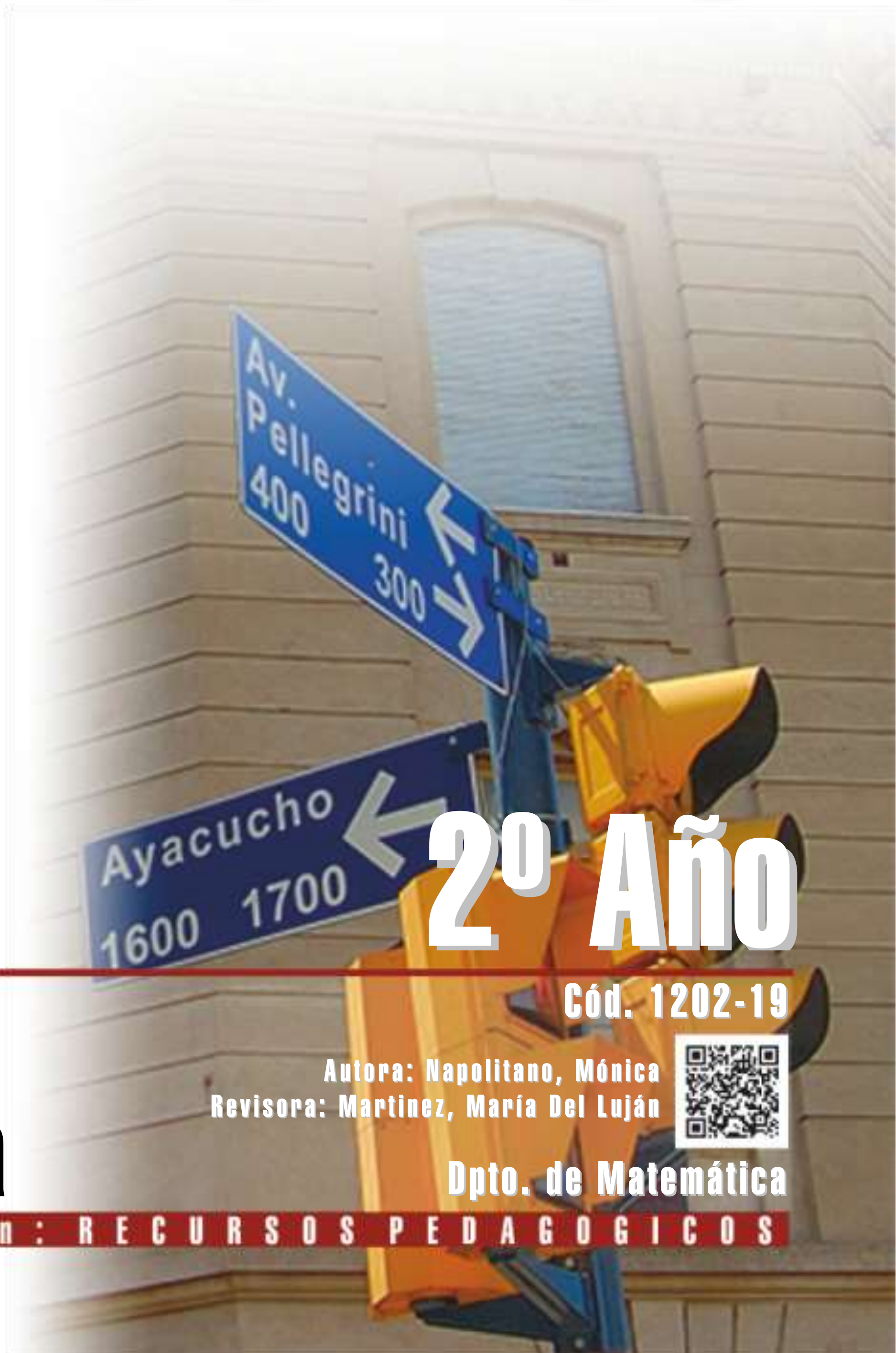
Instituto Politécnico

Universidad Nacional de Rosario Universidad Nacional de



Productos Especiales Factoreo

2º Año

Cód. 1202-19

Autora: Napolitano, Mónica
Revisora: Martinez, María Del Luján

Matemática

Dpto. de Matemática

Masterización: RECURSOS PEDAGOGICOS

CAPÍTULO 1: "PRODUCTOS ESPECIALES"

CUADRADO DE UNA SUMA – TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

Si $x, y \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned}(x+y)^2 &= (x+y)\cdot(x+y)\\ &= (x+y)\cdot x + (x+y)\cdot y\\ &= x^2 + x\cdot y + x\cdot y + y^2\\ &= x^2 + 2xy + y^2\end{aligned}$$

El <u>cuadrado de una suma</u> de dos números reales es igual al cuadrado del primer término más el doble producto del primer término por el segundo más el cuadrado del segundo término. En símbolos:

$$\boxed{\boldsymbol{(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2}}$$

Cuadrado de una suma

Trinomio cuadrado perfecto

Transforma en suma →

← Transforma en multiplicación

ACTIVIDADES

1. Transforma en suma los siguientes productos:

a. $(x+5)^2$	e. $[3x+(-7)]^2$	i. $\left(\frac{1}{2}x + x^3\right)^2$
b. $(-x+5)^2$	f. $\left(\frac{1}{2}x - 3\right)^2$	j. $\left(3xy - x^2\right)^2$
c. $\left(3x + \frac{1}{2}\right)^2$	g. $(1-x)^2$	k. $\left(-\frac{1}{3}x^3 - 2y\right)^2$
d. $\left(-2x + \frac{1}{4}\right)^2$	h. $(2x-y)^2$	l. $\left(\frac{2}{5}x^2 - 10xy\right)^2$

2. Demuestra las siguientes identidades para todo $x, y \in \mathbb{R}$:

   a. $(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

   b. $(-x+y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

   c. $(-x-y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

3. Obtenga la mínima expresión posible:

   a. $2x\left(-x+\frac{1}{2}\right) - (2x-1)^2$

   b. $3\,(x-5)^2 - 9x^2 + 10x - 15$

   c. $\frac{1}{2}y\,(-2-x)^2 - \frac{(2x+6y)^2}{3}$

   d. $(x-y)^2 - x(x-1) + xy$

4. Si se sabe que $(a-b)^2 = 5$ y $(a+b)^2 = 11$, obtenga $a^2 + b^2$

5. Completa de modo que la expresión resulte un trinomio cuadrado perfecto y luego escriba el cuadrado de la suma correspondiente:

   a. $x^2 + 14x + \ldots\ldots = (\ldots\ldots + \ldots\ldots)^2$

   b. $x^2 - 14x + \ldots\ldots = (\ldots\ldots + \ldots\ldots)^2$

   c. $\left(\frac{x}{9}\right)^2 + \frac{4}{3}x + \ldots\ldots = (\ldots\ldots + \ldots\ldots)^2$

   d. $x^2 + \ldots\ldots + 16 = (\ldots\ldots + \ldots\ldots)^2$

6. Transforma en producto los siguientes trinomios cuadrados perfectos:

   a. $6x + 9 + x^2$

   $6x + 9 + x^2 = x^2 + 6x + 9$ 1º Reordena los términos

   $= x^2 + 2 \cdot 3 \cdot x + 3^2$ 2º Observa qué término se corresponde con el "doble producto"

   $= (x+3)^2$

   Observa que también se podría escribir: $[(-x) + (-3)]^2$

   b. $x^2 - 2x + 1$

   c. $x^4 + 16x^2 + 64$

   d. $-12x + x^2 + 36$

   e. $x^6 - 14x^3 + 49$

   f. $\frac{1}{4}x^2 + x + 1$

   g. $\frac{4}{9}x^2 - 4x + 9$

CUBO DE UNA SUMA – CUATRINOMIO CUBO PERFECTO

Si $x, y \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned}(x+y)^3 &= (x+y)^2 \cdot (x+y)\\ &= (x^2+2xy+y^2)\cdot(x+y)\\ &= (x^2+2xy+y^2)\cdot x + (x^2+2xy+y^2)\cdot y\\ &= x^3+2x^2y+x\,y^2+x^2y+2xy^2+y^3\\ &= x^3+3\,x^2y+3x\,y^2+y^3\\ &= x^2+2xy+y^2\end{aligned}$$

El <u>cubo de una suma</u> de dos números reales es igual al cubo del primer término más el triple producto del cuadrado del primer término por el segundo más el triple producto del primer término por el cuadrado del segundo más el cubo del segundo término. En símbolos:

$$\boxed{\boldsymbol{(x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3x\,y^2 + y^3}}$$

Cubo de una suma

Cuatrinomio cubo perfecto

Transforma en suma →

← Transforma en multiplicación

ACTIVIDADES

7. Transforma en suma los siguientes productos:

a. $(x+5)^3$

b. $(-x+5)^3$

c. $\left(3x+\frac{1}{2}\right)^3$

d. $\left(-2x+\frac{1}{3}\right)^3$

e. $[3x+(-7)]^3$

f. $\left(\frac{1}{2}x-3\right)^3$

g. $(1-x)^3$

h. $(2x-y)^3$

i. $\left(\frac{1}{3}x+x^3\right)^3$

j. $\left(3xy-x^2\right)^3$

k. $\left(-\frac{1}{3}x^3-2y\right)^3$

l. $\left(\frac{2}{3}x^2-10xy\right)^3$

8. Demuestra las siguientes identidades para todo $x, y \in \mathbb{R}$:

   a. $(x-y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3x\,y^2 - y^3$

   b. $(-x+y)^3 = -x^3 + 3x^2y - 3xy^2 + y^3$

   c. $(-x-y)^3 = -x^3 - 3x^2y - 3x\,y^2 - y^3$

9. Obtenga la mínima expresión posible:

   a. $2x^2\left(-x+\frac{1}{2}\right) - (2x-1)^3$

   b. $2\,(x-5)^3 - 9x^3 + 10x^2 - 5x + 15$

   c. $\frac{1}{2}(-2-x)^2 - \frac{(3x+6y)^3}{3}$

   d. $x(x-1)^2 - (x-2)^3 - 8$

   e. $(x-y)^3 - x^2(x-y) + 2x^2y$

10. Transforma en producto los siguientes cuatrinomios cubos perfectos:

   a. $12x - 8 - 6x^2 + x^3$

   $12x - 8 - 6x^2 + x^3 = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$ — **1º** Reordena los términos

   $= x^3 + 3\cdot x^2\cdot(-2) + 3\cdot x\cdot(-2)^2 + (-2)^3$ — **2º** Reconoce cada término del cuatrinomio

   $= \left(x + (-2)\right)^3$

   b. $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

   c. $x^6 + 15x^4 + 75x^2 + 125$

   d. $x^3 - x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{1}{27}$

   e. $-2x^2 + x^3 - \frac{8}{27} + \frac{4}{3}x$

   f. $8\,x^3 - 60\,x^2 + 35x - 125$

EL PRODUCTO DE UNA SUMA POR SU DIFERENCIA – DIFERENCIA DE CUADRADOS

Si $x, y \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned}(x+y)\cdot(x-y) &= (x+y)\cdot[x+(-y)]\\ &= (x+y)\cdot x + (x+y)\cdot(-y)\\ &= x^2 + xy + x\,(-y) + y\,(-y)\\ &= x^2 + xy + [-(xy)] + [-(y^2)]\\ &= x^2 - y^2\end{aligned}$$

El <u>*producto de una suma*</u> *de dos números reales* <u>*por su diferencia*</u> *es igual a la diferencia del primer término menos el cuadrado del segundo. En símbolos:*

$$\boldsymbol{(x+y)\cdot(x-y) = x^2 - y^2}$$

Producto de suma por su diferencia

Diferencia de cuadrados

Transforma en suma →

← Transforma en multiplicación

ACTIVIDADES

11. Transforma en suma los siguientes productos:

a. $(x-1)\cdot(x+1)$

b. $(x-5)\cdot(x+5)$

c. $\left(x-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(x+\frac{1}{3}\right)$

d. $(2-x)\cdot(2+x)$

e. $\left(3x-\frac{2}{5}\right)\cdot\left(\frac{2}{5}+3x\right)$

f. $(-x-2)\cdot(-x+2)$

12. Obtenga la mínima expresión posible:

a. $\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(-x+\frac{1}{2}\right)-(x-2)^2$

b. $(x-1)^3 - 3\,(x-2)(x+2) + x^2$

c. $\frac{1}{2}(2x+5)(2x-5)+\frac{6x^2-3}{3}$

d. $x\,\left(3x-\frac{3}{2}\right)\left(3x+\frac{3}{2}\right)-\left(x-\frac{1}{2}\right)^3$

e. $(x-y)^2-\left(x^2-y\right)\left(x^2+y\right)+x^4$

f. $\left(3x^2-\frac{1}{2}y\right)\left(3x^2+\frac{1}{2}y\right)-\left(\frac{3x^2-y}{2}\right)^2$

13. Si se sabe que $a^2 - b^2 = 16$ y $a - b = -8$, obtenga los valores de a y de b.

14. Transforma en producto las siguientes diferencias de cuadrado:

a. $9x^2 - 16$

$9x^2 - 16 = (3x)^2 - 4^2 = (3x - 4)(3x + 4)$

Observa que otro resultado posible es:

$(-3x - 4)(-3x + 4)$

b. $\frac{1}{4} - x^2$

c. $\frac{9}{4} - x^4$

d. $(x + 2)^2 - 25$

e. $49x^2 - 36$

f. $\frac{1}{100}x^2 - 0{,}16$

15. Verifica las siguientes identidades:

a. $[2\,(x + y)]^2 - [2\,(x - y)]^2 = 16xy$

b. $(x + 1)^3 - (x - 1)^3 = 2\left(3x^2 + 1\right)$

c. $(x + y)^2 - (x - 2y)^2 - 3y\,(2x - y) = 0$

d. $(x - y)(x + y)\left(x^2 + y^2\right) = x^4 - y^4$

CAPÍTULO 2: “FACTOREO”

En cursos precedentes a este capítulo, nuestros esfuerzos se han volcado, principalmente, en tratar de transformar en suma distintas expresiones algebraicas. A partir de ahora, en cambio, trataremos de escribir a una expresión algebraica como multiplicación, este proceso lo conocemos como “factoreo”. Una expresión factoreada, en general, facilita ciertos trabajos algebraicos de cálculo e, incluso, de geometría; algunos de ellos lo haremos en este apunte, a otros los verás en cursos posteriores.

Vamos a empezar con un resumen de lo visto hasta ahora.

Denominación	En símbolos
Prop. distributiva de la multiplicación respecto a la suma (Factor Común)	$\boldsymbol{a\cdot x+a\cdot y=a\cdot(x+y)}$
Trinomio cuadrado perfecto (Cuadrado de una suma)	$\boldsymbol{x^2+2xy+y^2=(x+y)^2}$
Cuatrinomio cubo perfecto (Cubo de una suma)	$\boldsymbol{x^3+3x^2y+3xy^2+y^3=(x+y)^3}$
Diferencia de cuadrados (Producto de una suma por una resta)	$\boldsymbol{x^2-y^2=(x-y)\cdot(x+y)}$

ACTIVIDAD

1. Aplicando los casos conocidos, factorea todo lo posible las siguientes expresiones:

   a. x^4-18x^2+81

   $$\begin{aligned} x^4-18x^2+81 &= \left(x^2\right)^2+2\cdot(-9)\cdot x^2+(-9)^2 \\ &= \left(x^2-9\right)^2 \\ &= [(x-3)\cdot(x+3)]^2 \\ &= (x-3)^2\cdot(x+3)^2 \end{aligned}$$

   b. x^3-25x

   c. $3x^3y-12x^2y+12xy$

   d. $6561\,x^4-162x^2y^2+y^4$

   e. $2x^4-18x^3+54x^2-54x$

   f. $x^6-27x^4+81x^2-729$

   g. $3x^2y-12xy^2+12y^3$

   h. $16x^4-81$

   i. $6x^2-6$

   j. $8x^3+24x^2+24x+8$

   k. $(x+2)^2-25$

   l. $3x^{10}+3y^{10}-6x^5y^5$

   m. $-x^2-16x-64$

   n. $-9x^2+6x-1$

   ñ. $\frac{1}{2}x^2-5x+\frac{25}{2}$

FACTOR COMÚN POR GRUPO

Existen expresiones algebraicas donde no es posible aplicar de forma directa alguno de los casos vistos anteriormente, pero, sin embargo, reagrupando convenientemente se puede obtener un factor común y de ahí factorear la expresión. Veamos con un ejemplo:

$$x^2 + 2xy + x + 2y$$

Podemos observar que esta expresión de 4 términos no tiene un factor que sea común a todos ellos, tampoco se trata de un cuatrinomio cubo perfecto, pero se puede notar que poseen cierta "similitud". Asociamos los dos primeros términos y los dos últimos y veamos qué sucede:

$$(x^2 + 2xy) + (x + 2y) =$$
$$= x \cdot \underline{(x + 2y)} + 1 \cdot \underline{(x + 2y)}$$
$$= (x + 1) \cdot \underline{(x + 2y)}$$

Al aplicar "factor común" en el primer "paréntesis" se observa que uno de los factores quedo idéntico al segundo par de términos asociados, con lo cual, la expresión $(x + 2y)$ se convirtió en un factor común a los términos.

Generalizando ese proceder:

$$ac + bc + ad + bd = (ac + bc) + (ad + bd) = c \cdot (a + b) + d \cdot (a + b) = (c + d) \cdot (a + b)$$

ACTIVIDADES

2. Factorea las siguientes expresiones algebraicas:
   a. $ax + ay - bx - by$
   b. $x^2 + 4xy + x + 4y$
   c. $x^2 - 2xy + 4x - 8y$
   d. $-\frac{5}{2}x^2 + 20xy - \frac{1}{6}x + \frac{4}{3}y$
   e. $xy - 4y + x^2 - 4x + zx - 4z$
   f. $\frac{1}{5}xy - \frac{9}{5}y - 2x + 18$
   g. $\frac{1}{10}x^2 - \frac{3}{2}xy - \frac{1}{25}x + \frac{3}{5}y$

3. Factorea todo lo posible (factoreos combinados)
   a. $x^3 - 9x + x^2y - 9y$
   b. $x^3 - 6x^2 + 9x - x^2y + 6xy - 9y$
   c. $x^6 - 6x^5 + 9x^4 - 9x^2 + 54x$-81
   d. $x^6 + x^5 - x^4 - x^3$
   k. $\frac{63}{4}x^5y^5 - 7\,x^3y$
   l. $x^3 - x^2 + 2x - 2$
   m. $27x^3 - 9x^2 - 3x + 1$
   n. $x^5 + x^2y^3 - x^3y^2 - y^5$

e. $x^3 - x^2 - x + 1$
f. $\frac{1}{4}x^3y - \frac{1}{2}x^2y^2 + \frac{1}{4}xy^3$
g. $-x^4 + 8x^2 - 16$
h. $\frac{12}{25}x^2y^3 - 27y^3$
i. $\frac{1}{4}x^5 - \frac{3}{2}x^4 + 3x^3 - 2x^2$
j. $xy - 9 - x + 3$
o. $x^3 - x^2\,y - 2\,x^2y^2 + 2x\,y^3 + x\,y^4 - y^5$
p. $x^3 - 4\,x^2 - 4x - x^2y + 4x\,y - 4y$
q. $\frac{2}{81}x^5 - 32x + \frac{5}{81}x^4 - 80$
r. $\frac{1}{2}x^3y^2 - \frac{1}{8}x^3z^2 + \frac{1}{2}x\,y^2 - \frac{1}{8}x\,z^2$
s. $\frac{4}{27}x^3 - \frac{20}{9}x^2 + \frac{25}{3}x + \frac{4}{9}x^2y - \frac{20}{3}xy + 25y$

CAPÍTULO 3: "APLICACIONES"

En este capítulo realizaremos ejercicios donde por algún motivo debemos recurrir al factoreo de distintas expresiones algebraicas para poder proceder con lo pedido. Otras aplicaciones de factoreo serán estudiadas en años posteriores.

ACTIVIDADES

1. Determina el conjunto solución de las siguientes ecuaciones, teniendo en cuenta la "condición de anulación del producto":

a. $x^2 - 16 = 0$

$(x-4)\cdot(x+4) = 0$

Entonces, si el producto es cero es porque alguno de los factores también lo es. En este caso se nos presentan dos posibilidades (dos factores).

$$(x-4) = 0 \quad \vee \quad (x+4) = 0$$
$$x - 4 = 0 \quad \vee \quad x + 4 = 0$$
$$x = 4 \quad \vee \quad x = (-4)$$
$$S = \{-4; 4\}$$

b. $x^2 - 6x + 9 = 0$
c. $(x^2 - 9x)\cdot(x+1) = 0$
d. $(x^2 - 4)\cdot\left(x^2 + 2x + 1\right) = 0$
e. $x^3 - x^2 - x + 1 = 0$
f. $x^4 + x^2 - 7x^3 - 7x = 0$
g. $x^6 + x^5 - x^4 - x^3 = 0$
h. $27x^3 - 9x^2 - 3x + 1 = 0$
i. $x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{1}{8} = 0$
j. $-4x^2 + 4x - 1 = 0$
k. $-3x^5 + 75x^3 = 0$

RESPUESTAS

Capítulo 1

1. a. $x^2 + 10x + 25$ e. $9x^2 - 42x + 49$ i. $\frac{1}{4}x^2 + x^4 + x^6$

b. $x^2 - 10x + 25$ f. $\frac{1}{4}x^2 - 3x + 9$ j. $9x^2y^2 - 6x^3y + x^4$

c. $9x^2 + 3x + \frac{1}{4}$ g. $x^2 - 2x + 1$ k. $\frac{1}{6}x^6 + \frac{4}{3}x^3y + 4y^2$

d. $4x^2 - x + \frac{1}{16}$ h. $4x^2 - 4xy + y^2$ l. $\frac{4}{25}x^4 - 8x^3y + 100x^2y^2$

2. A cargo del alumno

3. a. $-6x^2 + 5x - 1$ c. $2y - 6xy + \frac{1}{2}x^2y - \frac{4}{3}x^2 - 12y^2$

b. $-6x^2 - 20x + 60$ d. $y^2 - xy + x$

4. $a^2 + b^2 = 8$

5. A cargo del alumno

6. b. $(x-1)^2$ d. $(x-6)^2$ f. $\left(\frac{1}{2}x + 1\right)^2$

c. $\left(x^2 + 8\right)^2$ e. $(x^3 - 7)^2$ g. $\left(\frac{2}{3}x - 3\right)^2$

7. a. $x^3 + 15x^2 + 75x + 125$ g. $1 - 3x + 3x^2 - x^3$

b. $-x^3 + 15x^2 - 75x + 125$ h. $8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3$

c. $27x^3 + \frac{27}{2}x^2 + \frac{9}{4}x + \frac{1}{8}$ i. $\frac{1}{27}x^3 + \frac{1}{3}x^5 + x^7 + x^9$

d. $-8x^3 + 4x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{27}$ j. $27x^3y^3 - 27x^4y^2 + 9x^5y - x^6$

e. $27x^3 - 189x^2 + 441x - 343$ k. $-\frac{1}{27}x^9 - \frac{2}{3}x^6y - 4x^3y^2 - 8y^3$

f. $\frac{1}{8}x^3 - \frac{9}{4}x^2 + \frac{27}{2}x - 27$ l. $\frac{8}{27}x^6 - \frac{40}{3}x^5y + 200x^4y^2 - 1000x^3y^3$

8. A cargo del alumno

9. a. $-10x^3 + 13x^2 - 6x + 1$ d. $4x^2 - 11x$

b. $-7x^3 - 20x^2 + 145x - 235$ e. $3xy^2 - y^3$

c. $2y + 2xy - \frac{107}{2}x^2y - 9x^3 - 108xy^2 - 72y^3$

10. b. $(x+1)^3$ d. $\left(x - \frac{1}{3}\right)^3$ f. $(2x-5)^3$

c. $\left(x^2 + 5\right)^3$ e. $\left(x - \frac{2}{3}\right)^3$

11. a. x^2-1 c. $x^2-\frac{1}{9}$ e. $9x^2-\frac{4}{25}$

b. x^2-25 d. $4-x^2$ f. x^2-4

12. a. $-2x^2+4x-\frac{15}{4}$ d. $8x^3+\frac{3}{2}x^2-3x+\frac{1}{8}$

b. $x^3-5x^2+3x+11$ e. $x^2-2xy+2y^2$

c. $4x^2-\frac{27}{2}$ f. $\frac{27}{4}x^4-\frac{1}{2}y^2+\frac{3}{2}x^2y$

13. $a=-5 \quad \wedge \quad b=3$

14. b. $\left(\frac{1}{2}-x\right)\cdot\left(\frac{1}{2}+x\right)$ d. $(x-3)\cdot(x+7)$ f. $\left(\frac{1}{10}x-\frac{2}{5}\right)\cdot\left(\frac{1}{10}x+\frac{2}{5}\right)$

c. $\left(\frac{3}{2}-x^3\right)\cdot\left(\frac{3}{2}+x^3\right)$ e. $(7x-6)\cdot(7x+6)$

15. A cargo del alumno.

Capítulo 2

1.b. $x(x-5)(x+5)$ g. $3y(x-2y)^2$ l. $3\,(x^5-y^5)^2$

c. $3xy(x-2)^2$ h. $(2x-3)(2x+3)\left(4x^2+9\right)$ m. $(-1)(x+8)^2$

d. $(9x-y)^2(9x+y)^2$ i. $6\,(x-1)(x+1)$ n. $(-1)(3x-1)^2$

e. $2x(x-3)^3$ j. $8\,(x+1)^3$ ñ. $\frac{1}{2}(x-5)^2$

f. $(x-3)^3(x+3)^3$ k. $(x-1)(x+7)$

2. a. $(a-b)(x+y)$ e. $(x-4)(x+y+z)$

b. $(x+1)(x+4y)$ f. $\left(\frac{1}{5}y-2\right)(x-9)$

c. $(x+4)(x-2y)$ g. $\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{5}\right)\left(\frac{1}{5}x-3y\right)$

d. $\left(-5x-\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{2}x-4y\right)$

3. a. $(x+y)(x-3)(x+3)$ k. $7x^3y\left(\frac{3}{2}xy^2-1\right)\left(\frac{3}{2}xy^2+1\right)$

b. $(x-y)(x-3)^2$ l. $\left(x^2+2\right)(x-1)$

c. $\left(x-\sqrt{3}\right)\left(x+\sqrt{3}\right)\left(x^2+3\right)(x-3)^2$ m. $(3x+1)(3x-1)^2$

d. $x^3(x+1)^2(x-1)$ n. $(x-y)(x+y)\left(x^3+y^3\right)$

e. $(x+1)(x-1)^2$ o. $(x-y)(x-y^2)^2$

f. $\frac{1}{4}xy(x-y)^2$ p. $(x-y)(x-2)^2$

g. $(-1)(x-2)^2(x+2)^2$ q. $(2x+5)\left(\frac{1}{3}x-2\right)\left(\frac{1}{3}x+2\right)\left(\frac{1}{9}x^2+4\right)$

h. $3y^3\left(\frac{2}{5}x-3\right)\left(\frac{2}{5}x+3\right)$

i. $\frac{1}{4}x^2(x-2)^3$

j. $(x-3)(x+2)$

r. $\frac{1}{2}x(x^2+1)\left(y-\frac{1}{2}z\right)\left(y+\frac{1}{2}z\right)$

s. $\left(\frac{1}{3}x+y\right)\left(\frac{2}{3}x-5\right)^2$

Capítulo 3

1. b. $S=\{3\}$

c. $S=\{-1;0;9\}$

d. $S=\{-2;-1;2\}$

e. $S=\{-1;1\}$

f. $S=\{0;7\}$

g. $S=\{-1;0;1\}$

h. $S=\left\{-\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right\}$

i. $S=\left\{\frac{1}{2}\right\}$

j. $S=\left\{\frac{1}{2}\right\}$

k. $S=\{-5;0;5\}$

BIBLIOGRAFIA:

- “Números Reales – Operaciones en los reales” Cod. 1201-15 – Bue, J. C. – Filotti, M.V.- Martínez, M.L. – Rosito, M. – Apunte IPS
- PREM 8 -Buschiazzo-Filiputti- Gonzalez- Lagreca N- Lagreca L-Strazziuso
- Matemática Activa- Masco- Lagreca Liliana- Strazziuso Editorial EUCA
- Matemática 1º Seveso – Wykowski – Ferrarini – Ed . Kapelusz
- Matemática I . Guzmán – Colera – Salvador – Editorial Anaya
- Precálculo- Stewart-Redlin-Watson -3º Edición –Editorial Thomson Learning