Capítulo III

NOCIONES PARA EL CÁLCULO DE CIRCUITOS MAGNÉTICOS

ELECTROTECNOLOGÍA Y MÁQUINAS ELÉCTRICAS
(INGENIERÍA MECÁNICA)
M - 042

Ing. Jorge C Ronco (Prof. Adj.)
Ing. Antonio Golli (J.T.P.)
Ing Ricardo Pavetti (J.T.P.)

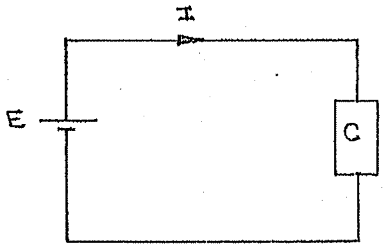
ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

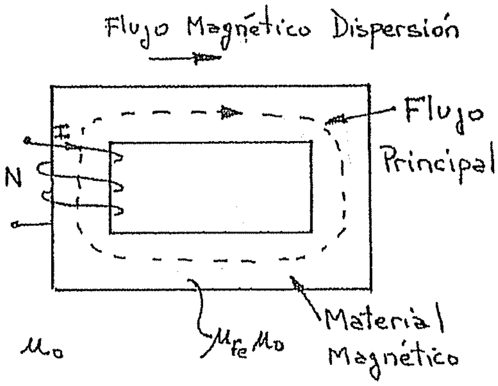
CALCULO DE CIRCUITOS MAGNÉTICOS.

1 NOCIONES FUNDAMENTALES

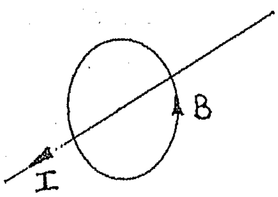
"Se denomina Circuito Magnético, al conjunto de dispositivos que permiten establecer un campo magnético en una determinada región del espacio."

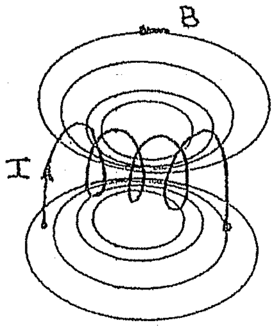
La diferencia con el circuito eléctrico es que en este , la corriente circula por un conductor.





En el circuito magnético, existe un flujo principal, que circula por el material y otro flujo de dispersión que está fuera del circuito.





B : INDUCCIÓN DEL CAMPO MAGNÉTICO

Se denomina Imanación:

$\overline{M}$ para el caso de imanes corrientes

$\overline{H}$ intensidad de campo magnético

si μ_0 es la permeabilidad magnética del vacio

$$\overline{B} = \mu_0 \ (\overline{M} + \overline{H})$$

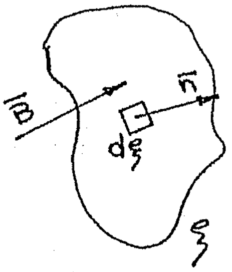
En el caso de materiales con características lineales:

$\overline{M} = k\ \overline{H}$

donde: k es la suceptibilidad magnética

entonces: $\overline{B} = \mu_0\,(k+1)\ \overline{H}$ $\qquad k + 1 = \mu$

$\overline{B} = \mu_0\ \mu\ \overline{H}$



$\phi = \iint_{\xi} B\ n\ d\xi$ Flujo

si la superficie es plana

B = constante y $\overline{B}\ //\ \overline{n}$

$\phi = B\ \xi$

1.1 UNIDADES

NOMBRE	SIMBOLO	MKS	cgs	RELACIÓN
Inducción Magnética	B	Weber/m^2	Gauss	Wb/m^2 = 10^4 Gauss
Intensidad de campo	H	Amper/m	Oester	Amp/m = $4\,\pi\,10^{-3}$ Oester
Flujo Magnético	ϕ	Weber	Maxwell	Wb = 10^8 Mx
Inductancia	L	Wb/Amp = Henry	cm	Henry = 10^2 cm

En la práctica se suele dar H en Amper/cm

$B = \mu\ \mu_0\ H$

donde $\mu_0 = 4\,\pi\,10^{-7}$ [Wb / Amp.m] ó [Hy / m]

$[\,B\,] = [\,\mu\,]\ [\,\mu_0\,]\,[\,H\,]$

[B] = adim. [Wb/Am][A/m] = [Wb / m^2]

En el caso del aire, es decir sin material ferromagnético:

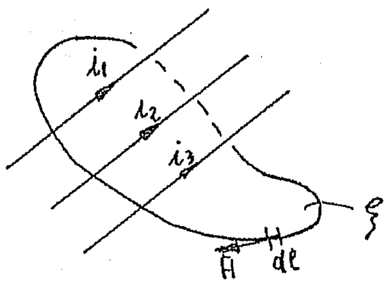
$\mu = 1$

por lo tanto: $\underset{[\text{Gauss}]}{B} = \mu_0 \; \underset{[\text{A/cm}]}{H}$

entonces, se encuentra que:

$$B = \underbrace{1 / 0{,}8}_{\mu_0} H \quad \text{ó} \quad H = 0{,}88 \; B$$

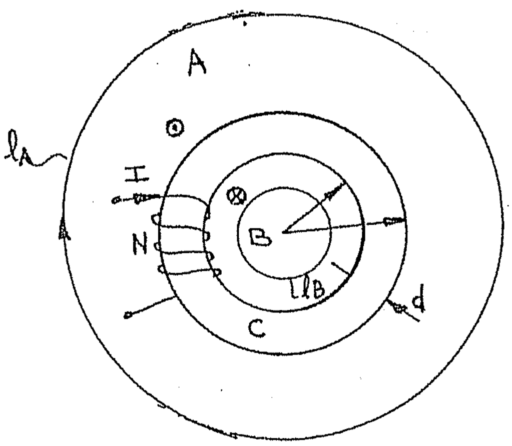
1.2 LEY DE AMPERE

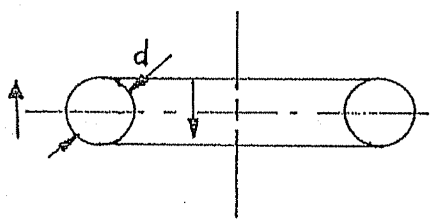


Si se tienen n conductores abrazados por una línea l como se muestra en la figura, la Ley de Ampere establece:

$$\oint \overline{H} \; \overline{dl} = \sum \; I$$

Supongamos que quiero hallar el campo magnético en los puntos A , B , C de la siguiente figura.





Corto con un plano determinado por l_A que pasa por el eje del toroide, entonces:

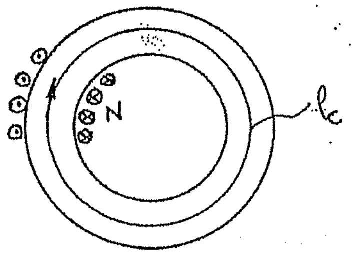
$$\oint \overline{H} \; \overline{dl} = \sum \; I = N I^{\downarrow} - N I^{\uparrow} = 0$$

resulta así: $H_A = 0$

A lo largo de la línea B, la superficie no es cortada por ninguna corriente, por lo tanto:

$$\oint \overline{H}\ \overline{dl} = 0 \implies H_B = 0$$

Para l_C:



$$\oint_{l_c} H\ dl = \Sigma\ N\ I$$

El campo es perpendicular al plano de las espiras y tangente a la circunferencia que forma su distribución sobre el toroide

Si se verifica que:

R_1 y R_2 >> d y $R_2 > R_1 \implies$

$$R_{medio} = (R_1 + R_2) / 2$$

se puede escribir

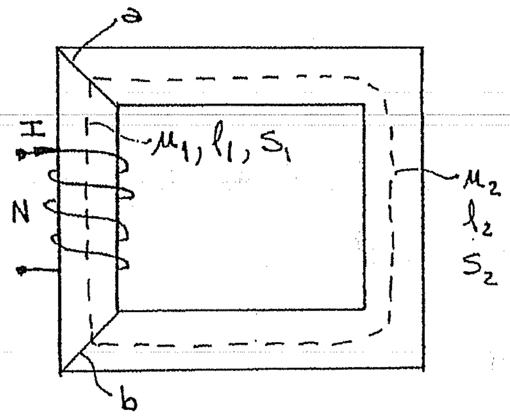
$$H \oint_{l_c} dl = H\ 2\ \pi\ R_m = N\ I$$

$$H = N\ I\ /\ 2\ \pi\ R_m$$

si $\mu = 1$ es decir estamos en presencia de aire

$$B = H = \mu_0 N\ I\ /\ 2\ \pi\ R_m$$

1.3 CÁLCULO DE UN CIRCUITO RAMIFICADO



Tenemos dos materiales distintos

$\mu_1\ \ l_1\ \ S_1$

$\mu_2\ \ l_2\ \ S_2$

y como $\phi_p >> \phi_d$ consideramos despreciable al flujo de dispersión

El flujo permanece constante ya que no existe dispersión.

Además, las dimensiones transversales son mucho menores que las longitudinales. Entonces el flujo se establece en una superficie pequeña, no habiendo variación de un punto a otro de la misma

$\phi = B \ S \implies B = \phi \ / \ S$ B es constante en la sección

$B_1 = \phi \ / \ S_1 \qquad H = B_1 \ / \ \mu_1 \ \mu_0$

$B_2 = \phi \ / \ S_2 \qquad H = B_2 \ / \ \mu_2 \ \mu_0$

$l = l_1 + l_2$

Aplicando la Ley de Ampere:

$$\oint \overline{H} \ \overline{dl} = H_1 \ l_1 + H_2 \ l_2 = N \ I = \sigma mm \text{Fuerza Magnetomotriz}$$

por lo tanto:

$$\sigma mm = (B_1 \ / \ \mu_1 \ \mu_0) \ l_1 + (B_2 \ / \ \mu_2 \ \mu_0) \ l_2 =$$

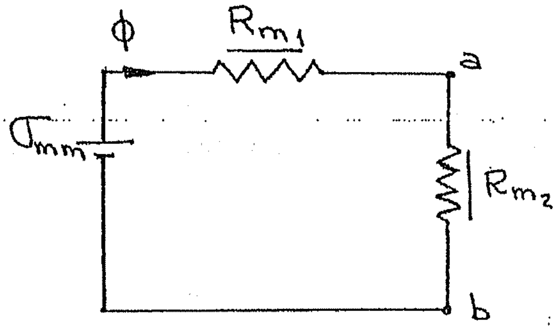
$$\sigma mm = \phi \ l_1 \ / \ \mu_1 \ \mu_0 \ S_1 + \phi \ l_2 \ / \ \mu_2 \ \mu_0 \ S_2 =$$

$$\sigma mm = \phi \ (Rm_1 + Rm_2) \qquad \text{Rm es la Reluctancia Magnética}$$

$$U_m = \phi \ Rm \qquad \text{Tensión Magnética}$$

$$Um_{ab} = \phi \ Rm_2$$

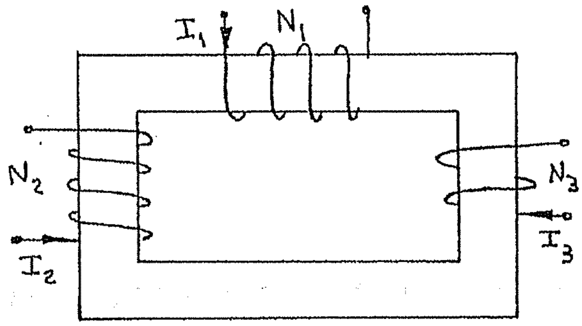
se dice que a tiene mayor tensión magnética que b



Tiene semejanza con el circuito eléctrico.

$$\phi = \sigma mm / (Rm_1 + Rm_2) = N\,I \;/\; (Rm_1 + Rm_2) = Um_{ab} \;/\; Rm_2$$

$$= (N\,I - Um_{ab}) / Rm_1$$

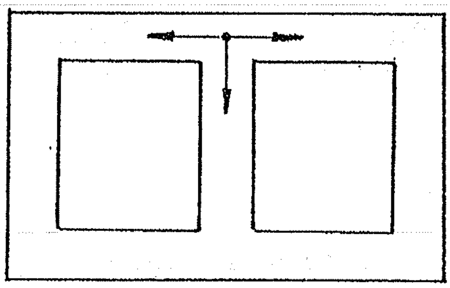


$$\int H\,dl = \sum N\,I = -I_1 N_1 + I_3 N_3 - I_2 N_2 = \sum H\,l = \sum \phi\,Rm$$

si ϕ es constante:

$$\phi = \sum H\,l / \sum Rm$$

Por lo tanto en un nudo de un circuito magnético (punto del circuito donde concurren más de dos ramas) deberá cumplirse:

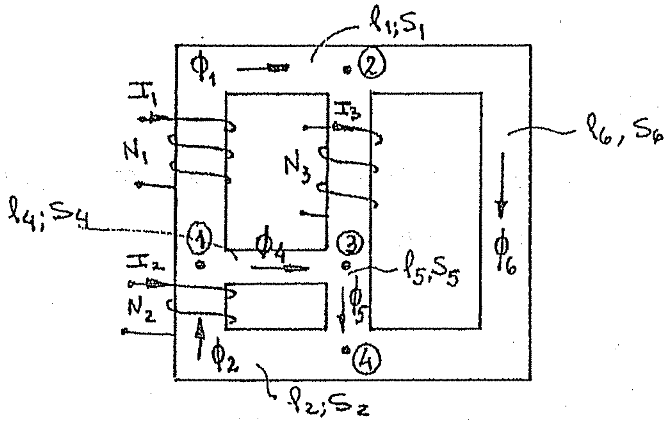


$$\Sigma \phi = 0$$

Primera Ley de Kirchoff para circuitos magnéticos

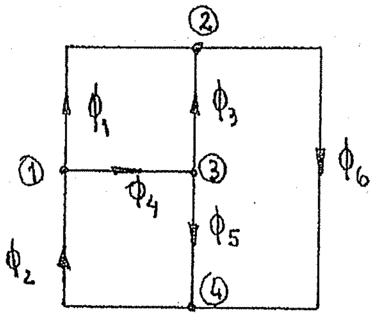
"La suma algebraica de los flujos que concurren a un nudo en un circuito magnético es igual a cero"

Estudiemos un circuito ramificado a través de un ejemplo como el siguiente



Circuito Ramificado de 4 nudos y 6 ramas.

Debo adoptar un sentido para los flujos:



$$\sum \sigma mm = \sum N \; I$$

$$N_1 I_1 - N_3 I_3 = H_1 l_1 - H_3 l_3 - H_4 l_4$$

donde $H_i = B_i / \mu_i \; \mu_0 = \phi_i / \; \mu_i \; \mu_0 \; S_i$

entonces $\sum N \; I = \phi_1 \, l_1 \; / \; \mu_i \; \mu_0 \, S_i \; - \; \phi_3 \, l_3 \; / \; \mu_3 \; \mu_0 \, S_3 \; - \; \phi_4 \, l_4 \; / \; \mu_4 \; \mu_0 \, S_4$

$$\Sigma N \; I = \phi_3 \, Rm_3 - \phi_4 \, Rm_4$$

$$\sum N \ I = \sum \sigma mm = \sum \phi_i \ Rm_i$$

Segunda Ley de Kirchoff para circuitos magnéticos

"La suma algebraica de las fuerzas magnetomotrices en una malla de un circuito magnético es igual a la suma de las tensiones magnéticas."

1.3.1 MÉTODO DIRECTO

Es aquel donde se conoce el Flujo (ϕ) o el Campo (B) y se trata de determinar los Amper - vueltas, o sea la Fuerza Magnetomotriz (σmm).

1.3.2 MÉTODO INVERSO

Se conocen los Amper - vueltas en un lugar del circuito y se trata de determinar el Flujo (ϕ) o el Campo (B).

Se debe suponer un flujo, se calculan los Amper - vueltas y luego se compara con los Amper - vueltas datos. Se itera hasta lograr la aproximación deseada.

1.4 TRABAJO DE UN ELECTROIMÁN AL LEVANTAR UN PESO.

$$F = \phi^2 / 2 \ \mu_0 \ S = B^2 \ S / \mu_0$$

donde:

$[F] = [Nw]$

$[B] = [Wb / m^2]$

$[\phi] = [Wb]$

$[S] = [m^2]$

$[\mu_0] = 4\pi \ 10^{-7} \ [Wb/mA]$

Ejemplo:

$B = 5000\ Gs = 0{,}5\ Wb / m^2$

$S = 100\ cm^2 = 10^{-2}\ m^2$

$$F = (o{,}5)^2\ 10^{-2} / 2\ 4\ \pi\ 10^{-7} = 1000\ Nw = 100\ kg$$

En la práctica puede utilizarse la siguiente aproximación:

$$F = (B / 5000)^2\ S$$

donde:

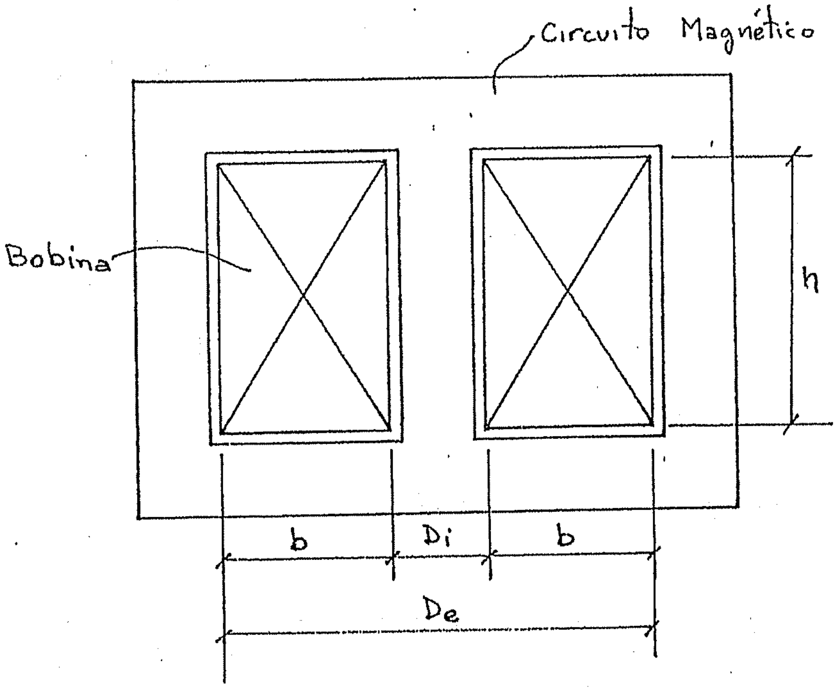
$[B] = [Gs]$

$[F] = [Kg]$

$[S] = [cm^2]$

1.5 DESCOMPOSICIÓN DE "N I" EN CORRIENTE CONTINUA

Realizado el cálculo de un circuito magnético, obtuvimos los Ampere - vueltas. El problema es hallar la relación entre el número de espiras (N) y la intensidad de corriente (I).



$J = [\ A\ /\ mm^2\ ]$ densidad de corriente

Sb = sección total de la bobina $= b \times h$

Sc = sección total neta del cobre en la zona Sb

$Cr = Sb\ /\ Sc$ Coeficiente de Relleno

$R = \rho\ l\ /\ S$ Resistencia total de la bobina $[\ \Omega\ ]$

donde:

S Sección de cada conductor $[\ mm^2\ ]$

l Longitud total de la bobina o arrollamiento $[\ m\ ]$

ρ Resistividad del material de la bobina $[\ \Omega\ mm^2\ /\ m\ ]$
para el cobre por ej. $\rho = 1\ /\ 48\ \Omega\ mm^2\ /\ m$ (a 75 ^{0}C)

Si:

lm Longitud media de una espira

$l = N\ lm$ Longitud total de la bobina

V Tensión de alimentación de la bobina

se tiene:

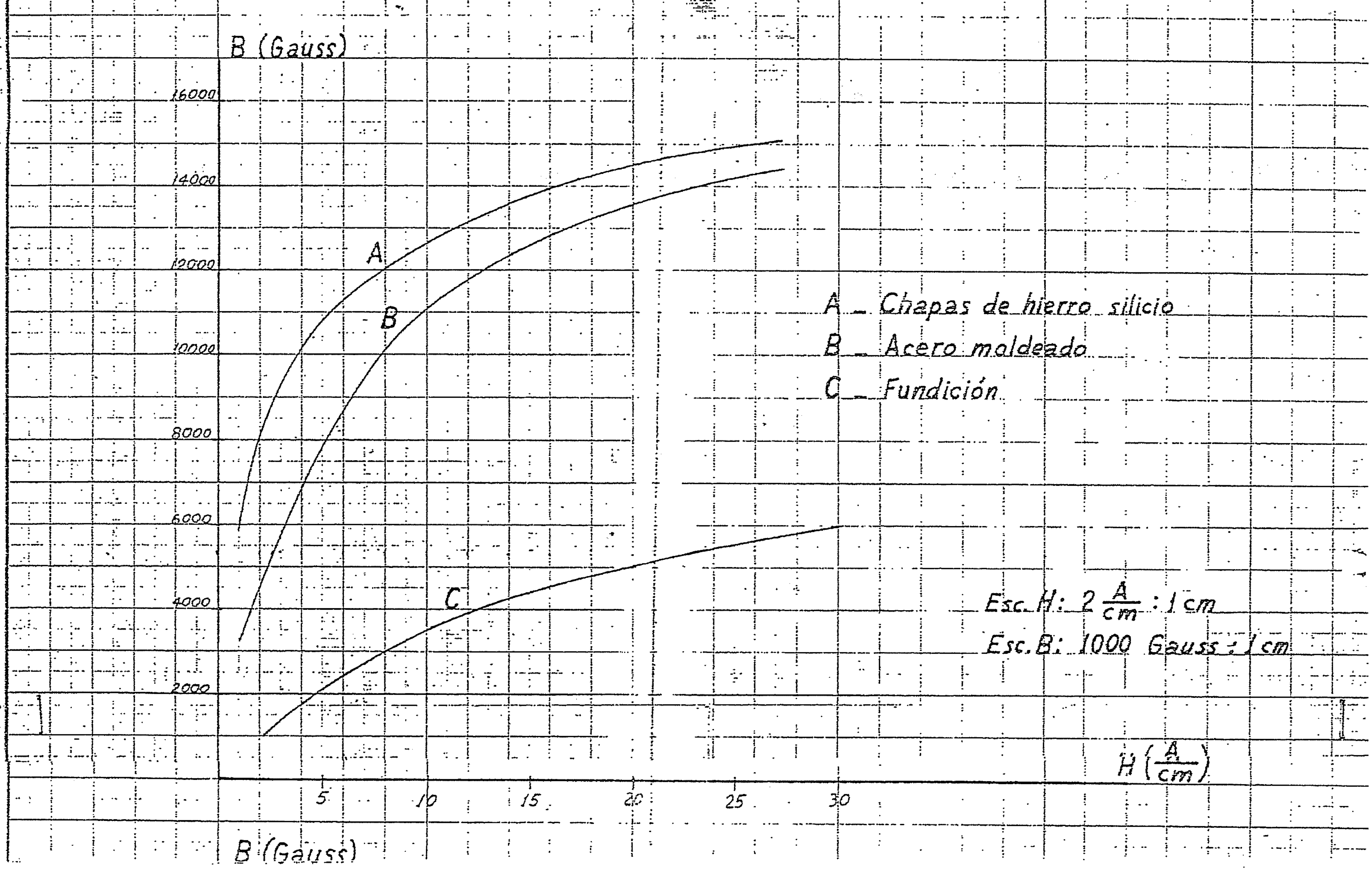
$$V = R\,I = (1\ /\ 48)\ (1\ /\ S)\ I = (1\ /\ 48)\ (\ lm\ N\ /\ S)\ I$$

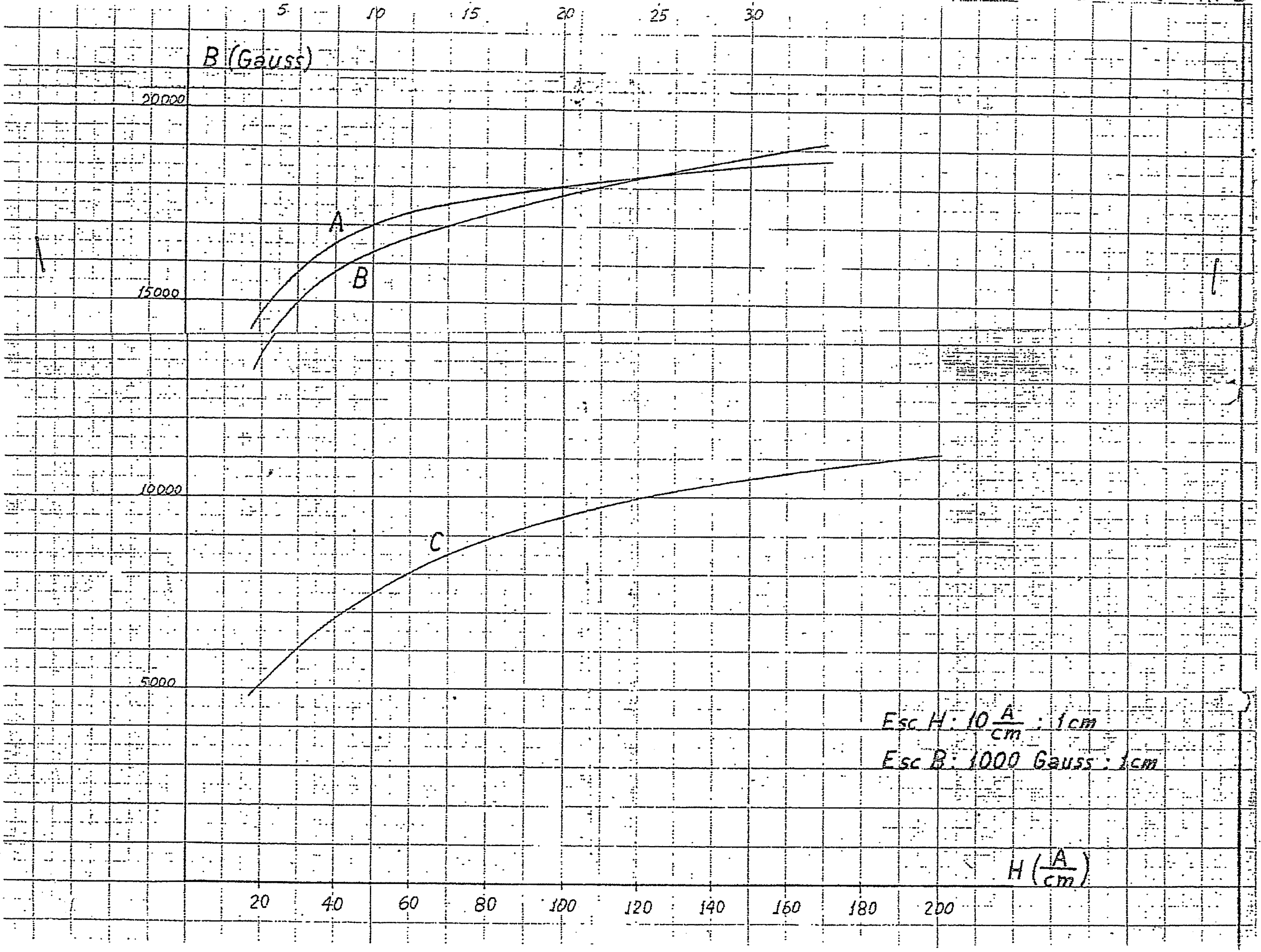
$$N = 48\ V\ S\ /\ lm\ I = 48\ V\ /\ lm\ J$$

1.6 CURVAS DE MAGNETIZACIÓN

Las gráficas que se muestran a continuación son las respuestas magnéticas de tres materiales ferromagnéticos clásicos, utilizados en la construcción de circuitos magnéticos de uso industrial (transformadores de potencia, máquinas de soldar, balastos, reactancias, etc.).

CURVAS DE MAGNETIZACION




B (Gauss)
20000
15000
10000
5000
5
10
15
20
25
30
A
B
C
20
40
60
80
100
120
140
160
180
200
H (A/cm)
Esc H : 10 A/cm : 1cm
Esc B : 1000 Gauss : 1cm