

Orsolini, Hugo y Basile, Pedro Abel (2017). *Transferencia Lluvia-Caudal: Parte I*. Capítulo VI, pp. 93-134; en libro "Hidrología: Procesos y Métodos", Cuarta Edición, 263 p., ISBN 978-987-702-214-8, UNR Editora, 2017; Orsolini, Hugo; Zimmermann, Erik y Basile, Pedro Abel (Org.).

# CAPÍTULO VI

## TRANSFERENCIA LLUVIA-CAUDAL: PARTE I

---

Hugo Orsolini y Pedro A. Basile

### VI.1 INTRODUCCIÓN

El presente Capítulo aborda el estudio del hidrograma, con énfasis en la forma del hidrograma a partir del análisis de una cuenca teórica, siguiendo la propuesta de Linsley. Luego se examina la derivación de un hidrograma unitario (HU), de acuerdo a la propuesta de Sherman, a partir de mediciones simultáneas de precipitaciones y caudales en la sección de cierre de una cuenca.

### VI.2 HIDROGRAMA

En este apartado se aborda el estudio del “hidrograma”, es decir, el resultado de la transformación de las precipitaciones en caudales. Para ello se realiza una descripción general del hidrograma, evaluando hidrogramas observados, su forma y la separación de los componentes del escurrimiento. Por último se comentan técnicas propuestas para la separación de tales componentes.

#### VI.2.1 Descripción del hidrograma de crecida generado por una tormenta

Para estudiar las crecidas de un curso de agua es necesario, analizar previamente el mayor número posible de hidrogramas aforados durante crecidas y relacionarlos con las respectivas precipitaciones que los generaron.

En el Capítulo I vimos que el caudal encauzado en un río está compuesto por los aportes del: i) escurrimiento superficial, ii) escurrimiento subsuperficial, iii) escurrimiento subterráneo, y en menor medida por la lluvia directa sobre aguas libres. Cuando realizamos el aforo en una sección del río, esos tres componentes principales constituyen el *hidrograma de escurrimiento global* (HEG). Por otra parte, el aporte del escurrimiento superficial y subsuperficial, constituyen el *hidrograma de escurrimiento directo* (HED).

En la Figura VI.1 se presenta un hieto-hidrograma genérico, producido por una lluvia en la cuenca. Supongamos que, antes de iniciarse la lluvia, el caudal que transporta el cauce, llamado *caudal base*, proviene del aporte del escurrimiento subterráneo.

Desde que el agua de la lluvia neta ( $P_n$ , Capítulo V), comienza a llegar a la sección de control, se verifica el inicio del escurrimiento directo (IED). Los caudales van creciendo hasta alcanzar el valor máximo o *caudal pico* ( $Q_p$ ), esta rama ascendente del hidrograma se denomina *curva de concentración de caudales*.

El tiempo que separa el centro de gravedad del hietograma de lluvia neta, del pico del hidrograma se denomina *tiempo de retardo* ( $t_p$ ). Mientras que, el tiempo entre el inicio de la lluvia neta y el pico del hidrograma se denomina *tiempo de ocurrencia del pico* ( $T_p$ ).

Cuando los volúmenes de lluvia neta, precipitados sobre los sectores de la cuenca que contribuyen a la formación del pico del hidrograma, han transitado por la sección de control, comienza el decrecimiento de los caudales observados. Esta parte del hidrograma, comprendida entre el caudal pico y el fin del escurrimiento directo (FED), se denomina *curva de descenso*, en la cual es posible identificar generalmente un punto de inflexión (PI).

A partir de la finalización del escurrimiento directo (FED), continúa la *curva de agotamiento*, que representa el decrecimiento de caudales provenientes del aporte del flujo subterráneo, generado en parte por la interacción cauce-napa durante el mismo evento y en parte por eventos de tormentas anteriores, que se verificaron en la cuenca y alimentaron el almacenamiento subterráneo.

Por encima de la línea que une el IED y el FED quedan definidos los caudales del hidrograma de escurrimiento directo (HED), cuyo *tiempo de base* se indica con  $t_b$ . El HED representa la distribución temporal, en la sección de aforo o de control, del volumen de lluvia neta caída sobre la cuenca:  $P_n A$ , siendo  $A$  el área de la cuenca de influencia aguas arriba de la sección de control.

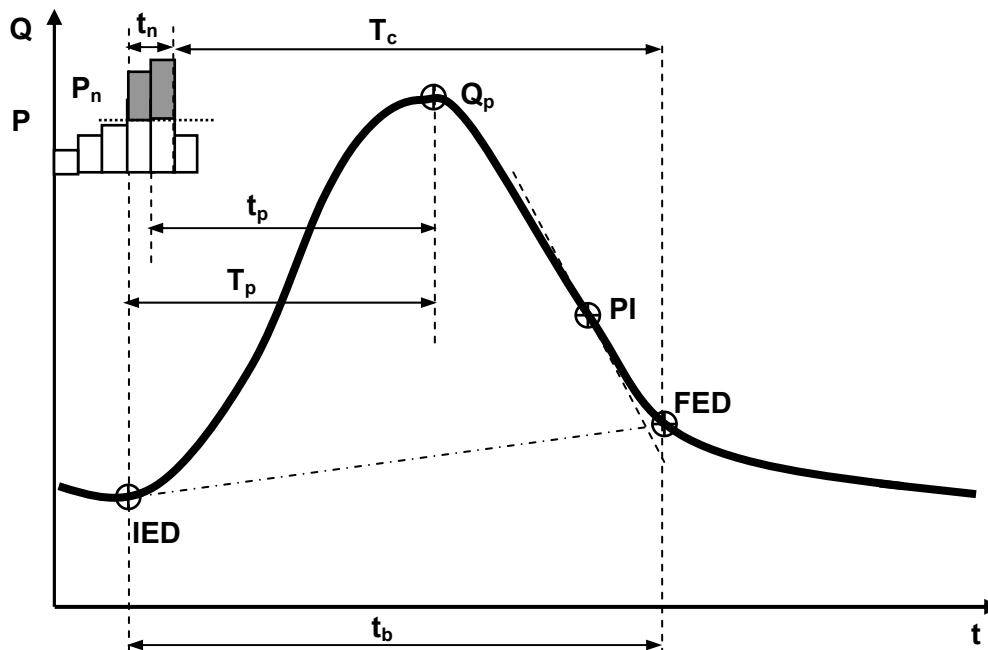


Figura VI.1: Descripción de un hieto-hidrograma genérico.

El *tiempo de concentración* ( $T_c$ ), definido en el Capítulo III, es el tiempo que emplea la gota de lluvia (neta) que cae en la parte hidrológicamente (temporalmente) más alejada para salir por la sección de control.

Por lo tanto, del hidrograma aforado de Figura VI.1, se observa que es el tiempo transcurrido entre, el final de la lluvia neta (momento que cae el último diferencial de volumen de lluvia neta), hasta el fin del escurrimiento directo FED (momento en que ese mismo diferencial de volumen de lluvia neta transita por la sección de control).

Consecuentemente, el tiempo de base del HED es igual a la suma del tiempo de lluvia neta más el tiempo de concentración:  $t_b = t_n + T_c$ .

Es decir, si a partir de un par hietograma-hidrograma observados, podríamos identificar el IED y el FED, estaríamos en grado de calcular el volumen de escurrimiento directo y determinar la lluvia neta en el hietograma de lluvia total. De esta manera sería posible definir los distintos tiempos indicados en la Figura VI.1. Más adelante veremos como se puede realizar tal identificación.

De la descripción realizada hasta aquí, se desprende que, un hidrograma (en general, un HEG o un HED) representa la variación del caudal instantáneo en función del tiempo, en una determinada sección del río.

## **VI.2.2 Componentes del escurrimiento que conforman un HEG**

En el apartado anterior efectuamos la descripción del hidrograma generado por una lluvia en la cuenca. Describiremos ahora, con mayor detalle, los diversos componentes del escurrimiento que conforman un hidrograma de escurrimiento global (HEG).

Las aguas originadas por las lluvias llegan a un curso de agua por cuatro “camino” diferentes:

- El escurrimiento superficial,
- El escurrimiento subsuperficial,
- El escurrimiento subterráneo,
- Las precipitaciones que caen directamente sobre las superficies de aguas libres.

### **VI.2.2.1 El Escurrimiento superficial**

Se entiende por escurrimiento superficial, al flujo que se desarrolla sobre la superficie del terreno. Puede transcurrir un largo tiempo desde que comienza la precipitación hasta que se observa un aumento de caudal en la sección de control.

- El escurrimiento superficial se produce como “flujo superficial de saturación” cuando las reservas de agua del suelo han sido satisfechas o como “flujo superficial Hortoniano” cuando la intensidad de lluvia es mayor que la capacidad de infiltración del suelo.
- El agua fluye sobre el terreno en forma difusa, más o menos frenada según sean las irregularidades del mismo y la cobertura vegetal. Una parte del agua que fluye, llena

las depresiones del terreno y luego continúa por microcanales que vierten a la red hidrográfica propiamente dicha de la cuenca.

- La última fase consiste en el vertimiento en la red hidrográfica, donde el escurrimiento superficial se encauza, mezclándose allí con los demás componentes del escurrimiento global.

La velocidad del flujo encauzado es mucho mayor que la correspondiente al escurrimiento superficial sobre el terreno. De modo que, un incremento de la densidad de drenaje (Capítulo III), a paridad de volumen de lluvia neta, tenderá a reducir el tiempo de retardo ( $t_p$ ) y el tiempo de concentración ( $T_c$ ) y, consecuentemente, promover un mayor gradiente de la curva de concentración de caudales, con mayores caudales pico en la sección de control.

El caudal en la sección de control, va creciendo con las llegadas sucesivas de los volúmenes aportados por los escurrimientos de zonas de la cuenca, cada vez más alejadas. Si la tormenta es de duración considerable (mayor o igual al tiempo de concentración), se produce el aporte simultáneo de todos los sectores de la cuenca. En el caso hipotético de una lluvia de intensidad constante y duración infinita (mayor al tiempo de concentración), puede pensarse que la cuenca “entra en régimen”, es decir, el caudal de entrada aportado por la lluvia sobre la cuenca ( $i A$ ), sale por la sección de control con el mismo caudal constante.

Si la tormenta es de corta duración, con relación al tiempo de concentración de la misma, el escurrimiento superficial de los sectores más alejados llega a la sección de control en la fase de decrecimiento de los caudales después de haber cesado la lluvia. Por lo tanto, el caudal máximo observado será menor que en el caso descrito anteriormente.

La importancia del componente “escurrimiento superficial” en el caudal total originado por la precipitación depende de la naturaleza de la cuenca y del “estado de humedad inicial del suelo” siendo en general el principal factor de los picos de caudales de las crecidas.

#### VI.2.2.2 El escurrimiento subsuperficial

El escurrimiento subsuperficial, denominado también flujo hipodérmico o interflujo, escurre casi horizontalmente por las capas superiores del terreno. El flujo subsuperficial puede reaparecer al poco tiempo sobre el terreno, cuando encuentra una discontinuidad topográfica (un microcanal, un talud, etc.), donde se junta con el escurrimiento superficial; o puede aportar directamente sobre la margen del río.

La velocidad del escurrimiento subsuperficial es *mucho menor* que la del escurrimiento superficial sobre el terreno. La importancia de este componente, depende esencialmente de la estructura del suelo y de la morfología (pendiente sustancialmente). Es decir, a paridad de pendientes, en suelos altamente permeables (arenas, gravas, etc.), dicho aporte puede ser significativo, mientras que, en suelos de textura arcillo-limosa, puede ser despreciable.

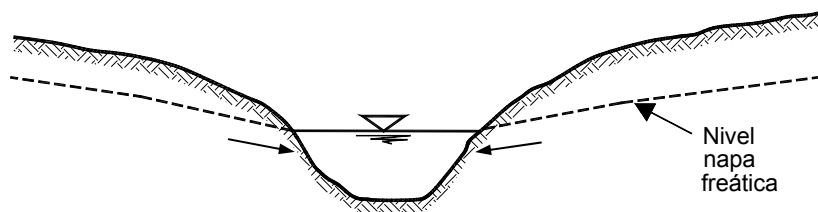
### VI.2.2.3 El escurrimiento subterráneo

Si el suelo contiene una humedad suficiente para permitir la percolación profunda del agua, una porción de la lluvia infiltrada alcanza la napa freática somera. La importancia de este componente, en el hidrograma de escurrimiento global, depende de la estructura y geología del suelo y subsuelo, así como también del clima de la región (regiones de clima húmedo, árido, semiárido, etc.).

Debido a las reducidas velocidades de flujo en la matriz del suelo, la duración del escurrimiento subterráneo, hacia la descarga en el curso, es mucho más larga que la de los otros componentes (superficial y subsuperficial). Por ello, la contribución al caudal global es siempre gradual y, en el caso de ríos perennes, es el responsable de mantener un *caudal base* en el curso de agua.

Como consecuencia de esta marcada diferencia en las velocidades de respuesta de cada uno de los componentes del escurrimiento, el aporte del escurrimiento subterráneo está constituido sustancialmente por agua infiltrada y percolada a la napa en eventos de lluvia anteriores verificados en la cuenca.

Justamente, en “periodos de aguas bajas” (sequía) se puede admitir que el caudal del río proviene del flujo subterráneo y que el nivel del agua en el río está normalmente al mismo nivel que el de la napa a la altura de las márgenes del curso. A medida que nos alejamos de las márgenes, la napa presenta una pendiente que asegura el escurrimiento subterráneo, según se muestra en la Figura VI.2. Este es el caso de los ríos perennes, es decir, en los cuales circula caudal todo el tiempo, lo cual es típico de zonas húmedas.

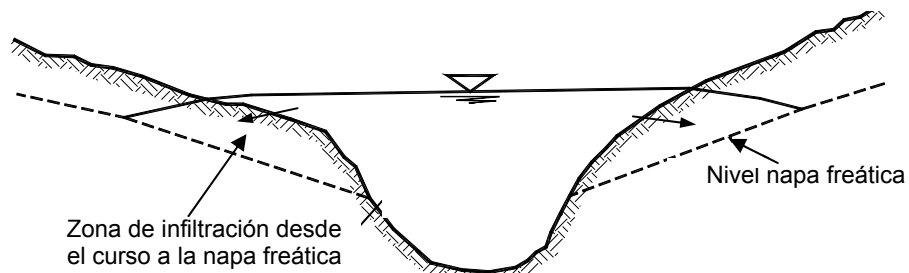


**Figura VI.2:** Flujo subterráneo en las adyacencias de un curso de agua en estiaje.

Si el nivel del río desciende por debajo del nivel de la napa, es decir, si el caudal transferido desde el flujo subterráneo no es suficiente para mantener el nivel del río, éste se seca progresivamente. Este es el caso de ríos transitorios o semipermanentes, en zonas semiáridas, donde circula caudal solo durante la estación de lluvias y durante el período del año sin lluvias el caudal es nulo. El caso extremo lo constituyen los ríos efímeros, en zonas áridas, donde solo circula caudal durante lluvias extraordinarias. Es decir, en los ríos efímeros el cauce se encuentra seco durante la mayor parte del año y, si no se verifican lluvias importantes en el año, durante períodos aún mayores.

Es necesario aclarar que algunos ríos pueden ser de régimen mixto, pluvial y nival, por lo tanto, aún cuando no se produzcan eventos de lluvia en la cuenca, en la red hidrográfica circula caudal debido a los aportes provenientes de la fusión de la nieve en la zona alta de la cuenca.

En general, cuando se produce una lluvia sobre la cuenca, que genera una crecida en el río, durante la fase de ascenso de la crecida (curva de concentración de caudales), el nivel del agua en el río sube mucho más rápido que el de la napa freática. A medida que el nivel del río aumenta, el aporte de flujo subterráneo disminuye gradualmente y, en cierto momento, se produce un gradiente hidráulico que propicia la infiltración desde el río a la napa (ver Figura VI.3). Esto se mantiene hasta que los niveles del curso comienzan a disminuir (curva de descenso de caudales), y progresivamente el volumen cedido desde el río a la napa en la primera fase, retorna desde la napa al río.



**Figura VI.3:** Flujo subterráneo en las adyacencias de un curso de agua en crecida.

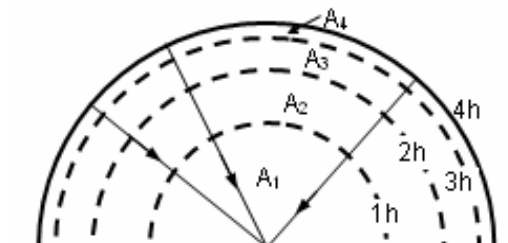
El proceso de infiltración desde el curso a la napa depende en gran medida de los suelos que constituyen las márgenes del río, pudiendo llegar a ser importante en suelos granulares no cohesivos (arenas, gravas, cantos rodados) y muy modesto a despreciable en suelos cohesivos compactos (arcillas, limos-arcillosos, etc.).

#### VI.2.2.4 Precipitaciones que caen directamente sobre las superficies de aguas libres

La importancia del aporte correspondiente a este proceso depende de la existencia en la cuenca de lagos de dimensiones considerables comparados con la superficie de la cuenca total. En la mayoría de las cuencas su incidencia es muy pequeña y queda integrado al escurrimiento directo.

### VI.2.3 Forma del hidrograma

Para poner en evidencia los principales factores que determinan la forma de los hidrogramas, Linsley (1977) considera una cuenca ideal, completamente impermeable y sin almacenamientos superficiales. La cuenca tiene planimétricamente la forma de un semicírculo y drena a un punto de salida situado en el centro (ver Figura VI.4).



**Figura VI.4:** Representación esquemática de la cuenca teórica de Linsley (1977).

La cuenca es dividida por líneas isócronas en cuatro sectores de igual superficie:  $A_1=A_2=A_3=A_4$  y unitarias. El tiempo de concentración de cada sector es de 1 hora. Por lo tanto, el  $T_c$  de la cuenca completa es de 4 horas (ver Figura VI.4).

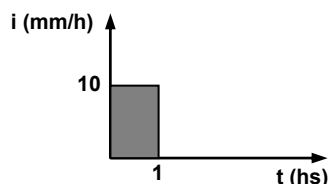
Se trata de analizar la forma del hidrograma de salida ( $Q_s$ ) variando: I) La duración de la tormenta, II) La distribución espacial de la intensidad de lluvia y III) La variación temporal de la intensidad de lluvia durante la tormenta.

Los conceptos básicos que se utilizan en el análisis son: i) Cada sector se considera espacialmente agregado, es decir, el área del sector recibe la lluvia y genera un hidrograma individual, ii) el hidrograma individual de cada sector  $k$  es triangular o trapezoidal, el pico se alcanza en un tiempo igual al  $T_{ck}$  del sector ( $Q_{pk}=iA_k$ ) y se anula en otro  $T_{ck}$  ( $t_{bk}=2T_{ck}$ ), iii) el tránsito hasta la sección de salida, de los hidrogramas individuales generados en los sectores, se produce sin atenuación, de acuerdo al tiempo de traslado indicado por las isócronas, iii) en la salida de la cuenca, los hidrogramas aportados por cada sector, se superponen mediante la suma de las ordenadas concurrentes en un mismo tiempo, para generar el hidrograma compuesto  $Q_s$ .

## I) Influencia de la duración de la tormenta

### Caso 1

Tormenta igual sobre los cuatro sectores (uniforme sobre toda la cuenca) e hidrograma uniforme, con intensidad  $i=10$  mm/h y con duración  $t_n=1$  h, igual al  $T_c$  de cada sector; es decir, menor al  $T_c$  de la cuenca completa. La altura de lámina de lluvia es  $P=10$  mm.



#### Hidrograma del sector 1

El escurrimiento del sector 1 genera un incremento de caudal en la sección de salida desde el comienzo mismo de la tormenta. El caudal aumenta linealmente hasta alcanzar el caudal pico al fin de la primera hora (contada a partir del comienzo de la lluvia); momento en que, como el  $T_{c1} = 1$  h, toda el área  $A_1$  está aportando simultáneamente. En ese momento cesa la lluvia y el volumen almacenado en el sector 1 (hasta alcanzar el caudal pico) se descarga en el mismo tiempo de concentración del sector. Es decir, el caudal disminuye linealmente y se anula a las 2 horas. El hidrograma del sector 1 es triangular, con:  $t_{b1}=t_n+T_{c1}=2$  hs =  $(2T_{c1})$  y  $Q_{p1}=i A_1 = 10 A_1$  (ver Figura VI.5).

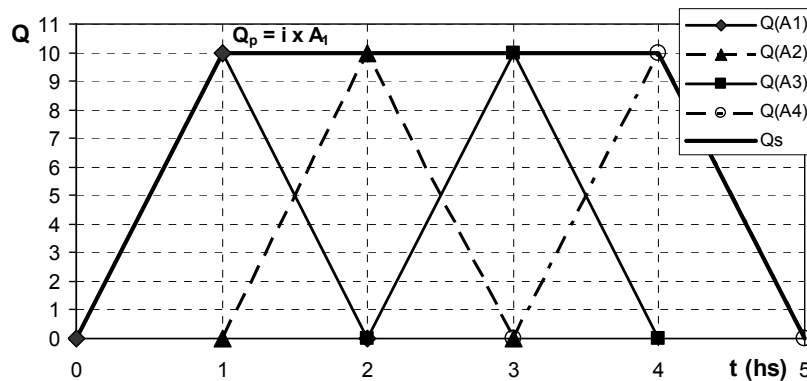
#### Hidrogramas de los sectores 2, 3 y 4

Los tres sectores restantes generan hidrogramas idénticos al del sector 1, pero tienen diferentes tiempos de traslado para alcanzar la salida de la cuenca. El hidrograma del sector 2 tiene un tiempo de traslado de 1 hora, a partir del cual comienza a influir en la salida. Por otra parte, el del sector 3 tiene un tiempo de tránsito de 2 hs y el del sector 4

de 3 hs, tiempos a partir de los cuales comienzan respectivamente a manifestarse en la salida, como se muestra en la Figura VI.5.

#### Hidrograma compuesto a la salida de la cuenca

Sumando los cuatro hidrogramas se obtiene el hidrograma compuesto  $Q_s$ , que tiene forma trapezoidal, con tiempo de base  $t_b=5$  hs, es decir, igual al tiempo de concentración de la cuenca completa ( $T_c=4$  hs) más la duración de la lluvia ( $t_n=1$  h). Por lo tanto, se cumple lo analizado en el punto VI.2.1 para un HED. En la Figura VI.5 se observa que el caudal pico se corresponde con la contribución del sector 1 solamente. Los restantes sectores no aportan al crecimiento del caudal pico, sino que solo lo mantienen. Esto es consecuencia de la duración de la lluvia y los tiempos de traslado definidos por las curvas isócronas de la cuenca.



**Figura VI.5:** Hidrogramas de cada sector  $Q(A_k)$  a la salida de la cuenca e hidrograma compuesto  $Q_s$  (Caso 1).

Se verifica que el volumen del hidrograma compuesto a la salida ( $\sum Q_s \Delta t$ ) es igual al volumen total precipitado sobre la cuenca ( $P A$ ), por lo tanto, se cumple la continuidad volumétrica.

#### Caso 2

Tormenta igual sobre los cuatro sectores (uniforme sobre toda la cuenca) e hidrograma uniforme, con intensidad  $i=2.5$  mm/h y con duración  $t_n=4$  hs, igual al  $T_c$  de la cuenca completa. La altura de lámina de lluvia es  $P=10$  mm.



#### Hidrograma del sector 1

Analicemos el hidrograma generado por el sector 1 solamente. El caudal en la sección de salida comienza a incrementarse desde el inicio de la tormenta. El caudal crece linealmente hasta alcanzar el valor pico en 1 hora, es decir en el  $T_{c1}$  del sector, puesto que en ese momento está aportando simultáneamente toda el área  $A_1$ . Como la lluvia de intensidad constante continúa, a partir de ese momento el sector 1 entra en régimen, o

sea, el caudal de entrada  $i A_1$  es igual al de salida. Tal caudal permanece constante hasta la hora 4, momento en que cesa la lluvia. A partir del cual, el sector 1 descarga en 1 hora el volumen almacenado en la primera hora de lluvia (hasta que alcanzó el pico), y por lo tanto, el caudal se anula en la hora 5. El hidrograma del sector 1 es trapezoidal, con:  $t_{b1}=5$  hs y  $Q_{p1}=i A_1 = 2.5 A_1$  (ver Figura VI.6).

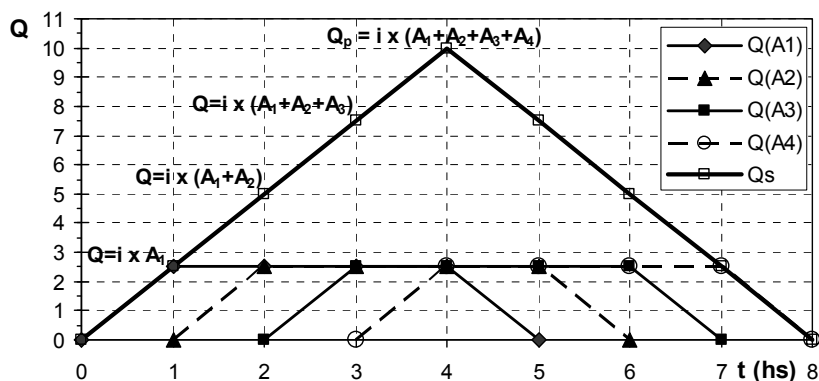
#### Hidrogramas de los sectores 2, 3 y 4

Los sectores 2, 3 y 4 generan hidrogramas idénticos al del sector 1, pero tienen diferentes tiempos de traslado para alcanzar la salida de la cuenca. El hidrograma del sector 2 tiene un tiempo de traslado de 1 hora hasta hacerse sentir en la salida. El del sector 3 tiene 2 hs y el del sector 4 tiene 3 hs, como se muestra en la Figura VI.6.

#### Hidrograma compuesto a la salida de la cuenca

La suma de los hidrogramas correspondientes a cada sector, nos otorgará el hidrograma compuesto a la salida de la cuenca, tal como se observa en la Figura VI.6. El hidrograma compuesto  $Q_s$  tiene forma triangular, con tiempo de base  $t_b=8$  hs, es decir, igual al tiempo de concentración de la cuenca completa ( $T_c=4$  hs) más la duración de la lluvia ( $t_n=4$  h). Por lo tanto, se cumple lo analizado en el punto VI.2.1 para un HED. Se observa que el caudal pico se corresponde con la contribución de los cuatro sectores, es decir, con el aporte de toda el área de la cuenca. Esto es consecuencia de la duración de la lluvia (igual al  $T_c$  de la cuenca) y los tiempos de traslado definidos por las curvas isócronas.

El gradiente de la curva de concentración de caudales es menor que el observado en el Caso 1, debido sustancialmente a la menor intensidad de la lluvia. Lo mismo sucede con la curva de descenso. El caudal pico es el mismo, debido a que se mantiene la lámina de 10 mm a costa de una disminución de la intensidad de lluvia y un aumento de la duración. El volumen del hidrograma compuesto a la salida es igual al volumen total precipitado sobre la cuenca, por lo tanto, se cumple la continuidad volumétrica.

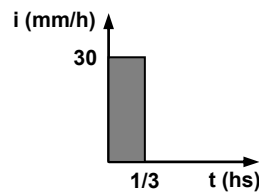


**Figura VI.6:** Hidrogramas de cada sector  $Q(A_k)$  a la salida de la cuenca e hidrograma compuesto  $Q_s$  (Caso 2).

Se deja como ejercicio para el lector analizar el efecto de una lluvia de intensidad igual a la del Caso 1, pero con duraciones iguales a 4 hs y 6 hs, es decir,  $t_r=T_c$  y  $t_r=1.5 T_c$  de la cuenca completa.

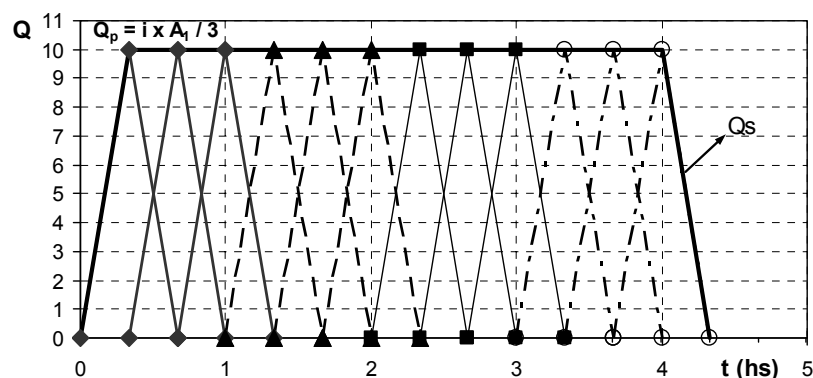
### Caso 3

Tormenta igual sobre los cuatro sectores (uniforme sobre toda la cuenca) e hietograma uniforme, con intensidad  $i=30$  mm/h y con duración  $t_r=1/3$  h, menor al  $T_c$  de cada sector. La altura de lámina precipitada es  $P=10$  mm.



Consideremos primero el hidrograma generado por el sector 1 solamente. Su construcción es similar a la efectuada para el Caso 1, con el siguiente artificio: Descompongamos el sector 1 en tres subsectores con áreas  $A_{1a}=A_{1b}=A_{1c}$ , con tiempos de concentración de  $1/3$  h cada uno. Es obvio que obtendremos un hidrograma triangular para cada subsector y un hidrograma trapezoidal para el sector 1 completo (ver Figura VI.7). Los sectores 2, 3 y 4 generarán hidrogramas idénticos al del sector 1 completo. Debido a los tiempos de traslado, el del sector 2 iniciará a influir en la salida a partir de la hora 1, el del sector 3 a partir de la hora 2 y el del sector 4 a partir de la hora 3.

Para toda la cuenca, se obtiene un hidrograma compuesto, como el observado en la Figura VI.7. El caudal pico se corresponde con una intensidad de 30 mm/h que cae sobre  $1/3$  del área del sector 1; siendo igual a los encontrados en el Caso 1 y Caso 2, los cuales, sin embargo, se asocian a intensidades de lluvia 3 y 12 veces menores respectivamente.

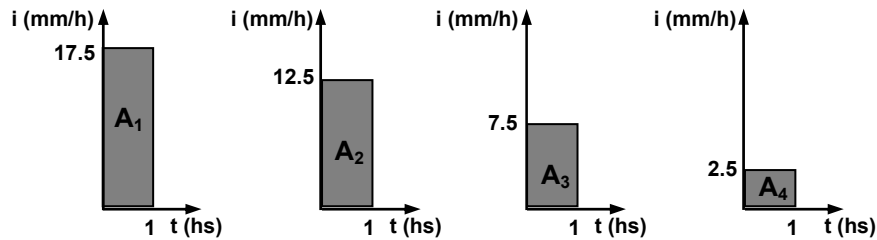


**Figura VI.7:** Hidrogramas de cada subsector (y sector) a la salida de la cuenca e hidrograma compuesto (Caso 3).

## II) Influencia de la distribución espacial de la intensidad de lluvia

### Caso 4

Tormenta sobre los cuatro sectores, con intensidad diferente en cada uno de ellos:  $i(A_1)=17.5$  mm/h,  $i(A_2)=12.5$  mm/h,  $i(A_3)=7.5$  mm/h,  $i(A_4)=2.5$  mm/h. La duración de la lluvia es igual en los cuatro sectores  $t_n=1$  h (igual al  $T_c$  de cada sector). La lámina de lluvia media en la cuenca, ponderada arealmente, es:  $P_m = 10$  mm.



Los hidrogramas a la salida de la cuenca, aportados por cada sector, pueden ser generados siguiendo el razonamiento realizado en los casos anteriores. El sector 1 aporta al escurrimiento desde el inicio de la lluvia. La duración de la lluvia sobre el sector 1 es igual a su tiempo de concentración, por lo tanto, el caudal pico ( $i(A_1) \times A_1$ ) se alcanza linealmente en 1 hora y en otra hora se anula, como se observa en la Figura VI.8. Los sectores 2, 3 y 4 generan hidrogramas con caudales picos diferentes (por las intensidades de lluvia diferentes) pero con igual tiempo de base que el del sector 1 (porque la duración de lluvia y el  $T_c$  de cada uno son iguales).

Los hidrogramas de los sectores 2, 3 y 4 se propagan a la salida, sin atenuación, de acuerdo al tiempo de traslado definido por las isócronas. Luego, se suman los cuatro hidrogramas y se obtiene el hidrograma compuesto mostrado en la Figura VI.8. Se observa que el tiempo de base del hidrograma compuesto es siempre igual a:  $t_b = t_n + T_c$ .

La no-uniformidad espacial de la lluvia, se traduce en una asimetría del hidrograma. Lluvias con mayor intensidad en la parte inferior de la cuenca generan una asimetría positiva del hidrograma (pico a la izquierda de  $t_b/2$ ) y un ascenso rápido del caudal a partir del inicio de la tormenta.

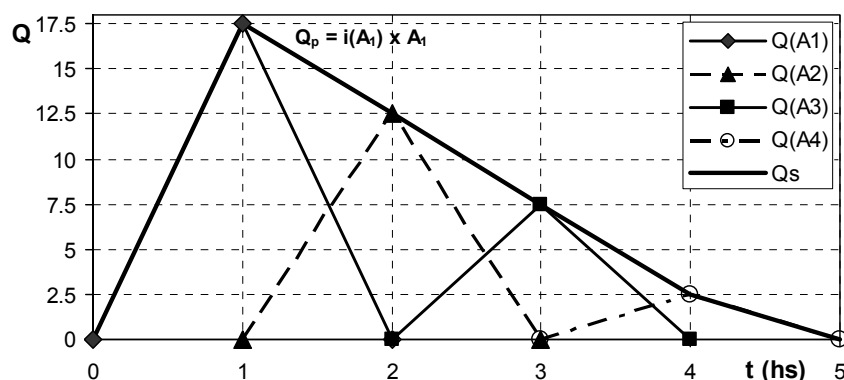
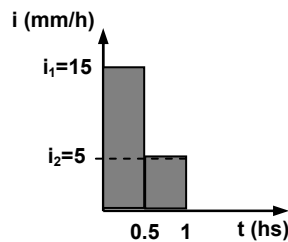


Figura VI.8: Hidrogramas de cada sector (salida de la cuenca) e hidrograma compuesto (Caso 4).

### III) Influencia de la variación temporal de la intensidad de lluvia durante la tormenta

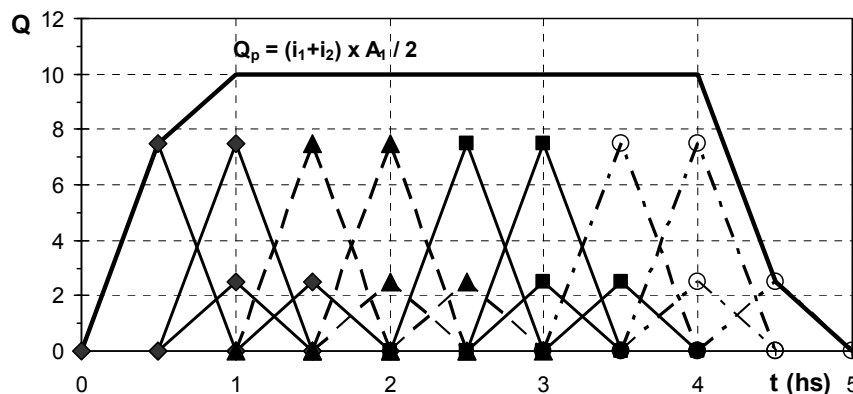
#### Caso 5

Tormenta igual sobre los cuatro sectores (uniforme sobre toda la cuenca), hietograma no uniforme:  $i_1=15$  mm/h (en 0.5 h) e  $i_2=5$  mm/h (en 0.5 h),  $t_n=1$  h. La lámina de lluvia media temporal es:  $P_m = 10$  mm.



Analicemos el hidrograma generado por el sector 1. Como se hizo para el Caso 3, dividimos el sector 1 en dos subsectores con áreas  $A_{1a}=A_{1b}$ , con tiempos de concentración de 0.5 h cada uno. Los 15 mm/h que caen en la primera media hora sobre el sector 1, generan dos hidrogramas (uno para cada subsector) con caudales pico  $Q_p = i_1 (A_1/2) = 7.5 A_1$ , tiempo de base de 1 hora y separados 0.5 h, es decir, separados por el tiempo de tránsito que emplea el hidrograma del subsector  $A_{1b}$  (más alejado) para alcanzar la salida. Los 5 mm/h que caen en la segunda media hora sobre el sector 1, generan dos hidrogramas (uno para cada subsector) con caudales pico  $Q_p = i_2 (A_1/2) = 2.5 A_1$ , tiempo de base de 1 hora. Estos dos últimos hidrogramas están separados media hora respecto a los dos primeros porque los 5 mm/h empiezan 0.5 h después. Dichos hidrogramas son los cuatro primeros representados en Figura la VI.9 con trazo continuo y rombo.

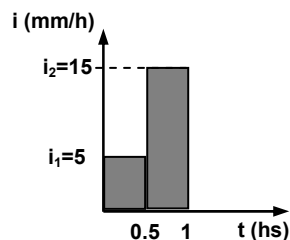
Con el mismo razonamiento, los hidrogramas de los sectores 2, 3 y 4 son idénticos al del sector 1 y se propagan a la salida, sin atenuación, de acuerdo al tiempo de traslado definido por las isócronas. Los hidrogramas se suman y se obtiene el hidrograma compuesto mostrado en la Figura VI.9.



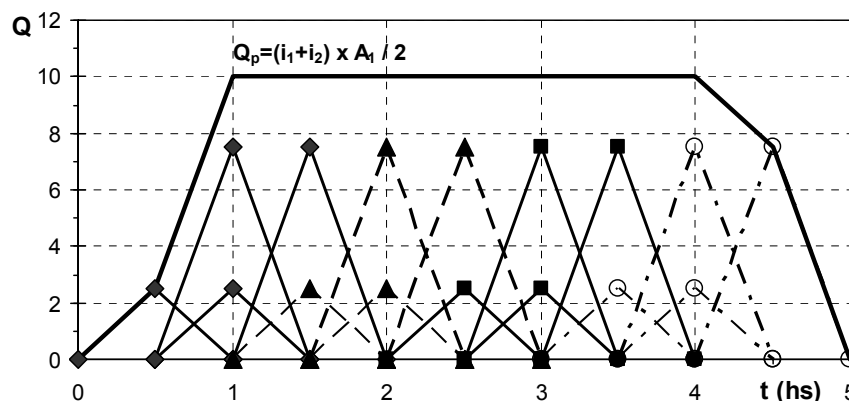
**Figura VI.9:** Hidrogramas de cada subsector a la salida de la cuenca e hidrograma compuesto  $Q_s$  (Caso 5).

### Caso 6

Tormenta igual sobre los cuatro sectores (uniforme sobre toda la cuenca), hietograma no uniforme:  $i_1=5$  mm/h (en 0.5 h) e  $i_2=15$  mm/h (en 0.5 h),  $t_n=1$  h. La lámina de lluvia media temporal es:  $P_m = 10$  mm.



El análisis es igual al realizado en el caso anterior (Caso 5), solo que en el hietograma se invierten las intensidades de lluvia. El resultado que se obtiene se presenta en la Figura VI.10.



**Figura VI.10:** Hidrogramas de cada subsector a la salida de la cuenca e hidrograma compuesto  $Q_s$  (Caso 6).

En las Figuras VI.9 y VI.10 se observa que la variación temporal de la intensidad de lluvia, modifica la forma de ascenso y descenso de la crecida. Si las mayores intensidades se sitúan al comienzo de la tormenta, la “curva de concentración de caudales” presenta una convexidad hacia arriba (mayor gradiente inicial). Esa convexidad, se dirige hacia abajo si las mayores intensidades de lluvia se producen cerca del fin de la tormenta.

Considerando las características de la cuenca teórica analizada, se aplicó un modelo muy sencillo, para generar los hidrogramas, propagarlos sin atenuación y superponerlos a la salida de la cuenca.

En cuencas reales, los procesos de almacenamiento y desalmacenamiento en los cursos de agua y bajos naturales, tienden a producir difusión de los hidrogramas en general. Es decir, los picos se atenúan y las ramas de ascenso y descenso se aplastan. Por otra parte, la morfología de la cuenca y la extensión de las subcuencas que la componen, el desarrollo de la red hidrográfica y las pendientes de los cursos de agua que la

conforman, son muy importantes; porque determinan como se propagan las crecidas al interior de la cuenca hasta alcanzar la sección de salida.

En esos casos se requieren modelos más apropiados para reproducir el proceso real. De todos modos, el análisis aquí realizado brinda un marco conceptual de partida para ir profundizando el estudio.

#### VI.2.4 Separación de componentes del escurrimiento a partir de un HEG

Consideremos ahora, retomando el apartado VI.2, un hidrograma de escurrimiento global (HEG), registrado en una estación de aforo durante y después de producida una tormenta en la cuenca.

El objetivo que se persigue es discriminar el escurrimiento directo (superficial + subsuperficial) del escurrimiento subterráneo. Es decir, se trata de determinar el hidrograma de escurrimiento directo (HED), que se asocia a la parte del hidrograma de lluvia total que lo genera, o sea, al hidrograma de lluvia neta (HN).

La curva de recesión del hidrograma de escurrimiento global, sintetiza las distintas velocidades de respuesta que tienen los tres tipos de escurrimientos que lo componen. La ecuación general que representa la curva de recesión es de tipo exponencial decreciente:

$$Q(t) = Q_0 e^{-\alpha t} \quad (\text{VI.1})$$

donde  $Q(t)$ : caudal en el instante  $t$ ,  $Q_0$ : caudal en un instante  $t_0$  anterior a  $t$ , tomado como origen,  $\alpha$ : coeficiente de decaimiento exponencial.

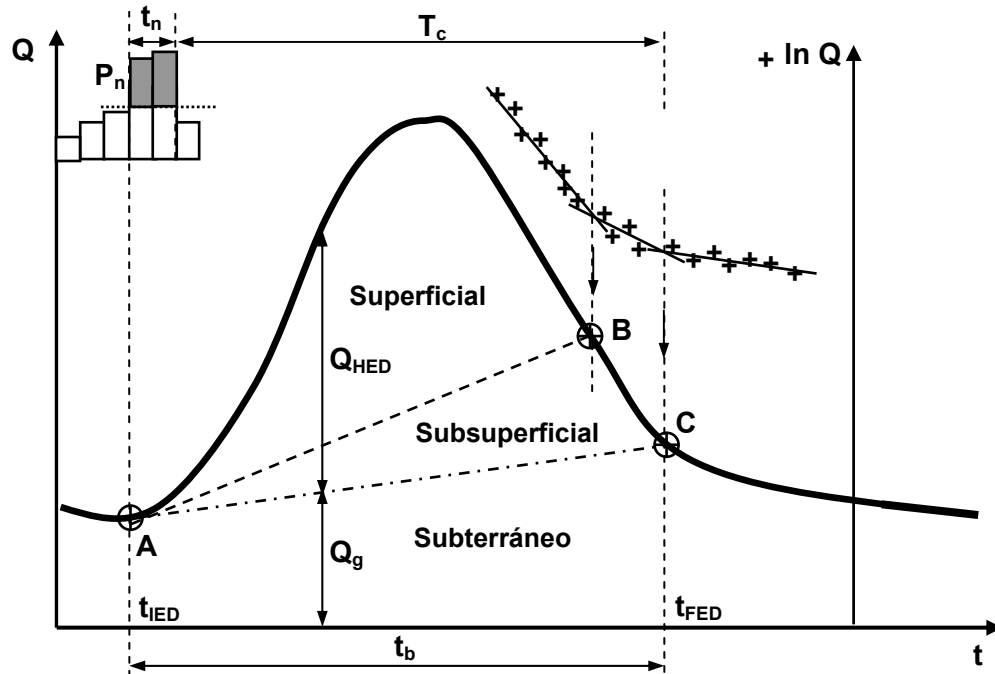
Si aplicamos logaritmo neperiano a ambos miembros de la ecuación (VI.1), se obtiene:

$$\ln Q(t) = \ln Q_0 - \alpha t \quad (\text{VI.2})$$

Es decir, en coordenadas semilogarítmicas, la curva de recesión está representada por rectas, donde  $\alpha$  es la pendiente de cada una de ellas. El aporte del escurrimiento superficial tiene una velocidad mayor que el subsuperficial y éste, a su vez, una velocidad mayor que el subterráneo, por lo tanto, los gradientes de descenso deben reflejar dichas particularidades. Es decir, los valores de los coeficientes de decaimiento (pendientes de la rectas) deben ser  $\alpha_s > \alpha_{ss} > \alpha_g$ , donde los coeficientes corresponden a las rectas asociadas al escurrimiento superficial, subsuperficial y subterráneo, respectivamente.

El *método de Barnes* se basa justamente en dicho criterio. Si aplicamos  $\ln Q(t)$  a los valores de  $Q$  que componen la rama descendente de un hidrograma global, se pueden identificar tres rectas, como se ilustra en la Figura VI.11. La intersección de la recta superior con la intermedia define el punto B y la intersección de la recta intermedia con la inferior define el punto C. Por encima de la línea AB queda definido el escurrimiento superficial. Entre la línea AB y AC queda definido el escurrimiento subsuperficial. Por lo

tanto, por encima de la línea AC queda definido el escurrimiento directo (superficial + subsuperficial) y por debajo, el escurrimiento subterráneo.



**Figura VI.11:** Separación de componentes del escurrimiento de un HEG con método de Barnes.

El punto A indica el inicio del escurrimiento directo (IED) y se identifica a partir del inicio del aumento del caudal en la sección de aforo. El punto C, descrito anteriormente, indica el fin del escurrimiento directo (FED).

Los caudales del hidrograma de escurrimiento directo (HED) se determinan como:  $Q_{HED} = Q - Q_g$ , donde  $Q$  es el caudal del hidrograma global aforado y  $Q_g$  es el caudal del flujo subterráneo (ver Figura VI.11):

$$Q_{HED}(t) = Q(t) - \left[ Q_A + \frac{(Q_C - Q_A)}{t_b} t \right] \quad (VI.3)$$

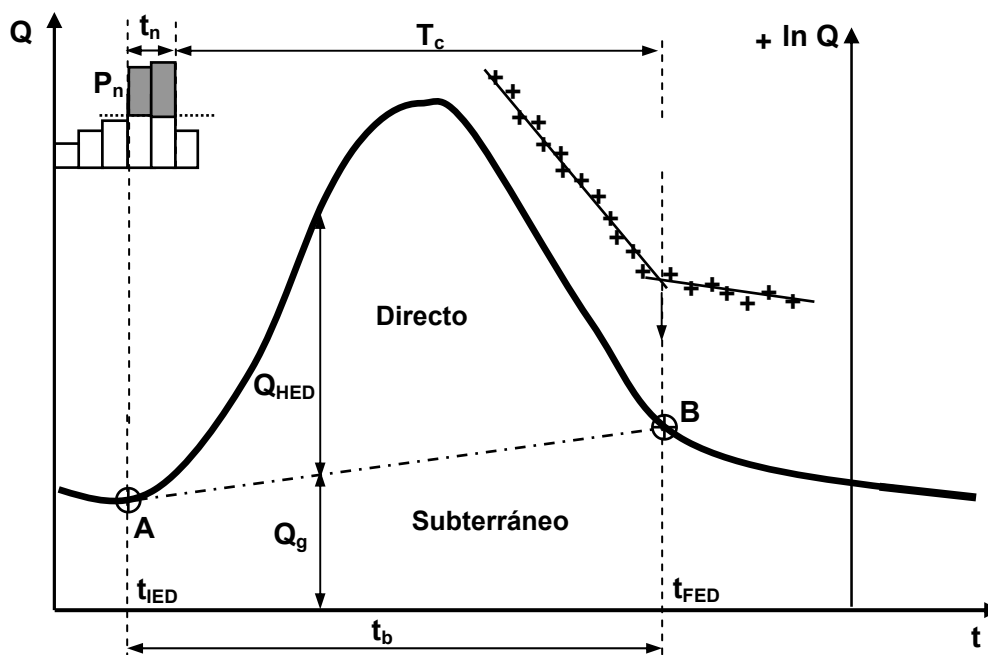
donde  $t_b$  es el tiempo de base del HED,  $t_b = t_{FED} - t_{IED}$  (ver Figura VI.11).

Conociendo los caudales que componen el hidrograma de escurrimiento directo, se puede determinar el volumen de escurrimiento directo ( $V_{HED}$ ) y estimar la lámina de lluvia neta (uniformemente distribuida sobre la cuenca de área A) que lo generó, como  $P_n = V_{HED}/A$ . Conociendo dicho valor, es posible determinar el hidrograma de lluvia neta (HN) a partir del hidrograma de lluvia total, como veremos más adelante.

Como ha sido señalado anteriormente en VI.2.2.2, el aporte del escurrimiento subsuperficial depende del tipo de suelo y de las pendientes locales de la cuenca. Por ejemplo, los suelos de la región del sur de la Provincia de Santa Fe son, en general, limo-arcillosos de baja permeabilidad y las pendientes son muy modestas, típicas de zonas de llanura. En estos casos, el escurrimiento subsuperficial es prácticamente despreciable (velocidades extremadamente bajas), por lo cual, en períodos de tiempo superiores al de un evento de crecida, el mismo pasa a alimentar el almacenamiento subterráneo o es eventualmente evapotranspirado. Por lo tanto, el *escurrimiento directo* es formado integralmente por el *escurrimiento superficial*.

Una evaluación expeditiva del tiempo de desplazamiento del flujo subsuperficial, para suelos típicos del sur de la Provincia de Santa Fe, podría ser la siguiente: Conductividad hidráulica:  $K=10^{-4}$  m/s; Pendiente hidráulica:  $I=10^{-3}$ ; Porosidad:  $\eta=0.5$ ; Velocidad ficticia de Darcy:  $U=KI=10^{-7}$  m/s; Velocidad real:  $v=U/\eta=2 \times 10^{-7}$  m/s; Longitud de desplazamiento:  $L=200$  m y Tiempo de desplazamiento esperado:  $T=31.7$  años.

En tales circunstancias, la aplicación del método de Barnes identificará dos rectas cuya intersección definirán un punto B, como se observa en la Figura VI.12. Por encima de la línea AB quedará definido el escurrimiento directo (formado solo por el escurrimiento superficial) y, por debajo de dicha línea, el escurrimiento subterráneo.

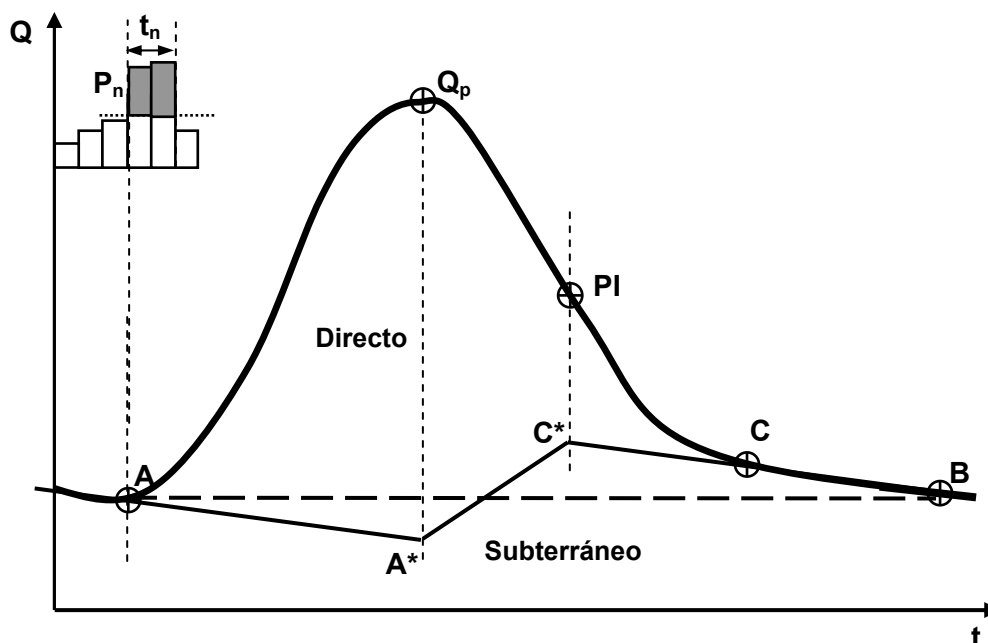


**Figura VI.12:** Separación de componentes del escurrimiento. Método de Barnes, flujo subsuperficial inexistente.

Los métodos de: i) *Línea recta horizontal* y ii) *Pendiente variable*, representan dos técnicas alternativas para separar el escurrimiento subterráneo del escurrimiento directo.

El primero consiste en trazar una línea recta horizontal, a partir del punto A (inicio del escurrimiento directo), hasta que intersecta la rama descendente del hidrograma en el punto B (ver Figura VI.13). Por encima de AB queda definido el escurrimiento directo y por debajo el escurrimiento subterráneo.

Este método puede ser aplicable en cursos donde la curva de agotamiento no es importante, es decir, cuando se produce una recesión abrupta, a partir aproximadamente del punto de inflexión de la curva de descenso. Por lo tanto, no se recomienda aplicarlo cuando el aporte subterráneo es importante y, además, existe una fuerte interacción cauce-napa, evidenciada por una curva de agotamiento bien definida. En ese caso la recta AB intersecta la curva de agotamiento, incorporando parte del aporte subterráneo al escurrimiento directo (ver Figura VI.13).



**Figura VI.13:** Separación de componentes del escurrimiento. Métodos de: Línea recta horizontal y Pendiente variable.

El método de *pendiente variable* consiste en prolongar hacia adelante la curva de agotamiento de eventos anteriores, hasta intersectar en  $A^*$  la ordenada del caudal pico  $Q_p$  y prolongar hacia atrás la curva de agotamiento del evento actual, hasta intersectar la ordenada del punto de inflexión (PI) en  $C^*$ . Para luego unir los puntos  $A^*C^*$  (ver Figura VI.13). Por encima del segmento con pendiente variable  $AA^*-A^*C^*-C^*C$  queda definido el escurrimiento directo y por debajo el escurrimiento subterráneo.

El segmento  $AA^*$  describe el proceso de disminución del aporte de caudal subterráneo en la fase de aumento de niveles en el río (curva de concentración de caudales). El segmento  $A^*C^*$  representa la interacción cauce-napa, cuando el cauce cede volumen de escurrimiento directo a la napa durante la fase de crecimiento de caudales, y luego dicho volumen, en la fase de descenso de caudales, retorna nuevamente al cauce.

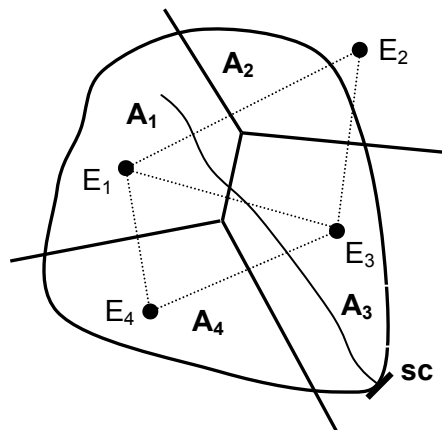
conjuntamente con el flujo subterráneo. En ese período los caudales de flujo subterráneo se van incrementando. Una vez descargado el volumen cedido del río a la napa (más el eventual incremento de flujo subterráneo inducido por el evento actual, aunque es menos probable), el mismo comienza a disminuir nuevamente, a partir del punto C\* y continua con la descarga normal a partir del punto C.

### VI.2.5 Hietogramas de lluvia total y lluvia neta

Conociendo el hietograma de lluvia total y el valor de la lámina de lluvia neta (a partir de un HED, como descrito en VI.2.4), es posible determinar el hietograma de lluvia neta HN.

#### *Hietograma de lluvia total*

Supongamos que el HED ha sido determinado en la sección de cierre (sc) de una cuenca, donde, además, se ha medido simultáneamente la lluvia (Figura VI.14). En primer lugar, debemos determinar el hietograma de lluvia total. En el caso de que existan varias estaciones de medición de lluvia, como se observa en Figura VI.14, se debe determinar el correspondiente hietograma medio sobre la cuenca.



**Figura VI.14:** Cuenca con medición de lluvia (estaciones  $E_i$ ) y caudales (sc).

Como mínimo una de las estaciones de medición de lluvia debe ser pluviográfica. Supongamos que la estación  $E_3$  es pluviográfica y las restantes pluviométricas. La idea es distribuir la lámina de lluvia media en la cuenca, de acuerdo a la distribución temporal registrada por el pluviógrafo en la estación  $E_3$ .

La lámina de lluvia, media sobre la cuenca, se determina ponderando arealmente con Polígonos de Thiessen (ver Figura VI.14):

$$\bar{P} = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^N P_i A_i \quad (\text{VI.4})$$

donde  $P_i, i=1,2,\dots,N$ ; son las lluvias totales registradas en las  $N$  estaciones, en el ejemplo de Figura VI.14,  $N$  es igual a 4.

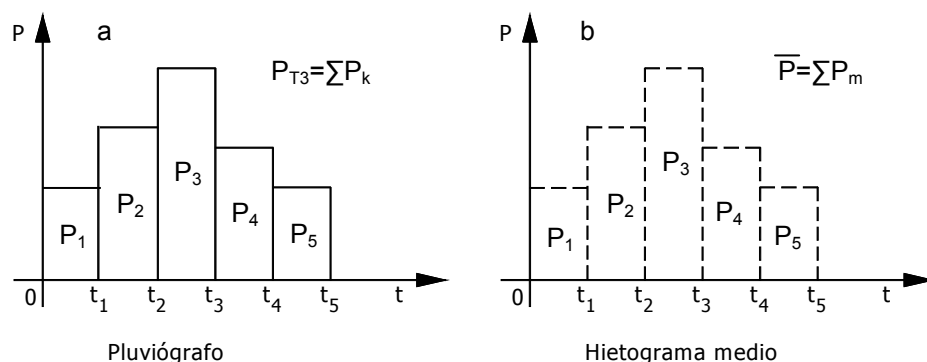
Si  $P_{T3}$  es la precipitación total medida por el pluviógrafo  $E_3$ , se calcula el coeficiente de proporcionalidad  $\beta$ :

$$\beta = \frac{\bar{P}}{P_{T3}} \quad (\text{VI.5})$$

Y sucesivamente se determinan los pulsos de lluvia del *hietograma de lluvia total* medio sobre la cuenca, ajustando cada uno de los pulsos del hietograma registrado por el pluviógrafo:

$$P_m = \beta P_k \quad (\text{VI.6})$$

Donde  $P_k, k=1,2,\dots,K$ ; son los pulsos de lluvia que componen el hietograma registrado por el pluviógrafo en la estación  $E_3$  (Figura VI.15 a) y  $P_m, m=1,2,\dots,M$ ; son los correspondientes pulsos de lluvia del hietograma medio (Figura VI.15 b).



**Figura VI.15:** a) Hietograma registrado en  $E_3$ , b) Hietograma medio de la cuenca.

En el caso de que existan dos pluviógrafos, primero se procede a calcular el hietograma promedio areal de los dos registros pluviográficos (con Thiessen). Luego, se determina la lluvia media sobre la cuenca (con las lluvias totales registradas en las  $N$  estaciones) y se distribuye temporalmente según dicho hietograma promedio, como explicado anteriormente.

#### *Hietograma de lluvia neta*

El volumen del hidrograma de escurrimiento directo es producido por la lluvia neta sobre la cuenca. Es decir, a partir del HED, se puede determinar el volumen de escurrimiento directo ( $V_{HED}$ ) y estimar la lámina de lluvia neta (uniformemente distribuida sobre la cuenca de área  $A$ ) que lo generó.

$$P_n = \frac{V_{HED}}{A} \quad (\text{VI.7})$$

Para determinar el hietograma de lluvia neta (HN) debemos discriminar dicha lámina en el hietograma de lluvia total obtenido anteriormente.

A tales efectos, se puede aplicar el *método del número de curva* del Servicio de Conservación de Suelos, visto en el Capítulo V, con la salvedad que en este caso se conoce de antemano la lluvia neta (y por supuesto la lluvia total). Por lo tanto, se determina S y luego se estima el valor de CN para el evento. Después se aplica el método numérico tal como ha sido descrito en el Capítulo V.

Alternativamente, se puede aplicar un método expeditivo, denominado *método del índice*  $\phi$ , que supone una tasa de infiltración constante  $\phi$ . Por lo tanto,  $\phi \Delta t$  representa la altura de la lámina que corta al hietograma de lluvia total mediante una recta horizontal, por encima de la cual queda determinada la lluvia neta.

La ecuación que se aplica se expresa como:

$$P_n = \sum_{j=1}^M (P_j - \phi \Delta t) \quad (\text{VI.8})$$

donde  $P_n$ : lámina de lluvia neta,  $P_j$ : j-ésimo pulso del hietograma de lluvia total que contribuye a la lluvia neta (no confundir con el orden temporal de los pulsos),  $\phi$ : tasa de infiltración constante,  $\Delta t$ : intervalo de tiempo de cada pulso de lluvia, M: número de pulsos de lluvia que conforman el hietograma de lluvia neta.

El procedimiento de cálculo consiste en suponer inicialmente  $M=1$  (un solo pulso contribuye a la lluvia neta), comenzando con el mayor, y si es necesario se van incorporando de a uno ( $M=2$ ,  $M=3$ , etc.), siempre de mayor a menor.

Suponiendo  $M=1$  y despejando  $\phi \Delta t$  de (VI.8):

$$\phi \Delta t = P_1 - P_n \quad (\text{VI.9})$$

Si  $\phi \Delta t \geq P_2$ , donde  $P_2$  es el pulso que sigue en magnitud a  $P_1$ , entonces la suposición es correcta y hay un solo pulso de lluvia neta. Si  $\phi \Delta t < P_2$ , se debe continuar ya que se supuso un solo pulso y hay dos involucrados.

Aplicando (VI.8) con  $M=2$  y despejando  $\phi \Delta t$  se obtiene:

$$\phi \Delta t = (P_1 + P_2 - P_n) / 2 \quad (\text{VI.10})$$

Si  $\phi \Delta t \geq P_3$ , efectivamente hay dos pulsos que contribuyen a la lluvia neta y el valor de  $\phi \Delta t$  calculado es correcto. De lo contrario, si  $\phi \Delta t < P_3$ , se debe continuar con  $M=3$ , etc., como descrito anteriormente.

**Ejemplo VI.1.** Determinar el hietograma de lluvia neta, a partir del hietograma de lluvia total dado en Tabla VI.1, conociendo la lámina de lluvia neta  $P_n=18$  mm.

Tabla VI.1

t (hs)	P (mm)
0.-2.	14
2.-4.	25
4.-6.	10
6.-8.	6
8.-10.	5

**Solución.** Se aplica (VI.8) comenzando con  $M=1$  ( $P_1=25$  mm):  $\phi \Delta t=25-18=7$  mm  $<$   $P_2=14$  mm. Hay otro pulso involucrado. Entonces,  $M=2$  ( $P_2=14$  mm):  $\phi \Delta t=(25+14-18)/2=10.5$  mm  $>$   $P_3=10$  mm. Por lo tanto, respetando ahora el orden temporal:  $P_{n1}=14-10.5=3.5$  mm y  $P_{n2}=25-10.5=14.5$  mm, los cuales sumados verifican que  $P_n=18$  mm.

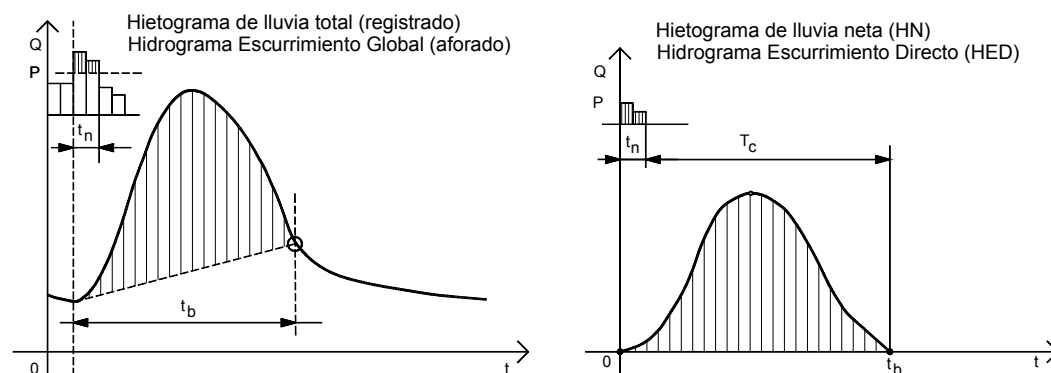
### VI.2.6 Síntesis metodológica para determinación del par HN-HED

Cabe aquí recordar la definición del tiempo de concentración de una cuenca, es decir, el tiempo necesario para que una gota de lluvia neta, que cae en el punto más alejado (temporalmente) de la sección de control, llegue hasta la misma.

A partir de un par hietograma de lluvia (registrado) e hidrograma de escurrimiento global (aforado), se pueden separar componentes de escurrimiento y determinar el hidrograma de escurrimiento directo (HED) y el correspondiente hietograma de lluvia neta que lo genera (HN). Considerando la definición de tiempo de concentración, mediante tal procedimiento podemos determinarlo. Efectivamente, del HN y del HED, se deduce que el mismo está comprendido entre el fin de la lluvia neta (momento en que cae el último diferencial de volumen de lluvia neta) y el fin del escurrimiento directo (momento en que ese mismo diferencial de volumen de lluvia neta transita por la sección de salida).

Por lo tanto, el tiempo de base del HED es igual al tiempo de lluvia neta más el tiempo de concentración ( $t_b=t_n+T_c$ ). Lo mismo dedujo Linsley (1977) analizando, con un modelo simplificado, el escurrimiento en una cuenca teórica, semicircular e impermeable.

En la Figura VI.16 se presenta una síntesis de los elementos que nos serán de máxima utilidad para determinar el hidrograma unitario (HU) de una cuenca.



**Figura VI.16:** Obtención de un hidrograma de escurrimiento directo y un hietograma neto, a partir de un hidrograma global (aforado) y un hietograma de lluvia total registrado.

### VI.3 HIDROGRAMA UNITARIO (HU)

EL hidrograma unitario es un hidrograma de escurrimiento directo (HED) originado por una lluvia neta unitaria (Sherman, 1932).

La lluvia neta unitaria se caracteriza por: i) lámina de 1 mm distribuida uniformemente sobre la cuenca, ii) *duración unitaria*, es decir, duración suficientemente menor al tiempo de concentración de la cuenca:  $t_n < 1/5$  a  $1/3 T_c$  y iii) intensidad constante en la duración unitaria (ver Figura VI.17).

Las ordenadas del hidrograma unitario representan caudal de escurrimiento directo por unidad de lámina de lluvia. Es necesario aclarar que, lo que define la característica de "unitario" no es la altura de lámina neta de 1 mm (puede ser distinta, por ejemplo, 1 pulgada en los países anglosajones, o 10 mm, etc. ), sino la *duración unitaria* de la lluvia neta.

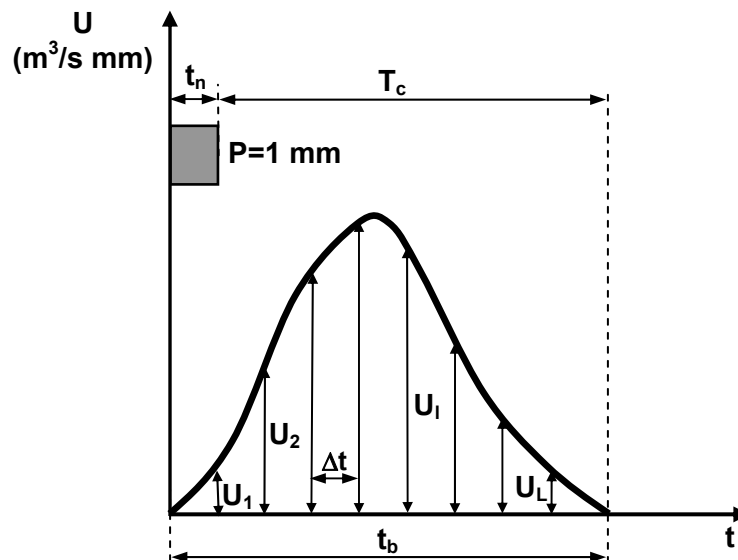
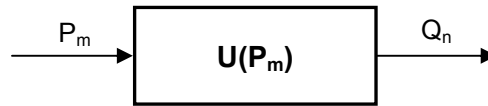


Figura VI.17: Hidrograma Unitario de duración de lluvia  $t_n$ .  $U_i, i=1,2,\dots,L$ . ( $\Delta t=t_n$ ).

El hidrograma unitario representa la función de transferencia lluvia-caudal de la cuenca y fue introducido por Sherman (1932) como "gráfica unitaria", durante el período clásico de la hidrología científica (Dooge, 1984).

Se trata de un modelo espacialmente agregado (la cuenca es considerada como un bloque único) y determinístico (a una misma entrada de lluvia neta le corresponde siempre una misma salida de caudal de escurrimiento directo), tal como se esquematiza en la Figura VI.18.



**Figura VI.18:** Esquema de la operación que realiza la función de transferencia U.

### VI.3.1 Principios del Hidrograma Unitario

Los tres principios sobre los cuales se basó Sherman, para introducir el concepto de hidrograma unitario en 1932, fueron de naturaleza totalmente empírica. Los mismos, se pudieron interpretar más tarde y permitieron desarrollar una teoría completa de hidrograma unitario, al reconocer que dichos principios describían un modelo lineal e invariante en el tiempo.

Los tres principios fundamentales se expresan como (Dooge, 1984):

*Invarianza temporal:* “Para una cuenca dada, el tiempo de base de los HED es esencialmente constante para todas las lluvias (netas), de igual duración y espacialmente uniformes, independientemente de las diferencias en el volumen de lluvia neta precipitado”.

*Proporcionalidad:* “Para una cuenca dada, si dos lluvias (netas) de intensidad constante pero de igual duración, generan distintos volúmenes de escurrimiento directo, entonces los caudales de escurrimiento directo, a los correspondientes tiempos  $t$  después del comienzo de cada lluvia, son proporcionales a los pulsos de lluvia neta que los originaron”.

*Superposición:* “Para una cuenca dada, la distribución temporal del escurrimiento directo generado por un determinado pulso de lluvia neta, es independiente de la distribución temporal del escurrimiento directo concurrente generado por un pulso inmediatamente anterior”. Es decir, los efectos individuales (hidrogramas) generados por cada pulso pueden superponerse para generar el hidrograma de escurrimiento directo compuesto.

Por lo tanto, los principios del HU enunciados por Sherman conducen a definir un modelo lineal (son válidos los principios de proporcionalidad y superposición de efectos) e invariante en el tiempo (invarianza temporal).

En síntesis, los HED generados por lluvias (netas) de duración unitaria, espacialmente uniformes y de igual duración presentan:

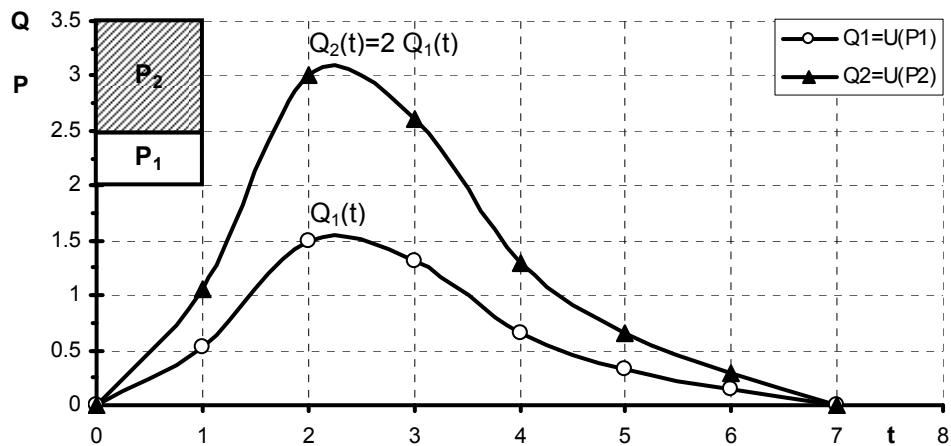
1) Igual tiempo de base ( $t_b$ ).

Es decir, el principio de invarianza temporal,  $t_b = t_n + T_c$ , constante, (a paridad de duración de lluvia neta unitaria) indica las condiciones invariantes de la cuenca, ya que, la única manera de que varíe  $t_b$  es si cambia el  $T_c$  de la cuenca. Por lo tanto, el principio de invarianza temporal del HU es válido siempre que no cambie el  $T_c$  (cambios de uso del suelo, construcción de canales, etc.).

2) Las ordenadas homólogas  $Q(t)$  de los HED son proporcionales a los respectivos pulsos de lluvia neta  $P$  que las generan. Es decir:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow Q_2 = Q_1 \frac{P_2}{P_1} \quad (\text{VI.11a}), (\text{VI.11b})$$

En la Figura VI.19 se observa la representación del principio de proporcionalidad. La función de transferencia P-Q o hidrograma unitario, opera sobre  $P_1$ ,  $U(P_1)$ , para producir  $Q_1$  y opera sobre  $P_2$ ,  $U(P_2)$ , para generar  $Q_2$ . Considerando  $P_2=2 P_1$ , donde los dos pulsos de lluvia tienen el mismo inicio en  $t=0$ , se observa que el pulso  $P_2$  genera un caudal de escurrimiento directo  $Q_2$  igual al doble de  $Q_1$ .

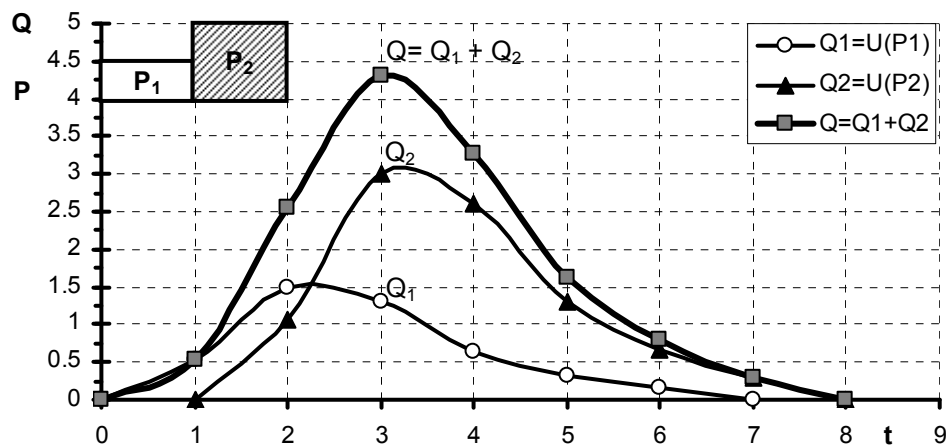


**Figura VI.19:** Representación del principio de proporcionalidad.  $P_2=2P_1$  (pulsos de lluvia precipitados en el mismo  $\Delta t$ ).

De la ecuación (VI.11b) se deduce que, considerando el par  $P_1$ - $Q_1$ , la función de transferencia es dada directamente por la relación  $U=Q_1/P_1$ , la cual multiplicada por  $P_2$  genera  $Q_2$ .

3) Los HED individuales, generados por dos (o más) pulsos de lluvia neta, pueden superponerse (sumarse), oportunamente desfasados de acuerdo al inicio temporal de cada pulso, para generar el HED compuesto.

En la Figura VI.20 se observa la representación del principio de superposición. El hidrograma unitario opera sobre los pulsos de lluvia  $P_1$  y  $P_2=2 P_1$ , tal como se describió anteriormente. Se observa que el pulso  $P_2$  genera un caudal de escurrimiento directo  $Q_2$  igual al doble de  $Q_1$  (proporcionalidad), pero desfasado un  $\Delta t$ , dado que  $P_2$  tiene origen en  $t=\Delta t$ . El hidrograma compuesto se obtiene sumando las ordenadas homólogas de los dos hidrogramas parciales:  $Q=Q_1+Q_2$ .



**Figura VI.20:** Representación del principio de superposición.  $P_2=2P_1$ , con el pulso  $P_2$  precipitado un  $\Delta t$  después del  $P_1$ .

### VI.3.2 Proceso de convolución discreta

Suponiendo que se conoce el Hidrograma Unitario (HU), formado por  $U_i$  ordenadas no nulas  $U_i$ , con  $i=1,2,\dots,L$  (ver Figura VI.17); y el hietograma de lluvia neta (HN) compuesto por pulsos  $P_m$ , con  $m=1,2,\dots,M$ . El proceso de *convolución* discreta entre el HU y el HN permite calcular el hidrograma de escurrimiento directo (HED), formado por las ordenadas no nulas  $Q_n$ , con  $n=1,2,\dots,N$ . La derivación del HU, a partir del HED y del HN requiere un proceso llamado de *deconvolución*, que veremos más adelante.

Las  $L$  ordenadas no nulas del hidrograma unitario se obtienen discretizando el HU con un intervalo de tiempo igual a la duración de lluvia neta del mismo ( $\Delta t=t_n$ ). El proceso de convolución, expresa los principios de proporcionalidad y superposición descritos anteriormente. En particular, para asegurar la correcta realización de la superposición de efectos, el hietograma neto debe ser discretizado con el mismo  $\Delta t$  utilizado para discretizar el HU, de donde resultarán los  $M$  pulsos de lluvia neta. El HED quedará compuesto por  $N$  ordenadas no nulas (cada una separada  $\Delta t$ ), donde  $N=L+M-1$ .

El proceso de convolución puede ser representado en forma matricial mediante el producto entre la matriz de precipitaciones netas  $[P]$  y el vector de ordenadas no nulas del hidrograma unitario  $[U]$ :

$$[P] [U] = [Q] \quad (VI.12)$$

donde  $[Q]$  es el vector de ordenadas no nulas del HED.

Si  $L$  es el número de ordenadas no nulas del hidrograma unitario, para que el producto  $[P] [U]$  quede definido, la matriz de precipitaciones debe estar formada por  $L$  columnas. La matriz de precipitaciones se construye disponiendo en cada columna los  $M$  pulsos de precipitación ordenados como se muestra en la Figura VI.21.

								U <sub>1</sub>
								U <sub>2</sub>
								U <sub>3</sub>
								U <sub>4</sub>
								⋮
								U <sub>L-1</sub>
								U <sub>L</sub>
1	2	3	4	⋮	⋮	L-1	L	Q <sub>1</sub>
P <sub>1</sub>	0	0	0	⋮	⋮	0	0	Q <sub>2</sub>
P <sub>2</sub>	P <sub>1</sub>	0	0	⋮	⋮	0	0	Q <sub>3</sub>
P <sub>3</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>1</sub>	0	⋮	⋮	0	0	Q <sub>4</sub>
P <sub>4</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>1</sub>	⋮	⋮	0	0	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
0	0	0	0	⋮	⋮	P <sub>M</sub>	P <sub>M-1</sub>	Q <sub>N-1</sub>
0	0	0	0	⋮	⋮	0	P <sub>M</sub>	Q <sub>N</sub>

Figura VI.21: Representación de la convolución mediante el producto matricial [P] [U].

Realizando el producto matricial, es decir, la sumatoria del producto término a término de las filas de [P] por las ordenadas de [U], se obtienen los caudales de escurrimiento directo:

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= P_1 U_1 \\
 Q_2 &= P_2 U_1 + P_1 U_2 \\
 Q_3 &= P_3 U_1 + P_2 U_2 + P_1 U_3 \\
 Q_4 &= P_4 U_1 + P_3 U_2 + P_2 U_3 + P_1 U_4 \\
 &\vdots \\
 Q_{N-1} &= 0 + 0 + 0 + 0 + \dots + P_M U_{L-1} + P_{M-1} U_L \\
 Q_N &= 0 + 0 + 0 + 0 + \dots + 0 + P_M U_L
 \end{aligned}$$

Las diagonales indican la proporcionalidad entre cada pulso P<sub>m</sub> y las ordenadas U<sub>i</sub> del hidrograma unitario, es decir, representan los hidrogramas parciales generados por cada pulso de lluvia neta. Mientras que, las filas indican la superposición de efectos, es decir, representan la suma de las ordenadas homólogas de cada uno de los hidrogramas parciales.

Una alternativa al producto matricial [P] [U] es utilizar la ecuación de convolución discreta:

$$Q_n = \sum_{m=1}^{n \leq M} P_m U_{n-m+1} \tag{VI.13}$$

Para aplicarla se hace variar n=1,2,...,N y m=1,2,...,M; con la condición que, para valores de n>M, el índice m varía hasta su valor máximo M y así se mantiene. Es decir:

$$\begin{array}{lll}
 n=1; & m=1 & \rightarrow Q_1 \\
 n=2; & m=1,2 & \rightarrow Q_2 \\
 n=3; & m=1,2,3 & \rightarrow Q_3 \\
 n=4; & m=1,2,3,4 & \rightarrow Q_4 \\
 \vdots & \vdots & \vdots \\
 n=M; & m=1,2,3,4,\dots,M & \rightarrow Q_M \\
 n=M+1; & m=1,2,3,4,\dots,M & \rightarrow Q_{M+1} \\
 \vdots & \vdots & \vdots \\
 n=N-1; & m=1,2,3,4,\dots,M & \rightarrow Q_{N-1} \\
 n=N; & m=1,2,3,4,\dots,M & \rightarrow Q_N
 \end{array}$$

Por otra parte, si el índice  $n-m+1 > L$ , entonces  $U_{n-m+1} = 0$  (ya que se supera el número de ordenadas  $L$  del hidrograma unitario). El resultado que se obtiene al aplicar (VI.13) es idéntico al descrito anteriormente mediante el producto matricial  $[P][U]$ . La única diferencia es que los hidrogramas parciales generados por cada pulso de lluvia (proporcionalidad) quedan ordenados en columnas y no en diagonales.

**Ejemplo VI.2.** Realizar la convolución entre el hidrograma de lluvia neta formado por 3 pulsos ( $M=3$ ) y el hidrograma unitario de 5 ordenadas no nulas ( $L=5$ ).

**Solución:** El número de ordenadas no nulas del HED será:  $N=L+M-1=5+3-1=7$ . Por lo tanto, aplicando el producto matricial  $[P][U]$  se obtiene:

					$U_1$ $U_2$ $U_3$ $U_4$ $U_5$	
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>		$Q_1 = P_1 U_1$
$P_1$	0	0	0	0		$Q_2 = P_2 U_1 + P_1 U_2$
$P_2$	$P_1$	0	0	0		$Q_3 = P_3 U_1 + P_2 U_2 + P_1 U_3$
$P_3$	$P_2$	$P_1$	0	0		$Q_4 = P_3 U_2 + P_2 U_3 + P_1 U_4$
0	$P_3$	$P_2$	$P_1$	0		$Q_5 = P_3 U_3 + P_2 U_4 + P_1 U_5$
0	0	$P_3$	$P_2$	$P_1$		$Q_6 = P_3 U_4 + P_2 U_5$
0	0	0	$P_3$	$P_2$		$Q_7 = P_3 U_5$

Por otra parte, aplicando (VI.13) se obtiene el mismo resultado:

$$\begin{array}{lll}
 n=1; m=1 & \rightarrow & Q_1 = P_1 U_1 \\
 n=2; m=1,2 & \rightarrow & Q_2 = P_1 U_2 + P_2 U_1 \\
 n=3; m=1,2,3 & \rightarrow & Q_3 = P_1 U_3 + P_2 U_2 + P_3 U_1 \\
 n=4; m=1,2,3 & \rightarrow & Q_4 = P_1 U_4 + P_2 U_3 + P_3 U_2 \\
 n=5; m=1,2,3 & \rightarrow & Q_5 = P_1 U_5 + P_2 U_4 + P_3 U_3 \\
 n=6; m=1,2,3 & \rightarrow & Q_6 = P_2 U_5 + P_3 U_4 \\
 n=7; m=1,2,3 & \rightarrow & Q_7 = P_3 U_5
 \end{array}$$

### VI.3.3 Derivación del Hidrograma Unitario: Deconvolución

El HU puede derivarse a partir de un par hietograma de lluvia neta (HN) - hidrograma de escurrimiento directo (HED), obtenidos como se describió en el punto VI.2. La deducción de las ordenadas  $U_l$  del hidrograma unitario, a partir de los pulsos de lluvia neta  $P_m$  que conforman el HN y los caudales de escurrimiento directo  $Q_n$  del HED, requiere un proceso de cálculo denominado *deconvolución*.

El par HN-HED debe seleccionarse preferentemente para lluvias netas de corta duración. En contraposición con las lluvias de larga duración, las de corta duración no presentan intervalos intermedios con lluvia nula, generan hidrogramas bien definidos de un solo pico, y describen en general, como se organiza la red de flujo para generar la respuesta de la cuenca, independientemente de las características de la lluvia.

A tales fines, se deben seleccionar pares HN-HED que cumplan con la condición de lluvia de duración suficientemente menor que el tiempo de concentración, adoptándose:  $t_n < 1/5$  a  $1/3 T_c$ .

Por otra parte, la lluvia debe ser aproximadamente uniforme sobre toda la cuenca, si la cuenca tiene una superficie importante, esta hipótesis puede no ser consistente y, por lo tanto, debería subdividirse en subcuencas y estudiar cada una de ellas.

El comportamiento de la naturaleza, no se ajusta frecuentemente a las hipótesis de linealidad postulados por Sherman. Pero, si es posible seleccionar la información que las cumpla, entonces los resultados del HU son confiables (Chow et al., 1994).

Supongamos que el HN tiene  $M$  pulsos de lluvia neta y el HED tiene  $N$  ordenadas no nulas, luego pueden escribirse  $N$  ecuaciones para  $Q_n$ ,  $n=1,2,\dots,N$ ; en términos de  $L$  ordenadas no nulas desconocidas del hidrograma unitario:  $L=N-M+1$ , tal como el conjunto de ecuaciones para la convolución en tiempo discreto vistas anteriormente.

Si  $M=1$  (hietograma de lluvia neta presenta un solo pulso de precipitación), entonces  $L=N$ , es decir, existen tantas incógnitas  $U_l$ ,  $l=1,2,\dots,L$ ; como ecuaciones disponibles. En este caso, la deducción de las ordenadas del HU es directa aplicando el principio de proporcionalidad. En cambio, si  $M>1$ , el conjunto de ecuaciones está sobredimensionado, ya que existen más ecuaciones ( $N$ ) que incógnitas ( $L=N-M+1$ ). Si  $M>1$  se deben aplicar conjuntamente los principios de proporcionalidad y superposición.

#### VI.3.3.1 Solución por método algebraico directo

Las ordenadas del HU pueden determinarse, a partir del conjunto de ecuaciones descriptas en el caso de la convolución, mediante el método algebraico directo (MAD) de eliminación gaussiana, que consiste en realizar sustituciones sucesivas ya sea avanzando o retrocediendo en el tiempo.

Supongamos que el HN está compuesto por 3 pulsos de lluvia neta ( $M=3$ ) de duración  $\Delta t$  cada uno ( $t_n=3\Delta t$ ) y de la discretización del HED, con un paso de tiempo  $\Delta t$ , se obtienen 7 ordenadas no nulas ( $N=7$ ). Por lo tanto, tenemos  $L=N-M+1=7-3+1=5$  ordenadas no nulas incógnitas del HU. Este es el caso planteado en el ejemplo VI.2, por lo tanto, las ecuaciones que se pueden escribir son:

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= P_1 U_1 \\
 Q_2 &= P_1 U_2 + P_2 U_1 \\
 Q_3 &= P_1 U_3 + P_2 U_2 + P_3 U_1 \\
 Q_4 &= P_1 U_4 + P_2 U_3 + P_3 U_2 \\
 Q_5 &= P_1 U_5 + P_2 U_4 + P_3 U_3 \\
 Q_6 &= \quad \quad P_2 U_5 + P_3 U_4 \\
 Q_7 &= \quad \quad \quad P_3 U_5
 \end{aligned}$$

Mediante el método algebraico directo con sustituciones sucesivas avanzadas (MAD-SSA) se comienza desde la primera ecuación y se despeja  $U_1$ :

$$U_1 = Q_1 / P_1$$

Dicho valor se sustituye en la segunda ecuación y se despeja  $U_2$ :

$$U_2 = (Q_2 - P_2 U_1) / P_1$$

Los valores de  $U_1$  y  $U_2$ , calculados anteriormente, se sustituyen en la tercera ecuación y se despeja  $U_3$ :

$$U_3 = (Q_3 - P_2 U_2 - P_3 U_1) / P_1$$

Y así sucesivamente:

$$U_4 = (Q_4 - P_2 U_3 - P_3 U_2) / P_1$$

$$U_5 = (Q_5 - P_2 U_4 - P_3 U_3) / P_1$$

Como señalado precedentemente, la sexta y séptima ecuación no se utilizan porque el sistema está sobredimensionado. No necesariamente esas dos últimas ecuaciones deben verificar los valores de  $U_4$  y  $U_5$  calculados previamente.

El MAD-SSA es muy sensible a los datos de entrada (Dooge, 1984). Dependiendo de las diferencias entre los valores de los pulsos de precipitación neta y del gradiente de la rama ascendente del HED (debido a no-linealidades entre el HN-HED de la cuenca), puede suceder que el valor de  $U_2$ , despejado de la segunda ecuación, sea negativo si  $Q_2 < P_2 U_1$ . Esto generalmente desencadena un proceso de inestabilidad que se propaga y amplifica a medida que se van realizando las sucesivas sustituciones.

En tales circunstancias es necesario intentar derivar el HU mediante sustituciones sucesivas retrasadas, tal como propuesto por Barnes (1959).

En el MAD con sustituciones sucesivas retrasadas (MAD-SSR), se comienza desde la última ecuación y se despeja  $U_5$ :

$$U_5 = Q_7 / P_3$$

Dicho valor se sustituye en la anteúltima ecuación y se despeja  $U_4$ :

$$U_4 = (Q_6 - P_2 U_5) / P_3$$

Los valores de  $U_4$  y  $U_5$ , calculados anteriormente, se sustituyen en la antepenúltima ecuación y se despeja  $U_3$ :

$$U_3 = (Q_5 - P_1 U_5 - P_2 U_4) / P_3$$

Y así sucesivamente:

$$U_2 = (Q_4 - P_1 U_4 - P_2 U_3) / P_3$$

$$U_1 = (Q_3 - P_1 U_3 - P_2 U_2) / P_3$$

Igual que en el método anterior, la primera y la segunda ecuación no se utilizan porque el sistema está sobredimensionado. No necesariamente esas dos últimas ecuaciones deben verificar los valores de  $U_1$  y  $U_2$  calculados previamente.

Si eventualmente persiste la inestabilidad, se debe resolver simultáneamente el conjunto completo de ecuaciones mediante métodos de optimización por programación lineal o no lineal, que veremos más adelante.

Queda claro que si el HN hubiera estado compuesto por un solo pulso ( $M=1$ ), entonces  $L=N-M+1=7-1+1=7$ . En este caso, la derivación del HU hubiera sido inmediata aplicando el principio de proporcionalidad, es decir, dividiendo todos los caudales de escurrimiento directo ( $N=7$ ) por el único pulso de precipitación  $P_1$ .

El hidrograma unitario (HU) derivado mediante el método descrito se asocia a una lluvia neta de 1 mm, de duración  $t_n=\Delta t$ , es decir, de duración de lluvia igual al intervalo de tiempo de cada pulso de lluvia del HN.

Siempre se debe verificar que el HU cumpla la continuidad en términos de volumen. Es decir, el volumen de lluvia neta (1 mm de lluvia neta por el área de la cuenca) debe ser igual al volumen de escurrimiento directo (área debajo el HU). Por otra parte, se debe verificar que el HU cumpla también la condición:  $t_b=t_n + T_c$ , lo cual está indicando que el  $T_c$  de la cuenca, determinado a partir del par HN-HED, se mantiene (ver Figura VI.17).

### VI.3.3.2 Solución por métodos de optimización

Cuando el método descrito anteriormente (ya sea con sustituciones sucesivas avanzadas o retrasadas) resulta inestable, se debe resolver el conjunto completo de ecuaciones en forma simultánea.

En estos casos es recomendable utilizar métodos alternativos de optimización basados en programación lineal o no lineal, con restricciones (Eagleson et al., 1966; Deininger, 1969; Mays y Coles, 1980; Diskin y Boneh, 1975; Mays y Taur, 1982; Unver y Mays, 1984).

A tales efectos se puede utilizar la herramienta Solver de Excel©. Solver utiliza el método Simplex para programación lineal y el método del Gradiente Reducido Generalizado (GRG)

para programación no lineal. A los fines de determinar las ordenadas del HU, es posible aplicar cualquiera de los dos métodos, especificando una función objetivo a minimizar.

La función objetivo a minimizar mediante programación lineal (Dodge, 1984), es una función lineal definida como el promedio de los valores absolutos de las diferencias entre el caudal de escurrimiento directo observado y estimado:

$$\tilde{D}_Q = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |Q_{n \text{ obs}} - Q_{n \text{ est}}| \quad (\text{VI.14})$$

Las primeras aplicaciones de este método, para el análisis de sistemas hidrológicos, fueron realizadas por Eagleson et al. (1966) y Deininger (1969).

Alternativamente, la solución por programación no lineal (Diskin y Boneh, 1975; Mays y Taur, 1982; Unver y Mays, 1984; Dooge 1984), se obtiene minimizando el error cuadrático medio entre valores observados y estimados de caudales de escurrimiento directo:

$$\tilde{E}_c = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (Q_{n \text{ obs}} - Q_{n \text{ est}})^2 \quad (\text{VI.15})$$

donde  $Q_{n \text{ obs}}$ , son los caudales de escurrimiento directo observados (ordenadas no nulas del HED observado) y  $Q_{n \text{ est}}$  son los caudales de escurrimiento directo estimados a partir de la convolución entre el HN y el HU estimado.

La primera estimación expeditiva del hidrograma unitario se realiza dividiendo todas las ordenadas no nulas del HED observado por la lámina de lluvia neta total (pulsos de lluvia neta del HN sumados):

$$U'_l = \frac{Q_{n \text{ obs}}}{\sum_{m=1}^M P_m} \quad (\text{VI.16})$$

Luego se estiman los caudales de escurrimiento directo ( $Q_{n \text{ est}}$ ) realizando la convolución entre el HN, conformado por los pulsos  $P_m$  ( $m=1,2,\dots,M$ ) y el HU estimado, conformado por las ordenadas no nulas  $U'_l$  ( $l=1,2,\dots,L$ ) determinadas anteriormente. Para eso se aplica la ecuación de convolución discreta:

$$Q_{n \text{ est}} = \sum_{m=1}^{n \leq M} P_m U'_{n-m+1} \quad (\text{VI.17})$$

Con Solver se busca el valor óptimo (en este caso es el valor mínimo) para la fórmula de la *función objetivo*, especificada en la "celda objetivo". Solver funciona en un grupo de celdas relacionadas con la fórmula de la celda objetivo. Es decir, ajusta los valores en las celdas cambiantes indicadas (en este caso las celdas que contienen las ordenadas  $U$ ), denominadas celdas ajustables, para generar el valor mínimo de la fórmula especificada en la celda objetivo (fórmulas VI.14 o VI.15).

Además, deben especificarse ciertas restricciones a los valores de las celdas ajustables (ordenadas del HU). Las restricciones a imponer a la solución son: 1) Las ordenadas del

HU deben ser todas positivas y 2) El volumen del HU dividido por el área de la cuenca debe ser igual a 1 mm.

De esta manera se resuelve en forma simultánea el conjunto completo de ecuaciones, asegurando que todas las ordenadas del HU son positivas y que el HU derivado cumple con la condición de continuidad en términos de volumen.

**Ejemplo VI.3.** Deducir el HU a partir del par HN – HED, para una cuenca de área  $A=34.56 \text{ km}^2$ .

HN		HED			
t (hs)	P (mm)	t (hs)	Q (m <sup>3</sup> /s)	t (hs)	Q (m <sup>3</sup> /s)
0-2	10	0	0.00	14	17.00
2-4	15	2	1.00	16	10.25
4-6	5	4	5.50	18	5.75
		6	14.50	20	3.00
		8	27.00	22	1.25
		10	32.50	24	0.25
		12	26.00	26	0.00

**Solución 1** (Método algebraico directo).

Verificamos duración de lluvia neta suficientemente menor a  $T_c$ :  $T_c = t_b - t_n = 26 - 6 = 20 \text{ hs}$ . Por lo tanto,  $t_n = 6 \text{ hs} < (1/3)T_c = 6.7 \text{ hs}$ . El volumen del HED es  $V_{\text{HED}} = \Delta t \sum Q_n = 1036800 \text{ m}^3$ . Como el HED cumple continuidad, verificamos el área de la cuenca:  $A = V_{\text{HED}}/P_n = 1036800 \text{ m}^3 / 0.030 \text{ m} = 34560000 \text{ m}^2 = 34.56 \text{ km}^2$ .

Tenemos 3 pulsos de lluvia neta de 2 horas c/u ( $M=3$ ) y 12 ordenadas no nulas del HED ( $N=12$ ). Por lo tanto, el número de ordenadas no nulas del HU serán:  $L = N - M + 1 = 12 - 3 + 1 = 10$ . Planteando el sistema de ecuaciones y resolviendo para las incógnitas  $U_i$ ,  $i=1,2,\dots,L$ ; tal como descrito en VI.3.3.1, se obtiene un HU asociado a una lluvia neta de 1 mm y de duración  $t_n=2 \text{ hs}$ .

El resultado que se obtiene es el mismo, ya sea realizando sustituciones sucesivas avanzadas o retrasadas en el tiempo, tal como se observa en la Tabla VI.2:

**Tabla VI.2.** Derivación HU con Método algebraico directo, ejemplo VI.3.

t	n	Q <sub>n</sub>	m	P <sub>m</sub>	MAD-SSA		MAD-SSR		
					l	U <sub>l</sub>	t	l	U <sub>l</sub>
2	1	1.00	1	10	1	0.10			
4	2	5.50	2	15	2	0.40			
6	3	14.50	3	5	3	0.80	2	1	0.10
8	4	27.00			4	1.30	4	2	0.40
10	5	32.50			5	0.90	6	3	0.80
12	6	26.00			6	0.60	8	4	1.30
14	7	17.00			7	0.35	10	5	0.90
16	8	10.25			8	0.20	12	6	0.60
18	9	5.75			9	0.10	14	7	0.35
20	10	3.00			10	0.05	16	8	0.20
22	11	1.25					18	9	0.10
24	12	0.25					20	10	0.05

Unidades: t (hs), Q (m<sup>3</sup>/s), P (mm), U (m<sup>3</sup>/s mm), n (-), m (-), l (-)

Agregando ahora las ordenadas nulas de inicio y fin, el tiempo de base del HU es de 22 hs. Por lo tanto, se conserva el  $T_c$  de la cuenca,  $T_c = t_b - t_n = 22 - 2 = 20$  hs. Por otra parte, se satisface la continuidad; el volumen del HU es  $V_{HU} = \Delta t \sum U_i = 34560 \text{ m}^3/\text{mm} = 34560000 \text{ m}^2$ , el cual dividido por el área de la cuenca nos da 1 mm de lluvia neta.

### Solución 2 (Método de optimización).

Se realiza una primera estimación de las ordenadas del HU (Col. E), dividiendo los caudales del HED observado (Col. C) por  $P=30$  mm (suma de los 3 pulsos de lluvia neta). Los valores de la Col. E se repiten en la Col. F y con estos últimos se realiza la convolución (Col. G, H, I y J). Se estima el error cuadrático (Col. K) y se determina el error cuadrático medio  $\bar{E}_c$ . Con Solver se fija la celda objetivo (valor de  $\bar{E}_c$ ) a minimizar y se especifican las celdas ajustables (Col. F). Se especifican las restricciones descriptas en VI.3.3.2 (Valores Col. F > 0 y  $P=V_{HU}/A=1$  mm). En opciones, se define el modelo (en este caso programación no lineal) y se ejecuta, obteniéndose el resultado que se muestra en la Tabla VI.3.

**Tabla VI.3.** Derivación HU con Método de Optimización, ejemplo VI.3.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
						$P_1=10$	$P_2=15$	$P_3=5$	$G+H+I$	
t	n	$Q_n \text{ obs}$	I	$U'_{i, \text{ est}}$	$U_{i, \text{ est}}$	$Q_1 \text{ est}$	$Q_2 \text{ est}$	$Q_3 \text{ est}$	$Q_n \text{ est}$	$(Q_{\text{obs}} - Q_{\text{est}})^2$
2	1	1.00	1	0.0333	0.10	1.00			1.00	1.68E-11
4	2	5.50	2	0.1833	0.40	4.00	1.50		5.50	8.66E-12
6	3	14.50	3	0.4833	0.80	8.00	6.00	0.50	14.50	9.91E-12
8	4	27.00	4	0.9000	1.30	13.00	12.00	2.00	27.00	3.88E-13
10	5	32.50	5	1.0833	0.90	9.00	19.50	4.00	32.50	6.79E-12
12	6	26.00	6	0.8666	0.60	6.00	13.50	6.50	26.00	1.41E-11
14	7	17.00	7	0.5666	0.35	3.50	9.00	4.50	17.00	1.31E-11
16	8	10.25	8	0.3416	0.20	2.00	5.25	3.00	10.25	1.31E-13
18	9	5.75	9	0.1916	0.10	1.00	3.00	1.75	5.75	1.48E-12
20	10	3.00	10	0.1000	0.05	0.50	1.50	1.00	3.00	1.45E-13
22	11	1.25					0.75	0.50	1.25	3.51E-14
24	12	0.25						0.25	0.25	2.69E-14
				<b>P=</b>	<b>1</b>				<b><math>\bar{E}_c=</math></b>	<b>5.96E-12</b>

Unidades: t (hs), Q ( $\text{m}^3/\text{s}$ ), P (mm), U ( $\text{m}^3/\text{s mm}$ ), n (-), I (-).

Idéntico resultado se obtiene utilizando programación lineal, con la función objetivo definida mediante la fórmula VI.14.

### VI.3.4 Síntesis metodológica para derivación del HU

Se resumen a continuación los pasos metodológicos para deducción de un HU:

- A partir del hidrograma global aforado, en la sección de cierre de la cuenca de área A, determinar el hidrograma de escurrimiento directo (HED), con alguno de los métodos de separación de componentes de flujo subterráneo.
- Obtenido el HED, determinar el volumen de la lluvia neta, representado por el área bajo el HED, es decir, es igual al  $V_{HED}$ .
- Calcular la altura de lámina neta precipitada  $P_n = V_{HED}/A$ .

- A partir de los datos de lluvia total, determinar el hietograma medio de la cuenca, para la lluvia total. Controlar que las lluvias totales en cada estación sean medianamente similares (distribución espacial cuasi-uniforme).
- Determinar el hietograma neto (HN), identificando la lámina neta  $P_n$  en el hietograma obtenido en el paso anterior, con el método del índice  $\phi$  o el método del número de curva CN. Controlar que no existan intervalos intermedios con lluvia nula.
- Verificar si el par HN-HED cumple con la condición de lluvia de corta duración, es decir, suficientemente menor que el tiempo de concentración:  $t_{n\text{HED}} < 1/5$  a  $1/3 T_c$ .
- Si el HN está compuesto por más de un pulso de precipitación. Discretizar el HED según el  $\Delta t$  de cada pulso del HN y deconvolucionar, mediante eliminación gaussiana u optimización, para obtener el HU asociado a una lámina de lluvia neta de 1 mm y de duración  $t_{n\text{HU}} = \Delta t$ .
- Controlar continuidad, es decir:  $V_{\text{HU}} / A = 1$  mm. Controlar, además, que el  $T_c$  sea igual al determinado a partir del par HN-HED.

### VI.3.5 Aplicación del Hidrograma Unitario

Cuando el HU ha sido deducido puede utilizarse como función de transferencia lluvia-caudal de la cuenca, para obtener mediante convolución, el hidrograma de escurrimiento directo asociado a cualquier hietograma de exceso de lluvia (lluvia neta). El HU es válido exclusivamente para la cuenca de influencia, aguas arriba de la sección de cierre donde se realizó el aforo, que permitió determinar el par HN-HED y del cual fue derivado.

Para el proyecto de una obra hidráulica, el mismo puede utilizarse para determinar el hidrograma asociado a una lluvia de diseño. El procedimiento consiste en determinar el hietograma de lluvia total, es decir, la distribución temporal de la lluvia de diseño; lo cual se abordará con más detalle en el Capítulo IX. Es importante señalar que, el intervalo de tiempo  $\Delta t$  para cada uno de los pulsos de lluvia que componen el hietograma, deben ser iguales a la duración de lluvia  $t_n$  del HU. Esto es para asegurar que la superposición de efectos sea realizada correctamente.

Luego se determina el HN mediante el método del número de curva CN, tal como se describió en el Capítulo V, y se definen los pulsos de lluvia neta  $P_m$ ,  $m=1,2,\dots,M$  (cada uno de  $\Delta t=t_{n\text{HU}}$ ) y se seleccionan las ordenadas no nulas del HU ( $U_l$ ,  $l=1,2,\dots,L$ ) cada una separada un intervalo de tiempo  $t_{n\text{HU}}$ . Posteriormente se realiza la convolución entre el HN y el HU, tal como se describió en VI.3.2, y se determinan  $N=L+M-1$  ordenadas no nulas del HED de diseño.

**Ejemplo VI.4.** Determinar el hidrograma de diseño a partir del HU de  $t_n=2$  hs, derivado en el ejemplo VI.3. La lluvia neta de diseño determinada estadísticamente es de 104 mm para una duración de 8 hs y el hietograma se compone de 4 pulsos de duración 2 hs cada uno:  $P_1=25$  mm,  $P_2=47$  mm,  $P_3=22$  mm y  $P_4=10$  mm. Controlar continuidad:  $P=V_{\text{HED}}/A$ .

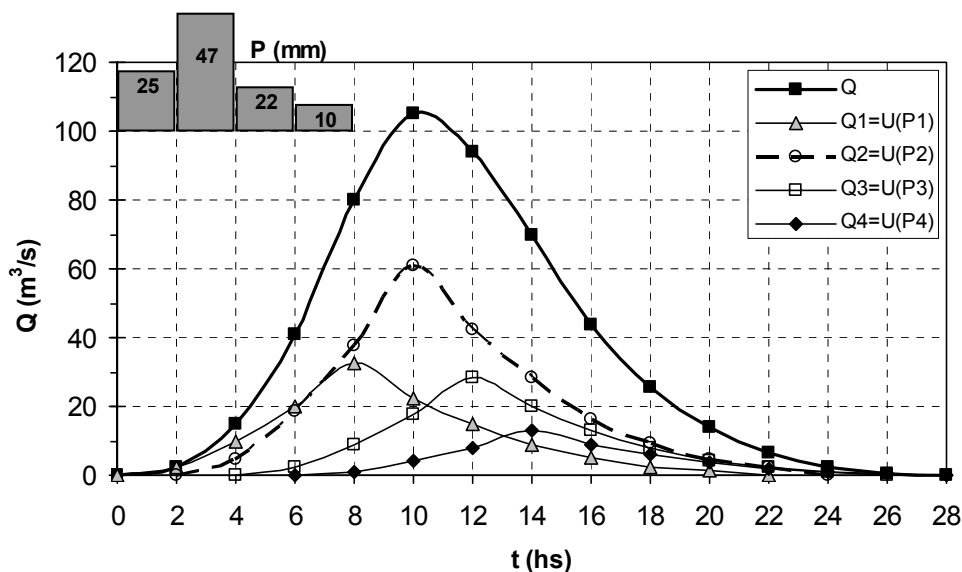
**Solución.** Siendo  $L=10$  y  $M=4$ , quedarán definidas  $N=10+4-1=13$  ordenadas no nulas del HED de diseño. El cálculo por convolución discreta se observa en la Tabla VI.4.

**Tabla VI.4.** Convolución HU e hietograma de diseño, ejemplo VI.4.

t	l	U <sub>l</sub>	n	P <sub>1</sub> =25	P <sub>2</sub> =47	P <sub>3</sub> =22	P <sub>4</sub> =10	Q <sub>n</sub>
				Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>	Q <sub>3</sub>	Q <sub>4</sub>	
2	1	0.10	1	2.5				2.5
4	2	0.40	2	10	4.7			14.7
6	3	0.80	3	20	18.8	2.2		41.0
8	4	1.30	4	32.5	37.6	8.8	1.0	79.9
10	5	0.90	5	22.5	61.1	17.6	4.0	105.2
12	6	0.60	6	15	42.3	28.6	8.0	93.9
14	7	0.35	7	8.75	28.2	19.8	13.0	69.8
16	8	0.20	8	5	16.45	13.2	9.0	43.7
18	9	0.10	9	2.5	9.4	7.7	6.0	25.6
20	10	0.05	10	1.25	4.7	4.4	3.5	13.9
22			11		2.35	2.2	2.0	6.6
24			12			1.1	1.0	2.1
26			13				0.5	0.5
Volumen: $V = \Delta t \sum Q$				864000	1624320	760320	345600	3594240
Área cuenca: A				34.56	34.56	34.56	34.56	34.56
Lluvia neta: $P = V / A$				25	47	22	10	104

Unidades: t (hs), U (m<sup>3</sup>/s mm), P (mm), Q (m<sup>3</sup>/s), n (-), l (-), V(m<sup>3</sup>), A (km<sup>2</sup>).

Se satisface la continuidad. Además, agregando las ordenadas nulas de inicio y fin, el tiempo de base del hidrograma de diseño es de 28 hs. Por lo tanto, se conserva el T<sub>c</sub> de la cuenca, T<sub>c</sub>= t<sub>b</sub> - t<sub>n</sub> =28-8=20 hs, tal como se observa en la Figura VI.22.

**Figura VI.22:** Hidrograma de diseño, calculado para el ejemplo VI.4.

Si el curso de agua es perenne, se debe agregar el caudal base del mismo, o sea, el caudal asociado al aporte del flujo subterráneo. Generalmente se suma un valor constante de Q<sub>b</sub>, por lo tanto, el hidrograma de diseño estará compuesto por el aporte del escurrimiento directo Q<sub>HED</sub>, debido a la lluvia de diseño, más el aporte del flujo subterráneo Q<sub>b</sub>. Como descrito en VI.2.2.3, en cursos de agua transitorios y efímeros el caudal base es nulo.

### VI.3.6 Hidrograma en S

El hidrograma S se define como el hidrograma producido por una secuencia de pulsos de lluvia neta unitaria, de intensidad constante, que cae sobre la cuenca durante un tiempo superior al tiempo de concentración de la cuenca.

Por lo tanto, el mismo puede ser obtenido mediante el proceso de convolución entre el HU de la cuenca y su correspondiente hidrograma unitario, repitiendo este último tantas veces como sea necesario para que la duración de la lluvia sea mayor o igual al  $T_c$  de la cuenca.

Consecuentemente, el hidrograma S representa la evolución temporal del caudal de salida, ante una lluvia ininterrumpida que cae sobre la cuenca hasta que la misma entra en equilibrio completo. Efectivamente, cuando el caudal de salida  $Q_s$  (Hidrograma S) es igual al caudal de entrada ( $Q_e = i A$ ), se alcanza el tiempo de equilibrio o tiempo de concentración de la cuenca, o sea, la cuenca "entra en régimen". Si la duración de la lluvia fuera infinita estaríamos en la situación teórica de condición de régimen perpetuo, que se asocia justamente al hidrograma S teórico.

En la Figura VI.23 se muestra el hidrograma S obtenido con el HU deducido para la cuenca de  $34.56 \text{ km}^2$  del ejemplo VI.3, cuyo tiempo de concentración es de 20 hs. Se observa que a partir de dicho tiempo, el caudal de salida  $Q_s$  es igual al caudal de entrada  $Q_e = i A = 4.8 \text{ m}^3/\text{s}$ , y se mantiene en ese valor mientras dura la lluvia (cuenca en régimen).

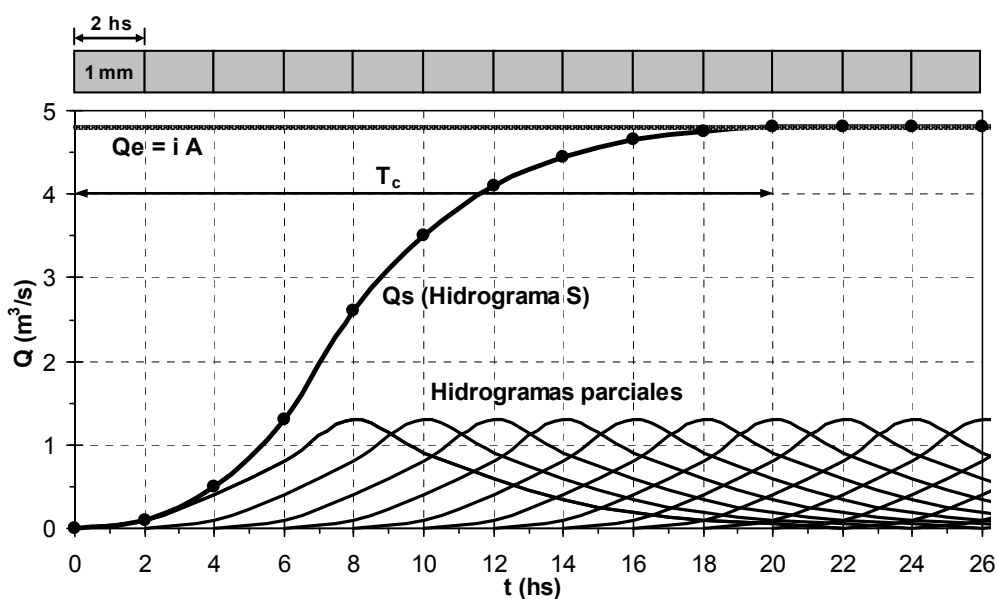
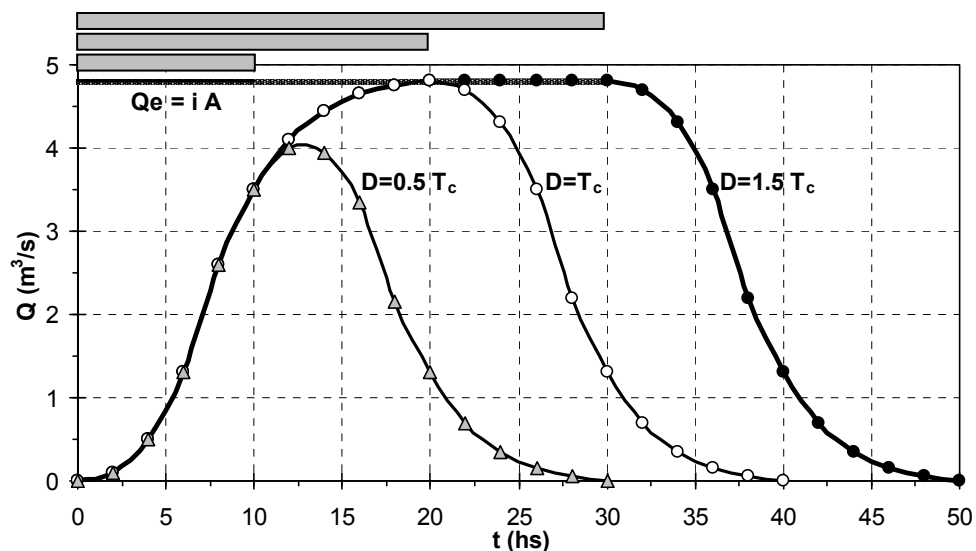


Figura VI.23: Hidrograma S para la cuenca del ejemplo VI.3.

Es necesario aclarar que, si la lluvia cesa, ya sea antes o después que la cuenca alcanza la condición de régimen; entonces el volumen almacenado (en tránsito) por la

cuenca en ese período, se descargará en un tiempo igual al tiempo de concentración. Este proceso fue descrito en el punto VI.2.3, cuando se analizó la respuesta de la cuenca teórica de Linsley, con un modelo basado en la analogía de reservorio y traslado.

En la Figura VI.24 se presentan los hidrogramas de salida de la cuenca del ejemplo VI.3 para la lluvia neta unitaria ( $P=1$  mm,  $t_n=2$  hs) repetida 15 veces ( $D=1.5 T_c=30$  hs), 10 veces ( $D=T_c=20$  hs) y 5 veces ( $D=0.5 T_c=10$  hs). En los tres casos, se observa que los tiempos de base de los hidrogramas de salida son iguales a las respectivas duraciones de lluvia más el tiempo de concentración.



**Figura VI.24:** Hidrogramas de salida de la cuenca (ejemplo VI.3) para distintas duraciones de lluvia.

### VI.3.7 Hidrogramas Unitarios para diferentes tiempos de lluvia

En algunas situaciones prácticas, para reducir el número de pulsos de un hidrograma de diseño es necesario aumentar el tiempo de lluvia  $t_n$  del HU. De esta manera, es posible simplificar el proceso de convolución, en el sentido de disminuir el número de ecuaciones involucradas. Con las herramientas actuales (programas computacionales, planillas electrónicas, etc.), esto no representa una dificultad. Sin embargo, a los fines conceptuales, conviene explicar el procedimiento que puede realizarse para aumentar el tiempo de lluvia  $t_n$  del HU. Obviamente que, el límite hasta donde se puede aumentar el  $t_n$  del HU está dado por la condición de Sherman:  $t_n < 1/3 T_c$ .

El método del hidrograma S es apropiado para realizar la conversión de un hidrograma unitario (HU) de duración de lluvia  $t_n$  a otro de duración  $t_n'$ . El método consiste básicamente en determinar el hidrograma S a partir del HU de duración de lluvia  $t_n$ .

El mismo puede expresarse en forma discreta como:

$$S(j\Delta t) = \sum_{i=0}^j U(i\Delta t) P_u, \quad j = 0, 1, 2, \dots, M \quad (\text{VII.37})$$

donde  $U(i\Delta t)$  representa la ordenada  $i$ -ésima del HU discretizado en  $M$  intervalos de tiempo  $\Delta t = t_n$ . Con  $M = t_b / \Delta t$  y  $t_b =$  tiempo de base del HU. La ecuación anterior sintetiza el proceso de convolución entre el HU de la cuenca y su correspondiente hietograma unitario, repitiendo este último hasta que la cuenca entra en equilibrio completo (régimen).

Una vez determinado el hidrograma  $S$ , se obtiene el hidrograma  $S$  compensado,  $S'$ , desplazando a  $S$  en  $t_n'$  unidades de tiempo. Dicho proceso se puede expresar como:

$$S'(j\Delta t) = S[j\Delta t - t_n'] \quad , \quad j = 0, 1, 2, \dots, M \quad (\text{VII.38})$$

Donde, si el argumento de  $S$  entre corchetes es  $< 0$ , entonces  $S'(j\Delta t) = 0$ .

Finalmente se determina el HU de duración de lluvia  $t_n'$ , cuyas ordenadas se obtienen mediante la siguiente expresión:

$$U'(n\Delta t) = \frac{[S(j\Delta t) - S'(j\Delta t)]}{(t_n'/t_n)P_u} \quad (\text{VII.39})$$

Conceptualmente, con la resta entre  $S$  y  $S'$  se obtiene un hidrograma de duración de lluvia  $t_n'$ , pero correspondiente a  $(t_n'/t_n)$  veces la lámina de lluvia neta unitaria  $P_u = 1$  mm. Por lo tanto, a dicha resta se la divide por la relación  $t_n'/t_n$  y se obtiene el HU para  $P = 1$  mm y duración de lluvia  $t_n'$ .

Cuando se utiliza un HU deducido de un par HN-HED, el hidrograma  $S$  resultante puede presentar oscilaciones en sus ordenadas. Esto se asocia frecuentemente con la no-linealidad intrínseca del proceso de transformación lluvia-caudal, con un patrón heterogéneo de precipitaciones sobre la cuenca, con errores en la determinación de las abstracciones (lluvia neta), con errores de medición de caudales, etc. Dichas causas producen efectos que se transmiten al HU en forma de oscilaciones de ordenadas e inclusive ordenadas negativas. Dejando de lado estas últimas, las cuales deben ser obviamente removidas, las pequeñas oscilaciones del HU se transmiten al hidrograma  $S$ , amplificándose a través del proceso de suma. En tal caso es necesario utilizar alguna técnica de optimización para obtener un HU suavizado.

Cuando se realiza la deconvolución para obtener el HU, el sistema de ecuaciones que surge de plantear la ecuación de convolución discreta es sobredeterminado, es decir, existen más ecuaciones que incógnitas (ordenadas del HU). Si la deconvolución se realiza mediante *sustituciones sucesivas* (método algebraico directo), no se emplean todas las ecuaciones para encontrar la solución. En este caso, si actúan los procesos descritos precedentemente, el HU presentará oscilaciones y además la solución encontrada no será única. Una manera de obtener una solución única y suavizada consiste en utilizar principios de inversión matricial para resolver el conjunto completo de ecuaciones mediante la técnica de mínimos cuadrados suavizados (Basile, 1999; Basile y Rentería, 2012) o mediante métodos de optimización descritos en VI.3.3.2.

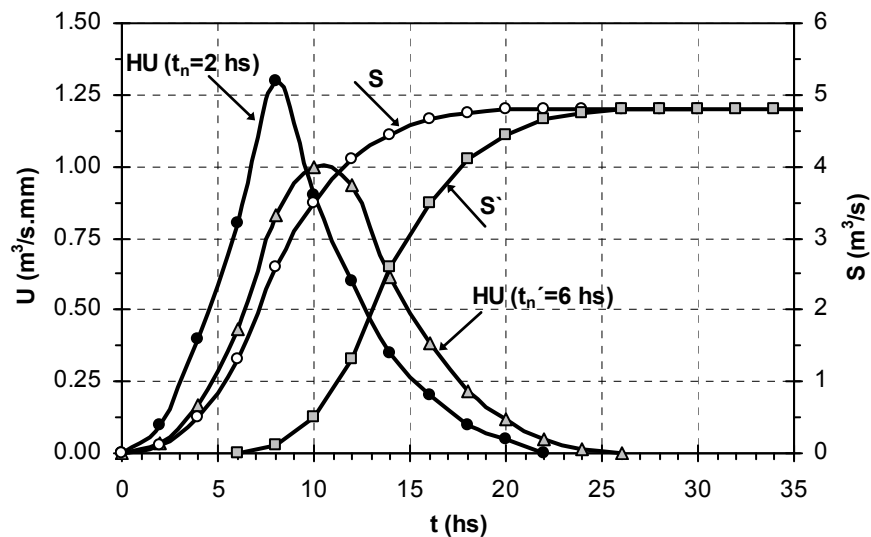
**Ejemplo VII.6:** Determinar el HU de  $t_n'=6$  hs a partir del HU de  $t_n=2$  hs obtenido en el ejemplo VI.3.

**Solución 1.** La solución se presenta en la Tabla VI.5 y la Figura VII.12.

**Tabla VI.5:** Conversión HU de  $t_n=2$  hs en otro de  $t_n'=6$  hs.

n	t	U(i $\Delta$ t)	S(j $\Delta$ t)	S'(j $\Delta$ t)	U'(i $\Delta$ t)
0	0	0.00	0.00	0.00	0.000
1	2	0.10	0.10	0.00	0.033
2	4	0.40	0.50	0.00	0.167
3	6	0.80	1.30	0.00	0.433
4	8	1.30	2.60	0.10	0.833
5	10	0.90	3.50	0.50	1.000
6	12	0.60	4.10	1.30	0.933
7	14	0.35	4.45	2.60	0.617
8	16	0.20	4.65	3.50	0.383
9	18	0.10	4.75	4.10	0.217
10	20	0.05	4.80	4.45	0.117
11	22	0.00	4.80	4.65	0.050
12	24	0.00	4.80	4.75	0.017
13	26	0.00	4.80	4.80	0.000
14	28	0.00	4.80	4.80	0.000
15	30	0.00	4.80	4.80	0.000
16	32	0.00	4.80	4.80	0.000
17	34	0.00	4.80	4.80	0.000
18	36	0.00	4.80	4.80	0.000

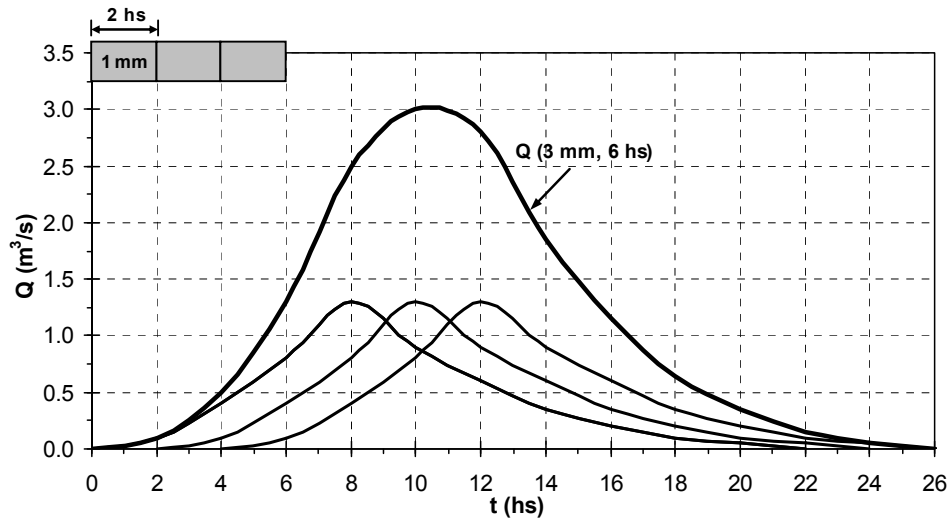
Unidades: n (-), t (hs), U y U' ( $m^3/s \cdot mm$ ), S y S' ( $m^3/s$ )



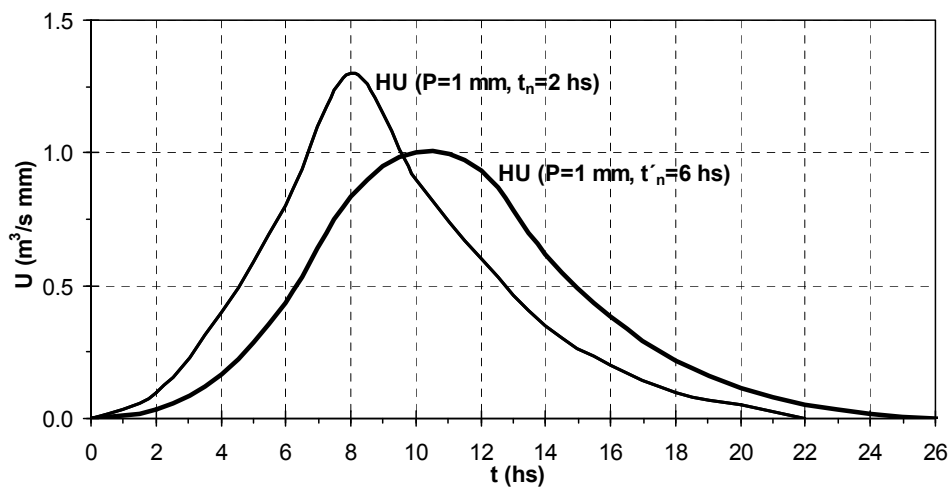
**Figura VI.25:** Determinación HU de  $t_n'=6$  hs, ejemplo VII.6.

**Solución 2.** Al mismo resultado, obtenido en la solución 1, se puede llegar aplicando los principios de proporcionalidad y superposición. En primer lugar se realiza la convolución del HU de  $t_n=2$  hs

con tres pulsos de lluvia de su hietograma unitario, con lo cual se obtiene un HED asociado a 3 mm de lluvia neta en  $t'_n=6$  hs (ver Figura VI.26). Posteriormente, las ordenadas de ese HED se dividen por 3 mm y se obtiene un HU de  $P=1$  mm y duración de lluvia  $t'_n=6$  hs (ver Figura VI.27).



**Figura VI.26:** Convolución HU de  $t_n=2$  hs con 3 pulsos de lluvia de su hietograma unitario.



**Figura VI.27:** HU de  $t_n=2$  hs y HU de  $t'_n=6$  hs, ejemplo VII.6.

#### VI.4 BIBLIOGRAFÍA

- Barnes, B.S. (1959). *Consistency in Unit-Graphs*. ASCE. Transactions of the Hydraulics Division 85 (HY8), pp. 39-63.
- Basile, P.A. (1999). *Modelo para deconvolución HIDUNI-MCS*. Departamento de Hidráulica-EIC. Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura-UNR.
- Basile, P.A. y Rentería, J.P. (2012). *Modelo para deconvolución HIDUNI-MCS\_VB*. Departamento de Hidráulica-EIC. Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura-UNR.
- Bureau of Reclamation (1966). *Diseño de Presas Pequeñas*. Compañía Editorial Continental.
- Chow, V.T. (1964). *Handbook of Applied Hydrology*. Mc Graw Hill.
- Chow, V.T. y Kulandaiswamy, V.C. (1971). *General Hydrology System Model*. Journal of Hydraulic Division. ASCE Vol. 97 – HY6.
- Chow, V.T., Maidment, D.R. y Mays, L.W. (1994). *Hidrología Aplicada*. Mc Graw Hill Interamericana S.A. ISBN 958-600-171-7.
- Deininger, R.A. (1969). *Linear programming for hydrologic analysis*. Water Resources Research. Vol. 5 N° 5, pp. 1105-1109.
- Diskin, M.H. y Boneh, A. (1975). *Determination of an optimal IUH for linear time invariant systems from the multi-storm records*. Journal of Hydrology, Vol. 24, pp. 57-76.
- Doodge, J.C.I. (1984). *Unit Hydrograph Concepts and Methods*. Vol. 1. International Centre of Hydrology. University of Padua, Italy.
- Dooge, J.C.I. (1973). *Linear theory of hydrologic systems*. ARS Technical Bulletin N° 1468. U.S. Department of Agriculture.
- Eagleson, P.S.; Mejía, R. y March, F. (1966). *Computation of optimum realizable unit hydrographs*. Water Resources Research. Vol. 2 N° 4, pp. 755-764.
- Hall, F.R. (1968). *Baseflow Recessions-A Review*. Water Resources Research, Vol. 4, pp. 973-983.
- Heras, R. (1972). *Manual de Hidrología (Tomo 4)*. Centro de Estudios Hidrográficos. España.
- Hornberger, G.M.; Raffensperger, J.P.; Wiberg, P.L and Eshleman, K.N. (1998). *Elements of Physical Hydrology*. The Johns Hopkins University Press. Baltimore. Maryland. ISBN 0-8018-5857-7.
- Linsley, R.; Kholer, M. y Paulus, J. (1977). *Hidrología para Ingenieros*. 2da. Ed., Mc Graw Hill Latinoamericana S.A.
- Luque, J.A. (1981). *Hidrología Agrícola Aplicada*. Editorial Hemisferio Sur.
- Maidment, D.R. (1993). *Handbook of Hydrology*. D.R. Maidment (Ed. in Chief). McGraw-Hill, INC.
- Mawdsley, J.A. y Tagg, A.F. (1981). *Identification of unit hydrographs from multi-event analysis*. Journal of Hydrology. Vol. 49, N° 3, pp. 315-327.
- Mays, L.W. y Coles, S.L. (1980). *Optimization of unit hydrograph determination*. Journal of Hydraulic Division. ASCE. Vol. 106, N° HY1, pp. 85-97.
- Mays, L.W. y Taur, C.K. (1982). *Unit hydrographs via nonlinear programming*. Water Resources Research. Vol. 18 N° 4, pp. 744-752.
- Remenieras, G. (1971). *Tratado de Hidrología Aplicada*. Editores Técnicos Asociados S.A.
- Roche, M. (1966). *Hidrologie de Surface*. Editorial Gauthier Villars.
- Singh, K.P. (1976). *Unit hydrographs – a comparative study*. Water Resources Bulletin. Vol. 12, N° 2, pp. 381-392
- Sherman, L.K. (1932). *Streamflow from rainfall by the unit-graph method*. Engineering News Record. 108, pp.501-505.

- Toriz, F.R. (1974). *Elementos de Escurrimiento Superficial*. Secretaría de Rec. Hidráulicos. México.
- Unver, O. y Mays, L.W. (1984). *Optimal determination of loss rate functions and unit hydrographs*. Water Resources Research. Vol. 20 N° 2, pp. 203-214.
- USACE (2010). *HEC-HMS Hydrologic Modeling System*. User Manual. Version 3.5. Report N° CPD 74A. August 2010. US Army Corps of Engineers. Hydrologic Engineering Center. USA.
- Woolhiser, D.A. (1982). *Physically based models of watershed runoff*. In Rainfall-Runoff Relationship. V.P. Singh Ed., Water Resources Publication. Littleton, Colorado. Pp. 189-202.