MAQUINA DE VAPOR

POR EL ING. ERICO ROSENTHAL

La determinación y uso de las escalas, en los diagramas de Zeuner y Reuleaux-Müller, complican su aplicación. Al tratar el primero de ellos, en el curso de Máquinas que dicto en la Facultad, elimino las escalas mediante el método que a continuación desarrollo. Objeto de este trabajo, es dar a conocer una sencilla posibilidad de hacer algo similar en el diagrama de Reuleaux-Müller, sin recurrir a escalas.

En lo que sigue, se considera al lector familiarizado con ambos diagramas, por lo que sólo se expondrá la concerniente a la determinación del tamaño natural de la excentricidad, recubrimientos, etc.

Diagrama de Zeuner. — El radio de excentricidad, conque es accionado el tirador, valga "r", siendo además el ancho de lumbrera "a", un valor ya determinado con antelación. Entonces la desviación máxima del tirador, a contar desde su posición media, vale:

$$r = e + n.a \quad \dots\dots\dots(1)$$

en que "e" es el recubrimiento externo y "n" un coeficiente, que si tiene el valor "uno", nos dice que el tirador alcanza justamente a abrir la lumbrera, que si es mayor que la unidad, p.ej. 1,1 en nuestra primera figura, la rebasa por 0,1 a y si fuera menor p. ej. 0,9 la lumbrera quedaría tapada por 0,1 a. Tomada una decisión sobre este punto y recordando que generalmente el círculo descrito por la manivela principal, se dibuja con radio de 50 mm. y que el diámetro de los círculos de Zeuner, tienen por diámetro la excentricidad "r" y observando en Fig. 1 que

$$e = r.\cos \beta = OP$$

en la que " β " es el ángulo formado por el radio O-AA y la línea SS' de los puntos muertos del tirador. Como "e" resulta ser la proyección del diámetro "r" del círculo de Zeuner, al poner este valor en la (1), tenemos:

$$r = r.\cos \beta + n.a$$

de la que despejado "r" dá:

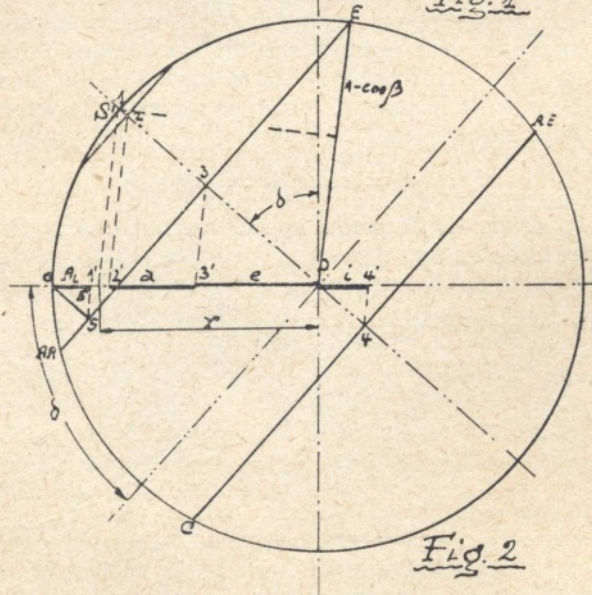
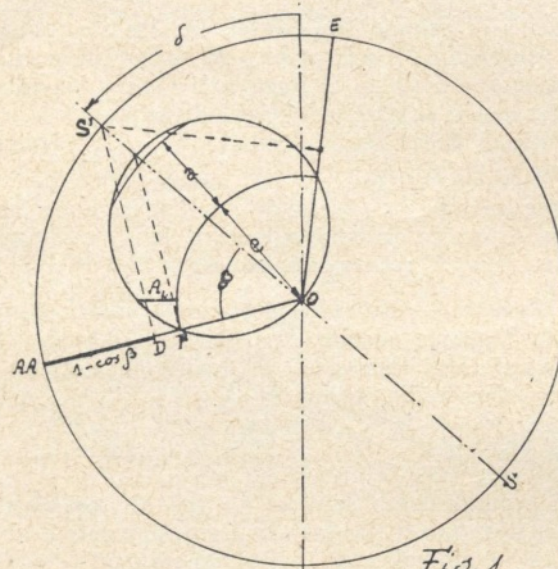
$$r = \frac{n.a}{1 - \cos \beta} \quad \dots\dots\dots(2)$$

Por lo que antecede, el numerador de esta expresión es conocido y su denominador lo obtenemos gráficamente bajando la normal S'D. La distancia OD sería el coseno de β , si el radio del círculo mayor fuera "uno" y AA-D correspondería al denominador, bajo igual condición. Como acontece que el radio es de $\frac{1}{2}$ dm., habrá que multiplicar por 2 los segmentos respectivos; así que al duplicar AA-D tenemos el denominador de (2) y con ello "r".

Usando "r" para trazar el círculo de Zeuner, obtenemos e, i, y también el avance lineal a la admisión A_L , en tamaño natural, y asimismo es fácil ver el valor de n.

Diagrama de Reuleaux-Müller (Fig. 2)

Determinado el radio de excentricidad “ r ”, como en el caso anterior, cosa que se ha hecho en la Fig. 2, sobre OE y tomando el segmento $01' = r$, al unir su extremo $1'$ con S' , las paralelas por los puntos 1, 2, 3, 4 y 5 nos determinan los $1', 2', 3', 4'$ y $5'$ y las distancias, entre ellos, los valores verdaderos de c, i, a, r y al adelanto lineal de la admisión A_L .



Es claro que en vez de usar el diámetro horizontal para obtener los puntos $1', 2', \dots$, podía haberse usado una recta paralela, debajo de la figura, procediendo de modo similar.

Con este método, se evita un nuevo dibujo del diagrama en tamaño natural, como suele ser usual en las fábricas.

SOBRE LA INTEGRACION DE DIFERENCIALES TOTALES ⁽¹⁾

POR FERNANDO L. GASPAR

DEFINICIONES Y NOTACION.

Dada una función $f(x,y)$ de las dos variables independientes x e y , designaremos por $f'_x(x,y)$, $f'_y(x,y)$ sus derivadas parciales respecto de x y de y respectivamente y por $f''_{xx}(x,y)$, $f''_{xy}(x,y)$, $f''_{yy}(x,y)$ sus derivadas parciales segundas respecto de x dos veces, respecto de x y de y y respecto de y dos veces respectivamente. De manera análoga se designarían las derivadas de orden superior.

Dadas dos funciones de dos variables $f(x,y)$ y $\varphi(x,y)$ diremos que las derivadas cruzadas son iguales cuando se verifique:

$$f''_y(x,y) = \varphi'_x(x,y)$$

En cuanto sigue, supondremos que las funciones de las dos variables independientes x e y a que nos referiremos, están definidas en un recinto D , simplemente conexo con derivadas continuas en D ; los caminos de integración son interiores a D .

Es sabido que no toda expresión de la forma $p(x,y)dx + q(x,y)dy$ es una diferencial total ⁽²⁾, es decir, no resulta como diferencial total de una función.

Si existe una función $W(x,y)$ tal que

$$\begin{aligned} W'_x(x,y) &= p(x,y) \\ W'_y(x,y) &= q(x,y) \end{aligned}$$

siendo $p(x,y)$ y $q(x,y)$ funciones uniformes de las variables independientes x e y (es decir, que a cada par x,y corresponde un sólo valor de la función) y continuas, así como sus derivadas $p'_y(x,y)$ y $q'_x(x,y)$ ⁽³⁾, se dice que la expresión $p(x,y)dx + q(x,y)dy$ es la diferencial total de $W(x,y)$; o también que es una diferencial exacta y se tiene que

$$dW(x,y) = p(x,y)dx + q(x,y)dy$$

También en el problema de la función primitiva, se presenta alguna novedad al pasar de una a más variables.

En el caso de una variable, dadas dos funciones $F(x)$ y $f(x)$ tales que $F'(x) = f(x)$, se dice que $F(x)$ es función primitiva de $f(x)$ y el aporte

(1) El presente artículo tiene carácter didáctico. Ha sido inspirado en una conferencia sobre el tema escuchada al profesor Rey Pastor.

(2) Esta denominación se usa, a veces, indebidamente, en sentido demasiado amplio, en contradicción con la definición de diferencial total de una función diferenciable. Justamente conviene evitar esa confusión y destacar la diferencia existente entre el caso de una y el de varias variables. En el caso de una variable, toda función derivable es diferenciable; no ocurre lo mismo al pasar a más variables.

(3) Adoptamos aquí la hipótesis más sencilla que es la continuidad de las derivadas, pero la definición diferencial de Thomae (Einleitung in die Theorie der bestimmten Integrale, pág. 37), impropriamente atribuida a Stolz, es más general. Puede verse en:

Ch. J. de La Vallée Poussin: Cours d'Analyse Infinitésimale, t. I, 8ª ed. (París, 1938), pág. 112.

Beppo Levi: Analisi Matematica (Bologna, 1937), pág. 431.

J. Rey Pastor: Elementos de la teoría de funciones (Buenos Aires, 1942), pág. 251.

E. W. Hobson: The Theory of Functions of a Real Variable, vol. I, 3ª ed. (Cambridge, 1927), pág. 417.

genial de Barrow (1669), que abrió ancho cauce a las aplicaciones del cálculo integral, fué reducir el cálculo de la integral definida entre a y b de la función $f(x)$ a la diferencia entre los valores que toma en los puntos b y a la función primitiva, es decir, que:

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

Por lo tanto, el cálculo de la integral definida de una función entre dos puntos, se reduce al problema inverso de la derivación: calcular una función conocida su derivada.

Algo análogo ocurre al pasar al campo de dos variables aunque, en este caso, no tiene sentido hablar de *función primitiva de una sola función* $p(x,y)$, pero sí lo tiene hablar de *función primitiva del par ordenado de funciones* $p(x,y)$, $q(x,y)$, la cual suele llamarse también *función potencial*.

Ello ocurrirá cuando exista una función $W(x,y)$ tal que se verifique

$$\begin{aligned} W'_x(x,y) &= p(x,y) \\ W'_y(x,y) &= q(x,y) \end{aligned}$$

Entonces se dice que $W(x,y)$ es *función primitiva* o *función potencial* del par ordenado de funciones $p(x,y)$, $q(x,y)$.

Vamos a demostrar el siguiente teorema, del que haremos uso más adelante.

Si dos funciones uniformes de dos variables (lo mismo ocurre en el caso de más variables) tienen iguales derivadas parciales en el recinto D , difieren en una constante y recíprocamente.

Demostración:

Sean las funciones $W(x,y)$ y $V(x,y)$ tales que

$$\begin{aligned} W'_x(x,y) &= V'_x(x,y) = p(x,y) \\ W'_y(x,y) &= V'_y(x,y) = q(x,y) \end{aligned}$$

Formemos la función diferencia

$$Z(x,y) = W(x,y) - V(x,y)$$

al ser

$$\hat{Z}'_x(x,y) = 0 \quad ; \quad Z'_y(x,y) = 0$$

resulta $Z(x,y)$ independiente de x y de y , por lo tanto, constante, es decir

$$W(x,y) - V(x,y) = \text{constante}$$

Se ve pues que, lo mismo que en el caso de una variable, si existe una función primitiva o función potencial, del par de funciones $p(x,y)$, $q(x,y)$ existen infinitas.

Veamos, ahora, el teorema fundamental (directo y recíproco) que da la condición necesaria y suficiente para la existencia de primitiva.

Directo:

Teorema 1.— *Si existe una función potencial del par de funciones $p(x,y)$, $q(x,y)$ se verifica la igualdad de las derivadas cruzadas, es decir,*

$$p'_y(x,y) = q'_x(x,y)$$

si estas son continuas.

Demostración:

Si existe la función potencial $W(x,y)$ es:

$$\begin{aligned} W'_x(x,y) &= p(x,y) \\ W'_y(x,y) &= q(x,y) \end{aligned}$$

7, por tanto,

$$\begin{aligned} p'_y(x,y) &= W''_{xy}(x,y) \\ q'_x(x,y) &= W''_{yx}(x,y) \end{aligned}$$

y, en virtud de la continuidad de estas derivadas segundas, es:

$$W''_{xy}(x,y) = W''_{yx}(x,y)$$

es decir

$$p'_y(x,y) = q'_x(x,y)$$

y el teorema queda demostrado.

Recíproco:

Teorema 2. — *Dado el par de funciones $p(x,y)$, $q(x,y)$ uniformes en un intervalo, si en él se verifica la igualdad de las derivadas cruzadas, es decir si es:*

$$p'_y(x,y) = q'_x(x,y) \quad [1]$$

y estas derivadas son continuas, existe función potencial uniforme de dicho par de funciones.

Demostración:

La integral curvilínea

$$\int_{x_0, y_0}^{x, y} p(x,y)dx + q(x,y)dy$$

fijando un camino formado por dos segmentos paralelos a los ejes de coordenadas, dentro del recinto, es función uniforme de (x,y) . El valor integral varía al variar el par x,y y para cada par x,y corresponde un solo valor de la integral puesto que se ha fijado el camino. Teniendo en cuenta que al integrar respecto de x esta varía de x_0 a x permaneciendo y fijo e igual a y_0 y que al integrar respecto de y , esta varía de y_0 a y permaneciendo x fijo, en el punto x extremo superior de la integral anterior, podemos escribir:

$$V(x,y) = \int_{x_0}^x p(x,y_0)dx + \int_{y_0}^y q(x,y)dy \quad [2]$$

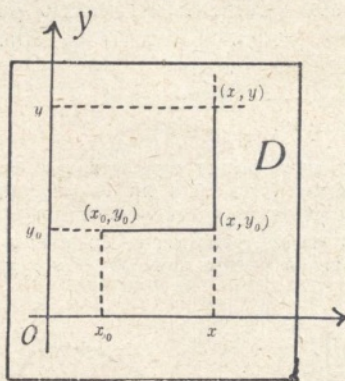


Fig. 1

Recordemos las reglas de la derivación de una función dada en forma de integral:

1) Si x es la variable, y la función es:

$$\int_{x_0}^x p(x)dx, \text{ siendo } p(x) \text{ continua, la derivada es el integrando } p(x). \text{ (Regla de Barrow).}$$

2) Si x es parámetro, y la función es:

$$\int_{t_0}^{t_1} q(x,t)dt, \text{ con derivada continua } q'_x(x,t) \text{ se deriva bajo el signo integral. (Regla de Leibniz).}$$

Para derivar $V(x,y)$ respecto de y se conserva fijo x y resulta:

$$V'_y(x,y) = q(x,y) \quad [3]$$

puesto que, al derivar, en el segundo miembro de la igualdad [2] la primer integral se anula, pues en ella no interviene la y , y en la segunda integral, siendo x parámetro, la derivada es el integrando, por la regla primera.

La derivada de $V(x,y)$ respecto de x , también es inmediata; ahora y se conserva fijo; resulta:

$$V'_x(x,y) = p(x,y_0) + \int_{y_0}^y q'_x(x,y)dy \quad [4]$$

puesto que, al derivar, en el segundo miembro de la igualdad [2] la derivada de la primer integral es el integrando y en la segunda, siendo x parámetro, se deriva bajo el signo de integral.

Habiendo supuesto que se verifica la igualdad [1], podemos escribir a la [4] así:

$$V'_x(x,y) = p(x,y_0) + \int_{y_0}^y p'_y(x,y)dy = p(x,y_0) + [p(x,y) - p(x,y_0)]$$

es decir,

$$V'_x(x,y) = p(x,y) \quad [5]$$

En virtud de [3] y [5] la función $V(x,y)$, definida según la [2], es función potencial del par de funciones $p(x,y)$, $q(x,y)$ y como, por lo ya demostrado, cualquier otra función potencial del mismo par de funciones diferirá de $V(x,y)$ en una constante, podemos escribir la función potencial más general, de dicho par, de la siguiente manera:

$$W(x,y) = V(x,y) + C \quad (C = \text{constante})$$

y el teorema queda demostrado.

Nota. — Hemos supuesto, para mayor sencillez, que D es un intervalo, es decir, un rectángulo de lados paralelos a los ejes, a fin de que todo punto (x,y) interior a D , pueda unirse con el origen elegido (x_0, y_0) mediante una quebrada de dos segmentos paralelos a los ejes. Si tal no sucede, como se ve en la nueva figura, será preciso fijar para cada punto (x,y) la quebrada que lo une con (x_0, y_0) y la integral se descompone en una suma de integrales:

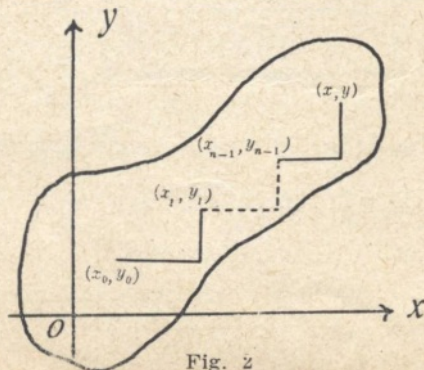


Fig. 2

$$\int_{x_0, y_0}^{x, y} p(x, y) dx + q(x, y) dy = \int_{x_0, y_0}^{x_1, y_1} p(x, y) dx + q(x, y) dy + \dots +$$

$$+ \int_{x_{n-2}, y_{n-2}}^{x_{n-1}, y_{n-1}} p(x, y) dx + q(x, y) dy + \int_{x_{n-1}, y_{n-1}}^{x, y} p(x, y) dx + q(x, y) dy$$

Las $n-1$ primeras integrales curvilíneas del segundo miembro, al ser sus extremos fijos, se calculan y cada una de ellas es un número; su suma es otro número A y, por tanto,

$$\int_{x_0, y_0}^{x, y} p(x, y) dx + q(x, y) dy = A + \int_{x_{n-1}, y_{n-1}}^{x, y} p(x, y) dx + q(x, y) dy$$

con lo cual hemos llevado el problema al caso estudiado anteriormente. No nos detendremos más en ello, ni tampoco nos ocuparemos de los recintos de varios contornos, llamados **múltiplemente conexos**, por ser el caso más frecuente y sencillo que las funciones estén definidas en todo el plano o, al menos, en un intervalo y, entonces, es aplicable la demostración dada del teorema.

Veamos, ahora, el significado de la existencia de función primitiva, en el cálculo de la integral curvilínea.

Teorema 3. — *Si existe función potencial uniforme $W(x, y)$, del par de funciones $p(x, y)$, $q(x, y)$, en el recinto D , la integral curvilínea entre dos puntos es independiente del camino de integración interior a D y es igual al incremento de $W(x, y)$ entre sus extremos; por tanto, a lo largo de un contorno cerrado es nula.*

Demostración:

Por hipótesis, existe la función $W(x, y)$, tal que

$$W'_x(x, y) = p(x, y)$$

$$W'_y(x, y) = q(x, y)$$

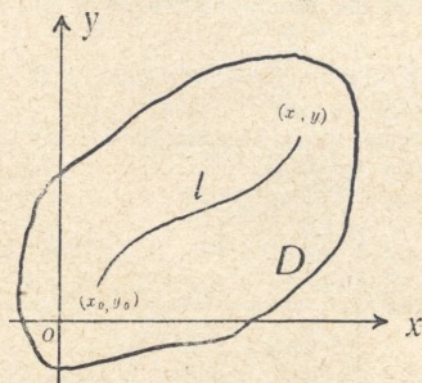


Fig. 3

Por lo tanto, la integral

$$\int_l p(x, y) dx + q(x, y) dy$$

se transforma en esta otra

$$\int_{x_0, y_0}^{x_1, y_1} W'_x(x, y) dx + W'_y(x, y) dy = \int_{x_0, y_0}^{x_1, y_1} d W(x, y) = W(x_1, y_1) - W(x_0, y_0)$$

En efecto; si $x = x(t)$, $y = y(t)$ son las ecuaciones paramétricas de la curva l , a lo largo de la cual debe efectuarse la integración, resultará que

$$\begin{aligned} p(x, y) dx + q(x, y) dy &= \left\{ p[x(t), y(t)] x'(t) + q[x(t), y(t)] y'(t) \right\} dt \\ &= \left\{ W'_x[x(t), y(t)] + W'_y[x(t), y(t)] \right\} dt \\ &= W'(t) dt = d W(t) \end{aligned}$$

y si t_0 es el valor de t que corresponde al punto (x_0, y_0) y t_1 al (x_1, y_1) , la integral curvilínea se convierte en la siguiente integral definida.

$$\int_{t_0}^{t_1} d W(t) = W(t_1) - W(t_0) = W(x_1, y_1) - W(x_0, y_0)$$

y el teorema ha quedado demostrado.

Recíproco:

Teorema 4.— Si la integral curvilínea del par de funciones $p(x, y)$, $q(x, y)$ es independiente del camino de integración, o sea, nula a lo largo de toda curva cerrada, existe función potencial de dicho par.

Ni siquiera es preciso suponer la anulación de la integral a lo largo de toda curva cerrada; pues basta la anulación para todos los contornos rectangulares, es decir, si designamos por R a un contorno rectangular y por C a un circuito cualquiera, si se verifica

$$\int_R p(x, y) dx + q(x, y) dy = 0$$

vamos a demostrar que existe función potencial y que también se verifica

$$\int_C p(x, y) dx + q(x, y) dy = 0 \quad [6]$$

Por lo tanto, el teorema queda demostrado si demostramos este otro:

Si son nulas las integrales de $p(x, y) dx + q(x, y) dy$, a lo largo de todos los contornos rectangulares de lados paralelos a los ejes contenidos en el recinto

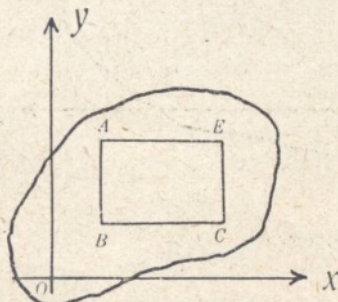


Fig. 4

D , en que está definido ese par de funciones, existe función potencial de dicho par y la expresión $p(x, y) dx + q(x, y) dy$ es una diferencial exacta.

Demostración:

En virtud de la hipótesis, la integral a lo largo del contorno rectangular ABCE es nula, por tanto,

$$\int_{ABC} p(x,y)dx + q(x,y)dy + \int_{CEA} p(x,y)dx + q(x,y)dy = 0$$

o, lo que es igual, invirtiendo el camino en la segunda integral,

$$\int_{ABC} p(x,y)dx + q(x,y)dy - \int_{AEC} p(x,y)dx + q(x,y)dy = 0$$

es decir,

$$\int_{ABC} p(x,y)dx + q(x,y)dy = \int_{AEC} p(x,y)dx + q(x,y)dy$$

Si calculamos la integral de $p(x,y)dx + q(x,y)dy$ a lo largo de una poligonal de lados paralelos a los ejes contenida en D , desde un punto fijo (x_0, y_0) hasta un punto variable (x, y) , esta integral es una función de (x, y) ; podemos por tanto, escribir:

$$V(x, y) = \int_{x_0, y_0}^{x, y} p(x, y)dx + q(x, y)dy \quad [7]$$

y como el valor de la integral es el mismo para cualquier quebrada que una ambos puntos, $V(x, y)$ es función uniforme de x e y .

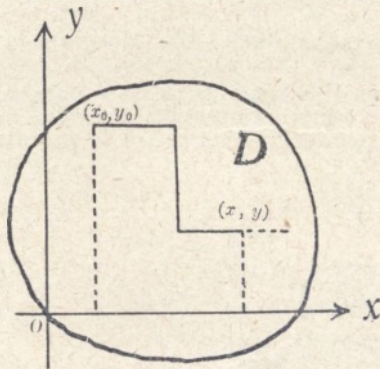


Fig. 5

Derivemos $V(x, y)$ respecto de x ; y permanece fijo, para ello prolongaremos la poligonal desde (x, y) paralelamente al eje x ; entonces, al derivar, la segunda integral es nula y la derivada de la primera es el integrando, es decir,

$$V'_x(x, y) = p(x, y) \quad [8]$$

Al derivar $V(x, y)$ respecto de y , x permanece fija; para ello prolongaremos la poligonal desde (x, y) , paralelamente al eje y ; entonces, la primera integral es nula y la derivada de la segunda es el integrando, es decir,

$$V'_y(x, y) = q(x, y) \quad [9]$$

Por consiguiente la función $V(x, y)$, definida por la [7], es función potencial del par $p(x, y)$, $q(x, y)$ y como, por lo ya demostrado, si existe una función potencial existen infinitas, discrepando dos cualesquiera en una cons-

tante, la función potencial, más general, de dicho par de funciones, será la siguiente:

$$W(x,y) = V(x,y) + C \quad (C = \text{constante})$$

Resulta también, en virtud de [8] y [9], que la expresión $p(x,y)dx + q(x,y)dy$ es una diferencial exacta.

Luego la integral

$$\int_{x_0, y_0}^{x_1, y_1} p(x,y) dx + q(x,y) dy$$

se puede escribir así, independientemente del camino:

$$\int_{x_0, y_0}^{x_1, y_1} dW(x,y) = W(x_1, y_1) - W(x_0, y_0)$$

En particular si C es el contorno de un dominio simplemente conexo

$$\int_C p(x,y)dx + q(x,y)dy = 0$$

Nota. — En el caso general de recinto simplemente conexo (es decir de un solo contorno) fijados dos puntos (x_0, y_0) , (x, y) , interiores al recinto, el valor de la integral es el mismo para toda poligonal de lados paralelos a los ejes, que una dichos puntos, pues se pasa de una poligonal a otra sustituyendo dos lados consecutivos de un rectángulo por los otros dos, lo que es legítimo hacer por lo anteriormente demostrado.

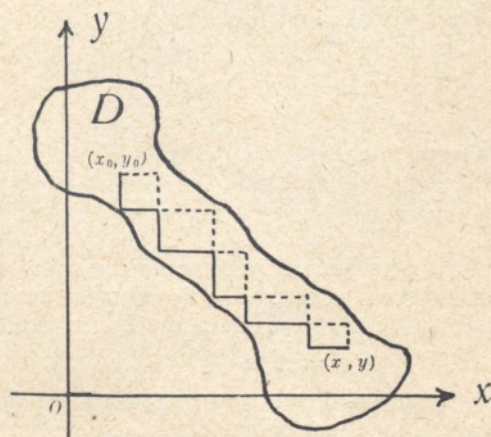


Fig. 6.

Finalmente, como consecuencia inmediata de los teoremas anteriores, re-

sultan éstos, que también pueden demostrarse directamente ⁽⁴⁾.

Teorema 5. — Si la integral de $p(x,y)dx + q(x,y)dy$ a lo largo de todo contorno rectangular es nula, se verifica la igualdad de las derivadas cruzadas, es decir,

$$p'_y(x,y) = q'_x(x,y)$$

Demostración:

Este teorema es corolario de los anteriores: Si se verifica la hipótesis, por el teorema 4, resulta la existencia de función potencial del par $p(x,y)$, $q(x,y)$ y, entonces, por el teorema 1, queda demostrada la tesis.

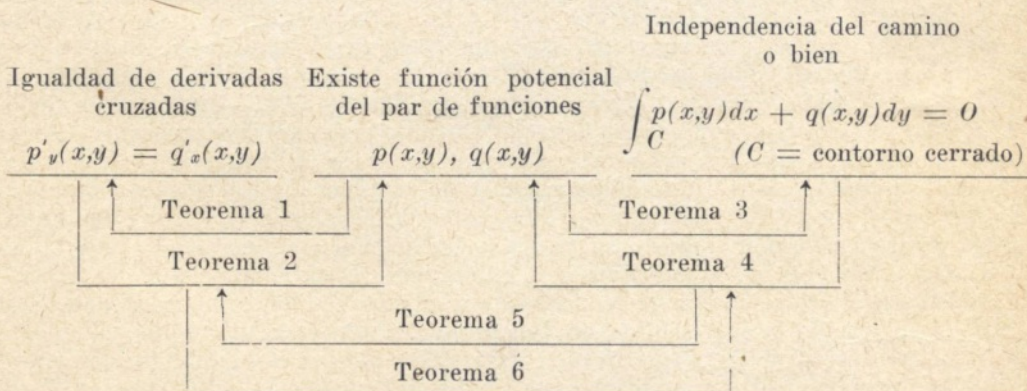
Recíproco:

Teorema 6. — Si se verifica la igualdad de las derivadas cruzadas $p'_y(x,y) = q'_x(x,y)$, del par de funciones $p(x,y)$, $q(x,y)$, y estas derivadas son continuas, la integral curvilínea de $p(x,y)dx + q(x,y)dy$ es independiente del camino de integración y, por tanto, nula a lo largo de todo contorno cerrado contenido en el recinto en que está definido dicho par de funciones.

Demostración:

También este teorema es corolario de los anteriores: Si se verifica la hipótesis, por el teorema 2, resulta que existe función potencial del par de funciones $p(x,y)$, $q(x,y)$ y, entonces, por el teorema 3, queda demostrada la tesis.

Los teoremas demostrados permiten construir el siguiente cuadro esquemático:



(4) Basta aplicar la fórmula de Riemann (o de Stokes)

$$\iint_D [q'_x(x,y) - p'_y(x,y)] dx dy = \int_C p(x,y)dx + q(x,y)dy$$

y resulta, inmediatamente la anulación

$$\int_C p(x,y)dx + q(x,y)dy = 0$$

de la igualdad de derivadas cruzadas. Este método tiene la ventaja de dar el valor de la integral curvilínea cuando no son iguales las derivadas cruzadas, es decir, cuando existe un rotor $q'_x(x,y) - p'_y(x,y) \neq 0$.

Prescindimos de las importantes aplicaciones en Mecánica de flúidos y del caso de potencial no uniforme. (v. J. Rey Pastor, *Aplicaciones físicas y técnicas de las funciones de variable compleja*, Buenos Aires, 1938).

FORMACION MATEMATICA

POR EL DR. BEPPO LEVI
DIRECTOR DEL INSTITUTO DE MATEMÁTICAS

¿Qué es matemática?

Tengo aquí un libro que ha llegado a mis manos en estos días "**Engineering Preview — An Introduction to Engineering, including the necessary review of Science and Mathematics** — Macmillan - 1945". Como lo anuncia el título, un capítulo, debido a R. Oldenburger, profesor en el Instituto de Tecnología de Illinois, está dedicado a la matemática y se titula precisamente: "**Matemática, instrumento general de la ingeniería**". Tenemos pues ya allí una respuesta; el autor nos estimula aun más con las palabras: "Si Vds. desean construir o mantener algún artefacto como un puente, un generador eléctrico, un aeroplano o una planta para craking, o si Vds. desean añadir a las comodidades del hombre alguna invención científica original, tendrán necesidad de la matemática". Por otra parte la ingeniería comprende toda la ciencia aplicada; y el lector no tiene tampoco necesidad de esta consideración para adelantarse a decirnos que más o menos las mismas palabras las encontraríamos en cualquier otro libro que emprendiera el mismo programa de **Engineering Preview** con respecto a la física, a la química, a la economía, a la estadística, etc.

Sin embargo, he aquí otro libro que toma precisamente por título nuestra pregunta "**What is mathematics?**" por R. Courant y H. Robbins, de la New York University (Oxford University Press - 1941) en cuyo prefacio Courant empieza con las palabras: "Durante más de dos mil años cierta familiaridad con los métodos y los resultados de la matemática han sido considerados como parte indispensable del equipo intelectual de cualquier persona culta. Hoy día, algunos dirigentes de la educación están intentando remover la matemática de su posición tradicional; eso no puede imputarse exclusivamente a repugnancia o a ignorancia. Desgraciadamente los representantes profesionales de la matemática comparten la responsabilidad. La enseñanza de la matemática ha degenerado a veces en una vacía maniobra de resolver problemas que pueden desarrollar alguna habilidad formal, pero no llevan a real comprensión o a mayor independencia intelectual". Y es posible que alguien que examina críticamente la porción de matemática que **Engineering Preview** designa como "la matemática necesaria para entender y resolver un gran número de problemas de ingeniería", se encuentre con dificultad para decidirse entre los dos bandos de los admiradores o de los opositores de la matemática. Pues, después de haber puesto de lado algunos párrafos que rinden homenaje a costumbres radicadas en la enseñanza elemental, pero que muy poco interesan al ingeniero como tal, quedan poco más que algunas reglas de cálculo práctico; y usar tablas, y hacer sumas y productos no es matemática; además de que la industria mecánica piensa cada día más en descargarnos de esas penas.

No entienda el lector nuestras últimas palabras como una crítica hostil contra un libro interesante en muchos respectos; un crítica que estaría aquí totalmente fuera de nuestro argumento y de nuestras intenciones. Por lo contrario nos será suficiente dar vuelta a algunas páginas para encontrar en otro capítulo del mismo **Engineering Preview**, donde ya no es propósito

hablar de matemática, las palabras que nos señalan la guía que vamos buscando. En **Outlines in Science and Engineering** L. E. Grinter expresa: "La ingeniería no es un casillero del cual Vds. sacan hechos y figuras que se aplican directamente al problema que está delante de Vds. El mismo problema raramente se presenta dos veces... Los manuales de ingeniería fallan cuando nos enfrentamos con tales complejas situaciones. La inteligencia, fundada sobre un completo conocimiento de la teoría y la familiaridad con una buena práctica es el único fundamento...".

Cuenta Giorgio Vasari en su libro "Le vite dei più celebri pittori, scultori e architetti", que en los primeros años del siglo XV se trataba en Florencia de construir la bóveda de la iglesia de Santa María del Fiore, la que quedaba por hacer a la muerte de su primer ideador Arnolfo Lapi; la cual bóveda por lo ancho y lo alto superaba todo lo que la ingeniería hubiera hasta entonces intentado. Y cuenta como, modificando el primitivo proyecto lograra Filipe Brunelleschi, después de muchos silenciosos estudios y modelos, llevar a cabo esa obra insigne. Es muy dudable que un ingeniero de hoy encontrara en un manual de construcciones los datos prácticos perfectamente preparados para esa empresa, pues encontrará más fácilmente el modo de armarla en hierro; pero si tuviera la necesidad de construirla en piedras y ladrillos, es posible que encontraría en algún tratado de estabilidad indicaciones suficientes para un cálculo más o menos manualístico. Lo interesante es que tal tratado no podía existir para Brunelleschi y que la obra pudo concluirse por la invención de una singular inteligencia razonando sobre elementos mecánicos que le eran proporcionados por la observación, la reflexión, la costumbre, la intuición de su arte. Y eso es matemática. Que, si alguien argumentara que yo uso aquí la palabra matemática en un sentido un poco extendido ad hoc, bastará hacerle notar que exactamente en ese siglo y por obra de artistas nace la estática, la perspectiva y la descriptiva: Leon Battista Alberti, Piero della Francesca, Dürer, hasta Leonardo de Vinci.

Sin duda, en la forma que va tomando nuestra civilización, siempre menos probable parece hacerse la obra nueva y original, siempre más parece afirmarse la obra standard que puede apoyarse esencialmente sobre ensayos experimentales y sobre la máquina calculadora; pero podemos pensar que el uso de la inteligencia cuesta menos en capitales y satisface más al espíritu. Y allí está la diferencia entre los que creen y los que no creen en la matemática.

El primer capítulo del libro citado de Courant y Robbins empieza con un ensayo de definición de la matemática: "La matemática, como expresión del humano pensamiento, refleja la voluntad activa, la razón contempladora y el deseo de perfección estética. Sus elementos básicos son la lógica y la intuición, el análisis y la construcción, la generalidad y la individualidad. Aunque tradiciones diferentes puedan considerar con más énfasis uno que otro de estos distintos aspectos, solo es la interacción de estas fuerzas antitéticas y la lucha para su síntesis lo que constituye la vida, la utilidad y el valor supremo de la ciencia matemática". Queremos comentar un poco estas palabras, pues su perfecta interpretación nos dará, según pensamos, la respuesta que estamos buscando.

Absurdo es colocar la matemática como ciencia entre las muchas; y lo dice el hecho que más o menos todas —y diríamos también muchos movimientos del espíritu que no se clasifican entre las ciencias— apelan a ella; matemática es una forma del pensar. Es imposible definir el pensamiento como no se pueden definir los movimientos del alma; el pensamiento es algo que surge de nuestro interior como contrapuesto al mundo fenoménico.

Este último no puede darnos sino hechos y sucesión de hechos; que esta sucesión sea relación de causa y efecto, que ella obedezca a leyes físicas u otras, esto lo decimos nosotros; y cualquiera sea la teoría filosófica a la cual queramos adherirnos, no podemos escapar a la visión de esos dos mundos curiosamente independientes y curiosamente coincidentes. Esperar racionalmente que algo acontezca, que algo sea cierto, es una potencia sublime y maravillosa de nuestra mente que no puede reducirse a una simple afirmación, a una costumbre, a un tropismo. Por mucho que la interpretación unilateralmente materialista del universo pueda llevarse adelante, no puede explicar la formación de conceptos generales, sin representación material directa, no puede explicar que aguardamos lo todavía no experimentado. El descubrimiento esencial de la filosofía griega ha sido que esta potencia le permitía a la mente de encerrarse en sí misma y seguir adelante de conclusión en conclusión, sin mayormente dirigirse al exterior mundo fenoménico, pero sin perder la coincidencia con él, lo que fué una razón para separar la matemática del dictado experimental. Los elementos de Euclides son el primer monumento que nos haya sido transmitido de esa separación; y es por ella que los autores de **What is mathematics?** expresan: la razón contempladora, la lógica y la intuición.

Es verdaderamente la lógica, si queremos especificar más, la lógica deductiva, esta potencia de la mente. Si únicamente el mundo fuese estático toda nuestra función intelectual se reduciría a afirmar lo que es, y eventualmente a un inútil trabajo de clasificación, si es que el pensamiento del hombre tuviera esta necesidad de poner por su parte un orden formal en las cosas. Al suponer el mundo exclusivamente experimental, sólo extendemos esta estabilidad en la dimensión del tiempo. Pero si el mundo es racional, entonces ya somos hombres que podemos atrevernos a prever, es decir a pensar en forma consecuencial; y es cosa verdaderamente maravillosa que podamos aceptar la racionalidad del mundo como dogma, pues únicamente por creer en ella, y porque ella se realiza con buena aproximación en la mayoría de los casos, nosotros podemos vivir humanamente. Pero esa lógica no es precisamente la aristotélica, aun cuando ésta se llame deductiva, pues esta última no va más allá de la clasificación de los juicios y de su expresión gramatical, sometidos a una observación estática experimental, a la par de los objetos materiales de los cuales los mismos juicios parecen derivar; es por contrario la lógica matemática que mira a la formación de los juicios desde el interior. Y matemáticos somos más o menos todos, pues no es la expresión por fórmulas y números lo que constituye la matemática.

La cultura matemática no es más que el ejercicio y el desarrollo de esta facultad de nuestra mente para formar conceptos y juicios coherentes independientemente de las apariencias del mundo que nos envuelve. Quien ha trabajado con ahinco en largas series de deducciones ha aprendido cuan difícil es el arte, ha aprendido los cuidados que son necesarios para evitar las conclusiones apresuradas, ha aprendido a distinguir entre la seudointuición y la consecuencia racional, entre lo auspiciado y lo cierto. Pero aquí es necesaria una reflexión: muchas veces los panegiristas de la matemática han aclamado a su valor para la educación del rigor lógico, entendiéndolo éste en un sentido escolástico, palabrero, formal, combinatorio; se ha llegado a prescindir del significado intuitivo de las proposiciones de partida dando a la deducción matemática un contenido no mayor que al desplazamiento de los peones sobre el tablero del ajedrez. No es esto, en nuestro entender, la matemática. Como expresa Courant en el libro citado "Una seria amenaza a la verdadera vida de la ciencia está implicada en la afirmación que la matemática no es más que un sistema de conclusiones deducidas de definicio-

nes y postulados que deben ser compatibles, pero pueden ser creados por la libre voluntad del matemático. Si esta descripción fuera exacta, la matemática no podría atraer cualquier persona inteligente. Ella sería un juego con definiciones, reglas y silogismos sin razón y sin fin. La idea de que el intelecto puede crear sistemas postulativos según su capricho es una engañosa ilusión. Únicamente bajo la disciplina de la responsabilidad de un todo orgánico, únicamente guiados por una intrínseca necesidad, puede la mente libre alcanzar resultados de valor científico. Como lo dice Hermite, nosotros somos los servidores, o los dueños de la verdad”.

Para que esa maravillosa facultad racionativa de nuestra mente pueda inspirarnos la satisfacción de un trabajo cumplido, la satisfacción estética de una armonía conseguida, es necesario que no le falte, directa o indirectamente, la contrapartida de la realización en ese otro mundo que está afuera de nosotros, la confirmación de la previsión; previsión lo más frecuentemente desinteresada, a veces tan sólo aproximada y que se satisface con prever lo que sabemos, es decir alcanzar con el esfuerzo mental el resultado que antes e independientemente la experiencia nos enseña; es esta la mayor parte de la física matemática, es lo que llamamos **explicar**. Es todavía así que la matemática es voluntad activa y razón contempladora.

Hace un par de años, siendo invitado por la Sociedad Científica Argentina, tomé como título de una conferencia “Cien años en la historia de la matemática”; y eran los cien años que promedia 1900; posiblemente el título pudo entenderse en sentido demasiado literalmente histórico. Lo que entendía señalar es una cierta revolución que parece haber ocurrido en ese tiempo en la concepción de la tarea matemática. Los últimos años del siglo pasado pueden bien caracterizarse por el triunfo de la lógica, de los estudios que se llamaron de fundamentos, por la axiomática extendiendo su ala sobre todos los argumentos; con todo, yo quise poner en evidencia que el fin que guiaba entonces el pensamiento de los matemáticos, ya no era la materialidad de separar axiomas y de construir con ellos sistemas lógicos fantásticos, cuya realización no interesaba, o bien podía aguardar (como también se dijo después) la coincidencia afortunada, sino era el conocimiento de la íntima estructura de su propia ciencia para conocer, a través de ella, el misterio de la estructura lógica de la naturaleza. Enunciar postulados era analizar en su íntimo significado los objetos que el secular desarrollo de la matemática le habían dado como elementos; analizarlos muchas veces con el fin de descubrir la razón de dificultades surgidas en la discusión de algún problema; era encontrar en la descomposición de conceptos las razones esenciales del éxito o del fracaso de algún razonamiento. Si se hacía geometría no euclídea, no era ciertamente porque se creyera seriamente que tuviera interés geométrico complicar la geometría tradicional con nuevos teoremas, sino para ir al fondo de un problema que tenía dos mil años; si se hacía lógica, no era para hacer álgebra, sino para buscar lo que la lógica aristotélica nunca había aclarado; y si un matemático y filósofo podía permitirse de enunciar, como alegre paradoja que la matemática se concretaba en desarrollar en símbolos proposiciones de cuya verdad ella podía desinteresarse, es que esa paradoja ni él ni los que aplaudían no la tomaban en serio, porque todos sabían que tal afirmación quería dar énfasis al método, no a la substancia.

Estas ideas serán todavía las que tendremos presentes cuando podremos hablar de matemática superior a nuestros estudiantes. Tendremos que recordar que, porque no hay diferencia entre matemática y pensamiento consecuente, el campo de la matemática no tiene límites y siempre va ampliándose con nuevos temas y que, aunque siempre nuestro fin último debe ser ampliar y fortificar aquella facultad de la cual hablé antes, deberemos aplicarnos

para nuestro ejercicio, cada vez a uno o a otro argumento particular. Y tendremos la satisfacción de adquirir conocimientos. Pero el conocimiento en sí será raramente nuestro programa principal porque son demasiados los teoremas y las teorías y quien tiene estofa para ser matemático debe saber procurarse en los libros algún resultado particular que para determinada aplicación puede en determinado momento serle necesario. El fin principal será la experiencia que iremos adquiriendo acerca del razonamiento matemático.

No es tan sólo para usar una palabra que hablé de arte; esencialmente el matemático es artesano del pensamiento.

BEPPLO LEVI

PUBLICACIONES DEL CENTRO DE ESTUDIANTES
DE LA FACULTAD DE CIENCIAS MATEMATICAS

- REVISTA TECNICO CIENTIFICA C. E. F. C. M.
- DELTA - Publicación de Extensión Cultural
- BOLETIN

MEDICION DE TEMPERATURAS

POR EL ING. CIVIL SILVESTRE L. SUIFFET
DEL LABORATORIO DE MÁQUINAS TÉRMICAS

(continuación).

CAUSAS DE ERROR EN LOS TERMOMETROS DE MERCURIO CON ENVOLTURA DE VIDRIO

Dijimos ya en el N° 18 de esta Revista, que el termómetro de mercurio con envoltura de vidrio, a pesar de no ser un instrumento de alta precisión, presenta la ventaja inapreciable de su baratura y facilidad de empleo.

Hay distintas causas que limitan la precisión obtenible con un instrumento de esta clase: algunas de ellas provienen simplemente de una construcción poco cuidada o defectuosa; otras, que son inherentes a la naturaleza del instrumento, pueden neutralizarse adoptando ciertas precauciones y efectuando correcciones adecuadas; por fin, hay ciertos errores pequeños de los que es de todo punto imposible calcular la magnitud con seguridad, siendo éstos los que hacen que el termómetro de mercurio no ofrezca la precisión del termómetro de resistencia de platino.

Trataremos en lo que sigue, de clasificar todas estas causas de error, estudiarlas, averiguar su orden de importancia y establecer las precauciones que conviene adoptar y las correcciones necesarias para neutralizar estos errores.

Dichas causas de error pueden clasificarse en:

A) Causas inherentes al instrumento:

I) *Debidas a construcción defectuosa:*

- 1) Falta de recocido o recocido insuficiente.
- 2) Graduación defectuosa.

II) *Que no desaparecen con una construcción cuidadosa:*

- 3) Cero deprimido.
- 4) Cambios con el tiempo y con el uso (envejecimiento).

B) Errores producidos durante el empleo del instrumento:

- 5) Por columna emergente.
- 6) Por presión interna y externa.
- 7) Por inercia calorífica.
- 8) Por desequilibrio térmico.
- 9) Por recalentamiento excesivo (reblandecimiento del vidrio).
- 10) Por paralaje o por corrimiento de la escala.

Pasemos ahora revista individualmente a estas distintas causas de error.

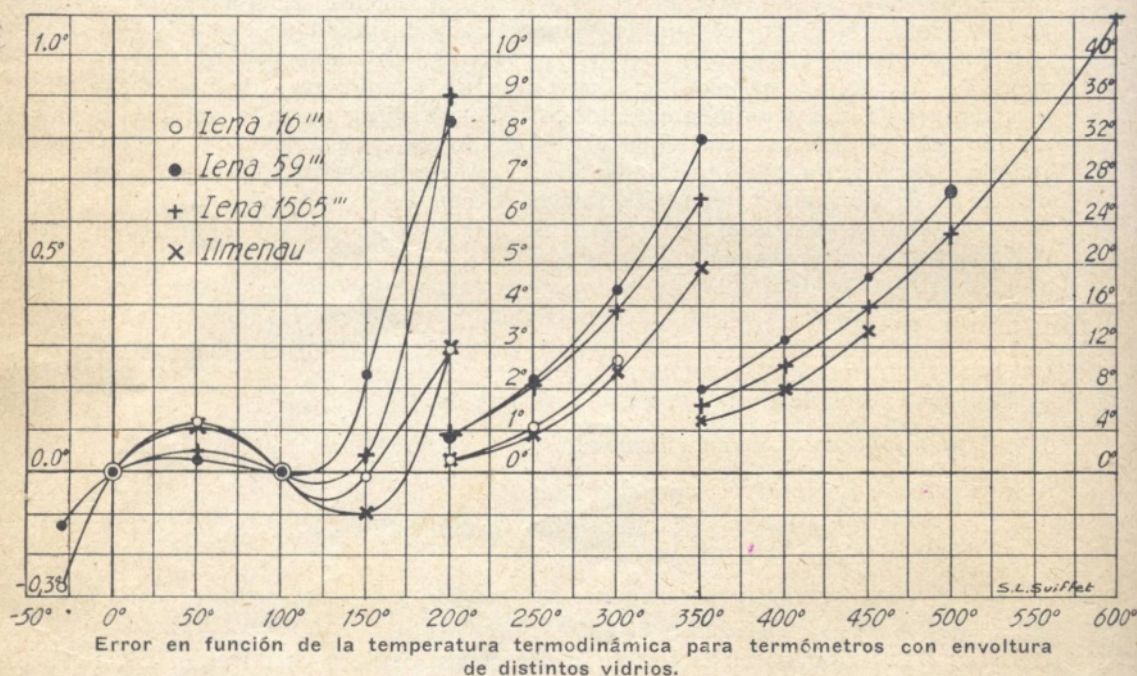
1) *Recocido insuficiente.* — Cuando se mantiene una masa de vidrio durante un tiempo a una temperatura relativamente elevada, por efectos del recocido, se va contrayendo lentamente hasta adquirir un volumen fijo al cabo de un tiempo suficiente. Se comprende entonces, que si se somete un termómetro sin recocer a una temperatura de más de 300°, por efecto de la contracción permanente del bulbo debida al recocido que resulta, sus indicaciones se vuelven sistemáticamente más altas. Este error puede llegar a + 20° para

variedades de vidrio empleadas en termómetros destinados a servir hasta los 450°.

Es claro que si esta operación del recocido ha sido efectuada antes de la calibración del termómetro, este contratiempo desaparecerá. Los pequeños cambios permanentes que pueda experimentar el volumen del bulbo, después del recocido, serán estudiados en el párrafo "cambios con el tiempo y con el uso". Este error debido al mal recocido, que como se ve, es muy importante para los termómetros destinados a temperaturas altas, es de temer en los instrumentos que no están garantidos por casas serias.

2) *Graduación defectuosa.* — La manera clásica de graduar un termómetro consiste en marcar sobre él los puntos 0° y 100° y en dividir el intervalo en 100 partes iguales, prolongando si es preciso la graduación por debajo

GRAFICO 1



de 0° y por encima de 100°. Para que esta graduación resulte correcta, hay que suponer dos cosas:

- 1° Que a caminos iguales recorridos por la columna mercurial correspondan aumentos iguales de volumen, lo que supone una sección constante del tubo capilar, y
- 2° Que la dilatación aparente del mercurio sea una función lineal de la temperatura termodinámica.

Para verificar la constancia de sección del capilar, se puede recurrir al conocido expediente de introducir en él un índice de mercurio y medir su longitud en distintos lugares del capilar. Como la constancia absoluta de sección es imposible de obtener, una vez que se ha comprobado que el capilar que se estudia no presenta grandes irregularidades, se puede construir una tabla de corrección en base a los datos obtenidos por la medida de la longitud del índice.

En lo que se refiere a la dilatación aparente del mercurio, es sabido que ni la dilatación absoluta del mercurio, ni la del vidrio son lineales. Además, para cada clase de vidrio, la dilatación es diferente, de manera que no solamente la dilatación aparente del mercurio no es lineal, sino que es distinta para cada clase de vidrio. De todo esto resulta que salvo para los puntos 0° y 100° , un termómetro graduado según el método clásico descrito, no marca la temperatura termodinámica, y se aparta más o menos de ella según el vidrio de que está construido.

La tabla I da para 4 clases de vidrio empleado en la construcción de termómetros: Iena 16"', Iena 59"', Iena 1565"' e Ilmenau, las temperaturas que marcarían termómetros contruidos con ellos en función de la temperatura termodinámica a que se los sometería. El gráfico 1 da para los mismos vidrios el error en función de la temperatura termodinámica; con él se tiene una idea de conjunto, que permite apreciar cuan rápidamente crece el error con la temperatura.

Para eliminar estos dos errores: el de falta de constancia en la sección del capilar y la irregularidad de la dilatación aparente del mercurio, parecería más sencillo calibrar el termómetro punto por punto, comparándolo con uno de helio. Sin embargo, se prefiere hacer las divisiones iguales, que son más fáciles de trazar, y determinar luego por comparación la tabla de corrección, que elimina a la vez el error debido a la falta de uniformidad de la sección y el debido a la dilatación aparente no lineal.

3) *Cero deprimido*. — El vidrio ⁽¹⁾ posee la siguiente propiedad curiosa: cuando se lo calienta adquiere inmediatamente el volumen que corresponde a cada temperatura; no sucede en cambio lo mismo cuando se lo enfría. En este último caso el vidrio no se contrae del todo inmediatamente, sino que queda un pequeño aumento de volumen, que desaparece solamente al cabo de varios días de mantenerlo a la misma temperatura.

TABLA I.

Temperatura indicada por distintos termómetros en función de la temperatura termodinámica

Temperatura termodinám.	Termómetros con envoltura de			
	Iena 16"'	Iena 59"'	Iena 1565"'	Ilmenau
0°	0,00	0,00	0,00	0,00
50°	50,12	50,03	50,05	50,11
100°	100,00	100,00	100,00	100,00
150°	149,99	150,23	150,04	149,9
200°	200,29	200,84	200,90	200,3
250°	251,1	252,2	252,1	250,9
300°	302,7	304,4	303,9	302,4
350°	—	358,0	356,6	354,9
400°	—	412,6	410,5	408,2
450°	—	468,8	465,9	463,7
500°	—	526,9	523,1	—
600°	—	—	644,0	—

Es debido a esto que se produce el fenómeno llamado del "cero deprimido", y que consiste en lo siguiente:

(1) Aún habiendo sido perfectamente recocido.

Si se lleva un termómetro a una temperatura cualquiera *por calentamiento* y se lo mantiene luego a esa temperatura, su indicación *no varía mientras la temperatura se mantenga estacionaria*. Si en cambio, se lo lleva a *la misma temperatura pero por enfriamiento*, su indicación será un poco más baja de la que corresponde, y *durante varios días de permanecer a temperatura constante la indicación irá subiendo lentamente* hasta marcar la temperatura justa.

De acuerdo con lo dicho, si a un termómetro inicialmente a una temperatura cualquiera mayor que 0° se lo sumerge en hielo fundente, su indicación será menor que 0° , y recién después de pasar varios días en el hielo volverá a marcar 0° . Es por eso que el fenómeno se llama “del cero deprimido”.

La “depresión” de una lectura cualquiera es proporcional al descenso que haya experimentado la temperatura del termómetro para llegar a esa lectura; así, si cuando se pasa de 50° a 20° la depresión resulta de $0,009^{\circ}$, cuando el mismo termómetro pase de 70° a 10° , la depresión será de $0,018^{\circ}$. Esta proporcionalidad puede ser admitida hasta los 150° ; pasando de esta temperatura, la depresión se vuelve un tanto aleatoria y no puede ser prevista. A continuación va la Tabla II que da la depresión correspondiente a 100° de descenso.

TABLA II

Depresiones correspondientes a un descenso de 100°

Clase de vidrio	Depresión para 100° de descenso
“Verre dur”	$0,07^{\circ}$ a $0,11^{\circ}$
Normal	$0,04^{\circ}$ a $0,08^{\circ}$
Borosilicato	$0,03^{\circ}$ a $0,04^{\circ}$
Iena 1565’’	$0,01^{\circ}$
Iena Combustión	$0,03^{\circ}$

Hay dos maneras sencillas de corregir este error de cero deprimido:

- 1° Evitar que se produzca, haciendo que se llegue a cada una de las lecturas por calentamiento, y
- 2° Hacerlo sistemático.

Analicemos estos dos métodos:

1° — Se procede de manera que todas las lecturas se efectúen después de un calentamiento del termómetro; si se quiere medir una diferencia de temperaturas, basta con enfriar el termómetro por debajo de la más baja, medir entonces ésta y luego la más alta.

Para fines de control, la medida de una temperatura puede imaginarse como una diferencia entre ella y la del hielo fundente, de manera que en este caso sería necesario hacer bajar la temperatura del bulbo por debajo de 0° , por ejemplo, con una mezcla frigorífica, luego colocarlo en hielo fundente y anotar la temperatura. Después se lleva el termómetro a la temperatura que se quiere medir y se anota; la diferencia entre las dos indicaciones es la temperatura justa.

2° — Si se quiere evitar el inconveniente de tener que llevar previamente el termómetro a una temperatura inferior a 0° cada vez que se quiere controlar ese punto, se puede emplear el método sugerido por Ribaud en “Mesure des températures” y que sigue precisamente el sentido inverso del anterior. De acuerdo con este método, al tarar el termómetro, se lo hace comenzando por la temperatura más alta hasta terminar con la más baja, de manera que a excepción del punto 100° , todas las lecturas estarán afectadas del error de cero deprimido. Al medir una temperatura, también se leerá la temperatura más

alta primero y se contrastará el cero después ⁽¹⁾. Con este método es imprescindible contrastar el 0° después de cada lectura, pues la depresión del cero será distinta en cada caso, ya que depende de la temperatura a medir.

Es claro que si con un termómetro graduado de acuerdo al método 1° se llega a una lectura por descenso de temperatura, es necesario calcular la corrección por cero deprimido por proporcionalidad, conociendo experimentalmente la depresión correspondiente a 100° de descenso.

Así, si sabemos que para un termómetro la depresión correspondiente a 100° de descenso es de 0,1° (verre dur) y si enfriándolo desde 100° llegamos a hacerle marcar 40°, la temperatura verdadera será

$$40^{\circ} + 0,1^{\circ} \cdot \frac{60^{\circ}}{100^{\circ}} = 40,06^{\circ}$$

El ejemplo muestra que este error tiene influencia únicamente cuando se quiere apreciar por debajo de la décima de grado.

4) *Cambios con el tiempo y con el uso.* — El volumen del bulbo de un termómetro bien recocido experimenta lentamente pequeños cambios que alteran ligeramente la graduación (para buenos vidrios, menos de 0,1° en varios años, con tal que la temperatura no sobrepase los 150°). El volumen del bulbo tiende a mantenerse constante a medida que pasan los años, y es por eso que los termómetros que han sido estacionados durante dos o tres años merecen mayor confianza.

Es debido a estos cambios que el National Bureau of Standards de los E. U. A. extiende certificados con una precisión de 0,1° solamente para los termómetros destinados a ser usados a menos de 150°.

En los termómetros que tienen graduación por encima de los 150°, los cambios no pueden ser previstos, y es necesario efectuar contrastes del 0° periódicamente. Es a causa de este error que en el párrafo anterior se imaginaba la medida de una temperatura como la diferencia entre ella y 0° y por lo mismo a los termómetros cuya graduación no comienza desde el 0° es necesario colocarles la marca 0° (separada del resto de la escala por un pequeño depósito para disminuir la longitud del capilar) con el objeto de poder efectuar el control del cero.

5) *Error de columna emergente.* — Si dentro de un recipiente que contiene líquido a una temperatura constante y distinta de la ambiente se coloca un termómetro, sumergiendo primeramente sólo su bulbo, marcará una cierta temperatura. Si ahora se lo introduce más, hasta que toda la columna mercurial esté dentro del líquido, la indicación del termómetro aumentará evidentemente, ya que en este segundo caso se habrá dilatado no sólo el mercurio del bulbo, sino también el de la columna. Vemos pues que sometido a una misma temperatura, un termómetro puede dar indicaciones distintas según se lo sumerja más o menos en el recinto cuya temperatura queremos medir. Para obviar a este inconveniente, es decir para asegurarse de que sometido a la misma temperatura el termómetro siempre marque lo mismo, se puede proceder de dos maneras al efectuar su calibración:

1. — Efectuar la calibración de cada temperatura con *toda* la columna mercurial sumergida en el recinto de temperatura constante. Un termómetro graduado así se llama *de inmersión total*.

2. — Calibrarlo manteniéndolo sumergido siempre hasta un cierto punto que se marca cuidadosamente en el vástago, de manera que solamente una

(1) A pesar de que a primera vista este método pueda no parecer correcto, un análisis cuidadoso que el lector puede efectuar, prueba que es incuestionable.

parte de la columna esté sumergida en el recinto. En este caso tendremos un instrumento de *inmersión parcial*.

En este último caso, sin embargo, es fácil comprender que para una misma temperatura del bulbo, el largo de la columna mercurial *depende de la temperatura ambiente* (ya que la porción de columna mercurial que queda fuera se dilata al aumentar dicha temperatura).

Por lo tanto, un termómetro de inmersión parcial no elimina totalmente el error debido a la columna emergente a menos que la temperatura ambiente sea la misma que reinaba cuando el instrumento fué calibrado. Es por eso que conviene utilizar siempre que se pueda un instrumento de inmersión total, tanto más que en caso necesario se lo puede sumergir sólo parcialmente y luego calcular la corrección de columna emergente con bastante seguridad.

Para fundamentar este cálculo de la corrección de columna emergente, apliquemos las leyes de la dilatación: La dilatación que sufre la parte de columna emergente, si se imagina que se la hace pasar desde la temperatura que realmente tiene a la temperatura del bulbo, es proporcional al coeficiente de dilatación aparente del mercurio, a la longitud de dicha parte emergente y a la diferencia entre las temperaturas final e inicial, es decir, entre la temperatura del bulbo y la que realmente tiene la columna. Además, si se adopta como unidad de longitud emergente la de una división de un grado, la dilatación resultará también directamente en grados.

En símbolos, si son

0,000 16 grad ⁻¹	el coeficiente de dilatación del mercurio en envoltura de vidrio común,
t	la temperatura que se quiere medir,
t'	la temperatura media de la columna emergente y
t''	la división hasta la cual está sumergido el termómetro,
resultan	
t — t'	la diferencia de temperatura a considerar, y
t — t''	la longitud de la columna emergente en divisiones del termómetro.

La corrección será por lo tanto

$$\Delta t = 0,000\ 16 \cdot (t - t') \cdot (t - t'')$$

Vemos pues que la corrección es función cuadrática de la temperatura a medir, de manera que para temperaturas altas crece rápidamente.

En los cálculos, como no se conoce la temperatura verdadera del bulbo, se pone en lugar de ella la indicada por el termómetro, y si la diferencia es grande, se puede afinar el cálculo por iteración.

En cuanto a la temperatura media de la columna emergente, puede determinarse:

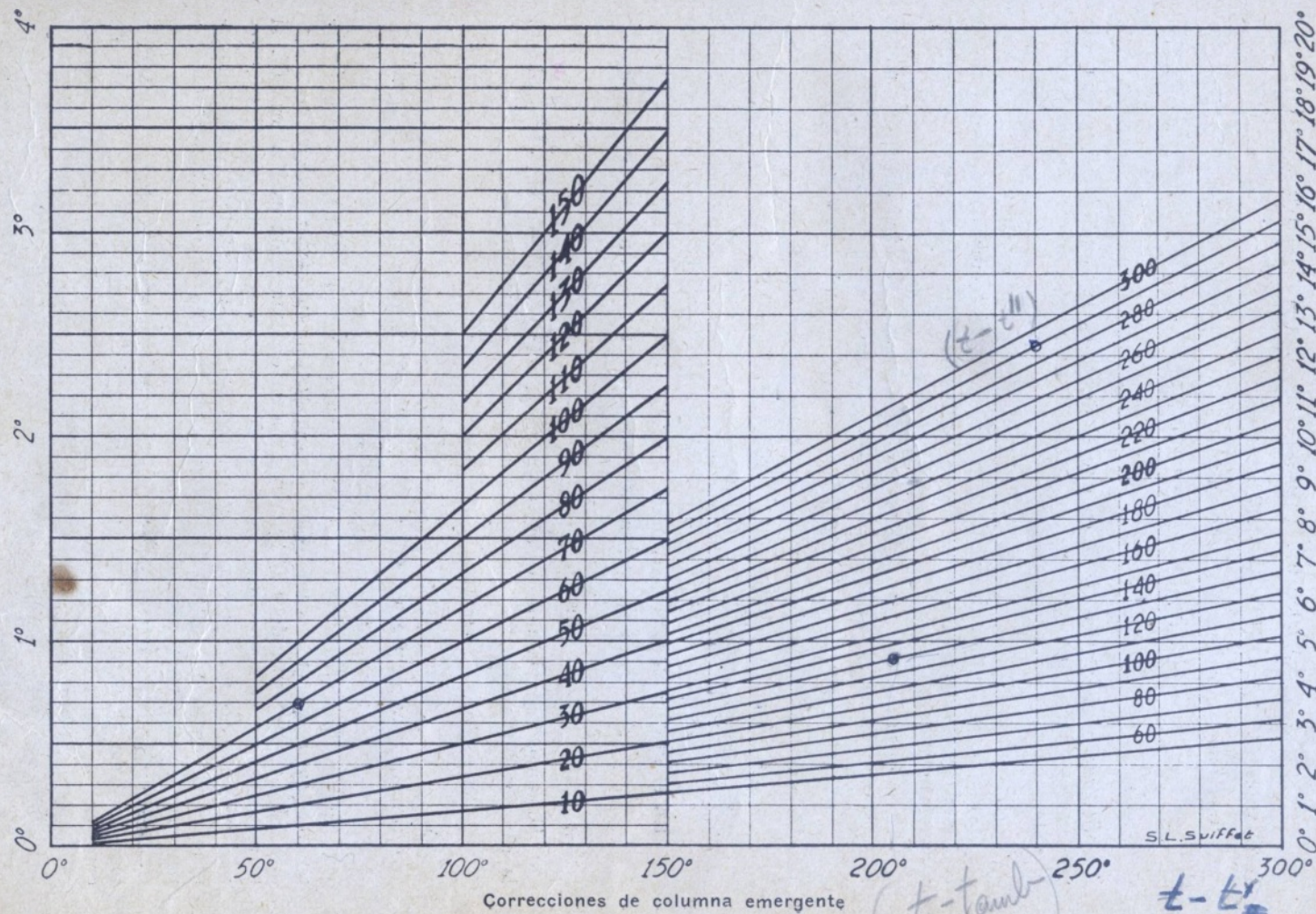
a) Por medio de un termómetro de resistencia arrollado uniformemente sobre la parte del vástago ocupada por la columna mercurial,

b) Suponiéndola igual a la temperatura de la primera cuarta parte de dicha columna emergente, o

c) De una manera más práctica, de acuerdo a los datos contenidos en una publicación del National Bureau of Standards (Technologic Paper N° 49), suponer que la diferencia entre la temperatura del bulbo y la media de la columna emergente es igual a 0,7 de la diferencia entre la temperatura del bulbo y la ambiente.

Demos un ejemplo para aclarar. Supongamos que un termómetro sumer-

GRAFICO 2



Δt

73

$t - t_a$

Aquí $t - t'$ es directamente

— 74 —

gido en un recinto hasta la división 50° marca 340°, siendo la temperatura media de su columna emergente 100°. Resultará como primera aproximación:

$$\Delta t = 0,00016 \cdot (340^\circ - 50^\circ) \cdot (340^\circ - 100^\circ) = 11,1^\circ$$

resultando $t_c = 340^\circ + 11,1^\circ = 351,1^\circ$

Rehagamos el cálculo con este valor:

$$\Delta t = 0,00016 \cdot (351,1^\circ - 50^\circ) \cdot (351,1^\circ - 100^\circ) = 12,2^\circ$$

de donde $t_c = 340^\circ + 12,2^\circ = 352,2^\circ$

Utilizando el gráfico N° 2, en que el punto correspondiente está marcado por medio de un circulito, resulta directamente y con mucha mayor rapidez el valor

$$\Delta t = 12,2^\circ$$

Dada la dificultad de medir con precisión la temperatura media de la columna emergente, es ilusorio pretender calcular esta corrección con una aproximación mayor.

Otro ejemplo: un termómetro sumergido hasta la división 100°, marca 230°, siendo la temperatura ambiente 25°. Resulta:

$$t - t_a = 230^\circ - 25^\circ = 205^\circ ; t - t'' = 230^\circ - 100^\circ = 130^\circ$$

De acuerdo con lo dicho y con las experiencias del N. B. S. citadas es:

$$\Delta t = 0,00016 \cdot 0,7 \cdot 205^\circ \cdot 130^\circ = 2,99^\circ \cong 3^\circ$$

y reiterando:

$$\Delta t = 0,00016 \cdot 0,7 \cdot 208^\circ \cdot 133^\circ = 3,1^\circ$$

En el gráfico N° 2 encontramos, entrando con 205° y 130°

$$\Delta t' = 4,5^\circ, \text{ que multiplicados por } 0,7 \text{ según N. B. S. resulta}$$

$$\Delta t = 4,5 \cdot 0,7 = 3,1^\circ$$

de donde $t_c = 230^\circ + 3,1^\circ = 233,1^\circ$

Hagamos todavía una última aplicación: un termómetro sumergido hasta la división 30° marca 90° con una temperatura ambiente de 20°

$$\text{Resulta } \Delta t = 0,00016 \cdot 0,7 \cdot (90^\circ - 30^\circ) \cdot (90^\circ - 20^\circ) = 0,47^\circ$$

$$\text{y } t = 90^\circ + 0,47^\circ = 90,47^\circ$$

Entrando en el gráfico 2 con 70° y 60° obtenemos

$$\Delta t = 0,68^\circ \cdot 0,7 = 0,47^\circ$$

Un sencillo cálculo de fundamento análogo al que acabamos de efectuar nos mostraría que en el caso de un termómetro de inmersión parcial que marque una temperatura de 180°, y cuya marca de inmersión está a los 20°, si la temperatura ambiente pasa de 0° a 40°, su indicación varía de 1,03°. Vemos pues que es más preciso usar un termómetro de inmersión total sumergido parcialmente y efectuar las correcciones pertinentes, que emplear un termómetro de inmersión parcial.

Sin embargo, en muchos casos en que se quieren medir, o mejor reproducir temperaturas relativamente pequeñas, la comodidad de no exigir cálculo de error por columna emergente que brindan los termómetros de inmersión parcial es factor determinante, y tanto la A. S. T. M. como el National Bureau of Standards dan especificaciones para esta clase de termómetros.

6) *Error por presión interna y externa.* — El vidrio como todo sólido es elástico, es decir, experimenta variaciones en sus dimensiones al ser sometido a la acción de una fuerza cualquiera. Basta recordar que el depósito de un

termómetro de mercurio común tiene un volumen alrededor de 6.000 veces mayor ⁽¹⁾ que el que corresponde a 1° en la columna, para darse cuenta de que las variaciones muy pequeñas de ese volumen, causadas o bien por variaciones de presión o por otras causas, como las vistas en 1), 3) y 4) puedan causar variaciones apreciables de altura a la columna.

Las variaciones de presión que soporta el bulbo pueden ser:

a) *De presión interna*, que tiene dos causas: la presión hidrostática y la tensión superficial en el menisco. Se comprende que si se mantiene un termómetro con el vástago horizontal, la presión hidrostática que soporta el bulbo es despreciable; en cambio, cuando se lo coloca con el vástago vertical, el bulbo soporta la presión causada por la columna, que para una columna de 38 cm. es ya de 0,5 at.

En esta última posición es evidente que el termómetro marcará menos que en la primera. La presión interna también varía con la variación de la presión capilar debida al cambio de forma del menisco causado por los ascensos y descensos de la columna; sin embargo esta última causa es menos importante.

b) La segunda variación de presión es la de *presión externa*, producida cuando se introduce el bulbo en un recipiente en el que reina una presión distinta de la atmosférica o simplemente cuando se lo introduce en un recipiente lleno de líquido, debido a la presión hidrostática de éste.

Se ha comprobado que el coeficiente de variación de la temperatura indicada por el termómetro en función de la presión es del orden de 0,1°/at. En el caso de variación de la presión interna este coeficiente es alrededor de 10 % mayor que para la presión externa, puesto que en el primer caso no solamente se dilata el bulbo, sino que también se comprime el mercurio. Es claro que este coeficiente debe ser determinado experimentalmente para cada termómetro, si es que se pretende efectuar dicha corrección con precisión. Pongamos un ejemplo de corrección para aclarar ideas. Supongamos un termómetro que haya sido graduado horizontalmente y cuyo coeficiente de variación de temperatura con la presión externa sea — 0,12°/at. Si se lo sumerge en un recipiente con agua a 1 m. de la superficie, tendremos un exceso de presión de 0,1 at. y la corrección será

$$c = (-0,12^\circ/\text{at}) \cdot 0,1 \text{ at} = -0,012^\circ$$

Si ahora se coloca a la presión atmosférica, pero con el vástago vertical, y si la longitud de la columna más la mitad del bulbo es en ese momento de 19 cm., tendremos una presión interna de 19 cm. Hg., que equivale a 0,25 at. y teniendo en cuenta que en este caso el coeficiente es de 10 % mayor en valor absoluto y de signo contrario, es decir igual a + 0,13°/at, tendremos una corrección

$$c = +0,13^\circ/\text{at} \cdot 0,25 \text{ at} = +0,033^\circ$$

Como vemos la corrección por presión interna es en general más importante que la por presión externa, ya que nunca se colocan sin cápsula los termómetros en el interior de calderas, etc., donde reinan presiones grandes. Se

(1) En efecto, siendo por las leyes de la dilatación

$$\Delta V = V_0 \cdot \delta \cdot t$$

para un aumento $\Delta t = 1^\circ$ y recordando que para la dilatación aparente del mercurio en vidrio es $\delta = 0,00016 \text{ grad}^{-1}$ resulta

$$\frac{V_0}{\Delta V} = \frac{1}{0,00016} = 6250 \cong 6000$$

ve también en los ejemplos que estas correcciones interesan solamente cuando se busca la centésima de grado.

7) *Error debido a la inercia calorífica.* — Si en un recipiente que contiene un líquido como agua, se introduce un termómetro cuyo bulbo esté inicialmente a temperatura distinta de la del líquido, se producirá un intercambio de calor entre éste y el termómetro, que tenderá a igualar la temperatura del bulbo con la del líquido.

Un sencillo cálculo fundado en leyes muy conocidas, nos permitirá predecir de qué manera se acerca la temperatura del bulbo a la del medio en que está sumergido: sabemos que para elevar en dt la temperatura de un cuerpo de masa m y de calor específico c es necesario suministrarle una cantidad de calor

$$dQ = m \cdot c \cdot dt \quad (')$$

y también que si entre las dos caras de una pared de superficie S y de espesor e cuyo coeficiente de transmisión sea k existe una caída de temperatura $t - \Theta$, durante un intervalo $d\tau$ pasará una cantidad de calor.

$$dQ = \frac{k \cdot S}{e} \cdot (t - \Theta) \cdot d\tau \quad (')$$

Si referimos estas dos ecuaciones a la masa de mercurio contenida en el bulbo y a la pared del mismo, tendremos, igualando (') y (')

$$m \cdot c \cdot dt = \frac{k \cdot S}{e} \cdot (t - \Theta) \cdot d\tau$$

de donde

$$\frac{dt}{d\tau} = \frac{k \cdot S}{e \cdot m \cdot c} \cdot (t - \Theta)$$

$$\text{y poniendo } \lambda = \frac{e \cdot m \cdot c}{k \cdot S} \text{ resulta}$$

$$\frac{dt}{d\tau} = - \frac{1}{\lambda} \cdot (t - \Theta)$$

en la que separando las variables e integrando tenemos

$$t - \Theta = (t_0 - \Theta) \cdot e^{-\frac{\tau}{\lambda}} \quad (1)$$

vemos pues que la diferencia de temperatura entre el bulbo y el medio de temperatura constante en que está sumergido es una función exponencial del tiempo que dura el contacto térmico; vemos también que dicha diferencia de temperatura tiende tanto más rápidamente a cero cuanto menor es λ .

Veamos ahora el significado cuantitativo de λ , que por de pronto debe ser un intervalo de tiempo para satisfacer la homogeneidad en la ecuación (1). Demostraremos que cada vez que transcurre el tiempo $\Lambda = 0,69\lambda$, la diferencia de temperatura entre el bulbo y el medio se reduce a la mitad.

En efecto, supongamos que para el instante τ sea

$$t_1 - \Theta = e^{-\frac{\tau}{\lambda}} \text{ entonces para el instante}$$

$$\tau + \Delta\tau \text{ será } t_2 - \Theta = e^{-\frac{\tau + \Delta\tau}{\lambda}} \text{ y dividiendo m. a. m resulta}$$

$$\frac{t_1 - \Theta}{t_2 - \Theta} = e^{-\frac{\Delta\tau}{\lambda}} \quad \text{Ahora bien, si para el intervalo}$$

de tiempo $\Delta\tau = \Lambda$ debe hacerse por definición de Λ ,

$$\frac{t_1 - \Theta}{t_2 - \Theta} = 2 \quad \text{tendremos}$$

$$\ln 2 = \frac{\Lambda}{\lambda} \quad \text{de donde}$$

$$\Lambda = \lambda \cdot \ln 2 = 0,69\lambda$$

Veamos un ejemplo: en la curva correspondiente a $\lambda = 2,1$ seg. del gráfico N° 3 tenemos $\Lambda = 0,69 \lambda = 0,69 \cdot 2,1 = 1,45$ seg.

En efecto, observamos en el referido gráfico que la diferencia de temperatura que en el instante inicial era de 10° se convierte en 5° al cabo de 1,45 seg.; en $2,5^\circ$ al cabo de 2,9 seg., etc.

Vemos cómo λ es un índice de la rapidez con que un termómetro es capaz de adoptar la temperatura del medio en que está sumergido. El valor de λ no depende solamente del termómetro, sino de la naturaleza del medio y de su velocidad de circulación alrededor del bulbo, que hacen cambiar el coeficiente de transmisión del calor k . A continuación van las tablas III y IV que dan valores de λ correspondientes a distintos casos.

TABLA III

Valores de λ para un termómetro común sumergido en distintos medios animados de velocidades diferentes.

Medios	Velocidades en cm. seg. ⁻¹								
	0	1	5	10	50	100	500	1.000	∞
agua	10,0	5,1	3,3	2,9	2,4	2,3	2,3	2,3	2,2
aceite ...	50	13,4	7,5	6,4	4,8	—	—	—	2,2
aire	190	170	148	128	71	58	33	25	2,2

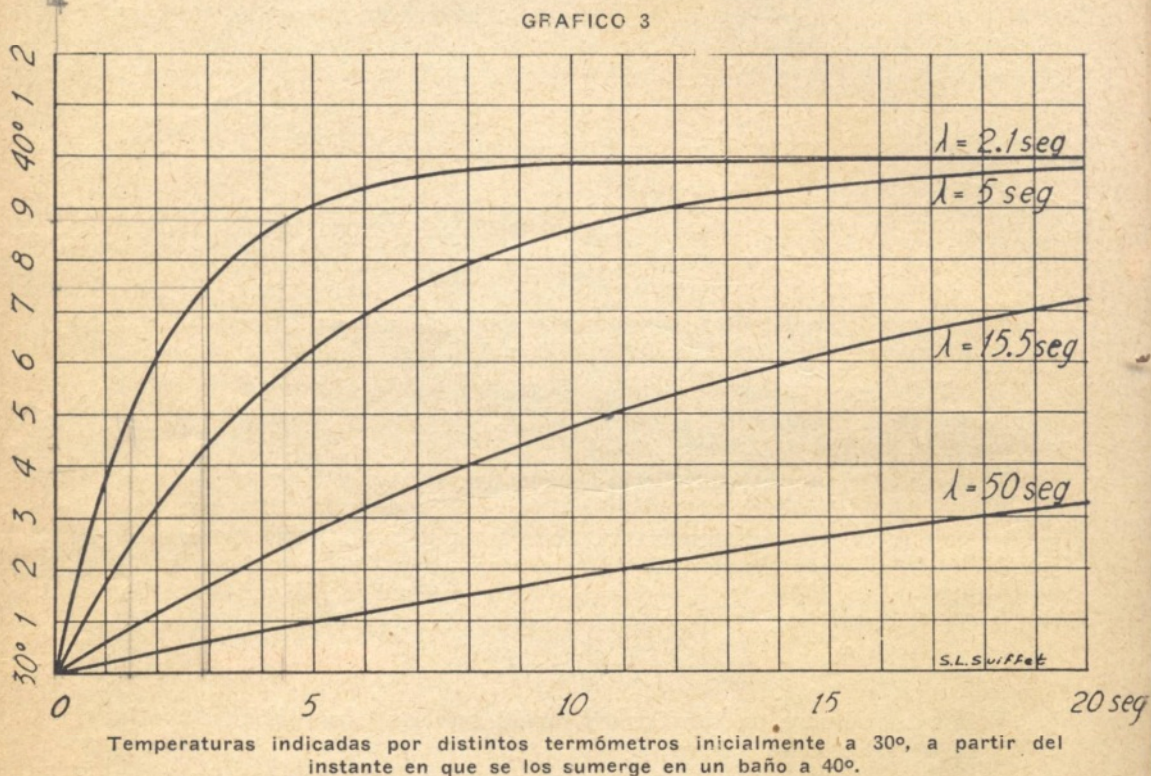
TABLA IV

Valores de λ correspondientes a distintos termómetros sumergidos en agua bien agitada.

Tipo de termómetro	Valor de λ
Tipo Laboratorio (bulbo de 4,5 mm $\times$ 25 mm)	2,1 seg.
Tipo Calorimétrico (bulbo de 9 mm $\times$ 52 mm)	4,8 seg.
Beckmann (bulbo de 13 mm $\times$ 40 mm)	8,7 seg.
Beckmann con ancho capilar sobre el bulbo	50,0 seg.
De resistencia de platino de Callendar	15,5 seg.

En la tabla III se ve que cuando la velocidad del medio es grande, su naturaleza no tiene influencia en el valor de λ , que además se vuelve relativamente pequeño; de ahí la ventaja de los baños bien agitados en la calibración de termómetros.

En el gráfico N° 3 al que de paso ya hicimos referencia se han representado para distintos termómetros cuyo bulbo estaba inicialmente a 30°, las temperaturas que van adquiriendo a partir del instante en que se los sumerge en



un baño de agua agitada a 40°. Se ve en él que al cabo de 15 seg. la temperatura de un termómetro del tipo "químico" de bulbo pequeño difiere en menos de 0,1° de la del baño. Se ve en cambio que no sucede lo mismo para otros termómetros de mayor inercia calorífica.

Un sencillo cálculo —que el lector puede efectuar— basado en las fórmulas anteriores, nos mostraría que para que la temperatura del termómetro de $\lambda = 50$ seg. difiera en menos de 0,1° de la del baño sería necesario dejar transcurrir aproximadamente 4 minutos. Vemos pues la necesidad de esperar a que se establezca la "igualación" de temperaturas antes de leer en el termómetro, en especial para los tipos de bulbo grande, de gran inercia.

8) *Error debido al desequilibrio térmico.* — En el párrafo anterior hemos supuesto que el termómetro tenía contacto térmico únicamente con el medio cuya temperatura se quiere medir, de manera que el bulbo tiende siempre más o menos rápidamente a adquirir la temperatura del medio.

En realidad, este caso ideal no se presenta casi nunca: en efecto, en un termómetro se conduce calor al exterior a lo largo del vástago, de manera que el equilibrio térmico nunca se consigue, llegándose solamente a un estado de

régimen en que el calor suministrado al bulbo por el medio es igual al calor disipado a lo largo del vástago; es evidente que esa continua transmisión de calor desde el medio al bulbo (o vice versa) exige que exista una diferencia de temperatura más o menos pequeña entre los dos.

Como hemos dicho, esta caída de temperatura existe siempre que quede alguna parte del termómetro fuera del medio cuya temperatura queremos medir, pero los casos en que este desequilibrio térmico puede causar errores apreciables son dos:

1. — En la medida de temperaturas de superficies y
2. — En la medida de temperaturas de gases.

Para medir la temperatura de la superficie de una pared por medio de un termómetro de mercurio, se apoya sobre dicha superficie el bulbo de un termómetro especial por medio de una cara plana que lleva con ese fin. Es claro que la superficie restante del bulbo intercambia calor con el medio ambiente por radiación y convección y debido a ello el equilibrio térmico entre él y la pared no llega nunca a establecerse.

En el caso de medir la temperatura de gases, el fenómeno es el siguiente: el bulbo recibe calor del gas por convección pero a su vez intercambia calor por radiación con las paredes del recipiente, que en general están a temperatura distinta. De esto resulta que el bulbo no alcanza a adquirir nunca la verdadera temperatura del gas, sino una intermedia entre dicha temperatura y la de las paredes.

Vemos que en ambos casos el resultado es que el termómetro no adquiere exactamente la temperatura que se quiere medir, y como estos errores son en realidad importantes sólo a temperaturas relativamente elevadas, aquí no haremos más que señalar la dificultad, dejando el estudio de su corrección para el capítulo correspondiente a los pares termoeléctricos, que con los termómetros de resistencia han suplantado al termómetro de mercurio en esta clase de aplicaciones.

9) *Error debido al recalentamiento excesivo.* — Los termómetros destinados a medir temperaturas menores de 100° a 150° se construyen de manera que la parte de capilar que queda por encima de la columna mercurial contenga solamente vapores de mercurio.

Si en cambio, se quieren construir termómetros para medir temperaturas mayores, es necesario llenar la parte libre del capilar con un gas inerte bajo presión que impida la vaporización del mercurio de la columna con la consiguiente condensación en la parte superior fría del capilar.

La presión inicial acostumbrada es de una atmósfera hasta 300° ; de 4,5 at hasta 450° y de alrededor de 20 at hasta 550° . Vemos pues que el interior de un termómetro destinado a medir temperaturas superiores a los 100° , está sometido a una gran presión, que se ve fuertemente aumentada cuando a la vez asciende la columna mercurial y crece la temperatura de la parte "libre" de la columna (por eso se prefiere mantener relativamente fría esa parte y efectuar la corrección de columna emergente).

La existencia de esta fuerte presión hace que apenas el vidrio del bulbo se ablanda por efectos de la alta temperatura, éste sufra deformaciones plásticas permanentes que falsean completamente la graduación.

Es por esta causa que los termómetros se construyen de vidrios especiales "duros" que soportan temperaturas elevadas sin ablandarse: los termómetros consruídos con vidrios "*Corning normal*" y con "*Iena 16*" pueden ser llevados hasta 450° ; los consruídos con "*Corning borosilicato*" o con "*Iena 59*", hasta 500° y aún 520° por cortos periodos; el "*Iena Combustión*" permite

llegar hasta 560° ; mientras que el *Iena 1565'''* puede ser calentado hasta 600° o algo más.

Es por eso imprescindible conocer la variedad de vidrio de que está construido un termómetro para evitar de calentarlo por encima de su temperatura de deformaciones permanentes. Es evidente que esta deformación por recalentamiento, que es una verdadera *deformación plástica* es de naturaleza fundamentalmente distinta de la producida por el recocido; basta recordar que por el recocido el bulbo *disminuía* de volumen, mientras que en el fenómeno que estudiamos se produce un *aumento* de volumen, como es lógico.

Una observación interesante es que en los termómetros que contienen un gas a presión carece de sentido la corrección de error por presión externa e interna que describimos y que se practica en los termómetros de precisión por debajo de los 100° .

10) *Error debido al paralaje o al corrimiento de la escala.* — El capilar de los termómetros puede disponerse de dos maneras distintas: o bien se construye un capilar de paredes muy gruesas y se graba la escala sobre él ("etched stem" en inglés), o bien se construye un capilar de paredes delgadas que se coloca delante de una chapita de esmalte sobre la ~~va~~ ^{que} grabada la escala, estando el conjunto encerrado en un tubo de vidrio de más o menos 1 cm. de diámetro.

Cada una de las dos disposiciones tiene sus ventajas y sus defectos: en la primera es de temer el error de paralaje, debido a que la columna está a una distancia de varios milímetros de la graduación; en la segunda en cambio, el error de paralaje es despreciable, pero estando la escala grabada sobre una pieza independiente del capilar, puede haber un deslizamiento ~~mutuo~~ ^{relativo} y resultar por lo tanto falseados los valores de las lecturas.

(Continuará)

CUERPO MÉDICO DEL C.E.F.C.M.

DIRECTOR DR. MARIO ESPOSITO

Secretarios: RAUL CAVIGLIA y AIDA SAINZ

CIRUGIA GENERAL — Dr. Mario Espósito. Consultorio particular: Córdoba 3117, de 16 a 18 horas.

CLINICA GENERAL — Dr. Miguel Luis Caviglia. Consultorio particular: Balcarce 675, de 15 a 17 horas.

APARATO RESPIRATORIO — Dres. José Bacigalupo, A. F. Schottlender, Eduardo Kozameh e Isaac Hassan. Hospital Centenario Sala 17. Martes y jueves de 9 a 12 horas.

GLANDULAS TIROIDES — Dr. Mario Espósito. Consultorio particular: Córdoba 3117, de 16 a 18 horas.

APARATO DIGESTIVO — Dr. Mario Espósito. Consultorio particular: Córdoba 3117, de 16 a 18 horas.

VIAS URINARIAS — Dr. Adolfo Fort. Hospital Centenario Sala 1.

ANALISIS — Dra. Ebbe Elcina Sangazio de Kozameh. Consultorio particular: San Lorenzo 1530.

VISTAZO A UN ASPECTO DE LOS CUANTA

POR ANDREA LEVIALDI
DOCTOR EN FÍSICA

Para tener una idea siquiera imprecisa de la importancia que tiene en física la introducción de los cuanta es necesario dar un vistazo a las dificultades en que se hallaron las teorías anteriores frente a la imposibilidad de interpretar los fenómenos observados.

Aunque se tenga la costumbre de desarrollar este tópico empezando (como históricamente ocurrió) por el cuerpo negro, tal vez puede resultar interesante recordar otra dificultad contemporánea a la de interpretación de la distribución espectral de la energía de emisión del cuerpo negro.

Se trata de la imposibilidad frente a que se encontraron los físicos de calcular los calores específicos (por ejemplo de los gases) a temperatura alejada de la normal.

Y para precisar un poco el problema recordamos que:

Se dice que un sistema mecánico cualquiera posee n grados de libertad cuando su estado depende de un número n de variables independientes.

Consideramos, por ejemplo, un punto material en el espacio: su posición queda fijada cuando están fijadas sus tres coordenadas. Por lo tanto un punto material es un sistema mecánico que posee tres grados de libertad. Si en lugar de un punto consideramos el estado de un sólido rígido a las coordenadas de su baricentro se agregan las de su orientación.

El número de grados de libertad aumenta enormemente si se considera un conjunto que posee un gran número de elementos independientes: por ejemplo el conjunto de moléculas de un gas.

En este caso hay tantos grados de libertad como el número de grados de libertad correspondientes a cada molécula multiplicado por el número total de las moléculas.

Debido al gran número de variables independientes de que la configuración del sistema depende, ésta sería muy difícil de determinar si no se introdujera el concepto de probabilidad.

Cuando el efecto resulta de un gran número de causas, independientes, y variables según leyes muy pocos conocidas o del todo incógnitas, se suele hablar de un efecto debido al azar. En esas condiciones el efecto puede ser previsto con cierta aproximación práctica mediante el empleo del cálculo de las probabilidades.

Si es cierto que no existe ningún razonamiento teórico que pueda probar que tirando mil veces una moneda ésta caerá quinientas veces sobre una cara y quinientas veces sobre la cara opuesta; esta constatación experimental empírica existe y ese punto es el origen de toda una rama de investigación matemática.

En ésta, se empieza por definir la probabilidad como la relación entre los casos favorables y los casos posibles, con tal que todos los casos sean igualmente susceptibles de producirse.

Sólo así se puede entender cómo una configuración media sea más probable que cualquier otra y que esta configuración media sea tanto más probable cuanto más complicado es el sistema. Por ejemplo la probabilidad que dos polvos, uno blanco y uno negro, mezclados, puedan separarse sacudiendo el recipiente que los contiene, es tanto menor cuanto mayor es el número de los granos que los componen.

Según la mecánica clásica, si se conoce la energía interior de un sistema es posible establecer su configuración más probable y prever de qué manera, en promedio, esta energía queda distribuída entre sus grados de libertad.

Este concepto aplicado a las moléculas mismas de un gas permite comprobar, hasta cierto punto, la teoría cinética misma.

En esta teoría se considera que el establecimiento de una temperatura y de una presión constante, cuando dos gases de presión y temperatura distinta se mezclan, es debido a la agitación incesante de las partículas que, animadas de gran velocidad, chocan entre ellas, recorriendo el trayecto que las separa (trayecto libre), quedando las partículas sin efecto mutuo cuando no chocan. De esta manera se explica el aumento de presión, a volumen constante, con la temperatura, siendo la agitación función de la temperatura (transformación de energía térmica en energía cinética).

Ahora bien; los calores específicos de los gases (a temperatura muy baja o muy elevada) calculados teniendo en cuenta estas solas consideraciones no corresponden a los datos experimentales.

Esta insuficiencia de la teoría fué interpretada como resultante de una excesiva simplificación del problema. En efecto en éste se tenía en cuenta tan solo la energía de translación y fué introducida luego la de rotación. Es decir se imaginó que las moléculas además de desplazarse giren alrededor de un eje de simetría. Pero no se tuvo en cuenta otra forma de distribución de energía relativa a grados de libertad correspondientes a fenómenos internos de la molécula y del átomo mismo.

Por otra parte, aun cuando no interviene una distribución de energía entre grados de libertad relativos al mecanismo íntimo del átomo, se comprobó que una variación continua de energía, por ejemplo de rotación, era incapaz de interpretar los hechos experimentales.

Fué el estudio del mecanismo de la absorción y de la emisión de energía el que dió una explicación mucho más satisfactoria del conjunto y en particular del fenómeno de los calores específicos.

Acerca de la emisión por radiación, Kirchhoff había podido demostrar que en un recipiente ⁽¹⁾ con una pequeña abertura (cuerpo negro), al calentarlo, si las temperaturas de las paredes es uniforme, la radiación emitida y su intensidad no dependen ni de la forma ni de la naturaleza del material de que el recipiente se compone.

Si la temperatura T de las paredes es conocida queda también determinada la distribución de la energía entre una determinada longitud de onda λ y $\lambda + d\lambda$ en el espectro de emisión, no dependiendo esta energía sino de λ y de T .

Luego Stephan y Wien consiguieron demostrar que dicha distribución depende de una sola variable independiente dada por el producto λT .

(1) Acerca de la descripción detallada de estas experiencias clásicas la literatura es tan abundante que quien quiera conocer mayores detalles no encontrará dificultad en conseguirlos.

Es interesante observar que no era posible aprovechar la termodinámica para determinar la función que tiene como variable el producto λT puesto que en el fenómeno de emisión intervienen movimientos atómicos e interatómicos que la termodinámica es incapaz de determinar.

Por otra parte un razonamiento probabilístico basado sobre la distribución más probable de la energía entre los varios grados de libertad de un sistema constituido por el cuerpo negro, no tiene tampoco salida siendo el número de dichos grados de libertad infinito ⁽²⁾.

En una fórmula posterior Wien llegó a establecer una relación que expresa la ley de distribución de la energía en el espectro de emisión del cuerpo negro. Esta relación, sin embargo, es válida tan solo en el espectro visible.

Lord Rayleigh y Jeans habían interpretado este fenómeno considerando que el número de grados de libertad relativo a cierta parte del espectro aumenta sin límite con el aumento de la longitud de onda, pero la fórmula a que llegaron no está del todo conforme con la experiencia.

La hipótesis, por completo revolucionaria, de Max Planck que permitió interpretar y prever la distribución en todo el espectro es la siguiente:

La energía radiante es emitida o absorbida de manera discontinua. Para aplicar este concepto Planck supone que en el cuerpo negro se hallen, en equilibrio estadístico con la radiación, osciladores lineales idénticos de cierta frecuencia, que no les permite absorber o emitir sino la misma frecuencia. De esta manera la energía que corresponde a un grado de libertad de cierta frecuencia no aumenta sino por cantidades finitas cuyo valor es proporcional a dicha frecuencia. Estas cantidades finitas o cuanta se distribuyen según la ley del azar entre los distintos osciladores de la misma frecuencia.

Encarado así el problema por Planck, Einstein aprovechando estas hipótesis y admitiendo que los grados de libertad entre los cuales la energía se distribuye, se incrementen escalonadamente, pudo interpretar la variación de los calores específicos de los cuerpos en general.

En particular la dificultad, antes nombrada, de considerar una variación continua de la energía de rotación de una molécula de un gas se encuentra así superada, imaginando una sucesión de estados de activación que la molécula va asumiendo. El rotor pasa así de un régimen estacionario a otro emitiendo o absorbiendo cierta energía igual al producto proporcionado por la constante de Planck por una frecuencia.

Aunque deseo aquí limitarme a este vistazo superficial de un aspecto de esa teoría, tengo que recordar que la hipótesis de los cuanta permite interpretar desde un único punto de vista los fenómenos relativos a la emisión por radiación, a los calores específicos, al efecto fotoeléctrico y muchos otros.

El número extraordinario de trabajos que sugirió fueron los resultados más interesantes y sigue siendo una de las hipótesis de trabajo de mayor utilidad para entender la física moderna.

Poincaré compara la Ciencia a una biblioteca en aumento, en la cual el bibliotecario encargado de hacer las adquisiciones dispone de créditos insuficientes y trata de utilizarlos de la mejor forma.

(2) En la teoría electromagnética de la luz, clásica, el éter está considerado como un fluido perfecto y divisible hasta el infinito. Los electrones, que se encuentran en la porción de materia que se considera, debido a las aceleraciones a que están sujetos, emiten ondas luminosas. El estado del éter que las transmite es definido por los valores del campo eléctrico y magnético en cada punto. La función que expresa estos campos es continua, por lo tanto puede tomar infinitos valores.

Siguiendo con la comparación, atribuye a la física experimental el rol de adquirir los libros y a la física teórica la de hacer el catálogo. Desde ese punto de vista aparece evidente que sólo la física experimental puede aumentar en sentido absoluto el patrimonio mientras que su posibilidad de efectuar tal progreso queda sin posibilidad de cumplirse si no se sabe lo que hay y lo que falta. Por otra parte una biblioteca tiene por objeto servir al lector que, sin catálogo, no puede utilizarla. La importancia del catálogo como guía de las adquisiciones aumenta con el disminuir de las disponibilidades. De aquí la enorme importancia de la física teórica.

La organización de los hechos observados no puede hacerse sin un criterio preconcebido. Por otra parte este mismo criterio nos aconseja efectuar nuevas experiencias que pueden chocar con las ideas que nos llevaron a efectuarlas y que nos obligarán a modificar el criterio mismo. En este continuo alternarse de hipótesis, que por esto se llama de trabajo, y de observaciones que confirman o contradicen las teorías de partida lenta y penosamente, se abre camino el conocimiento.

Siguiendo esta misma marcha fué introducida la hipótesis de los cuanta y es por cierto una de las más geniales y fértiles de la física.

● *Los alumnos de la Facultad de Ciencias Matemáticas tienen el derecho de recibir las distintas publicaciones del Centro sin erogación alguna, salvo que se trate de algún número atrasado.*

● *Los ex-alumnos e interesados en recibir nuestras publicaciones deben dirigirse por carta o personalmente al Director de la Revista C. E. F. C. M., Avenida Pellegrini 250, Rosario.*

SOBRE EL PROBLEMA DEL RADIO DE ACCION DE LOS AVIONES

POR EL DR. LUIS A. SANTALÓ
VICEDIRECTOR DEL INSTITUTO DE MATEMATICAS

Cuando de un avión se conoce la velocidad V a un cierto regimen de vuelo, el consumo de combustible por unidad de tiempo y la cantidad de combustible que puede cargar, es inmediato deducir, por simple aplicación de las leyes del movimiento uniforme, tanto el tiempo que podrá permanecer en vuelo (que es lo que se llama *autonomía*), como el espacio que podrá recorrer o *radio de acción del avión*.

Esta manera simple de calcular el radio de acción y la autonomía es, sin embargo, únicamente una primera aproximación. Hay que tener en cuenta que la velocidad, a un cierto regimen de funcionamiento del motor (o de los motores si son más de uno) depende del peso total del avión, y éste irá disminuyendo a medida que se vaya consumiendo combustible. Teniendo en cuenta esta circunstancia se han obtenido para el radio de acción y la autonomía unas fórmulas algo más complicadas, llamadas fórmulas de *Breguet*, de las cuales a continuación vamos a dar la demostración.

Todavía el radio de acción se modifica apreciablemente cuando en un momento determinado del vuelo el avión se desprende bruscamente de una parte importante de su carga. Tal es el caso, por ejemplo, de los aviones de bombardeo, que en un instante de su recorrido se aligeran del peso de sus bombas.

Nuestro objeto, en esta nota, es exponer de manera directa la demostración de las mencionadas fórmulas de *Breguet*, ver las modificaciones que en ellas deben introducirse para el caso citado de los aviones de bombardeo, y mencionar algunos problemas simples relacionados con este orden de ideas.

1. — Recordemos que la resistencia total que encuentra el avión al moverse en el aire se descompone en una componente vertical y en sentido ascendente llamada *sustentación* o *fuerza sustentadora*, que representaremos por L , y una componente horizontal en sentido contrario al movimiento que se llama *resistencia al avance* y representaremos por D . Estas dos fuerzas son proporcionales a la densidad del aire ρ , a la superficie sustentadora S (aproximadamente igual a la superficie de las alas del avión) y al cuadrado de la velocidad V . Es decir,

$$L = C_L \frac{\rho}{2} S V^2, \quad D = C_D \frac{\rho}{2} S V^2. \quad (1)$$

Ponemos el coeficiente $\frac{1}{2}$ para seguir la costumbre establecida en casi todos los libros de aerodinámica. C_L y C_D son los coeficientes de sustentación y resistencia al avance respectivamente; son datos que dependen de la forma y perfil del ala y además del ángulo de ataque, es decir, del ángulo que forma el plano de las alas con la trayectoria horizontal de vuelo. C_L y C_D se dan, para cada avión particular, en función de este ángulo de ataque φ . Por ejemplo, si para cada φ se toma el valor de C_D como abscisa y el de C_L como

ordenada de un sistema de coordenadas rectangulares, el punto correspondiente, al variar φ , describe la curva llamada *polar* del avión.

En vuelo horizontal de velocidad uniforme, la sustentación L debe equilibrar el peso W del avión y por tanto debe ser

$$W = C_L \frac{\rho}{2} S V^2. \quad (2)$$

Al mismo tiempo la hélice del avión debe ejercer una tracción que neutralice la resistencia D , y siendo la potencia igual a fuerza por velocidad, resulta que la potencia que consume el avión vale $D \cdot V$. Si P es la potencia del motor y η el rendimiento de la hélice, o sea el cociente entre la potencia que consume el avión para avanzar y la potencia que le da el motor, debe ser, por tanto, $\eta P = D V$, o sea, según (1)

$$\eta P = C_D \frac{\rho}{2} S V^3. \quad (3)$$

Las ecuaciones (2) y (3) son las *ecuaciones fundamentales* del vuelo horizontal recto y de ellas se deducen todas las características de este vuelo.

Conviene, antes de seguir, establecer las unidades. C_L y C_D son constantes; ρ , densidad de aire, se mide por el peso en kilogramos de un metro cúbico; S en metros cuadrados; V en metros por segundo. Con estas unidades el peso W de (2) resulta en kilogramos y la potencia P de (3) en kilográmetros por segundo. Si se quiere que P resulte en caballos de vapor habrá que dividir por 75. Si además la velocidad se quiere expresar en kilómetros por hora, deberemos dividir V por 3,6. Queda entonces

$$W = \frac{1}{(3,6)^2} C_L \frac{\rho}{2} S V^2, \quad \eta P = \frac{1}{75 \cdot (3,6)^3} C_D \frac{\rho}{2} S V^3. \quad (4)$$

2. — Pasemos al problema enunciado del radio de acción. Queremos hallar la máxima distancia que puede recorrer un avión volando bajo un *ángulo de ataque constante* (es decir, C_L y C_D constantes). Sea c el consumo específico del motor, medido en kilogramos por caballo de vapor y hora; todo el motor consumirá $c P$ kg. por hora. Si Q_t es la cantidad total de combustible consumido por el avión al cabo de un tiempo t , será

$$d Q_t = c P dt. \quad (5)$$

Al cabo del tiempo t , si W era el peso total del avión al partir, este peso se habrá reducido a $W - Q_t$ y sustituyendo este valor en la primera ecuación (4) y dividiendo ambas ecuaciones resulta

$$\frac{\eta P}{W - Q_t} = \frac{1}{270} \frac{C_D}{C_L} V.$$

De aquí, despejando P y sustituyendo en (5) queda

$$d Q_t = \frac{1}{270} \frac{c}{\eta} \frac{C_D}{C_L} (W - Q_t) V dt. \quad (6)$$

Pero $V dt$ es igual a la diferencial del espacio recorrido dR y por tanto

$$d R = 270 \frac{\eta}{c} \frac{C_L}{C_D} \frac{d Q_t}{W - Q_t}. \quad (7)$$

Integrando el segundo miembro desde la partida en que $Q_t = 0$, hasta que se agota todo el combustible, en que será $Q_t = Q$, suponiendo que el avión carga al salir Q kilogramos de combustible, resulta (recordando que suponemos que el vuelo se realiza manteniendo C_L y C_D constantes)

$$R = 270 \frac{\eta}{c} \frac{C_L}{C_D} \log \frac{W}{W-Q} \quad (8)$$

Esta es la primera fórmula de *Breguet*, que da el radio de acción en kilómetros, suponiendo W y Q en kg., c en kg. por caballo y hora y siendo el logaritmo neperiano.

Observemos que de (8) se deduce que, para un determinado avión, y por tanto fijados W , Q , η , c , el radio de acción R será máximo cuando lo sea el cociente $C_L : C_D$. El ángulo de ataque para el cual este cociente es máximo se llama *ángulo de máximo rendimiento* y vemos, por tanto, que volando constantemente bajo este ángulo se logra un máximo alcance.

3. — Vamos a hallar la autonomía, o sea el tiempo máximo que el avión puede mantenerse en el aire. Sustituyendo en (6) el valor de V deducido de la primera ecuación (4) escrita para el tiempo t , o sea poniendo $W - Q_t$ en lugar de W , queda

$$d Q_t = \frac{1}{270} \frac{c}{\eta} \frac{C_D}{C_L} (W - Q_t) \sqrt{3,6^2 \frac{W - Q_t}{C_L \frac{\rho}{2} S}} dt \quad (9)$$

Para simplificar esta expresión se suele observar que en el momento de la partida la primera ecuación de (4) nos da

$$C_L \frac{\rho}{2} S = 3,6^2 W : V_o^2$$

siendo V_o la velocidad a la partida. Entonces de la expresión anterior se deduce

$$dt = 270 \frac{\eta}{c} \frac{C_L}{C_D} \frac{\sqrt{W}}{V_o} \frac{d Q_t}{(W - Q_t)^{3/2}}, \quad (10)$$

y de aquí, integrando desde $Q_t = 0$, hasta $Q_t = Q$, resulta

$$T = 540 \frac{\eta}{c} \frac{C_L}{C_D} \frac{\sqrt{W}}{V_o} \left(\frac{1}{\sqrt{W-Q}} - \frac{1}{\sqrt{W}} \right) \quad (11)$$

Esta es la segunda fórmula de *Breguet* que da la autonomía o máximo tiempo de vuelo del avión, suponiendo que vuele bajo un ángulo de ataque constante. T resulta expresado en horas.

¿Cuál debe ser este ángulo de ataque constante para que la autonomía T sea máxima?. De la primera ecuación (4) se deduce que $\sqrt{W} : V_o$ es proporcional a $\sqrt{C_L}$; por tanto T es proporcional a

$$\frac{C_L^{3/2}}{C_D} \quad (12)$$

luego: volando bajo ángulo de ataque constante, la autonomía es máxima cuando este ángulo hace máximo al cociente (12). Este cociente (12) se llama *cualidad sustentadora*.

4. — Los textos ingleses y norteamericanos, utilizando unidades inglesas, obtienen las fórmulas (8) y (11) con coeficientes numéricos diferentes. Puede ser útil hacer el cambio de unidades para establecer la coincidencia.

En (8) el consumo específico c se ha supuesto expresado en kg. por caballo y hora; si se quiere expresar en libras por H.P. y hora, como 1 libra = 0,4535 kg. habrá que sustituir c por 0,4535 c . Además, hemos tomado 1 H.P. = 75 kgm/seg., pero el H.P. inglés es un poco mayor, igual a 76,04 kgm./seg., de manera que deberemos multiplicar por la razón de ambos o sea 1,014. Es costumbre, además, utilizar logaritmos decimales en lugar de neperianos; para hacer el cambio basta multiplicar por $\log 10 = 2,3026$. Finalmente, para expresar R en millas en lugar de km. tendremos que dividir por 1,609. Resulta así

$$R = 864 \frac{\eta}{c} \frac{C_L}{C_D} \log_{10} \frac{W}{W - Q} \text{ millas.} \quad (13)$$

En (11), lo mismo que para (8) deberemos sustituir c por 0,4535 c ; multiplicar por 1,014 para tener en cuenta la diferencia entre el H.P. inglés y el métrico; para los pesos no hay que hacer corrección ninguna pues la fórmula (11) es de grado cero respecto ellos; queda V_0 que si se desea expresar en millas por hora en lugar de km/hora, habrá que sustituirlo por 1,609 V_0 . Queda con esto

$$T = 750 \frac{\eta}{c} \frac{C_L}{C_D} \frac{\sqrt{W}}{V_0} \left(\frac{1}{\sqrt{W - Q}} - \frac{1}{\sqrt{W}} \right) \quad (14)$$

En esta forma (13) y (14) es como suelen aparecer estas fórmulas de radio de acción y autonomía en los textos de aerodinámica de lengua inglesa.

5. — Supongamos ahora que el viaje no se hace con la sola disminución de peso motivada por el consumo de combustible, sino que en un momento determinado el avión se desprende bruscamente de un peso B . Tal es el caso, como ya dijimos, de un avión de bombardeo que repentinamente deje caer un peso B de bombas.

Sea t_1 el momento en que se deja caer el peso B . Para integrar (7) podemos dividir el intervalo total en dos partes: una entre 0 y t_1 y la otra entre t_1 y el final en que se termina el combustible, o sea $Q_t = Q$. Queda

$$\begin{aligned} R &= 270 \frac{\eta}{c} \frac{C_L}{C_D} \left[\log \frac{W}{W - Q_1} + \log \frac{W - B - Q_1}{W - B - Q} \right] \\ &= 270 \frac{\eta}{c} \frac{C_L}{C_D} \log \frac{W (W - B - Q_1)}{(W - Q_1) (W - B - Q)} \end{aligned} \quad (15)$$

Aquí W es el peso del avión al partir, incluso el peso B y el combustible Q ; Q_1 es la cantidad de combustible gastado hasta el momento de desprenderse del peso B y Q la cantidad total de combustible cargado al partir.

La fórmula (14) de la autonomía se puede calcular para este caso de la misma manera, pero interesa mucho menos y no vale la pena de escribirla.

Si en lugar de desprenderse de un peso B una única vez, se desprende de dos pesos B_1, B_2 en dos instantes t_1, t_2 , se obtiene análogamente

$$R = 270 \frac{\eta}{c} \frac{C_L}{C_D} \log \frac{W (W - B_1 - Q_1) (W - B_1 - B_2 - Q_2)}{(W - Q_1) (W - B_1 - Q_2) (W - B_1 - B_2 - Q)} \quad (16)$$

fórmula que evidentemente se puede generalizar al caso en que se vayan dejando caer sucesivamente n pesos $B_1, B_2, \dots, B_n$. En (16) Q_i ($i=1,2$) es la cantidad de combustible gastada hasta el instante t_i .

6. — Cuando se quiera saber la máxima distancia alcanzable por un avión sabiendo que debe volver al punto de partida, en el caso normal, bastará tomar la mitad del radio de acción (8). Pero si se quiere saber hasta que distancia se puede llegar para dejar caer un peso B debiendo volver al punto de partida, es necesaria una modificación.

Supongamos que en el momento de dejar caer el peso B se ha consumido una cantidad Q_1 de combustible. Según la fórmula general (8), el camino recorrido es

$$R_i = \frac{1}{a} \log \frac{W}{W - Q_1} \quad (17)$$

donde se ha puesto, como haremos en lo sucesivo para simplificar,

$$\frac{1}{a} = 270 \frac{\eta}{c} \frac{C_L}{C_D}. \quad (18)$$

En este instante el avión se desprende del peso B y por tanto su peso se reduce a $W - B - Q_1$. Desde este momento hasta que el combustible se haya agotado, el camino recorrido, también según (8), será

$$R_v = \frac{1}{a} \log \frac{W - B - Q_1}{W - B - Q}. \quad (19)$$

Para que la distancia de ida R_i sea igual a la de vuelta R_v debe ser

$$\frac{W}{W - Q_1} = \frac{W - B - Q_1}{W - B - Q}.$$

Esto nos da para Q_1 una ecuación de 2º grado cuya única raíz menor que Q y por tanto única admisible es

$$Q_1 = \frac{1}{2} \left(2W - B - \sqrt{4W(W - B - Q) + B^2} \right). \quad (20)$$

Con este valor de Q , cualquiera de las expresiones (17), (19) nos da la distancia a que se puede llegar en las condiciones dichas. Resulta

$$R^* = \frac{1}{a} \log \frac{2W}{B + \sqrt{4W(W - B - Q) + B^2}}. \quad (21)$$

Como es natural, esta distancia alcanzable aumenta al disminuir B y para $B = 0$ coincide con la mitad de (8), como debe ser.

7. — Otro problema interesante referente a radios de acción es el siguiente. Supongamos que se quiera saber el lugar geométrico de los puntos a los cuales se puede llegar saliendo de un aeródromo M y debiendo aterrizar en otro N .

En el caso normal, sabiendo el radio de acción total R dado por (8), los puntos alcanzables serán los interiores a la elipse definida por los puntos M, N como focos y cuya suma de radios vectores valga R o sea, $r_1 + r_2 = R$.

Sea el caso más general de querer indicar todos los puntos a los cuales se puede llegar y dejar caer un peso B . A partir de M sea r_1 la distancia que

se recorre hasta el punto X donde se deja caer el peso B; si en el recorrido M X se ha consumido un peso Q_1 de combustible, lo mismo que (17), será

$$r_1 = \frac{1}{a} \log \frac{W}{W - Q_1} . \quad (22)$$

En el punto X el avión pierde el peso B y como debe poder llegar a N, la distancia X N = r_2 debe valer, igual que (19),

$$r_2 = \frac{1}{a} \log \frac{W - B - Q_2}{W - B - Q} . \quad (23)$$

Entre estas dos ecuaciones (22) y (23) se puede eliminar Q_1 . Queda

$$(W - B - Q)e^{a(r_1 + r_2)} + B e^{a r_1} - W = 0 . \quad (24)$$

Esta será la ecuación, en coordenadas *bipolares*, de la curva que limita los puntos a los cuales se puede ir partiendo de M y llegando a N, dejando caer en ellos un peso B.

Las curvas (24) son curvas convexas parecidas a elipses para B no muy grande; para $B = 0$, resulta $r_1 + r_2 = \text{cte.}$ o sea, la curva es una elipse, como debía ser pues entonces estamos en el caso normal.

Si se quiere expresar la curva (24) en coordenadas cartesianas, tomando como eje x la recta M N y como origen el punto medio del segmento M N, si $M N = 2a$, bastará sustituir

$$r_1 = \sqrt{(a + x)^2 + y^2} , \quad r_2 = \sqrt{(a - x)^2 + y^2} .$$

8. — La misma ecuación (24) representa el lugar geométrico de los puntos alcanzables para otros casos análogos. Sólo hay que interpretar de manera distinta el valor de r_1 o r_2 .

Supongamos, por ejemplo, que se sale de un punto M y se deba aterrizar en cualquier punto de una recta m. En el caso normal, en que no hay desprendimiento brusco de ningún peso B, la región de los puntos alcanzables estará limitada por la curva lugar geométrico de los puntos cuya suma de distancias al punto M y a la recta m sea constante e igual al radio de acción R. Es fácil de demostrar que tal lugar es una parábola de foco M y directriz la recta paralela a m y distante de ella R del mismo lado en que se encuentra M.

En el caso de dejar caer un peso B, o sea, si se quiere señalar la región que se puede bombardear con un peso B saliendo de un punto M y yendo a aterrizar sobre la costa limitada por la recta m, basta observar que ella estará limitada por la misma curva (24) en la cual r_1 indica como antes la distancia a M, pero r_2 indica la distancia a la recta m. Es decir, en un sistema de coordenadas cartesianas cuyo eje y sea la recta m y eje x la normal a la misma por M, llamando a a la distancia de M a la recta m, los valores de r_1 y r_2 son ahora

$$r_1 = \sqrt{(a - x)^2 + y^2} , \quad r_2 = x .$$

Es fácil construir este lugar por puntos. Se toman pares de valores r_1, r_2 , ligados por (24) y se hallan las intersecciones de las circunferencias de centro M y radio r_1 con las rectas paralelas a m a distancia r_2 .

Si en lugar de tratarse de una recta m, se trata de una curva cualquiera, el lugar geométrico se construye por puntos de manera análoga, trazando las curvas paralelas a la dada a distancias r_2 .

EL APROVECHAMIENTO DE LAS AGUAS DEL LAGO MUSTERS (CHUBUT)

Por el DR. ALFREDO CASTELLANOS

Las vastas regiones que constituyen los cañadones y mesetas patagónicas, entregadas desde hace bastante tiempo a la cría de animales ovinos, no ofrecen, por el momento, mayores condiciones favorables al desarrollo de los cultivos, por dos razones fundamentales: en primer término, la escasez o la falta completa de agua superficial y en la superficie de las mesetas por estar el suelo cubierto con los rodados patagónicos. Hay, sin embargo, algunos cañadones cuyo suelo es favorable para ser aprovechado para la agricultura, oponiéndose a ello la ausencia o escasez de agua.

En Chubut existen, no obstante, algunas zonas, como la "Cuenca de Sarmiento", con mejores condiciones para el incremento agrícola, por poseer el agua requerida mediante un riego artificial, completado con un suelo lómico favorable al desarrollo de los cultivos. En esta gobernación y en la actualidad, hay cultivos en los alrededores de Colonia Sarmiento y en el valle del río Senguerr, por donde divaga este río en la región denominada "Ensanche Colonia Sarmiento". Sin embargo, el área sembrada y utilizada para plantaciones de árboles frutales es reducida, no alcanzando sus cosechas a cubrir las necesidades que exige la economía de este territorio. Esto obliga a una búsqueda de soluciones para conseguir mayor extensión de suelos de cultivo que permita completar la movilización económica que se trata de imprimir a esta parte del sud argentino.

Estas son las causas que han gestado el proyecto de desecar el lago Colhué-Huapí, entregando su superficie al cultivo y regando artificialmente su suelo con las aguas del lago Musters, al mismo tiempo que se enviaría otra proporción de agua del mismo lago por el cauce del río Chico, hoy completamente seco, para abastecer las poblaciones de Gaimán, Trelew y Rawson, ubicadas cerca de sus márgenes.

La realización de esta obra, como la de tantas otras de análogo carácter, evidencian la necesidad de intensificar en nuestras universidades los estudios fisiográficos, en estrecha relación con los hidráulicos, para capacitar a los técnicos que el país requiere y cuya influencia preponderante se hará sentir en un futuro cercano para el mejor desarrollo de la economía agrícola de nuestro suelo.

Si deseamos realizar una movilización industrial en todo nuestro territorio, debemos conocer, ante todo, nuestras fuentes de riqueza para llevar a cabo un aprovechamiento coordinado que permita la estructuración de un inventario sistemático de materias primas, tanto agrícolas, como ganaderas y mineras, que nos conduciría luego a la implantación de un régimen industrial en el país.

De todos los profesionales que egresan de nuestras universidades, el ingeniero es el que tiene más campo de acción en la transformación de esas zonas. Con la modernización de sus planes de enseñanza, estudiando los

propios problemas de nuestro territorio encontrará sus soluciones, no en la pizarra sino en las visitas a los lugares donde ellos se plantean.

Patagonia es, casualmente, la que exigirá en un futuro no lejano, la solución de sus problemas económicos, dado que la actividad efectiva y en potencia y la capacidad de trabajo de sus habitantes, están ya transformándola en fuente de producción.

La explotación de sus minas, el mejoramiento de su ganadería y la conquista de mayores áreas de cultivo, obligaría a una movilización industrial que haría de Patagonia una zona de vasta producción. Este porvenir económico de nuestros territorios del sud ya ha sido vislumbrado y a su suelo han concurrido hombres de todas las naciones del mundo para realizar la fusión de las razas y surgir el argentino trabajador y generoso que hará de Patagonia la tierra de promisión proclamada por nuestra Constitución.

El hombre realiza en Patagonia una acción tenaz combatiendo contra la aridez de gran parte de su suelo, la inclemencia de su clima, la falta de poblaciones en extensísimas zonas y sin embargo, a pesar de carecer de la ayuda oficial, ha sabido sobreponerse, templando su espíritu en la lucha con el medio, desarrollando la ganadería ovina y obteniendo lanas que le permite competir con otros centros de producción en el mercado del mundo.

La raza ovina que más se ha impuesto en el territorio patagónico es la Corriedale o una cruce de ésta con Merino Australiano, pero el pastoreo de este ganado exige la ocupación de mayores extensiones, debido a la pobreza de vegetación, caracterizada por zonas de estepas de gramíneas, constituídas especialmente por pastos duros, alternando con otras de arbustos, de matas y de neneo.

De este modo se ha conseguido una distribución del ganado ovino a razón de 500 ovejas por legua cuadrada en el centro del territorio, de 800 en la zona costera y de 1000 en las regiones del W. donde las precipitaciones atmosféricas son mayores. En Tierra del Fuego sus praderas albergan hasta 2.000 cabezas por legua cuadrada.

En cambio, los ganados bovino y equino, que exigen más ricas zonas de pastoreo, no se encuentran desarrollados y solo cubren pequeñas áreas aisladas.

La obtención de zonas de cultivo forrajero proporcionaría un medio más adecuado para el incremento de la ganadería y ello sería factible con la conquista de regiones favorables por su suelo y por el riego artificial.

Planteados los problemas en carácter general, cuya solución Patagonia reclama, puede apreciarse la necesidad urgente de la obra hidráulica con que hemos titulado estas anotaciones y las consecuencias económicas que ella tiene para el porvenir de esa parte del suelo argentino.

La cuenca imbrífera del río Senguerr se extiende desde la sierra Tepuel al N., hasta el cerro Rojo al S. situado en la Cordillera Andina Patagónica y al W. la citada cordillera. Desde esta montaña bajan corrientes de agua que convergen al E. a un colector común.

El río Senguerr nace directamente del extremo oriental del lago Fontana, al cortar las aguas la morrena terminal que cierra la cubeta glaciar, que originariamente fué una incisión fluvial. Las aguas se aumentan continuamente con las del lago La Plata que está más al W. y que las recibe por medio de un canal.

Los dos lagos están rodeados al S., W. y N. por las cumbres nevadas de los Andes Patagónicos, donde se destacan algunos cerros con nieves persistentes y otros con periódicas, como los de Katerfeld, Peñón, de las Torres, Ñato, Dedo, Negro, Cabezón, Manchado y Cumbre Negra.

Desde el lago Fontana corren las aguas por un valle glaci-fluvial, que después se hace fluvial, dividiéndose en varios brazos, divagando por un amplio valle de fondo plano y de márgenes muy bajas, especialmente a la altura de la población "Paso Río Senguerr". Aguas arriba de esta población, el río Senguerr recibe en la margen izquierda el arroyo El Gato y aguas abajo, en la orilla opuesta, el río Verde.

El río Senguerr corre en dirección. N. E. - E. describiendo un arco de concavidad austral recibiendo, antes de cambiar de rumbo hacia el S. y en las proximidades de la localidad Botello, por su margen izquierda, el arroyo Appeleg que separa la "Pampa Appeleg" y la "Pampa Genoa". El arroyo citado nace de las aguas que bajan de la cordillera Andina Patagónica, que desde el cerro Cumbre Negra forma el límite internacional hasta el Hito 30. De estas corrientes la más importante es la del N. que se denomina Arroyo Frías.

El arroyo Appeleg recibe, a su vez, por la margen izquierda, el arroyo Omkel que limita por el N. la "Pampa Teguer"; el arroyo Omkel se nutre por la orilla derecha con las aguas del arroyo Arenoso que procede de la laguna Azul.

Un poco aguas abajo de la desembocadura del arroyo Appeleg, vuelca sus aguas en el río Senguerr el arroyo Genoa que viene del N. W. recibiendo el caudal de los arroyos Ñirehuau, Putrechoique, etc., por la margen derecha.

El río Senguerr se nutre especialmente de las aguas de los lagos, porque la de los arroyos Appeleg y particularmente del Genoa, no es muy considerable por perderse en bañados que se extienden desde Colonia General San Martín a Nueva Lubecka.

El río Senguerr, ante el obstáculo que se opone interceptando su camino, como es la sierra de San Bernardo que pertenece a los Patagónides de Keidel, busca franquearla dirigiéndose al S. y trazando un codo cuando dicha sierra se hunde. Antes de este codo, en el punto llamado La Confluencia, recibe por su margen derecha el río Mayo formado por las aguas cordilleranas que descenden desde el cerro Galera, por el S. hasta el Hito 44, teniendo como principal afluente el arroyo Ñirehuau. El río Mayo recibe por su margen derecha las aguas del río Chalia, que a su vez éste se nutre, en su orilla derecha, con las aguas que proceden de la laguna Blanca, alimentada por los arroyos León y Urruhau. Más adelante, cerca de la población de su nombre, el río Mayo toma por su orilla derecha, las aguas del arroyo Guenguel, y por último, las aguas de los cañadones María y Carril, este último cerca de La Confluencia.

Después de bordear el extremo austral de la sierra San Bernardo, el río Senguerr toma una dirección al N. E., luego al N. y vuelca sus aguas en el extremo S. E. del lago Musters. Al N. y S. de la población Colonia Sarmiento existen brazos, el del N. lleva las aguas del río Senguerr al lago Colhué-Huapí y los del S. las de dicho pótamo al citado lago.

En la actualidad, de un ensanche del lago Colhué-Huapí, formando la laguna del río Chico o Dillon, nace el río de este nombre que corre de W. a E., entre los picos Oneto y Don Carlos, luego entre los cerros Negro y Tortugas y por último se dirige al N. E. para unirse al río Chubut.

La gran depresión denominada "Cuenca de Sarmiento" ocupada por los espejos Musters y Colhué-Huapí, está limitada al W. por los Patagónides representados por las sierras de San Bernardo, de los Aisladores y Buen Pasto; al N. por las sierras del Castillo, Corrientes, del Toro y Victoria; al E. por el borde de la meseta con los cerros Guacho, Pico Oneto, Negro y Pico Don Carlos; al S. por el borde occidental de la "Pampa de Castillo"

y la meseta que termina en forma abrupta desde el pico Don Carlos al Cerro Negro que se une con la "Pampa María Santísima".

Antes de formarse esta depresión y originarse los lagos citados, el río Senguerr, desde el codo actual, se dirigía por Valle Hermoso, cañadón que separa la "Pampa María Santísima" de la "Pampa de Castillo", hacia la hondonada que existe entre los cerros Negro y Tortugas, continuando por el valle del actual río Chico, que de este modo correspondía al curso inferior del antiguo río Senguerr.

En el mioceno, el límite de división de las aguas (*divortium aquarum*) de los ríos pacíficos y atlánticos, pasaba por el eje de los Patagónides, pero se han ido corriendo hacia el W. y los ríos atlánticos han capturado las vertientes de los pacíficos hasta que durante el cuaternario los grandes glaciares se situaron en la alta cordillera levantada y excavaron las grandes cubetas de los lagos andinos actuales. En la actualidad existe una tendencia de desplazarse al E. el *divortium aquarum*.

El antiguo río Senguerr, al encontrar el obstáculo de la sierra de San Bernardo, se dirigió al S. y trazó su Codo; al producirse la depresión tectónica denominada "Cuenca de Sarmiento" abandona su recorrido por Valle Hermoso y se dirige al N. E. y N. para llenar con sus aguas una depresión longitudinal y dar nacimiento al lago Musters con su prolongación entre las penínsulas Baya y Negra, depresión denominada Bahía Costa. El excedente de las aguas de este lago es transportado más al E., llenando otra depresión de mayor anchura de W. a E., pero de poca profundidad, dando origen al lago Colhué-Huapi, separado del anterior por un istmo donde se halla ubicado un cordón en el que se destacan el cerro Challao de 650m. de altura al S. y el Chenque con 609m. y que representan la continuación de la sierra Corrientes.

Debemos hacer notar que la red hidrográfica del río Senguerr es susceptible de sufrir cambios que podrían modificar su caudal y por lo tanto el aporte hidráulico al lago Musters. Bástenos mencionar el caso de Laguna Blanca que hasta 1888 enviaba sus aguas al río Mayo y por consiguiente pertenecía a la vertiente pacífica. Ahora sólo cuando se produce el derretimiento de las nieves, las aguas de la mencionada laguna concurren al citado río, siendo lo corriente y durante el año formar parte de la vertiente pacífica incorporándose a la cuenca del río Aysen, al unirse el arroyo Urruhuan (afluente de dicha laguna) con los tributarios del arroyo Humo que echa sus aguas al río Oscuro y este a su vez al río Simpson.

Durante el mioceno el *divortium aquarum* se hallaba ubicado en los Patagónides, según los estudios realizados por el distinguido geólogo Dr. Pablo Groeber. En ese entonces, del extremo meridional de la sierra de San Bernardo, nacían varias corrientes que unidas recorrían hacia el W. el cauce del río Senguerr y seguían después por el río Mayo, atravesaban la laguna Blanca, continuaban hacia el W. por el arroyo Ñires o León, después por el cauce del río Huemules, pasando la cordillera andina por el valle transversal de este nombre, para unirse a las cabeceras del río Simpson, de vertiente pacífica, que afluye al río Mañuales para formar el Aysen. Este pótamo continuaba al W. por el canal del Estero Aysen, pasando al S. de las islas Elena, Gibraltar, Victoria e Isquiliac, para desembocar en la costa miocénica del antiguo Pacífico a la altura del meridiano 75°.

El otro confluente del río Aysen es el Mañuales que habría nacido en la sierra del Telégrafo (Patagónides) por dos corrientes de agua que pasaban al N. y S. de "Ensanche Colonia Sarmiento". Seguía después el curso inferior de los arroyos del Cañadón Alto y Cañada del Ñirehuan o Coichel para luego abandonarlo por dirigirse al N. y atravesar la laguna Coyet; cruza la Cor-

dillera Patagónica por el valle transversal de El Coite, para proseguir al W. siguiendo el curso del río Ñireguay que vuelca sus aguas en el Mañuales.

Volviendo a nuestro objetivo en esta publicación, nos referiremos en particular a los lagos Musters y Colhué-Huapí. El primero se halla a 271m.4 s. el n. del m., está encajado entre la sierra de San Bernardo al W. la que tiene dos cerros de importancia, uno, al S., el de San Bernardo propiamente dicho y otro al N. W., el Pastel; en las proximidades de éste penetra en la sierra formando la Bahía Costa. En su parte N. había una península que a partir del año 1918 o 1919 se ha transformado en isla. En la orilla S. W., dice Graef, vivía un poblador que tenía una huerta que desde 1919 desapareció debajo de las aguas.

El lago Musters está limitado al E. por un cordón bajo, cuyo punto más elevado, situado al N., es el cerro Chenque. Dicho cordón separa los lagos Musters y Colhué-Huapí.

El río Senguerr, al doblar hacia el N., desprende un brazo de crecienta que pasando al N. del cerro Negro lleva las aguas al lago Colhué-Huapí. Más adelante se separa del Senguerr otro brazo de crecienta que pasa por el S. del pueblo Sarmiento y se une al cauce del tercer brazo del Senguerr que se separa de éste antes de su desembocadura en el lago Musters.

Los brazos de crecienta, cuando no corresponden a esta época, forman lagunas, pantanos, o se reducen a una pequeña vaguada. Esta disposición de salida de los brazos del Senguerr no es constante pues sufre desplazamientos.

El río Senguerr, en el último trayecto de su curso actual y en la época de poco caudal, tiene una profundidad de 0m.75, y sus orillas indican un pequeño encaje de 1m.5 a 3m. en la llanura, formando barrancas compuestas de arena y cantos rodados.

Las crecientes del pótamo aparecen en primavera cuando se produce el derretimiento de las nieves de la Cordillera, facilitando la realización de este proceso el aumento de temperatura, la caída de lluvias y los pocos vientos.

En el verano, especialmente cuando es frío, bajan las aguas del río. Se nota también que cuanto más lluviosa es esta estación, menos caudal de agua transporta el Senguerr, aunque una lluvia copiosa pueda producir una crecienta que pasa rápidamente, volviendo a bajar en forma inmediata el nivel de las aguas.

Cuanto más lluvioso es un verano, tanto más fresco resulta y por lo tanto las nieves se licúan poco y el río no aumenta de caudal pues recibe poca agua de los lagos La Plata y Fontana que le dan nacimiento.

En otoño, el río vuelve a crecer, debido a las lluvias, pero menos que en primavera. En invierno el nivel de las aguas baja de nuevo. El *minimum* *minimorum* corresponde, generalmente, al mes de enero.

Durante el año 1911 la diferencia entre la mínima y la máxima llegó de 0m.8' hasta 1m.9 y el caudal observado fué de 3m³. X s., como *minimum* y 396m³. X s. como *maximum*.

En caso de crecienta se producen desbordes de las aguas hacia el E., lo que se ve favorecido por los vientos pacíficos huracanados del W., cuya velocidad es de 30 a 40Km. por hora casi todo el año.

La orilla S. del lago es llana y pantanosa, con aguas poco profundas y una vegetación de juncos. Al E. de la desembocadura del río Senguerr en el lago, hasta el extremo S. del cordón que se intercala entre los dos lagos, el viento ha formado, por medio de un fuerte oleaje, un dique natural constituido por arena y cantos rodados, que impide la salida superficial de las aguas del lago; pero debido a la porosidad de dicho dique, parte cierta

cantidad de agua del lago y en forma subterránea, originando lagunas detrás de dicho dique, aguas que después vuelven al río Senguerr.

El lecho del río Senguerr tiene un ancho de 30 a 50 m., pero en su desembocadura se reduce de 8 a 10 m., porque el resto del lecho se halla cerrado en el lado W. por una barra de cantos rodados originada por las olas. La lucha entre el crecimiento de esta barra y la corriente del río se mantiene ahora en cierto equilibrio, impidiendo esta última se cierre completamente el lecho.

La superficie del lago se halla 4m. más alta que los rieles del F. C. y la del lago Colhué-Huapí 10 m. menos del nivel de la del Musters.

La llanura de la "Cuenca de Sarmiento" está cubierta por rodados y limos ofreciendo la característica de una gran llanura aluvional en la parte E. y de un cono de deyección en la W.

Otra particularidad digna de mención es que el río Senguerr, después de formar el Codo, sigue una dirección al N. E. continuando por la mayor pendiente hacia el lago Colhué-Huapí, pero después de un recorrido se tuerce hacia el N., abandonando dicho declive, influenciado por los movimientos tectónicos sufridos en el cordón que se prolonga entre los dos lagos, donde Keidel ha observado más al N. líneas tectónicas con rumbo. N.-S.

En la orilla N. E. del lago Musters se ha originado una gran laguna. Los fuertes vientos levantan continuamente un oleaje que en esa playa ha acumulado cantos rodados cubiertos por arenas de médanos que constituyen un dique semejante al que se ha formado en la orilla S. E.

"Las indicaciones sobre la época del crecimiento del lago —dice Graef— coinciden con la del cierre del desagüe del lago. Esta concordancia se puede considerar como causa del aumento del agua, sin excluir la posibilidad de movimientos tectónicos. De todos modos, la cantidad de agua, que trae el río Senguerr, influirá bajo las circunstancias actuales sobre las oscilaciones de la superficie del lago como lo hace también la evaporación del agua que debe ser muy importante en los dos lagos, considerando su enorme superficie (Lago Musters = 450 Km.² y Lago Colhué-Huapí = 800 Km.²) y el viento fuerte y persistente en un clima seco (la cantidad de lluvia anual es de 200 milímetros)".

En enero de 1932 Rossbach obtuvo una velocidad superficial media de 0,9 correspondiendo un caudal de unos 23m.³ × s. En el puente de hormigón sobre el río Senguerr, antes de llegar al lago Musters, el ancho del pótamo es de 35 a 44m., la sección de la corriente de unos 56m.² y su velocidad media de 0,41m. × s. La mayor profundidad alcanza a 2m.80 y la máxima velocidad superficial es de 0m.67 × s.

En el brazo que sale del río Senguerr y lleva las aguas al lago Colhué-Huapí y en el lugar del puente de madera en el que el ancho del cauce es de 43m. y el ancho máximo 64m., Rossbach ha obtenido una velocidad máxima superficial de 0m.63 × s., una profundidad máxima de 0m.70; la sección de la corriente de 20m.² y el caudal de 7,5m.³ × s. que debería reducirse a 7m. para anular la acción del fuerte viento que actuaba cuando se hicieron las mediciones.

Antes de llegar al puente de hormigón se captan del río Senguerr 4m.³ × s., destinados a riego.

Como se ha dicho el lago Musters tiene una superficie de 450 Km.² y le corresponde una evaporación de 15,6m.³ × s., mientras al lago Colhué-Huapí, con una superficie de 800 Km.² le pertenecen 74m.³ × s.

El lago Musters recibe 16m.³ de agua × s., se evaporan 15,6m.³ × s., se infiltran 0,4m.³ × s. y los restantes 7m.³ × s. pasan al lago Colhué-Huapí.

El lago Colhué-Huapí recibe $7m.^3 \times s.$, se evaporan $74m.^3 \times s.$ y el *deficit* se cubre con las aguas de las crecientes, porque los datos registrados corresponden al *minimum minimorum*.

Por datos obtenidos en otoño, se registra en el lugar del puente de hormigón, un caudal máximo de $125m.^3 \times s.$ a los que conviene agregar los $4m.^3 \times s.$ que se captan para riego.

El lago Musters tiene una profundidad media de unos 40m. y está reparado por la sierra de San Bernardo de los fuertes vientos secos y calientes del W., por lo que disminuye el coeficiente de evaporación.

El lago Colhué-Huapí tiene una profundidad media de 2m. y se halla mejor expuesto a los vientos y rayos solares.

El río Senguerr, aguas abajo del Codo, tiene al W. rocas triásicas con un relieve maduro, mientras al E. forma dos escalones mesetiformes para alcanzar la Pampa María Santísima, en los cuales afloran los Estratos a Dinosaurios con las arenas petrolíferas de su parte inferior.

El lago Musters se halla dentro de estratos del Triásico que fueron plegados en el Cretáceo medio, pero durante el Liásico (Jurásico inferior) existía un umbral que detuvo las aguas del mar, producido por una entrada del Pacífico, lo que significa un plegamiento Triásico que produjo el primitivo plegamiento de los Patagónides. El lago Colhué-Huapí presenta, en cambio, en su fondo y en sus orillas, los Estratos con Dinosaurios del Cretáceo superior.

La cubeta del lago Musters es la de una ancha fosa situada de N. a S.; en su parte N. ocupa un sinclinal formado por Estratos con Dinosaurios. Este sinclinal se extiende más al N. en dirección al Bajo de las Liebres y él descansa sobre estratos muy perturbados del basamento, los cuales se hunden fuertemente inclinados en la parte media y S. del cordón que separa los dos lagos. En la zona N. de dicho cordón, arriba de un anticlinal comprimido y sobrellevado hacia el E., se aprecia, según Windhausen, la bóveda chata de un manto de cobijadura de gran extensión, debido a los movimientos horizontales del Cretáceo medio.

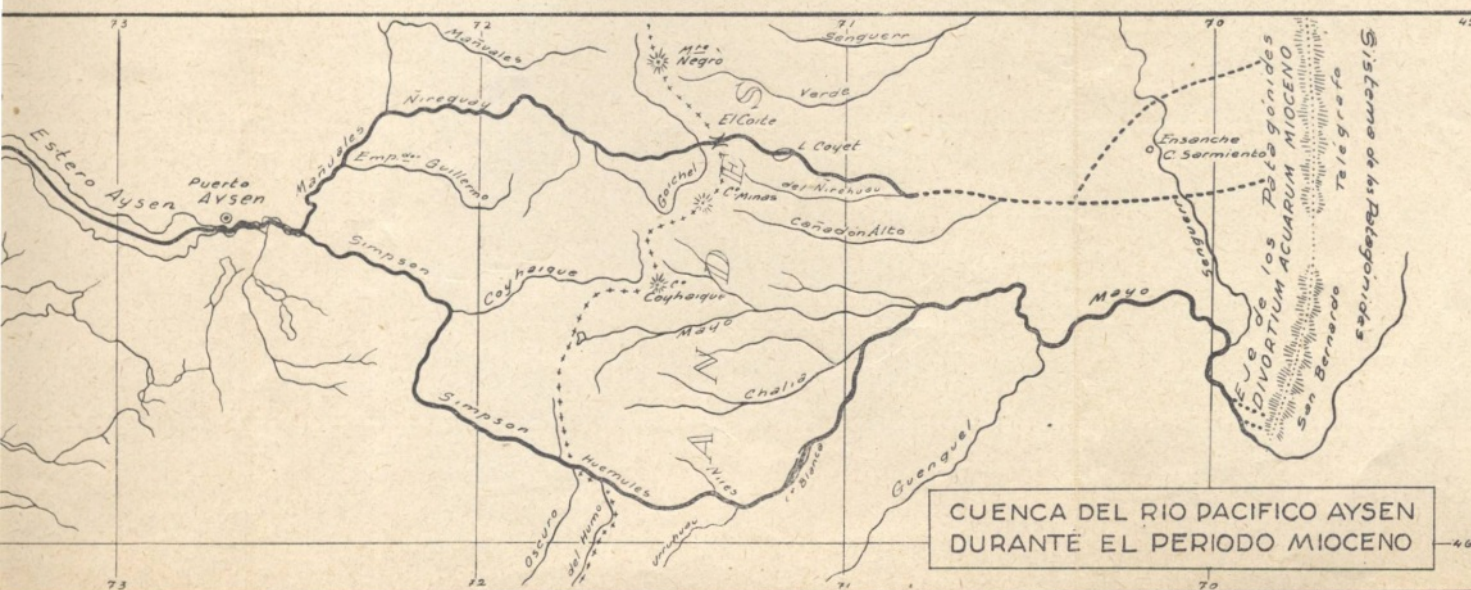
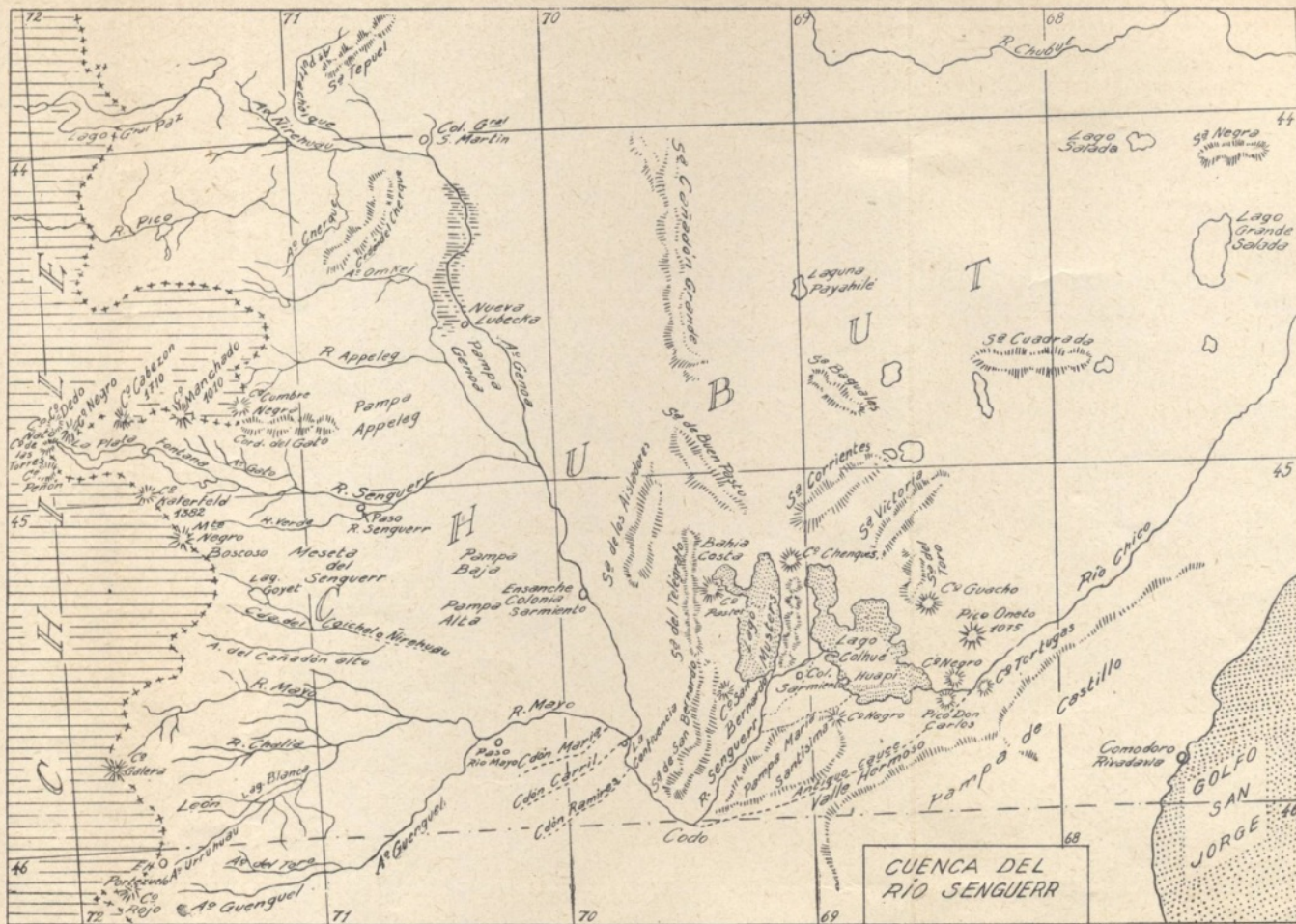
Las rocas del basamento, según Keidel, fueron levantadas por los movimientos póstumos del Cuaternario. La cuenca del lago Musters se atribuye a estas dislocaciones y puede ubicarse entre "la formación de los altos planos de denudación de las mesetas y aquellos planos que corresponden al nivel del Valle Hermoso".

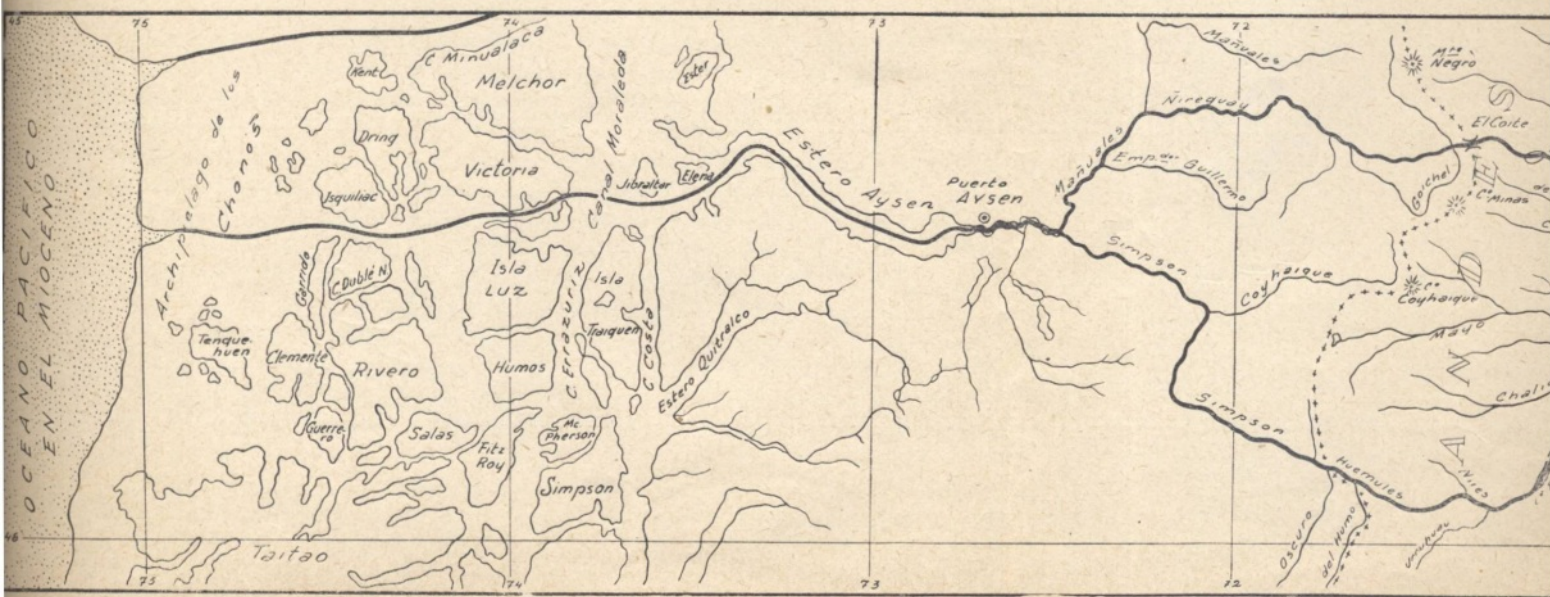
Keidel sostiene que la cuenca del lago Colhué-Huapí se debe "a ligeros movimientos oscilatorios y de un embalse natural de las aguas por una corriente de lava arrojada desde el Pico Oneto y visible en su falda meridional".

Windhausen, por su parte, supone la existencia de una falla en el borde occidental del istmo que separa los dos lagos y que en su parte media ha dado origen a un gran centro de efusión de rocas básicas. Es probable la existencia de otra falla al E. del istmo, formándose de este modo dos cuencas que fueron llenadas por las aguas del río Senguerr.

La desecación del lago Colhué-Huapí entregaría a la agricultura, por lo menos $800Km.^2$ que estarían bajo riego, pero es necesario tener en cuenta que conviene proteger el suelo lómico suelto, expuesto a continua eolación por los fuertes vientos del W. que reinan en casi todo el año y que traería como consecuencia una erosión del suelo y en otros lugares la formación de dunas.

Algo semejante ha ocurrido en la depresión Guanacache, entre las provincias de San Juan, Mendoza y San Luis, la que hace muchos años estuvo





cubierta por las aguas formando las lagunas de Guanacache y en cuyas orillas habitaba una población lagunera. Desecadas dichas lagunas los habitantes se transformaron en agricultores, pero la eolación destruyó sus cultivos y hoy la zona se encuentra despoblada y cubierta de médanos. En esta depresión sólo han quedado en su extremo N. W. las lagunas del Rosario, donde aún existe una pequeña población de laguneros que se dedica a la pesca.

Otro factor que no debe descuidarse es el de las fluctuaciones de la pluviosidad y el regulamiento del cauce del río Senguerr.

El nivel de las aguas del lago Fontana desciende, como lo demuestra la escala colocada en el nacimiento del río Senguerr. En febrero de 1945, cuando visité esos lugares, se me informó que dicha escala marcaba, el 8 de diciembre de 1944, 0,98m. como nivel de las aguas del río Senguerr y el 30 de enero de 1945 0m.26, es decir, que en un mes y 22 días había descendido 0m.72. Es la época de estiaje del río.

La escala sobre el lago Fontana está a 2Km. al W. del nacimiento del río Senguerr y el nivel de sus aguas acusaba 1m.28.

Para proporcionar más agua al río Senguerr bastaría permitirle mayor entrada de la misma, del lago al río, abriendo la morrena frontal que ha incidido en parte el pótamo y en la actualidad se dispone en cinco terrazas con frente al lago; la más elevada es de 940m. s. el n.º del m., la siguiente de 900m., la tercera de 890m., la cuarta de 885m. y la más inferior de 880m., esta última termina a orillas del lago. La margen del río Senguerr está a 875m.

También será necesario reunir en un solo cauce las aguas del río Senguerr, dispersas en varios brazos y formando esteros, para evitar pérdida por la infiltración y evaporación, especialmente en los alrededores de la población "Paso Río Senguerr".

Del problema a resolver y del proyecto a realizar, sólo hemos dado una reseña de conjunto para señalar cuales deben ser la orientación y enseñanza profesional del ingeniero del futuro, quien gasta mucho tiempo del que pasa en las aulas universitarias estudiando problemas que no se plantean en el país y cuya preparación debía ocupar un lugar complementario.

Los planes de estudio de los carreras de ingeniería exigen, para estar acordes con el movimiento actual económico-social, una renovación en el sentido de su orientación y contenido, enseñando los problemas cuya solución reclama el propio país y que han sido resueltos en otros por medio de sus institutos profesionales o de investigación científica. Con este criterio Rusia, en los últimos años, ha encarado la capacitación del ingeniero dotándolo del conocimiento de los problemas de su propio suelo por medio de la enseñanza de los estudios fisiográficos y geológicos, a fin de que su acción sea eficiente en la ejecución de obras de Ingeniería de gran envergadura, que son las que levantan la economía de una nación.

EL CICLOTRON

Su funcionamiento y su contribución al progreso de la Ciencia

POR EL PROF. DR. RAFAEL GRINFELD (1)

Introducción - La Molécula y el átomo - Imagen Nuclear

Como es sabido los resultados de los estudios de varias generaciones de los físicos y químicos nos permiten afirmar que todo cuerpo (*la materia*) está compuesto de un número muy grande de pequeñas partículas llamadas "*moléculas*" en perenne movimiento de desordenada agitación (térmica), separadas entre sí por espacios denominados "*espacios intermoleculares*" y unidas por las fuerzas de "*cohesión*" molecular. Su ínfimo tamaño las hace absolutamente invisibles, aún al microscopio más potente. Una idea de su pequeñez y peso lo suministra el hecho que en 1 cm³ de agua hay, el número astronómico, $3,4 \times 10^{22}$ moléculas. El número de sustancias hoy conocidas por el hombre es de varios centenares de miles. Lo que diferencia una de otra a tales sustancias es la constitución y peso relativo de sus moléculas (*peso molecular*). Pero los métodos químicos y físicos comunes como el calor, la electricidad, la luz, consiguen descomponer esas sustancias en otras 92, que hasta hace poco se resistieron a una ulterior descomposición. Por ello se les llamó *sustancias simples* o *elementos*. El H, el He, el Li, el B, el O, el N, el C, el Na, el P, el Au, el Ra, el Pt, el U, son elementos.

Las demás sustancias, que están formadas de la reunión de 2 ó mas elementos en diversas proporciones, se denominan *sustancias compuestas*.

Los fenómenos físico-químicos a que nos hemos referido antes, indican que las moléculas están, a su vez, formadas, en general, por dos o más partículas llamadas *átomos*. Los elementos se diferencian entre sí por la distinta naturaleza de sus átomos. A cada elemento corresponde un tipo de átomo. Hay pues 92 especies (2) atómicas naturales.

Cada átomo se caracteriza por un peso que se llama *peso atómico* si se refiere al peso del átomo de Hidrógeno (el más simple y liviano) tomado como unidad (3). Si se dice que el peso atómico del Uranio común es $A = 238$

(1) Las páginas de este artículo son una refundición y una actualización de dos conferencias leídas por el autor por la radio de la Universidad Nacional de La Plata, L.R.11, en los años 1941 y 1942. Lo doy a publicidad para la Revista del C. E. F. C. M. de la U. N. L., respondiendo a un pedido de su director, como expresión de mi solidaridad y aplauso a la noble y altiva actitud del estudiantado de la U. del Litoral que, mancomunado con el de las demás Universidades Argentinas, están al frente de la lucha por la *Libertad* y la *Reforma* en el País y en la Universidad.

Deseo, también, testimoniar con este modesto trabajo mi homenaje al gran físico Ernest O. Lawrence, al "*Radioation Laboratory*" y al "*Department of Physics*" de la Universidad de *Berkeley, California*, en este momento crítico de la historia de la humanidad en que "todo el mundo" tiene puesto sus ojos en los hombres de ciencia de Norteamérica, con la esperanza de que *nunca jamás* permitirán que el fruto de su genio sea empleado, otra vez, para la destrucción del hombre, sinó para su bien y su libertad.

(2) Ver más adelante el concepto de "isótopo"

(3) En realidad, en la "escala química" se toma como peso atómico de referencia el del oxígeno al que se le atribuye el valor de 16,0000. El "peso atómico" del hidrógeno resulta entonces 1,008123.

quiere decir que el átomo de *U* pesa, aproximadamente, 238 veces el del Hidrógeno.

Investigaciones de principio de este siglo condujeron a *Lord Rutherford* al enunciado de su *teoría nuclear* del átomo. Según ella el átomo está formado de una parte central, fig. 1, llamada *núcleo atómico*, cargado de electricidad positiva y a su alrededor giran corpúsculos eléctricos negativos, llamados *electrones*. Los electrones son iguales entre sí, cualquiera sea el elemento a que pertenecen. Lo que distingue un átomo de otro es su “núcleo” y de éste, el valor de su carga eléctrica, que en estado normal de la materia, es igual a la carga de todos los electrones que lo acompañan. Por otra parte, *Mendeleieff* descubrió, a fines del siglo pasado, que los elementos se dejan ordenar en un cuadro periódico de acuerdo a sus propiedades físico-químicas sobresalientes. Cada elemento ocupa un lugar perfectamente determinado en esa ordenación; lugar que se llama *número de orden*, *Z*. El número de orden del Hidrógeno que ocupa el primer lugar, es pues, $Z = 1$. El número de

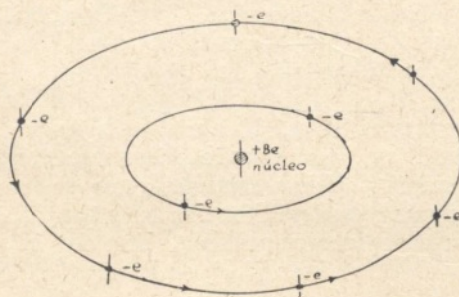


Fig. 1. — Esquema del átomo de oxígeno, según la imagen nuclear de Rutherford. En el centro está representado el núcleo con su carga positiva $+Ze = +8e$ y a su alrededor se ven los electrones planetarios.

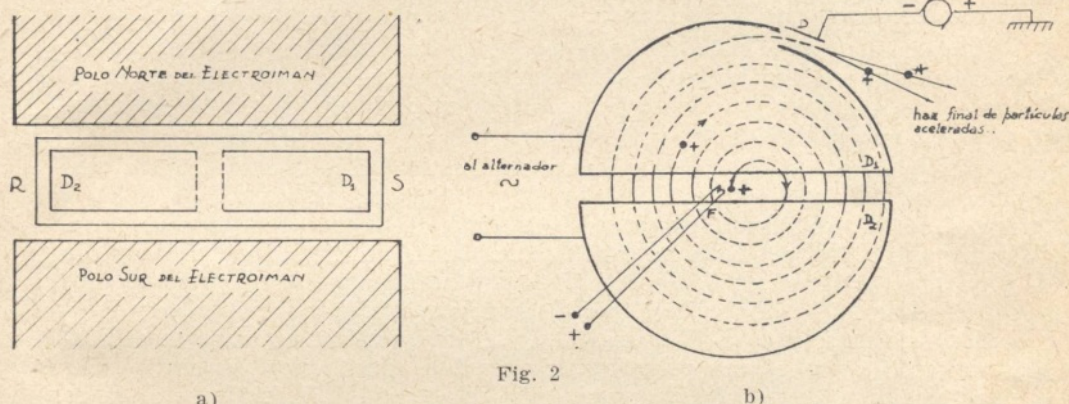
orden de Uranio, el último elemento, es $Z = 92$. La carga eléctrica mínima encontrada hasta ahora es la del electrón: $-e$. La carga nuclear de un elemento de número de orden Z es $+Ze$. Para que un átomo de orden Z se encuentre neutro, debe contener Z electrones (negativos) que compensen la carga positiva del núcleo. El átomo de *H* posee un electrón en la periferia y su núcleo, llamado *protón*, tiene una carga positiva elemental $(+e)$ igual a la carga negativa del electrón $(-e)$ ⁽¹⁾. Por otra parte el electrón es unas 1850 veces más liviano que el átomo de *H*. Luego en el núcleo reside la casi totalidad de la masa del átomo. En unidades atómicas, la masa del “protón” o núcleo de *H*, es casi igual a la unidad (1.00758). El elemento de número de orden $Z = 2$, es el gas raro *Helio*. Su núcleo es, en números redondos, cuatro veces mas pesado que el protón; tiene, de acuerdo a lo dicho arriba, una carga $+2e$, doble de la del protón y el átomo en estado neutro posee, además, 2 electrones periféricos. El Uranio ($Z = 92$) tiene un núcleo con una carga eléctrica positiva igual a $+92e$ y a su alrededor giran, en el átomo neutro, 92 electrones. Cambiar la carga del núcleo de un átomo es, pues, transmutarlo en otro átomo. A estos términos concretos y simples se reduce la idea de la moderna “alquimia” llamada, más correctamente, “Física Nuclear”.

(1) La carga eléctrica elemental o electrónica que designamos con “*e*”, tiene, según *Birge*, el valor: $e = 4,8029 \times 10^{-10}$ u. e. e.

Como es sabido los alquimistas de la edad media no lograron, jamás, su intento de transmutar los metales baratos en oro. Es que, según la Física actual, el núcleo atómico, es la fortaleza, más pequeña, pero más resistente, casi diríamos, inexpugnable, que existe en la naturaleza. Aquí reside la razón de la existencia milenaria de los elementos “siempre iguales” a sí mismos. Lo que resultó fácil a la física moderna es arrancarle a un átomo neutro uno de los Z electrones que rodean a su núcleo, con lo cual el átomo queda con un exceso de electricidad positiva; se le llama en este caso *ión positivo*, simplemente ionizado. Si le desprenden 2 electrones, se dice “doblemente ionizado”, etc.

El He doblemente ionizado queda reducido a su núcleo, que se llama por razones históricas, según veremos en lo que sigue, *partícula α* .

Radioactividad natural. — En 1869, descubrió Becquerel el extraordinario fenómeno de la *radioactividad*, en una muestra de una sal del elemento Uranio.



a) Esquema de la distribución de las partes esenciales del ciclotrón. Se ven los dos polos del electroimán, Norte y Sur. Entre éstos, el recipiente evacuado RS que contiene las cajas aceleradoras D_1 y D_2 .

b) Sección horizontal de las cajas aceleradoras D_1 y D_2 . F representa el filamento emisor de electrones que por choque con Hidrógeno, al que ionizan, producen los protones o deuterones que son acelerados, los cuales, después de recorrer la trayectoria en la espiral indicada, salen de la caja D_1 , dirigidas por el electrodo deflector D.

Se debe a los esposos *Curie* y a *Rutherford*, en primer término, los progresos y teoría de esos curiosos fenómenos. Consiste la radioactividad, como es sabido, en que ciertas sustancias, llamadas *radioactivas*, emiten natural y espontáneamente una *radiación*, unos rayos, que tienen el extraño poder de penetrar y atravesar la materia, aún la opaca, como madera, papel negro, capas de metal, etc.; poder penetrante que, como se mostró, es en general, muy superior a los de los “rayos X” mas penetrantes conocidos. ¿Qué son estas radiaciones? ¿De dónde provienen? ¿Qué sucede en el edificio atómico de un elemento radioactivo cuando emite esas poderosas radiaciones? Las investigaciones revelaron que los rayos emitidos por los radioactivos eran tres, llamados rayos α , β y γ . Se probó que los rayos α son partículas de extraordinaria velocidad con carga positiva igual a $2e$ y de peso atómico igual a 4, en números redondos. Por ende la *partícula α* no es otra cosa que el átomo de He doblemente ionizado o sea el núcleo de He . La radiación β resultó ser, también, de naturaleza corpuscular y sus componentes, llamados *partículas β* , no son sino *electrones negativos* de velocidades mayores que las de las partículas α , que llegan, a veces,

a más del 90 % de la velocidad de la luz, $c = 300.000$ Km/s. En cambio la radiación γ es, como los rayos X y como la luz, como las ondas de la radio-telefonía, una radiación de tipo electromagnética.

Rutherford y Soddy, consiguieron (1908-9) dar una interpretación de lo que sucede al átomo radioactivo. Todas las experiencias confirman la idea de estos físicos, a saber que las radiaciones α , β y γ provienen del mismo núcleo atómico, ese fortín extraordinario, del cual como prisioneros liberados, salen las partículas α y β . Con esto cambia la carga del núcleo, disminuyendo en 2 unidades elementales con la partida de una partícula α y aumentando una unidad de carga con el disparar de una partícula β o electrón nuclear. Pero, al variar la carga nuclear Z , siendo ésta la característica físico-química del elemento, este se transmuta en otro, de naturaleza diferente. Así el Radio ($Z = 88$; $A = 226$) ⁽¹⁾ se transmuta en el gas Radón o Emanación ($Z = 86$; $A = 222$) por la emisión de una partícula α .

Estamos pues, ante una transmutación de un elemento en otro, realizado espontáneamente por la naturaleza.

Ante este hecho maravilloso, se preguntó Rutherford ¿porqué no podría el hombre, como su cerebro creador, imitar a la naturaleza y encontrar el modo de desintegrar y transmutar la materia; un elemento en otro, de los naturalmente no radioactivos?

Y puso manos a la obra. Era alrededor de 1910. Mientras tanto ocurrieron muchos hechos dignos de mención en el ámbito científico. En 1911 el mismo Rutherford da a luz su teoría nuclear del átomo que ya resumimos. Poco después aparece la teoría cuantista del átomo de Bohr, superada hoy día por las "mecánicas cuánticas" actuales cuyos artífices son: De Broglie, Schrödinger, Heisenberg, Dirac, etc. Estas teorías cuyo planteo, desarrollo y aplicación constituye toda la física moderna y cuya exposición no entra específicamente en el tema de estas páginas, tienen su fundamento empírico en el hecho de la existencia de espectros (de emisión y de absorción) discontinuos o sea de "líneas" y de "bandas".

Teniendo en cuenta el postulado fundamental "del cuanto" de Planck-Einstein y el principio de combinación de la espectroscopia de Rydberg-Ritz, explica Bohr las líneas espectrales, por la existencia, en el átomo de un número discreto, de "niveles" o estados estacionarios de energía. El fenómeno de la emisión o absorción de una línea espectral o radiación monocromática de cierta frecuencia se origina cuando un electrón planetario del átomo en cuestión pasa de uno a otro de dichos estados estacionarios; caracterizado cada uno por 4 números (cuánticos) enteros o medios. El llamado "spin" del electrón es uno de estos números que determina su rotación alrededor de un eje propio, como se representa en la Fig. 1. El núcleo tiene, también, su "spin".

La isotopía. — A principios de siglo, los estudios de la radioactividad condujeron al descubrimiento de la isotopía (Aston) que consiste en que los elementos naturales, se presentan, en general, en dos o más especies, de iguales propiedades físico-químicas comunes. Estas especies "isotópicas" poseen, pues, igual carga nuclear Z , pero tienen diferente peso atómico. En efecto el elemento Cloro de peso atómico $M = 35.5$ resulta ser una mezcla de dos especies llamadas isotopos: el Cl^{37} y Cl^{35} mezclados naturalmente en tal proporción que da como

(1) Representamos con A , el número atómico del elemento, o sea su peso atómico expresado en números redondos, enteros. El valor numérico de A , se suele escribir arriba y a la derecha del símbolo químico del mismo y abajo y a la izquierda el número de orden Z . Luego el Radio se representa de esta suerte: ${}_{88}\text{Ra}^{226}$; el Hidrógeno, ${}_1\text{H}^1$ ($Z = 1$, $A = 1$); el Helio, ${}_2\text{He}^4$ ($Z = 2$, $A = 4$), etc.

peso atómico resultante el valor de 35,5. Se ha encontrado que este hecho es general conociéndose unas 340 especies isotópicas naturales, estables y radioactivas, correspondientes a los 88 *elementos naturales* identificados hasta el presente. En efecto, aunque hace pocos años, se propaló el descubrimiento de los cuatro elementos que faltaba encontrar de números de orden 43, 61, 85 y 87 lo que se registró en tablas y libros recientes, en realidad no hay tal: isótopos naturales de estos elementos *no han sido hallados aún*. Pero, el profesor Raymond T. Birge, Director del Departamento de Física de Berkeley, donde es profesor el doctor Ernest C. Lawrence, en el discurso —del que tuvo la gentileza de enviarme un ejemplar— por el cual hizo entrega del Premio Nobel de Física a este último en 1940, anunció el descubrimiento, mejor dicho la creación de tres de los elementos incógnitos: el 43, el 85 y 87; los dos primeros

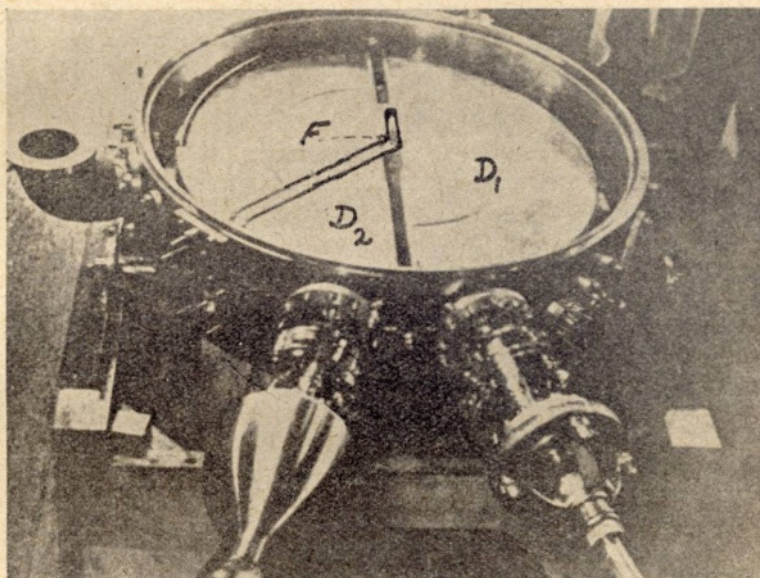


Fig. 3. — Fotografía de las cajas aceleradoras D_1 y D_2 (Dees), de 94 cm. de diámetro, del ciclotrón de Lawrence cuyo electroimán pesa unas 80 toneladas. Como se vé, de acuerdo al esquema de la Fig. 2, a) las "Dees" están en un recipiente donde se efectúa el vacío cuya tapa superior se ha retirado. En la fig. se nota, también, los conductores del dispositivo productor F de partículas para la aceleración.

por investigadores de dicho instituo, los Dres. Emilio Segré y Dale Corson, y el 87 por los esposos Curie. Las especies encontradas que acabamos de citar, son, pues, isótopos artificialmente creados por el hombre y no aquellos elementos naturales, que según el cuadro periódico y la teoría atómica, deben existir. Uno de los isótopos descubiertos hace pocos años (Urey, 1932) es el isótopo pesado del H, el Deuterio, de número atómico $A = 2$, o sea casi el doble del peso atómico del H. común. Su núcleo, Deuterón, de peso también casi doble al peso del protón, posee, sin embargo, la carga "protónica" $+e$.

Conviene hacer notar que, como consecuencia de la existencia de los diversos isótopos de un mismo elemento natural, caracterizado, lo repetimos, por la carga eléctrica positiva de su núcleo, también las moléculas de los elementos y de las sustancias compuestas se presentan en forma de "moléculas iso-

tópicas". Citemos como ejemplo el caso del agua. Como es sabido su molécula está constituida por dos átomos de Hidrógeno y uno de Oxígeno. La molécula de agua (H_2O) de peso molecular 18 constituye la casi totalidad de agua "pura" natural. Pero esta es, en realidad, una mezcla de *nueve especies* de "aguas" formadas por otras tantas moléculas isotópicas. La Molécula del agua común la que se obtiene por la combinación de dos átomos del Hidrógeno (${}_1H^1$) y un átomo de Oxígeno, es el isótopo más liviano y más abundante de este elemento de número atómico $A = 16$. Se conocen otros isótopos estables del Oxígeno ($Z = 8$) de números atómicos respectivamente iguales a 17, ${}_8O^{17}$ y 18, ${}_8O^{18}$. Ahora bien, cuando se unen dos átomos de Deuterio ${}_1D^2$ y un átomo de ${}_8O^{16}$ se tiene el "agua pesada" de "peso molecular" 20. Esta le sigue en abundancia a la "común" pero en una proporción del orden de 1 en 10.000. Las restantes 7 no cuentan por su insignificante cantidad relativa.

La primera desintegración artificial. — Alrededor de 1920 anunció Rutherford que consiguió realizar la primera transmutación y desintegración artificial, en su laboratorio de Cambridge, del átomo de Nitrógeno (N^{14}) al átomo de O^{17} , bombardeando el primero con las velocísimas *partículas α* que emite el cuerpo radioactivo Polonio (Po). Rutherford cayó en la cuenta que un proyectil que pueda alcanzar el núcleo atómico debe poseer una energía cinética muy grande y ser de dimensiones no mayores que el mismo núcleo. Las partículas α y β que emiten espontáneamente los cuerpos radioactivos gozan de ambas condiciones. Ya hemos dicho que empleó las partículas que emite el Polonio. Siendo el núcleo positivo y los proyectiles atómicos usados también positivos, se origina una poderosa fuerza de rechazo entre núcleo y proyectil, cuando el último se "aproxima mucho" al primero de acuerdo a la ley de Coulomb. En muy contados casos la partícula α bombardeante (proyectil) consigue dar en el blanco (núcleo). En estos casos se provoca la desintegración y transmutación atómica, según esas históricas experiencias de Rutherford, que con razón merece el nombre de padre de la física nuclear. Como se comprende, la fuerza de repulsión entre el núcleo y el proyectil atómico es tanto mayor cuanto mas grande sea la carga nuclear ($+Ze$) y la carga ($+$) del proyectil. Luego cuanto mayor sea la energía cinética inicial del proyectil (partícula α , protón, deuterón) y menor su carga eléctrica positiva tanto mayor será la probabilidad de que pueda vencer aquella fuerza repulsiva nuclear que Gamow representa ingeniosamente, por una equivalente "barrera potencial".

En base a estas ideas, resultó claro que, técnicamente, el problema de la desintegración adelantaría mucho si se dispusiera de aparatos capaces de producir gran número de protones y partículas α de gran velocidad (y por ende gran energía) inicial.

A este problema dedicaron sus afanes muchos físicos. Entre los que se destaca el prof. E. O. Lawrence, creador del *ciclotrón*.

El ciclotrón. — A continuación damos una descripción sucinta de este notable instrumento científico inventado por el gran físico norteamericano.

Como se ve en la figura 2, el ciclotrón consta esencialmente de dos cajas huecas D_1 y D_2 , semi cilíndricas, de bases horizontales y de poca altura, enfrentadas por el corte diametral abierto. En su centro, entre las cajas D_1 y D_2 , se encuentra la fuente F de partículas α , protones o deuterones. Estas cajas aceleradores, llamadas en la literatura inglesa "Dees", están dentro de un recipiente cerrado (RS), también cilíndrico, algo mayor, que se evacúa. El conjunto está entre los polos de un poderoso electroimán. Las líneas de fuerza magnéticas son verticales. Además cada una de las cajas D_1 y D_2 están conectadas a uno de los polos de un alternador de alta frecuencia. De unos 10.000.000

de ciclos por segundo y de un potencial, de varios miles, a más de 100.000 Voltios, según la magnitud del ciclotrón. Si en un momento dado se produce una partícula elemental positiva (un protón, un deuterón) de masa M entre las cajas D_1 y D_2 , será atraída por la caja, digamos la D_1 , que en ese instante posee polaridad negativa y repelida por la otra (D_2) de polaridad positiva de acuerdo a la ley de Coulomb y adquirirá cierta energía cinética E_c , al desplazarse entre dos puntos de potenciales $V_1 - V_2 = V$, dada por la relación:

$$E_c = \frac{1}{2} M v^2 = \frac{e V}{300} \quad (1)$$

Si, como en uno de los primeros ciclotrones de Lawrence, la diferencia de potencial de las cajas aceleradoras es, por ejemplo, de 4000 voltios, al pasar del

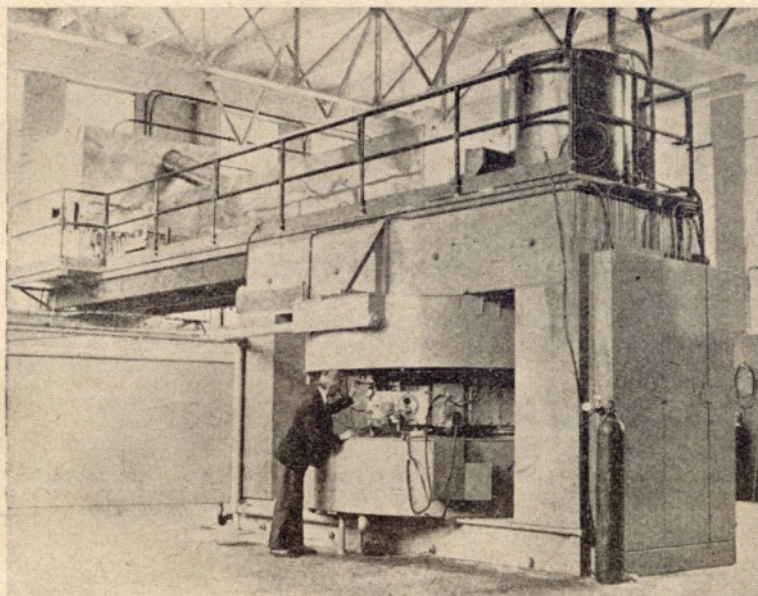


Fig. 4. — Vista de conjunto del ciclotrón del "W. H. Crocker Laboratory" de Berkeley finalizado en 1939. El diámetro de las "Dees" de este ciclotrón es de algo más de 1 metro y medio. El electroimán pesa más de 200 toneladas. Se ve claramente la disposición, que corresponde al esquema de la Fig. 2. a, del núcleo y de los dos polos del electroimán como también, entre éstos, el recipiente que contiene las "Dees".

punto medio entre las mismas hacia la otra, el protón adquiere una energía cinética equivalente, $eV = 2.000$ "electrón-voltios" ⁽¹⁾. La idea original y

(1) Vale la pena, a título ilustrativo, consignar que la velocidad con la que un protón tendría al final de su movimiento debido a la acción aceleradora de una diferencia de potencial de 2000 Voltios es aproximadamente $v_1 = 6,2 \times 10^7 \frac{\text{cm.}}{\text{seg.}}$. Es la velocidad con que el protón entraría por primera vez, en la caja D_1 , y también, la que tiene al salir de ésta, en el supuesto de que el vacío es perfecto. Al final de su recorrido entre D_1 y D_2 , o sea a su entrada primera en D_2 su velocidad será aproximadamente, $v_2 = 11 \times 10^7 \frac{\text{cm.}}{\text{seg.}}$. Se dice que una partícula (protón, deuterón, etc.) posee una energía de 1 electrón-voltio (1 e. V.), cuando es igual a la energía que adquiere un electrón al pasar, en el vacío, entre dos puntos (o electrodos) cuya diferencia de potencial es de 1 voltio; 1 e. v. = $1,6 \times 10^{-12}$ ergios.

fecunda de Lawrence consiste en aprovechar la combinación de un campo eléctrico y uno magnético normales entre sí de tal manera que, automáticamente, reciba la partícula acelerada, una serie de impulsos aceleradores, cuyos efectos se sumen en un proceso acumulativo cíclico. De aquí el nombre de *ciclotrón*. La idea es sencilla, como todas las ideas geniales. Pero llevarla a la práctica, realizarla, ya no era tan sencillo. No obstante, Lawrence puso manos a la obra y con sus alumnos y colaboradores la transformó en una hermosa realidad. El proceso de aceleración cíclica del dispositivo que nos ocupa es el siguiente:

Ya hemos dicho que, por ejemplo, un protón colocado entre D_1 y D_2 sufre una acción que lo impele hacia la caja D_1 que en ese instante es negativa. Una vez en su interior (Caja de Faraday) ya no experimenta acción eléctrica.

Si no existiera el campo magnético H del electroimán, el protón seguiría, con velocidad constante y en la línea recta, normal al corte diametral, sobre la que penetró, de acuerdo al principio de inercia de Galileo. Pero, actuando el campo magnético normal a la trayectoria de entrada, de acuerdo a las leyes del electromagnetismo, esa partícula eléctrica será desviada de su trayectoria rectilínea y obligada a moverse en su plano (horizontal) sobre una circunferencia de radio r . Ello hará que al cabo de cierto tiempo t aparezca a la salida del semicilindro D_1 , en el cual penetrara momentos antes, impulsada por la acción del campo eléctrico existente entre las "Dees". La fuerza F , proveniente del campo H sobre la carga e que tiene la velocidad v dada por la (1); fuerza que, como es sabido, es normal a v y H , es igual al producto evH , y debe ser equilibrada por la fuerza centrífuga $\frac{Mv^2}{r}$, o sea:

$$F = e v H = \frac{M v^2}{r} \quad (2)$$

El dispositivo de Lawrence, el ciclotrón, funciona sincronizado de tal manera, que cuando el protón sale de la caja D_1 la polaridad de ambas ha cambiado: D_1 es ahora positiva y D_2 negativa. Luego el protón sufre un nuevo impulso acelerador, pasando de D_1 a D_2 y ganando entre este trayecto una energía igual al producto de la diferencia de potencial ($V = 4.000$ Voltios) por la carga electrónica ($-e$). Vale decir, $4.000 e \cdot V$. Energía equivalente a $6,4 \times 10^{-9}$ erg. Una vez dentro de la caja D_2 el campo magnético le hace recorrer una nueva trayectoria semi-circular de radio algo mayor que la primera efectuada en la caja D_1 . De la ecuación (2) resulta para el radio r el valor.

$$r = \frac{M v}{e H} \quad (3)$$

Ahora bien, lo interesante del dispositivo es que, de acuerdo a las leyes electromagnéticas, el tiempo que la partícula acelerada tarda en recorrer la nueva y algo mayor semi-circunferencia, es exactamente igual al tiempo que tardó en cumplir la primera y menor en la caja opuesta. En efecto, siendo el movimiento circular uniforme, resulta $t = \frac{\pi r}{v}$. Reemplazando en ésta el valor de r dado por la (3) se obtiene

$$t = \frac{\pi M}{e H} \quad (4)$$

Vale decir, el tiempo t es independiente del radio de la trayectoria circular que la partícula acelerada describe en el interior de las cajas aceleradoras de Faraday y es constante, si la variación de la masa M con la velocidad de

acuerdo a la teoría de la relatividad, es despreciable y, si H es constante en todo el entrehierro donde están las "Dees" ⁽¹⁾.

Luego, una vez sincronizada la frecuencia del sistema de tensión alternada con la de la rotación de la partícula electrizada, ella se mantiene y a intervalos de tiempo iguales al semiperíodo t , el corpúsculo en cuestión sufrirá un incremento de su energía igual a V electrón-voltios. El sistema, además, tiene la importante propiedad de no dispersar el haz de partículas aceleradas, que al final de un trayecto, en forma de espiral (ver Figura 2 b) de un gran número de ciclos, aparece en la periferia de una de las "Dees" con una energía acumulada, igual a la que adquiere al pasar una vez entre las dos cajas por el número de veces que efectuó tal tránsito; o sea, el doble del número de ciclos realizados. En efecto, como el número de ciclos efectuados en el caso considerado era 150, la energía adquirida al final de los mismos equivale a $150 \times 2 \times 4.000 = 1.200.000$ electrón-Voltios.

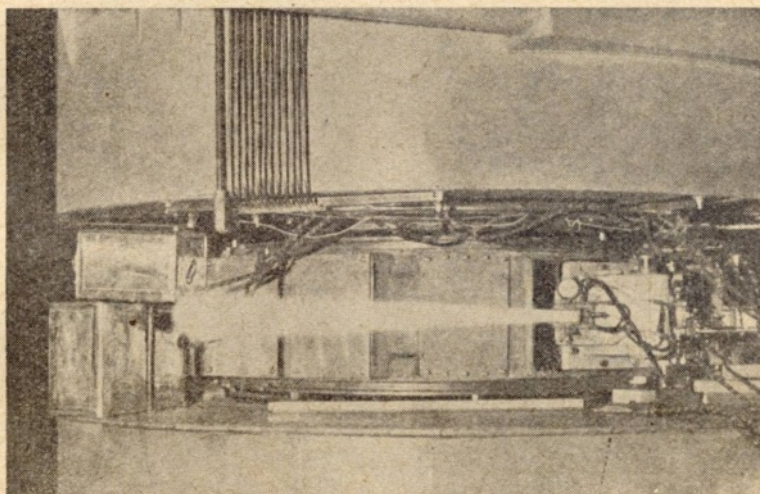


Fig. 5. — Detalle del ciclotrón de nuestra fig. 4 en la que se muestra la salida de un poderoso haz de deuterones de 16 millones de electrón-voltios.

Aquí se ve la extraordinaria eficacia del ciclotrón que en un pequeño dispositivo y con una tensión de alta frecuencia de solo 4.000 V., puede, por el proceso de reiteración descrito, obtener resultados equivalentes a los que se tendrían con 1.200.000 de Voltios. En el "Radiation Laboratory" de Berkeley, el profesor Lawrence y sus colaboradores y alumnos han construido ya varios ciclotrones de potencia siempre creciente. El penúltimo (Fig. 3), en funcionamiento desde hace más de 5 años, es muy grande; su peso de 225 toneladas da una idea de su tamaño. Con él, se producen núcleos de hidrógeno (protones o deuterones) de energía equivalente a una impulsión total de 16 millones de voltios!. Está en un gran edificio especialmente construido y que

(1) E. O. Lawrence y M. S. Livingston, *Physical Review*, 37, 1707; 38, 834, 1931 y 40, 19, 1932.

—P. C. Aebersold, *Radiology*, 39, 513, 1942. De este trabajo hemos tomado las figuras 3, 4, 5 y 6.

—W. M. Brobeck, *Electrical Engineering*, July, 1942.

—R. R. Wilson, *Applied Physics*, 11, 781, 1940.

lleva el nombre de Laboratorio de Radiación "William H. Crocker" quien lo donó a la Universidad. Otro ciclotrón de igual tamaño que este, está en el Instituto Carnegie de Washington. El diámetro de las cajas aceleradoras "Dees" (Fig. 4) de estos enormes ciclotrones es aproximadamente igual a 150 cm. El ciclotrón de Berkeley, que acabamos de citar, produce un haz o rayo de 0.1 milliamperes de deuterones de 16 millones de electrón-voltios. Este rayo puede recorrer en el aire unos 2 metros (Fig. 5). Es como lo expresa el profesor Birge la "realización más parecida del rayo de la muerte". La *velocidad* de los núcleos de hidrógeno que constituyen este rayo, producido por el ciclotrón, es de unos *40 mil kilómetros por segundo* o sea, unos *144 millones de kilómetros por hora*, mientras la velocidad del avión más rápido es, actualmente de unos 1.000 kilómetros por hora.

El número de deuterones que parten de este ciclotrón *por segundo* es fabuloso: 600.000.000.000.000! Para obtener un haz de partículas atómicas tan denso aunque no tan energético, haría falta una masa de unas *30 toneladas de radio puro* como lo hace notar el profesor Birge en el discurso ya citado.

Pero el profesor Lawrence no consideraba terminada su obra y ha planeado la construcción de un nuevo y verdaderamente gigantesco ciclotrón de más de 4.000 toneladas de peso! (Fig. 6). Aunque no poseemos detalles de la marcha y realización del mismo, es casi seguro que debe estar funcionando en gran escala y que habrá contribuido en la solución del magno y terrible problema de hacer factible la liberación de la energía nuclear o intraatómica en un proceso de "combustión nuclear".

Para financiarlo contaba con una partida del presupuesto normal de la Universidad de California y con contribuciones y donaciones individuales y de Instituciones de su país. Nuevamente debo citar al profesor Birge quien me informa, en una de sus últimas cartas, que la "Fundación Rockefeller" donó al profesor Lawrence, durante el año 1940, la suma de 1.200.000 dólares! El profesor Lawrence planeó su nuevo ciclotrón como para poder producir partículas elementales: Protón, deuterón, etc., de *más de cien millones de electrón-voltios* de energía! Energía del orden del rayo.

Otra referencia interesante que nos viene de la misma fuente: en el año 1941, el profesor Lawrence recibió una donación *anónima* de 165.000 dólares como contribución a sus trabajos científicos. Parece increíble pero es absolutamente verídico! ¿Cuándo cundirá este loable ejemplo del gran país del norte, en el nuestro?

El Neutrón. — Radioactividad inducida.

Hace casi exactamente 13 años se ha descubierto una nueva partícula del orden atómico, el *neutrón*, puesto de manifiesto a mediados de 1932 por el gran físico inglés J. Chadwick, ex alumno y colaborador de Rutherford. El neutrón es de peso atómico 1,00893, o sea algo mayor que el del protón; pero es *eléctricamente neutro*. De aquí su nombre. Este descubrimiento de *Chadwick* se efectuó al estudiar uno de los muchos procesos de desintegración artificial: la desintegración del Berilio por partículas α . El neutrón no es, prácticamente, frenado por la materia que, en general, atraviesa con mucha mayor facilidad que las partículas α , protones y aún que los rayos γ más penetrantes. Se puso de manifiesto experimentalmente que solo grandes espesores de materia que contenga muchos átomos de Hidrógeno era apropiada para su absorción. Descubierto el neutrón se comprendió teniendo en cuenta la teoría nuclear de Gamow que debía ser el proyectil más eficaz para penetrar en el núcleo atómico. Pues, para el neutrón no actúa la poderosa barrera potencial de Gamow, proveniente de la carga positiva del núcleo que rechaza violentamente las

partículas H^1 , D^2 según dijimos antes. De manera que cuando un neutrón encuentra en su camino un núcleo, sin mayor dificultad, se cuela en su interior. Roto el equilibrio del núcleo del átomo por la partícula intrusa, se producen las transformaciones que dan nacimiento a nuevas especies atómicas con emisión de enormes energías. Incomparablemente superiores a las comunes, liberadas en los procesos o reacciones químicas. Hasta el descubrimiento del neutrón (1932) los físicos se veían forzados a admitir que el núcleo atómico estaba formado de protones y electrones eventualmente unidos cada 4 de los primeros y 2 de los últimos en partículas α o núcleos de Helio. La existencia de electrones libres en el núcleo a distancias de protones del orden de 10^{-13} cm. traía aparejadas grandes dificultades teóricas. El encuentro del neutrón resolvió de golpe estas dificultades, considerando al núcleo formado, exclusivamente, de protones y neutrones. Según esta imagen, el núcleo de



Fig. 6. — Armadura y polos del electroimán de 4.000 toneladas en plena construcción iniciada en 1940. El diámetro de las "Dees" de este gigantesco aparato es igual a 5 metros aproximadamente. Ha sido planeado para producir partículas aceleradas de más de 100 millones de electrón-voltios.

un elemento de número de orden Z y número atómico A , contiene Z protones y $N = A - Z$ neutrones. Luego, por ej., el núcleo del ${}^{16}_8O$, tiene $Z = 8$ protones y $N = A - Z = 16 - 8 = 8$ neutrones.

Otro descubrimiento de trascendental importancia científica y técnica, es el realizado a fines de 1933 por los esposos Curie-Joliot en "La Sorbone" de París. Irene Curie como es notorio es la hija menor del más extraordinario matrimonio de sabios, humildes y humanos, los esposos Curie. Nos referimos al descubrimiento de la *radioactividad artificial o inducida*.

Consiste este fenómeno en que ciertos productos de la desintegración artificial, ciertos isótopos de los elementos comunes no radioactivos o estables como, por ejemplo, del Boro (B), Carbono (C), Fósforo (P), etc., creados artificialmente durante las desintegraciones provocadas en el laboratorio, resultan radioactivos.

El número de isótopos radioactivos inducidos artificialmente que en los 6 años siguientes al descubrimiento de Curie-Joliot, se han creado en el laboratorio era igual a 335! (1). A todo elemento, sin excepción, se le encontró uno o varios isótopos radioactivos artificiales. De éstos, 223 fueron descubiertos con el empleo del ciclotrón. “Y más de la mitad de los últimos por la escuela de Lawrence, en Berkeley”.

El descubrimiento, de unos 150 elementos radioactivos artificiales, en un solo laboratorio, prueba la eficacia del método y la inteligente y dedicada labor orientada y dirigida por Lawrence.

Como vimos, el neutrón es la partícula o proyectil atómico más eficaz para provocar la desintegración y transmutación de los átomos. Se debe, la iniciación de su empleo sistemático en las investigaciones de la desintegración de la materia, a la escuela italiana, deshecha por la incalificable persecución racista del, por suerte, derrotado fascismo. Esa escuela era dirigida por el gran físico E. Fermi, actualmente profesor de la Universidad de Columbia de New York. La Escuela de Fermi demostró la ventaja del uso de neutrones sobre los demás proyectiles desintegradores: partículas α ; protones; deutrones. Fué la primera en emplear “neutrones lentos”, de energía cinética equivalente a la de un protón acelerado por unos pocos voltios. Estos “neutrones lentos” se obtienen, siguiendo a Fermi, al hacer pasar, por gruesas capas de agua, parafina, etc., los neutrones veloces que emite el núcleo de Berilio (Be), al ser bombardeado con partículas α . Obtener grandes corrientes de neutrones, veloces o lentos, es uno de los fines de la técnica de la Física nuclear y ningún dispositivo o aparato, ideado hasta ahora, puede compararse al ciclotrón en este sentido.

Los rayos de deuterones de 16 M.e.V los emplea la escuela de Lawrence en crear grandes corrientes de neutrones, produciendo tal cantidad de ellos que se requerirían unos 100 kilos de Ra puro para obtener una cantidad equivalente! (2). Este es uno de los grandes resultados prácticos alcanzados con el ciclotrón. La posibilidad de usar en la industria la inmensa energía intraatómica liberada en los procesos de desintegración artificial, se presentó a los físicos como verdaderamente factible y próxima, cuando se estudió la desintegración del Uranio provocada por neutrones. Este nuevo tipo de desintegración descubierto por Lise Meitner y O. Hahn en 1939, se produce con la “partición” del núcleo de dicho elemento en dos fragmentos casi iguales. Además en esta partición del núcleo de Uranio se libera una energía equivalente a unos 200 millones de electron-voltios que es unas 50 millones de veces superior a la energía producida en las combustiones o reacciones químicas corrientes, por proceso elemental.

El Uranio que así se desintegra, entregando al exterior una energía tan fabulosa, es un isótopo del elemento natural de dicho nombre. Este isótopo radioactivo natural es el Uranio de número atómico igual a 235 sólo existe en un 0,9 % en el metal natural. Además este proceso, para ser utilizado prácticamente, debe realizarse, como la combustión, en un proceso *auto-multiplicativo*, e irse propagando, desde el punto de la masa de U donde se inicie, a toda ella. En tal caso, 1 gramo de U^{235} desintegrado por bombardeo de neutrones producirá una energía equivalente a la de la explosión de dos toneladas de T.N.T. Ya sabemos que este tipo de proceso fué no sólo encontrado sino empleado en forma práctica, desgraciadamente destructiva, en la así llamada “bomba atómica”. Se entiende que para ello se han debido resolver una cantidad muy grande de importantes problemas técnicos y científicos que no trataré en este

(1) R. T. Birge, *Science*, 91, 323, 1946.

(2) R. T. Birge, e. c.

artículo porque se haría muy extenso. Por otra parte, la totalidad de los trabajos referentes a este tan importante y debatido asunto no han sido dados a conocer. ¡Son secretos de guerra! Pero no cabe duda que se debe haber adelantado considerablemente en el conocimiento de la naturaleza y estructura del núcleo atómico: el magno problema de la física del presente y del futuro.

Tampoco es mi propósito tratar aquí el proceso o los procesos que dan origen a la liberación de la energía que produce la terrible explosión de la llamada "bomba atómica" que es una realización, en la Tierra, por el hombre, de un proceso análogo a los que ocurren en el interior del Sol y de las estrellas y que originan su inmensa y casi inagotable energía que durante miles de millones de años están irradiando al exterior ⁽¹⁾.

Algunas aplicaciones a la medicina y a la biología

Además de la extraordinaria contribución que al conocimiento de la estructura nuclear han contribuido los estudios de la escuela de Lawrence, cabe destacar las importantes aplicaciones, que los elementos radioactivos creados con el ciclotrón, tienen en problemas fundamentales de la biología, la medicina, etc. En efecto, varios de esos isótopos se emplean, en esta nueva rama del conocimiento, por una pléyade de médicos, biólogos, fisiólogos, en colaboración con químicos y físicos, entre los cuales cabe destacar al médico John D. Lawrence, hermano de Ernest. Entre otros usos, esos elementos radioactivos artificiales se aprovechan como "indicadores" para estudiar el *metabolismo* de los diferentes elementos en el cuerpo humano sano o enfermo; o sea la absorción, transporte y utilización, que el organismo hace de un elemento que penetra en él. Así se estudió entre otros casos, en Berkeley, el metabolismo del Hierro (Fe) en la anemia; el metabolismo del Fósforo (P) en tejido neoplásico o sea canceroso; el metabolismo del Fósforo (P) en animales que padecen de *linfosis*, una enfermedad maligna que ataca al sistema linfático; el metabolismo del mismo radiofósforo en la grave enfermedad de la sangre llamada *leucemia*, que tiene como característica maligna el aumento de los glóbulos blancos del enfermo. Isótopos de radioactividad inducida del Boro, Fósforo, Stroncio, Calcio, Carbono, etc., se están aplicando al tratamiento de las enfermedades malignas citadas; es decir, el cáncer, la leucemia y la linfosis. En la biología se están investigando las *mutaciones* inducidas en caracteres hereditarios por el método del bombardeo con neutrones. Con razón dijo el profesor Birge que el ciclotrón es el aparato de aplicaciones más variadas y múltiples inventado por el genio del hombre!

(1) R. Grinfeld. "Desintegración nuclear, etc.", en prensa en la "Revista Astronómica", Bs. As.

ARQUITECTO VICTOR DELLAROLE

14 - 9 - 1944



Una pérdida sensible significó para la Facultad y Escuela Industrial Anexa la desaparición del arquitecto Víctor Dellarole, por sus condiciones docentes y dotes morales que lo distinguieron como maestro indiscutido en la amplia acepción del término.

El pedido expreso formulado por los estudiantes para que sus restos fueran despedidos desde nuestra Casa, el crecido número de alumnos y ex-alumnos que lo acompañó con visible congoja el día de su inhumación y el homenaje que le rindiera el Centro de Estudiantes con motivo del primer aniversario de su deceso, ponen en evidencia el cariño de que supo rodearse entre sus discípulos, así como la certidumbre de que su recuerdo es perenne entre los mismos.

ARQUITECTO JOSE A. MICHELETTI

19 - 4 - 1944

Con el fallecimiento del arquitecto José A. Micheletti, nuestra Facultad debió lamentar la pérdida de uno de sus más talentosos profesores.

Desde sus funciones de Vice-Decano, desde la cátedra, que honró con su magisterio, el desempeño del arquitecto Micheletti traducía la ecuanimidad, la jerarquía, la serenidad que exige la función universitaria.

Los alumnos reconocieron y consideraron en él, tanto su autorizada palabra de profesor, como al hombre de íntimas convicciones pero considerado con la opinión de los demás. Por ello lamentaron su desaparición que entendieron una pérdida grande para nuestro cuerpo docente y para la ciudad de Rosario en su aspecto de profesional de indiscutible capacidad.



INGENIERO CARLOS FRAQUELLI

20 - 3 - 1944



Los estudiantes de todas las épocas que han pasado por la Escuela de Ingeniería, supieron de la dedicación ejemplar, de la preocupación constante del Ingeniero Fraquelli por su cátedra y su profesión.

Su enseñanza tuvo ese matiz propio, esa característica tan suya de labor perseverante, sin brillos ocasionales, pero permanente en el renovado intento cotidiano de enseñar a sus alumnos los elementos fundamentales de la técnica. Por eso su desaparición dejó en el alma de los que fueron sus discípulos un recuerdo y una tristeza que perduran.

MANUEL J. LUNA

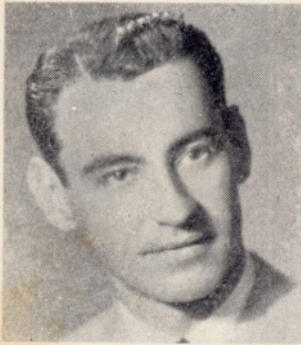
30 - 5 - 1945

De la Facultad se ha ausentado por siempre una figura que era familiar y querida por los alumnos, Manuel J. Luna, viejo empleado de la casa, que supo granjearse el afecto de los estudiantes porque en todo momento estuvo con la justa causa de éstos.

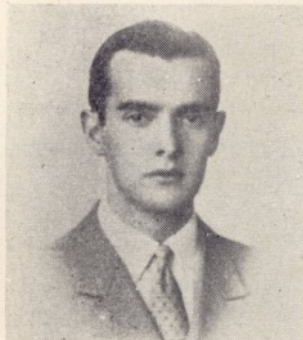
Desde estas páginas le rendimos el homenaje sentido de que se hizo merecedor este digno servidor de la Casa.

NUEVOS EGRESADOS DE LA FACULTAD
DE CIENCIAS MATEMATICAS

DE LA
UNIVERSIDAD
NACIONAL
DEL LITORAL



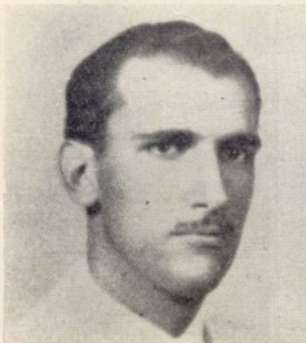
JUAN C. GURMENDI
Ingeniero Civil



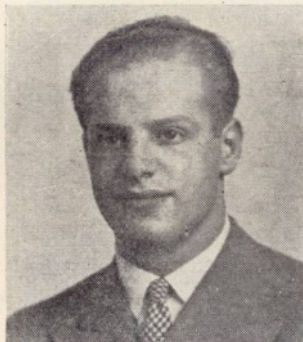
EDUARDO MARTINEZ DE
SAN VICENTE
Ingeniero Civil



DAVID S. GUTIERREZ
Ingeniero Civil



MARIO EDUARDO G.
BANCORA
Ingeniero Civil



EDUARDO STEINLEGER
Ingeniero Civil



ROGELIO L. FERNANDEZ
LAMOTHE
Ingeniero Civil



HORACIO A. DUHALDE
Ingeniero Civil



ANTONIO FRANICEVICH
Ingeniero Civil



GUILLERMO F. MOLLER
Ingeniero Civil

TRABAJOS DE LA ESCUELA DE ARQUITECTURA

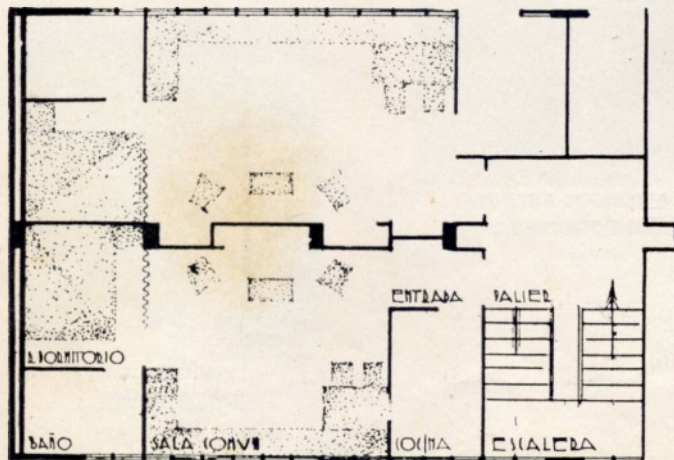


VIVIENDAS COLECTIVAS MONOBLOCK TIPO "A"

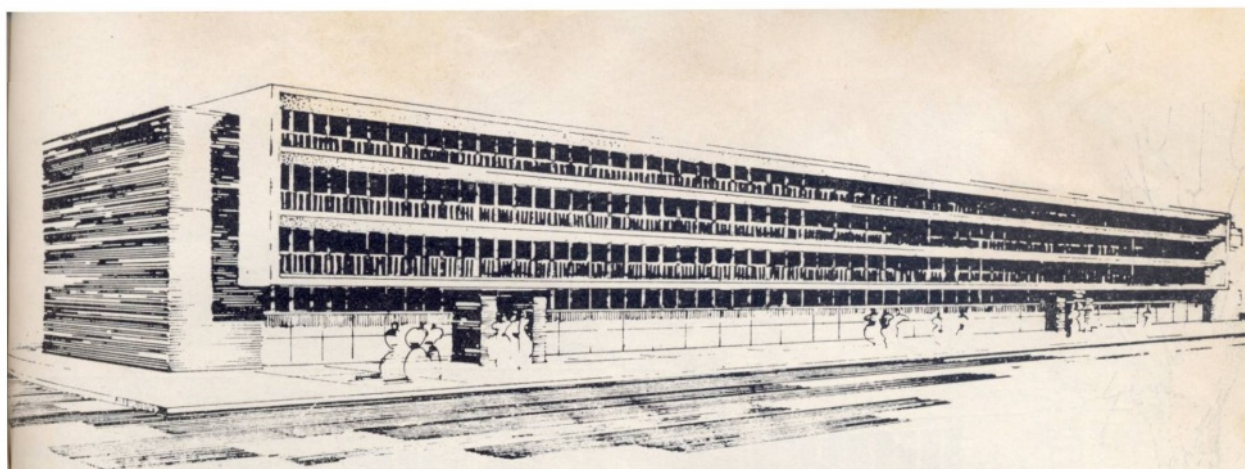


DATOS:

ALQUILER	\$ 22.50
SUELDO	\$ 50.00
SUPERFICIE	37.50 M ²



ALUMNO:
CESAR BENETTI APROSIO
PROFESOR:
ING. ANGEL GUIDO
ARQUITECTURA 2do. CURSO

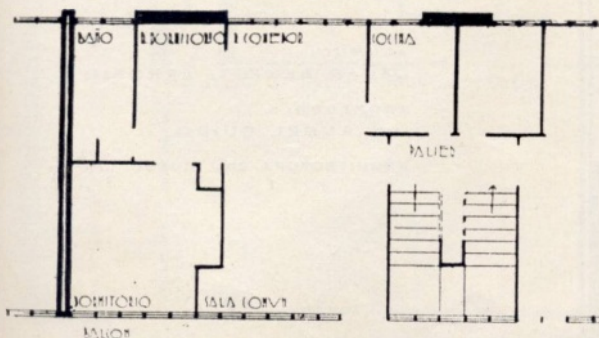


VIVIENDAS COLECTIVAS MONOBLOCK TIPO "B"

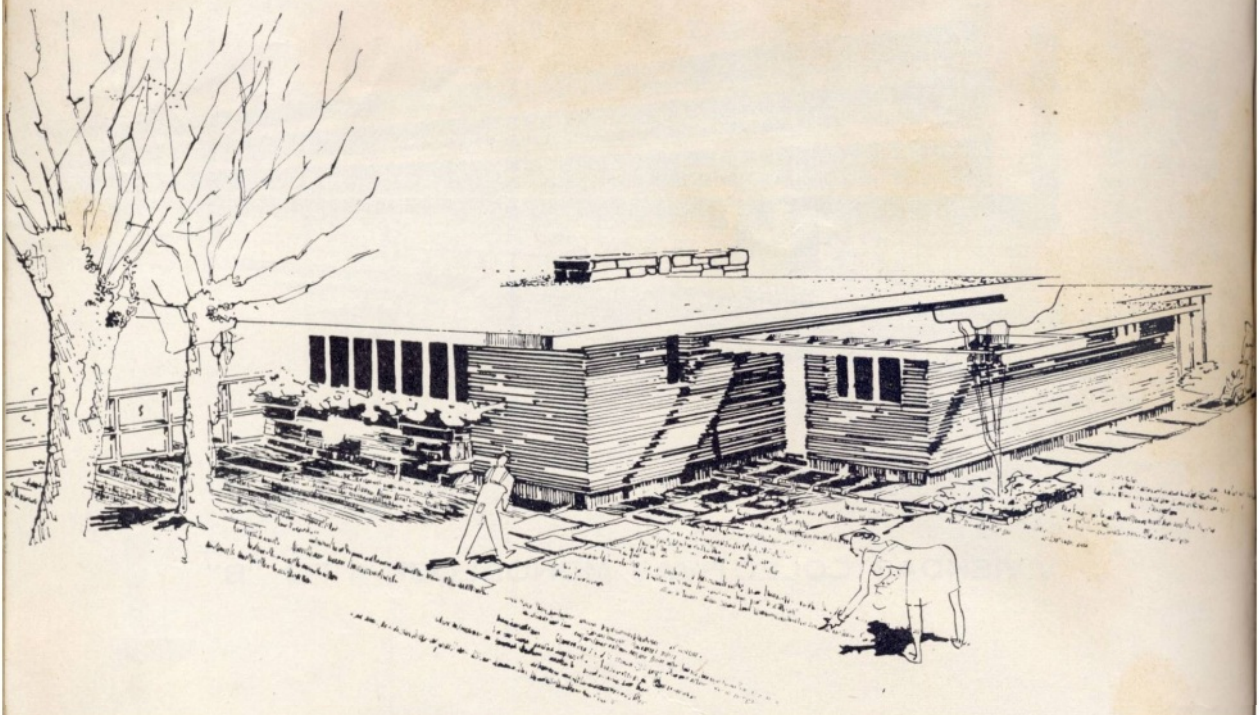


DATOS:

ALQUILER	\$ 32.50
SUELDO	\$ 130.00
SUPERFICIE	54.16 M ²



ALUMNO:
CESAR BENETTI APROSIO
PROFESOR:
ING ANGEL GUIDO
ARQUITECTURA 2do. CURSO

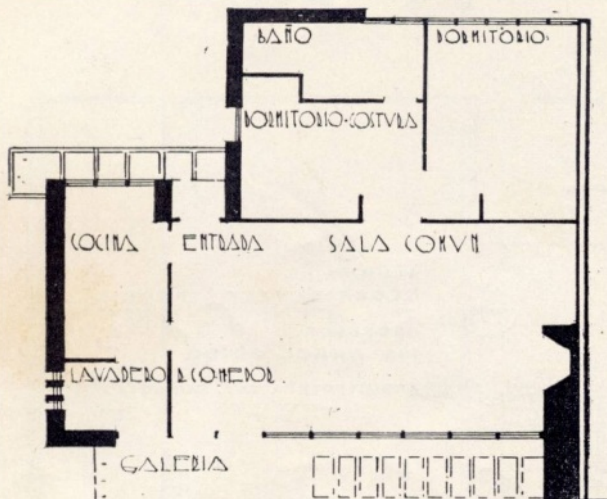


VIVIENDA INDIVIDUAL TIPO "C"



DATOS:

ALQUILER	\$ 35.00
SUELDO	\$ 140.00
SUPERFICIE	58.33 M ²



ALUMNO:
CESAR BENETTI APROSIO
PROFESOR:
ING. ANGEL GUIDO
ARQUITECTURA 200. CURSO

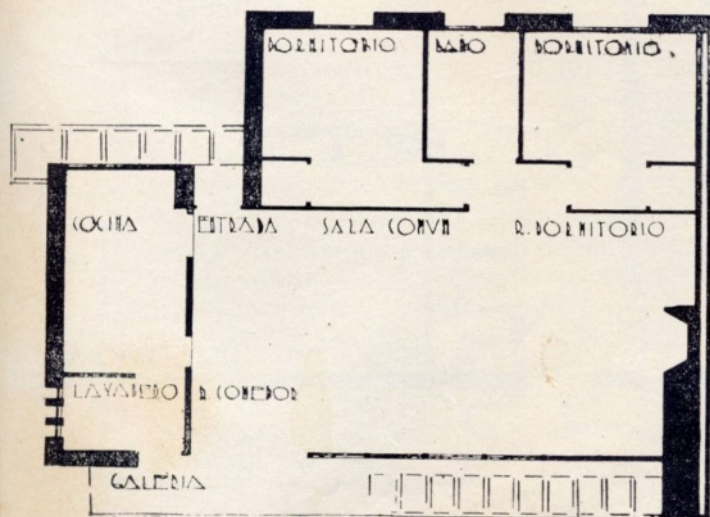


VIVIENDA INDIVIDUAL TIPO "D"

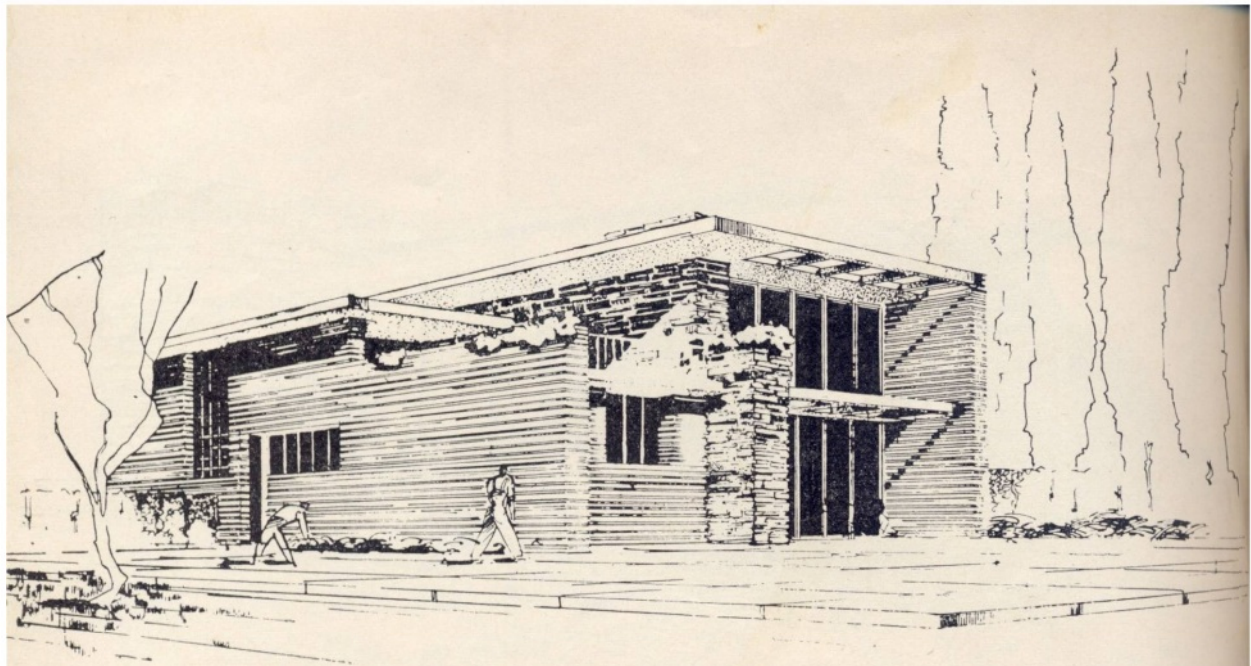


DATOS:

ALQUILER	\$ 45.00
SUELDO	\$ 180.00
SUPERFICIE	75.00 M ²



ALUMNO:
CESAR BENETTI APROSIO
PROFESOR:
ING. ANGEL GUIDO
ARQUITECTURA 2do. CURSO

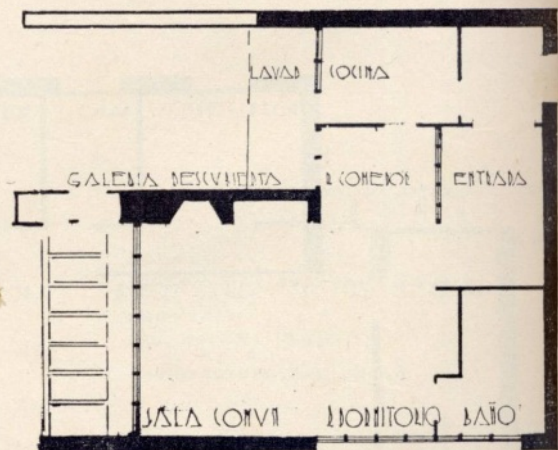
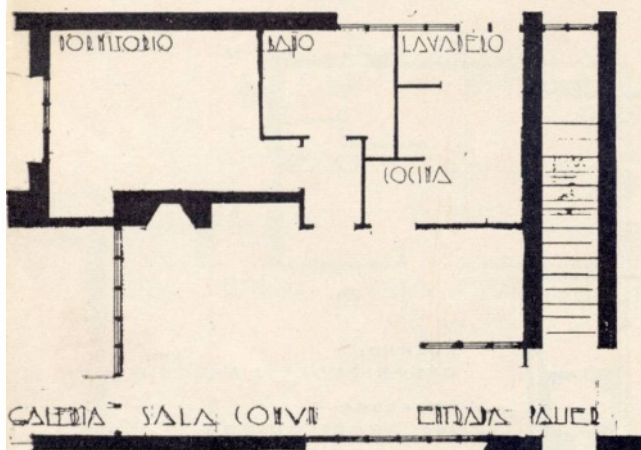


VIVIENDA INDIVIDUAL TIPO "FLAT"



DATOS:

	PLANTA BAJA	PLANTA ALTA
ALQUILER	\$ 32.50	25.00
SUELDO	\$ 130.00	100.00
SUPERFICIE	54.16	41.66 M ²



ALUMNO:
CESAR BENETTI APROSIO
PROFESOR:
ING. ANGEL GUIDO
ARQUITECTURA 2do. CURSO

CURSO DE INTRODUCCION A LAS ARTES

POR EL DR. JORGE ROMERO BREST

II Parte

PARA LA COMPRESION DE LAS ARTES DE NUESTRO TIEMPO

I

CARACTERIZACION DE LA OBRA DE ARTE EN EL PASADO, HASTA EL SIGLO XIX

He creído necesario dedicar esta clase a la caracterización de la obra de arte en el pasado, en sus diversas formas, hasta el siglo XIX, antes de abordar los problemas que se refieren a la comprensión de las artes de nuestro tiempo —tema general de esta parte del curso— porque es necesario, no sólo descubrir las raíces esenciales que vinculan a las expresiones artísticas actuales con las del pasado, sino también establecer, con la mayor precisión posible, el límite que las separa.

No se trata sino de mostrar, a grandes rasgos, el desenvolvimiento de la actividad artística, buscándole un sentido unitario, esa secuencia que nos permite, por otra parte, hablar de un arte occidental. Deliberadamente excluyo al arte oriental, pues éste plantea problemas específicos para su comprensión, sin que quiera significar por ello que no hayan existido vínculos muy fuertes entre Oriente y Occidente, y esto desde los tiempos más antiguos.

Desde el momento en que Grecia, independizándose de la concepción artística oriental, comienza a elaborar sus formas artísticas con potente personalidad, desde el siglo VII en adelante, aparecen los dos caracteres que las definen: el antropomorfismo —concepción de los dioses a hechura y semejanza de los hombres— y el racionalismo.

Ambos caracteres se hacen presente, tanto en las artes plásticas como en la arquitectura o las del espectáculo, coincidiendo con la constitución de la ciudad —la "polis" griega— y respondiendo a las exigencias del mito apolíneo frente a la turbulencia popular del mito dionisiaco, cuyas raíces profundas encontramos en los más viejos ritos agrarios.

Acontecimientos políticos y sociales, de donde emana una nueva espiritualidad —triunfo de la Razón sobre el misticismo apasionado y esotérico— determinan el carácter antropomórfico de la escultura, sobre todo; mientras el teatro, la mímica y la danza, siguen incluyendo, en sus temas y en sus formas de realización, los elementos sacados de los más viejos "misterios".



Templo de Poseidon

Del culto de Dionisos —el ditirambo es su primera forma "culta"— surge, en su conjunción con el culto de los héroes, la tragedia primero y la comedia después, formas del espectáculo en que aparecen, indiferenciadas todavía, las que más tarde se constituirían como artes autónomas: el teatro, la música, la danza, la mímica.



"Tiades o bacantes griegas danzando al monte al son de los símbolos"

Del culto de Apolo —que reproduce en el mito la organización política y social de Grecia— surgen la arquitectura y las artes plásticas, en las que señorea el hombre como "medida de todas las cosas", como fuerza superior y excluyente de la voluntad artística de un pueblo.

Desde sus comienzos estrictamente griegos el arte de aquella pequeña península demuestra el extraño compromiso entre la vieja concepción mágica, producto de una organización social primitiva, y la moderna del estado-ciudad.



Cabeza egipcia. Epoca helenística. Siglo IV a. J. C.

Es posible establecer la línea de desenvolvimiento del arte griego, que conduce desde el encantamiento primitivo —que perdura aún en el período arcaico— hasta la substitución de los dioses por héroes legendarios y, finalmente, por hombres de carne y hueso; de la expresión universal a la particular, tal como se afirma esta última en el período helenístico, en el retrato y en el bajo relieve de tema histórico, en el templo para necesidades restringidas de los aristócratas —aunque fueren los del espíritu—, en la

comedia nueva y los géneros eróticos —que afirman el primado del amor individual—, en la música instrumental, en la danza profana individual.

Paralelamente puede establecerse también el desenvolvimiento de la vida espiritual griega, de donde surgen las fuerzas determinantes del arte, las cuales actúan a través de un vínculo unificador de aquellos pueblos tan disímiles en esencia: el mito.

El artista griego nunca fué "libre" en su creación; siempre obedeció a fuerzas subyugantes que le marcaron el camino y oprimieron su voluntad individual, en beneficio de una voluntad de expresión colectiva. Por esta



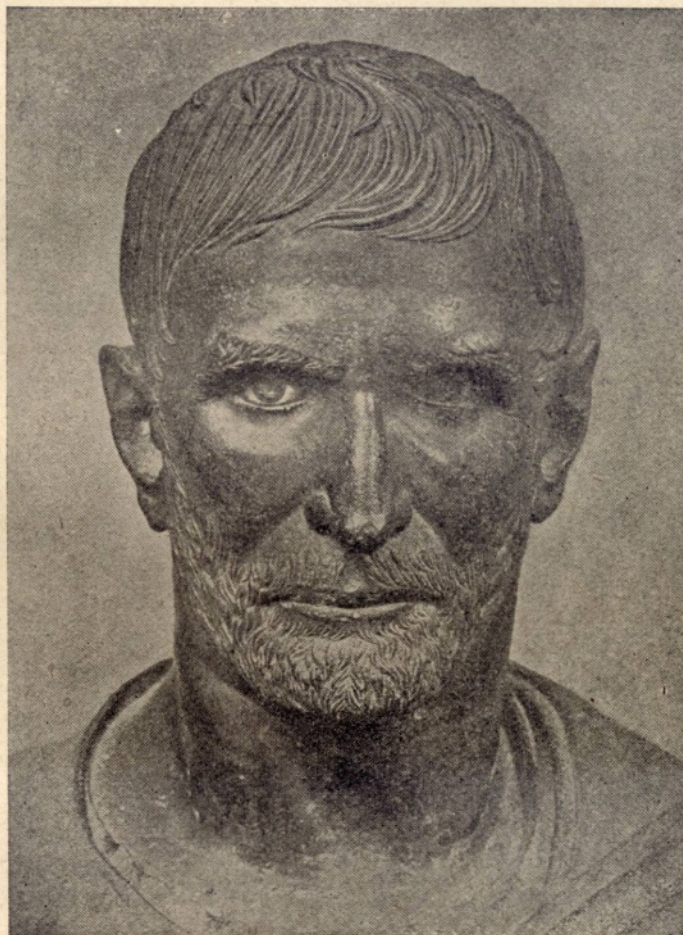
El panteón de Roma

razón, a pesar del carácter aristocrático que sin duda tuvo el arte griego, mantuvo los lazos con el elemento popular, permitiéndole a quienes lo cultivaron alcanzar las más altas cimas de la expresión universal.

Los romanos no fueron creadores de formas artísticas; sí maravillosos adaptadores del arte de otros pueblos, con aquella innata virtud que los señaló ante el mundo como los organizadores de la vida occidental. Pueblo de juristas y de políticos, de guerreros, sólo expresó su originalidad creadora en la arquitectura y en la oratoria, formas ambas que dicen a las claras de su voluntad de expresión; pero tanto una como otra —la sujeción

es mayor aún en las artes plásticas, en el teatro, en la danza— denotan una estrecha vinculación con las formas griegas, de donde provienen.

No hubo, pues, en Roma una modificación substancial de las formas artísticas, sino una continuación, evolucionando sin duda a tenor de las nuevas necesidades, de la gran directiva impuesta por Grecia desde los albores del siglo VI en adelante. La raíz etrusca pudo haber torcido esa



Retrato en bronce romano. Arte italo-etrusco

influencia subyugante —que se intensifica a partir del siglo II a.J.C. con variadas oscilaciones—; pero, desde la época imperial, a pesar de los esfuerzos de Augusto primero, de los Flavios después, el destino del arte romano estaba señalado por una aguja que oscilaba entre Atenas la antigua y la sonriente Alejandría. Las fuerzas políticas —sociales y económicas— determinaron, pues, el sentido de la creación artística romana, con una

sujeción menos rigurosa al mito y más amplia en cambio, pues la vida puramente civil adquirió entonces una jerarquía desconocida por los pueblos orientales y hasta por Grecia misma.

El cristianismo, religión de espíritu a través de la enseñanza de Jesús, pudo haber asestado un golpe de muerte al arte, de profunda raíz profana; pero él también evolucionó y con la constitución de la Iglesia como fuerza política —sobre todo después de Constantino— permitió la creación de formas artísticas que lo expresaran. En Bizancio primero, puesto que los bal-



La pesca milagrosa. Mosaico bizantino. Siglo VI a. J. C.

buceos de los cementerios subterráneos no tuvieron trascendencia fundamental desde el punto de vista estilístico, aparecieron las primeras formas de un arte cristiano, teñidos sin duda de orientalismo, como no podía ser de otra manera puesto que en Oriente surgió este dogma y en Oriente tuvo su primera elaboración teológica. Bizancio ha sido la gran educadora de Occidente: cuando los pueblos sojuzgados por los bárbaros pudieron levantar la cabeza y clamar por la organización de su destino, ya catequizados éstos por los sacerdotes de la religión de aquéllos, encontraron en el arte bizantino formas elaboradas que expresaban el dogma cristiano y a ellas se entregaron con fervor, sin que este fervor les impidiera, empero, poner el sello de sus individualidades pujantes: el arte de los galos, de los visigodos, de los ostrogodos y lombardos, de los celtas, está aún presente para probarlo.

La aventura ecuménica de Carlomagno primero y la de Otón el grande después, marcan el comienzo de una nueva era de gran arte de expresión colectiva, en cuyas formas aparecen claramente las notas que habrían de caracterizar después, en el momento de la culminación de la Iglesia, al arte

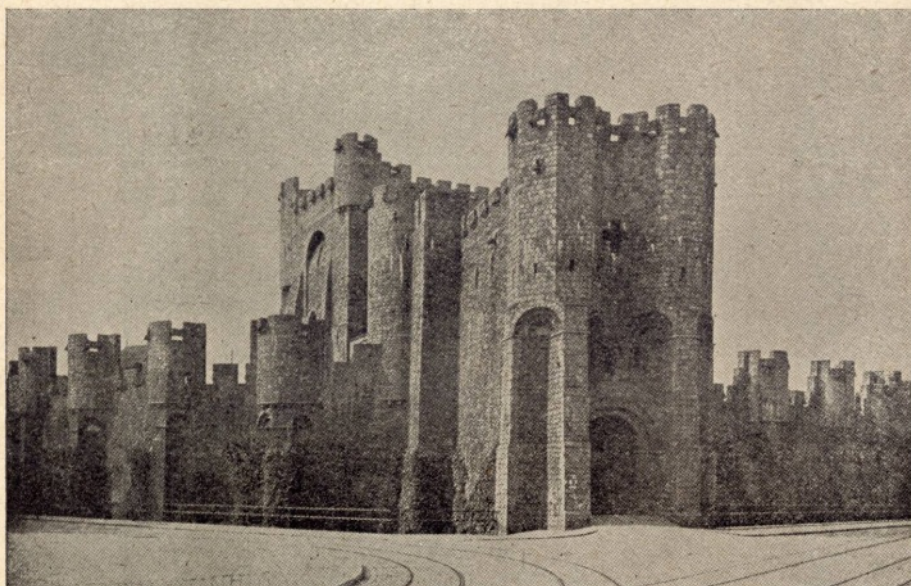


Antiguo Monasterio de Cluny. (Litografía) Reconstrucción de fines del siglo X.

cristiano de Occidente frente al de Oriente. Ese momento se señala a fines de la alta edad media, en los momentos en que dos fuerzas antipódicas, logran una síntesis cuajada de contradicciones y de futuras turbulencias: el feudalismo político y el dominio universal de la Iglesia. El monasterio y

el castillo fueron entonces los dos núcleos de cultura: de ellos emanan las fuerzas que, durante varios siglos, determinan la creación artística.

Así como el mito griego fué el intermediario entre la concepción vital y la expresión artística durante la antigüedad clásica; así el mito cristiano, apoyado por las fuerzas políticas contrarias, esto es, el feudalismo nobiliario y los primeros intentos de un racionalismo estatal, enriquecido por el pensamiento de San Agustín y de Santo Tomás, se materializa en la piedra de las grandes catedrales románicas de las que irradia toda la vida espiritual del medioevo. El carácter didáctico de las formas artísticas y la sujeción de las mismas al dogma, consecuencia ésta de aquél, determinan la falta de la libre invención. No obstante, la capacidad creadora del hombre se manifiesta a cada instante en la minúscula variación temática —basta ob-



Castillo de los condes de Flandes. Gante. Siglo XII

servar la evolución del tema de la Virgen con el Niño o de las escenas de la vida de Jesús— y, sobre todo, en el hábito de vida, en el naturalismo acentuado que se impone por sobre la rígida concepción de lo espiritual, ya en los albores de la época moderna, en el momento en que las comunas y los burgueses van plasmando una nueva concepción del mundo.

La Catedral gótica no es sólo el lugar en donde se adora a Dios, sino el granero y el sitio de reunión del pueblo, como lo afirma Elie Faure. Frente al cerrado dogma teológico de San Agustín —evolucionando él mismo con Santo Tomás— se impone una nueva jerarquización de la vida, una nueva afirmación de lo humano. El arte evoluciona aceleradamente, de la pura abstracción en que se vió sumida por la elaboración teológica, hacia una observación cada vez más precisa de lo natural, base de la gran revolución cultural que el Humanismo sella después.

El drama litúrgico se traslada a la plaza o a otro sitio exterior, aparecen los actores laicos y con las Moraliidades penetra un elemento cómico que los Misterios desconocieron; mientras los mimos errantes y los charla-



"Le Beau Dieu d'Amiens". Siglo XIII

tanos de feria, los arlequines y polichinelas, las representaciones carnavalescas, señalan una nueva raíz de expresión profana frente a la otra, que se mantiene dentro de los límites marcados por la autoridad de la Iglesia.

Es cierto que la música, unida estrechamente al canto, permanece con los caracteres que le determinó la reforma gregoriana; mas, no sólo la polifonía en el norte y el "ars nova" en el sud abren nuevas posibilidades de expresión sentimental, sino que, también, aparece la poesía en lenguas nacionales y la música caballeresca de los trovadores y "Minnesänger". Las danzas religiosas se transforman a tenor de los tiempos: la concupiscencia y el sensualismo se manifiestan a través de las danzas de los muertos, gritos histéricos de una multitud de hombres, angustiada por un porvenir incierto y al mismo tiempo ansiosa de afirmar la vida por encima de todas las cosas. El arte todo de la Baja Edad Media nos proporciona, pues, la expresión meridiana de una concepción del mundo en la que se señalan las contradicciones que emergen de una estructura que se quiebra —la teocracia medioeval— y los atisbos de una nueva expresión que surge.

El artista —ya sea el plástico o el actor, ya sea el dramaturgo o el poeta— no es el libre creador de nuestros días: se adivina, a través de sus obras, la enorme sujeción espiritual y económica que debió sufrir, lo



Escena simultánea de teatro medioeval. Libro de Cristian Gaende: "El teatro".

que no impidió, no obstante, la potente expresión individual que florece entre la complicada ornamentación de la piedra o en la alegoría truculenta de los mimos errantes; se adivina, a través de sus obras, las determinantes que permiten reconstruir un pasado de historia política y social tan sólo ante su contemplación. Todo esto nos habla de heteronomía, no de autonomía creadora.

Acaso sea la obra de un pintor italiano, Giotto di Bondone, la que exprese de manera más total el espíritu del Humanismo que comienza a expresarse a través de su verbo naturalista a fines del "trecento". Es el momento en que culmina la organización de las ciudades, gracias al auge del comercio y de la industria; es el momento en que el espíritu burgués

—ávido de empresa y de ganancias— ofrece al mundo la tremenda contradicción de prohiar por una parte la ciencia natural en sus primeros balbuceos y, al mismo tiempo, sostener a la religión católica como fuerza política. Dentro de la estructura artesana esa contradicción —polarizada en los repertorios de temas de la plástica: mitológicos romano y cristiano— perdura durante todo el siglo XV, durante el cual los hombres tienen, además de la avidez del dinero y de la empresa, la avidez fecunda del conocimiento y



La Gramática. Catedral de Chartres. Siglo XIII

de la investigación. La coincidencia con el clasicismo heleno-romano —no fué un renacimiento— se realiza bajo el signo de un naturalismo acentuado, realismo ingenuo, que bien pronto evoluciona hacia un realismo crítico, hacia una racionalización de la actividad creadora. El arquitecto, el plástico, el hombre de teatro, hasta el músico van en pos de formas que afirmen la vida humana y al mismo tiempo la esquematicen, a fin de que

los elementos constitutivos de aquélla, reducidos a sus límites esenciales, ofrezcan la visión unitaria y total que asegura la perennidad de lo creado. Masaccio, Botticelli, Ghirlandajo, Piero della Francesca marcan los jalones de este desenvolvimiento, en el cual se percibe fácilmente la búsqueda de un elemento de expresión pictórica absolutamente nuevo: la profundidad. Giotto conquistó para la pintura la expresión táctil —según Berenson— de la materia humana; los "quattrocentistas" conquistaron la tercera dimen-



San Juan Bautista. Donatello. Siglo XV

sión, con la perspectiva aérea primero y la geométrica después. Todo el arte italiano de esta época se mueve en lucha enconada contra el goticismo, en lo que éste tenía de apasionado, para afirmar la simetría y el equilibrio racional, para afirmar al Espíritu por encima del sentimiento. Las fachadas de las iglesias y palacios de Roma y de Florencia, como las pinturas y las esculturas, o los "intermezzi" en los que aparecían ninfas, sátiros, moros y animales fabulosos, o el teatro inspirado en Plauto y en

Terencio, o la otra de Palestrina que marca la transición de la música polifónica a la armónica, demuestran los mismos caracteres generales: acercamiento a lo humano por la conquista de la tercera dimensión, racionalización de lo humano a través de un esquema mental.

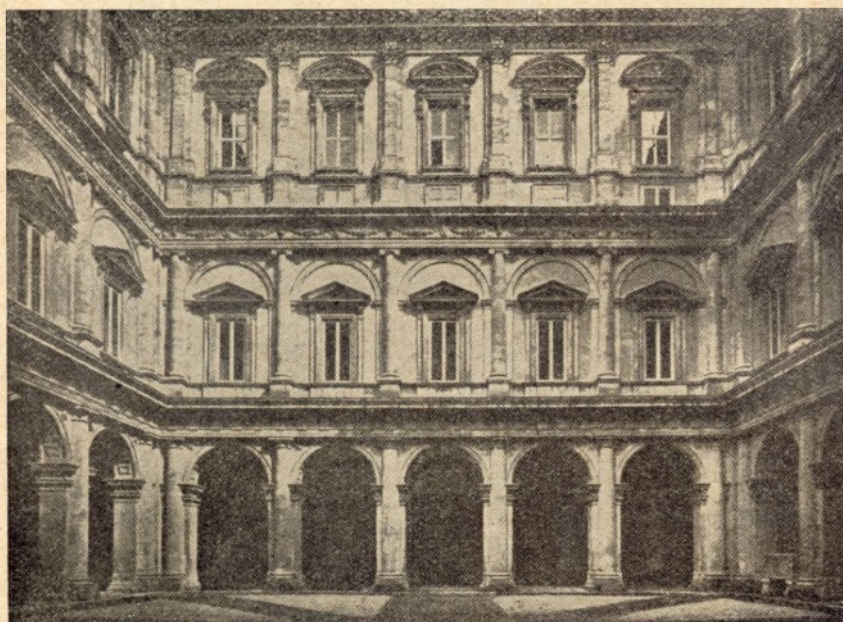
Leonardo marca, luego, la transición al siglo XVI, en el cual las modificaciones sociales y económicas determinan una nueva concepción del



Cabeza de Palas. (Fragmento) Botticelli. Siglo XV

mundo: el espíritu artesano del siglo XV cede el paso al espíritu aristocrático de las grandes y pequeñas cortes de la Italia de la época de Julio II y de León X, de los Medicis y los Gonzaga, de Miguel Angel y Rafael, de San Pedro en Roma, de las danzas profanas —minuetos, paravanas, gavotas—, de aquella vida que Castiglione animó con su pluma en su inmortal "Cortigiano".

Pero el Renacimiento italiano registra otras conquistas importantes, desde el punto de vista de la creación artística: el artista descubre el valor estético de la obra de arte y comienza la loca carrera por lograrlo, con absoluta independencia de todas las fuerzas que hasta entonces la habían sojuzgado. Temas paganos y cristianos en la plástica, dramas litúrgicos o escenas de sátiros, música sentimental o religiosa, iglesias o palacios, no son más que pretextos para que el hombre se plantee la demiúrgica empresa de crear, de inventar, de descubrir, de afirmar lo que piensa o siente como individuo, por encima de toda determinación ajena a él. El artista se siente artista por primera vez y, desde entonces, la escisión entre su tarea y la del artesano, que sigue fabricando objetos de uso práctico —el



Patio del Palacio Farnesio. Roma. Antonio da Sangallo y Miguel Angel. Siglo XVI

mueble, la cerámica y el vidrio, el tejido y la orfebrería—, se va haciendo cada vez más profunda.

El Renacimiento marca el comienzo de la época moderna: nuestra cultura es, todavía, un reflejo de aquella gran época en que se echaron los cimientos, incommovibles hasta hoy, de la expresión artística de Occidente.

El Renacimiento italiano, que coincide con el gran movimiento pictórico de los Países Bajos, se propaga a Francia y a España, encontrando en aquella —desde la época de Francisco I en adelante— el terreno propicio para su perduración hasta mucho tiempo después de que la propia Italia hubiese abandonado sus formas estilísticas. En cada país adopta formas peculiares; en cada país produce hombres de genio —Dürero, Velázquez—.

quez, Poussin—; pero en todos pervive el gran momento de la Italia de comienzos de siglo XVI, cuyo dedo levantado en alto todavía marcaba el derrotero a seguir, aunque su brazo ya no estuviese sostenido por el corazón pujante y el espíritu lúcido de sus corifeos.

Un aura de libertad creadora recorre a Europa en la primera mitad del siglo XVI; mas el artista no es libre todavía: está siempre sujeto a fuerzas



Estudio de Leonardo da Vinci. Siglo XVI

extrañas, a las que se agrega una, que ha crecido desmesuradamente: el factor económico, que tiende a transformar a la obra de arte en mercancía.

A partir del Renacimiento la Historia del Arte registra las luchas entre la actividad artística creadora —consciente de su fuerza y de sus posibilidades— y las fuerzas que de continuo la constreñían y sofocaban, según el esquema planteado en aquellos períodos anteriores.

Empero, el momento de liberación, que acaso pareció definitivo, sufre un obscurecimiento a fines del siglo XVI, a consecuencia de las luchas religiosas que enconan a los espíritus: la Reforma y la Contra-reforma dan

sentido a la creación artística en el confuso siglo XVII. tan difícil de reducir a un esquema. Este, sin embargo, surge con cierta claridad, a poco que se olviden las diferencias estilísticas que se acusan cuando se compara



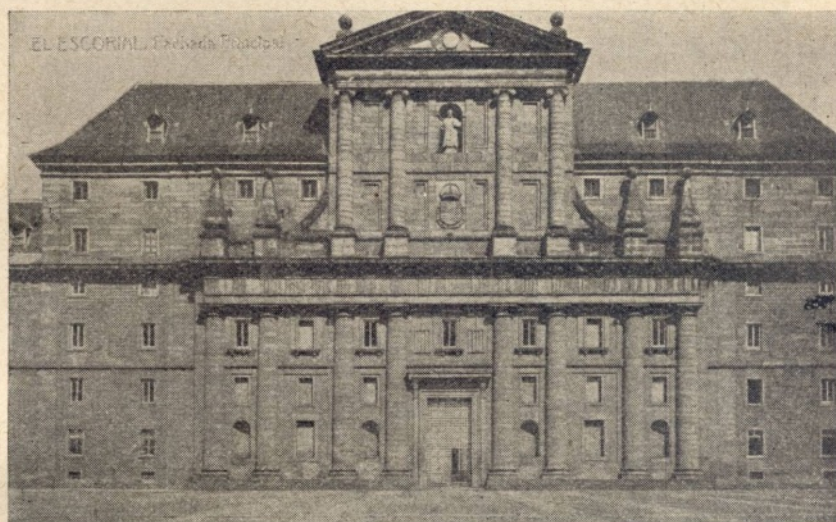
Una representación en el Hotel de Borgoña.
Renacimiento Francés.

a Rembrandt con los hermanos Carracci, a Poussin con El Greco, a la arquitectura neo-clásica francesa o Herrerista en España con las líneas retorcidas, barrocas de Bernini, la música polifónica de las cantatas y oratorios



El rapto de las sabinas. Poussin. Siglo XVII

con la armónica de la Opera de Monteverdi o Scarlatti. Cuando se olvidan esas contradicciones se descubre el denominador común de tan variadas expresiones: el universalismo religioso, tal como se encarna en la inten-



El Escorial. Siglo XVII



El descendimiento de la Cruz. Talla en madera. Alemania. Siglo XVII



La encajera. Vermeer de Delft. Siglo XVII



Fuentes de Grenelle. París. Bouchardon .Siglo XVIII

tona dominadora de la Iglesia católica, en oposición al particularismo político de los estados nacionales nacientes; el patetismo del barroco —expresión de aquél—, en oposición al neo-clasicismo francés —expresión de éste—; el naturalismo de los holandeses —expresión del movimiento de la contrarreforma—; mientras el racionalismo —Descartes— elabora los principios ideológicos que en el siglo siguiente, siglo del Iluminismo, han de dar el golpe de muerte al feudalismo y a la teocracia medioeval, todavía en latente perduración.

La voluntad del monarca, una nueva didáctica estatal, la necesidad de crear obras que respondan al nuevo sentido del lujo —tal como se manifiesta en los temas y estilos de la plástica, en el drama clásico, en el predominio de la armonía instrumental— son las nuevas fuerzas que sojuzgan



Un baile en la época de Luis XV. (Según un grabado de Rameau. Siglo XVIII).

la libre creación del artista. Momento de obscurecimiento después de la aurora de libertad que señalan los siglos XV y XVI, que precede a la nueva aurora, que estalla en el siglo XVIII, con la Revolución Francesa.

Durante el siglo XVIII, en el que imperan las ideas en extraña mezcla con los sentimientos, las exigencias de una monarquía envilecida y el lujo de la mujer imponen directivas al arte francés, el cual, después, se propaga por toda Europa. Así surge un arte de compromiso entre el racionalismo y el despotismo ilustrado: el rococó. El artista no crea sino para el goce de una restringida capa social, que determina la expresión sensual y ligera, tal como se desprende del uso de motivos paganos.

De Chardin a Greuze, bajo la influencia de Diderot en la plástica y en el teatro, el arte evoluciona hacia el naturalismo antes de que con el gran David, ya en los albores de la Revolución Francesa, se iniciara la era del neo-clasicismo.

Siglo de disolución este siglo XVII durante el cual se acelera la caída de las dos grandes fuerzas políticas que mantuvieron al arte en sus estrechos límites de expresión: la monarquía, con su secuela de nobles y favo-



El cántaro roto. Greuze. Siglo XVIII

ritas, y la Iglesia católica. Desaparecen con la Revolución Francesa, pues, las dos fuerzas que permiten hablar del universalismo artístico.

El teatro sigue una evolución paralela a la de la plástica, mientras la arquitectura entra en una insanable decadencia; pero la música, con el movimiento sincopado que la caracteriza, a causa del cual es posible establecer más de un siglo de atraso en la adopción de ciertos movimientos estilísticos, todavía perdura en la concepción humanista, y cuando las de-

más artes decaen, ella sola presenta al mundo la sucesión más extraordinaria de genios, comparable tan sólo a la pintura italiana del siglo XV: Bach y Händel, en los que perduran las formas contrapuntísticas como esquema fundamental de sus creaciones, dan vida al sonido instrumental y al vocal; Haydn y Mozart marcan la evolución del ambiente cerrado de la Corte a la "vuelta a la naturaleza", insignia de la Revolución; Beethoven, finalmente, en quien culmina la música de expresión sentimental. El músico se ha liberado de ciertas fuerzas extrañas: el movimiento de "Sturm



Chopin, por Delacroix. Siglo XIX

und Drang", que se prepara, arrasa con todo lo que sea tradición académica y afirma, por encima de ella, al sentimiento humano.

El Romanticismo aflora en todas las artes en los primeros treinta años del siglo XIX al tiempo en que el Antiguo Régimen ha desaparecido para siempre y la organización económica del librecambio y política del liberalismo echan las bases del mundo contemporáneo. Juego libre de las personalidades, jerarquía del sentimiento individual, desaparición de todo vínculo de unidad espiritual: he ahí los caracteres generales del siglo XIX, durante el cual el artista, cualquiera que sea su predilección genérica, obtiene al mismo tiempo su liberación de ciertas fuerzas — sobre todos los dos

grandes mitos de Occidente: el heleno-romano y el cristiano— y adopta nuevos moldes de sujeción de su espíritu. Por eso el siglo XIX carece de arquitectura propia, porque éste es un arte que expresa la unidad espiritual de un pueblo; es un arte de máxima abstracción que huye del sentimentalismo y del individualismo; es un arte objetivo y director.

La hipertrofia del yo, que conduce al artista hacia la desesperación, preparando la generación de los "malditos", permite, en cambio, el desarrollo de ciertas formas literarias —la lírica—, de la música y de la pintura.

El cuadro de caballete se impone como forma de expresión pictórica, señalando en su evolución temática las finas variaciones de la concepción espiritual del siglo: de los temas alegóricos y renacentistas al panteísmo de la naturaleza, con los grandes paisajistas ingleses y franceses; de éstos a la afirmación de la vida material y política por la presencia misma de la



Las espiadoras. Millet. Siglo XIX

realidad. La "realidad" —nuevo mito— es, desde entonces, la última sujeción que sufre el artista, lazo del cual pronto trata de desprenderse también. El Impresionismo es la tercera rebelión, mediante el cual el plástico se afirma nada más que como artista y, al crear una técnica nueva de expresión, asegura también —he ahí su importancia real— su voluntad de expresión poética, de profunda raíz abstracta.

Las mismas etapas se señalan en el teatro, que acusa una dependencia estricta de las formas literarias, siendo cada vez menos espectáculo: el teatro neoclásico, el romántico, el realista; mientras la música anota el descubrimiento de los elementos nacionales y pintorescos —el folklore— y obtiene la mayor riqueza de modulaciones armónicas y de recursos colorísticos, imponiéndose la ópera y el concierto. La ópera verista italiana registra el intento de una expresión realista con medios musicales; Debussy,

finalmente, todavía un romántico, lleva a sus últimas consecuencias el sistema armónico y al propio tiempo señala las posibilidades de una evasión hacia otras formas expresivas.

La danza ha perdido su fuerza de expresión originaria al penetrar en las costumbres burguesas y sigue dócilmente a la música, a la literatura y a la arquitectura que le señalan sus posibilidades de expresión. Hasta



El actor Garrick representando Hamlet. Cuadro de Benjamín Wilson.

el fin del siglo XIX el arte ha oscilado entre la alegoría y la expresión naturalista, sujeto siempre a determinaciones ajenas: a la religión, a las ideas políticas o sociales, a las ideas filosóficas, al Estado, a las costumbres, a la Naturaleza y a los sentimientos humanos finalmente.

A fines del siglo la máquina deja en libertad al artista. Ya hemos de ver cómo usaron esa libertad y de qué manera ella se manifiesta en las formas del arte contemporáneo.

LA ARQUITECTURA Y LAS ARTES PLASTICAS

II

Antes de empezar a considerar las artes de nuestro tiempo es necesario que echemos una ojeada a la situación general del arte a fines del siglo XIX, para establecer ese momento crucial que nos permite hablar de una expresión de nuestro tiempo, opuesta a la del pasado. Desde el punto de vista del hombre lo que caracteriza ese momento es la neta separación que se establece entre el artista y el artesano. No quiero decir que tal separación no hubiese existido ya en las épocas anteriores, pues a partir del Renacimiento, ella queda evidenciada; pero sí que al acentuarse la diferenciación de actividades, aquélla se manifiesta con caracteres que hasta entonces no había tenido. A mediados del siglo XIX, en efecto, la máquina comienza a producir los objetos necesarios para el desarrollo de la vida material, y aun la espiritual en buena parte, provocando la desestima del objeto realizado a mano y, por ende, la decadencia del artesano. Ese fenómeno determina el estado de libertad en que el artista se encuentra, pues sus servicios no son requeridos para la satisfacción de necesidades inmediatas de la vida.

No es ésta, empero, aunque la crea fundamental, la única razón que motiva el estado de libertad del artista, ya planteado, desde el punto de vista espiritual, con el movimiento romántico.

El artista crea entonces para un ente nuevo —el público— sin que esta determinación de una fuerza extraña a él mismo tenga los caracteres de urgencia que tuvo, en otras épocas, cuando la obra surgía en virtud de un encargo determinado. El destino de la obra, y su posible proyección, deja de situarse en el primer plano de la actividad creadora del artista, para ser suplantada esta preocupación, otrora esencial, por la de la expresión individual. Este proceso de individualización, manifestado tímidamente en los románticos a pesar de la pomposa teoría del "arte por el arte", hace crisis en el momento en que, por razones económicas, la obra de arte se transforma en una mercancía de lujo, sujeta, por lo tanto, a los vaivenes de la oferta y la demanda.

Por otra parte, en el siglo XIX, en el momento en que señala el triunfo de la concepción burguesa de la vida, quiebran definitivamente el ideal cristiano, remozado por el movimiento romántico, y el ideal pagano neo-clasista, que perduraba como una secuela del siglo XVIII. Se afirma entonces la burguesía como fuerza económica, de lo que se desprende el industrialismo en gran escala y el liberalismo político. Mas, el burgués enriquecido es un hombre que carece de cultura y de refinamiento como para determinar un movimiento artístico que interprete sus necesidades expresivas. Por esta razón se produce el extraño y contradictorio fenómeno de que el arte individualista y burgués no encuentre en la propia burguesía el eco que lógicamente podría haberse esperado. El artista, queda pues absolutamente solo, desvinculado de las fuerzas que tradicionalmente lo habían dominado —la Iglesia, el Estado— y desvinculado también de ese ente indefinido, que designamos con la palabra pueblo. No sólo se aleja de éste, como fuerza elemental, que ya esto había sucedido después del Renacimiento, sino de su propia clase, que lo ignora y hasta lo desprecia.

Esta tremenda contradicción entre las formas de la vida espiritual, reducidas a expresiones de minorías no siempre directoras, y el esquema económico-social-político dentro del cual aquéllas existen, es fundamental para entender a las obras del arte contemporáneo. Por eso, en la clase anterior,

dije al terminar que era necesario saber cómo había utilizado el artista esa libertad, tan penosamente conseguida.

El artista ha de querer cada vez más que el arte sea arte y nada más que arte, negando toda vinculación con las fuerzas vitales y espirituales que actúan como determinantes de aquél. De aquí el prestigio de la "forma" y de su expresión propia, prestigio que se impone y desarrolla a través del pensamiento estético de filósofos y críticos durante nuestro siglo. De aquí también la agudización del movimiento que tiende a la autonomía de cada arte, negando toda relación con otra, encontrando para cada una su materia peculiar y, consecuentemente, su expresión propia.

LA ARQUITECTURA CONTEMPORANEA

Paul Valéry ha escrito: "Dime, puesto que tú eres sensible a los efectos de la arquitectura, ¿no has observado al pasearte por la ciudad que entre tantos edificios con que está poblada, unos son mudos, otros hablan, y otros, en fin, que son los más raros, cantan?".

En esa frase de Valéry está planteado el problema fundamental de la creación arquitectónica, esto es, el de la expresión. En la clase anterior recorrimos la historia de la arquitectura occidental para probar que, desde los griegos hasta el siglo XIX, valiéndose de medios técnicos, materiales y formas diversas, los monumentos arquitectónicos han hablado o cantado a tenor de las voluntades artísticas de los pueblos que les dieron origen y sentido. No es otra la tarea fundamental de una historia de la arquitectura, sino la de señalar la evolución de sus formas fundamentales en lo que tuvieron de lenguaje expresivo.

Cuando se pretende comprender a la arquitectura moderna, la primera dificultad, aunque sea sólo aparente, es la falta de correspondencia entre lo que aquélla ha sido y lo que es actualmente. Digo a ustedes que sólo es aparente porque se juzga a la arquitectura moderna partiendo de dos posiciones falsas: por una parte, partiendo de una tradición artística inmediata —la del siglo XIX— que es la negación de la arquitectura como espacio expresivo; por otra, la incompreensión de la esencia de la gran arquitectura del pasado, con la cual la contemporánea pretende conectarse.

Se niega lisa y llanamente todo lo moderno, porque se compara a esta expresión naciente con las obras que han surgido en momentos de culminación de otras culturas, como pueden serlo el templo griego del siglo V o la catedral gótica. La falta de conocimiento histórico y técnico, unida a la rutina, determinan ciertos lugares comunes que, repetimos hasta el cansancio, se transforman un día en verdades indiscutibles. No menos graves, por otra parte, son los propios errores de la arquitectura actual, o mejor dicho, sus propias deficiencias.

Lo que me interesa destacar en esta clase son los motivo espirituales y técnicos que han permitido la creación de un estilo moderno, en aparente oposición a la arquitectura tradicional.

La arquitectura de nuestra época ha surgido como resultado de un movimiento polémico contra la del siglo anterior: contra la adopción de estilos antiguos que se copiaban malamente —desde el neo-clásico hasta el barroco—; contra la rutina en la enseñanza y en la concepción, que determi-

naron la pérdida del sentido creador; contra la invasión de elementos decorativos desvinculados de la estructura arquitectónica; contra el rebajamiento de la función constructiva hasta hacer de ella el manejo puro y simple de elementos mecánicos; contra la falta de espiritualidad; contra la arbitrariedad y el mal gusto.

Tales eran los caracteres de la arquitectura del siglo XIX, explicables por otra parte, cuando se piensa que éste ha sido el siglo del individualismo. La arquitectura es incapaz de expresar lo individual; ha sido y, creo poder afirmarlo, será siempre un arte de expresión universal, que requiere un



New York

sólido fundamento espiritual coherente para existir. Recuerden ustedes que el Romanticismo no fué capaz de crear una arquitectura propia y se contentó con exhumar formas del pasado medioeval.

La primera justificación de la arquitectura moderna emerge, pues, de razones negativas; pero también fué el resultado de una afirmación: la necesidad de crear espacios que respondieran expresivamente a la concepción moderna de la vida. De las primeras se desprende la exageración polémica —Le Corbussier habla de los ojos que no ven... refiriéndose a las formas modernas: barcos, aviones, automóviles: Lucart escribe que "todo se debía rechazar "a priori", después revisar o recrear"—; de la segunda, lo que hay de realmente positivo en ella, es decir, la vinculación estrecha entre el espacio arquitectónico y las necesidades, de cualquier clase que sean, de quienes deben vivir en él.

Puesto que había que partir del principio, el conocimiento histórico del pasado entregó el elemento esencial para la concepción nueva de la arquitectura: el espacio como medio de expresión. A eso había que llegar, si se quería que la arquitectura fuese un arte. "Si por una parte la arquitectura parece simple y árida como medio expresivo, por otra, sabe potenciar esos medios expresivos, encontrar su fuerza de actuación. Es así cómo la forma arquitectónica asume el significado expresivo; y el edificio no sólo delimita

el espacio circundante al hombre, sino que desarrolla para el hombre una nueva visión de la realidad" —ha escrito Gengaro.

Un volumen arquitectónico está determinado por superficies, las cuales, aunque generadas por aquél, acusan su individualidad expresiva. Poner en valor la superficie, en exacta relación con el espacio que ella contiene, significó el replanteo del problema de la fachada exterior y del arte decorativo. La arquitectura del siglo anterior había olvidado estas dos premisas fundamentales y por eso había perdido el carácter creador que pudiera determinarla como arte. ¿Qué expresión puede encerrar la vivienda tradicional de nuestras ciudades, concebida como una sucesión de habitaciones, sin que ellas se conecten con un plan regulador de la misma? ¿Qué expresión puede surgir de esas fachadas —un muro con agujeros, puertas y ventanas— que no guardan la menor relación con el espacio que contienen, ya que a menudo son falsas y engañosas?

El replanteo de un edificio como expresión de un esquema mental previo, que impide así lo arbitrario y lo pintoresco, está en la base de la concepción arquitectónica moderna. Esa es la lección que los arquitectos de nuestro siglo recibieron de la Historia, pues descubrieron que, por debajo de los elementos puramente emotivos que afloran, con mayor o menor pujanza en las grandes obras del pasado, hay siempre una ordenación rigurosa de elementos, según un racionalismo acendrado. De esta lección, sabiamente aprovechada, se desprende la vuelta a una cerrada concepción matemática del espacio y el abandono de todo cuanto pudiera ser sentimental, pintoresco o romántico, es decir, de lo decorativo.

El valor de una obra arquitectónica emerge de la coherencia racional de sus elementos, que surge por el equilibrio de los elementos estáticos y dinámicos que la condicionan.

Toda la arquitectura moderna está teñida, pues, de racionalismo. Esa misma actitud llevó a los arquitectos a investigar todo cuanto en la naturaleza o en la vida humana lleva el sello de lo racional, del equilibrio matemático. Nada puede extrañar, entonces, el entusiasmo por la ingeniería civil y militar, por los grandes productos de la industria: barcos, aviones, automóviles.

Recibieron de esas obras de "mera ingeniería" la gran lección que la arquitectura necesitaba para su revitalización: la perfecta adecuación de los elementos de construcción a un fin. Por eso se impone el carácter funcional, utilitario, en la arquitectura moderna, a punto tal que ha podido llegar a denominarla.

Todo cuanto se refería a la construcción misma fué puesto en tela de juicio, lo que llevó, como era lógico suponer, al primado de la técnica sobre la expresión. Primado que no es vituperable a ojos cerrados, puesto que el arquitecto debía empezar por forjar su instrumento antes de pensar en la expresión.

El descubrimiento de un nuevo material facilitó esta concepción racional y funcional a que se aspiraba: el cemento armado que se presta para crear formas rectilíneas y no para crear superficies curvas, por la dificultad del encofrado. Pero no hay que exagerar el valor del material, como determinante de un estilo; lo que importa es afirmar la existencia de una voluntad de arte, pues ella, cuando existe, encuentra siempre la materia y el medio técnico para darle vida.

Racionalismo funcional y técnica del cemento armado son, pues, los caracteres fundamentales de la nueva arquitectura.

Esa posición racionalista, empero, no respondió solamente a motivos profesionales, como los enumerados, sino también a nuevas necesidades espirituales: el hombre de post-guerra necesitaba un orden en sus ideas y sentimientos; después del caos necesitaba volver a sentir, mediante estructuras sólidas, que pertenecía a un mundo coherente; también necesitaba tranquilidad y vida reposada; necesitaba "confort".

Estas exigencias del espíritu son las que llevan a concebir al edificio como una máquina, una máquina para vivir. Consecuencia, por otra parte, de este maquinismo industrializante que enuncié como factor social preponderante en la evolución del arte contemporáneo. Se une a ellas el desprecio por la expresión anecdótica y superficial, así como por la sentimental, puesto que el sentimentalismo humano acaba de jugar al hombre una mala partida.

"La arquitectura moderna —ha escrito Sartois— tiende a liberar al hombre de la opresión de la vida física, elevándolo posiblemente a una felicidad material y espiritual menos hipotética que la del siglo pasado. No sujeta a la vida a nuevas esclavitudes materiales, sino que la pliega a una realidad práctica que permitirá orientar diversamente las acciones del hombre novecentista en contacto con la libertad más espiritual y más humana."

La arquitectura ha de crear un clima de reposo, sin exaltación sentimental alguna, que permita desarrollar al hombre, libremente, su espíritu.

El racionalismo, finalmente, tiene otro origen: es producto de la "standardización" de la vivienda, raíz sociológica profunda que justifica a aquélla. Vida igualmente sana y confortable para todo hombre, sin que se admita la menor individualización sentimental. Ello explica la construcción de viviendas en serie, con lo que se tiende a una arquitectura universal, que niega los regionalismos, así como la expresión nacional e individual.

Este complejo de causas, polarizado no obstante en un principio —el racionalismo funcional— ha llevado a la autonomía de la arquitectura, dejando en plena libertad a las artes decorativas, que para nada parece necesitarlas.

En lugar de buscar la expresión en el detalle anecdótico o sentimental —en el elemento decorativo— como lo hizo la arquitectura del siglo XIX, la contemporánea lo busca en el lenguaje mecánico de las grandes masas, con las que trata de crear un mundo nuevo, en el que rijan nuevos valores de convivencia humana. Desde este punto de vista, la arquitectura moderna, como ciertas direcciones de la plástica, constituye una ciclopea tentativa para provocar la evasión del hombre de la determinación social que sufre, para hacerlo entrar en un mundo de perfección metafísica.

Todo cuanto he dicho a ustedes responde al deseo de presentarles, en forma objetiva, las razones que justifican este naciente estilo moderno en la arquitectura; pero esta objetividad, mantenida celosamente hasta ahora, no excluye señalar también lo que es pasible de crítica. No se trata de señalar errores, puesto que no sé hasta qué punto es lícito hacerlo; pero sí los peligros que la acechan. En primer lugar, la facilidad de caer en un maquinismo inexpresivo, consecuencias de la industrialización y la "standardización", que mata al espíritu individual. Se olvida que la obra de arte no es sólo estructura —Razón— sino también expresión emotiva, camino que lleva al espíritu por la vía de la sensibilidad. El rechazo voluntario o el olvido de toda decoración —parece que sólo las flores fuesen admitidas— es la causa de la frialdad y la falta de intimidad que caracteriza a las viviendas modernas. La arquitectura moderna tiene el peligro —¿no es ya un hecho consumado?— de transformar a la vivienda, ya sea particular, ya sea pública, en un espacio claro y aireado, cómodo y confortable para el cuerpo sin duda; pero igual-

mente enrarecido para el alma humana que necesita el calor de los sentimientos y el fuego de la pasión encendida para poder volar tras el Espíritu.

La sujeción arbitraria a un material —de lo que se empieza a reaccionar afortunadamente— es otro peligro grave, puesto que el material no debe condicionar jamás a la expresión, sino ésta a aquél.

Acecha, pues, a la expresión arquitectónica moderna el peligro de defraudar a los hombres, en cuyo beneficio fué creada: se les prometió un espacio expresivo en el que pudieran desenvolverse con un sentido de totalidad que la arquitectura anterior no permitía, y en cambio se le entrega una máquina, perfecta pero inhumana, donde se ahogan y se entristecen.

LAS ARTES PLASTICAS

En la clase anterior vimos que la historia de la pintura y de la escultura occidentales se caracteriza por una lucha en torno a la tercera dimensión, ya sea para afirmarla en los períodos llamados naturalistas, ya sea para negarla en los idealistas. A mediados del siglo XIX el movimiento realista, cuyo corifeo es Courbet, se impone al romanticismo y al neo-clasicismo. Se busca la representación de los objetos, no sólo como volúmenes sino también con la peculiaridad que les determina la materia de que están formados. Pero hay algo que falta lograr para que la ilusión de la vida real pudiera ser completa: la expresión de la atmósfera y de la luz, las cuales al actuar sobre los objetos modifican sus formas y establecen variaciones infinitas en los tonos locales. Esa conquista es considerada habitualmente como la gloria de los impresionistas. Se alude frecuentemente a la coincidencia que se produce entre esta nueva manera de ver la naturaleza, que inician efectivamente los impresionistas, y los descubrimientos científicos de Helmholtz y Chevreul en lo que se refiere a la teoría óptica de los colores. Si se diera coincidencia, la relación sería admisible; pero si se dijera, como sucede a menudo, que el impresionismo fué la aplicación de una teoría científica, se cometería un grave error. Más que la aplicación de una teoría científica —la técnica impresionista es muy anterior a ella, por otra parte— la pintura de los impresionistas significó el paso de la alegoría realista al simbolismo poético. Paradojal consecuencia, sin duda, de una actitud naturalista, que, al pretender el logro del elemento atmósfera-luz, necesario para obtener la máxima ilusión de realidad, determinó por el contrario, al deshacer la forma en la atmósfera y el tono local en la luz circundante, un movimiento espiritualizante que llevó a jerarquizar al símbolo por encima de la imagen real.

La estampa japonesa, conocida entonces en París, influenció poderosamente en los grandes pintores impresionistas —Monet, Manet, Whistler— al mismo tiempo que en ellos se señalaba, como una reacción contra la pintura realista, cultivada por ellos mismos hacia entonces, el amor entrañable, verdadera panteísmo, por la naturaleza como vehículo de la expresión humana. La pintura de los impresionistas fué un arte de pintores y no de intelectuales: de aquí se desprende la justificación de su actitud naturalista por una parte y su inclinación hacia la expresión poética lograda únicamente con los medios plásticos de que disponían.

Mucho se ha hablado de que el impresionismo desestimó al dibujo para valorizar al color como medio de expresión pictórica. Les recuerdo, para desvirtuar esa afirmación, que Degas fué impresionista, así como Pissarro y tantos otros, a los que no se puede acusar de haber desestimado al dibujo. Les recuerdo, además, que el propio Monet, al que se acusa a menudo de

haber deshecho la forma en un caos de tonos atmosféricos, fué un gran dibujante. Es necesario distinguir clamente qué es el dibujo. Si se piensa que el dibujo es sólo la limitación de una forma por un trazo continuado, evidentemente, no hay dibujo en la obra de Monet; si se piensa que también es dibujo la arquitecturación interior de una forma, aunque ella se exprese aparentemente sólo con el color, en Monet, salvo en muy pocas obras, hay siempre estructura, y por tanto, hay dibujo. El error estriba, a mi juicio, en la consideración demasiado estricta de los medios técnicos de que se valieron unos y otros, olvidando que lo que caracteriza una obra de arte es fundamentalmente la expresión. Por encima de las diferencias técnicas que acusan



La partida del barco en Folkestone. - Manet

las obras de los impresionistas existe un carácter común que los define: la utilización de la naturaleza como pretexto significativo para crear un símbolo capaz de despertar una emoción poética. Si así no fuera no se tendría el derecho de considerar al impresionismo como punto de partida del arte plástico contemporáneo.

¿Existió una escultura impresionista? En este arte el impresionismo no podía manifestarse de manera similar a la pintura, pues la existencia inevitable de la tercera dimensión —la forma concreta y corpórea es esencia de lo escultórico— lo impedía; pero la escultura sintió también la influencia de este elemento de expresión —la atmósfera-luz— que cobró una jerarquía hasta entonces insospechada, en la obra de Rodin, de Meunier, de Rosso. Sería absurdo afirmar que el primero fué un impresionista, a la manera como lo fueron los pintores contemporáneos de él; pero no lo es si se considera al impresionismo como una voluntad de expresión poética que busca en la

atmósfera y en la luz su vehículo esencial. Hay en la obra de Rodin no sólo observación aguda de la naturaleza sino también el deseo de fijar la impresión momentánea y fugaz del movimiento mediante imágenes corpóreas que él deforma valiéndose de infinitas variaciones luminosas. "He ahí todos los estilos futuros" —dijo Rodin en cierta ocasión frente a un paisaje impresionista. Hay que convenir en que no se equivocó. Por otra parte, él tuvo una concepción literaria y retórica, producto de su formación naturalista, que le impidió un acercamiento más íntimo con los pintores que tanto admiró. En Meunier la inclinación hacia lo pictórico es demasiado evidente para que sea necesario que insista en ello: el vibracionismo de las superficies, aunque



Dibujo. • Degas

ellas limiten siempre volúmenes precisamente determinados, es el elemento fundamental de su expresión poética. Medardo Rosso, finalmente, abordó plenamente la tarea de la expresión poética por la atmósfera y la luz.

"Los colores juxtapuestos se confunden en la retina, pero no forman el tono" —tal es la máxima que lleva a la generación posterior al impresionismo a conservar el tono local, a la objetividad de la imagen y al prestigio de una materia concreta. Cuatro grandes pintores, acaso los más grandes del siglo XIX, señalan el movimiento post-impresionista: Cézanne, Van Gogh, Gauguin y Renoir.

En el primero la vuelta a la objetividad, y por lo tanto a la tercera dimensión, no significó la revalorización de la perspectiva italiana, sino la

consecución de la forma por la profundidad del color y el sentido tectónico, geométrico, de la misma. El abandono del tema literario —que persistía aun en algunos impresionistas— es total en su obra, afirmando, en cambio, la capacidad del artista de crear imágenes que fuesen símbolos y no alegorías. Descubrir el plan a que obedecen los objetos que pueblan la naturaleza o la expresión íntima de la personalidad en las caras humanas, fué la preocupación de ese ojo sobrehumano que hundía el escarpelo de su razón en la aparentemente desordenada fantasía de la vida. Esa preocupación le



Dibujo. - Rodin

hizo alejarse de los objetos, cuyo parecido no buscó, y de las anécdotas, cuyo contenido moral no le interesó. No es de extrañar, entonces, que se haya inclinado a representar las cosas más ausentes de significación sentimental o moral: la naturaleza muerta.

Pero, alejarse de la naturaleza no significa ignorancia: Cezanne encontró siempre en ella el vocabulario que le permitió transmitir su mundo interior. Sus obras no son frías formas carentes de espiritualidad, "son estados de alma, exaltación de sentimientos, visión de formas y colores que le daban el primer impulso". Porque fué capaz de establecer ese equilibrio entre la

naturaleza, que él desmenuzó entre sus dedos, y la expresión lírica, es que merece ser considerado como el padre de la pintura contemporánea.

Van Gogh es el que lega a los pintores contemporáneos el tesoro rico de sus experiencias sobre el color. Adquiere este elemento de expresión pictórica en su obra una fuerza, alucinante a veces, como muy pocos pintores pueden ostentar. Pero Van Gogh manifiesta apego a la realidad. Sus cuadros no son inventados: él encuentra en la naturaleza el cuadro hecho; sólo lo traspone a la tela.

Gauguin concibe al cuadro como expresión de una realidad que está



Retrato de V. Choquet. - Cézanne

en el espíritu del hombre y no en la naturaleza. Nada menos apegado a ella que su pintura; nada más alejado de la materialidad, que él reprochaba a los impresionistas, que sus figuras y paisajes; nada más repugnante a la técnica como investigación científica, que su actitud libérrima en la expresión plástica. Para él "toda obra de arte es una trasposición, una caricatura, el equivalente apasionado de una sensación recibida". A esa concepción del cuadro llega por el manejo del color puro, al cual hay que sacrificarlo todo, decía. El fué quien enseñó a pintar de rojo un árbol o un caballo verde, si la necesidad de expresión y la armonía del conjunto lo requieren; quien

enseñó, también, que la naturaleza del color está dada por su intensidad y su pureza, huyendo de los medios tonos y de los empastes. Pero lo que se impone en sus cuadros es el espíritu de síntesis, que le lleva a suprimir todo lo accesorio, a jerarquizar los objetos, a someterlos a un ritmo: todo para hacer inteligible una idea, una sensación, un sentimiento innominado. De aquí se deriva su intensa expresión poética. El carácter abstracto de sus formas domina toda su obra: aconseja recrear la naturaleza por un esfuerzo de intuición, "atreverse a las más fuertes abstracciones, a hacer todo lo que está prohibido...", a vencer todas las timideces cualquiera que fuese el ridículo que se desprenda de ellas. Esta es la enseñanza que heredan las "fieras".



Ta Matele. - Gauguin

Toulouse Lautrec y Odilon Redon, por una parte; Seurat por otra; el grupo numeroso de los post-impressionistas e intimistas; tales son las grandes figuras precursoras del arte del siglo XX. En todas sus obras se señalan los siguientes caracteres generales: la deformación expresiva de la realidad, la fuerza del color, la concepción decorativa del cuadro, el simbolismo poético.

Renoir, en cambio, sin apartarse de aquella gran dirección, vuelve su vista hacia el pasado —Rubens, Ingres— y crea formas de sólida estructura, modeladas con lujo de pasta y riqueza no sólo de color sino también de luz. Jerarquiza la pasión y la sensualidad de lo humano, frente al espiritualismo de sus contemporáneos, y por ello es en el desnudo femenino donde alcanza su absoluta maduración, inscribiendo las formas humanas dentro de límites precisos, haciendo jugar una luz cruda sobre la superficie tersa y brillante de ellas, estableciendo los más finos matices con los fondos abigarrados

que las ponen en valor. Renoir significa una vuelta al antropomorfismo occidental; por eso su influencia se hace sentir recién en nuestros días, ya que los movimientos posteriores al impresionismo siguen a Cezanne, a Van Gogh y a Gauguin preferentemente.

Si las comparaciones fuesen admisibles diría que la pintura de Renoir se emparenta con la escultura de Maillol y de Despiau más frío el primero, más sensible el segundo. En ambos se señala la vuelta al orden y a la estructura, así como una reestimación del arte griego.



Flores - Rousseau

Imposible negar el valor de sus obras, y la importancia de sus enseñanzas; pero ambos señalan, a mi juicio, el fin de una concepción, la renacentista, que no perdura en nuestro tiempo.

Bourdelle, más acorde con el movimiento de expresión contemporáneo, se orienta, en cambio, hacia el expresionismo sentimental y alegórico.

El grupo de las "fieras", recibió la lección de los grandes artistas del post-impresionismo; con las obras que ellos realizan se inicia el siglo XX. Inne-

diato antecedentes fué la pintura independiente de Henri Rousseau, espíritu sencillo, en infancia perpetua, que resulta imposible ubicar, porque no perteneció a ninguna escuela; su tendencia fué él mismo, en la más pura sinceridad plástica. Nada más alejado del espíritu de sistema, del intelectualismo de Cezanne o de la pintura abstracta de los que le siguieron, que la obra de Rousseau. Es feliz la definición que de él se ha dado: "La visión de una cosa es para él la realidad misma". Alejado por igual del constructivismo y del naturalismo, dió una interpretación personal y emotiva del mundo que lo rodeaba, producto de una ingenua y exuberante fantasía y de una extraña precisión formal.

Para los impresionistas y los post-impresionistas la naturaleza había estado presente "a través del temperamento" del pintor. Para las "fieras" ya no



La odalisca - Matisse

es problema la trasposición de la realidad, sino la re-creación de la misma. Este hacer de nuevo entraña una libertad absoluta: rehacer sin sujeción a las apariencias, deformando, exagerando, intensificando rasgos y color, todo en la medida de la necesidad de la expresión. A la lógica a que obedece la estructura de las cosas en la naturaleza, oponen una lógica propia del cuadro, descubriendo leyes de armonía y de equilibrio que no existen en la realidad, pero que las formas son capaces de crear en una atmósfera de artificialidad poética. "Antes de ser un caballo, una mujer desnuda o una anécdota cualquiera, un cuadro es esencialmente una superficie plana, cubierta de colores reunidos según cierto orden" —escribió Matisse, y fué la palabra de orden del grupo. Desechan la perspectiva —que da la noción del volumen por un engaño visual—; desechan la anécdota —cuya expresi-

vidad es de superficie y con la cual la pintura no es, sino que representa; desechan el volumen conseguido con la densidad de la materia enriquecida en capas sucesivas de tonos superpuestos en acordes profundos. ¿Qué les queda para conseguir su expresión? Una superficie plana, colores, ritmo de las formas, dibujo, con los que crean imágenes, casi desprovistas de sentido humano, en un esfuerzo por alcanzar al puro lirismo.

Junto a Matisse, Othon Friesz, André Derain, Maurice Vlaminck, Georges Bracque, Albert Marquet, son los grandes representantes de esta dirección, aunque sólo el primero permanece fiel a su primera definición hasta nuestros días.

Aunque no exista un paralelismo estrecho, el movimiento escultórico del expresionismo alemán, tiene alguna similitud con la pintura de las "fieras".

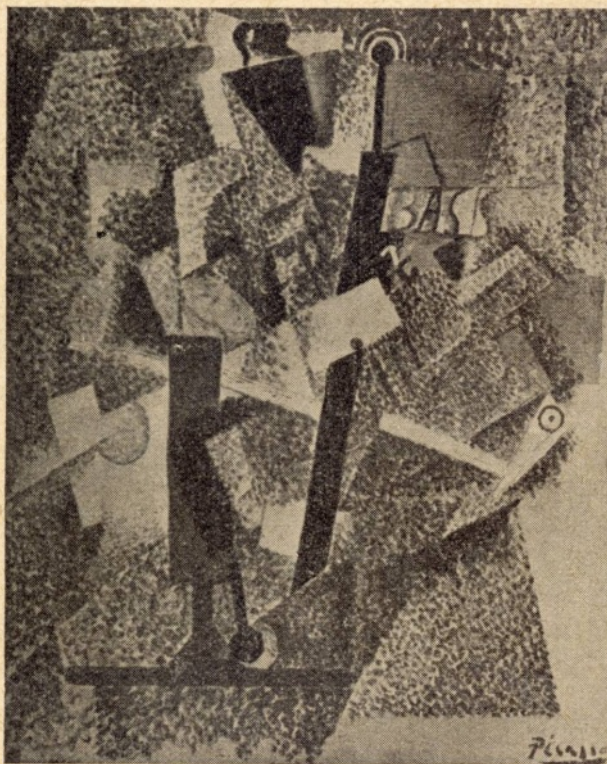


Altorrelieve en madera - Barlach

En Kolbe, en Lembruck, en Barlach, por no citar sino a los más grandes, existe la misma exacerbación de la forma, manifestada por el sentido tectónico nuevo que la preside y la emoción poética que se logra con elementos de pura expresión plástica. "El ser físico de lo visible lo da la materia, la cual por la vida psíquica personal se hace expresión, y de ambos resulta la forma" —ha escrito Scharff, a propósito de ellos. Pero la escultura es un arte de tres dimensiones y por ello está obligada a conservar la temática naturalista, la humana sobre todo. La exacerbación formal de los expresionistas germanos deriva hacia el sentimiento, hacia el patetismo —desesperación, angustia, dolor— en una concepción vecina al barroquismo, raíz

esencial de la expresión plástica de aquella raza, que encontramos ya en el arte otónico y de la Alta y Baja Edad Media.

En las obras de las "fieras" se mantiene débilmente la sujeción a la realidad: maltrecha, rehecha, mutilada, pero reconocible. Los que vinieron después, aprovechando también la enseñanza de Cezanne, ensayaron la mueca final: no representar ni las personas, ni las cosas, ni la naturaleza; inventar, crear imágenes nuevas, no reconocibles; huir de los objetos como de las

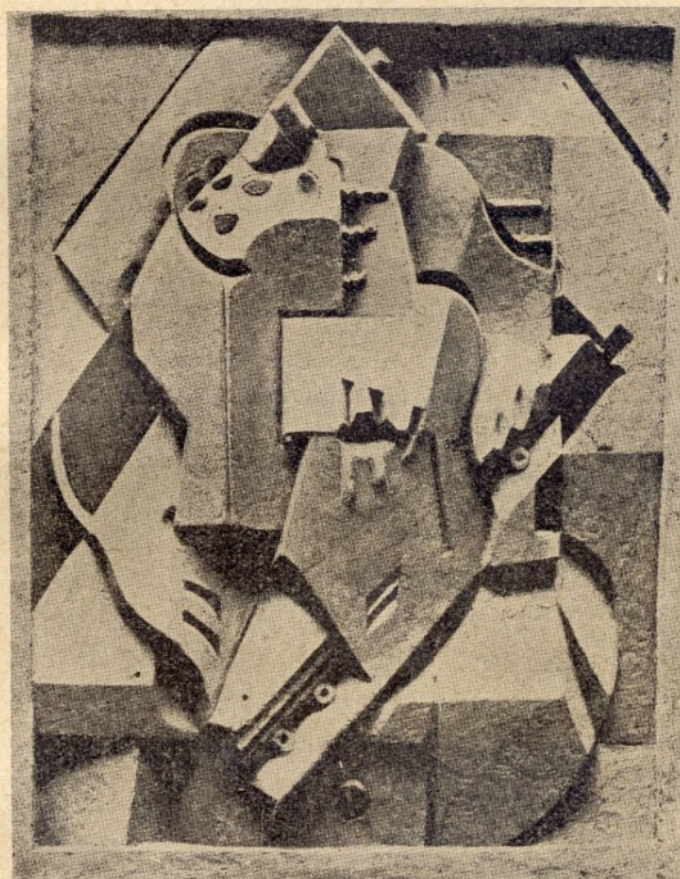


Naturaleza muerta. - Picasso

caras humanas. Si Cezanne pretendió reducir las formas al cilindro, al cono y a la esfera —aunque esta difundida frase de él debe ser entendida sólo como una metáfora— los cubistas exageraron la metáfora y la pretendieron convertir en realidad. Trataron de descubrir, con medios más rigurosos que las "fieras", la lógica de las formas plásticas, que les permitiera abordar la creación pura, sin sujeción a temas, ni a ideas, ni a sentimientos. El cubismo significó un esfuerzo desesperado por lograr la evasión de la vida y sus determinaciones, lo que presuponía un estado de absoluta libertad. No crean ustedes, empero, que se trata de un movimiento irrazonado; acaso sea, al revés, una pintura excesivamente razonada. Contra la espiritualidad super-

ficial opusieron la expresión profunda que emana del juego armonioso de líneas y de tonos. Acaso sea el esfuerzo idealista más intenso que el arte haya realizado jamás. Esta preocupación metafísica que preside sus indagaciones y sus creaciones es lo que permite separar, por otra parte, al cubismo del mero decorativismo.

Picasso, Gris, Bracque, La Fresnaye, Lhote —pintores—, Archipenko, Brancusi, Laurens, Liptchitz —escultores—, fueron los grandes representantes de esta fecunda dirección del arte contemporáneo occidental; fecunda a pesar



Composición. - Lipchitz

de su fracaso como fundamentación teórica de una panacea universal en el orden creador. En efecto, el cubismo fué una teoría. Su pretensión demoníaca de abandonar al mundo era una aspiración insostenible: negaba la historia, la vida y la ciencia humana. Cayó por su incapacidad para abandonar el objeto, del cual no consiguió desprenderse jamás; pero una conquista positiva dejó a la posteridad: el descubrimiento del valor propio e independiente de las formas plásticas. Y esa es una lección que el arte occidental no podrá olvidar.

Últimas consecuencias de un movimiento que en sí mismo fué esencialmente poético la constituyen otras direcciones de la plástica, como el purismo, el neo-plasticismo y el constructivismo. Colabora con el gesto creador la concepción del maquinismo, el gusto por lo bien hecho, lo exacto, lo rápido, lo preciso. La necesidad de un orden llevó a la geometrización plástica —en la que no cayeron los cubistas— como una proyección del espíritu también geometrizado. "En términos precisos —ha escrito Ozefant— venidos de las disciplinas científicas, todo puede representarse por números; las proporciones son las relaciones de los números constituyendo el cuadro. Un cuadro es una ecuación... El cuadro es la integral de esta enorme ecuación". La rebúsqueda de lo invariable, de lo permanente, les llevó a unos y a otros,



El tapete azul. - Juan Gris

con distinta medida, a uno de los polos de la parábola de la creación artística: la geometría, que ya es su negación.

A pesar de la influencia sesgada del cubismo, el futurismo italiano, no obstante, se le opone, pues pretende representar lo dinámico. No hay en sus cultores representación liberal de los objetos sino deformada de los mismos, multiplicando los puntos de vista de su visión, para lograr una expresión entre sí, no por reflexiones de luz, sino por un conjunto de líneas y de planos en conflicto, según la ley emocional que gobierna a la pintura.

Intento igualmente desesperado que el cubismo por lograr la expresión de una realidad del espíritu, insasible, el futurismo deja, empero, un saldo favorable, no sólo por lo que significó polémicamente, en cuanto afirmación del hombre actual frente al pasado, sino por lo que significó como enrique-

cimiento de medios plásticos que la generación posterior supo utilizar en la creación de imágenes de expresión poética.

En la generación de pintores y escultores contemporáneos, la que siguió a cubistas y futuristas, se señala la influencia bienhechora de los grandes

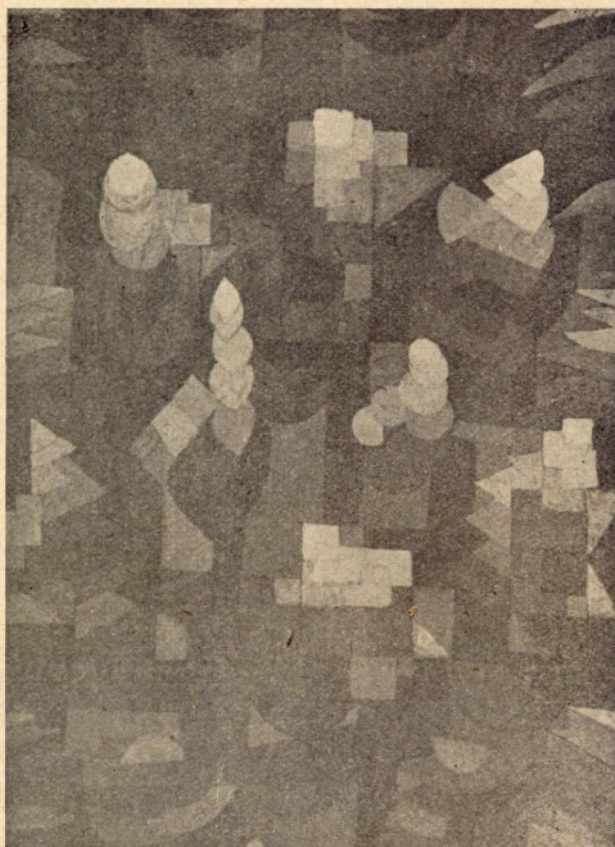


El músico. - Chagall

movimientos analizados. No es éste el momento apropiado, para un análisis profundo de la obra de cada uno, pero sí para caracterizar la tónica que los unifica, por encima de aparentes divergencias: ya nadie se plantea la representación verídica de la naturaleza y de lo humano —aun en el llamado movimiento nee-humanista—; sí en cambio, la utilización de la imagen repre-

sentativa como vehículo de una expresión interior, sobrenatural como hubiera dicho Baudelaire, cuya aspiración no es competir con el conocimiento sino delimitar el campo de la expresión, ya sea lírica como en Chagall, ya sea metafísica como en Carrá o en un Chirico, ya sea dramática, como en Roualt.

El surrealismo, vuelta al realismo inframaterial, ya sea reduciendo el universo a signos —como lo hace Paul Klee—, ya sea oponiendo brutalmente la realidad real y la realidad soñada o imaginada —como en Max Ernst—, ya sea en las formas diversas que adopta en la pintura de Miró o



Crecimiento vegetal. - P. Klee

de Dalí, significa también una revalorización de lo imaginativo frente a lo racional, significa una delimitación precisa del campo de expresión plástica.

A pesar de los desvíos —productos de una exacerbación patológica del "yo", de la polémica constante contra el burgués, del estado de permanente rebeldía que caracteriza al artista de nuestros días— las direcciones anárquicas de nuestro siglo señalan algunas conquistas definitivas: el concepto de creación como obra humana; el rechazo de la representación material como fundamento de la expresión plástica; la afirmación de lo espiritual,

por medio de la imaginación creadora, en cambio, como eje de aquélla; la sinceridad y el lirismo.

La vuelta al tema de contenido humano, es decir, sentimental, tal como lo encarna, finalmente, el neo-humanismo contemporáneo, señala ya la influencia benéfica de aquellos movimientos, aparentemente anárquicos que se sitúan entre dos "ismos" —el cubismo y el surrealismo— pues, en el momento en que el artista retorna a la tradición antropomórfica, peculiar del mundo occidental, vuelve con sus alforjas enriquecidas con elementos técnicos de mayor expresividad y con una concepción espiritual del arte más sólida y más firme.

Que no hayan producido aún frutos maduros no autoriza en ningún caso a desesperar; menos aun, a la bafa y al escarnio. En la base de toda estimación estética, que realmente lo sea, está el respeto y la comprensión del esfuerzo humano por expresarse, la creación, ya que gracias a esa capacidad el hombre es digno de considerarse como tal.

(Continuará)

POR DISPOSICION DE LA COMISION
REVISTA CADUCA TODO DERECHO
A RETIRAR UN NUMERO ATRASADO
DE C. E. F. C. M. AL APARECER EL
SIGUIENTE.

**SOCIOS PROTECTORES DE LA REVISTA
CEFCM**

Ing. ABALERON Marcelino
Agr. ACHILLI Manlio
Ing. AGUERRIBERRY Enrique
Agr. ALBANESE Julio
Ing. ALBANO Horacio
Ing. ALBERDI Juan
Ing. ARDIGO Dante
Ing. AUDET Arturo

Ing. BARALIS Lorenzo
Ing. BERNARD Lucio X.
Arq. BESSONE Emilio
Arq. BIANCHI Héctor
Sr. BILBAO Ricardo J.
Ing. BOLLERO Santiago
Ing. BORASIO Teresio
Ing. Dr. BORDABEHERE Ismael C.
Ing. BOSSERT Carlos
Ing. BOURGEON Mario
Ing. BRINDISI Félix

Prof. CAGGIANO César
Ing. CANTERO Fermín
Ing. CASELLA Alberto
Ing. CHICHONI Roberto
Ing. CHICIZZOLA Eduardo

Ing. DAUMAS Ernesto
Prof. DIEULEFAIT Carlos E.

Ing. ELLERT Walter
Agr. ERLIJMAN Marcos

Ing. FARENGO Adolfo

Ing. GACHE Eulogio
Prof. GASPAR Fernando L.
Arq. GIOVANNONE Lorenzo
Ing. GREPPI Higinio
Arq. GUIDO Angel

Ing. HOCHBERG Alejandro
Ing. HUTMACHER Celestian
Ing. INFANTE Alejo
Ing. INFANTE Juan
Ing. ISELLA Carlos

Ing. LACAL Emilio
Ing. LAMARQUE Eduardo
Arq. LAMOURET León
Ing. LEIVA Otoniel
Ing. LOCATELLI Delfo E.
Ing. LOUREIRO Jorge A.
Arq. LO VOI Guido
Ing. LUNA Alejandro
Ing. LUPPI Carlos A.

Arq. MAISONNAVE Emilio
Agr. MALDONADO Samuel
Ing. MARTINO Cándido
Ing. MEDICI Daniel
Ing. MIGLIERINI León
Ing. MOREIRAS MARQUE Carlos

Arq. NEWTON Juan M.

Prof. OCAMPO Manuel
Agr. OLGUIN Juan
Ing. ORDOÑEZ Santiago
Ing. OSTROVSKY Jaime

Ing. PARFAIT Rodolfo
Ing. PERFUMO Mario
Ing. PLA Cortés
Ing. PINASCO Emidgio
Ing. PROVERA Hugo

Sr. REZOAGLI Antonio
Ing. ROSENTHAL Erico
Ing. RUBINSTEIN Simón

Ing. SALLOVITZ Manuel
Ing. SANCHO José
Arq. SANMARTINO José
Ing. SCHILKNECHT Juan
Arq. SCHMIDT Carlos
Ing. SPIRANDELLI Juan

Ing. VAN WYK Juan C.
Dr. VASALLI Miguel
Ing. VASALLO Manuel
Ing. VERGA Luis C.
Ing. VALLS José

Ing. WEDER Roberto
Ing. WEIHMULLER Waldo

Ing. ZAPATA Raúl

CONGRESO DE MATEMATICA, FISICA Y ASTRONOMIA

Entre el 17 y el 22 de setiembre se realizaron, primero en Buenos Aires y luego en Rosario, las Segundas Jornadas Matemáticas y la Sexta Reunión de la Asociación Física Argentina.

La sesión inaugural conjunta que reunió a matemáticos, físicos y astrónomos no sólo de nuestro país sino también del Uruguay, Brasil y Paraguay tuvo lugar en el aula magna de la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de la Universidad de Buenos Aires.

Estuvieron las palabras de apertura a cargo del Decano de dicha Facultad Ing. Pedro Mendiondo y hablaron posteriormente, el Dr. Teófilo Isnardi en representación de la Asociación Física Argentina, sobre "Las investigaciones físicas en nuestro país" y el Dr. Alberto González Domínguez, en representación de la Unión Matemática Argentina, sobre "Los estudios matemáticos en el país".

Al día siguiente comenzaron las sesiones, por una parte de los matemáticos, y de físicos y astrónomos por otra.

Las sesiones correspondientes al día 19 de setiembre fueron suspendidas en adhesión a la Marcha de la Constitución y de la Libertad.

El día 20 tuvieron lugar las últimas sesiones en Buenos Aires. Damos a continuación un índice de autores y temas tratados hasta ese momento.

Matemática

A. Terracini (Tucumán): La geometría proyectiva diferencial y las ecuaciones lineales en derivadas parciales.

Sergio Sispánov (Asunción): Curvas de Darboux sobre superficies de rotación.

Dr. Grimoldi (Cuyo): Sobre la aplicación del cálculo de matrices en psicología.

Alexander Wilkens (La Plata): El fenómeno de la libración de los asteroides del sistema solar y su estabilidad.

Alberto González Domínguez (Buenos Aires): La Matemática y la Técnica moderna.

Beppo Levi (Litoral): Pensamientos y recuerdos de un hombre de escuela media.

A continuación de esta última conferencia se desarrolló un coloquio sobre la enseñanza de las Matemáticas elementales presidido por el doctor Agustín Durañona y Vedia.

Física y Astronomía

Informes sobre actividades de la Asociación Física Argentina por E. E. Galloni.

Propuestas de temas para informes futuros por Guido Beck.

Informes:

Laura Levi (Montevideo): Sobre el análogo eléctrico del ferromagnetismo.

José Balseiro (Córdoba): El informe de W. Pauli sobre la teoría de las partículas elementales.

Guido Beck (Córdoba): Ciclos tensoriales.

Comunicaciones:

J. Costa Ribeiro (Río de Janeiro): Sobre el efecto termo-dieléctrico (Corrientes eléctricas asociadas a cambios de estado físico).

Mac Millan y Clara Massa (Buenos Aires): Estructura de AgO y Ag_3O_4 .

Naum Mittelman (Buenos Aires): Sobre el efecto de Raman de β y γ Fagarina.

Augusto Battig (Tucumán): La radiación de Cherenkov.

Mario Bunge (Buenos Aires): Fenómenos de resonancia en la difusión de protones por neutrones.

Teófilo Isnardi (Buenos Aires): El principio de isotropía y constancia de la velocidad de la luz.

Enrique Gaviola (Córdoba): El sodio en el espectro de "Eta Carinae".

Ricardo Platzeck (Córdoba): Velocidades radiales en las nubes de Magallanes.

Eduardo Labin (Buenos Aires): Corrección y estabilización de magnitudes físicas por reacción.

Federico Vierheller (La Plata): El método fotográfico y fotométrico en el estudio cuanti y cualitativo de la espectroscopía de absorción.

Bernhard H. Dawson (La Plata): Un método abreviado de compensación.

Herbert Wilkens (La Plata): Un efecto de la absorción interestelar de la luz.

Simón Gershanik (La Plata): Estudio de fuerzas y amplitudes en un sismo.

Presentaron también sendas comunicaciones José Würschmidt y Julio V. Iribarne de Tucumán.

También se realizó, simultáneamente y como parte del Congreso, en los días 18 y 20 de setiembre en Buenos Aires un *Coloquio de Historia y Filosofía de las Ciencias* patrocinado por la Unión Matemática Argentina y el Instituto de Historia y Filosofía de las Ciencias que dirige el Prof. Aldo Mieli.

En este Coloquio el Prof. *Julio Rey Pastor* expuso el tema: "Origen de las leyes científicas" y a continuación aportaron contribuciones al mismo tema los señores: *Aldo Mieli* (Buenos Aires), *Desiderio Papp* (Tucumán), *Cortés Pla* (Rosario), *Carlos Prelat* (Buenos Aires), *Heberto Puente* (Buenos Aires), *Ernesto Sábato* (Buenos Aires).

Fueron también presentadas comunicaciones sobre diversos temas por los señores: *Bogumil Jasinovsky* (Santiago de Chile), *Paul Schurmann* (Montevideo), *José Würschmidt* (Tucumán), *Desiderio Papp* (Tucumán), *Aldo Mieli*, *Francisco Romero*, *Hans Lindemann* y *Francisco Vera* (Buenos Aires).

El día 21 de setiembre la mayoría de los congresales se trasladó a nuestra ciudad; durante su permanencia fueron objeto de múltiples agasajos por parte de las autoridades, profesores y alumnos de nuestra Facultad.

Al reanudarse las sesiones del congreso, esta vez conjuntamente de matemáticos, físicos y astrónomos, el decano Ing. Cortés Pla pronunció un discurso de apertura y bienvenida. Hizo resaltar en él la importancia de estas reuniones de físicos, matemáticos y astrónomos y el interés que debe mover a las Universidades para impulsar y desarrollar los estudios de estas disciplinas; mencionó en particular la obra realizada en nuestra Facultad por el Instituto de Matemática y el proyecto de intensificar también los estudios de física, con la creación de un doctorado en ciencias físico-matemáticas, de características propias y con miras concretas hacia la investigación y la ciencia pura.

Acto seguido comenzó la sesión, que continuó al día siguiente, y en cuyo transcurso fueron tratados los siguientes temas:

Mischa Cotlar (Buenos Aires): Panorama de las principales teorías de la integral.

Sergio Sispánov (Asunción): Teoría exacta de los puentes colgantes.

A. E. Sagastume Berra (La Plata): El Algebra Moderna.

El Prof. Sispánov presentó también una comunicación de su colega, el Prof. N. Krivoshein de la Universidad de Asunción sobre "Condiciones de aplicabilidad de la ecuación de Daniel Bernuilli". Asimismo presentó una comunicación el Dr. S. Selzer de la Universidad de La Plata.

El acto de clausura al que asistió numeroso público consistió en una conferencia de la Dra. *Cecilia Mossin Kottin* de Buenos Aires "Sobre la desintegración del átomo", tema de palpitante actualidad.

Luego habló el Dr. *Guido Beck* para destacar en breves palabras la necesidad de la creación de Institutos de Investigación en particular para los estudios de Física moderna. Se refirió a la importancia decisiva que los resultados de tales estudios han tenido en los últimos acontecimientos mundiales. Terminó diciendo que si bien la Universidad no debe dejar de hacer oír su voz en los acontecimientos más importantes de la Nación esa voz será tanto más escuchada cuanto más sólida e importante sea la obra científica realizada.

El discurso de clausura estuvo a cargo del Profesor *Alejandro Terracini* de la Universidad de Tucumán y actual presidente de la Unión Matemática Argentina.

Ing. PEDRO E. ZADUNAISKY

PUBLICACIONES RECIBIDAS

La fotogrametría en la cartografía de escalas menores. Schwidefsky.
Fotogrametría. Kurt Rube.
Luftbild and Luftbild-messung. Nº 10 y 11.
I.R.A.M. Agosto 1945.
Revista Electrotécnica. Junio 1945.
Revista Sanitaria. Nº 190, 191, 192 y 194. Mayo, Junio, Julio y Septiembre 1945.
Revista de Caminos (Chile). Marzo, Abril, Mayo, Junio, Julio y Agosto 1945.
Revista P.D.F. (Brasil). Julio-Octubre 1944.
Revista D.E.R. (Brasil). Enero 1945.
Ciencia y Técnica (Buenos Aires). Nº 516, 517, 518 y 519 (Junio a Septiembre 1945).
La Ingeniería (Buenos Aires). Abril, Mayo, Julio y Agosto 1945.
Revista "Arquitectura". Nº 297. Septiembre.
Boletín C. Ingenieros de Mendoza. Mayo-Junio 1945.
Reseñas Esso. Mayo 1945.
Revista Esso. Abril, Junio, Julio y Agosto 1945.
Revista Telegráfica.
Boletín Informativo A.I.R. (Rosario). Mayo, Julio y Agosto 1945.
Revista C.E.C. Económicas (Rosario). Junio 1945.
Nueva Juventud. Julio 1945.
Comisión Electrotécnica Internacional. Nº 13-14.
Edilicia. Abril, Mayo, Junio y Septiembre 1945.
A.I.R. Memoria ejercicio 1944-1945.
Anales de la Universidad de Sto. Domingo (Rep. Dominicana).
Chemía (Buenos Aires). Enero 1945.
Revista Técnica (Brasil). Enero-Marzo 1945.
Nueva Juventud. Nº 17.
Constancia. Nº 2689-2690.
Revista del Colegio de Ingenieros de Venezuela. Nº 154.
"Por qué nos reincorporamos". Folleto de firmantes del manifiesto D. E. S. A.
Universidad, Ciudadanía y Política, de Luis Reissig.
Rivadavia Estadista, por R. Piccirilli.
Discursos del acto patriótico del 25 de Mayo en F. C. M. de Rosario.
Memoria del Instituto Social de la Universidad Nacional del Litoral. 1941-1944.
Clasificación de Rocas y Características Técnicas, por la Asoc. Ing. de Salta.
Renovación. Organó de la F.U.L.P.
F.U.A. Organó de la Federación Universitaria Argentina.
Diario La Capital.
Diario Tribuna.
Diario La República.
Bisturí. Organó oficial C. E. Medicina.
La Gaceta (Córdoba).

CRÓNICA BIBLIOGRÁFICA

REY PASTOR J. — "Elementos de teoría de funciones". Vol. I (Buenos Aires, 1942).

Este primer volumen, mimeografiado, contiene los elementos de las clases desarrolladas, por el autor, en los cursos del doctorado en Matemática que se dictan en el Instituto del mismo nombre que dirige el profesor Rey Pastor, en la Facultad de Ciencias Exactas de Buenos Aires.

El volumen está dividido en seis capítulos con el siguiente contenido:

Capítulo I: El número real, cortaduras, sucesiones monótonas convergentes, clases contiguas, propiedades y operaciones, mediante cortaduras, con números reales, su representación geométrica, extremos de variables y conjuntos reales, límites de sucesiones y funciones, límites generalizados, funciones de varias variables, funciones complejas de una variable compleja, variables ordenadas, definición general de límite, variables independientes, sucesiones numerables, funciones de una variable real, definición topológica de límite, verdadero valor de una función, unicidad del límite, límites de sumas, diferencias, productos y cocientes, límites infinitos, límites indeterminados, límites finitos e infinitos de oscilación, sus propiedades y cálculo, límites ordinarios de sucesiones parciales.

Capítulo II: Concepto de función, continuidad en un punto y en un intervalo, signo de una función continua, continuidad de las funciones monótonas, de las elementales y de las compuestas, concepto de curva, ceros de las funciones continuas, resolución de ecuaciones, la propiedad D de las funciones continuas, existencia de funciones inversas, máximos y mínimos de las funciones continuas, teorema de Bolzano-Weierstrass, funciones semicontinuas, existencia de un punto de discontinuidad, continuidad uniforme, teorema de Heine, oscilación en un intervalo y en un punto, función superior y función inferior, puntos de discontinuidad evitable y verdaderos valores, discontinuidad de primera y de segunda especie, discontinuidades puntuales y totales, extremos de las funciones discontinuas en general.

Capítulo III: Concepto de derivada, razón de incrementos, representación gráfica, el problema de la tangente, la derivada en un punto, significado geométrico, la función derivada, derivadas a la derecha y a la izquierda, derivada infinita, continuidad de las funciones derivables, linealidad de la derivación, derivada del logaritmo, de las funciones inversas, de la función de función, de un producto, de un cociente, de la potencia y de la exponencial de una función, de las funciones trigonométricas, funciones con derivada discontinua o infinita, crecimiento y decrecimiento, condición necesaria de máximo o de mínimo, criterio general de monotonía, condiciones suficientes de máximo y mínimo, máximos y mínimos de la función racional, teoremas de Rolle y de Cauchy, límites indeterminados, aplicación reiterada de la regla de L'Hôpital, diferenciales y su representación geométrica, reglas de diferenciación, diferencial de la función de función, primitivas e integrales indefinidas, integrales inmediatas, integración de funciones racionales, método de sustitución, integración por partes, integrales elípticas, tangente y normal a una curva plana uniforme, curvas planas no uniformes, tangentes a las curvas planas no uniformes, tangentes a las curvas planas en coordenadas polares, tangente y plano normal de una curva alabeada.

Capítulo IV: Derivadas y diferenciales sucesivas, definiciones, notaciones y ejemplos, generalización de las fórmulas de Cauchy y de Leibnitz, derivadas

de un determinante, ceros reales de las funciones continuas, cambios de signo de $f(x)$ y de $f'(x)$; funciones esféricas de Legendre, fórmula de Taylor para las funciones enteras, fórmula general de Taylor, forma infinitesimal del término complementario, fórmula de Lagrange, otras formas del término complementario, diversas expresiones de la fórmula de Taylor, forma integral del término complementario, aproximación lineal, concavidad, convexidad e inflexión, discusión general de los máximos y mínimos relativos, desarrollos de las funciones elementales, aplicación al cálculo de límites indeterminados, contacto de segundo orden, contacto de orden n , círculo osculador, curvatura en un punto y radio de curvatura, curvas en coordenadas polares, resolución de ecuaciones derivables, separación de raíces, regla de Newton, regla perfeccionada de Fourier, *regula falsi*, método mixto, coeficientes diferenciales, definición recurrente de los coeficientes diferenciales, relaciones entre diferencias y coeficientes diferenciales, schwarzianas, funciones convexas y cóncavas.

Capítulo V: Concepto de integral definida, concepto de área y volumen, particiones y sumas por defecto y por exceso, definición de integral según Riemann, fórmula del valor medio, integrales inferior y superior, integrabilidad de funciones monótonas y de funciones continuas, la integral como límite, permutación de extremos, propiedad aditiva respecto del intervalo, propiedad lineal respecto del integrando, propiedad de monotonía, integrales indefinidas, regla de Barrow, reglas prácticas para el cálculo de integrales definidas, cambio de variable, integración por partes, cuadratura de recintos planos, coordenadas polares, cubatura de cuerpos, cuerpos de revolución, cubicación por descomposición en tubos, rectificación de curvas planas, curvas planas en coordenadas polares, rectificación de curvas alabeadas, cálculo de algunas integrales definidas, fórmulas de Wallis y de Stirling, integral de Poisson.

Capítulo VI: Funciones analíticas elementales, campo y radio de convergencia, criterio de Cauchy, los tres tipos de series enteras, variación del término general, teorema de Pincherle, concepto y definición general de la convergencia uniforme, lema de Abel, criterios de convergencia de Abel y Dirichlet, teorema de Abel, continuidad de las series uniformemente convergentes, serie derivada de una serie entera, campo de convergencia de la serie derivada, derivadas sucesivas de las series enteras, desarrollos en serie entera, unicidad del desarrollo, desarrollo por la fórmula de Mac-Laurin, función exponencial, el número e , desarrollo de e^x por coeficientes indeterminados, función de Hermite, trascendencia del número e , desarrollo de las funciones circulares e hiperbólicas, el número π , teoría aritmética de las funciones circulares e hiperbólicas, desarrollo de $\log(1+x)$, cálculo de logaritmos neperianos, tablas de logaritmos decimales, interpolación de logaritmos, desarrollo de $(1+x)^m$, cálculo de raíces numéricas, desarrollo por coeficientes indeterminados, convergencia para $x = \pm 1$, otros métodos de desarrollo en serie, desarrollo de la función racional, desarrollo por división, método de los coeficientes indeterminados, inversión de una serie, series recurrentes, funciones analíticas en general, concepto de función analítica, prolongación analítica, funciones monogéneas, derivada de la función de función, derivación de funciones elementales, interpretación geométrica de la derivada, diversas teorías de las funciones analíticas, prolongación analítica de funciones multiformes, números de Bernoulli, número de Euler, ecuación fundamental de los números de Bernoulli, fórmula sumatoria de Mac Laurin, sumas de potencias, expresión de los números de Bernoulli por medio de diferencias, teorema de Staudt, recíproco del teorema de Abel.

Los capítulos están divididos en párrafos y, según laudable costumbre del autor, al final de los párrafos van notas ampliatorias y útiles ejercicios.

Hemos detallado deliberadamente el contenido de esta obra pues, por la naturaleza de los temas tratados en la misma, la consideramos de gran utilidad

para los estudiantes de nuestra Facultad a quienes interese precisar conceptos y ampliar su cultura matemática y esta circunstancia se acentúa grandemente dada la extraordinaria facultad de síntesis y las poco comunes virtudes de didáctica que son características destacadas del autor.

FERNANDO L. GASPAR

KITTL E. — "Posibilidad de aumentar la producción de combustibles minerales en nuestro país". Revista Minera. Geología y Mineralogía. Sociedad Argentina de Minería y Geología, t. XII, Nos. 3 y 4, págs. 65-104. Buenos Aires, julio-diciembre de 1941.

En presencia del problema planteado en el país por falta de combustible, el autor analiza las causas que provocaron esta crisis.

Empieza con el petróleo exponiendo sintéticamente los métodos de exploración y explotación. Con respecto a la primera se refiere a los métodos gravimétrico y sísmico de los que hace una breve descripción. Cánepa, mencionado por el autor, atribuye una primordial importancia el relevamiento topográfico. La determinación del horizonte petrolífero por medio de métodos gravimétricos, tropezó en Comodoro Rivadavia con graves dificultades, mientras su aplicación es más favorable en los terrenos petrolíferos de Tupungato y Lunlunta. El método de perforaciones para establecer perfiles ha tenido sus buenos resultados en la zona del "Sinclinal del Diablo", donde sólo por perforaciones se puede comprobar si existe o no petróleo.

El autor se ocupa luego del desarrollo de los estudios geológicos y exploraciones en Comodoro Rivadavia, tomando la información de una publicación de A. Rossbach, "Evolución de los estudios geológicos en el golfo de San Jorge", Bol. Inform. Petroleras, n° 183, año 1933. Agrega a esta información los estudios geológicos practicados por Anselmo Windhausen, quien señala que hubo movimientos posteriores a la deposición del Salamanqueano y propuso dos *facies*: marina y semimarina (Senoniano). Esta última es el horizonte madre del petróleo.

En lo que respecta a la tectónica el progreso ha sido lento y han intervenido con sus observaciones Ameghino, Schiller, Wichmann, Windhausen, Fossa Mancini y Leidhold.

El autor se refiere también a los yacimientos de Plaza Huincul y a los de Tupungato. Para estos últimos se abriga una mayor perspectiva de aumento de su producción, más que en Comodoro Rivadavia y Plaza Huincul.

Con los métodos de explotación petrolera, actualmente en uso, no puede extraerse todo el petróleo de los yacimientos. La extracción por métodos mineros pueden permitir la extracción del 75 %, mientras con el anterior sólo alcanzaban de un 10 a 30 %. Después de varias consideraciones concluye que la imposibilidad de aumentar rápidamente la producción de petróleo en el país, reside en la naturaleza de los yacimientos y en los métodos de explotación que deben aplicarse.

En lo que respecta a los esquistos bituminosos como reserva de aceite mineral, expresa que existen grandes yacimientos en Mendoza y territorios del Sud, pero en su mayoría son pobres y es necesario instalar una costosa planta de destilación.

Los combustibles gaseosos obtenidos como subproductos de la explotación del petróleo han encontrado cierto uso (super gas de Y. P. F.) y podrán ser utilizados en industrias locales.

En el segundo capítulo se ocupa de los combustibles sólidos y los divide en carbones y asfaltitas.

Las exploraciones de los yacimientos de carbón requieren tiempo, ya se practiquen en terrenos accidentados o planos. Se refiere luego el autor a los yacimientos de carbón de acuerdo a los datos publicados por H. H. Alvarez, dando un elenco de los principales yacimientos de acuerdo a la edad, provincia o gobernación.

a) *Carbones del carbonífero*. — Unos son referidos al *Culm* (carbonífero inferior) y comprenden los yacimientos de Retamito y Carpintería en San Juan, ubicados al pie de la cadena de rocas silúricas de la Sierra de Zonda y otros al carbonífero superior, el yacimiento en la Quebrada Le Deheza (Departamento Ullúm) en San Juan.

b) *Carbones permo-triásicos* (Gondwana inferior). En estos períodos se conocen en los estratos de Catuna hallazgos en Paganzo y Los Colorados y Quebrada del Sud de Achavil en La Rioja. Otros corresponden al W. de la quebrada La Troya, entre Tinogasta y Fiambalá (Catamarca).

También se refieren al pérmico (Estratos de Jejenes) los esquistos carbonosos del Cerro Villa Unión y del cerro Bola en La Rioja.

c) *Carbones del triásico* (Rético). Los yacimientos de este período son abundantes y pertenecen a San Juan y Mendoza. A la primera de estas dos provincias corresponden los de: Quebrada de Huaco, Quebrada del Balde (Valle Fértil), Marayes y Las Chacras. Los de Mendoza son: Salagasta, Quebrada de Papagayo, Challao, Alto de Manantiales y El Salto (Potrerillos). Una breve descripción característica de los carbones de los diferentes yacimientos demuestra la calidad de los mismos, la que indica que por el momento no pueden abrigarse esperanzas de resolver en el país el problema del combustible sólido.

d) *Carbones jurásicos*. Al jurásico medio se atribuyen los yacimientos de Chacra Huilla (Catan-Lil) y Codo Picún-Leufú (Cerro Quebrado) en Neuquén, mientras se refieren al jurásico superior los de Bahía La Lancha (Lago San Martín) y Bajo Grande de San Julián, ambos en Santa Cruz.

e) *Carbón terciario* (lignitos). — Los yacimientos de esta edad son extremadamente abundantes, pero los mantos muy delgados, o si tienen un espesor explotable están muy retirados de los centros industriales y ofrecen dificultades para el transporte del material.

Los yacimientos de Jujuy y Salta son delgados mantos. A la primera provincia pertenecen los del arroyo Barro Blanco, arroyo La Cuesta, arroyo Durazno, Huaico y Calilegua, y a la de Salta los del río Escoipe y Porongal.

Los de los territorios del Sud son mejores, tienen mayor espesor aunque algunos cubiertos por mantos de basalto y muy alejados de los centros industriales y de transporte gravoso.

En Neuquén, los yacimientos son los de Jorge Newbery en el brazo austral del arroyo del Carbón, afluente del Limay. En Río Negro, varios afloramientos y yacimientos: Puesto Morán (arroyo Fitatimen), El Bolsón (mina Brun Lastra) y Pico Quemado al N. W. de Ñorquincó, donde existen las minas: Quimay Mamil, Arroyo Montoso y Cerro Revancha.

En el Chubut: en Epuyen la mina General San Martín y en Cushamen las minas La China (El Desquite), La Providencia y La Segunda. Afloramientos en los valles del arroyo Esquel y río Tecka.

En Santa Cruz existen afloramientos al S. E. de Cancha Carreras, estancia La Primavera en la orilla izquierda del río Turbio, en Magallanes se hallan los de Cabo Curioso y Cabo Dañoso y en Deseado, Cabo Serena.

Por último, en Tierra del Fuego, se conocen otros afloramientos en Bahía Slogett y en Spionkop (lago Fagnano).

También se encuentra turba en Tierra del Fuego, yacimientos que han sido estudiados por Bonarelli y Guinazú.

Asfaltitas. — Los yacimientos de asfaltitas que se hallan al sud de Mendoza y en el Neuquén se presentan en filones y en capas-filones, que vienen a ser petróleo carbonizado con poder calorífero muy grande, se le denomina rafaélita. Las minas más importantes del sud de Mendoza son La Valenciana y San Martín.

En resumen, el autor manifiesta que los yacimientos de carbón, en el país, no tienen existencias visibles y falta el uso local de carbón, debido a la ausencia de industrias locales. Los fletes son caros y el carbón debe ser transportado a los centros de industrias actuales. La calidad del carbón es otro factor importante que influye sobre la posibilidad de su explotación y las perturbaciones tectónicas que afectaron ciertos yacimientos ofrecen inconvenientes para su explotación. Por último la falta de empresas fuertes que puedan vencer las dificultades, es otro factor preponderante.

Para la explotación de yacimientos carboníferos son necesarios tiempo y capital.

ALFREDO CASTELLANOS

PUIG IGNACIO S. J. — “Los accidentes eléctricos”. Publicaciones populares del Observatorio de San Miguel. Buenos Aires. Imp. A. Baiocco y Cía., 1942.

El P. Ignacio Puig S. J., director del Observatorio de Física Cósmica de San Miguel, ha editado en un folleto de 55 páginas un estudio de vulgarización sobre el tema del título.

La posición del autor, aun cuando concuerda con la de Simonoff —cuyo trabajo hemos comentado— difiere en el sentido de que el P. Puig se aleja de todo tecnicismo para ir directamente al empleo de un lenguaje accesible a la generalidad de los hombres.

Su trabajo abarca el estudio de los “cuatro puntos siguientes: 1º, los peligros de la electricidad; 2º, causas técnicas de los accidentes eléctricos; 3º mecanismo de los accidentes eléctricos; 4º, remedios contra los accidentes eléctricos”.

Una comparación previa entre los accidentados por el óxido de carbono y por la corriente eléctrica, lo lleva a recordar la acción preventiva y de difusión de conocimientos desarrollada por la Asociación Argentina de Electrotécnicos. Se menciona luego una serie bastante extensa de accidentes originados por la electricidad, cuya causa debe buscarse principalmente en la ignorancia de los usuarios, al “desconocimiento de los fatales efectos de las corrientes eléctricas, aún de baja tensión”.

Es la intensidad de la corriente y no el voltaje lo que debe atraer la atención y el estudio de los especialistas.

No es reduciendo el voltaje, como se creía anteriormente, como se logrará disminuir la cifra de accidentados. Es por otro camino como se llegará a ello y ese camino, según resulta del sencillo y documentado análisis realizado por el autor, a su juicio “y al de todos los técnicos en la materia, debe consistir en la correcta ejecución de las instalaciones, en el empleo de artefactos que

reúnan las condiciones técnicas de seguridad, exigibles desde este punto de vista, y en la adopción de precauciones en el uso de la corriente eléctrica'', para fundar lo cual relata una serie de casos que ilustran fehacientemente al respecto.

El P. Puig termina su trabajo enunciando las conclusiones a que se arriba y proponiendo medidas de seguridad que eviten, en lo posible, la frecuencia de tales accidentes.

Señalamos que el autor, al pasar, destruye la errónea creencia de que el aumento de tensión aplicado en la capital federal en 1928, sea la causa del incremento de accidentes producidos a principios del año pasado.

Los trabajos del Ing. Simonoff y del P. Puig responden a una misma finalidad y están orientados —en líneas generales— en idénticos conceptos técnicos. Mientras el primero realiza una labor dedicada preferentemente a estudiosos el segundo, con lenguaje claro y persuasivo, llama la atención de la masa popular. Ambos cumplen así una tarea digna de encomio. Porque creemos necesario colaborar en la formación de esa conciencia colectiva acerca del real peligro —que no debe confundirse con temor inconsciente o manías inexplicables— del empleo de la energía eléctrica, remitimos a los lectores a la lectura de los trabajos que brevemente hemos glosado.

CORTES PLÁ