

# Optimización Energética de Vehículos Eléctricos Híbridos



**Mauro G. Carignano**

Directores:

Dr. Norberto M. Nigro

Ing. Sergio J. Junco

Miembros del jurado:

Dr. Ernesto J. Kofman

Dr. Cristian H. De Angelo

Dr. Gerardo G. Acosta

Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura

Universidad Nacional de Rosario

Tesis presentada en la Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y  
Agrimensura, en cumplimiento parcial de los requisitos para optar al  
título de

*Doctor en Ingeniería*  
Marzo 2018



Esta tesis está dedicada a mis padres. . . .

*Cuando nada parece ayudar, voy a donde el cantero  
y lo miro martillar su roca, tal vez unas cien veces  
sin que ni siquiera se note una grieta en ella.  
Sin embargo, al centésimo primer martilleo  
ésta se partirá en dos; y sé que no será debido  
al último golpe, sino a todos los que vinieron antes.*

Jacob A. Riis



## Agradecimientos

Esta tesis ha recibido el apoyo económico del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET) y la Universidad Nacional de Rosario (UNR). Las investigaciones han sido realizadas en la Escuela de Ingeniería Mecánica (EIM) de la Facultad de Ciencias, Exactas, Ingeniería y Agrimensura de la UNR.

En primer lugar, quiero expresar mi gratitud a mis directores, el Dr. Norberto Nigro y el Ing. Sergio Junco, por el tiempo y el esfuerzo dedicado a mi formación, tanto profesional como humana. Quiero agradecer especialmente al Dr. Guillermo Rodríguez, quien además de introducirme al mundo académico, me ofreció la posibilidad de realizar el doctorado y me guió en cada paso que di durante estos 5 años. Agradezco además a todos los compañeros, algunos de ellos becarios, con los que compartí lugar de trabajo y actividades académicas. Un agradecimiento particular quiero expresar para el Dr. Diego Feroldi, con quien trabajé en los últimos años, y fue además promotor y conexión para poder realizar una estancia de investigación en el Instituto de Robótica e Informática Industrial (IRI), CSIC-UPC, en Barcelona. Aprovecho la ocasión para agradecer al IRI y a sus integrantes por la cálida atención recibida en dicha estancia. Por último, quiero agradecer al Dr. Pedro Orbaiz, que me abrió las puertas de Instituto Tecnológico Buenos Aires (ITBA) y pudimos realizar algunos trabajos en conjunto.

Finalmente, a mis padres y hermanos, y a mi novia por apoyarme en todo momento y acompañarme este largo camino recorrido.



## Resumen

La utilización de sistemas de propulsión híbridos eléctricos para el transporte urbano como alternativa a las plataformas convencionales propulsadas únicamente por motor de combustión interna representan una opción ciertamente competitiva en términos económicos y de prestaciones, y con notables ventajas en términos de contaminación y eficiencia energética. Por tal motivo, en los últimos años, numerosos estudios reportados en la literatura han abordado diversos aspectos de estos sistemas de propulsión, siendo la mayor parte de ellos orientados a trabajos de optimización, con el objetivo de mejorar su eficiencia energética, aumentar su vida útil y reducir los costos de adquisición de las plataformas híbridas.

En esta tesis se presenta un extenso estudio acerca de los sistemas de propulsión híbridos eléctricos. Las contribuciones realizadas radican esencialmente en la metodología y en los trabajos de optimización aplicados al diseño, dimensionamiento y gestión energética, sobre diferentes plataformas híbridas eléctricas. El propósito general de esta tesis es mejorar las prestaciones de las mismas incluyendo múltiples aspectos, todos ellos destinados a acelerar la inserción de los sistemas de propulsión híbridos eléctricos en el transporte urbano.

La tesis abarca tres aspectos íntimamente relacionados del diseño de las plataformas híbridas: arquitectura, dimensionamiento de componentes y gestión energética. En la primera parte se trabaja sobre los sistemas de propulsión híbridos integrados por motor de combustión interna, motores eléctricos y batería. Específicamente se propone una metodología para abordar el dimensionamiento óptimo de sus componentes con un enfoque multi-objetivo que incluye tanto el consumo de combustible como la degradación de la batería. Dicho estudio incluye además la formulación y el análisis de diferentes estrategias de gestión energética, también con un enfoque multi-objetivo, incluyendo la estrategia óptima.

Una segunda contribución realizada por esta tesis está asociada a la arquitectura de la plataforma, y específicamente orientada los sistemas de propulsión híbridos reconfigurables. En este caso se propone una nueva arquitectura reconfigurable que ofrece ventajas en múltiples aspectos en comparación con una de las plataformas híbridas más reconocidas en la literatura y la más masiva del mercado automotriz

actual. Además de la arquitectura en sí, se presentan las directrices para abordar de manera eficiente el cómputo de la estrategia de gestión óptima vía Programación Dinámica en plataformas reconfigurables con múltiples entradas de control y múltiples variables de estado.

Por último, se estudian los sistemas de propulsión híbridos con pilas de combustible, específicamente aquellos que utilizan supercapacitores como almacenador de energía. La gestión energética en este tipo de plataformas presenta un especial desafío debido a la presencia de restricciones activas que dependen de variables de estado. En este caso, se presenta una nueva estrategia de gestión energética de tiempo real que, basada en la estimación de la demanda energética en un horizonte cercano, permite mejorar las prestaciones de estas plataformas en términos de consumo de combustible y disponibilidad de potencia. Los resultados incluyen además una validación experimental de la estrategia propuesta utilizando una estación híbrida de laboratorio.

## **Abstract**

Hybrid propulsion systems for urban transport against conventional platform propelled only by internal combustion engine represent a solution certainly competitive in economics terms and performances, with significant benefits in terms of pollution and energy efficiency. Accordingly, in the last years, many studies reported in literature have addressed different aspects of these propulsion systems, most of them oriented to optimization, aimed to improve its energetic efficiency, increase lifetime and reduce the acquisition cost of hybrid platforms.

This thesis presents an extensive study about hybrid electric propulsion systems. The contributions mainly lie in the methodology and in the optimization works focused on the design, sizing and energy management in different hybrid electric platforms. The general purpose of it, is to improve the performance of those including multiple aspects, all of them aimed to expedite the insertion of hybrid electric propulsion systems in urban transport.

Thesis includes three aspects closely linked in the design of these platforms: architecture, sizing of components and energy management. The first part deals with hybrid propulsion systems powered by internal combustion engine, electric machines and battery. Specifically, a methodology is proposed to address the optimal sizing of components using multi-objectives criteria that includes both fuel consumption and battery degradation. This part also includes the formulation and analysis of different real-time energy management strategies, all of them with multi-objectives criteria, including optimal offline strategy.

The second contribution of this thesis is related to the architecture of the platforms, and specifically oriented to reconfigurable hybrid propulsion systems. In this case, a novel architecture which offers multiple advantages is proposed in comparison with the most famous platform reported in literature and most traded in the current automotive market. Besides the architecture itself, in this part are also presented the guidelines to effectively compute the optimal energy management strategy via Dynamic Programming in reconfigurable platforms with multiple control inputs and multiple state variables.

Finally, studies of the hybrid propulsion systems with fuel cell, particularly those which use a supercapacitor as energy storage system, are presented. The energy management in this kind of platform represent a special challenge due to the presence of active constraints that depends on the states variables. In this case, a novel real-time energy management is presented, which based on an estimation of the future energy demand in a close time horizon, allows to improve the performance of this platform in terms of fuel consumption and power availability. Results also include an experimental validation of the strategy proposed using a laboratory fuel cell hybrid power station.

# Índice

<b>Lista de figuras</b>	<b>xv</b>
<b>Lista de tablas</b>	<b>xix</b>
<b>Nomenclatura</b>	<b>xxi</b>
<b>1 Introducción General</b>	<b>1</b>
1.1 Motivación . . . . .	1
1.2 Contribuciones . . . . .	4
1.3 Organización de la tesis . . . . .	5
1.4 Publicaciones derivadas . . . . .	5
<b>2 Sistemas de propulsión híbridos</b>	<b>9</b>
2.1 Tecnologías y configuraciones . . . . .	9
2.1.1 VHEs propulsados por MCI y batería . . . . .	10
2.1.2 VHE propulsados por pila de combustible . . . . .	12
2.2 Dimensionamiento de componentes . . . . .	14
2.3 Estrategias de gestión energética . . . . .	16
<b>3 Optimización global</b>	<b>19</b>
3.1 Escenario de optimización . . . . .	19
3.2 Programación Dinámica . . . . .	21
3.3 Ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman . . . . .	27
3.4 Principio del Mínimo de Pontryagin . . . . .	29
3.5 Conexión entre el PMP y la ecuación de HJB . . . . .	34
<b>4 Dimensionamiento y gestión energética en VHEs con batería</b>	<b>37</b>
4.1 Introducción . . . . .	37
4.2 Modelo del VHE . . . . .	39
4.2.1 Configuración, flujo de potencia y grados de libertad . . . . .	39

4.2.2	Restricciones, Factor de Hibridización y Factor de Sobredimensionamiento . . . . .	40
4.2.3	Motor de combustión interna, máquinas eléctricas y batería . . . . .	42
4.2.4	Modelo causal del VHE . . . . .	47
4.3	Vida útil de los componentes . . . . .	48
4.3.1	Estimación vida útil de la batería . . . . .	49
4.3.2	Estimación de la vida útil del MCI . . . . .	50
4.4	Gestión energética . . . . .	51
4.4.1	Estrategia de consumo equivalente . . . . .	52
4.4.2	Estrategia óptima . . . . .	54
4.5	Dimensionamiento óptimo . . . . .	56
4.5.1	Costo total de operación . . . . .	56
4.5.2	Procedimiento iterativo de dimensionamiento . . . . .	57
4.6	Aplicación sobre un caso de estudio . . . . .	58
4.6.1	Caso de estudio: autobús urbano . . . . .	59
4.6.2	Resultados de las simulaciones . . . . .	60
4.6.3	Optimalidad de la estrategia ECMS . . . . .	62
4.7	Conclusiones y discusiones . . . . .	66
<b>5</b>	<b>Sistemas de propulsión con arquitectura reconfigurable</b>	<b>69</b>
5.1	Introducción . . . . .	69
5.2	Modelo del sistema de propulsión . . . . .	71
5.2.1	MCI, máquina eléctrica y batería . . . . .	71
5.2.2	Configuraciones con sistema planetario . . . . .	72
5.2.3	Control supervisor . . . . .	75
5.3	Implementación de Programación Dinámica para la gestión energética	79
5.3.1	Formulación básica . . . . .	80
5.3.2	Implementación vectorizada . . . . .	81
5.4	Resultados . . . . .	84
5.4.1	Toyota Prius . . . . .	86
5.4.2	PSRA y THSIII optimizado . . . . .	86
5.4.3	Análisis complementario de resultados . . . . .	89
5.5	Conclusiones y discusiones . . . . .	94
<b>6</b>	<b>Gestión energética en vehículos híbridos con restricciones de estado activos</b>	<b>95</b>
6.1	Introducción . . . . .	95
6.2	Modelo del vehículo . . . . .	97

---

6.2.1	Modelo del supercapacitor . . . . .	98
6.2.2	Modelo de la pila de combustible . . . . .	100
6.2.3	Modelo del FCHV . . . . .	102
6.3	Estrategia de gestión basada en estimación energética . . . . .	105
6.3.1	Determinación de límites dinámicos de SOE . . . . .	105
6.3.2	Potencia de referencia para la FC . . . . .	112
6.4	Simulaciones y resultados . . . . .	113
6.4.1	Caso de estudio . . . . .	113
6.4.2	Ajuste de las estrategias y definición de los indicadores de desempeño . . . . .	113
6.4.3	Resultados . . . . .	118
6.5	Validación experimental . . . . .	123
6.5.1	Descripción de la estación . . . . .	123
6.5.2	Procedimiento de escalado . . . . .	125
6.5.3	Resultados experimentales . . . . .	127
6.6	Conclusiones y discusiones . . . . .	130
<b>7</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>133</b>
7.1	Conclusiones generales y prospectiva . . . . .	133
7.2	Trabajos futuros . . . . .	135
<b>Anexo A</b>	<b>Cálculo variacional</b>	<b>137</b>
A.1	Introducción al cálculo variacional . . . . .	137
A.2	Ecuación de Euler . . . . .	139
	<b>Referencias</b>	<b>143</b>



# Lista de figuras

1.1	Porcentajes de emisiones de CO <sub>2</sub> clasificadas por sectores [37] . . . . .	1
1.2	Energía consumida por el transporte agrupados según la fuente de energía, (cuatrillón Btu) [88] . . . . .	2
1.3	Generación de electricidad a nivel mundial agrupados por fuente de energía, (cuatrillón Btu) [88] . . . . .	3
2.1	Sistema de propulsión híbrido . . . . .	9
2.2	Gráfico de Ragone para distintas fuentes de energía utilizadas en vehículos híbridos [55, 31] . . . . .	10
2.3	VHE configuración Serie . . . . .	11
2.4	VHE configuración Paralelo . . . . .	11
2.5	VHE configuración Combinado . . . . .	12
2.6	Minion . . . . .	13
2.7	Estructura de control de una plataforma de propulsión híbrida . . . . .	17
2.8	Clasificación de las estrategias de gestión energética . . . . .	17
3.1	Trayectorias posibles para ir desde $a$ hasta $e$ . . . . .	21
4.1	VHE con configuración tipo Serie . . . . .	39
4.2	Características de los principales componentes del sistema de propulsión. MCI: MB OM-904 LA, 130 kW; Máquina eléctrica: de imán permanente, Honda Accord, 7 kW; Generador eléctrico: de imán permanente, SR218N, 41 kW. . . . .	44
4.3	Circuito equivalente para modelar la batería . . . . .	45
4.4	Representación esquemática del modelo causal del VHE . . . . .	47
4.5	Esquema correspondiente al modelo de dinámica longitudinal del vehículo . . . . .	48
4.6	Buenos Aires Bus Cycle (BABC). Cortesía del ITBA . . . . .	60

4.7	Flujos de potencias y costos instantáneos para el diseño seleccionado en el intervalo de tiempo comprendido entre los 300 y los 800 segundos del ciclo BABC . . . . .	62
4.8	Evolución de las principales variables asociada a la batería para el diseño seleccionado a lo largo de todo el ciclo BABC . . . . .	63
4.9	Trayectorias de las variables de estado para el diseño elegido, sin restricciones de estado activas . . . . .	65
4.10	Trayectorias de las variables de estado y evolución de la variable con restricción activa . . . . .	67
5.1	Sistema planetario de tres puertos (PGS) . . . . .	73
5.2	Configuración del sistema THS de tercera generación . . . . .	74
5.3	Arquitectura PSRA propuesta . . . . .	75
5.4	Configuraciones utilizadas y flujos de potencia en la arquitectura PSRA. Ver en la Tabla 5.2 las relaciones entre las variables de puerto. . . . .	76
5.5	Modelo cuasiestático causal utilizado en las simulaciones . . . . .	77
5.6	Ciclos estándares utilizados para calcular el consumo mixto . . . . .	86
5.7	Configuraciones utilizadas en plataforma PSRA en los ensayos realizados por simulación. . . . .	90
5.8	Evolución del <i>SoC</i> y de la corriente que circula por una celda de la batería. Los resultados corresponden a los perfiles de velocidad UDDS (desde 0 a 1370 seg.), y HWFET (desde 1370 a 2134 seg.) . . . . .	91
6.1	Configuración del FCHV . . . . .	98
6.2	Curva de polarización y eficiencia de una PEM-FC Nexa™ modelo 310-0027 de 1200W . . . . .	102
6.3	Representación esquemática del modelo utilizado para realizar las simulaciones . . . . .	104
6.4	Diagrama de flujo de la estrategia EBES . . . . .	105
6.5	Hipotéticos trayectos a partir de la velocidad actual . . . . .	106
6.6	Evolución de la potencia de la FC desde el estado actual de potencia, con máxima variación, hasta i) su máxima potencia (azul), ii) mínima potencia (verde) . . . . .	109
6.7	Perfiles de velocidad utilizados para en la simulación y en los ensayos experimentales . . . . .	115
6.8	Segmentos de la simulación utilizando la estrategia EBES con parámetros $v_{max} = 12ms^{-1}$ , $P_{low}^{chg} = 24kW$ , $P_{hi}^{chg} = 26kW$ y $P_{dis} = 30kW$ . . . . .	118
6.9	Desempeño de las estrategias obtenidos a partir del barrido paramétrico sobre el ciclo MBC . . . . .	119

---

6.10 Falta de seguimiento de la velocidad de referencia en el ciclo BABC .	121
6.11 Estación híbrida utilizada para los ensayos . . . . .	124
6.12 Configuración del sistema experimental . . . . .	125
6.13 Resultados experimentales y de simulación sobre el ciclo MBC usando la estrategia EBES . . . . .	128



# Lista de tablas

4.1	Vida media estimada en horas para motores de combustión interna [45]	51
4.2	Características del VHE utilizado como caso de estudio. Datos del chasis tomados de Autonomy™ [6] y Mercedes Benz™ [52]; datos de la batería tomados de A123 system™ [1]. . . . .	59
4.3	Características del ciclo BABC . . . . .	60
4.4	CTO expresado en USD/año para los distintos diseños propuestos . . .	61
4.5	Comparación de desempeño utilizando la estrategia ECMS con dos ajustes diferentes: i) minimizar el CTO ( $\alpha_{Ah} = 18.94 \text{ grAh}^{-1}$ ), ii) minimizar el consumo de combustible ( $\alpha_{Ah} = 0$ ) . . . . .	64
4.6	Comparación de desempeño en términos de CTO utilizando las estrategias óptima y ECMS para distintos diseños con MCI de $100 \text{ kW}$ . . .	64
4.7	Comparación del desempeño en términos de CTO con y sin restricciones de estado activas . . . . .	65
5.1	Configuraciones utilizadas en la plataforma PSRA . . . . .	74
5.2	Restricciones de igualdad de cada configuración en la arquitectura PSRA según Figura 5.4 . . . . .	78
5.3	Grados de libertad y entradas de control de la plataforma PSRA . . . .	78
5.4	Descripción de variables del Algoritmo 2 . . . . .	83
5.5	Características del Toyota Prius tercera generación [10] . . . . .	87
5.6	Desempeño de Toyota Prius tercera generación . . . . .	87
5.7	Parámetros del barrido paramétrico . . . . .	88
5.8	Ajustes para lograr mínimo consumo de combustible . . . . .	88
5.9	Prestaciones logradas por las diferentes plataformas . . . . .	89
5.10	Solicitud de la batería . . . . .	92
6.1	Restricciones asociadas al sistema de propulsión . . . . .	104
6.2	Parámetro del FCHV usado como caso de estudio: chasis y diferencial de [52]; EM y convertidores de Autonomy™ [53]; FC de [35]; y SC de [51]. . . . .	114

---

6.3	Propiedades de los ciclos de velocidad . . . . .	116
6.4	Parámetros del barrido paramétrico . . . . .	116
6.5	Desempeño de las estrategias en el ciclo MBC. . . . .	120
6.6	Desempeño de las estrategias en el ciclo BABC. . . . .	120
6.7	Desempeño de las estrategias sobre el ciclo MBC con $m_{carga} = 0kg$ . . . . .	122
6.8	Desempeño de las estrategias sobre el ciclo MBC con $m_{carga} = 5800kg$ . . . . .	122
6.9	Desempeño de las estrategias sobre MBC, resultados experimentales y de simulaciones . . . . .	129
6.10	Desempeño de las estrategias sobre BABC, resultados experimentales y de simulaciones . . . . .	129

# Nomenclatura

## Principales acrónimos

AE	Acumulador de energía
CTO	Costo total de operación
DoD	Profundidad de descarga
EBSE	Energy-Based Estimation Strategy
ECMS	Estrategia de consumo equivalente
EGE	Estrategia de gestión energética
FC	Pila de combustible
FEP	Fuente de energía primaria
FH	Factor de hibridización
FS	Factor de sobredimensionamiento
HJB	Hamilton-Jacobi-Bellman
MCI	Motor de combustión interna
PGS	Sistema planetario
PMP	Principio de Mínima de Pontryagin
PSRA	Power-Split Reconfigurable Architecture
SC	Supercapacitor
SOC	Estado de carga
SOE	Estado de energía
VHE	Vehículo híbrido eléctrico



# Capítulo 1

## Introducción General

### 1.1 Motivación

Frente a la creciente demanda mundial de energía y la necesidad de reducir las emisiones antropogénicas de gases con efecto invernadero (GEI), con el objetivo de evitar escenarios extremos de cambio climático, es imprescindible introducir prácticas y tecnologías más limpias y sustentables en todos los sectores de la economía [38]. El sector del transporte en su conjunto representa el 25% del total de las emisiones de GEI [36], y en particular, dentro de este último, el 50% corresponde al transporte por carretera de personas; y el 20% al transporte por carretera de mercancías [34]. En este sentido, los datos ofrecidos por la Organización Internacional de Fabricantes de Automóviles (OICA) muestran que el sector de transporte por carretera produce el 16% de las emisiones de CO<sub>2</sub>, tal como se observa en la Figura 1.1. En vista de estos porcentajes, toda contribución asociada a la reducción de emisiones producidas por el transporte tiene un efecto significativo en el problema global de emisiones.

Desde el punto de vista energético, de acuerdo con el último reporte de la Administración de Información de Energía de Estados Unidos (EIA), el consumo de energía

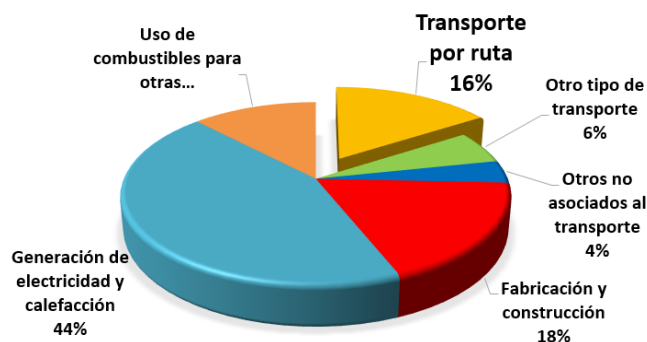


Figura 1.1: Porcentajes de emisiones de CO<sub>2</sub> clasificadas por sectores [37]

insumido por el sector del transporte representa el 27% de la energía total consumida por los distintos sectores, y se proyecta hacia el 2040 un crecimiento anual de 1.4% [88]. Respecto de las fuentes de energía utilizadas para el transporte, la Figura 1.2 muestra que el uso de combustibles líquidos como la gasolina y el diesel representan actualmente, y en proyección al 2040, la principal fuente de energía.

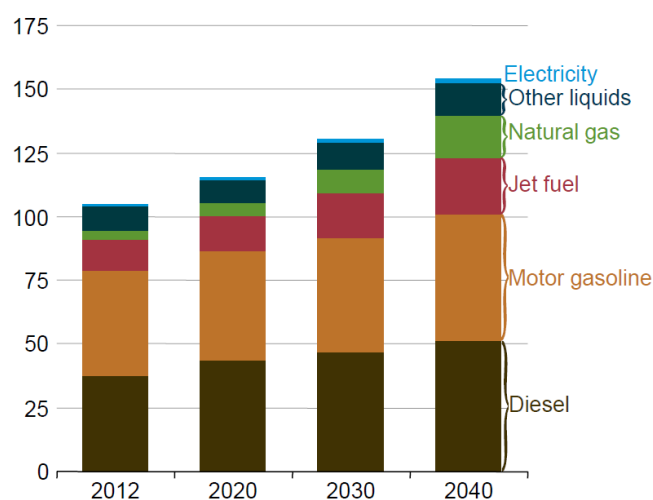


Figura 1.2: Energía consumida por el transporte agrupados según la fuente de energía, (cuatrillón Btu) [88]

La generación de emisiones de GEI en general, y en particular las emisiones de  $\text{CO}_2$ , está directamente asociados a la combustión de hidrocarburos. En consecuencia, un incremento en la eficiencia energética de las plataformas utilizadas para el transporte tiene efecto directo tanto en el consumo energético como en la reducción de emisiones.

Durante aproximadamente un siglo, las plataformas utilizadas para el transporte terrestre estuvieron propulsada únicamente por un motor de combustión interna (MCI). A pesar de que actualmente esta plataforma, asumida como “convencional”, sigue representando la alternativa más favorable en muchos aspectos, en los últimos 20 años, nuevas plataformas no convencionales han mejorado sus prestaciones transformándose en alternativas económicamente factibles y de gran potencial. De acuerdo a estudios recientes sobre análisis de ciclo de vida, no existe una respuesta trivial acerca de cuál es la plataforma de menor costo y/o menos contaminante para el transporte terrestre. Las comparaciones entre plataformas eléctricas, híbridas, “enchufables” (plug-in) y convencionales muestran que la mejor elección en términos de costos y emisiones depende de la proveniencia de la energía eléctrica utilizada y del costo asociado de generación de dicha energía [33, 68, 58]. Las plataformas eléctricas puras ofrecen altos valores de eficiencia y no producen emisiones en operación. Sin embargo, las principales limitaciones se presentan en la vida útil y el costo de las baterías, que en ciertos casos pueden alcanzar hasta un tercio del valor del vehículo [84]. Por

otro lado estas plataformas ofrecen limitaciones de autonomía y elevados tiempos de recarga. Estos aspectos negativos, sumados al hecho de que la matriz de generación de electricidad a nivel mundial, tal como muestra la Figura 1.3, se encuentra integrada en porcentajes predominantes por carbón y gas natural, entonces los beneficios de reducción de emisiones asociadas a las plataformas eléctricas es ciertamente discutible.

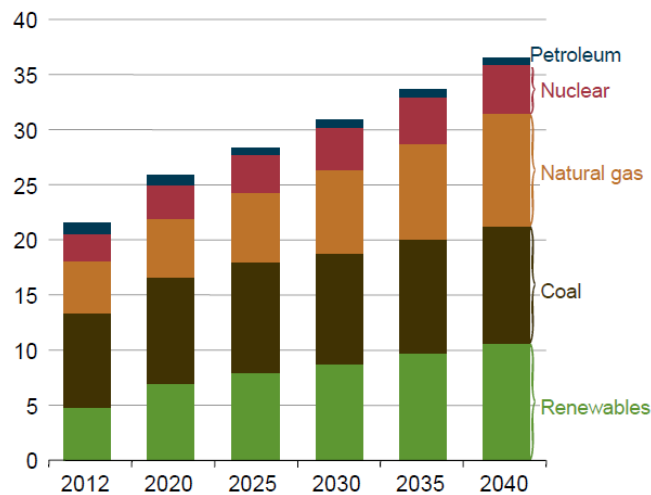


Figura 1.3: Generación de electricidad a nivel mundial agrupados por fuente de energía, (cuatrillón Btu) [88]

Debido a su gran autonomía, la disponibilidad y rapidez de recarga de combustible, y su relativo bajo costo, las plataformas convencionales siguen siendo la opción con mayores volúmenes de ventas para el transporte terrestre por carreteras. Por su parte, las plataformas híbridas logran reducir hasta un 40% el consumo de combustible [84], y en porcentajes similares las emisiones [28], debido principalmente a la recuperación de energía durante el frenado y a la operación más eficiente de los componentes del sistema de propulsión. Estas plataformas están integradas generalmente por una fuente primaria de energía, como puede ser un MCI o una pila de combustible de hidrógeno, lo cual les provee niveles de autonomía y tiempos de abastecimiento comparable con los vehículos convencionales, manteniendo las prestaciones de potencia. Estas características, entre otras, convirtieron a los vehículos híbridos eléctricos (VHE), especialmente a aquellos que utilizan MCI y baterías, en la plataforma de transporte no convencional con mayor volumen de venta [5]. Sin embargo, los VHEs presentan, en general, un costo de adquisición mayor que los vehículos convencionales, siendo ésta una de las principales desventajas. Otra desventaja asociada con este tipo de plataformas está vinculada a la relativamente corta vida útil de algunos de sus componentes y la necesidad de recambio de los mismos durante la vida útil del vehículo. Tal es el caso de las baterías y las pilas de combustible. Una manera de favorecer la

incorporación de plataformas híbridas en sustitución de plataformas convencionales es reduciendo los costos totales generados durante su ciclo de vida. Estos incluyen, los costos de fabricación, los costos de operación (consumo de combustible) y los costos de mantenimiento. En este sentido, el trabajo presentado en esta tesis aborda el diseño de los vehículos híbridos con una mirada global que contempla diversos aspectos entre los que se destacan: mejorar la eficiencia energética global de forma tal de reducir el consumo de combustible; reducir el tamaño de los componentes de la transmisión de manera de lograr reducir el costo de fabricación de estas plataformas; y prolongar la vida útil de los componentes con el objetivo de reducir los costos de mantenimiento.

El proceso de diseño de las plataformas híbridas contempla: la elección de la tecnología a utilizar y la configuración adoptada; el dimensionamiento de la fuente primaria de energía y de los acumuladores de energía; y la definición de una estrategia de gestión energética que decide como operar los componentes del sistema de propulsión. Estos aspectos del diseño tiene efecto directo en las prestaciones del vehículo en términos de potencia, eficiencia energética, consumo de combustible y emisiones, como así también en vida útil de los componentes y en el costo de fabricación. A su vez, el dimensionamiento de los componentes y la estrategia de gestión son dos etapas estrechamente relacionadas y deben ser abordadas de manera conjunta. En este escenario, el trabajo presentado en esta tesis aborda la problemática del dimensionamiento de componentes y la gestión energética para distintas plataformas híbridas. Todos los casos analizados se plantean como un problema de optimización multiobjetivo con restricciones, en el cual mediante la elección del tamaño de los componentes y/o el ajuste de la estrategia de gestión energética se intenta reducir el consumo de energía, reducir la potencia instalada y maximizar la vida útil de los componentes, sujeto a satisfacer los requerimientos de potencia y respetando limitaciones físicas de los componentes de la transmisión.

## 1.2 Contribuciones

Las contribuciones realizadas en el marco de esta tesis se resumen a continuación:

**Dimensionamiento y gestión energética.** Se presenta una metodología para abordar dimensionamiento integrado con la gestión energética para VHEs propulsados por MCI y batería. El procedimiento propuesto integra el proceso de dimensionamiento óptimo de componentes, que consiste en la elección de la potencia nominal del MCI y el tamaño de la batería, junto con la estrategia de gestión energética, con el objetivo reducir el costo total de operación del VHE, el cual incluye el consumo de combustible y el consumo de vida útil de la batería.

**Arquitectura y gestión energética óptima vía programación dinámica.** Se presenta una nueva arquitectura reconfigurable para un VHE propulsado por MCI y batería. La plataforma propuesta ofrece prestaciones destacables en términos de disponibilidad de potencia, consumo de combustible y vida útil de la batería. Se presenta además las directrices para encontrar la solución óptima al problema de gestión energética utilizando Programación Dinámica, incluyendo el pseudo-código para la implementación vectorizada el método, lo cual particularmente en plataformas de este tipo reduce notablemente los tiempos de cómputo.

**Gestión energética con restricciones de estado activas.** Se presenta una nueva estrategia de gestión energética para sistemas con restricciones de estado activas. Particularmente se trabaja sobre una plataforma híbrida integrada por una pila de combustible y un supercapacitor. La estrategia propuesta permite reducir la activación de restricciones a partir de la estimación de la demanda energética, lo cual se traduce en mejores prestaciones en términos de disponibilidad de potencia y consumo de combustible.

## 1.3 Organización de la tesis

La tesis está organizada de la siguiente manera: en el Capítulo 2 se presenta una descripción general de los vehículos híbridos, haciendo énfasis en los desafíos actuales y en la contribución de la tesis sobre algunos de ellos. El Capítulo 3 presenta el marco teórico del problema de optimización asociado a la gestión energética en los VHEs, y se desarrollan las principales herramientas matemáticas utilizadas para resolverlo. En el Capítulo 4 se aborda el dimensionamiento óptimo y la gestión energética en un VHE propulsado por MCI y batería. Luego, en el Capítulo 5 se presenta una nueva arquitectura reconfigurable y se formula la implementación vectorizada del método de Programación Dinámica para resolver de manera óptima la gestión energética. El Capítulo 6 presenta la nueva estrategia de gestión energética para sistemas de propulsión con pilas de combustible y supercapacitores. Finalmente, en el Capítulo 7 se presentan las conclusiones generales de la tesis, la perspectiva sobre el tema abordado y los trabajos a futuro.

## 1.4 Publicaciones derivadas

Las siguientes publicaciones fueron presentadas en el marco de esta tesis:

- Carignano, M., Costa-Castelló, R., Roda, V., Valiño, L., Lozano A. & Barreras F. (2017). *Energy management in a fuel cell/battery-powered hybrid vehicle: a real case study*. *Applied Energy*. (Submitted).
- Carignano, M. G., Costa-Castelló, R., Roda, V., Nigro, N. M., Junco, S., & Feroldi, D. (2017). *Energy management strategy for fuel cell-supercapacitor hybrid vehicles based on prediction of energy demand*. *Journal of Power Sources*, 360, 419-433.
- Carignano, M., Costa-Castelló, R., Roda, V., Nigro, N. M. & Junco S. (2017). *A Novel Energy Management Strategy for Fuel-Cell/Supercapacitor Hybrid Vehicles*. IFAC 2017 World Congress, pp. 10469-10474, Toulouse, Francia.
- Feroldi, D. & Carignano, M. (2016). Sizing for fuel cell/supercapacitor hybrid vehicles based on stochastic driving cycles. *Applied Energy*, 183, 645-658.
- Carignano, M. G., Nigro, N. M., Junco, S., & Orbaiz, P. (2017). *Hybridisation effect on operating costs and optimal sizing of components for hybrid electric vehicles*. *International Journal of Simulation and Process Modelling*, 12(3-4), 221-234.
- Carignano, M. G., Nigro N. M., & Junco S. (2016), *HEVs with reconfigurable architecture: a novel design and optimal energy management*. *International Conference on Integrated Modeling and Analysis in Applied Control and Automation (IMAACA)*, part of the *International Multidisciplinary Modeling and Simulation Multiconference (I3M)*, 2016, Larnaca, Cyprus.
- Carignano, M. G., Feroldi, D., Nigro, N. M., & Costa-Castelló, R. (2016). 'MPC como estrategia de gestión energética para un vehículo híbrido eléctrico'. XXXVII Jornada de Automática, pp.316-323, 2016, Madrid, España.
- Carignano M. G., Adorno R., Van Dijk, N., Nieberding N., Nigro, N. M. & Orbaiz P. (2016). *Assessment of Energy Management Strategies for a Hybrid Electric Bus*. 5th International Conference on Engineering Optimization (EngOpt), Iguassu Falls, Brazil, 2016.
- Carignano, M. G., Nigro N. M., & Junco S. (2015). *Hybridization effect on fuel consumption and optimal sizing of components for hybrid electric vehicles*. *Integrated Modeling and Analysis in Applied Control and Automation (IMAACA)*, part of the *International Multidisciplinary Modeling and Simulation Multiconference (I3M)*, pp.48-54, 2015, Bergamo, Italy.

- 
- Carignano, M. G., Cabello, J. M., & Junco, S. (2014). Sizing and performance analysis of battery pack in electric vehicles. Biennial Congress of Argentina (ARGENCON), 2014 IEEE, pp. 240-244, Bariloche, Argentina.



# Capítulo 2

## Sistemas de propulsión híbridos

### 2.1 Tecnologías y configuraciones

Los vehículos híbridos se caracterizan por utilizar dos fuentes de energía para propulsarse. Una de ellas funciona como fuente de energía primaria (FEP), y su función principal es proveer de energía y dotar de autonomía al sistema. Esta fuente no puede recibir y acumular energía proveniente del propio sistema. La segunda fuente de energía de los sistemas de propulsión híbridos tiene la capacidad tanto de entregar como de recibir y almacenar energía proveniente del mismo sistema, y se denominará de aquí en adelante almacenador de energía (AE). Los sistemas de propulsión híbridos utilizan además convertidores de potencia que permiten la interconexión entre la FPE, el AE y con la demanda de potencia del vehículo en las ruedas. La Figura 2.1 presenta un esquema general con los principales componentes que integran un sistema de propulsión híbrido.

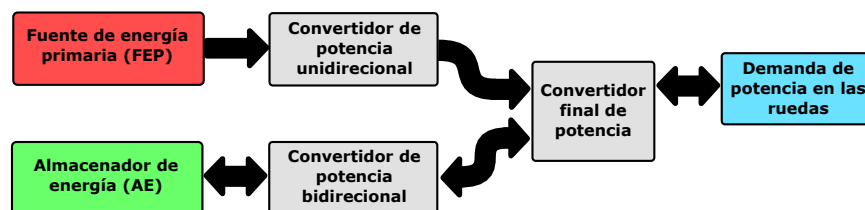


Figura 2.1: Sistema de propulsión híbrido

Las principales fuentes utilizadas como FEP son el motor de combustión interna (MCI), y en menor medida las pilas de combustible (FC). Ambos sistemas combinan una alta energía específica, lo cual provee al sistema gran autonomía con un peso razonable. Para los AE existen diferentes tecnologías y éstos suelen ser clasificados en función de la potencia específica y la energía específica, tal como muestra la Figura 2.2.

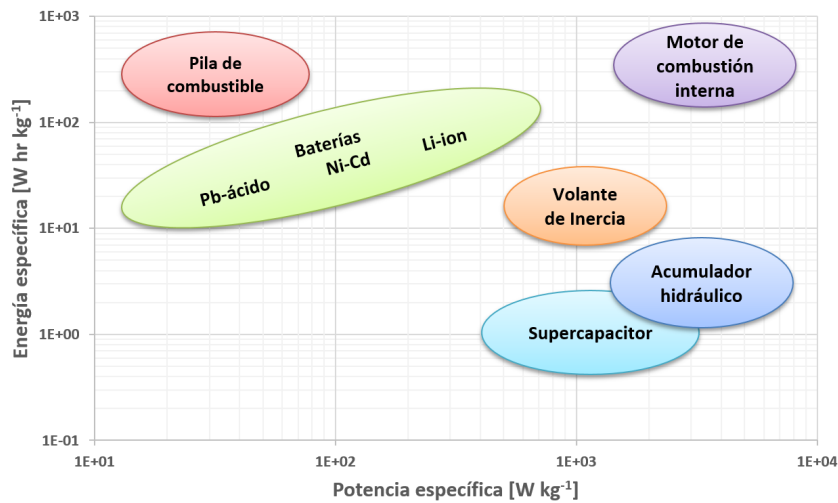


Figura 2.2: Gráfico de Ragone para distintas fuentes de energía utilizadas en vehículos híbridos [55, 31]

Dependiendo del tipo de tecnología elegida para la FEP y para el AE, los convertidores de potencia pueden ser máquinas eléctricas (motor y/o generador), convertidores electrónicos de potencia (Boost, Buck/Boost), unidades hidráulicas (motor y/o bomba), sistemas de transmisión mecánicos (engranaje, cadena y/o correa).

Los trabajos desarrollados en esta tesis se centran en los sistemas de propulsión híbridos eléctricos, es decir, aquellos que utilizan un AE que puede entregar/recibir energía eléctrica. Más específicamente, las contribuciones están dirigidas a plataformas propulsadas por MCI y Batería, y plataformas propulsadas por pila de combustible y supercapacitor. A pesar de ésto, muchos de los desarrollos presentados en esta tesis son lo suficientemente general como para ser aplicados o extendidos a otros tipos de vehículos híbridos.

### 2.1.1 VHEs propulsados por MCI y batería

Dentro del segmento de los VHEs, aquellos propulsados por MCI y batería representan el sistema de propulsión de mayor interés para los fabricantes de vehículos híbridos [3] y con mayor volumen de venta [4]. Dependiendo de la configuración adoptada, éstos pueden clasificarse en Paralelo, Serie y Combinado. Una descripción detallada de estas configuraciones se presenta en [31], mientras que una comparación en términos de prestaciones y aplicaciones puede encontrarse en [8, 84]. En la configuración Serie la propulsión en las ruedas proviene únicamente del Motor eléctrico. Su principal ventaja radica en la posibilidad de operar el MCI en una zona de alta eficiencia debido a que no hay una conexión mecánica directa entre este último y las ruedas, tal como

se muestra en la figura 2.3. Esta configuración será estudiada y optimizada desde el punto de vista del dimensionamiento y la gestión energética en el capítulo 4.

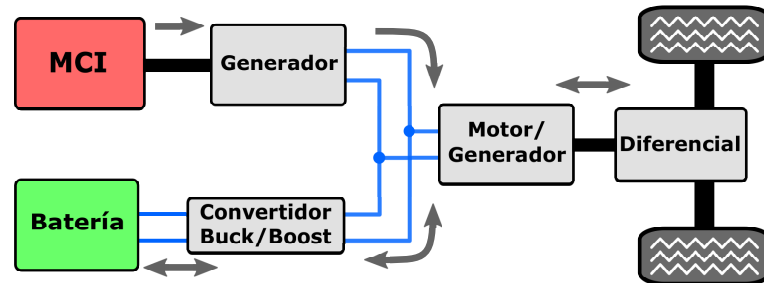


Figura 2.3: VHE configuración Serie

Las configuraciones Paralelo y Combinado se muestran en las Figuras 2.4 y 2.5 respectivamente. Éstas tiene la posibilidad de entregar energía mecánica desde el MCI directamente a las ruedas, evitando las etapas de conversión intermedias, lo cual se traduce en un incremento global de la eficiencia del sistema. La diferencia entre la configuración Paralelo y la configuración Combinado radica en que esta última puede funcionar total o parcialmente como una configuración Serie, es decir utilizar el MCI para generar energía eléctrica y propulsar el vehículo a través del motor eléctrico. La configuración Combinado emplea un acoplador de velocidad para conectar el MCI con las ruedas. Este tipo de acople permite variar de manera continua la relación entre revoluciones a las cuales opera el MCI respecto de las revoluciones de la rueda, lo cual incrementa notablemente el rendimiento de operación y mejora la disponibilidad de potencia del sistema de propulsión. El sistema planetario de tres puertos es el más utilizado como acoplador de velocidad en VHE. Su funcionamiento se describe con más detalles en la sección 5.2.2.

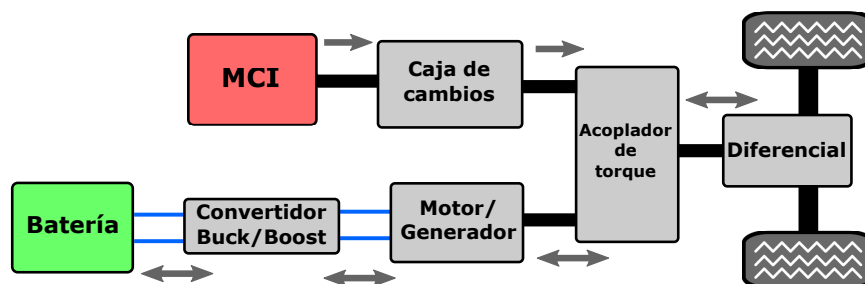


Figura 2.4: VHE configuración Paralelo

A pesar de que no existe una respuesta única acerca de cuál es la configuración que ofrece los mayores beneficios, la literatura reportada coincide en que la configuración Serie es preferible para vehículos pesados sometidos a perfiles de velocidad urbanos que presentan frecuentes arranques y paradas. Por su parte, las arquitecturas Paralelo y

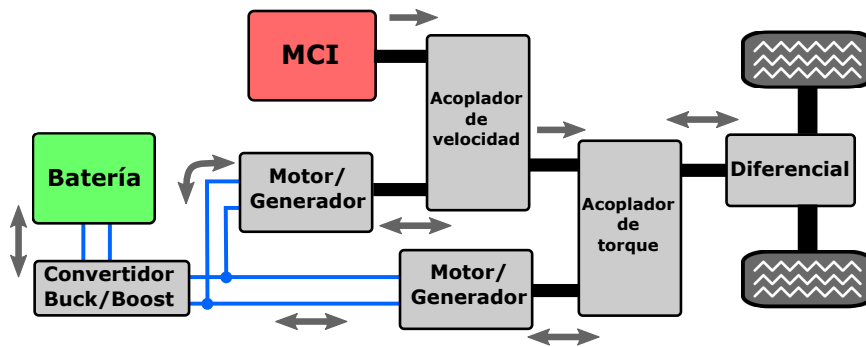


Figura 2.5: VHE configuración Combinado

Combinado son mayormente utilizadas para vehículos con perfiles de velocidad mixtos que combinan zonas urbanas y en rutas, tal es el caso de los vehículos de pasajeros de uso particular.

Con el objetivo de mejorar las prestaciones de los sistemas híbridos, en los últimos años surgieron nuevos sistemas de propulsión que permiten cambiar su configuración a través del uso de embragues combinados con sistemas planetarios [65, 78, 64, 70, 69, 74]. Estos sistemas de propulsión se denominan Reconfigurables, y serán objeto de estudio en el capítulo 5.

### 2.1.2 VHE propulsados por pila de combustible

La posibilidad de utilizar una pila de combustible como fuente de energía en un vehículo combina los beneficios de no producir emisiones en operación, operar con altos niveles de eficiencia y disponer de gran autonomía con bajos tiempo de recarga. Sin embargo, debido a su baja potencia específica, a su lenta respuesta dinámica y a la necesidad de recuperar energía durante el frenado, la utilización de pilas de combustibles para sistemas de propulsión se presenta comúnmente en plataformas híbridas, donde se combina con batería y/o un supercapacitor. Distintos fabricantes de automóviles ofrecen plataformas híbridas propulsadas por pilas de combustible y batería, entre ellos Hyundai (TUCSON), General Motors (Chevrolet Equinox), Honda (FCX-V4 y FCX Clarity), Toyota (Toyota Mirai) y Volkswagen (Passat Lingyu). La configuración clásica de VHE con pila de combustible se muestra en la figura 2.6.

Respecto de las pilas de combustible, existen distintas tecnologías, siendo las de tipo PEM (Proton Exchange Membrane) las más utilizadas para este tipo de aplicaciones. Una explicación detallada del funcionamiento de éstas, que incluye modelos matemáticos y técnicas de control, puede encontrarse en [27]. Las principales limitaciones de la pila de combustible están dadas por su baja respuesta dinámica, lo cual obliga a mantener las variaciones de potencia demandada dentro de ciertos límites, ya

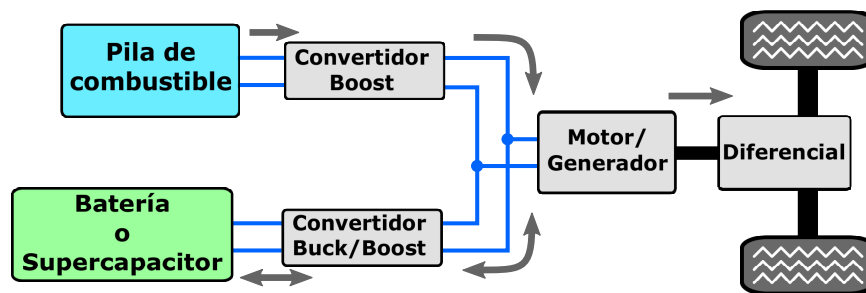


Figura 2.6: Configuración de un VHE propulsado por pila de combustible

que de lo contrario se activan diversos mecanismos de daño que reducen la vida útil de las celdas. A pesar de que no existen modelos precisos para estimar la vida útil o el daño generado a partir de un perfil de carga, la literatura reportada coincide en que tanto el incremento en los gradientes en la potencia demandada, ascendente o descendente, como el encendido y apagado, aceleran los mecanismos de daño y reducen la vida útil de la pila de combustible [80, 94, 9, 40]. Esta restricción de operación de la pila de combustible condiciona al sistema de propulsión, dado que la potencia disponible en cada instante depende no solo de la potencia instalada (potencia máxima de la pila de combustible), sino del estado actual de potencia que se encuentra entregando. Ésta es una de las razones por la cual la utilización de pilas de combustibles en sistemas de propulsión requiere de una fuente de energía secundaria para dar respuesta a la fluctuante demanda de potencia de un vehículo.

Por otro lado, debido a las limitaciones de vida útil que presentan las baterías, la incorporación de los supercapacitores en estas plataformas, en reemplazo o en combinación con las baterías, es una alternativa de interés creciente para los fabricantes de automóviles [63]. En contraste con las baterías, los supercapacitores ofrecen elevados valores de potencia con menor peso, y elevado número de ciclos de carga y descarga. Sin embargo, la principal limitación de estos últimos radica en su baja energía específica, lo cual produce que los mismos operen de manera frecuente cerca de sus límites de carga, y en caso de ser estos alcanzados, se restringe la potencia entregada o recibida por los mismos. Esta restricción en la disponibilidad de potencia del AE afecta no solo la prestaciones del sistema de propulsión en términos de satisfacción de la demanda sino también en términos de recuperación de la energía.

En vista de las limitaciones mencionadas tanto para la pila de combustible como para el supercapacitor, la estrategia de gestión energética implementada en este tipo de sistemas juega un rol esencial, afectando sensiblemente las prestaciones en términos de disponibilidad de potencia, eficiencia energética y vida útil de la pila de combustible. Un resumen completo de la literatura reportada sobre estrategias de gestión energética en estos sistemas de propulsión se presenta en [81]. En el capítulo 6 de esta tesis

se aborda de manera detallada la gestión energética sobre este tipo de sistemas y se presenta la contribución realizada mediante la propuesta de una nueva estrategia.

## 2.2 Dimensionamiento de componentes

Con el objetivo de reducir los costos de fabricación y las emisiones emitidas asociadas a las plataformas de transporte, resulta imprescindible optimizar el dimensionamiento de componentes del sistema de propulsión de manera de mantener las prestaciones reduciendo la potencia instalada.

En un vehículo convencional, el tamaño del MCI está directamente asociado a la potencia máxima requerida para el vehículo. En forma análoga, en el caso de los vehículos eléctricos puros, el tamaño de la batería queda determinado por la autonomía deseada, siendo en general la energía en lugar de la potencia lo que condiciona el dimensionamiento de las mismas, tal como se muestra en [13]. En ambas plataformas, debido a que son propulsadas por una única fuente de energía, no existe ningún grado de libertad de diseño, y el dimensionamiento queda estrictamente definido por los requerimientos de potencia o autonomía del vehículo.

En el caso de los sistemas híbridos, debido a que están integrados por más de una fuente de energía, éstos disponen de al menos un grado de libertad de diseño al momento de dimensionar sus fuentes de energía. El dimensionamiento de una plataforma híbrida consiste específicamente en definir el tamaño, en términos de potencia y/o energía, de la FEP y del AE. Luego, el tamaño de los convertidores de potencia que integran el sistema de propulsión quedan implícitamente definidos por el tamaño de las fuentes de energía y por los requerimientos de potencia del vehículo. La elección del tamaño de la FEP y del AE afecta sensiblemente las prestaciones del vehículo en términos de disponibilidad de potencia y eficiencia energética; como así también en términos de costos de fabricación y vida útil de sus componentes. En consecuencia, la tarea de dimensionamiento puede plantearse como un problema de optimización de múltiples objetivos con restricciones. En términos generales los objetivos considerados son:

- Maximizar la eficiencia energética
- Reducir la potencia instalada,

y con las siguientes restricciones:

- Disponibilidad de potencia
- Vida útil de los componentes

La eficiencia energética se mide en términos de consumo de energía de la FEP (por ejemplo combustible o hidrógeno) bajo condiciones dinámicas impuestas por perfiles estándar de velocidad. Debido a que el consumo de combustible representa el mayor porcentaje del costo y de las emisiones durante el ciclo de los VHE [28], éste indicador se convierte en uno de los objetivos más importantes del dimensionamiento. Por su parte, la potencia instalada refiere a la potencia máxima de la FEP, a la capacidad (y/o potencia máxima) del AE, y a la potencia máxima de sus convertidores de potencia asociados. Una reducción en el tamaño de cualquiera de éstos afecta el costo de fabricación de vehículo, haciendo más asequibles estas plataformas y reduciendo las emisiones embebidas. En cuanto a las restricciones que deben considerarse para el dimensionamiento, los requerimientos de potencia hacen referencia a la necesidad de satisfacer las demandas de potencia en condiciones estacionarias y dinámicas. Las primeras consisten en pruebas a velocidad constante, y las segundas en el seguimiento de perfiles de velocidad impuesta por un ciclo estándar y/o pruebas de aceleración. Por último, las restricciones de vida útil exigen que algunos componentes no deban ser reemplazados durante el ciclo de vida del vehículo, tal es el caso del MCI; y por otro lado respecto de otros componentes, como por ejemplo la baterías, cuantificar el número de recambios durante la vida útil del VHE.

Un concepto utilizado y reportado en la literatura asociado al dimensionamiento de los componentes y que aplica a los VHE es el factor (o grado) de hibridización (FH) [31, 84]. Éste expresa la relación entre la potencia máxima del AE y la potencia máxima total disponible (sumando AE y FEP), esto es:

$$FH = \frac{P_{AE}^{max}}{P_{AE}^{max} + P_{FEP}^{max}} \quad (2.1)$$

En [13], se analiza el efecto del factor de hibridización en el consumo de combustible de los VHE propulsados por MCI y batería. Luego, en vista de la importancia que representa la batería para este tipo de plataformas debido a su impacto tanto en los costos como en las emisiones emanadas durante el ciclo de vida del vehículo, en [15] se ha incorporado explícitamente la vida útil de la batería como un aspecto a tener en cuenta en la tarea del dimensionamiento. Sobre esta base, la metodología propuesta y la estrategia de gestión energética utilizada en esta tesis para llevar adelante el dimensionamiento de las fuentes de energía en estas plataformas está orientada a reducir los costos totales de operación, que incluye aquellos asociados al recambio de la batería. Dicha metodología y la formulación de la estrategia de gestión energética se describen detalladamente en el capítulo 4.

## 2.3 Estrategias de gestión energética

Dado que los VHE tiene al menos dos fuentes de energía, la potencia requerida para la propulsión puede provenir del FEP, del AE, o de una combinación de éstas. Del mismo modo, durante el frenado, o en reposo, la FEP puede estar entregando potencia al AE. En consecuencia, las plataformas híbridas tienen grados de libertad (al menos uno) en su sistema de propulsión, con lo cual es necesario disponer de una estrategia de gestión energética (EGE) para definir completamente el punto de operación de sus componentes. Las variables asociadas a los grados de libertad reciben el nombre de entradas de control, y su valor en cada instante es definido por la EGE. La cantidad de entradas de control depende de los grados de libertad del sistema de propulsión, lo cual a su vez está asociado con la configuración del sistema y con las fuentes de energía. Los grados de libertad del sistema pueden calcularse analizando las ecuaciones de balance de potencia, y/o balance de torque y balance velocidad.

En general la EGE opera en un nivel jerárquico superior y general las entradas de control que luego se transforman en consignas para los controladores de bajo nivel de los componentes del sistema. Por este motivo, algunos autores en la literatura utilizan el término *Control Supervisor* para referirse a la EGE. Sin embargo, en esta tesis se prefiere hacer una diferenciación entre estos dos términos, tal como se hace en [31]: El término EGE queda reservado al proceso que decide el valor de la entradas de control; mientras que el término de Control Supervisor, incluye a este último, y además decide el resto de las consignas de los controladores de bajo nivel a partir de las entradas del conductor, las señales provenientes del sistema de propulsión y las restricciones. Un esquema genérico de la estructura de control de alto nivel de un VHE se muestra en la Figura 2.7. El control supervisor, junto a la EGE, tienen por objetivo garantizar la demanda de potencia requerida por el conductor y maximizar la eficiencia energética del sistema de propulsión. Maximizar la eficiencia energética consiste, en general, en minimizar el consumo de energía de la fuente primaria durante un ciclo de conducción definido por un perfil de velocidad.

Las EGE suelen clasificarse según la base de su formulación, como se muestra en la Figura 2.8 [84, 31]. Una descripción detallada de cada una de estas técnicas puede encontrarse en las citas susodichas. A lo largo de esta tesis se trabajará sobre algunas de ellas. Una segunda división las clasifica en *en línea (online)* y *fuera de línea (offline)*, lo cual hace referencia al tiempo de ejecución. Las estrategias en línea son las que se utilizan en aplicaciones reales, en las cuales la acción de control se calculan en tiempo real; en cambio las estrategias fuera de línea no pueden hacerlo en tiempo real debido a que en su formulación utilizan información no disponible en el instante actual, o bien requieren de un tiempo de cómputo demasiado elevado. Sin embargo,

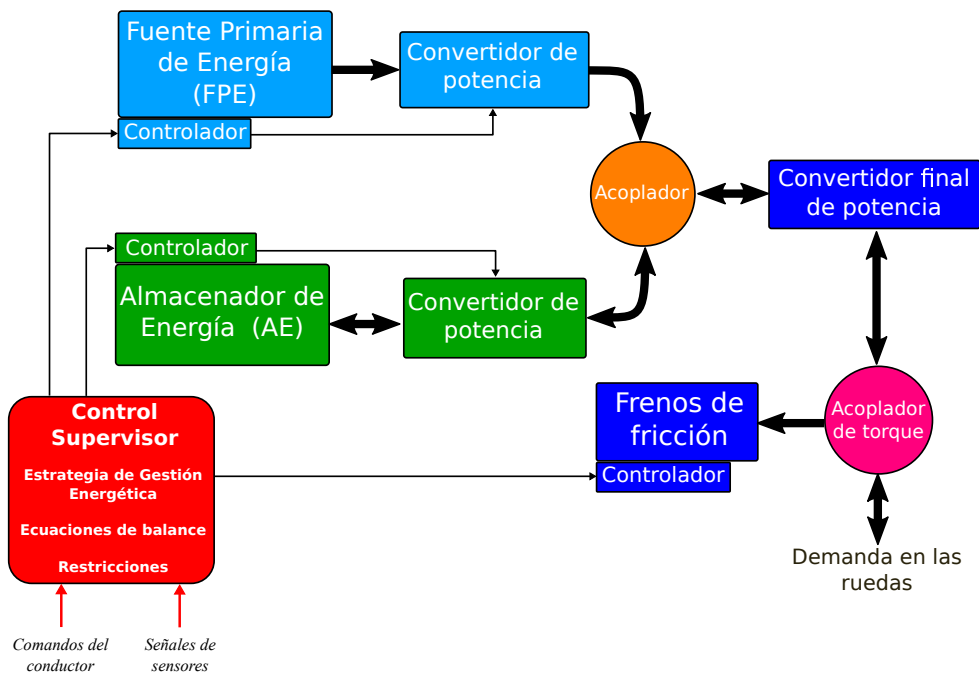


Figura 2.7: Estructura de control de una plataforma de propulsión híbrida

las estrategias fuera de línea, y en particular las basadas en el optimización global, son útiles como marca de referencia, y se utilizan tanto para tareas de dimensionamiento y comparación de arquitecturas, como para ayudar a desarrollar las estrategias en línea.

Las contribuciones asociadas con la EGE presentadas en esta tesis son:

- La formulación de la EGE utilizando Programación Dinámica con un enfoque multiobjetivo para abordar tarea del dimensionamiento de componentes en un vehículo propulsado por Batería y MCI, presentada en el Capítulo 4.

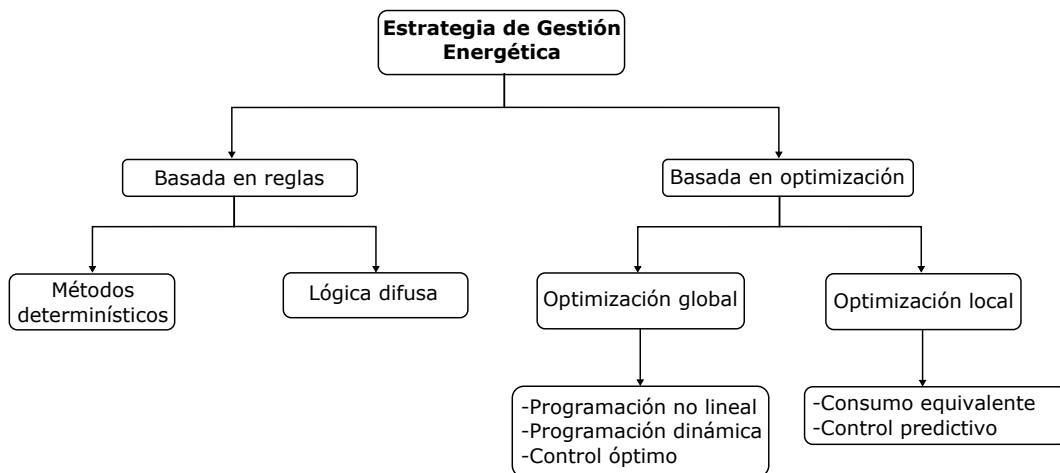


Figura 2.8: Clasificación de las estrategias de gestión energética

- La implementación vectorizada (en pseudo-código) del método Programación Dinámica válido para casos generales de sistemas con múltiples entradas de control y múltiples variables de estados, y en particular para sistemas con entradas de control conmutadas, presentada en el Capítulo 5,
- La propuesta de una nueva estrategia de gestión energética en línea para un VHE con restricciones de estado activas propulsado por pila de combustible y supercapacitores, presentada en el Capítulo 6.

# Capítulo 3

## Optimización global

En esta sección serán introducidos los conceptos y las herramientas matemáticas utilizadas a lo largo de la tesis. En primer lugar se aborda la formulación general del problema de optimización global, incluyendo conceptos y definiciones. En las subsecciones siguientes se presentan dos de las técnicas más reconocidas y utilizadas en la literatura que permiten encontrar la solución del problema de optimización: Programación Dinámica y el Principio de Mínimo de Pontryagin. Esta sección se basa en los resultados y desarrollos presentados en [43], y se adopta en general la misma nomenclatura.

### 3.1 Escenario de optimización

Un sistema dinámico puede expresarse en forma general por un conjunto de ecuaciones diferenciales. En este caso nos ocuparemos de sistemas dinámicos expresados por ecuaciones diferenciales ordinarias. Expresado en forma vectorial, su representación general está dada por:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{a}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t), \quad (3.1)$$

donde  $\mathbf{x}$  es la variable de estado y  $\mathbf{u}$  es la entrada de control. En el caso más general tanto la variable de estado como la entrada de control son vectores, y por lo tanto,  $\mathbf{a}(\cdot)$  es un campo vectorial que lleva un dominio de vectores en una imagen de vectores. En el caso particular de que tanto  $\mathbf{x}$  como  $\mathbf{u}$  sean escalares,  $\mathbf{a}(\cdot)$  es un vector de una sola componente, o sea, una función o un escalar. Por otro lado, esta representación es generalmente adoptada para sistemas no lineales, mientras que para sistemas lineales se prefiere una expresión matricial del tipo  $\dot{\mathbf{x}}(t) = A(t)\mathbf{x}(t) + B(t)\mathbf{u}(t)$ . Finalmente, la dependencia de  $\mathbf{a}(\cdot)$  con el tiempo nos indica que estamos frente a un sistema variante en el tiempo. Notar que esta dependencia puede utilizarse para incorporar, de manera implícita, las perturbaciones o entradas externas.

Luego, una secuencia de las entradas de control  $\mathbf{u}$  en el intervalo  $[t_0, t_f]$  se denomina *secuencia de control*, o simplemente *control*, mientras que el historial de las variables de estado en el mismo intervalo se denomina *trayectoria de estado*.

Respecto de las restricciones, tanto las entradas de control como las variables de estado pueden estar restringidas a operar dentro de ciertos límites. Una secuencia de control que satisface las restricciones de la variable de control en todo el intervalo  $[t_0, t_f]$  se denomina *control admisible*, mientras que una trayectoria de estado que satisface las restricciones de estado en todo el intervalo  $[t_0, t_f]$  se denomina *trayectoria admisible*.

Luego, un problema de optimización tiene asociada una magnitud que se desea minimizar (o maximizar), en este caso dada por costo asociado a un funcional, el cual se define en forma general de la siguiente manera:

$$\mathcal{J} = h(\mathbf{x}(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} g(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) dt, \quad (3.2)$$

donde  $\mathbf{h}$  y  $\mathbf{g}$  son campos escalares;  $t_0$  y  $t_f$  son el tiempo inicial y el tiempo final del problema de optimización. En los problemas de optimización que abordaremos en esta tesis,  $t_f$  es fijo. Sin embargo, en la formulación general de la teoría de control óptimo, éste podría ser una variable libre, incluida en la optimización.

Con estas definiciones, estamos en condiciones de presentar formalmente el problema de optimización, sobre el cual trabajaremos a lo largo de toda la tesis. El mismo consiste en encontrar la secuencia de control admisible  $\mathbf{u}^*$  que sobre el sistema dinámico,

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{a}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t), \quad (3.3)$$

produce una trayectoria admisible  $\mathbf{x}^*$  que minimiza el funcional costo,

$$\mathcal{J} = h(\mathbf{x}(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} g(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) dt. \quad (3.4)$$

Luego,  $\mathbf{u}^*$  se denomina control óptimo y  $\mathbf{x}^*$  trayectoria óptima. Notar que la expresión *minimizar* el funcional costo implica,

$$\begin{aligned} \mathcal{J}^* &\triangleq h(\mathbf{x}^*(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} g(\mathbf{x}^*(t), \mathbf{u}^*(t), t) dt \\ &\leq h(\mathbf{x}(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} g(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) dt, \end{aligned} \quad (3.5)$$

para todos los posibles controles admisibles que generen estados admisibles. Esto significa que el mínimo que se busca es un mínimo global o absoluto.

Finalmente, si la entrada de control óptima en cada instante de tiempo puede calcularse a partir de una relación de la forma,

$$\mathbf{u}^*(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), t), \quad (3.6)$$

entonces a  $\mathbf{f}$  se la denomina ley de control óptimo o estrategia óptima.

En las secciones subsiguientes serán presentados dos métodos para obtener la estrategia de control óptima: Programación Dinámica, el cual conduce a una ecuación de recurrencia; y el enfoque variacional que concluye con el Principio del Mínimo del Pontryagin. Nuevamente, ambos métodos son presentados siguiendo la referencia [43].

## 3.2 Programación Dinámica

Este método fue desarrollado por el matemático Richard Bellman en 1953. Programación Dinámica se basa en un concepto intuitivo, denominado principio de optimalidad. Consideremos que se desea llevar un sistema desde el estado  $a$  hasta el estado  $e$ , y el trayecto implica múltiples acciones de control, tal como se muestra en la Figura 3.1. Suponiendo además que la primera acción de control, tomada en  $a$ , lleva al sistema hasta  $b$  con costo  $J_{ab}$ . Luego, hay dos posibles formas de ir desde  $b$  hasta  $e$ , la primera implica pasar por  $c$  y la segunda por  $d$ , y cada una de ellas con su respectivo costo asociado  $J_{bce}$  y  $J_{bde}$ . Según sea la acción de control tomada en  $b$ , el costo total del trayecto  $ae$  será  $J_{ab}+J_{bce}$  o  $J_{ab}+J_{bde}$ .

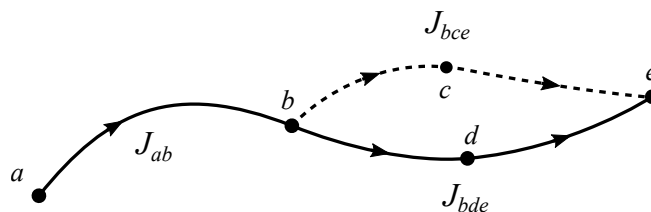


Figura 3.1: Trayectorias posibles para ir desde  $a$  hasta  $e$

La aserción que se deriva en este punto afirma que: si la trayectoria  $abde$  es óptima para ir de  $a$  hasta  $e$ , entonces la trayectoria  $bde$  es óptima para ir desde  $b$  hasta  $e$ . Dicha aserción puede probarse fácilmente por contradicción. Bellman denominó a esta propiedad de una estrategia óptima principio de optimalidad: *Una estrategia de control óptima tiene la propiedad de que, independientemente de los estados y las decisiones iniciales, las decisiones siguientes constituyen una estrategia óptima respecto del estado resultante de las primeras decisiones.*

A continuación se presentan los principales pasos del desarrollo que permite arribar a la ecuación funcional de recurrencia del método de Programación Dinámica a partir del principio de optimalidad. Considérese un sistema por su ecuación de estado,

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{a}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t), \quad (3.7)$$

se desea encontrar la estrategia de control óptima que minimiza el funcional costo,

$$\mathcal{J} = h(\mathbf{x}(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} g(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) dt, \quad (3.8)$$

donde  $t_f$  es considerado fijo. El primer paso es aproximar la dinámica del sistema a través de la siguiente formulación discreta:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{x}(k) + \Delta t \mathbf{a}(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k), k), \quad (3.9)$$

donde  $\Delta t$  es el paso de tiempo que resulta de dividir el intervalo de tiempo total  $(t_f - t_0)$  en  $N$  intervalos iguales de longitud  $\Delta t = (t_f - t_0)/N$ . Luego, para simplificar la notación utilizaremos la notación  $\mathbf{a}_D(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k), k) \triangleq \mathbf{x}(k) + \Delta t \mathbf{a}(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k), k)$  y  $\mathbf{g}_D(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k), k) \triangleq \mathbf{g}(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k), k) \Delta t$ . De manera similar, y con estas definiciones, el funcional costo puede aproximarse utilizando la formulación discreta,

$$\mathcal{J} \approx h(\mathbf{x}(N), N) + \sum_{k=0}^{N-1} g_D(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k), k). \quad (3.10)$$

Definiendo  $\mathcal{J}_{END}(\mathbf{x}(N)) \triangleq h(\mathbf{x}(N), N)$  como el costo asociado al estado final alcanzado, luego el costo de la última etapa puede expresarse como,

$$\mathcal{J}_{N-1,N}(\mathbf{x}(N-1), \mathbf{u}(N-1)) \triangleq g_D(\mathbf{x}(N-1), \mathbf{u}(N-1), N-1) + \mathcal{J}_{END}(\mathbf{x}(N)). \quad (3.11)$$

Como puede verse, esta expresión solo depende del estado de partida,  $\mathbf{x}(N-1)$ , y de la acción de control  $\mathbf{u}(N-1)$ , dado que el estado futuro, es decir  $\mathbf{x}(N)$ , queda definido por el estado inicial y la acción de control, a través de la ecuación de estado. En consecuencia, la expresión anterior puede expresarse de la siguiente manera,

$$\mathcal{J}_{N-1,N}(\mathbf{x}(N-1), \mathbf{u}(N-1)) \triangleq g_D(\mathbf{x}(N-1), \mathbf{u}(N-1), N-1) + \mathcal{J}_{END}(\mathbf{a}_D(\mathbf{x}(N-1), \mathbf{u}(N-1), N-1)). \quad (3.12)$$

Ahora, el costo óptimo desde  $N - 1$  hasta  $N$  partiendo del estado  $\mathbf{x}(N - 1)$  puede calcularse como,

$$\mathcal{J}_{N-1,N}^*(\mathbf{x}(N-1)) \triangleq \min_{\mathbf{u}(N-1)} \left\{ g_D(\mathbf{x}(N-1), \mathbf{u}(N-1), N-1) + \mathcal{J}_{END}(\mathbf{a}_D(\mathbf{x}(N-1), \mathbf{u}(N-1), N-1)) \right\}. \quad (3.13)$$

Notar que la acción de control óptima, es decir la que minimiza la expresión anterior, depende solo de la variable de estado, por lo tanto usaremos la notación  $\mathbf{u}^*(\mathbf{x}(N-1), N-1)$  para referirnos a esta acción. Luego, avanzando un paso hacia atrás, el costo asociado a los dos últimos intervalos resulta,

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_{N-2,N}(\mathbf{x}(N-2), \mathbf{u}(N-2), \mathbf{u}(N-1)) &\triangleq g_D(\mathbf{x}(N-2), \mathbf{u}(N-2), N-2) + \\ &g_D(\mathbf{x}(N-1), \mathbf{u}(N-1), N-1) + h(\mathbf{x}(N)) \\ &= g_D(\mathbf{x}(N-2), \mathbf{u}(N-2), N-2) + \\ &\mathcal{J}_{N-1,N}(\mathbf{x}(N-1), \mathbf{u}(N-1)) \end{aligned} \quad (3.14)$$

Nuevamente, el costo óptimo de estas dos etapas resulta de la minimización de la expresión anterior respecto a las dos acciones de control, esto es,

$$\mathcal{J}_{N-2,N}^*(\mathbf{x}(N-2)) \triangleq \min_{\mathbf{u}(N-2), \mathbf{u}(N-1)} \left\{ g_D(\mathbf{x}(N-2), \mathbf{u}(N-2), N-2) + \mathcal{J}_{N-1,N}(\mathbf{x}(N-1), \mathbf{u}(N-1)) \right\}. \quad (3.15)$$

El principio de optimalidad establece para estas dos etapas, independientemente del estado  $\mathbf{x}(N-2)$  y de la primera acción de control  $\mathbf{u}(N-2)$ , la siguiente acción de control debe ser óptima con respecto al estado  $\mathbf{x}(N-1)$  que resulte de aplicar la acción de control  $\mathbf{u}(N-2)$ . En consecuencia la minimización solo depende de  $\mathbf{u}(N-2)$ ,

$$\mathcal{J}_{N-2,N}^*(\mathbf{x}(N-2)) = \min_{\mathbf{u}(N-2)} \left\{ g_D(\mathbf{x}(N-2), \mathbf{u}(N-2), N-2) + \mathcal{J}_{N-1,N}^*(\mathbf{x}(N-1)) \right\}. \quad (3.16)$$

Notar  $\mathbf{x}(N-1)$  puede hallarse a partir  $\mathbf{x}(N-2)$  y la acción de control  $\mathbf{u}(N-2)$ , utilizando la ecuación de estado, por lo tanto,

$$\mathcal{J}_{N-2,N}^*(\mathbf{x}(N-2)) = \min_{\mathbf{u}(N-2)} \left\{ g_D(\mathbf{x}(N-2), \mathbf{u}(N-2), N-2) + \mathcal{J}_{N-1,N}^*(\mathbf{a}_D(\mathbf{x}(N-2), \mathbf{u}(N-2), N-2)) \right\}. \quad (3.17)$$

Repitiendo este razonamiento, el costo óptimo para las últimas  $k$  etapas partiendo del estado  $\mathbf{x}(N - k)$ , puede expresarse en forma genérica como,

$$\mathcal{J}^*_{N-K,N}(\mathbf{x}(N - K)) = \min_{\mathbf{u}(N-K)} \left\{ g_D(\mathbf{x}(N - K), \mathbf{u}(N - K), N - K) + \mathcal{J}^*_{N-K+1,N}(\mathbf{a}_D(\mathbf{x}(N - K), \mathbf{u}(N - K), N - K)) \right\}. \quad (3.18)$$

Esta expresión es la ecuación funcional de recurrencia del método de Programación Dinámica, y permite obtener la estrategia óptima de control en un problema de optimización. El método completo puede resumirse de la siguiente manera: empezando desde la etapa final, se avanza hacia atrás en el tiempo; en cada instante de tiempo, y para cada estado posible en dicho instante, se calcula la acción de control (actual) que minimiza el costo total del trayecto desde el instante actual hasta el final; luego la entrada de control óptima y el costo óptimo hallado se guardan en arreglos indexados por el tiempo y la variable de estado.

La implementación del método requiere de un algoritmo que involucra, en general, las siguientes tareas: discretización de las variables de control y de estado, y del tiempo; calcular el costo local y el costo parcial vía interpolación entre los estados; minimizar y guardar las entradas de control óptimas y los costos óptimos en cada etapa. A modo de ejemplo, y con el objetivo de mejorar la comprensión del método, se muestra en el Algoritmo 1 el pseudo-código para implementar la Programación Dinámica en forma escalar. En este caso se trata de un problema de optimización con una única entrada de control, y una única variable de estado.

---

**Algorithm 1:** Implementación escalar de la ecuación de recurrencia del método de Programación Dinámica
 

---

**Datos;**

```

N ;                               // número de etapas
Nx ;                             // número de elementos del vector de estado
Nu ;                             // número de elementos de la variable de control
xmin, xmax ;                   // max./min. valor del estado
umin, umax ;                   // min./min. valor de control
ad, gd, h ;                 // función de estado, costo local, costo en el final

```

**Discretización;**

```

xd = vector(xmin, xmax, Nx) ;           // vector de estado equiespaciado
ud = vector(umin, umax, Nu) ;           // vector de control equiespaciado

```

**Inicialización de variables;**

```

J = unos(Nx, N).1012 ; // crea una matriz de Nx × N con valores "grandes"
U = ceros(Nx, N + 1) ; // crea una matriz de Nx × N de ceros
J(:, N) = h(xd) ; // costo en el final

```

**Aplicación de la ecuación de recurrencia;**

```

for k := (N - 1) to 0 do

```

```

    for i := 1 to Nx do

```

```

        for ii := 1 to Nu do

```

```

            Clocal = gd(xd(i), ud(ii), k) ; // costo local

```

```

            xfut = xd(i) + ad(xd(i), ud(ii), k) ; // estado futuro

```

```

            Cfut = inperpol(xd, J(:, k + 1), xfut) ; // costo óptimo desde xfut

```

```

            C = Clocal + Cfut ; // costo óptimo desde xd(i) aplicando ud(ii)

```

**Guarda los mínimos;**

```

            if C < J(i, k) then

```

```

                J(i, k) = C ; // costo óptimo del instante k para el estado i

```

```

                U(i, k) = ud(ii) ; // costo óptimo del instante k para el
                estado i

```

```

            end

```

```

        end

```

```

    end

```

```

end

```

---

El resultado de aplicar la ecuación de recurrencia es la obtención de la matriz de entradas de control óptimas  $U$ , la cual está indexada por el tiempo y los estados. Esta matriz nos permite calcular, por interpolación, la acción de control óptima en cualquier instante  $k$  y para cualquier estado  $x(k)$ . De esta manera el control derivado

a partir de este método adquiere la forma de control en lazo cerrado o control por retroalimentación, éste es  $u(x(k), k) = f(x(k), k)$ , donde  $f$  es la ley de control. En la mayoría de los casos  $f$  no se puede expresar analíticamente, sino que consiste en una interpolación utilizando la matriz  $U$ . En el caso particular de sistemas lineales invariantes y funcional costo cuadrático, conocido como problema LQR por sus siglas en inglés *Linear–quadratic regulator*, la ley de control puede expresarse analíticamente [43].

Para terminar, cabe destacar algunas características del método de Programación Dinámica. En primer lugar, la solución hallada proporciona el mínimo global del problema de optimización. Ésta es una característica importante que se mantiene aún para sistemas con múltiples restricciones, tanto en la variable de control como en las variable de estado. Por otro lado, como puede verse, el método propone una búsqueda directa del camino óptimo. Sin embargo, utilizando el principio de optimalidad, se reducen considerablemente las opciones de la búsqueda comparándolo con una búsqueda directa sobre todas las combinaciones posibles. Específicamente en un problema de  $N$  etapas temporales asociado a un sistema con una variable de estado, discretizada en  $N_x$  elementos, y una variable de control, discretizada en  $N_u$  elementos, abordar el problema con una búsqueda directa por todas las opciones posibles conduciría a realizar  $N_x \cdot N_u^N$  operaciones, mientras que aplicando el principio de optimalidad las operaciones se reducen a  $N_x \cdot N_u \cdot N$ . Para ilustrar esta diferencia, consideremos un problema con  $N = 10$ ,  $N_x = 10$  y  $N_u = 10$ , la búsqueda directa del óptimo involucra  $10^{11}$  operaciones, mientras que utilizando Programación Dinámica éstas se reducen a  $10^3$  operaciones. A pesar que con este método el incremento de las operaciones varía linealmente en relación al número de etapas y/o de elementos de la discretización, el número de operaciones crece exponencialmente con el número de variables de estado y de entradas control. Finalmente, cabe destacar que la formulación y todas las características mencionadas son válidas para sistemas con entradas externas (o perturbaciones), la cuales están incluidas implícitamente al considerar las funciones  $\mathbf{a}(\cdot)$  y  $\mathbf{g}(\cdot)$  variables en el tiempo. Como consecuencia, para aplicar el método de Programación Dinámica se requiere de conocer las perturbaciones por adelantado.

En los capítulos posteriores se presenta la aplicación de este método para resolver de manera óptima diferentes problema de gestión energética asociado a los VHE. A continuación se presenta un enfoque paralelo al de Programación Dinámica, pero en este caso utilizando una formulación continua del problema.

### 3.3 Ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman

La ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) es una ecuación diferencial en derivadas parciales no lineal, que se obtiene a partir de abordar el problema de optimización global en forma continua y utilizando el principio de optimalidad. A continuación se detallan los principales pasajes que permiten arribar a la ecuación [43].

Considérese el sistema expresado por su ecuación de estado,

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{a}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t), \quad (3.19)$$

se desea encontrar la estrategia de control óptima que minimiza el funcional costo,

$$\mathcal{J} = h(\mathbf{x}(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} g(\mathbf{x}(\tau), \mathbf{u}(\tau), \tau) d\tau, \quad (3.20)$$

donde  $t_f$  es considerado fijo. Ahora, a partir de un instante genérico  $t \in [t_0, t_f]$ , en el estado  $\mathbf{x}(t)$ , el costo hasta alcanzar  $t_f$  resulta,

$$\mathcal{J}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t \rightarrow t_f), t) = h(\mathbf{x}(t_f), t_f) + \int_t^{t_f} g(\mathbf{x}(\tau), \mathbf{u}(\tau), \tau) d\tau. \quad (3.21)$$

Observar que en esta expresión el costo depende del tiempo  $t$ , del estado en  $t$  y el control realizado desde  $t$  hasta  $t_f$ . Luego, el costo mínimo partiendo del estado  $\mathbf{x}(t)$  es,

$$\mathcal{J}^*(\mathbf{x}(t), t) = \min_{\substack{\mathbf{u}(\tau) \\ t \leq \tau \leq t_f}} \left\{ \int_t^{t_f} g(\mathbf{x}(\tau), \mathbf{u}(\tau), \tau) d\tau + h(\mathbf{x}(t_f), t_f) \right\}. \quad (3.22)$$

Luego, dividiendo el intervalo de integración resulta,

$$\mathcal{J}^*(\mathbf{x}(t), t) = \min_{\substack{\mathbf{u}(\tau) \\ t \leq \tau \leq t_f}} \left\{ \int_t^{t+\Delta t} g(\mathbf{x}(\tau), \mathbf{u}(\tau), \tau) d\tau + \int_{t+\Delta t}^{t_f} g(\mathbf{x}(\tau), \mathbf{u}(\tau), \tau) d\tau + h(\mathbf{x}(t_f), t_f) \right\}, \quad (3.23)$$

y aplicando el principio de optimalidad se obtiene,

$$\mathcal{J}^*(\mathbf{x}(t), t) = \min_{\substack{\mathbf{u}(\tau) \\ t \leq \tau \leq t+\Delta t}} \left\{ \int_t^{t+\Delta t} g(\mathbf{x}(\tau), \mathbf{u}(\tau), \tau) d\tau + \mathcal{J}^*(\mathbf{x}(t+\Delta t), t+\Delta t) \right\}, \quad (3.24)$$

donde  $\mathcal{J}^*(\mathbf{x}(t+\Delta t), t)$  es el costo óptimo para ir desde el estado  $\mathbf{x}(t+\Delta t)$  hasta el final. Asumiendo que la segunda derivada de  $\mathcal{J}^*$  existe y está acotada, entonces  $\mathcal{J}^*(\mathbf{x}(t+\Delta t), t)$  puede aproximarse por una serie de Taylor alrededor del punto  $\mathbf{x}(t)$ ,

esto es,

$$\mathcal{J}^*(\mathbf{x}(t), t) = \min_{\substack{\mathbf{u}(\tau) \\ t \leq \tau \leq t_f}} \left\{ \int_t^{t+\Delta t} g(\mathbf{x}(\tau), \mathbf{u}(\tau), \tau) d\tau + \right. \\ \left. \mathcal{J}^*(\mathbf{x}(t), t) + \frac{\partial \mathcal{J}^*}{\partial t}(\mathbf{x}(t), t) \Delta t + \left[ \frac{\partial \mathcal{J}^*}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}(t), t) \right]^T (\mathbf{x}(t + \Delta t) - \mathbf{x}(t)) + \right. \\ \left. \text{términos de mayor orden} \right\}. \quad (3.25)$$

Si  $\Delta t$  es pequeño, la expresión anterior se simplifica de la siguiente manera,

$$\mathcal{J}^*(\mathbf{x}(t), t) = \min_{\mathbf{u}(t)} \left\{ g(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \Delta t + \right. \\ \left. \mathcal{J}^*(\mathbf{x}(t), t) + \mathcal{J}^*_t(\mathbf{x}(t), t) \Delta t + \mathcal{J}^*_x(\mathbf{x}(t), t)^T (\mathbf{a}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \Delta t) + \right. \\ \left. \text{términos de mayor orden} \right\}, \quad (3.26)$$

donde  $\mathcal{J}^*_t$  representa  $\frac{\partial \mathcal{J}^*}{\partial t}$ , y  $\mathcal{J}^*_x$  representa  $\frac{\partial \mathcal{J}^*}{\partial \mathbf{x}}$ . Luego, sacando afuera de la minimización los términos que no dependen de  $\mathbf{u}$ , y dividiendo por  $\Delta t$  se obtiene:

$$0 = \mathcal{J}^*_t(\mathbf{x}(t), t) + \min_{\mathbf{u}(t)} \left\{ g(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) + \left[ \mathcal{J}^*_x(\mathbf{x}(t), t) \right]^T \mathbf{a}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \right\}. \quad (3.27)$$

Si pasamos del lado izquierdo a  $\mathcal{J}^*_t$ , entonces la expresión resultante es análoga a la ecuación de recurrencia (3.18). La condición de borde de esta ecuación en derivadas parciales se obtiene haciendo  $t = t_f$  en la ecuación (3.22), resultando,

$$\mathcal{J}^*(\mathbf{x}(t_f), t_f) = h(\mathbf{x}(t_f), t_f). \quad (3.28)$$

Finalmente, se define el Hamiltoniano  $\mathcal{H}$  de la siguiente manera,

$$\mathcal{H}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathcal{J}^*_x, t) \triangleq g(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) + \left[ \mathcal{J}^*_x(\mathbf{x}(t), t) \right]^T \mathbf{a}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t), \quad (3.29)$$

y luego,

$$\mathcal{H}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}^*(t), \mathcal{J}^*_x, t) \triangleq \min_{\mathbf{u}(t)} \left\{ \mathcal{H}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathcal{J}^*_x, t) \right\}, \quad (3.30)$$

Con esta definición, y a partir de (3.27), se obtiene la ecuación de HJB,

$$0 = \mathcal{J}^*_t(\mathbf{x}(t), t) + \mathcal{H}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}^*(t), \mathcal{J}^*_x, t). \quad (3.31)$$

Esta ecuación provee condición suficiente de optimalidad, es decir, si una cierta función de costo  $\mathcal{J}'(\mathbf{x}(t), t)$  satisface 3.31, entonces  $\mathcal{J}'$  es una función de mínimo costo, es decir  $\mathcal{J}'(\mathbf{x}(t), t) = \mathcal{J}^*(\mathbf{x}(t), t)$ . La solución analítica de la ecuación de HJB resulta, en general, impracticable. Por lo tanto, la misma debe resolverse en forma numérica. En comparación con su equivalente discreto presentado en la sección anterior, la ecuación de HJB fue derivada partir de una formulación continua lo cual provee una ecuación exacta para el problema de optimización; mientras que la ecuación funcional de recurrencia del método de Programación Dinámica fue derivada a partir de la aproximación discreta del problema de optimización. Esta diferencia ofrece ventajas para ecuación de HJB en caso que pueda encontrarse una solución analítica, de lo contrario, al resolver el problema en forma numérica, ambas formulaciones conducen una aproximación de la solución óptima. Sin embargo, resolviendo la ecuación HJB en forma numérica se encuentra una solución aproximada de la ecuación de optimización exacta; mientras que programación dinámica se halla la solución exacta de la ecuación aproximada de optimización.

La formulación de la HJB nos servirá para poder conectar más adelante el método de Programación Dinámica con la solución óptima hallada a partir del enfoque variacional. A continuación se presenta otro método para encontrar la solución óptima del problema de optimización basado en cálculo variacional.

### 3.4 Principio del Mínimo de Pontryagin

En esta sección se aborda el problema de optimización aplicando el teorema fundamental del cálculo variacional, arribando finalmente a lo que se conoce como el Principio del Mínimo de Pontryagin (PMP). En el Anexo A se presenta una introducción al cálculo variacional, y la Ecuación de Euler, la cual provee condiciones necesarias de optimalidad para la trayectoria de las variables de estados. En esta sección el problema de optimización se aborda incluyendo la dinámica del sistema, es decir, la trayectoria óptima buscada  $\mathbf{x}^*(t)$  corresponde a los estados del sistema, los cuales evolucionan conforme a las acciones de control  $\mathbf{u}(t)$ .

Dado el sistema dinámico,

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{a}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t), \quad (3.32)$$

se desea encontrar las acciones de control admisibles, que produce trayectorias admisibles, y que minimiza el funcional costo,

$$\mathcal{J}(\mathbf{u}) = h(\mathbf{x}(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} g(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) dt, \quad (3.33)$$

En el desarrollo presentado a continuación analizaremos el caso particular en el cual el tiempo final está fijado, y el estado final es libre. Como veremos en los siguientes capítulos, a problemas de este tipo de se arriba cuando se formula la optimización desde la estrategia de gestión energética en un VHE.

Para aplicar el teorema fundamental se necesita hallar la expresión de la variación de  $\mathcal{J}$ . Para ello, en primer lugar, se introducen en el funcional costo la restricciones dadas por las ecuaciones de estado, generando el funcional aumentado,

$$\mathcal{J}_a(\mathbf{u}) = h(\mathbf{x}(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} g(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) + \mathbf{p}^T(t)[\mathbf{a}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) - \dot{\mathbf{x}}(t)] dt, \quad (3.34)$$

donde  $\mathbf{p}(t)$  es el multiplicador de Lagrange. Definimos luego la función integrando aumentada de la siguiente manera,

$$g_a(\mathbf{x}(t), \dot{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}(t), t) = g(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) + \mathbf{p}^T(t)[\mathbf{a}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) - \dot{\mathbf{x}}(t)], \quad (3.35)$$

y ahora el funcional costo aumentado costo puede escribirse como:

$$\mathcal{J}_a(\mathbf{u}) = h(\mathbf{x}(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} g_a(\mathbf{x}(t), \dot{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}(t), t) dt, \quad (3.36)$$

La variación de  $J_a$  puede hallarse, al igual que como se hizo en la sección anterior, utilizando la expansión en series de Taylor de las funciones involucradas en el funcional, y extrayendo los términos que son lineales en  $\delta\mathbf{x}$ ,  $\delta\dot{\mathbf{x}}$ ,  $\delta\mathbf{u}$  y  $\delta\mathbf{p}$ , esto es:

$$\begin{aligned} \delta\mathcal{J}_a(\mathbf{u}) = & \left[ \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}(t_f), t_f) \right]^T \delta\mathbf{x}_f + \int_{t_0}^{t_f} \left\{ \left[ \frac{\partial g_a}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}(t), \dot{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}(t), t) \right]^T \delta\mathbf{x}(t) \right. \\ & + \left[ \frac{\partial g_a}{\partial \dot{\mathbf{x}}}(\mathbf{x}(t), \dot{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}(t), t) \right]^T \delta\dot{\mathbf{x}}(t) \\ & + \left[ \frac{\partial g_a}{\partial \mathbf{u}}(\mathbf{x}(t), \dot{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}(t), t) \right]^T \delta\mathbf{u}(t) \\ & \left. + \left[ \frac{\partial g_a}{\partial \mathbf{p}}(\mathbf{x}(t), \dot{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}(t), t) \right]^T \delta\mathbf{p}(t) \right\} dt. \end{aligned} \quad (3.37)$$

Integrando por partes el término que contiene  $\delta\dot{\mathbf{x}}(t)$  se logra expresar este último en función de  $\delta\mathbf{x}(t)$ ,

$$\begin{aligned} \delta\mathcal{J}_a(\mathbf{u}) = & \left[ \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}(t_f), t_f) \right]^T \delta\mathbf{x}_f + \left[ \frac{\partial g_a}{\partial \dot{\mathbf{x}}}(\mathbf{x}(t_f), \dot{\mathbf{x}}(t_f), \mathbf{u}(t_f), \mathbf{p}(t_f), t_f) \right]^T \delta\mathbf{x}_f \\ & + \int_{t_0}^{t_f} \left\{ \left[ \frac{\partial g_a}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}(t), \dot{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}(t), t) \right]^T \delta\mathbf{x}(t) \right. \\ & - \left[ \frac{d}{dt} \frac{\partial g_a}{\partial \dot{\mathbf{x}}}(\mathbf{x}(t), \dot{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}(t), t) \right]^T \delta\mathbf{x}(t) \\ & + \left[ \frac{\partial g_a}{\partial \mathbf{u}}(\mathbf{x}(t), \dot{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}(t), t) \right]^T \delta\mathbf{u}(t) \\ & \left. + \left[ \frac{\partial g_a}{\partial \mathbf{p}}(\mathbf{x}(t), \dot{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}(t), t) \right]^T \delta\mathbf{p}(t) \right\} dt. \end{aligned} \quad (3.38)$$

Según el teorema fundamental, para que una trayectoria sea un extremo de  $\mathcal{J}_a(\mathbf{u})$ , es condición necesaria que la variación de  $\mathcal{J}$  evaluada en dicha trayectoria sea nula. Para poder derivar las condiciones necesarias de optimalidad a partir de dicha igualdad, es necesario en primer lugar analizar el caso particular de este problema en el que el estado final es fijo, lo cual implica  $\delta\mathbf{x}_f = 0$ . En este caso, la condición necesaria de optimalidad resulta,

$$\begin{aligned} 0 = & \int_{t_0}^{t_f} \left\{ \left[ \frac{\partial g_a}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}(t), \dot{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}(t), t) \right]^T \delta\mathbf{x}(t) \right. \\ & - \left[ \frac{d}{dt} \frac{\partial g_a}{\partial \dot{\mathbf{x}}}(\mathbf{x}(t), \dot{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}(t), t) \right]^T \delta\mathbf{x}(t) \\ & + \left[ \frac{\partial g_a}{\partial \mathbf{u}}(\mathbf{x}(t), \dot{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}(t), t) \right]^T \delta\mathbf{u}(t) \\ & \left. + \left[ \frac{\partial g_a}{\partial \mathbf{p}}(\mathbf{x}(t), \dot{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}(t), t) \right]^T \delta\mathbf{p}(t) \right\} dt. \end{aligned} \quad (3.39)$$

Dado que la trayectoria óptima de un problema de optimización con estado final libre es también solución del mismo problema de optimización pero con el estado final fijo, se deduce que la igualdad anterior se debe cumplir para ambos problemas. Con esta afirmación, retomando a la ecuación 3.38, vemos que, para que la variación de  $\mathcal{J}_a(\mathbf{u})$  sea nula, se debe cumplir que tanto la integral definida, como la suma de los términos fuera de la integral, deben ser nulos. Con respecto a la primera condición (ecuación 3.39), trabajando los términos dentro de la integral se obtiene,

$$\begin{aligned}
0 = \int_{t_0}^{t_f} \left\{ \left[ \frac{\partial g}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}^*(t), \mathbf{u}^*(t), t) \right]^T + \mathbf{p}^{*T}(t) \left[ \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}^*(t), \mathbf{u}^*(t), t) \right] - \frac{d}{dt}[-\mathbf{p}^{*T}(t)] \right\} \delta \mathbf{x}(t) \\
+ \left[ \frac{\partial g}{\partial \mathbf{u}}(\mathbf{x}^*(t), \mathbf{u}^*(t), t) \right]^T + \mathbf{p}^{*T}(t) \left[ \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial \mathbf{u}}(\mathbf{x}^*(t), \mathbf{u}^*(t), t) \right] \delta \mathbf{u}(t) \\
+ \left[ \mathbf{a}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) - \dot{\mathbf{x}}(t) \right]^T \delta \mathbf{p}(t) \Big\} dt.
\end{aligned} \tag{3.40}$$

El coeficiente de  $\delta \mathbf{p}(t)$  es nulo debido a que la restricción  $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{a}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t)$  se debe satisfacer para cualquier solución. Luego, para multiplicador de Lagrange podemos definir su dinámica de manera que anule el coeficiente de  $\delta \mathbf{x}(t)$ , esto es,

$$\dot{\mathbf{p}}^*(t) = - \left[ \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}^*(t), \mathbf{u}^*(t), t) \right]^T \mathbf{p}^*(t) - \frac{\partial g}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}^*(t), \mathbf{u}^*(t), t). \tag{3.41}$$

Esta ecuación recibe el nombre de ecuación de coestado. Por último, el coeficiente de  $\delta \mathbf{u}(t)$  debe ser cero, lo cual implica,

$$0 = \left[ \frac{\partial g}{\partial \mathbf{u}}(\mathbf{x}^*(t), \mathbf{u}^*(t), t) \right]^T + \mathbf{p}^{*T}(t) \left[ \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial \mathbf{u}}(\mathbf{x}^*(t), \mathbf{u}^*(t), t) \right]. \tag{3.42}$$

Retornando a la expresión 3.38, para hacer nula la suma de los términos fuera de la integralse debe cumplir,

$$0 = \left[ \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}(t_f), t_f) - \mathbf{p}^*(t_f) \right]^T \delta \mathbf{x}_f \tag{3.43}$$

Esta ecuación, junto con 3.32, 3.41, 3.42, proveen condiciones necesarias de optimalidad para una trayectoria generada por acciones de control.

Resulta conveniente expresar estos resultados en función del Hamiltoniano del sistema, el cual se define como,

$$\mathcal{H}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}(t), t) \triangleq g(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) + \mathbf{p}^T(t) \mathbf{a}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t), \tag{3.44}$$

Luego, la condición necesaria de optimalidad se resume como:

$$\dot{\mathbf{x}}^*(t) = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \mathbf{p}}(\mathbf{x}^*(t), \mathbf{u}^*(t), \mathbf{p}^*(t), t) \tag{3.45}$$

$$\dot{\mathbf{p}}^*(t) = - \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}^*(t), \mathbf{u}^*(t), \mathbf{p}^*(t), t) \tag{3.46}$$

$$0 = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \mathbf{u}}(\mathbf{x}^*(t), \mathbf{u}^*(t), \mathbf{p}^*(t), t), \tag{3.47}$$

más la condición de borde para el caso de tiempo final fijo y estado final libre,

$$0 = \left[ \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}(t_f), t_f) - \mathbf{p}^*(t_f) \right]^T \delta \mathbf{x}_f. \quad (3.48)$$

Hasta aquí hemos presentado el problema de optimización asumiendo que no hay restricciones en las variable de control, ni el la variable de estado. Puede demostrarse [43] que cuando aparecen restricción en la variable de control del tipo,

$$\mathbf{f}(\mathbf{u}(t), t) \geq \mathbf{0}, \quad (3.49)$$

la condición necesaria de optimalidad dada por la ecuación 3.47 se modifica de la siguiente manera,

$$\mathcal{H}(\mathbf{x}^*(t), \mathbf{u}^*(t), \mathbf{p}^*(t), t) \leq \mathcal{H}(\mathbf{x}^*(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}^*(t), t), \quad (3.50)$$

Esta expresión nos dice que la acción de control óptima debe minimizar el Hamiltoniano del sistema, y se la conoce como PMP. Cabe destacar que hemos considerado aquí el caso particular más simple, pero el más frecuente, de las restricciones. La restricción se da sobre la acción de control y depende tiempo, pero no depende de los estados del sistema. El caso más general, y el más difícil de abordar, es el caso de problemas con restricciones de desigualdad que dependen de los estados, ésto es:

$$\mathbf{f}(\mathbf{u}(t), \mathbf{x}(t), t) \geq \mathbf{0}, \quad (3.51)$$

La aplicación de este principio puede utilizarse para encontrar la ley de control óptima. En casos muy simples puede resolverse analíticamente. El casos de sistemas lineales con funcional costo cuadrático, y sin restricciones, aplicando este principio se obtiene la ley de control óptima por retroalimentación de estados. En los casos más complejos, se recurre a los método de integración numérica para resolver el conjunto ecuaciones diferenciales, y de requiere, en general, de múltiples iteraciones para satisfacer las condiciones de contorno.

En el marco de esta tesis, este principio se usa para formular y analizar estrategias gestión energética basadas en optimización. Veremos en los capítulos siguientes que una de las estrategias de control para VHE está basada, o presenta conexión, con el PMP. Se mostrará además, que en ciertos casos de estudio, la aplicación de esta estrategia produce resultados óptimos, o muy próximos a éste, lo cual conduce a pensar que para dichos casos, la condiciones necesarias de optimalidad son, además, suficientes. En este sentido, y recordando que la ecuación de HJB brindan condiciones

suficientes para hallar la solución óptima, presentamos en la siguiente sección la conexión entre el PMP y la ecuación de HJB.

### 3.5 Conexión entre el PMP y la ecuación de HJB

Hasta aquí hemos presentado dos enfoques que nos permiten dar solución al problema de optimización global. Por un lado, se presentó el método de Programación Dinámica, que en su formulación continua se presenta como la ecuación de HJB. La misma provee condiciones suficiente de optimalidad. En la mayoría de los casos esta ecuación no se puede resolver en forma analítica y se requiere técnicas de integración numérica. Además de esta dificultad, en los casos donde el problema en algunas de sus funciones presenta dependencia del tiempo, encontrar la solución óptima con esta herramienta implica conocer de antemano las perturbaciones/entradas. Ésto, llevado a un caso de gestión energética en un VHE, equivale a conocer por adelantado las acciones de control del conductor. En general dichas acciones no se conocen, y por la tanto, aplicar Programación Dinámica resulta útil para encontrar la solución óptima fuera de línea. Por su parte, resolver el problema de optimización aplicando PMP requiere nuevamente de integración numérica e iteraciones, sin embargo, en algunos casos particulares de VHE, la aplicación de este principio resulta en un un problema de optimización local, lo cual permite formular una estrategia de gestión en tiempo real basada en optimización. Se ha observado en diferentes casos de estudios, los cuales son presentados en los capítulos posteriores, que en los escenarios de optimización donde no se activan restricciones que dependen de la variable de estado, la solución hallada en tiempo real por la estrategia basada en PMP produce resultados óptimos, o muy cercanos a éste. Por el contrario, en aquellos escenarios con presencia de restricciones activas dependientes de variables de estado, las estrategia basada en PMP produce resultados claramente subóptimos.

Esta sección muestra la conexión que existe entre el PMP y la ecuación de HJB, y con ésto se explica la optimalidad de los resultados obtenidos con el PMP en tiempo real para algunos problemas de optimización particulares.

Comenzamos escribiendo la ecuación de HJB sin el uso del Hamiltoniano,

$$0 = \mathcal{J}_t^*(\mathbf{x}(t), t) + \min_{\mathbf{u}(t)} \left\{ g(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) + \left[ \mathcal{J}_x^*(\mathbf{x}(t), t) \right]^T \mathbf{a}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \right\}, \quad (3.52)$$

la cual implica que la acción de control óptima en  $(\mathbf{x}^*(t), t)$  debe satisfacer

$$\begin{aligned} g(\mathbf{x}^*(t), \mathbf{u}^*(t), t) + \left[ \mathcal{J}_{\mathbf{x}}^*(\mathbf{x}^*(t), t) \right]^T \mathbf{a}(\mathbf{x}^*(t), \mathbf{u}^*(t), t) = \\ \min_{\mathbf{u}(t)} \left\{ g(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) + \left[ \mathcal{J}_{\mathbf{x}}^*(\mathbf{x}(t), t) \right]^T \mathbf{a}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \right\}. \end{aligned} \quad (3.53)$$

En los casos en que el tiempo final es fijo, y el estado final es libre, la condición de borde es,

$$\mathcal{J}^*(\mathbf{x}(t_f), t_f) = h(\mathbf{x}(t_f), t_f). \quad (3.54)$$

Luego, el PMP establece que la solución óptima debe satisfacer,

$$\mathcal{H}(\mathbf{x}^*(t), \mathbf{u}^*(t), \mathbf{p}^*(t), t) \leq \mathcal{H}(\mathbf{x}^*(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}^*(t), t), \quad (3.55)$$

o lo que es equivalente,

$$\mathcal{H}(\mathbf{x}^*(t), \mathbf{u}^*(t), \mathbf{p}^*(t), t) = \min_{\mathbf{u}(t)} \left\{ \mathcal{H}(\mathbf{x}^*(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}^*(t), t) \right\}, \quad (3.56)$$

lo cual, reemplazando el Hamiltoniano por su definición conduce a,

$$\begin{aligned} g(\mathbf{x}^*(t), \mathbf{u}^*(t), t) + \mathbf{p}^{*T}(t) \mathbf{a}(\mathbf{x}^*(t), \mathbf{u}^*(t), t) = \\ \min_{\mathbf{u}(t)} \left\{ g(\mathbf{x}^*(t), \mathbf{u}(t), t) + \mathbf{p}^{*T}(t) \mathbf{a}(\mathbf{x}^*(t), \mathbf{u}(t), t) \right\}, \end{aligned} \quad (3.57)$$

donde la dinámica del estado adjunto está dada por,

$$\dot{\mathbf{p}}^*(t) = - \left[ \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}^*(t), \mathbf{u}^*(t), t) \right]^T \mathbf{p}^*(t) - \frac{\partial g}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}^*(t), \mathbf{u}^*(t), t). \quad (3.58)$$

y la condición de borde es,

$$\mathbf{p}^*(t_f) = \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}(t_f), t_f). \quad (3.59)$$

Comparando 3.53 con 3.57 se observa la similitud entre ambas expresiones, y de hecho si,

$$\mathbf{p}^*(t) = \mathcal{J}_{\mathbf{x}}^*(\mathbf{x}^*(t), t), \quad (3.60)$$

entonces estas dos expresiones son iguales. Puede demostrarse [43] que en los casos donde no existen restricción asociadas a la variables de estado, entonces se cumple la igualdad 3.60. Ésto demuestra la conexión del PMP con la ecuación de HJB, y dando a que esta última provee condiciones suficientes de optimalidad, la aplicación de PMP para estos casos produce resultados óptimos.



# Capítulo 4

## Dimensionamiento y gestión energética en VHEs con batería

### 4.1 Introducción

Los VHEs propulsados por MCI y batería ofrecen grandes beneficios en términos de consumo de combustible y de reducción de emisiones comparado con los vehículos convencionales. Ésto se debe a su capacidad para recuperar energía durante el frenado y a que el MCI opera en una zona de mayor rendimiento. Los VHEs comercializados muestran una reducción de consumo de hasta un 45 % comparado con los vehículos convencionales [84]. En contraste con estas ventajas, estos VHEs presentan mayor costo de fabricación que las plataformas convencionales debido a que requieren componentes extra como baterías, máquinas eléctricas y convertidores electrónicos de potencia, entre otras cosas. Existen además otros problemas sobre estas plataformas asociados a cuestiones de seguridad, espacio extra requerido y vida útil de algunos de sus componentes. Dependiendo del tipo de VHE, el costo asociado a la batería puede alcanzar hasta un tercio del valor total del vehículo [84]. En este sentido, tanto el dimensionamiento de la fuente primaria de energía, en este caso el MCI, y del almacenador de energía, en este caso la batería, tiene una gran influencia, no solo en el consumo de combustible, sino también en los costos de fabricación y vida útil del vehículo. En una plataforma de una determinada potencia, el problema del dimensionamiento radica en seleccionar de manera óptima el tamaño del MCI y de la batería. El factor de hibridización (FH) es un índice asociado a estas plataformas y tiene relación directa con el dimensionamiento dado que establece la relación entre la potencia instalada en batería y la potencia total del vehículo. La elección óptima del FH resulta de una compleja solución de compromiso que debe contemplar el consumo

de combustible, la vida útil de los componentes, y los costos de fabricación, entre otros.

Trabajos anteriores reportados en la literatura abordan el dimensionamiento de componentes para este tipo de plataformas. Lukic & Emadi [47] y Holder & James [32] analizan, vía simulación utilizando ADVISOR<sup>TM</sup>[93], cómo afecta el FH al consumo de combustible en plataformas híbridas con configuración paralelo. De manera similar, Cuddy & Wipke [17] y Carignano et al. [15] analizan las ventajas de la hibridización en plataformas tipo serie y paralelo. A pesar de la extensa literatura reportada acerca del dimensionamiento, mayormente centradas en el consumo de combustible, no se encontraron trabajos que aborden el problema en forma integral incluyendo la vida útil de los componentes principales.

En este capítulo se presenta de manera detallada una metodología para abordar el dimensionamiento óptimo de componentes para éste tipo de plataformas, contemplando no solo el consumo de combustible sino también la vida útil tanto del MCI como de la batería. La metodología propuesta incluye la formulación del problema de optimización global incluyendo ambos aspectos. En éste sentido, se introduce el concepto de *costo total de operación*, que incluye los costos asociados al combustible como así también los costos asociados a la degradación del almacenador de energía. Las simulaciones realizadas para evaluar el desempeño de las distintas alternativas de dimensionamiento se realizan utilizando un modelo cuasi-estático del VHE, cuya descripción se incluye en éste capítulo. Del mismo modo, la degradación de la batería y la estimación de vida útil del MCI se obtienen a partir de sendos modelos también presentados en éste capítulo. El caso de estudio presentado en la parte final está asociado a un autobús real utilizado para transporte urbano con una plataforma de propulsión híbrida de configuración Serie.

El capítulo se organiza de la siguiente manera: en primer lugar se presenta la configuración analizada y las restricciones del dimensionamiento, se introducen formalmente los conceptos de *factor de sobredimensionamiento* (FS) y *factor de hibridización* (FH), se describen brevemente los modelos de los distintos componentes que conforman el sistema de propulsión, y se presenta el modelo cuasi-estático utilizado para realizar las simulaciones. Luego, en la Sección 4.3, se detallan los modelos utilizados para estimar la vida útil del MCI y la degradación de la batería. Por su parte, en la Sección 4.4 se formula, en primer lugar, la estrategia ECMS incluyendo el daño de la batería como objetivo; y en segundo término, el problema de optimización global multi-objetivo cuya solución vía Programación Dinámica permite obtener la estrategia óptima de gestión energética. En la Sección 4.5 se describe el procedimiento iterativo propuesto para encontrar el dimensionamiento óptimo. El caso de estudio y los resultados obtenidos

se muestran en la Sección 4.6, y finalmente las conclusiones y discusiones se presentan en la Sección 4.7.

## 4.2 Modelo del VHE

### 4.2.1 Configuración, flujo de potencia y grados de libertad

Las plataformas propulsadas por un MCI y una batería pueden adoptar tres tipos de configuraciones, Serie, Paralelo y Combinado (ver Sección 2.1.1). Para condiciones urbanas de funcionamiento, debido a la presencia de frecuentes arranques y paradas lo cual produce perfiles de velocidad altamente fluctuantes, una de las configuraciones más adecuada es la de tipo Serie. La Figura 4.1 muestra una representación esquemática de esta configuración, sobre la cual se abordará el dimensionamiento.

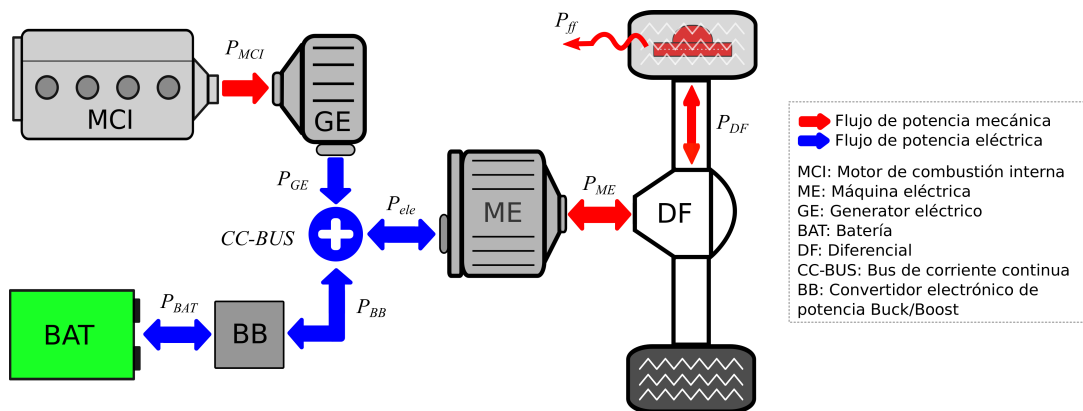


Figura 4.1: VHE con configuración tipo Serie

Durante la propulsión, la potencia en la ruedas proviene de la máquina eléctrica (ME), operando como motor eléctrico, la cual se encuentra conectado al CC-BUS. Sobre este último, el MCI, por medio del generador eléctrico (GE), puede suministrar potencia, mientras que la batería, por medio del convertidor electrónico de potencia (BB), puede recibir o suministrar potencia. En el caso del frenado, el modo regenerativo consiste en operar la ME como generador eléctrico, y de esta manera recargar la batería. La potencia proveniente del frenado que no se recupera se disipa en los frenos de fricción. Sobre esta Figura pueden observarse a su vez los flujos de potencia asociados a cada componente. Este primer enfoque en términos de flujos de potencia se utiliza para visualizar la interconexión entre los componentes. Posteriormente, para abordar el consumo de combustible y el daño sobre la batería, se utilizan las variables de puerto que conforman la potencia, i.e. torque-velocidad, tensión-corriente.

El balance de potencia en el CC-BUS está dado por,

$$P_{ele} = P_{GE} + P_{BB}. \quad (4.1)$$

La potencia eléctrica de la ME está asociada con la demanda de potencia en las ruedas ( $P_{dem}$ ) y con la potencia disipada en los frenos de fricción ( $P_{ff}$ ) a través del diferencial (DF), de la siguiente manera:

$$P_{DF} = P_{dem} + P_{ff}, \quad (4.2)$$

$$P_{ele} = \frac{P_{DF}}{(\eta_{ME} \eta_{DF})^{sign(P_{DF})}}, \quad (4.3)$$

donde  $\eta_{ME}$  y  $\eta_{DF}$  son las eficiencias de la ME y del DF. La función "sign" se utiliza para invertir la acción de la eficiencia en el caso de que el flujo de potencia sea negativo (frenado regenerativo). En éstas expresiones se asume que la potencia demandada es positiva en caso de propulsión, y que la potencia proveniente de los frenos de fricción es positiva. Luego, el flujo de potencia del generador eléctrico y del convertidor electrónico BB están relacionados con la potencia entregada por el MCI y la batería respectivamente, esto es,

$$P_{MCI} = P_{GE} \eta_{GE}^{-1}, \quad (4.4)$$

$$P_{BAT} = \frac{P_{BB}}{\eta_{BB}^{sign(P_{BB})}}. \quad (4.5)$$

Entre las relaciones presentadas, asumiendo que la potencia demandada es dato, se observan 7 variables desconocidas:  $P_{ele}, P_{GE}, P_{BB}, P_{ff}, P_{DF}, P_{BAT}, P_{MCI}$  y 5 ecuaciones. Ésto indica que el sistema de propulsión tiene 2 grados de libertad. Los mismos deben ser calculados por el control supervisor, a través de la estrategia de gestión energética (EGE).

#### 4.2.2 Restricciones, Factor de Hibridización y Factor de Sobredimensionamiento

En esta sección se introducen los requerimientos de potencia del sistema de propulsión y las restricciones para el dimensionamiento. Como se mencionó anteriormente, la tarea de dimensionamiento está dirigida al MCI y a la batería, considerando que el resto de los componentes luego se dimensionan en relación a los primeros. En el caso del MCI, el mismo queda definido por su potencia máxima. Para el caso de la batería, el dimensionamiento puede estar condicionado por su capacidad de almacenamiento

de energía, tal es el caso de los vehículos eléctricos puros [13], o por la potencia máxima que puede suministrar/recibir, como en el caso de los VHE.

El principal requerimiento considerado para dimensionar el sistema de propulsión es la potencia máxima del VHE, i.e la máxima potencia disponible en las ruedas ( $P_{VHE}$ ). Con este valor a su vez es posible conocer el valor máximo de potencia eléctrica requerido por la ME del CC-BUS, esto es,

$$P_{ele,max} = \frac{P_{VHE}}{\eta_{DF} \eta_{ME,max}}, \quad (4.6)$$

donde  $\eta_{EM,max}$  es la eficiencia de la ME a la máxima potencia. Luego, la máxima potencia entregada por el GE al CC-BUS está condicionada por la potencia máxima del MCI, esto es,

$$P_{GE,max} = P_{MCI,max} \eta_{GE,max}, \quad (4.7)$$

donde  $\eta_{GE,max}$  es el rendimiento del generador en el punto de máxima potencia del MCI. Por su parte, la máxima potencia entregada por el convertidor BB al CC-BUS está determinada por la potencia máxima de la batería,

$$P_{BB,max} = P_{BAT,max} \eta_{BB}. \quad (4.8)$$

Para satisfacer la condición de potencia máxima del VHE se debe cumplir que,

$$P_{GE,max} + P_{BB,max} \geq P_{ele,max}, \quad (4.9)$$

lo cual utilizando 4.6, 4.7 y 4.8 resulta en,

$$P_{MCI,max} \eta_{GE,max} + P_{BAT,max} \eta_{BB} \geq \frac{P_{VHE}}{\eta_{DF} \eta_{ME,avg}}. \quad (4.10)$$

Esta expresión constituye una restricción para el dimensionamiento. Una segunda restricción relacionada con la potencia mínima del MCI se introducirá más adelante, y está asociada a la necesidad de poder garantizar la carga sostenida de la batería bajo condiciones reales de funcionamiento. Retornando a la expresión 4.10, y al problema de dimensionamiento, vemos que existen dos grados de libertad, los cuales permiten elegir, por ejemplo,  $P_{ICE,max}$  y  $P_{BAT,max}$ . Otra forma de pensar los grados de libertad es a través de los factores  $FS$  (Factor de Sobre-dimensionamiento), y el  $FH$  (Factor de Hibridización). El primero establece la relación entre la potencia máxima instalada y la potencia máxima del VHE. En términos de potencias en el CC-BUS, el FS adopta

la siguiente definición,

$$FS \triangleq \frac{P_{MCI,max} \eta_{GE,max} + P_{BAT,max} \eta_{BB}}{P_{VHE} (\eta_{DF} \eta_{ME,avg})^{-1}}. \quad (4.11)$$

Es fácil de observar que  $FS$  debe ser siempre mayor o igual que 1 para cumplir con la restricción 4.10.  $FS$  cercanos a 1 reducen el tamaño de los componentes del sistema de propulsión a un mínimo, pero, como veremos más adelante, aumenta considerablemente las solicitaciones sobre el MCI y/o la batería, reduciendo su vida útil. El segundo factor que ofrece información acerca del dimensionamiento,  $FH$ , establece la relación entre la potencia máxima disponible de batería en relación con la potencia máxima disponible total. En su definición podemos encontrar pequeñas variaciones, dependiendo de la fuente consultada. En esta tesis se adopta la definición propuesta en [15],

$$FH \triangleq \frac{P_{BAT,max} \eta_{BB}}{P_{MCI,max} \eta_{GE,max} + P_{BAT,max} \eta_{BB}}. \quad (4.12)$$

Con esta definición, es fácil ver que a medida que crece el  $FH$  aumenta el tamaño de la batería en relación al tamaño del MCI. Los casos extremos son  $FH = 0$ , i.e. sin almacenador de energía; y  $FH = 1$ , i.e. accionamiento eléctrico puro. Notar que si se fijan  $FS$  y  $FH$  para un VHE, quedan completamente definidos el tamaño del MCI y de la batería, y viceversa.

Por otro lado, cabe destacar que los factores recién definidos son adimensionales, lo cual resulta conveniente para poder comparar el dimensionamiento en distintos VHE. A lo largo de este capítulo, reservaremos el término "diseño" para referirnos a una propuesta de dimensionamiento caracterizada por el tamaño del MCI y de la batería, o lo que resulta equivalente, por su  $FH$  y  $FS$ .

### 4.2.3 Motor de combustión interna, máquinas eléctricas y batería

El consumo de combustible y las emisiones en operación de un VHE dependen de la eficiencia de cada componente del sistema de propulsión. En este caso, el MCI, ME y GE son los principales componentes que contribuyen a la eficiencia global del sistema. Debido a los diversos fenómenos multi-físicos involucrados en cada uno de estos componentes, los modelos analíticos que permitirían estimar con precisión su eficiencia, tanto en las máquinas eléctricas [24, 41] como en los MCI [46, 2], resultan ser complejos desde el punto de vista matemático y suelen no ser utilizados en problemas de optimización de este tipo. Una práctica común en estos casos consiste en utilizar mapas de eficiencia, los cuales surgen de ensayos reales, y se expresan en

función de las variables de puerto, en este caso, torque y revoluciones en el eje del motor. Alternativamente, [31] ofrece modelos empíricos simples que permiten obtener una expresión analítica de las eficiencias, expresada en función de las variables de puerto. Estos modelos poseen parámetros de ajuste que requieren de ensayos reales para ser calibrados. En términos de exactitud, los mapas de eficiencia resultan más precisos que los modelos analíticos empíricos. Sin embargo, los últimos pueden resultar de gran interés cuando el abordaje del problema conduce a un problema de optimización, y donde el interés está puesto en encontrar la solución analítica del problema en lugar de la solución numérica.

En este caso, se utilizó el modelo de Willans [31] para obtener el mapa de consumo del MCI. El modelo de Willans fue ajustado con valores de la hoja de datos de Mercedes Benz™ [52]. Para el caso de la ME y del GE, se utilizó información proveniente de la base de datos de AUTONOMIE™ [6]. La Figura 4.2 muestra las características de los tres componentes mencionados. Se aclara que las eficiencias de los convertidores electrónicos de potencia, tanto rectificadores como inversores, están consideradas dentro de los mapas del GE y de la ME. Las figuras incluyen además las curvas de torque máximo, que limita la zona de operación de los componentes. Los valores de torque se expresan en forma normalizada. La idea consiste en obtener la eficiencia, y la limitación de torque y revoluciones para cualquier tamaño de componente seleccionado a partir de estas curvas. Para tal fin se propone realizar el ajuste a la potencia requerida escalando linealmente el torque, sin alterar las revoluciones. Cabe mencionar que si bien se muestran las curvas de la ME en un solo cuadrante (operando como motor), la misma puede operar como generador, y se considera que brinda iguales prestaciones que cuando lo hace como motor.

Por último, se sabe que el MCI y el GE operan de manera acoplada, es decir a las mismas revoluciones e igual torque (esta última afirmación es especialmente válida si se desprecian los efectos inerciales). Por lo tanto, conviene pensar a este conjunto como un único componente, en términos de rendimiento energético y restricciones de torque. Específicamente, para un dado valor de potencia eléctrica requerida del generador, es posible encontrar los valores de torque y revoluciones factibles que proveen dicha potencia con la máxima eficiencia del conjunto. Estos valores, son pre-calculados, y utilizados durante la simulación para decidir como operar el MCI y el GE durante las simulaciones.

Otro componente que requiere de un modelo para reproducir su comportamiento es la batería. Específicamente, se requiere de un modelo para calcular la corriente que circula por la batería ante una determinada demanda de potencia. Luego, conociendo la corriente, es posible calcular, por un lado la evolución del estado de carga (SoC), y por otro lado la vida útil consumida (Sección 4.3). En este caso, si bien los fenó-

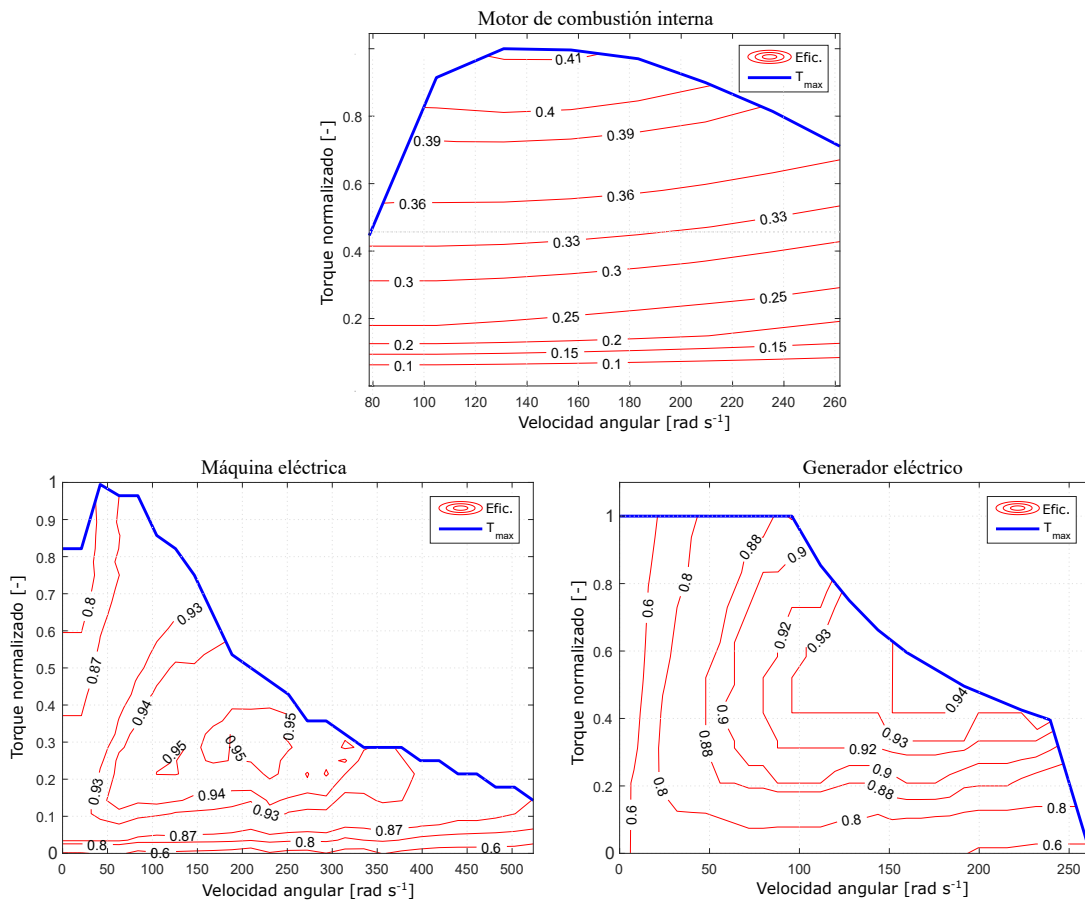


Figura 4.2: Características de los principales componentes del sistema de propulsión. MCI: MB OM-904 LA, 130 kW; Máquina eléctrica: de imán permanente, Honda Accord, 7 kW; Generador eléctrico: de imán permanente, SR218N, 41 kW.

menos electro-químicos que intervienen son complejos, existen modelos empíricos que ofrecen buenos resultados, y de relativa fácil parametrización a partir de datos provistos por los fabricantes. Uno de los modelos más utilizado para reproducir el comportamiento de la batería es el que se deriva del circuito equivalente mostrado en la Figura 4.3, el cual está integrado por una fuente de tensión y una resistencia en serie.

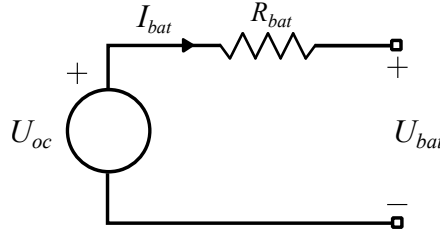


Figura 4.3: Circuito equivalente para modelar la batería

En este circuito, el valor instantáneo de la tensión de circuito abierto ( $U_{oc}$ ), no depende de la corriente que circula por la batería. Cabe aclarar que todos los modelos se expresarán en tiempo discreto, lo cual facilita la posterior implementación de las estrategias de gestión energética, especialmente aquella que se obtiene con Programación Dinámica. La tensión en bornes ( $U_{bat}$ ) y la corriente que circula por la batería ( $I_{bat}$ ) ante una demanda de potencia ( $P_{BAT}$ ) puede calcularse como,

$$U_{bat}(k) = 0.5 U_{oc}(k) + \left( 0.25 U_{oc}^2(k) - P_{BAT}(k) R_{bat} \right)^{0.5}, \quad (4.13)$$

$$I_{bat}(k) = \frac{P_{BAT}(k)}{U_{bat}(k)}. \quad (4.14)$$

Para calcular la tensión de circuito abierto se utiliza una expresión que depende linealmente del  $SoC$  y de la corriente filtrada  $I_{bat}^*$ , esto es:

$$U_{oc}(k) = U_0 - k_1 (1 - SoC(k)) - k_2 I_{bat}^*(k), \quad (4.15)$$

donde  $U_0$ ,  $k_1$  y  $k_2$  son parámetros de ajuste. Finalmente, la dinámica del  $SoC$  y de la  $I_{bat}^*$  resulta,

$$SoC(k+1) = SoC(k) - \frac{I_{bat}(k) t_s}{Q_{bat}}, \quad (4.16)$$

$$I_{bat}^*(k+1) = \frac{I_{bat}^*(k-1) \tau_{bat} + I_{bat}(k) t_s}{\tau_{bat} + t_s}, \quad (4.17)$$

donde  $Q_{bat}$  es la capacidad nominal de la batería;  $\tau_{bat}$  es una constante del tiempo que debe ser ajustada; y  $t_s$  es el paso de tiempo de la simulación. Con estas definiciones, la

convención adoptada es que la potencia demandada y la corriente son positivas cuando la batería entrega energía. La utilización de la corriente filtrada permite capturar una parte de la dinámica de la tensión del batería. En la expresión 4.15, el segundo sumando de la parte derecha representa las variaciones de tensión debido a la variación del estado de carga, mientras que el tercer sumando representa una dinámica de la tensión asociada a la evolución reciente de la corriente. El tiempo de respuesta de esta última resulta, en general, notablemente más rápida que la dinámica asociada al SOC. Cabe destacar que, en el marco del análisis propuesto en este capítulo, es muy importante reproducir con precisión la corriente que se produce en la batería a partir de un perfil de potencia requerido, debido a que estos resultados, como se verá más adelante, impactan de manera directa en el consumo de la vida útil de la batería.

La versión más general del modelo aquí presentado para la batería incluye expresiones no lineales en el cálculo de la tensión [11, 85], con lo cual se obtiene mayor precisión en todo el intervalo del *SoC*, y especialmente cerca de sus extremos. Sin embargo, cuando las variaciones del *SoC* se dan en un intervalo relativamente pequeño, y alejado de sus extremos, el modelo presentado resulta suficiente para el análisis propuesto en este capítulo.

Respecto a las limitaciones de operación de la batería, las mismas están asociadas al *SoC*, la corriente y la tensión,

$$SoC_{min} \leq SoC(k) \leq SoC_{max}, \quad (4.18)$$

$$I_{min} \leq I_{bat}(k) \leq I_{max}, \quad (4.19)$$

$$U_{min} \leq U_{bat}(k) \leq U_{max}, \quad (4.20)$$

Estos valores pueden ser dados por el fabricante, o incluso, para el caso de la corriente y la tensión, estar condicionados por el convertidor BB. En cuanto a su dimensionamiento, la potencia máxima que puede entregar la batería está asociada, en general, a su limitación por tensión mínima [31]. Del circuito equivalente se obtiene que la potencia máxima que puede suministrar la batería es,

$$P_{BAT,max} = U_{min} \frac{U_{nom} - U_{min}}{R_{bat}} \quad (4.21)$$

donde  $U_{nom}$  es la tensión nominal de la batería. Por último, sabiendo que una batería está formada por un conjunto de celdas, conociendo el número de celdas en serie ( $N_{ser}$ ) y el número de ramas en paralelo ( $N_{par}$ ), es posible calcular todos los parámetros antes

mencionados a partir de los parámetros de una celda,

$$R_{bat} = R_{cel} \frac{N_{ser}}{N_{par}}, \quad (4.22)$$

$$Q_{bat} = Q_{cel} N_{par}, \quad (4.23)$$

$$k_1 = k_{1,cel} N_{ser}; \quad k_2 = k_{2,cel} N_{ser}, \quad (4.24)$$

$$U_{nom} = U_{nom,cel} N_{ser}. \quad (4.25)$$

#### 4.2.4 Modelo causal del VHE

El modelo del VHE presentado a continuación es el que se utilizará para realizar las simulaciones y analizar las distintas alternativas de diseño asociadas al dimensionamiento de sus componentes. De acuerdo con el balance de potencia derivado de la Figura 4.1, y utilizando los modelos de los componentes presentados en la sección anterior, se construye el modelo causal representado esquemáticamente en la Figura 4.4.

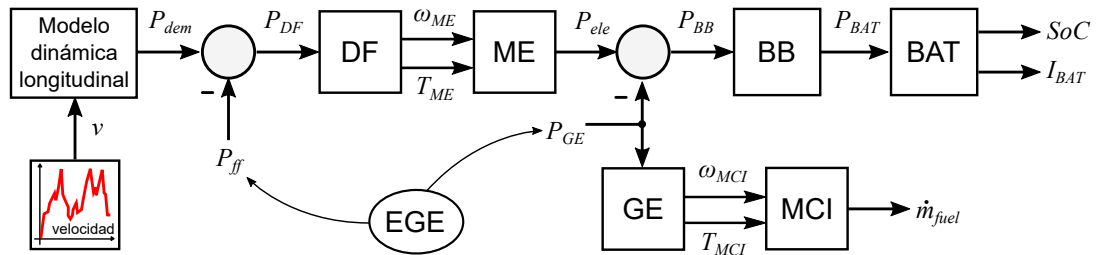


Figura 4.4: Representación esquemática del modelo causal del VHE

Como se observa en la figura, la potencia demandada se calcula a partir de la velocidad requerida, utilizando el modelo de dinámica longitudinal del vehículo. Éste considera los esfuerzos asociados a los efectos aerodinámico, de rodadura, e inercial. El siguiente conjunto de ecuaciones se utilizan para calcular el torque ( $T_{rue}$ ) y las revoluciones en la rueda ( $\omega_{rue}$ ), y la potencia demanda ( $P_{dem}$ ),

$$a(k) = (v(k) - v(k-1)) t_s^{-1} \quad (4.26)$$

$$F_{ine}(k) = a(k) m \quad (4.27)$$

$$F_{aero}(k) = 0.5 \rho C_x A_f v(k)^2 \quad (4.28)$$

$$F_{rod}(k) = g m (r_0 + r_1 v(k)) \quad (4.29)$$

$$T_{rue}(k) = (F_{ine}(k) + F_{aero}(k) + F_{rod}(k)) R_R \quad (4.30)$$

$$\omega_{rue}(k) = v(k) R_R^{-1} \quad (4.31)$$

$$P_{dem}(k) = T_{rue}(k) \omega_{rue}(k), \quad (4.32)$$

donde  $m$  es la masa total del vehículo;  $\rho$  es la densidad del aire,  $C_x$  es el coeficiente aerodinámico longitudinal de resistencia al avance,  $A_f$  es el área frontal,  $R_R$  es el radio de la rueda,  $r_0$  y  $r_1$  son coeficientes de resistencia a la rodadura,  $g$  es la aceleración de la gravedad, y  $v$  y  $a$  son la velocidad y la aceleración del vehículo respectivamente. En la Figura 4.5 se visualizan las principales variables que intervienen en este modelo. La

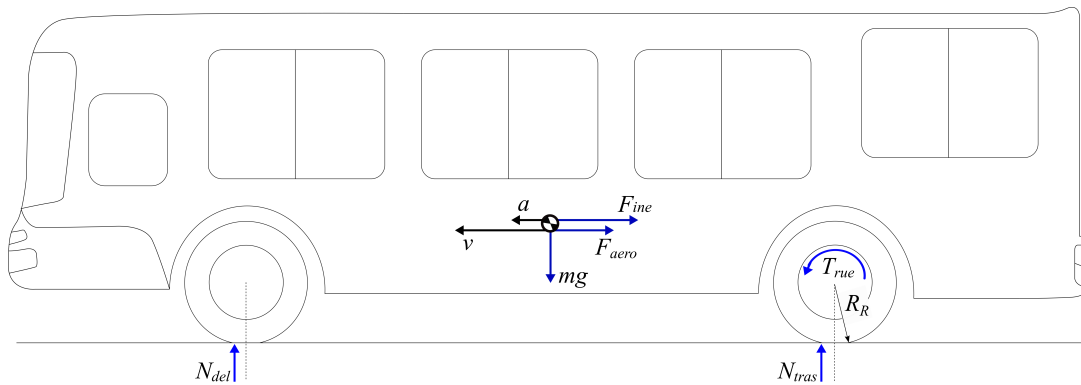


Figura 4.5: Esquema correspondiente al modelo de dinámica longitudinal del vehículo

resistencia a la rodadura se produce por el desfajase de las fuerza normal entre el piso y el neumático respecto del centro de la rueda, lo cual produce una torque de sentido contrario al sentido de giro de la rueda. Conforme al modelo presentado, la resistencia a la rodadura sobre las cuatro ruedas es reemplazada por una única fuerza equivalente resultante ( $F_{rod}$ ) de sentido contrario a la velocidad de avance del vehículo. De manera equivalente, toda la resistencia aerodinámica producida por la interacción de vehículo con el aire es reemplazada por una fuerza equivalente resultante que actúa en el centro de masa del vehículo y de sentido contrario a la velocidad de desplazamiento.

### 4.3 Vida útil de los componentes

Tal como se mencionó en la introducción de este capítulo, el procedimiento para abordar de manera global el dimensionamiento óptimo propone incluir los costos asociados a los principales componentes del sistema de propulsión. En este caso, el motor de combustión y la batería del vehículo son los componentes de mayor costo y con una vida útil que puede estar por debajo de la vida útil proyectada para el vehículo. A continuación se presentan dos modelos que permiten estimar la vida útil consumida para cada uno de estos componentes.

### 4.3.1 Estimación vida útil de la batería

Los fabricantes de baterías ofrecen, en general, algunos datos vinculados a su vida útil. Sin embargo, dicha información no puede utilizarse directamente para casos con condiciones de carga altamente fluctuante. En general, la información provista por el fabricante incluye la variación de la capacidad de la batería en función de la cantidad de ciclos, para distintas profundidades de descarga, en condiciones controladas de corriente y temperatura. Estas condiciones normalmente son muy diferentes a las que se encuentra sometida una batería en un VHE. Para poder estimar la vida útil en condiciones de corriente y profundidad de descarga variable existen diversos modelos reportados en la literatura, la mayoría de ellos empíricos [39, 76, 18]. En este caso se utiliza un modelo desarrollado en Ohio State University [76], frecuentemente reportado en la literatura para estimar la vida útil de las baterías en vehículos híbridos y vehículos eléctricos [75, 49, 59, 77].

Este modelo se basa en el concepto de la cantidad de carga que circula por la batería, asumiendo que hay una cantidad que puede circular antes de que ésta alcance su final de vida (*EoL*, por su sigla en inglés, *end of life*). Para una dada corriente que circula por la batería, el índice  $C_{rate}$  se define como:

$$C_{rate} = \frac{I_{bat}}{Q_{bat}} \quad (4.33)$$

donde  $I_{bat}$  es la corriente a través de la batería expresada en Ampère (A) y  $Q_{bat}$  es la capacidad nominal de la batería expresada en Ampère-hora (Ah). La información otorgada por los fabricantes de baterías suele estar expresada en términos de  $C_{rate}$ , y los ensayos de duración son realizados usualmente con  $C_{rate} = 1$ . La profundidad de descarga, abreviado como *DoD* por sus siglas en inglés *depth of discharge*, es el complemento del *SoC*, es decir  $DoD = 1 - SoC$ . Altos valores de  $C_{rate}$  y altos valores de *DoD* contribuyen a acelerar el deterioro de la batería. Otro factor que contribuye al deterioro acelerado es la temperatura. Por razones de simplicidad, en este caso se considera que la temperatura está controlada en los valores deseados para cualquier diseño elegido. Para una dada batería, la cantidad de carga que circula hasta que ésta alcance su *EoL* se define como:

$$Ah_{nom} \triangleq \int_0^{EoL} |I_{nom}| d\tau \quad (4.34)$$

donde  $I_{nom}$  es la corriente nominal. Básicamente, la variable  $Ah_{nom}$  es la cantidad de carga total que entra y/o sale de la batería durante su vida útil en condiciones nominales. Con condiciones nominales se refiere, en general, a  $C_{rate} = 1$  y temperatura

25°C. Luego la carga efectiva que ha circulado por una batería se calcula como:

$$Ah_{eff}(t) = \int_0^t |I_{bat}(t)| \sigma(t) d\tau \quad (4.35)$$

donde  $\sigma$  es el factor de severidad. Este factor permite ponderar los efectos que produce una dada corriente. En general, el factor de severidad crece conforme lo hace la temperatura, la corriente o el *DoD*. Finalmente, este modelo de daño propone que la fracción de vida útil consumida de la batería puede estimarse como:

$$Bat_{life}(t) = \frac{Ah_{eff}(t)}{Ah_{nom}} \quad (4.36)$$

Notar que el daño es acumulativo y cuando  $Bat_{life}$  vale 1, la batería alcanzó el final de su vida útil.

Retornando al factor de severidad  $\sigma$ , su dependencia con la temperatura puede ser ignorada asumiendo que, como se mencionó antes, la misma está controlada dentro de los valores deseados, y que además, es independiente de la gestión energética o tamaño de batería elegido. Por otro lado, el efecto del *DoD* adquiere mayor relevancia cuando se trabaja en con grandes excursiones de *DoD*, como en el caso de vehículos eléctricos puros o plug-in. En este caso, por tratarse de un vehículo híbrido, los cuales operan en condición de carga sostenida, las variaciones de *DoD* son relativamente pequeñas, y en consecuencia su efecto en el modelo de daño de la batería puede despreciarse. Por último, el efecto de la intensidad de la corriente en el factor de severidad es apreciable, y especialmente en aquellos casos donde la batería es relativamente pequeña comparada con la potencia del vehículo, y en consecuencia se opera con  $C_{rate}$  altos. La siguiente expresión se utiliza para expresar la dependencia del factor de severidad con la corriente que circula por la batería:

$$\sigma(t) = 1 + 0.0025 C_{rate}^2 = 1 + 0.0025 \left( \frac{I_{bat}(t)}{Q_{bat}} \right)^2 \quad (4.37)$$

La misma fue derivada a partir de los datos presentados en [77] para baterías de iones de litio (Li-ion).

### 4.3.2 Estimación de la vida útil del MCI

La estimación de la vida útil del MCI será utilizada para analizar los diseños propuestos y descartar aquellos que conducen a una solución donde la vida útil del MCI resulta inferior a la vida útil deseada para el vehículo. El método utilizado para estimar la vida útil del MCI surge de un reporte emitido por la Agencia de Protección Ambiental

(EPA) de Estados Unidos [45]. Éste se basa en el concepto de vida media ( $ML_{MCI}$ ) y factor de carga ( $LF$ ). De este modelo se obtiene que la vida útil estimada, en horas, para un motor de combustión interna puede calcularse como:

$$ML_{life} = \frac{ML_{MCI}}{LF} \quad (4.38)$$

donde  $ML_{MCI}$  es la vida útil estimada en horas cuando éste opera a potencia máxima. Este dato puede encontrarse tabulado en el reporte citado, y se resume en la Tabla 4.1. Luego, para un determinado perfil de potencia entregada por el MCI, el factor de carga  $LF$  es la relación entre la potencia promedio entregada y la potencia máxima del MCI. Con esta definición, el factor de carga resulta siempre  $\leq 1$ .

Tabla 4.1: Vida media estimada en horas para motores de combustión interna [45]

	Potencia [HP]			
	26 a 50	51 a 120	21 a 175	176 a 250
Diesel	2500	4000	4000	4000
Gasolina	1500	3000	3000	3000
GNC/GLP	1500	3000	3000	3000

## 4.4 Gestión energética

El desempeño de cada uno de los diseños propuestos durante el procedimiento de dimensionamiento debe ser evaluado por simulación a través del modelo presentado en la sección 4.2.4. Dicho modelo utiliza una EGE para calcular el valor de potencia asignado al freno de fricción ( $P_{ff}$ ) y al MCI ( $P_{MCI}$ ) en cada instante de tiempo. Los diseños son evaluados sobre un perfil de velocidad estándar y los indicadores de desempeño utilizados para comparar los resultados son, por un lado, el consumo de combustible, expresado en litros cada  $100km$  ( $Lts\ 100km^{-1}$ ); y por otro lado, la carga efectiva que circuló por la batería  $Ah_{eff}$ , a través de la expresión 4.35, expresado en Ampère-hora ( $Ah$ ). Notar que el segundo indicador está directamente asociado al consumo de vida útil de la batería, tal como se presentó en la sección 4.3.1. Respecto del  $SoC$  de batería al inicio y al final de las simulaciones, se adoptan condiciones de borde fijas,  $SoC(0) = SoC_0$  y  $SoC(N) = SoC_N$ , para todos los diseños propuestos. Esta última condición debe ser tenida en cuenta por la EGE.

A continuación se presenta la formulación de dos estrategias de gestión energética. La primera puede ser aplicada en tiempo real y es una de las estrategias más reportadas en la literatura para este tipo de plataformas. La segunda es la estrategia óptima,

obtenida fuera de línea (*off-line*) utilizando el método de Programación Dinámica. La utilización de la estrategia óptima permite, en primer lugar, una comparación más justa entre los diferentes diseños dado que la solución hallada no depende de la optimalidad de la estrategia de gestión implementada; y además permite visualizar el potencial margen de mejora entre la estrategia de tiempo real presentada y la óptima, para el diseño seleccionado.

#### 4.4.1 Estrategia de consumo equivalente

La estrategia de consumo equivalente (ECMS, por su nombre en inglés Equivalent Consumption Minimization Strategy) es una EGE basada en optimización que se puede aplicar en tiempo real, y su formulación consiste en un problema de optimización local [31]. La literatura reportada sobre dicha estrategia está orientada principalmente a VHEs propulsados por MCI y batería [71–73], aunque también se encuentran aplicaciones sobre vehículos con pila de combustible [81, 67]. En la mayoría de las plataformas, los resultados obtenidos con la ECMS en términos de consumo de combustible se encuentran muy cercanos al óptimo, excepto en los casos de sistemas con restricciones activas asociadas a las variables de estado [25].

En aquellos casos donde el objetivo es minimizar el consumo de combustible, la formulación de la estrategia ECMS consiste básicamente en calcular el valor de las entradas de control  $u \triangleq [P_{MCI}, P_{ff}]$  en cada instante de tiempo como solución del siguiente problema de optimización local:

$$u(k) = \arg \min_{u(k) \subseteq U(k)} \left\{ \dot{m}_{fuel}(u(k)) + s_{eq} \frac{U_{nom}}{LHV} I_{bat}(u(k), x(k), k) \right\}, \quad (4.39)$$

donde  $LHV$  es el poder calorífico inferior del combustible;  $U(k)$  representa un conjunto de valores permitidos para  $u(k)$  de acuerdo con las restricciones del problema;  $x \triangleq [SoC, I_{bat}^*]$  es el vector de variables de estado; y  $s_{eq}$  es un factor adimensional denominado factor de equivalencia que se utiliza para convertir el consumo de energía eléctrica de la batería en un consumo de combustible equivalente. El factor de equivalencia puede variar en función del  $SoC$  o bien puede ser considerado constante. Un factor de equivalencia variable en función del  $SoC$  no contribuye a obtener mejores resultados en términos de consumo de combustible, sino que incrementa la robustez de la EGE permitiéndole mantener el nivel de carga de la batería dentro de ciertos límites frente a variaciones en el perfil de demanda de potencia. En este caso  $s_{eq}$  es considerada constante y se ajusta fuera de línea en forma iterativa de manera tal de cumplir con la condición de borde  $SoC(N) = SoC_N$ .

Hasta aquí, la formulación presentada tiene por objetivo minimizar el consumo de combustible. Para contemplar un segundo objetivo, en este caso el consumo de vida útil de la batería, es necesario introducir en la formulación un nuevo término y un factor de ponderación, esto es:

$$u(k) = \arg \min_{u(k) \subseteq U(k)} \left\{ \left( \dot{m}_{fuel}(u(k)) + s_{eq} \frac{U_{nom}}{LHV} I_{bat}(u(k), x(k), k) \right) + \alpha_{Ah} \left( \sigma(u(k), x(k), k) | I_{bat}(u(k), x(k), k) | \right) \right\}. \quad (4.40)$$

El término agregado proviene del modelo de daño presentado anteriormente, y el factor de ponderación  $\alpha_{Ah}$  permite variar el desempeño de la estrategia desde máximo ahorro de combustible a máximo cuidado de la batería. Físicamente este factor puede interpretarse como el costo equivalente en combustible por unidad de carga que circuló en la batería. Notar que cuando  $\alpha_{Ah}$  vale 0 las expresiones 4.40 y 4.39 son equivalentes. Más adelante se detalla cómo ajustar objetivamente el factor  $\alpha_{Ah}$ .

Se presenta a continuación la conexión que hay entre la estrategia ECMS y el Principio de Mínimo de Pontryagin (PMP). La formulación se expresa en tiempo continuo, lo cual facilita la conexión directa con lo expresado en el sección 3.4. Específicamente se aplicará el PMP al problema de optimización global y se muestra cómo a partir de éste se puede arribar a la estrategia ECMS. En este problema de optimización global se pretende minimizar tanto el consumo de combustible como el daño sobre la batería, por lo tanto el integrando del funcional costo dado por la función  $g(\cdot)$  (ver expresión 3.33) se define de la siguiente manera:

$$g(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \triangleq \dot{m}_{fuel}(\mathbf{u}(t)) + \alpha_{Ah} [\sigma(x(t), \mathbf{u}(t), t) | I_{bat}(x(t), \mathbf{u}(t), t) |], \quad (4.41)$$

donde  $\mathbf{x} \triangleq SoC$  es la variable de estado y  $\mathbf{u} \triangleq [P_{MCI}, P_{ff}]$  es la entrada de control. Con estas definiciones, vemos que se considera solamente el  $SoC$  como variable de estado. Ésta es la primera simplificación respecto al modelo original, en el cual la corriente filtrada era una variable de estado necesaria para reproducir el comportamiento dinámico de la batería. Esta simplificación equivale a utilizar un modelo de batería que utiliza solamente el  $SoC$  para calcular la tensión de circuito abierto, lo cual, a pesar de la pérdida de precisión, es una práctica habitual en la literatura [31, 77]. Con estas definiciones, la ecuación de estado esta dada por:

$$a(t) \triangleq \dot{SoC}(t) = \frac{-I_{bat}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t)}{Q_{bat}}. \quad (4.42)$$

Luego el Hamiltoniano para este problema resulta (ver expresión 3.44):

$$\mathcal{H}(SoC(t), \mathbf{u}(t), p(t), t) = \underbrace{\dot{m}_{fuel}(\mathbf{u}(t)) + \alpha_{Ah} (\sigma(x(t), \mathbf{u}(t), t) | I_{bat}(x(t), \mathbf{u}(t), t) |)}_{g(x(t), \mathbf{u}(t), t)} + p(t) \underbrace{\frac{-I_{bat}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t)}{Q_{bat}}}_{a(x(t), \mathbf{u}(t), t)}, \quad (4.43)$$

donde la dinámica del multiplicador de Lagrange está dada por:

$$\begin{aligned} \dot{p}(t) &= -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial SoC}(SoC(t), \mathbf{u}(t), p(t), t) = \\ &= \frac{\partial}{\partial SoC} \left( \alpha_{Ah} (\sigma(x(t), \mathbf{u}(t), t) | I_{bat}(x(t), \mathbf{u}(t), t) |) + p(t) \frac{-I_{bat}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t)}{Q_{bat}} \right), \end{aligned} \quad (4.44)$$

La dependencia que existe de la corriente en la batería con el *SoC* es debido a la tensión de circuito abierto (según la expresión 4.15). Se sabe que variaciones de *SoC* en zonas alejadas de sus extremos produce en general pequeñas variaciones en la tensión de circuito abierto [85]. Ésto conduce a la segunda simplificación que consiste en considerar despreciable la variación de tensión de circuito abierto frente a la variación de *SoC*, y en consecuencia ya no existe dependencia entre la *I<sub>bat</sub>* y el *SoC*. Con esta última simplificación, la expresión anterior es idénticamente nula, y por lo tanto el multiplicador de Lagrange es constante. Luego, según el PMP, la acción de control óptima debe minimizar el Hamiltoniano, esto es:

$$u(t) = \arg \min_{u(t) \subseteq U(t)} \left\{ \dot{m}_{fuel}(\mathbf{u}(t)) - p \frac{I_{bat}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t)}{Q_{bat}} + \alpha_{Ah} (\sigma(x(t), \mathbf{u}(t), t) | I_{bat}(x(t), \mathbf{u}(t), t) |) \right\}. \quad (4.45)$$

Finalmente, esta expresión, con  $p = -Q_{bat} \text{seq} U_{nom} / LHV$ , es equivalente a la expresión 4.40 utilizada por la estrategia ECMS.

#### 4.4.2 Estrategia óptima

La EGE óptima surge como solución del problema de optimización global, el cual puede ser formulado de la siguiente manera: encontrar la secuencia de entradas de control  $u(k), k = 1, \dots, N-1$ , que minimiza:

$$J = \sum_{k=1}^{N-1} \left\{ \dot{m}_{fuel}(u(k)) + \alpha_{Ah} (\sigma(k) | I_{bat}(x(k), u(k), k) |) \right\}, \quad (4.46)$$

sujeto a las restricciones,

$$u_{min}(x(k), k) \leq u(k) \leq u_{max}(x(k), k), \quad (4.47)$$

$$x_{min} \leq x(k) \leq x_{max}, \quad (4.48)$$

$$x(k+1) = f(x(k), u(k), k), \quad (4.49)$$

$$x(0) = x_0, \quad (4.50)$$

$$x(N) = x_N, \quad (4.51)$$

donde,  $x(k) \triangleq [SoC, I_{bat}^*]$  es el vector de estado;  $f(\cdot)$  es la ley de evolución de los estados, y  $u \triangleq [P_{MCI}, P_{ff}]$  es la entrada de control. De manera similar que en ECMS, el primer sumando dentro de la sumatoria está asociado al consumo de combustible; el segundo está asociado al uso la batería; y el factor  $\alpha_{Ah}$  permite modificar la ponderación de los objetivos.

La solución de este problema puede abordarse con diferentes técnicas. Cabe destacar que en todos los casos se requiere de conocer por adelantado la demanda de potencia del vehículo, es decir el perfil de velocidad. Por otro lado, por tratarse de un problema con una doble condición de borde asociada al  $SoC$ , dependiendo del método adoptado, es posible que se requiera de múltiples iteraciones para cumplir con dicha restricción. Serrao et al. [77] utiliza el principio de mínimo de Pontryagin para encontrar la estrategia óptima en un escenario similar, con la diferencia de que el modelo dinámico de la batería es de menor orden (la tensión de circuito abierto depende solo del  $SoC$ ). Dada la dimensión del problema, en términos de variables de estado y de entradas de control, y debido a las restricciones consideradas, en este caso el método de Programación Dinámica es el elegido para resolver el problema. Este método garantiza que la solución encontrada es óptima aún en casos con restricciones de estado activas, lo cual no sucede para todos los métodos. Como puede verse, el problema presenta dos variables de estado y dos entradas de control. La discretización adecuada de estas variables para minimizar los errores numéricos, sumado a una discretización temporal, la cual resulta siempre superior a los 1000 pasos de tiempo conforme a los ciclos de velocidad estándar, ameritan una implementación vectorial del método de Programación Dinámica. En este caso se hace siguiendo las directrices presentadas en [16]. Más detalles sobre esta implementación se presentan en el Capítulo 5.

## 4.5 Dimensionamiento óptimo

Retornando a la sección 4.2.2, el sistema de propulsión propuesto presenta dos grados de libertad para definir completamente su diseño. En este caso se adoptan la potencia nominal del motor de combustión (potencia máxima) ( $P_{MCI,max}$ ) y la potencia máxima de la batería ( $P_{BAT,max}$ ) como variables de diseño. La elección de otras variables como grado de libertad de diseño no modifica el procedimiento descrito a continuación. Dimensionar de manera óptima el sistema de propulsión consiste en seleccionar el tamaño de estos componentes de manera de optimizar los beneficios obtenidos conforme a algún criterio. En este caso el beneficio está directamente asociado a la reducción de los costos totales de operación que produce el VHE. Se desarrolla a continuación dicho concepto.

### 4.5.1 Costo total de operación

El principal costo de operación en un vehículo convencional propulsado por MCI está asociado indefectiblemente al costo del combustible consumido. En el caso de una plataforma con MCI y batería, esta última ofrece una vida útil menor a la vida útil del resto de los componentes, y en consecuencia deberá ser reemplazada antes de llegar al final del ciclo de vida del vehículo [30]. De acuerdo con el modelo de daño presentado, la vida útil de la batería se consume conforme a su uso, y en consecuencia, el costo asociado al reemplazo de la misma puede incluirse dentro de los costos de operación del vehículo. A raíz de esto se introduce el concepto de *costo total de operación* (CTO) que contempla los costos asociados al combustible consumido y la fracción de vida útil consumida de la batería, esto es:

$$CTO \triangleq C_{fuel/year} + C_{bat/year}, \quad (4.52)$$

donde  $C_{fuel/year}$  es el costo del combustible consumido en un año y  $C_{bat/year}$  es el costo de la vida útil de la batería consumida por año.

Queda claro que el CTO no incluye costos asociados al mantenimiento o reemplazo de otros componentes. Incluyendo solamente el costo de reemplazo de la batería en el CTO, se está asumiendo que el resto de los componentes del sistema de propulsión tienen una vida útil igual o mayor que la vida útil del vehículo y/o que los mismos no están afectados por el dimensionamiento ni por la EGE adoptada. Los costos asociados al consumo de combustible y al consumo de vida útil de la batería se obtienen a partir de los resultados de la simulación utilizando el modelo del VHE presentado en la sección 4.2.4. Específicamente el costo asociado al consumo de combustible se

expresa en dólares por año ( $USD\ year^{-1}$ ) y se calcula como:

$$C_{fuel/year} = C_{ltr/km} D_{km/year} C_{USD/ltr} \quad (4.53)$$

donde  $C_{ltr/km}$  es el consumo de combustible expresado en litros por  $km$  recorrido,  $D_{km/year}$  es la distancia recorrida por el vehículo expresada en  $km$  por año, y  $C_{USD/ltr}$  es el costo del combustible por litro en dólares. Luego, el costo asociado al consumo de vida útil de la batería considera el desgaste producido por el uso y además el propio envejecimiento debido al paso del tiempo. El costo de operación asociado a la batería ( $C_{bat/year}$ ) expresado en  $USD\ year^{-1}$  resulta:

$$C_{bat/year} = \left( \frac{Ah_{eff/km}}{Ah_{nom}} D_{km/year} + \frac{1}{Life_{bat,cal}} \right) E_{bat} C_{USD/kWh}, \quad (4.54)$$

donde  $Ah_{eff/km}$  son los Ampere  $\times$  hora ( $Ah$ ) efectivos (según la expresión 4.35) por  $km$  recorrido;  $Ah_{nom}$  depende de la batería y se calcula usando la expresión 4.34;  $Life_{bat,cal}$  es la vida calendario estimada de la batería expresada en años;  $E_{bat}$  es la energía de la batería expresada en  $kWh$ ; y  $C_{USD/kWh}$  es el costo de la batería por unidad de energía expresado en  $USD(kWh)^{-1}$ . Notar que en esta expresión, además del daño asociado al uso de la batería, se agrega un término asociado al envejecimiento por el paso del tiempo, y que se expresa a través del parámetro  $Life_{bat,cal}$ .

De las expresiones 4.53 y 4.54 se deduce que cada  $Ah$  efectivo intercambiado tiene un costo asociado al desgaste de la batería que puede estimarse como:

$$C_{Ah} = \frac{E_{bat} C_{USD/kWh}}{Ah_{nom}}, \quad (4.55)$$

Luego, considerando el costo de combustible por litro, es posible calcular a cuántos gramos de combustible equivale en términos de costos  $1Ah$  efectivo, ésto es:

$$\frac{C_{Ah}}{C_{USD/ltr}} \rho_{fuel} \quad (4.56)$$

donde  $\rho_{fuel}$  es la densidad del combustible en gramos por litro. Esta magnitud nos permite ajustar objetivamente el factor de ponderación  $\alpha_{Ah}$  introducido en la formulación de las EGE.

## 4.5.2 Procedimiento iterativo de dimensionamiento

En las secciones anteriores fueron presentados métodos y modelos para: evaluar el consumo de combustible, estimar la vida útil del MCI y de la batería, realizar la gestión

energética, y finalmente se introdujo una expresión para calcular el *CTO* del VHE. Este último está directamente afectada por el dimensionamiento elegido. Con estas definiciones, el diseño óptimo refiere al tamaño del MCI y al tamaño de la batería que satisface las restricciones de diseño, y que minimiza el *CTO*. La búsqueda del diseño óptimo se realiza por iteración directa analizando todos los diseños que surgen de la combinación entre diferentes tamaños propuestos del MCI y de la batería. Cabe destacar que se recurre a dicho método de búsqueda, y no a métodos más eficientes, debido a que la dimensión del problema es relativamente pequeña.

Retomando a la sección 4.2.2, la primera restricción de diseño está asociada a cumplir con la potencia máxima del VHE, dada por la expresión 4.10. Luego, la segunda restricción establece que la vida útil estimada del MCI debe ser mayor que la vida útil predefinida del VHE. Esta restricción debe ser evaluada luego de la simulación sobre el perfil de velocidad adoptado. Otra restricción que condiciona al dimensionamiento está impuesta implícitamente por la condición final del *SoC*, que puede no ser alcanzable para ciertos diseños. El procedimiento en cada iteración puede resumirse en los siguientes pasos:

- Elegir un tamaño del MCI y de la batería;
- Verificar la restricción de potencia máxima del VHE;
- Re-parametrizar el modelo del VHE y la EGE de acuerdo al diseño elegido;
- Realizar la simulación en el ciclo de velocidad adoptado;
- Verificar la condición de borde final del *SoC* y la vida útil estimada del MCI;
- Calcular el consumo de combustible y el consumo de vida útil de la batería;
- Calcular el *CTO*.

La cantidad de iteraciones a realizar depende de la cantidad de diseños a evaluar. En la siguiente sección la metodología propuesta se aplica a un caso de estudio.

## 4.6 Aplicación sobre un caso de estudio

Se presentan en esta sección los resultados obtenidos con la aplicación del método propuesto sobre un caso de estudio particular de un VHE. Además del análisis orientado al dimensionamiento, esta sección incluye la comparación entre las estrategias de gestión ECMS y la óptima para distintos diseños. El caso de estudio analizado se describe a continuación.

### 4.6.1 Caso de estudio: autobús urbano

El caso de estudio analizado corresponde a un autobús de transporte urbano. Específicamente el autobús elegido corresponde al transporte urbano de pasajeros en la ciudad de Buenos Aires. De éste fueron tomados algunos datos del chasis, MCI, y el perfil de velocidad adoptado como ciclo estándar. Las principales características de autobús se resumen en la Tabla 4.2. La masa del vehículo utilizada para las simulaciones se compone de la masa del chasis más la masa de la carga o masa cargo, esta última dada por cantidad de pasajeros promedio. Las características del MCI fueron presentadas en la sección 4.2.3 junto con las características de las máquinas eléctricas (ver Figura 4.2).

Tabla 4.2: Características del VHE utilizado como caso de estudio. Datos del chasis tomados de Autonomy™ [6] y Mercedes Benz™ [52]; datos de la batería tomados de A123 system™ [1].

Descripción		Parámetro	Valor	Unidad
Chasis	Potencia	$P_{VHE}$	130	$kW$
	Masa chasis	$m_{ch}$	11250	$kg$
	Masa cargo	$m_{cargo}$	2400	$kg$
	Area frontal	$A_f$	8.06	$m^2$
	Coefficiente aerodinámico	$C_x$	0.65	-
	Coefficientes de rodadura	$r_0$	0.008	-
		$r_1$	1.2 e-4	$sm^{-1}$
Radio de la rueda,	$R_R$	0.51	$m$	
Diferencial	Índice de transmisión	$i_{DF}$	12.9	-
	Eficiencia	$\eta_{DF}$	0.95	-
Máquinas eléctricas	ME, Efic. promedio	$\eta_{ME,avg}$	0.88	-
	ME, Efic. max.	$\eta_{ME,max}$	0.95	-
	GE, Efic. max.	$\eta_{GE,max}$	0.94	-
Batería	Celdas en serie	$N_{ser}$	95	-
	Tensión nominal de celda	$U_{nom,cell}$	3.3	$V$
	Capacidad de celda	$Q_{cel}$	2.5	$Ah$
	Resistencia de celda	$R_{cel}$	0.006	$\Omega$
	Corriente max. de celda	$I_{max,cel}$	120	$A$
	Tensión mín. de celda	$U_{min,cel}$	2.5	$V$
	SOE max.	$SoC_{max}$	0.95	-
	SOE min.	$SoC_{min}$	0.3	-
Buck/Boost	Eficiencia	$\eta_{BB}$	0.95	-

Respecto del perfil de velocidad utilizado en las simulaciones, diferentes ciclos estándar para autobuses fueron reportados por diferentes organismos, destinados a medir consumo de combustible y/o emisiones [7]. En este caso se utiliza un ciclo

creado por el Instituto Tecnológico de Buenos Aires (ITBA), llamado "Buenos Aires Bus Cycle" (BABC). El mismo fue creado a partir de información real recolectada con GPS sobre las líneas urbanas de la ciudad de Buenos Aires [12]. La Figura 4.6 muestra el perfil de velocidad y la Tabla 4.3 resume las características de este ciclo. Por otro lado, respecto de las condiciones de uso del autobús, el mismo opera 6 días a la semana, 16 horas por día, y la vida útil estimada es de 10 años. Respecto de los costos asociados al combustible y a la batería,  $0.5 \text{ USD ltr}^{-1}$  y  $500 \text{ USD (kWh)}^{-1}$  [57] son considerados, respectivamente.

Con respecto a los diseños analizados, éstos surgen de variar la potencia del MCI desde  $50 \text{ kW}$  hasta  $150 \text{ kW}$  con un paso de  $25 \text{ kW}$ ; y de variar tamaño de la batería agregando ramas en paralelo desde 1 hasta 15 con paso 3. En la siguiente sección se presentan los resultados obtenidos con las simulaciones.

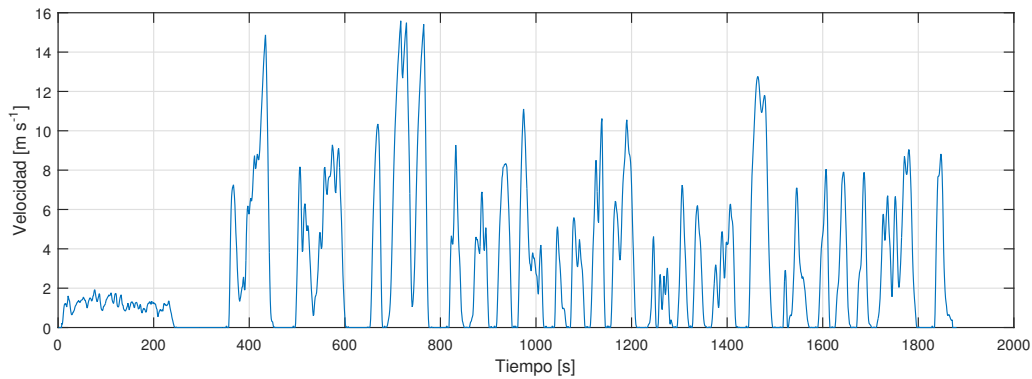


Figura 4.6: Buenos Aires Bus Cycle (BABC). Cortesía del ITBA

Tabla 4.3: Características del ciclo BABC

Velocidad máxima $[m s^{-1}]$	15.6
Velocidad promedio $[m s^{-1}]$	3.85
Aceler. máxima $[m s^{-2}]$	1.54
Desaceler. máxima $[m s^{-2}]$	-2.16
Aceler. promedio $[m s^{-2}]$	0.41
Desaceler. promedio. $[m s^{-2}]$	-0.42

#### 4.6.2 Resultados de las simulaciones

La Tabla 4.4 presenta los valores de CTO obtenidos para los distintos diseños. Las celdas de aquellos diseños que no cumplen con la potencia máxima del VHE se indican con (\*); mientras que los que no cumplen con la condición de vida útil del MCI se

Tabla 4.4: CTO expresado en USD/año para los distintos diseños propuestos

		Potencia del MCI [ $kW$ ]				
		50	75	100	125	150
Batería, en paralelo	1	(*)	(*)	(*)	10320	10315
	4	(**)	10136	9515	9439	9548
	7	(**)	9311	9138	9155	9223
	10	(**)	9096	9027	9054	9092
	13	(**)	9051	9010	9024	9056
	15	(**)	9080	9058	9072	9107

indican con (\*\*). Como puede observarse el CTO alcanza un mínimo para el diseño con MCI de  $100kW$  y una batería con 13 ramas en paralelo. Puede observarse además que, dentro de los diseños con MCI de  $100kW$ , la diferencia de CTO entre 7 y 13 ramas en paralelo es de tan solo 1.5%. Si se consideran otros aspectos asociados a la batería como pueden ser el espacio ocupado, el peso, ecualización de carga en las diferentes ramas, etc., parece razonable optar por el diseño con 7 ramas en paralelo dado que se reduce aproximadamente a la mitad el tamaño de la batería respecto del diseño óptimo incrementando levemente el CTO. Con 7 ramas en paralelo la batería tiene una potencia de pico de  $190kW$ , lo cual, de acuerdo con los indicadores introducidos en la sección 4.2.2, el diseño elegido tiene un factor de hibridización de 0.65 y un factor de sobredimensionamiento de 1.89. La reducción de CTO por el incremento del tamaño de la batería está asociado a dos factores: la reducción del consumo de combustible debido a que se recupera mayor cantidad de energía del frenado; y menor factor de severidad dado que se reduce la corriente por celda. Contrariamente, el incremento del CTO por el incremento del tamaño de la batería está asociado al costo por envejecimiento propio.

A continuación se realiza un análisis complementario del diseño elegido. La Figuras 4.7 y 4.8 presentan la evolución de las principales variables del VHE a lo largo de la simulación para el diseño seleccionado. Notar que los frenos de fricción intervienen en reiteradas ocasiones a lo largo del ciclo. Los mismos, como se mostró anteriormente, están controlados por la EGE. Cabe destacar que, a pesar de que la batería en este diseño tiene el tamaño suficiente para poder recibir la potencia y la energía generada en la mayoría de las desaceleraciones del vehículo, la EGE decide aprovechar solo una parte de la misma. Ésto se debe a que con potencias regenerativas altas se generan corrientes elevadas en la batería, y a partir de un determinado valor, la energía recuperada en términos de costos puede resultar inferior al costo del consumo de vida útil de la batería.

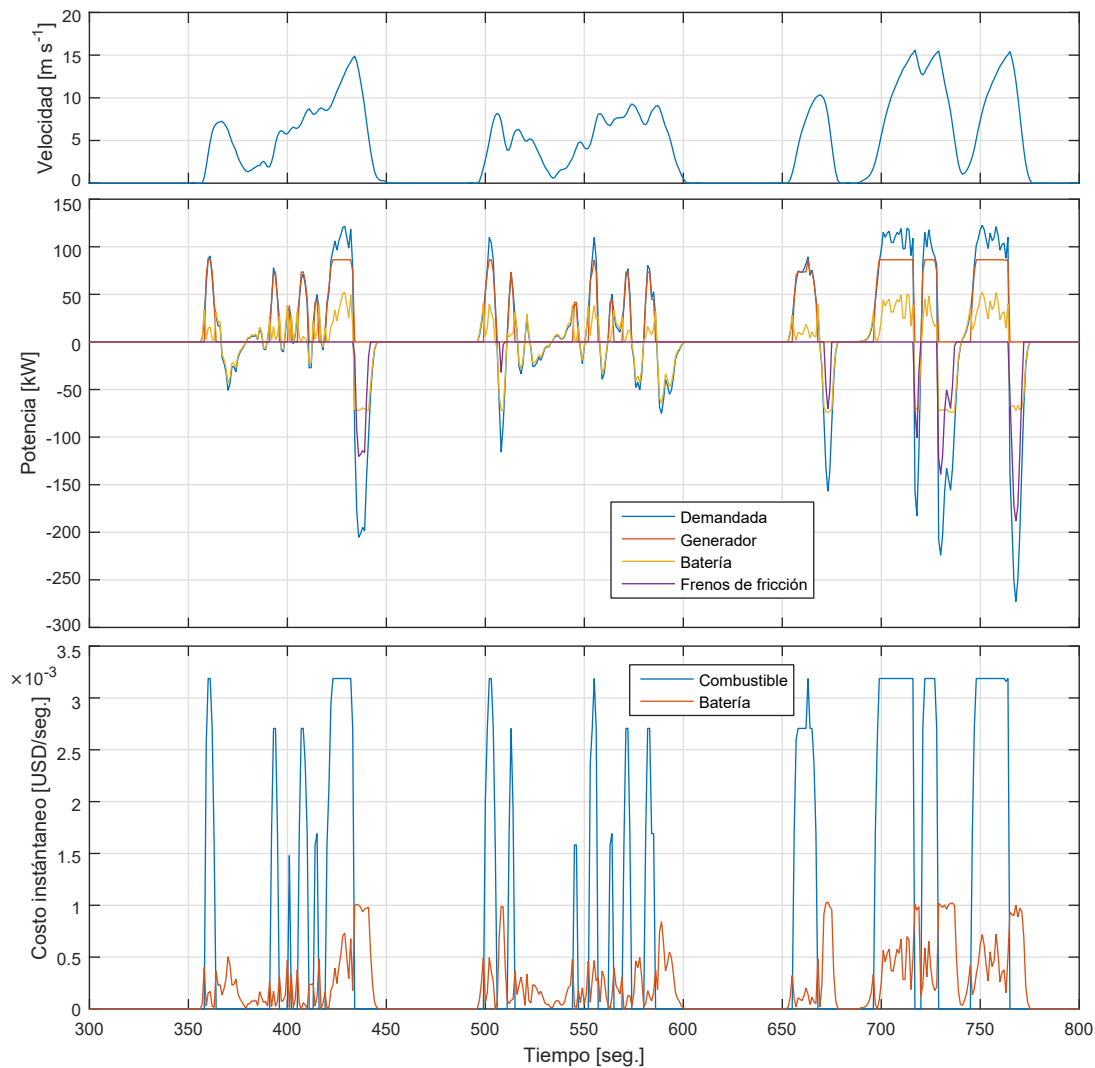


Figura 4.7: Flujos de potencias y costos instantáneos para el diseño seleccionado en el intervalo de tiempo comprendido entre los 300 y los 800 segundos del ciclo BABC

Con el objetivo de mostrar el efecto que tiene realizar la gestión energética contemplando el deterioro de la batería, se comparan los resultados obtenidos anteriormente con aquellos obtenidos con una estrategia que sólo considera el consumo de combustible. Esto último equivale a un ajuste de la estrategia con  $\alpha_{Ah} = 0$ . La Tabla 4.5 presenta los resultados. Como puede apreciarse, incluyendo el daño de la batería en la EGE se consigue una reducción de 4.3% en el CTO y un aumento de 30% de la vida útil de la batería.

### 4.6.3 Optimalidad de la estrategia ECMS

Finalmente se propone analizar en esta sección la optimalidad de la estrategia ECMS. La literatura reportada sobre esta estrategia en VHE propulsados por MCI y batería

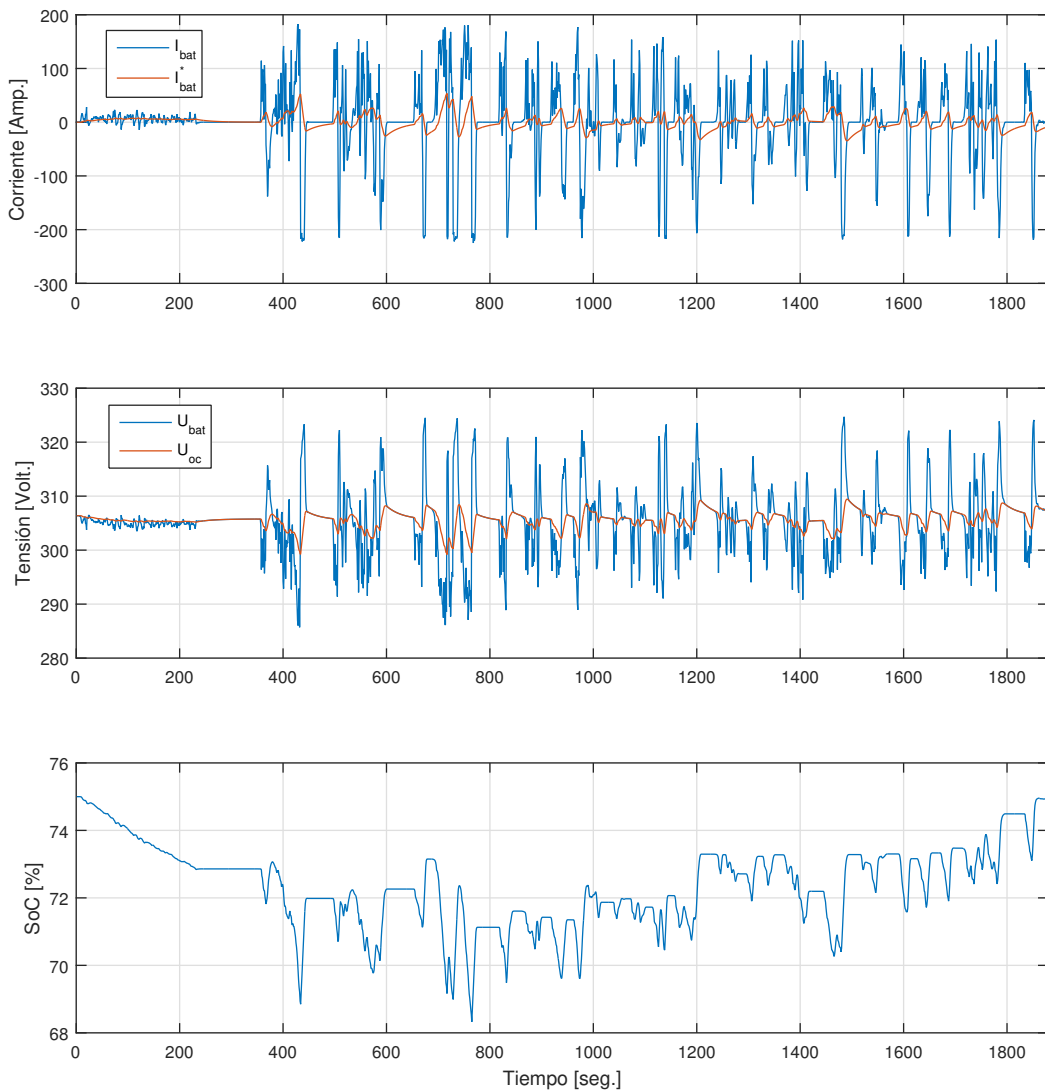


Figura 4.8: Evolución de las principales variables asociada a la batería para el diseño seleccionado a lo largo de todo el ciclo BABC

muestra que se pueden alcanzar resultados óptimos, o muy próximos a éste, en términos de consumo de combustible [71, 14]. En este caso, el problema de optimización asociado a la gestión energética tiene dos objetivos, y el desempeño de las estrategias puede medirse en términos del CTO. En la sección 4.4 fue formulado el problema de optimización global, y su solución fue obtenida utilizando Programación Dinámica. La Tabla 4.6 muestra una comparación entre los resultados alcanzados con las estrategias óptima y ECMS en términos de CTO para distintos diseños. Como puede apreciarse, la estrategia ECMS proporciona resultados óptimos en términos de CTO. Por razones de simplicidad se muestran solo los resultados para los diseños con MCI de 100 kW,

Tabla 4.5: Comparación de desempeño utilizando la estrategia ECMS con dos ajustes diferentes: i) minimizar el CTO ( $\alpha_{Ah} = 18.94 \text{ grAh}^{-1}$ ], ii) minimizar el consumo de combustible ( $\alpha_{Ah} = 0$ )

	Con ajuste para minimizar CTO	Con ajuste para minimizar consumo de combustible	
Consumo de combustible	23.10	21.95	$Lts \ 100 \text{ km}^{-1}$
Costo de combustible	6272	5740	$USD/año$
Costo de batería	2866	3765	$USD/año$
CTO	9138	9505	$USD/año$
Duración de la batería	1.11	0.81	$años$

Tabla 4.6: Comparación de desempeño en términos de CTO utilizando las estrategias óptima y ECMS para distintos diseños con MCI de 100 kW

		Estrategia	
		Óptima	ECMS
Batería, ramas en paralelo	1	(*)	(*)
	4	9501	9515
	7	9130	9138
	10	9026	9027
	13	9002	9010
	15	9051	9058

aunque se señala que la optimalidad ECMS fue observada para todos los diseños propuestos.

En la Sección 4.4 fue mostrada la conexión de la estrategia ECMS con el PMP, y en la Sección 3.5 fue presentada la relación entre el PMP y el método de Programación Dinámica. Esta última concluía que, bajo ciertas condiciones, la solución hallada aplicando el PMP coincidía con aquella encontrada vía Programación Dinámica. Las condiciones para que esto suceda están asociadas con las restricciones del problema. Específicamente, para que la solución hallada por ambos métodos sean coincidentes, no deben existir restricciones activas sobre las variables de estado, o lo que resulta equivalente, no deben activarse las restricciones que dependan de las variables de estado. En este caso, de las simulaciones realizadas para los diferentes diseños, se observó que las restricciones activas durante las simulaciones no dependen de las variables de estado. Específicamente, para el diseño elegido, en las Figuras 4.7 y 4.8 puede observarse que la restricción activa a lo largo del ciclo es la potencia máxima del generador, mientras que las asociadas a la tensión y corriente de la batería, y las asociadas al SoC, están lejos de sus límites. La Figura 4.9 muestra las trayectorias de

las variables de estado para las soluciones halladas con la estrategia ECMS y la solución óptima vía Programación Dinámica. A pesar de las condiciones favorables dadas por las restricciones de estado no activas durante las simulaciones, las simplificaciones realizadas para poder formular la estrategia ECMS a partir del PMP justifican que la trayectoria de las variables de estado no sean coincidentes entre ambas estrategias. Más allá de las diferencias observadas, la optimalidad de los resultados obtenidos (ver Tabla 4.6) respaldan la formulación de la estrategia ECMS con dichas simplificaciones.

Tabla 4.7: Comparación del desempeño en términos de CTO con y sin restricciones de estado activas

	Estrategia	
	Óptima	ECMS
Sin restricciones de estado activas	9130	9138
Con restricciones de estado activas	10146	10459

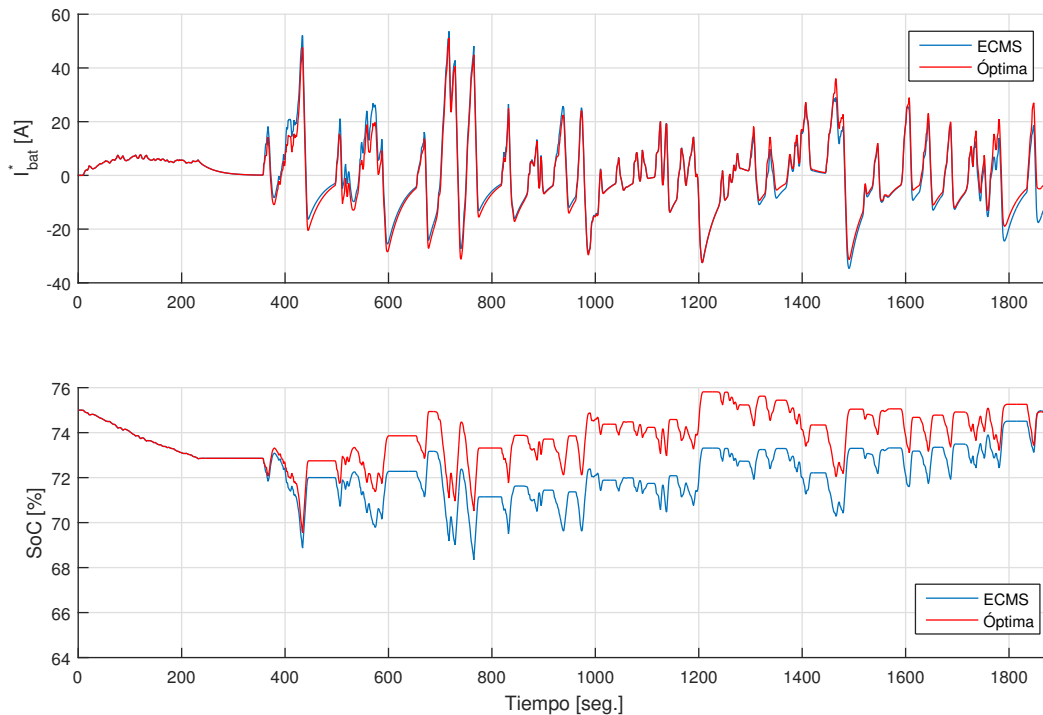


Figura 4.9: Trayectorias de las variables de estado para el diseño elegido, sin restricciones de estado activas

Por último, asumiremos a continuación una restricción más conservadora en la tensión máxima de la batería. La misma podría ser sugerida por el fabricante de

la batería, o ser una limitación del convertidor BB. El objetivo es mostrar el efecto que tiene en la estrategia ECMS la presencia de restricciones activas asociadas a variables de estado. El límite superior para la tensión de batería, que hasta el momento fue establecido en  $376V$ , se establece en  $308V$ . La tabla 4.7 muestra los resultados obtenidos con ambas estrategias en términos de CTO, y la Figura 4.9 muestra la evolución de las variables de estado junto con la variable que presenta la restricción activa durante la simulación. Se observa que, en términos de prestaciones, la estrategia ECMS presenta ahora un 3% de suboptimalidad; y comparando las trayectorias de los estados, ahora la ECMS se aparta notablemente de la trayectoria óptima hallada vía Programación Dinámica.

## 4.7 Conclusiones y discusiones

La metodología propuesta en este capítulo permite encontrar el dimensionamiento óptimo y formular su correspondiente estrategia de gestión energética de manera de reducir los costos totales de operación para plataformas híbridas propulsadas por motor de combustión interna y batería. Los resultados muestran, en primer lugar, que los costos asociados a la degradación de la batería son significativos comparados con los costos del combustible; y en segundo lugar, que una apropiada formulación de la estrategia de gestión energética, contemplando explícitamente la degradación de la batería, permite reducir los costos totales de operación. Respecto al dimensionamiento, es interesante destacar que el diseño con menor costo total de operación tiene un elevado factor de sobredimensionamiento. Este sobredimensionamiento está fundamentalmente asociado al incremento del tamaño de la batería. Por el contrario, los diseños con baterías de menor tamaño, siendo aún factibles en potencia, aumentan considerablemente los costos de operación. Por último, el análisis de optimalidad de la estrategia ECMS sobre el caso de estudio presentado permite concluir que no existe un margen de mejora en términos de gestión energética, excepto para el caso de restricciones de estado activas.

Respecto de la precisión de los resultados obtenidos con la metodología propuesta, la estimación de la vida útil de la batería es la mayor fuente de incertidumbre, y ésto se debe a la complejidad de los fenómenos de degradación y su consecuente contemplación mediante modelos a parámetros concentrados. Por otro lado, los resultados obtenidos con las metodología propuesta provee una valiosa información que debe ser complementada con otros aspectos constructivos del VHE, tales como el costo y/o espacio disponible, antes de tomar la decisión final acerca de cual es el diseño más conveniente. A pesar de los resultados de la simulaciones, los cuales

son sólo válidos para el caso de estudio analizado, la metodología propuesta es lo suficientemente general como para abarcar un amplio rango de problemas sobre plataformas híbridas propulsadas por MCI y batería.

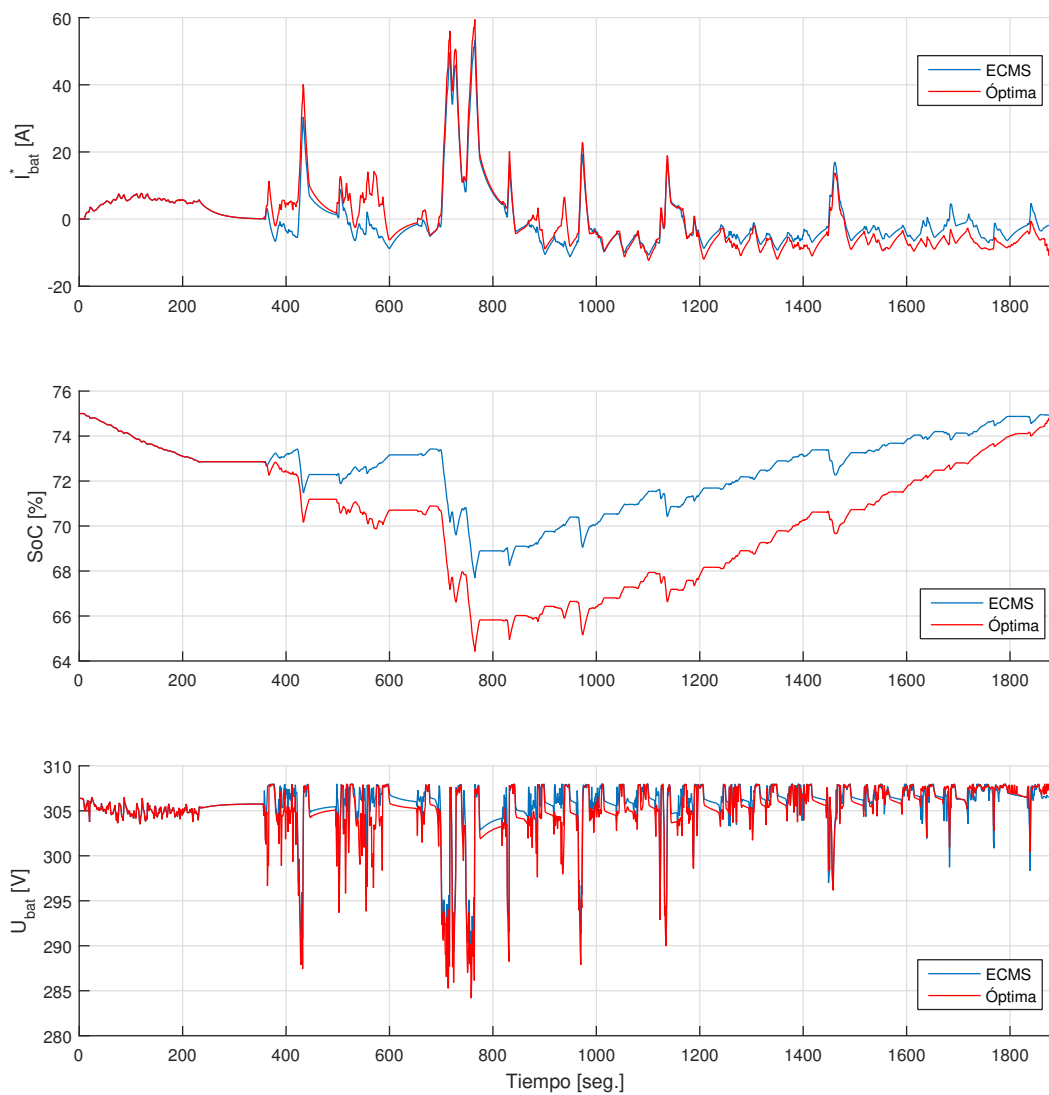


Figura 4.10: Trayectorias de las variables de estado y evolución de la variable con restricción activa



# Capítulo 5

## Sistemas de propulsión con arquitectura reconfigurable

### 5.1 Introducción

Los vehículos híbridos propulsados por MCI comparado con otras plataformas híbridas tienen la ventaja de mantener altos niveles de autonomía y rápido reabastecimiento de combustible, al igual que las plataformas convencionales propulsadas únicamente por un MCI. Conforme a esto, en los últimos 15 años, el segmento de VHE propulsados por MCI y batería ha sido el segmento de mayor crecimiento para los fabricantes de automóviles. Respecto de la configuración adoptada, una de las más utilizadas y que ha marcado una tendencia dentro del segmento es la que se denomina “Combinado” (en inglés *power-split or combined*). La mayoría de estas configuraciones utiliza un sistema planetario para dividir la potencia entre el MCI y las máquinas eléctricas. Toyota fue uno de los pioneros en este segmento a través de su transmisión variable continua denominada Toyota Hybrid System (THS), y actualmente representa una referencia de comparación para los nuevos diseños. Vinot et al. [92] presenta una nueva configuración híbrida utilizando una máquina eléctrica con armadura rotante, y los resultados son comparables pero no mejores que los obtenidos con la primera generación del THS. Zhang et al. [97] logra una mejora en el consumo de combustible de la primera generación de THS agregando embragues sobre esta arquitectura y re-dimensionando la máquina eléctrica. En los últimos años aparecieron nuevas arquitecturas con embragues que permiten múltiples configuraciones del sistema de transmisión [65, 78, 74]. Zhang et al. [98] proponen una metodología para realizar una búsqueda directa exhaustiva de la mejor arquitectura reconfigurable utilizando exactamente los mismos componentes que la Toyota Hybrid System de tercera generación (THSIII), pero agregando tres embragues. La arquitectura finalmente encontrada logra

mejoras en el consumo de combustible y en las prestaciones en términos de aceleración. En este capítulo se propone una nueva arquitectura reconfigurable combinada y se compara mediante simulación con el sistema THSIII. La arquitectura propuesta tiene 4 embragues, una máquina eléctrica y un sistema planetario. Los resultados de las simulaciones muestran una reducción en el consumo de combustible y mejoras en los ensayos de aceleración.

Respecto de la gestión energética adoptada para las distintas plataformas analizadas, se optó por la solución óptima hallada fuera de línea mediante Programación Dinámica. Cuando se analizan nuevas configuraciones/arquitecturas, es una práctica común la utilización de Programación Dinámica dado que cualquier otra forma de realizar la gestión implica, en primer lugar, un ajuste de parámetros para lograr un buen desempeño de la estrategia, y en segundo lugar, un proceso iterativo para cumplir con la doble condición de borde asociada al estado de carga de la batería. Por otro lado, y como se ha mencionado muchas veces a lo largo de esta tesis, el método de Programación Dinámica es el único que garantiza la solución óptima, para cualquier sistema de propulsión, y con cualquier tipo de restricciones. Como consecuencia de este conjunto de ventajas, en la literatura pueden encontrarse múltiples trabajos que aplican esta herramienta como estrategia de gestión energética en diferentes aplicaciones sobre VHE [15, 86, 92, 61]. La desventaja de esta técnica radica en el crecimiento del costo computacional a medida que aumenta la cantidad de variables de estado y/o la cantidad de entradas de control. La implementación vectorizada permite reducir drásticamente los tiempos de cómputo [31]. Elbert y Sundström [20, 82] desarrollaron DPM-function (Dynamic Programming Matlab-function), que básicamente es un código genérico, de acceso libre, para la implementación algorítmica vectorizada de Programación Dinámica, realizado en Matlab™. A pesar de lo útil que resulta este algoritmo para diversos casos de VHEs, DPM-function no es apropiado para trabajar con arquitecturas reconfigurables, y por otro lado su programación resulta poco flexible si se requiere alguna modificación. Como alternativa, Zhang et al. [98, 96] presentan el método PEARS (power-weighted efficiency analysis for rapid sizing), el cual permite calcular fuera de línea la estrategia de gestión, en este caso para una arquitectura reconfigurable. PEARS consiste básicamente en resolver la gestión energética aplicando Programación Dinámica sobre problema reducido en dimensión comparado con el problema original. Específicamente, la única variable tratada como entrada de control en este problema es la configuración elegida, y los demás grados de libertad de cada configuración son precalculados (de manera de optimizar localmente la eficiencia del sistema) y tabulados en función de la velocidad del vehículo y el torque requerido. La solución alcanzada por el método es subóptima, pero se logran reducir notablemente los tiempos de cómputo. Sobre este aspecto se centra la segunda

contribución de este capítulo, presentado las directrices para la implementación de Programación Dinámica en sistemas con arquitecturas reconfigurables, y brindando específicamente los pseudo-códigos de los algoritmos para realizar una implementación vectorizada del método. El pseudo-código se utiliza para obtener la estrategia de gestión óptima en la nueva arquitectura reconfigurable presentada, y a su vez se aplica en la plataforma correspondiente al THSIII como caso de estudio.

El resto del capítulo se organiza de la siguiente manera: en la siguiente sección se presentan los modelos de los componentes del sistema de propulsión, la nueva arquitectura propuesta y la configuración THSIII; la implementación vectorizada del método de programación dinámica se presenta en la Sección 5.3; en la Sección 5.4 se muestran los resultados obtenidos con las simulaciones; y finalmente las conclusiones del capítulo se presentan en la Sección 5.5.

## 5.2 Modelo del sistema de propulsión

### 5.2.1 MCI, máquina eléctrica y batería

Los modelos para estos componentes presentados en esta sección, y tal como se hizo en el capítulo anterior, fueron elegidos conforme al objetivo planteado, y por lo tanto se centran en la eficiencia y las restricciones del componente, ignorando aquellos fenómenos que involucran variables que no son de interés, y que de ser considerados conducirán a modelos dinámicos de mayor orden y/o modelos a parámetros distribuidos. En este caso, el MCI y la máquina eléctrica se modelan utilizando los mapas de eficiencia, que expresan su consumo en condiciones estacionarias en función del torque y las revoluciones. Por otro lado las restricciones de torque de estos componentes se implementan mediante sus curvas de torque máximo en función de las revoluciones. Los modelos implementados tanto para el MCI como para la máquina eléctrica pueden expresarse en forma genérica de la siguiente manera,

$$P = \Phi(\omega, T) \quad (5.1)$$

$$\tau_{min}(\omega) \leq T \leq \tau_{max}(\omega) \quad (5.2)$$

$$\omega_{min} \leq \omega \leq \omega_{max} \quad (5.3)$$

donde  $P$ ,  $T$  y  $\omega$  son la potencia consumida (eléctrica o de combustible), el torque y las revoluciones respectivamente; y  $\Phi$  y  $\tau_{min/max}$  representan el mapa de consumo y la curva de los torques límites respectivamente.

Por su parte el modelo de la batería utilizado para este caso, al igual que el del capítulo anterior, se deduce a partir de un circuito equivalente formado por una fuente

de tensión variable en función del  $SOC$  y una resistencia en serie. El modelo resultante es no lineal y de primer orden, con el  $SOC$  como variable de estado y la potencia en bornes  $P_{bat}$  como variable de entrada,

$$U_{oc} = k_1 - k_2 SOC \quad (5.4)$$

$$U_{bat} = \frac{U_{oc}}{2} + \left( \frac{U_{oc}^2}{2} - P_{bat} R_{bat} \right)^{0.5} \quad (5.5)$$

$$\dot{SOC} = -\frac{P_{bat}}{U_{bat} C_{bat}} \quad (5.6)$$

donde  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $R_{bat}$ ,  $C_{bat}$  los parámetros de la batería; y  $U_{oc}$  y  $U_{bat}$  son la tensión del circuito abierto y la tensión en bornes respectivamente. Como se observa, a diferencia del modelo presentado en el capítulo anterior, en este caso se opta por una expresión más simple para calcular la tensión de circuito abierto, la cual depende únicamente del  $SOC$  (ver expresión 4.15). La literatura reportada utiliza habitualmente modelos como éste para problemas asociados al dimensionamiento y/o gestión energética. En el capítulo precedente, la necesidad de cuantificar el daño sobre la batería a partir de la corriente que circula por ella motivó la utilización de un modelo un poco más completo con el objetivo de obtener mayor precisión en el comportamiento dinámico de dicha variable. Respecto a las restricciones en la batería, las mismas están asociadas a la tensión y a la carga, ésto es,

$$U_{bat,min} \leq U_{bat} \leq U_{bat,max} \quad (5.7)$$

$$SOC_{min} \leq SOC \leq SOC_{max} \quad (5.8)$$

donde  $U_{bat,min}$ ,  $U_{bat,max}$ ,  $SOC_{min}$  y  $SOC_{max}$  son parámetros definidos por el fabricante o el usuario.

### 5.2.2 Configuraciones con sistema planetario

El sistema planetario de tres puertos, comúnmente utilizado en configuraciones de tipo Combinado, se ilustra en la Figura 5.1. Como veremos a continuación, este tipo de acoplamiento entre el MCI, las máquinas eléctricas y las ruedas permite ajustar de manera continua las revoluciones a las cuales opera el MCI independientemente de la velocidad del vehículo, lo cual contribuye a mejorar el rendimiento y la disponibilidad de potencia del sistema de propulsión. Retornando a la Figura 5.1, las variables de torque ( $T$ ) y velocidad angular ( $\omega$ ) están dibujadas en la figura conforme a su sentido positivo. Despreciando la inercia de sus componentes (el análisis se realiza en situaciones estacionarias) y los esfuerzos de fricción, las relaciones entre esfuerzos y

velocidades están dadas por el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$T_s N_r - T_r N_s = 0 \quad (5.9)$$

$$T_c N_r - T_r (N_s + N_r) = 0 \quad (5.10)$$

$$\omega_s N_s + \omega_c (N_s + N_r) = \omega_r N_r \quad (5.11)$$

donde  $N_r$  y  $N_s$  son el número de dientes de la corona o anillo (*ring*) y del planetario (*sun*) respectivamente, vinculados entre sí mediante los satelites (*carrier*) representados en la figura por el subíndice  $c$ . Conforme a estas ecuaciones, conociendo uno de los torques se pueden calcular los otros dos, mientras que para conocer todas las velocidades se necesita conocer al menos dos de ellas. Los mecanismos con estas características se denominan acopladores de velocidad dado que la ecuación de balance se produce en la variable velocidad angular. En otras palabras, en este tipo de acoplamiento existen dos variables independientes asociadas a la velocidad, y solo una variable independiente para los esfuerzos. El caso dual de este acoplamiento es el de tres ejes (puertos) vinculados uno a uno por engranajes. En este caso el balance se produce en la variable torque, y en consecuencia son dos las variables independiente asociadas al esfuerzo, mientras que para la velocidad existe solo una variable independiente. A este último se lo denomina acoplador de torque.

Además de funcionar como un acoplador de velocidad, el sistema planetario puede funcionar como una reducción o un multiplicador fijo, y ésto se logra restringiendo el giro de uno de sus ejes. Por último, si se conectan dos ejes cualesquiera entre sí, el sistema planetario queda "bloqueado", y todos sus puertos giran a la misma velocidad ( $\omega_r = \omega_c = -\omega_s$ ).

La Figura 5.2 muestra la configuración del sistema de propulsión THSIII [19]. En esta configuración el componente PGS1 (*PSG: Planetary Gear System*) funciona como acoplador de velocidad, mientras que el PGS2, al tener un puerto fijo, funciona

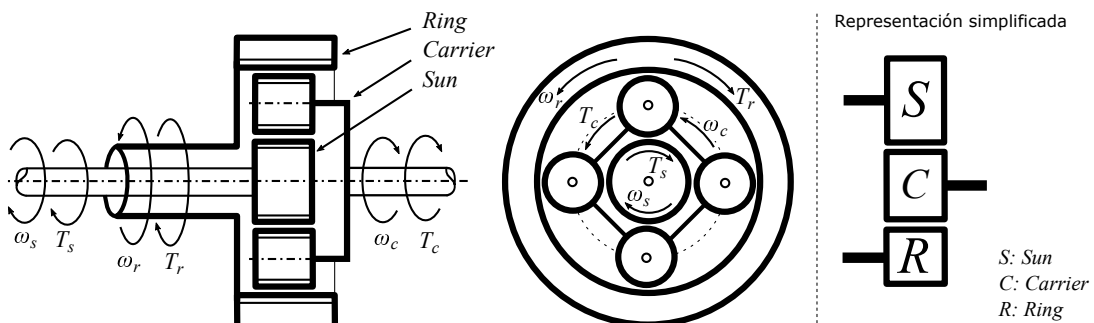


Figura 5.1: Sistema planetario de tres puertos (PGS)

simplemente como un reductor de velocidad. Las máquinas eléctricas y la batería se conectan a través de convertidores electrónicos de potencia a un bus de corriente continua.

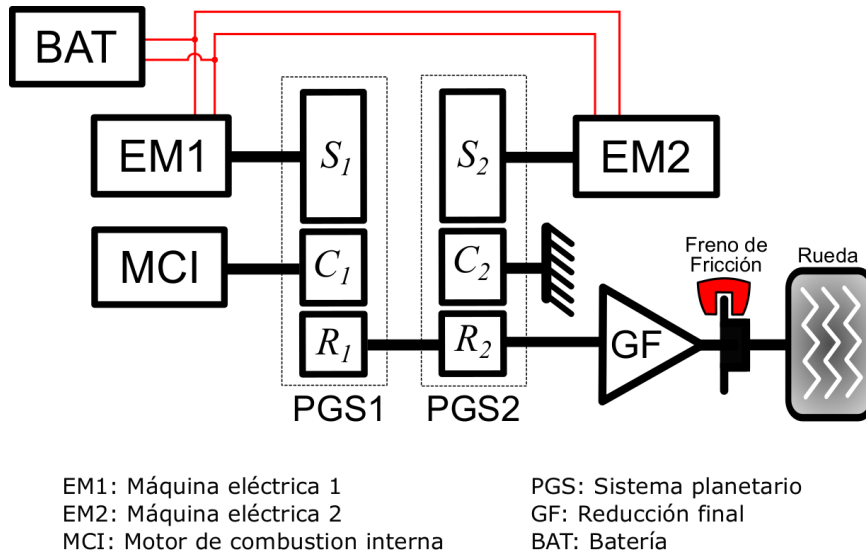


Figura 5.2: Configuración del sistema THS de tercera generación

La Figura 5.3 muestra la nueva arquitectura reconfigurable propuesta, de aquí en adelante denominada PSRA por sus iniciales en inglés Power-Split Reconfigurable Architecture. En una primera comparación con el sistema THSIII se observa que la arquitectura propuesta incorpora 4 embragues, y que utiliza solo una máquina eléctrica y solo un sistema planetario. La arquitectura PSRA tiene 16 configuraciones asociadas conforme a todas las combinaciones posibles con sus embragues. Sin embargo la mayoría de estas configuraciones no son útiles, y solo aquellas que se resumen en la Table 5.1 serán utilizadas. Esta tabla incluye la combinación de embragues que da origen a cada configuración. La convención adoptada para los embragues es que cuando está acoplado, es decir transmitiendo torque, su estado es igual a 1, y cuando está desacoplado su estado es igual a 0. Para ayudar a comprender la configuración

Tabla 5.1: Configuraciones utilizadas en la plataforma PSRA

Denominación	CL1	CL2	CL3	CL4
Eléctrico Reducido	0	1	0	1
Eléctrico Directo	1	0	0	0
Combinado	0	1	0	0
MCI Directo	1	1	0	0
MCI Sobremarcha	0	1	1	0

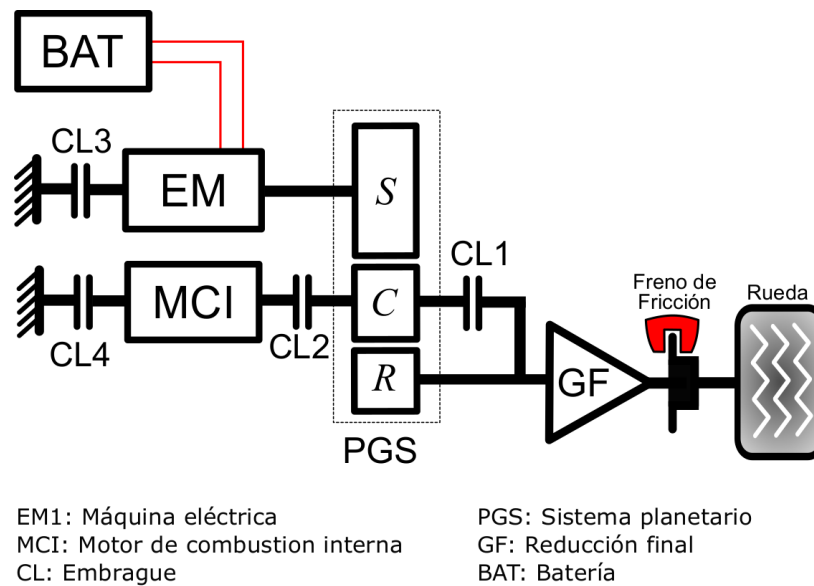


Figura 5.3: Arquitectura PSRA propuesta

propuesta, la Figura 5.4 muestra una esquema de cada una de las configuraciones, con sus embragues en su respectivos estados, los flujos de potencia entre sus componentes y una breve descripción. Por último, cabe señalar que en las 4 primeras configuraciones, en diferentes ocasiones, se produce la recargar de la batería, lo cual posibilita operar con la arquitectura propuesta en condiciones de carga sostenida en la batería.

### 5.2.3 Control supervisor

El esquema de la Figura 5.5 representa el modelo causal utilizado para evaluar mediante simulación el desempeño de la arquitectura propuesta. De características similares es el modelo utilizado para la plataforma THSIII. En ambos casos son modelos cuasiestáticos, donde las inercias de los componentes (no la del vehículo) y los lazos de control asociados a los controladores de bajo nivel no son tenidos en cuenta, lo cual encuentra su justificación en la poca influencia que éstos tienen en las prestaciones de la plataforma desde el punto de vista energético. La velocidad demandada  $\omega_d$  proviene del perfil de velocidad que se desea seguir, y el torque demandado  $T_d$  se calcula utilizando el modelo no lineal de primer orden del vehículo que incluye la fuerza inercial y las resistencias aerodinámicas y de rodadura.  $T_{BR}$  es el torque de los frenos de fricción;  $\dot{m}_{rate}$  es el consumo instantáneo de combustible y  $\Delta SOC$  es la variación del estado de carga de la batería.

El control supervisor decide como operar los componentes del sistema de propulsión. Su principal propósito es satisfacer la demanda de potencia del conductor, y en

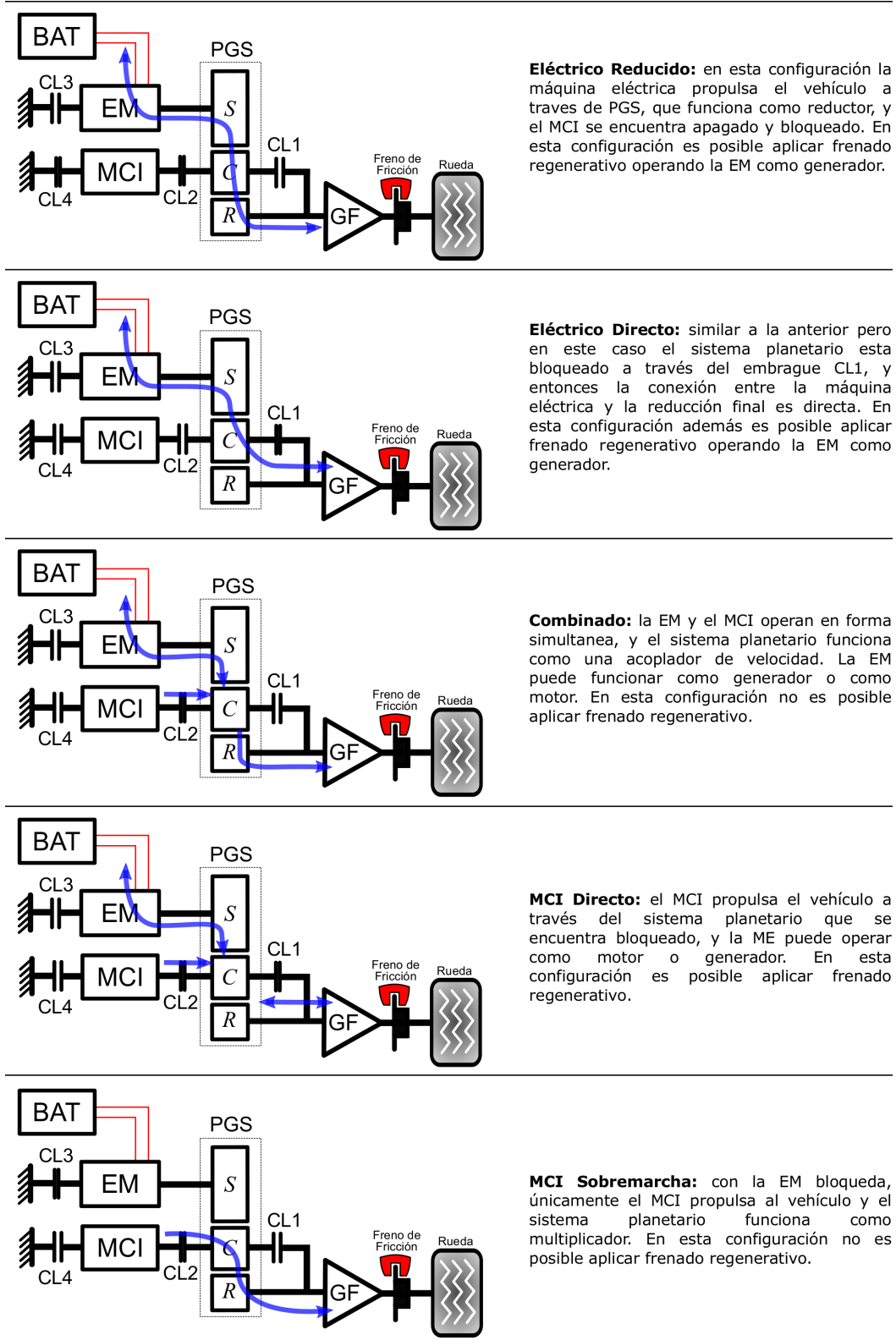


Figura 5.4: Configuraciones utilizadas y flujos de potencia en la arquitectura PSRA. Ver en la Tabla 5.2 las relaciones entre las variables de puerto.

segundo lugar, operar de manera eficiente al sistema. Particularmente en la arquitectura propuesta, el control supervisor debe computar, en primer lugar, la configuración en la cual va a operar, y luego el torque y las revoluciones tanto del motor eléctrico como del MCI, y el torque de los frenos de fricción. Conforme a esto, existen tres variables de torque  $\{T_{MCI}, T_{EM}, T_{BR}\}$  y dos velocidades  $\{\omega_{MCI}, \omega_{EM}\}$  que deben ser calculadas. Asociadas a estas variables también existen relaciones y restricciones que deben ser cumplidas. Las relaciones provienen de las ecuaciones de balance de torque y velocidad en la cadena de transmisión; mientras que por otro lado existen restricciones de desigualdad dadas por los límites físicos de los componentes utilizados. El conjunto de relaciones entre variables para cada configuración se resumen en la Tabla 5.2. En estas expresiones,  $i_{GF}$  es el índice de transmisión de la reducción final (ver  $GF$  en la Figura 5.3)

Se distinguen en esta tabla dos columnas, una de ella para las relaciones asociadas al torque y la otra para las relaciones asociadas a la velocidad. Analizando la cantidad de ecuaciones para cada configuración y el número de variables no conocidas, es posible determinar los grados de libertad (DoFs) que posee cada configuración. Los DoFs pueden estar asociados a torques o a velocidades. Una vez identificados los grados de libertad, alguna de las variables no conocidas se eligen como entradas de control, las cuales deberán ser calculadas por la EGE en cada instante de tiempo. La Tabla 5.3 muestra los DoFs y las entradas de control elegidas para cada configuración. Notar que los grados de libertad de la plataforma varían en función de la configuración elegida, al igual que las variables utilizadas como entradas de control. Por otro lado, se señala que la elección de las variables a ser utilizadas como entradas de control no es trivial, pero con el objetivo de simplificar la implementación del algoritmo de Programación Dinámica conviene, siempre que sea posible, elegir la misma variable de control para diferentes configuraciones.

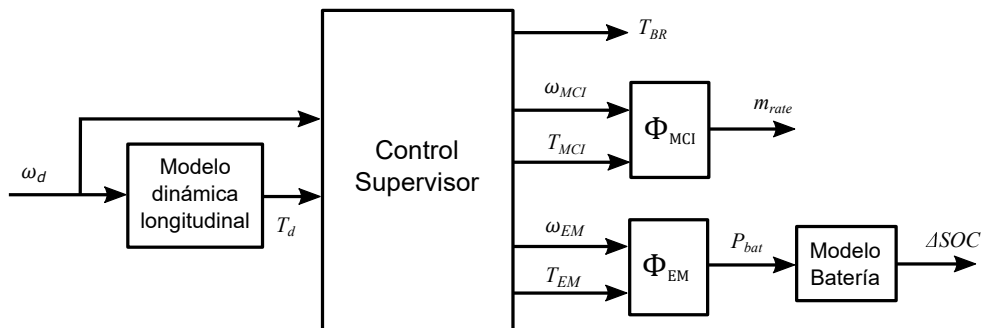


Figura 5.5: Modelo cuasiestático causal utilizado en las simulaciones

Tabla 5.2: Restricciones de igualdad de cada configuración en la arquitectura PSRA según Figura 5.4

Eléctrico Reducido	
$T_{MCI} = 0$ $T_{EM} N_r - (T_d - T_{BR}) i_{GF}^{-1} N_s = 0$	$\omega_{MCI} = 0$ $\omega_{EM} N_s - \omega_d i_{GF} N_r = 0$
Eléctrico Directo	
$T_{MCI} = 0$ $T_{EM} - (T_d - T_{BR}) i_{GF}^{-1} = 0$	$\omega_{MCI} = 0$ $\omega_{EM} - \omega_d i_{GF} = 0$
Velocidad Compartida	
$T_{MCI} N_r - (T_d - T_{BR}) i_{GF}^{-1} (N_s + N_r) = 0$ $T_{EM} N_r - (T_d - T_{BR}) i_{GF}^{-1} N_s = 0$	$\omega_{EM} N_s + \omega_{MCI} (N_s + N_r) - \omega_d i_{GF} N_r = 0$ —
MCI Directo	
$T_{MCI} + T_{EM} - (T_d - T_{BR}) i_{GF}^{-1} = 0$ —	$\omega_{EM} - \omega_d i_{GF} = 0$ $\omega_{MCI} - \omega_d i_{GF} = 0$
MCI Sobremarcha	
$T_{EM} = 0$ $T_{MCI} N_r - (T_d - T_{BR}) i_{GF}^{-1} (N_s + N_r) = 0$	$\omega_{EM} = 0$ $\omega_{MCI} (N_s + N_r) - \omega_d i_{GF} N_r = 0$

Tabla 5.3: Grados de libertad y entradas de control de la plataforma PSRA

Configuración	Denominación	DoFs	Entradas de control
1	Eléctrico Reducido	1	$\{T_{BR}\}$
2	Eléctrico Directo	1	$\{T_{BR}\}$
3	Combinado	2	$\{T_{BR}, \omega_{MCI}\}$
4	MCI Directo	2	$\{T_{BR}, T_{MCI}\}$
5	MCI Sobremarcha	1	$\{T_{BR}\}$

Por otro lado, y tal como se mencionó anteriormente, el control supervisor a través de la EGE decide en qué configuración operar en cada instante de tiempo. Esta decisión es considerada como la primera entrada de control. En consecuencia el vector de entradas de control está constituido por 3 componentes,  $u = [u_1, u_2, u_3]$ , donde  $u_1$  toma valores enteros de 1 a 5 en correspondencia con las 5 configuraciones útiles posibles (comenzando con  $u_1 = 1$  para Eléctrico Reducido);  $u_2$  representa el torque de los frenos de fricción; y  $u_3$  representa las revoluciones del motor, el torque del motor de combustión o en algunas situaciones no se utiliza, dependiendo de la configuración seleccionada. Conforme a lo establecido, se deducen las ecuaciones causales para

calcular las salidas del control supervisor:

$$T_{BR} = u_2 \quad (5.12)$$

$$T_{MCI} = \begin{cases} 0 & \text{si } u_1 = 1 \text{ o } 2; \text{ (E. Reducido o E. Directo)} \\ \frac{T_d - u_2}{i_{GF}} \frac{N_s + N_r}{N_r} & \text{si } u_1 = 3 \text{ o } 5; \text{ (Combinado o MCI Sobrem.)} \\ u_3 & \text{si } u_1 = 4; \text{ (MCI Directo)} \end{cases} \quad (5.13)$$

$$T_{EM} = \begin{cases} \frac{T_d - u_2}{i_{GF}} \frac{N_s}{N_r} & \text{si } u_1 = 1 \text{ o } 3; \text{ (E. Reducido o Combinado)} \\ \frac{T_d - u_2}{i_{GF}} & \text{si } u_1 = 2; \text{ (E. Directo)} \\ \frac{T_d - u_2}{i_{GF}} - u_3 & \text{si } u_1 = 4; \text{ (MCI Directo)} \\ 0 & \text{si } u_1 = 5; \text{ (MCI Sobremarcha)} \end{cases} \quad (5.14)$$

$$\omega_{MCI} = \begin{cases} 0 & \text{si } u_1 = 1 \text{ o } 2; \text{ (E. Reducido o E. Directo)} \\ u_3 & \text{si } u_1 = 3; \text{ (Combinado)} \\ \omega_d i_{GF} & \text{si } u_1 = 4; \text{ (MCI Directo)} \\ \omega_d \frac{i_{GF} N_r}{N_s + N_r} & \text{si } u_1 = 5; \text{ (MCI Sobremarcha)} \end{cases} \quad (5.15)$$

$$\omega_{EM} = \begin{cases} \omega_d \frac{i_{GF} N_r}{N_s} & \text{si } u_1 = 1; \text{ (E. Reducido)} \\ \omega_d i_{GF} & \text{si } u_1 = 2 \text{ o } 4; \text{ (E. Directo o MCI Directo)} \\ \frac{\omega_d i_{GF} N_r - u_3 (N_s + N_r)}{N_s} & \text{si } u_1 = 3; \text{ (Combinado)} \\ 0 & \text{si } u_1 = 5; \text{ (MCI Sobremarcha)} \end{cases} \quad (5.16)$$

### 5.3 Implementación de Programación Dinámica para la gestión energética

Tal como se mostró en capítulos anteriores, la Programación Dinámica permite encontrar la secuencia de entradas de control que conducen al sistema dinámico a alcanzar un mínimo global en el marco de un problema de optimización. En la sección anterior se definieron cuáles serían las variables a ser utilizadas como entradas de control, y antes de comenzar con la formulación generalizada del método conviene presentar cuáles serán las variables utilizadas como variables de estado. La primera variable de estado ( $x_1$ ) elegida es el *SoC* de la batería, que claramente presenta un comportamiento dinámico, y sobre ésta además se plantean naturalmente condiciones de borde y condiciones iniciales. La segunda variable de estado ( $x_2$ ) elegida es la configuración actual en la que se encuentra el sistema de propulsión. Si bien su dinámica es trivial dado que está asociada directamente a una de las entradas de control ( $x_2(k+1) = u_1(k)$ ),

definirla como variable de estado posibilita penalizar levemente los cambios de configuración y de esta forma reducir drásticamente la cantidad de conmutaciones realizadas. Esta penalización conduce a la obtención de resultados más realistas y factibles asociados al funcionamiento de la configuración propuesta. Sucesivos cambios de configuración y poco tiempo de permanencia en cada una de ellos es inviables desde el punto de vista técnico, e ineficiente desde el punto de vista energético, dado que cada cambio de configuración tiene un estado transitorio asociado. Cabe destacar que realizando esta leve penalización sobre el cambio de configuración, el impacto en el incremento del consumo de combustible es despreciable. En la sección 5.4.3 se presentan resultados que respaldan estas afirmaciones. Los fundamentos del método de Programación Dinámica fueron expuestos en el Capítulo 3, y a continuación se presentan las principales expresiones que serán utilizadas como base para presentar y desarrollar posteriormente el algoritmo vectorizado de implementación.

### 5.3.1 Formulación básica

La formulación comienza expresando la dinámica del sistema en forma de ecuación de estado discreta,

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{a}_D(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k, \mathbf{v}_k) \quad k = 0, \dots, N-1 \quad (5.17)$$

donde  $\mathbf{x} \in X_k \subseteq \mathbb{R}^n$  es el vector de estados y  $X_k$  el subespacio de trayectorias factibles;  $\mathbf{u} \in U_k \subseteq \mathbb{R}^m$  es el vector de entradas de control y  $U_k$  el subespacio de estradas de control factibles; y  $\mathbf{v} \subseteq \mathbb{R}^p$  son entradas externas o perturbaciones (estimadas o conocidas a priori), y en este caso son la velocidad del vehículo y el torque requerido en las ruedas. Sin embargo esta notación resulta conveniente para la implementación algorítmica. Luego, para una dada secuencia de entradas de control  $\pi = \{\mathbf{u}_0, \dots, \mathbf{u}_{N-1}\}$ , y una condición inicial  $\mathbf{x}_0$ , su costo asociado se calcula con la siguiente función de tiempo discreto,

$$J_\pi(\mathbf{x}_0) = h_N(\mathbf{x}_N) + \sum_{k=0}^{N-1} g_D(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k, \mathbf{v}_k) \quad (5.18)$$

donde  $g_D(\cdot)$  representa el costo en cada intervalo de tiempo, naturalmente asociado al consumo de combustible, pero podría incluir otras variables, y  $h_N(\cdot)$  representa un costo asociado al estado final del sistema. Esta última se utiliza particularmente para cumplir la condición de borde al final del intervalo de tiempo simulado y está asociada a algunas de las variables de estado, en este caso al *SoC*. Una secuencia de entrada de

control óptima, denotada con  $\pi^*$ , es aquella que minimiza la expresión 5.18, ésto es:

$$J_{\pi^*}(\mathbf{x}_0) = \min_{\pi \in \Pi} J_{\pi}(\mathbf{x}_0) = J^*(\mathbf{x}_0) \quad (5.19)$$

donde  $\Pi$  representa el conjunto factible de secuencias de entradas de control. Luego, de acuerdo con el principio de optimalidad de Bellman, si la secuencia  $\Pi^*$  es óptima para ir desde  $\mathbf{x}_0$  hasta  $\mathbf{x}_N$ , y  $\mathbf{x}_i$  es un estado intermedio alcanzado en la trayectoria óptima; luego la secuencia parcial  $\pi_i^* = \{\mathbf{u}_i, \dots, \mathbf{u}_{N-1}\}$  tomada de  $\pi^*$  es la secuencia óptima para ir desde  $\mathbf{x}_i$  hasta  $\mathbf{x}_N$ , ésto es:

$$J_{\pi_i^*}(\mathbf{x}_i) = \min_{\pi \in \Pi} J_{\pi}(\mathbf{x}_i) = J^*(\mathbf{x}_i) \quad (5.20)$$

Utilizando esta propiedad, las entradas de control óptimas se puede obtener resolviendo la siguiente ecuación y avanzando hacia atrás en el tiempo desde  $k = N - 1$  hasta 0:

$$J_k(\mathbf{x}_k) = \min_{\mathbf{u} \in U_k} \{g_D(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k, \mathbf{v}_k) + J_{k+1}(\mathbf{a}_D(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k, \mathbf{v}_k))\} \quad (5.21)$$

donde  $J_N(\mathbf{x}_N) = h_N(\mathbf{x}_N)$  se calcula en el primer paso. Notar que la acción de control óptima para cada instante de tiempo depende del estado en dicho instante. Finalmente, la acción de control hallada durante este proceso se guarda en una matriz de dimensión  $N$ , indexada por el tiempo y las variables de estado.

### 5.3.2 Implementación vectorizada

El procedimiento algorítmico para obtener la estrategia de gestión óptima en un VHE utilizando Programación Dinámica puede dividirse en dos etapas. La primera, y la más costosa en términos de esfuerzos de cómputo, consiste en hallar las matrices que contienen las entradas de control óptimas para cada instante de tiempo en función de las variables de estado del sistema. En esta etapa se aplica lo explicado en la sección precedente. La segunda etapa consiste en realizar la simulación numérica con el sistema VHE avanzando hacia adelante en el tiempo utilizando las entradas de control obtenidas en el paso anterior. La implementación de estas dos etapas se realizan en los Algoritmos 2 y 3, respectivamente. Los algoritmos se expresan en pseudo-código, con el objetivo de generalizar la contribución. Los mismos fueron derivados a partir de su implementación utilizando Matlab™, y en consecuencia algunos comandos están asociados a funciones específicas de este software.

La Tabla 5.4 resume las variables utilizadas en el Algoritmo 2 y presenta una breve descripción de las mismas. Este algoritmo, a diferencia de Algoritmo 1 presentado en el Capítulo 3, adopta una representación vectorizada (o matricial)

---

**Algorithm 2:** Implementación vectorizada de la ecuación de recurrencia del método de Programación Dinámica para un VHE con arquitectura reconfigurable

---

**Datos;**

Cargar parámetros del vehículo;

Cargar  $\omega_d$  y  $T_d$ ; $GRANDE = 10^5$ ;**Discretización;** $x_1 = \text{vector}(x_{min}, x_{max}, n_x)$  ; // crea vector equiespaciado de  $n_x$  componentes $x_2 = [1, 2, 3, 4, 5]$ ; $u_1 = [1, 2, 3, 4, 5]$ ; $u_2 = \text{vector}(0, T_{BR}^{max}, n_u)$  ; // crea vector equiespaciado de  $n_u$  componentes $u_i = \text{vector}(1, n_u, n_u)$  ; $u_\omega = \text{vector}(0, \omega_{MCI}^{max}, n_u)$ ; $u_T = \text{vector}(0, T_{MCI}^{max}, n_u)$ ;**Armado de matrices (Gridding);** $[X_1, X_2] = \text{ndgrid}(x_1, x_2)$  ; // Crea matrices en  $\mathbb{R}^2$  $[Y_1, Y_2, U_1, U_2, U_i] = \text{ndgrid}(x_1, x_2, u_1, u_2, u_i)$  ; // Crea matrices en  $\mathbb{R}^5$  $U_3 = u_\omega(U_i).(U_1 == 3) + u_T(U_i).(U_1 == 4)$  ; // Asigna valores a  $U_3$  en función de la configuración**Inicialización de la matriz de costo;** $J = \text{ceros}(n_x, 5, N)$  ; // crea matriz de ceros de  $n_x \times 5 \times N$  $J(:, :, N) = h(X_1)$  ; // Asigna costos en  $k=N$ **Aplicación de la ecuación de recurrencia;****for**  $k := (N-1)$  **to**  $1$  **do**     $[m_{rate}, \Delta SOC] = \text{modelo}(Y_1, U_1, U_2, U_3, \omega_d(k), T_d(k))$  ; // Ejecuta modelo cuasiestático de la fig. 5.5     $Z_1 = Y_1 + \Delta SOC$  ; // computa estado futuro     $Z_2 = U_1$  ; // computa estado futuro     $G = m_{rate} \cdot \Delta t + (Z_2 \neq Y_2) \cdot \alpha_{cc}$  ; // computa costo local     $MASK = \text{mascara}(Y_1, Z_1, U_1, U_2, U_3, \omega_d(k), T_d(k))$  ; // computa factibilidad     $J_1 = \text{inperpoln}(X_1, X_2, J(:, :, k+1), Z_1, Z_2)$  ; // computa  $J_{k+1}$  por interpolación     $C = G + J_1 + GRANDE \cdot MASK$  ; // computa costos desde  $k$  hasta  $N$      $[C_{min}, iU_1, iU_2, iU_3] = \text{min}(C, 3, 4, 5)$  ; // encuentra costos mínimos y su posición en las direcciones 2, 3 y 4     $J(:, :, k) = C_{min}$  ; // guarda costos óptimos     $U_1^{opt}(:, :, k) = u_1(iU_1)$  ; // guarda configuraciones óptimas     $U_2^{opt}(:, :, k) = u_2(iU_2)$  ; // guarda torques de freno óptimos     $U_3^{opt}(:, :, k) = u_\omega(iU_3) \cdot (U_1^{opt}(:, :, k) == 3) + u_T(iU_3) \cdot (U_1^{opt}(:, :, k) == 4)$  ;

// guarda velocidades/torques del ICE óptimos

**end**


---

para los múltiples estados y entradas de control posibles, lo cual le permite luego realizar las operaciones en forma matricial en lugar de en forma escalar. Con esto se logra eliminar los bucles “for” utilizados en el Algoritmo 1 para recorrer todas las posibilidades de entradas de control en todos los estados posibles, y solo se

Tabla 5.4: Descripción de variables del Algoritmo 2

Variable	Dimensión	Descripción
$x_1$	$\in \mathbb{R}^1; 1 \times n_x$	Variable de estado asociada al SOE
$x_2$	$\in \mathbb{R}^1; 1 \times n_x$	Variable de estado asociada a la configuración
$u_1$	$\in \mathbb{R}^1; 1 \times 5$	Entrada de control asociada a la configuración
$u_2$	$\in \mathbb{R}^1; 1 \times n_u$	Entrada de control asociada al freno de fricción
$u_i$	$\in \mathbb{R}^1; 1 \times n_u$	Vector auxiliar para armar U3
$u_\omega$	$\in \mathbb{R}^1; 1 \times n_u$	Entrada de control asociada a la velocidad del MCI
$u_T$	$\in \mathbb{R}^1; 1 \times n_u$	Entrada de control asociada al torque del MCI
$Y_1, Y_2$	$\in \mathbb{R}^5;$ $n_x \times 5 \times 5 \times n_u \times n_u$	Matrices de estados
$\{U_1, U_2, U_3\}$	$\in \mathbb{R}^5;$ $n_x \times 5 \times 5 \times n_u \times n_u$	Matrices de entradas de control
$U_i$	$\in \mathbb{R}^5;$ $n_x \times 5 \times 5 \times n_u \times n_u$	Matriz auxiliar para armar U3
$J$	$\in \mathbb{R}^3; n_x \times 5 \times N$	Matriz de costos óptimos
$m_{rate}$	$\in \mathbb{R}^5;$ $n_x \times 5 \times 5 \times n_u \times n_u$	Matriz de consumo instantáneo de combustible
$\alpha_{cc}$	$\in \mathbb{R};$	Factor para penalizar el cambio de configuración
$\Delta SOC$	$\in \mathbb{R}^5;$ $n_x \times 5 \times 5 \times n_u \times n_u$	Matriz variación de SOC
$Z_1, Z_2$	$\in \mathbb{R}^5;$ $n_x \times 5 \times 5 \times n_u \times n_u$	Matriz de estados en $k + 1$
$G$	$\in \mathbb{R}^5;$ $n_x \times 5 \times 5 \times n_u \times n_u$	Matriz de costo local
$MASK$	$\in \mathbb{R}^5;$ $n_x \times 5 \times 5 \times n_u \times n_u$	Matriz máscara
$J1$	$\in \mathbb{R}^5;$ $n_x \times 5 \times 5 \times n_u \times n_u$	Matriz de costos óptimos en $k + 1$
$C$	$\in \mathbb{R}^5;$ $n_x \times 5 \times 5 \times n_u \times n_u$	Matriz de costos para ir desde $k$ hasta $N$
$C_{min}$	$\in \mathbb{R}^2; n_x \times 5$	Costos óptimos para ir desde $k$ hasta $N$
$\{iU_1, iU_2, iU_3\}$	$\in \mathbb{R}^2; n_x \times 5$	Matrices con la posición del óptimo
$\{U_1^{opt}, U_2^{opt}, U_3^{opt}\}$	$\in \mathbb{R}^3;$ $n_x \times 5 \times (N - 1)$	Matrices con entradas de control óptimas

necesita de un bucle asociado a la variable tiempo discreto. Respecto de las operaciones expresadas en este algoritmo, resulta pertinente hacer algunas aclaraciones: el comando  $vector(a_1, a_2, a_3)$  crea un vector fila con  $a_3$  elementos equiespaciados entre  $a_1$  y  $a_2$ ; el comando  $[X_1, \dots, X_n] = ndgrid(x_1, \dots, x_n)$  crea  $n$  matrices  $\in \mathbb{R}^n$ , donde la matriz de

salida  $X_i$  en su dirección  $i$  contiene al vector  $x_i$ ; la operación producto  $W = Y.Z$ , donde  $Y$  y  $Z$  son matrices de igual dimensión, produce como resultado una matriz de la dimensión de  $Y$ , donde en  $W_{ijk} = Y_{ijk}.Z_{ijk}$ . El comando  $A == a$ , donde  $A$  es una matriz y  $a$  es un escalar, produce como resultado una matriz de la dimensión de  $A$ , cuyo  $ijk$ -ésimo elemento vale 1 si el  $ijk$ -ésimo elemento de  $A$  es igual a  $a$ , de lo contrario vale 0; el comando  $A == B$ , donde  $A$  y  $B$  son matrices, produce como resultado una matriz de la dimensión de  $A$ , cuyo  $ijk$ -ésimo elemento vale 1 si el  $ijk$ -ésimo elemento de  $A$  es igual al  $ijk$ -ésimo elemento de  $B$ , de lo contrario vale 0; la variable MASK calculada por la función *maskara* es una matriz que en la posición  $ijk$ -ésima contiene un 1 cuando las entrada de control  $ijk$ -ésima no viola ninguna restricción, de lo contrario contiene un 0; y por último, el comando  $u(iU)$ , donde  $u$  es un vector fila y  $iU$  es una matriz, produce como resultado una matriz de la dimensión de  $iU$  que contiene en la posición  $ijk$ -ésima el valor que contiene  $u$  en la posición indicada por el elemento  $ijk$ -ésimo del vector  $iU$ , esto es  $A = u(iU)$  con  $A_{ij} = u(iU_{ij})$ . El comando  $J(:, :, N) = h(X_1)$  es una alternativa para cumplir con la condición de borde del tipo  $SOC(N) = SOC_N$ , que básicamente consiste en penalizar con un costo elevado a aquellas soluciones que finalizan con valores en las variables de estado diferentes a la condición de borde final. Para ello,  $h(X_1)$  produce como resultado una matriz que en la  $ij$ -ésima posición vale 0 si  $X_1$  en la  $ij$ -ésima posición vale  $SOC_N$ , y de lo contrario vale *GRANDE*.

Una vez obtenidas las matrices que contiene la entradas de control óptimas, y partiendo de un cierto estado inicial  $SOC_0$ , es posible calcular la trayectoria óptima de  $SOC$  y el valor de la entradas de control para cada instante de tiempo que producen el mínimo consumo de combustible, y que además cumplen con la condición de borde  $SOC(N) = SOC_N$ . El Algoritmo 3 presenta el código para calcular la evolución óptima del sistema a partir de los resultados del Algoritmo 2.

A pesar de que los algoritmos presentados estaban referidos al sistema de propulsión PSRA, los mismos pueden utilizarse para el sistema THSIII. En este caso existe solo una configuración, y las variables utilizadas como estrada de control podrían ser el torque de los frenos de fricción, y la velocidad y el torque del MCI. Además, para el caso del THSIII se requiere solo una variable de estado asociada al  $SoC$ .

## 5.4 Resultados

En esta sección se presentan los resultados obtenidos con las simulaciones. Las mismas están orientadas a comparar el desempeño de las plataformas PSRA y THS en términos de consumo de combustible y aceleración. El consumo de combustible es evaluado en ambas plataformas utilizando la EGE óptima en condiciones de velocidad

---

**Algorithm 3:** Obtención de la evolución óptima a partir de los resultados del Algoritmo 2

---

**Condiciones iniciales;**

$SOC(0) = SOC_0$  ; // Condición inicial variable de estado

$CONF(0) = CONF_0$  ; // Condición inicial variable de estado

$[X_1, X_2] = ndgrid(x, u_1)$  ; // Crea matrices en  $\mathbb{R}^2$

$m_{fuel}(0) = 0$ ;

**Simulación hacia adelante en el tiempo;**

**for**  $k:=0$  **to**  $N$  **do**

$u_{conf} = interpoln(X_1, X_2, U_1^{opt}(:, k), SOC(k), CONF(k))$  ; // Calcula la configuración óptima

$T_{BR} = interpoln(X_1, X_2, U_2^{opt}(:, k), SOC(k), CONF(k))$  ; // Calcula el torque de freno óptimo

$u_3 = interpoln(X_1, X_2, U_3^{opt}(:, k), SOC(k), CONF(k))$  ; // Calcula  $u_3$  óptima

$[m_{rate}, \Delta SOC] = modelo(SOC(k), u_{conf}, T_{BR}, u_3, \omega_d(k), T_d(k))$  ; // Ejecuta modelo cuasiestático

$SOC(k+1) = SOC(k) + \Delta SOC$  ; // Evolución de la variable de estado

$CONF(k+1) = u_{conf}$  ; // Evolución de la variable de estado

$m_{fuel}(k+1) = m_{fuel}(k) + m_{rate} \cdot \Delta t$  ; // Consumo de combustible acumulado

**end**

---

mixtas (urbano-carretera). El criterio de evaluación y las condiciones de velocidad utilizadas son aquellas que utiliza la Agencia de Protección Ambiental (EPA) de Estados Unidos [23]. Específicamente, para calcular el consumo mixto (también llamado consumo combinado), ésta propone utilizar los perfiles de velocidad estándares UDDS (Urban Dynamometer Driving Schedule) y HWFET (Highway Fuel Economy Driving Schedule), y luego realizar el promedio ponderando con 55% y 45% los consumos obtenidos en estos dos ciclos, respectivamente. En la Figura 5.6 se muestran los perfiles de velocidad UDDS y HWFET. El consumo de combustible se mide en litros cada 100 kilómetros ( $Lts\ 100\ km^{-1}$ ). Con el objetivo de realizar una comparación justa y evitar compensaciones en el consumo de combustible debido a diferencias entre el estado de carga inicial y final de la batería, para todos los casos simulados se utiliza como condición de borde  $SOC(N) = SOC(0) = 0.75$ . Por otro lado, las prestaciones en términos de aceleración se evalúan utilizando dos pruebas estándares habitualmente utilizadas. La primera consiste en medir el tiempo necesario para acelerar de 0 a 100  $Km/h$ ; mientras que la segunda prueba evalúa el tiempo empleado para recorrer una distancia de 1000  $m$  partiendo del reposo.

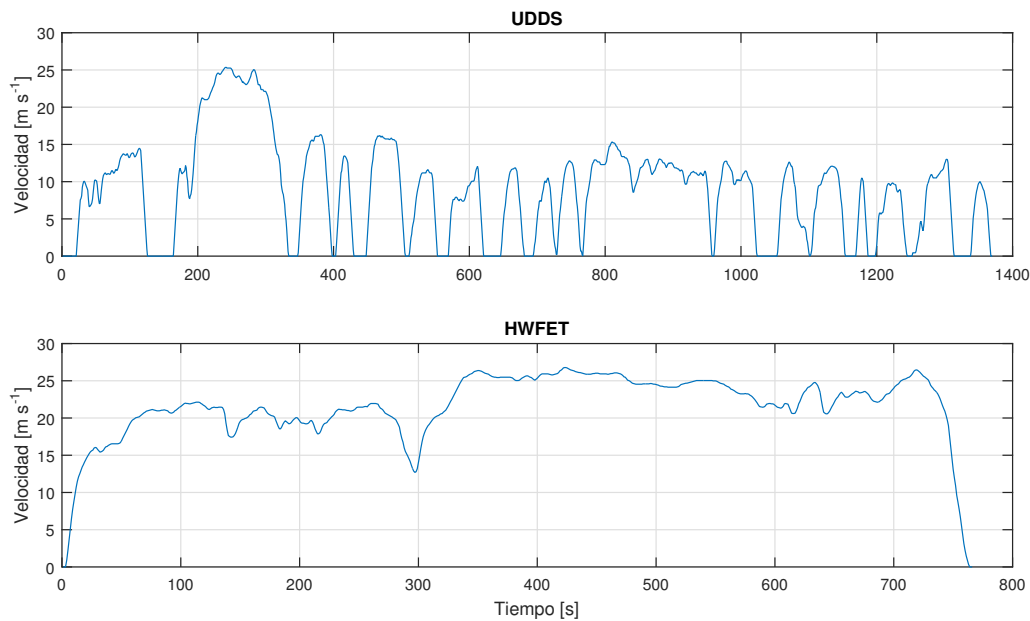


Figura 5.6: Ciclos estándares utilizados para calcular el consumo mixto

### 5.4.1 Toyota Prius

El primer vehículo evaluado mediante simulación es el Toyota Prius tercera generación, el cual utiliza el sistema de propulsión THSIII. Los parámetros del vehículo y las características de sus componentes se resumen en la Tabla 5.5 [10].

Los resultados obtenidos con esta plataforma se presentan en la Tabla 5.6. Las mediciones reportadas por EPA [22] muestran un consumo mixto de  $4.9 \text{ Lts } 100 \text{ km}^{-1}$ , un 9% por encima de lo obtenido con las simulaciones. Esta diferencias se explican teniendo en cuenta que el modelo presentado no considera ningún tipo de consumo de componentes auxiliares del vehículo, los cuales pueden representar hasta el 15% del consumo total [84].

### 5.4.2 PSRA y THSIII optimizado

El sistema de propulsión propuesto utiliza componentes de Prius, específicamente, el mismo MCI y la EM1 como máquina eléctrica (ver Figuras 5.2 y 5.3). Se señala que la EM1 es la más chica de las dos máquinas eléctricas utilizadas en el THSIII. Respecto de la batería, la nueva plataforma contienen dos ramas de 168 celdas en paralelo, lo cual resulta en una potencia máxima de  $42 \text{ kW}$ , el doble de potencia que en el THSIII. Finalmente, la arquitectura propuesta utiliza solamente un sistema planetario, y una reducción final, los cuales deben ser ajustados. Con el objetivo de

Tabla 5.5: Características del Toyota Prius tercera generación [10]

Chasis	Masa total	1459	$kg$
	Área frontal	2.304	$m^2$
	Coefficiente aerodinámico	0.25	-
	Coefficientes de rodadura	0.015	-
	Radio de la rueda,	$7e-6$	$sm^{-1}$
Motor de combustión interna	Potencia máxima (a 5200 RPM)	0.317	$m$
	Torque máximo (a 3800 RPM)	73	$kW$
Máquina eléctrica 1	Potencia máxima	142	$Nm$
	Velocidad máxima	42	$kW$
Máquina eléctrica 2	Potencia máxima	10000	RPM
	Velocidad máxima	60	$kW$
Batería	Celdas de NiMH en serie	13000	RPM
	Tensión nominal	201.6	V
	Capacidad de celda	6.5	$Ah$
	Resistencia interna	0.336	$\Omega$
	Potencia máxima (con SOC=0.7)	22	$kW$
Sistema planetario 1	Número de dientes del Sun, $N_{s1}$	30	-
	Número de dientes del Ring, $N_{r1}$	78	-
	Eficiencia	0.95	-
Sistema planetario 1	Número de dientes del Sun, $N_{s2}$	22	-
	Número de dientes del Ring, $N_{r2}$	58	-
	Eficiencia	0.95	-
Reducción final	Índice de transmisión ( $i_{GF}$ )	3.26	-

Tabla 5.6: Desempeño de Toyota Prius tercera generación

Consumo mixto	$4.50 \text{ } Lt s 100 km^{-1}$
Aceleración 0 a 100 km/h	12.0 s
Aceleración 0 a 1000 m	32.8 s

realizar una comparación justa entre las plataformas PSRA y THSIII, ambas fueron optimizadas a través de un barrido paramétrico variando la reducción final y la relación de los sistemas planetarios. Específicamente, el índice de transmisión de GF ( $i_{GF}$ ) y el número de dientes del ring ( $N_r$ ) fueron variados tal como se muestra en la Table 5.7. El número de dientes del sun del PGS en la arquitectura propuesta ( $N_s$ ) es 22, igual que en el PGS2 del Prius.

Tabla 5.7: Parámetros del barrido paramétrico

Plataforma	Parámetro	Min.	Max.	Paso
PSRA	$i_{GF}$	3	3.9	0.15
	$N_r$	70	100	10
THSIII	$i_{GF}$	3	3.9	0.15
	$N_{r1}$	10	100	10
	$N_{r2}$	50	90	10

Estos parámetros de la transmisión sujetos al ajuste afectan tanto el consumo de combustible como las prestaciones de aceleración. El criterio adoptado para elegir el mejor ajuste, en ambos sistemas, consiste en minimizar el consumo de combustible, manteniendo (o mejorando) las prestaciones de aceleración. Los ajustes finalmente elegidos para cada plataforma se resumen en la Tabla 5.8 y las prestaciones obtenidas con los diferentes sistemas de propulsión se presentan en la Tabla 5.9. Como puede verse, las mejoras logradas con sistema THSIII optimizado son menores en comparación con el desempeño original del Prius. Ésto resulta razonable, en vista de que el ajuste óptimo encontrado está muy próximo a los parámetros originales del Prius. Por su parte, la estrategia propuesta presenta mejoras tanto en el consumo de combustible como su aceleración. Específicamente se observa una reducción 3% en el consumo de combustible, y una reducción de alrededor de un 10% en promedio en los tiempos empleados en las pruebas de aceleración.

Tabla 5.8: Ajustes para lograr mínimo consumo de combustible

Plataforma	Parámetro	Valor
PSRA	$i_{GF}$	3.6
	$N_r$	60
THSIII	$i_{GF}$	3.45
	$N_{r1}$	80
	$N_{r2}$	60

Tabla 5.9: Prestaciones logradas por las diferentes plataformas

	Toyota Prius	THSIII optimizado	PSRA
Consumo mixto [ $Ltr\ 100km^{-1}$ ]	4.50	4.49	4.34
Aceleración 0 a 100 km/h [ $Seg.$ ]	12.0	11.7	10.9
Aceleración 0 a 1000 m [ $Seg.$ ]	32.8	32.8	30.8

### 5.4.3 Análisis complementario de resultados

En esta sección se analizan dos aspectos importantes de la arquitectura propuesta: i) la utilización de cada una de las configuraciones y la frecuencia de las conmutaciones; y ii) la utilización de la batería en comparación con el sistema THSIII. Por último en esta sección analizan las ventajas, en términos de tiempo de cómputo, de la implementación de Programación Dinámica en forma vectorial en comparación con la implementación escalar, para el caso de estudio abordado.

En la Figura 5.7 se muestra las diferentes configuración utilizadas en los diferentes ensayos. Específicamente las figuras de la izquierda muestran la evolución en el tiempo de la configuración elegida por la EGE. Centrando la atención en los ensayos sobre los ciclos estándares, es interesante observar la cantidad de conmutaciones y el tiempo de permanencia en la configuración elegida después de cada conmutación. Tal como se explicó anteriormente, es evidente que un alto número de conmutaciones y poco tiempo de permanencia en cada configuración es indeseado, dado que pondría en discusión tanto la viabilidad tecnológica de la plataforma propuesta como la validez de los resultados obtenidos por simulación. Respecto a esto último, vale la aclarar que cada conmutación tiene asociado un período transitorio, el cual fue despreciado al momento modelar la plataforma PSRA. Si bien durante la evolución se observan algunos períodos de permanencia cortos, predominan períodos de permanencia relativamente largos. Específicamente, en el ciclo urbano (UDDS), el promedio resultante es de una conmutación cada 8 segundos; mientras que en el ciclo interurbano (HWFET) las conmutaciones se producen a una razón promedio de una cada 16 segundos. Estos valores parecen razonables pensando en la frecuencia con la que se cambia de marcha en un auto de plataforma convencional con caja de cambios manual. Por otro lado en esta figura se muestran los histogramas que permiten visualizar los porcentajes de utilización de cada configuración en los distintos ensayos. Se observa que las configuraciones más utilizadas en el perfil urbano son la 1 y la 2 (Eléctrico Reducido y Eléctrico Directo); mientras que en el caso de interurbano predomina el uso de la configuración 2 y 4 (Eléctrico Directo y MCI Directo). De este análisis también se observa que para obtener las mejores prestaciones de aceleración las configuraciones utilizadas son principalmente la 1 y la 4, y parcialmente la 5 (MCI sobremarcha).

Estos resultados indican que la configuración 3 (Combinado) se utiliza solamente, y durante poco tiempo, durante el ciclo urbano. Esto último permite afirmar que, para la arquitectura propuesta, la utilidad del sistema planetario radica principalmente en la posibilidad de generar, mediante la utilización de embragues, múltiples combinaciones de conexión entre el MCI, la máquina eléctrica y las ruedas.

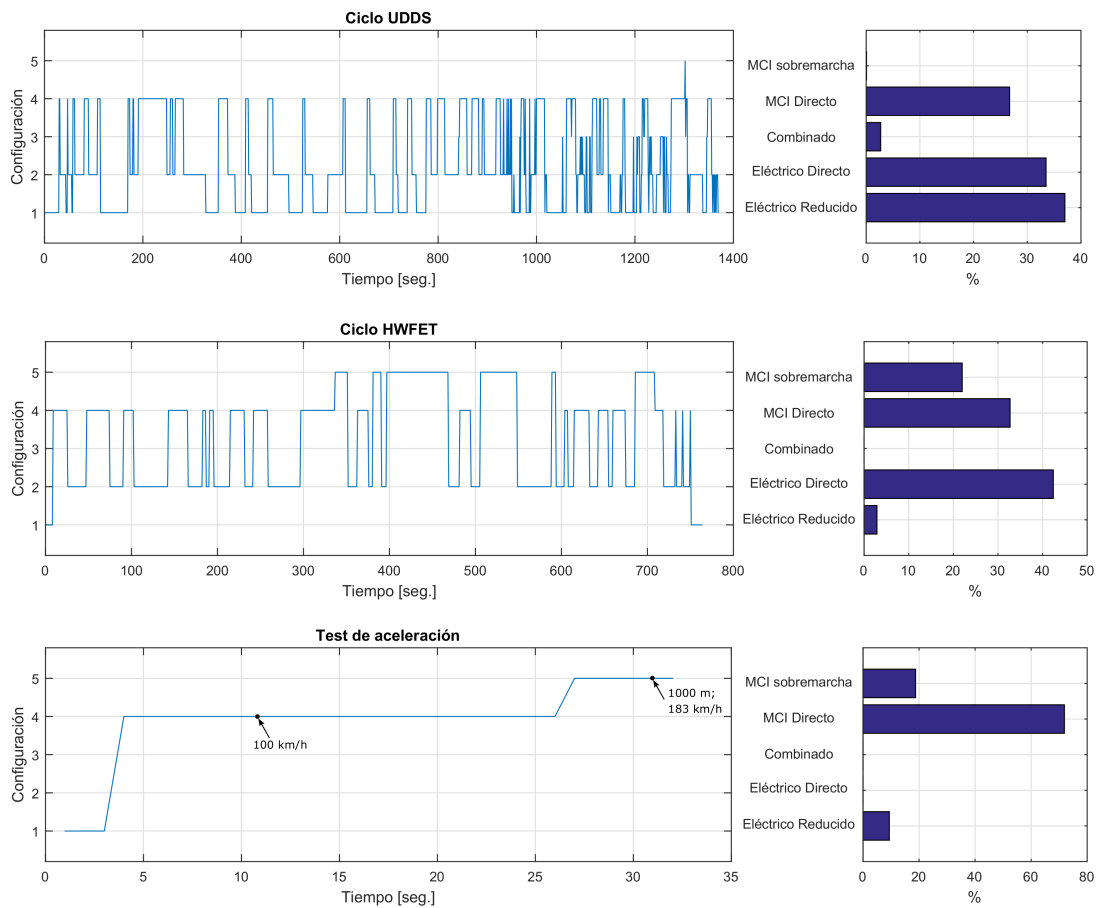


Figura 5.7: Configuraciones utilizadas en plataforma PSRA en los ensayos realizados por simulación.

Por último, respecto de las configuraciones utilizadas y a las conmutaciones, cabe mencionar que la penalización al cambio de configuración implementada al momento de obtener la EGE óptima fue fundamental para poder alcanzar los resultados recientemente presentados. En una primera instancia, sin penalizar el cambio de configuración -lo cual por otro lado simplifica la formulación de Programación Dinámica dado evita utilizar a la configuración actual como variable de estado-, se obtuvieron resultados significativamente diferentes en términos de la cantidad de conmutaciones y tiempo de permanencia, y apreciablemente distintos en los histogramas de porcentaje de utilización de cada configuración. Específicamente el doble de conmutaciones se

producirían si no se realizaba dicha penalización. Finalmente, se destaca que el efecto de dicha penalización el consumo de combustible fue verificado por simulación y es menor al 0.2%.

En segundo lugar se propone analizar el uso que se realiza de la batería en la plataforma propuesta en comparación con la plataforma THSIII. Este aspecto resulta especialmente importante en términos del deterioro asociado a la batería, sabiendo que esta última representa uno de los componentes más críticos, en términos de vida útil, del sistema de propulsión. Es sabido que el uso de la batería, y/o demandas elevadas de potencia contribuyen a su envejecimiento. La Figura 5.8 muestra la evolución del  $SoC$  y de la corriente que circula por una celda de la batería en cada una de las arquitecturas durante los ciclos estándares de velocidad. Antes de analizar los resultados, cabe

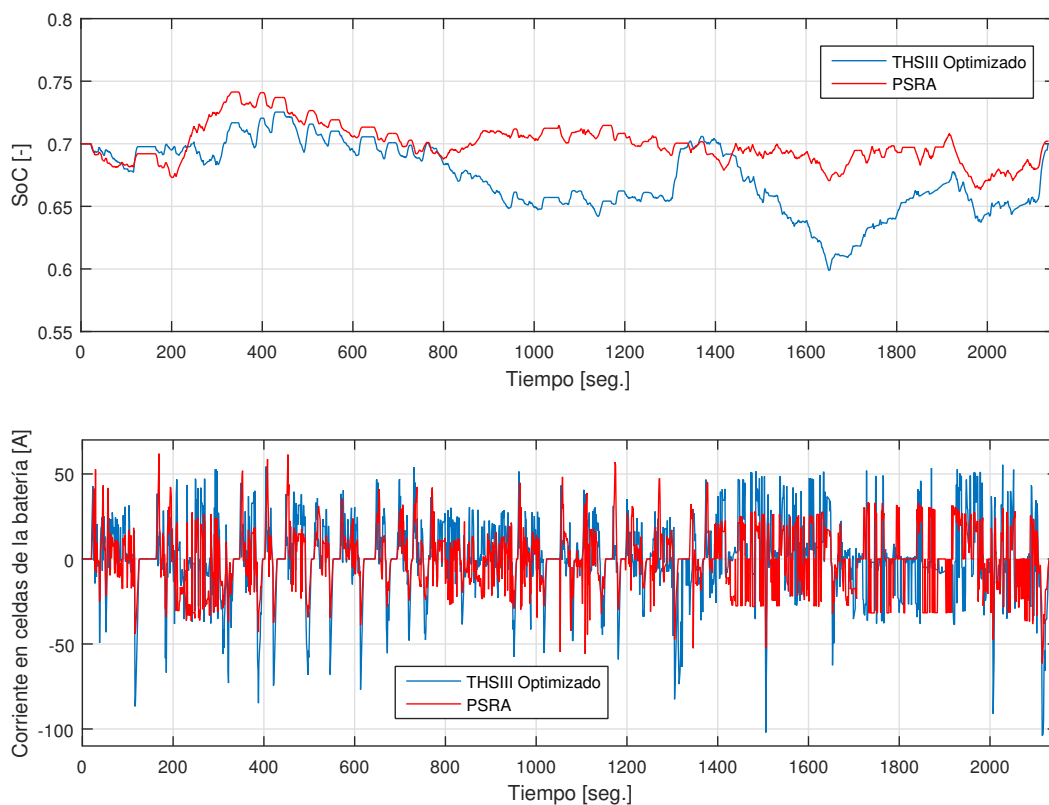


Figura 5.8: Evolución del  $SoC$  y de la corriente que circula por una celda de la batería. Los resultados corresponden a los perfiles de velocidad UDDS (desde 0 a 1370 seg.), y HWFET (desde 1370 a 2134 seg.)

recordar que la batería utilizada en la configuración propuesta es de doble de capacidad que la del THSIII. Específicamente está constituida por dos baterías idénticas a las del THS, conectadas en paralelo. De la gráfica se observa, en primer lugar, una menor excursión del  $SoC$ , lo cual resulta razonable en vista de la diferencia de capacidad entre

las baterías. En la gráfica de la corriente se observa claramente que las celdas en la batería del THSIII esta sometida frecuentemente a valores picos más elevados, tanto en carga como en descarga, en comparación con la arquitectura propuesta. Una manera de cuantificar el uso de la batería para poder realizar una estimación objetiva del consumo de vida útil que se hace de la misma en cada una de las plataformas consiste en medir la carga efectiva total intercambiada por una celda (tal como se explicó en el capítulo anterior, Sección 4.3.1). Por razones de simplicidad y para evitar entrar en un modelo detallado de daño de la batería de NiMH se asume que factor que el factor de severidad constante igual a 1. De esta manera la carga efectiva total intercambiada se calcula directamente como  $Ah_{inter} = \int_0^{t_f} I_{celda}(\tau) d\tau$ . Otra forma de cuantificar el uso de la batería es a través del valor cuadrático medio de la corriente de celda ( $rms(I_{celda})$ ) [91]. A diferencia del indicador  $Ah_{inter}$ , en este caso los valores elevados de corriente tiene mayor efecto en el indicador. La Tabla 5.10 resume los valores obtenidos de estos dos indicadores en ambas plataformas conforme a la simulación mostrada en la Figura 5.8. Ambos indicadores muestran que la sollicitación de la batería en la plataforma

Tabla 5.10: Sollicitación del la batería

	THSIII optimizado	PSRA
$Ah_{inter}$ [Ah]	8.95	7.75
$rms(I_{celda})$ [A]	22.4	17.9

propuesta es menor que en el THSIII, lo cual permite afirmar que la vida útil estimada de este componente en la arquitectura PSRA será mayor que la arquitectura THSIII.

Por último, en esta sección se propone analizar los tiempos de cómputos necesarios calcular la EGE óptima mediante Programación Dinámica. Tal como fue mencionado anteriormente, la implementación de este método puede hacerse en forma escalar, como se presentó en el Capítulo 3 (ver algoritmo Sección 3.2), o en forma vectorial, como se presentó en este capítulo. En aquellos escenarios donde el problema de optimización es relativamente pequeño, por ejemplo en el caso límite donde se tiene únicamente una entrada de control y una variable de estado, los tiempos de cómputos utilizando ciclos urbanos estándar, con niveles de discretización de las variables que aseguren la optimalidad, son relativamente pequeños, del orden de algunos minutos en una computadora convencional. Sin embargo, cuando aumenta el número de variables de estado y/o de entradas de control, en abordaje de manera escalar conduce a en tiempos de cómputos excesivamente elevados, a tal punto de ser inviable en algunos casos. En [31] se comparan los tiempos de cómputo entre la implementación vectorial y escalar para el caso de un VHE con una variable de control y una variable de estado, utilizando en el ciclo NEDC. Los resultados muestran una reducción de alrededor de

1000 veces los tiempos de cómputo cuando se opta por la implementación vectorial. Antes de presentar los resultados obtenidos para el caso de estudio presentado, es necesario detallar algunos aspectos importante de la implementación. El ciclo estándar UDDS fue utilizado como escenario de comparación, y éste se encuentra dividido en  $N=1370$  intervalos de tiempo de un segundo de duración. Claro está que para garantizar la optimalidad de los resultados y tiempos de cómputos razonables utilizando Programación Dinámica es necesario ajustar correctamente la discretización de las variables de estado y las entradas de control. La variable de estado correspondiente al SoC fue discretizada en  $n_x = 51$  elementos; mientras que las entradas de control, todas excepto  $u_1$ , fueron discretizadas en  $n_u = 11$  elementos. Los valores de  $n_x$  y  $n_u$  fueron ajustados progresivamente y establecidos en dichos valores luego de realizar un análisis de convergencia, lo cual garantiza la precisión de los resultados. El análisis de convergencia consiste básicamente en realizar sucesivas simulaciones, comenzando con una discretización gruesa, y refinando gradualmente el tamaño hasta lograr que los resultados, en este caso el consumo de combustible, converjan a un valor. Por último, cabe aclarar que con el nivel discretización adoptado, que en principio parece ser poco refinado, fue posible obtener resultados precisos gracias a la utilización del concepto de "espacio alcanzable" a la hora elegir la zona de discretización en el espacio de estados. Éste consiste básicamente en realizar la discretización del SoC únicamente en zonas factibles de alcanzar en función de la condición del estado inicial y la condición de borde final. Una explicación detalla sobre esto último, como así también su implementación con ejemplos, puede encontrarse en [82] y [83]. Este concepto, que por razones de simplicidad no aparece explicitado en los algoritmos presentados, permite reducir notablemente el tamaño de la discretización mantenido la precisión de los resultados, lo cual conduce a una reducción significativa en los tiempos de cómputo. Por otro lado cabe aclarar que los algoritmos presentados este capítulo son válidos para utilizarse con o sin la aplicación del "espacio alcanzable", y en el caso optar por utilizar este concepto, el mismo debe ejecutarse antes del Algoritmo 2. Finalmente, la implementación escalar del algoritmo de Programación Dinámica se realizó sobre la base del Algoritmo 1 presentado en el Capítulo 3. A diferencia del aquel algoritmo, que tiene tres bucles "for" anidados, para el caso tratado en este capítulo se requiere de seis bucles anidados: uno para el tiempo discreto, dos para las variables de estado y tres para las entradas de control. Con este algoritmo, el tiempo empleado<sup>1</sup> para llevar adelante la obtención de las matrices con las entradas de control óptimas es de 589102 segundos (más de 163 horas), lo cual claramente resulta ser una solución inviable en el marco del desarrollo de una arquitectura para un sistema de

---

<sup>1</sup>Calculado utilizando Matlab™ 2015a en una computadora Intel Core i7-3770, CPU 3.40 GHz 3.40 GHz, con 16GB de RAM.

propulsión. Por su parte, con la implementación vectorizada conforme al Algoritmo 2, el tiempo de cómputo de las matrices óptimas es de 87 segundos, lo cual resulta aproximadamente 6700 veces menos tiempo que con la implementación escalar.

## **5.5 Conclusiones y discusiones**

En este capítulo se presentaron algunas directrices que permiten abordar el modelado y la gestión energética en un sistema de propulsión con arquitectura reconfigurable. Específicamente se desarrolló la formulación de la estrategia óptima para este tipo de plataformas utilizando Programación Dinámica, y se presentaron dos algoritmos en pseudo-código que permiten la implementación vectorizada del método. Los algoritmos presentados, los cuales pueden ser aplicados a otros tipos de plataformas híbridas no necesariamente reconfigurables, resultan de gran utilidad para reducir los tiempos de cómputo requerido al utilizar Programación Dinámica, especialmente en sistemas con múltiples variables de estado y/o entradas de control. Respecto de la nueva arquitectura propuesta, en vista de los resultados obtenidos, se puede concluir que la misma representa una alternativa con potencial en términos de eficiencia energética y disponibilidad de potencia, dado que la misma ofrece ventajas en comparación con el sistema THSIII. A su vez fue mostrado que la sollicitación solo de la batería en la arquitectura propuesta es aún menor que en la plataforma THSIII. Entre los aspectos no abordados, y que merece un tratamiento más profundo para terminar de confirmar viabilidad de la arquitectura, se incluyen la tecnología de los embragues; y análisis de costos y vida útil de este componente.

# Capítulo 6

## Gestión energética en vehículos híbridos con restricciones de estado activas

### 6.1 Introducción

Los vehículos híbridos con pilas de combustible (FCHV, por su nombre en inglés Fuel Cell Hybrid Vehicle) representan una excelente alternativa para aliviar la polución en ambientes urbanos, y actualmente representan una solución de creciente interés para los fabricantes de automóviles. Algunos ejemplos de éstos son el TUCSON de Hyundai, el Chevrolet Equinox de General Motors, el FCX-V4 y el FCX Clarity de Honda, el Mirai de Toyota y el Passat Lingyu de Volkswagen. Sin embargo, algunas cuestiones asociadas a la producción, la distribución y el almacenamiento de hidrógeno; y al costo y la vida útil de la pilas de combustible (FC), deben aún ser mejoradas para hacer que esta tecnología sea más accesible y rentable. Suleiman et al. presentan una descripción completa de los problemas y desafíos de los FCHV [81] que se describen brevemente a continuación.

Las pilas de combustible (FC, por su nombre en inglés fuel cell) presentan dos ventajas principales comparada con el MCI: mayor eficiencia energética y emisión cero de gases contaminantes. Sin embargo, las FCs presentan una limitación asociada a su lenta respuesta dinámica, la cual debe ser tenida en cuenta para evitar un envejecimiento prematuro. La literatura reportada señala que las variaciones rápidas de potencia causan condiciones favorables a los mecanismos de daño en la FC [80, 9, 87]. Para prevenir situaciones de degradación prematura de la FC, usualmente se imponen restricciones sobre la velocidad de variación de la potencia que ésta entrega. Teniendo en cuenta esta limitación, para poder satisfacer perfiles de potencia altamente variables, los

FCHVs incorporan un sistema de almacenamiento de energía. Este sistema permite además recuperar parte de la energía durante el frenado. En muchos casos una batería es adoptada para tal propósito. A pesar de los avances en esta tecnología, las baterías electroquímicas ofrecen actualmente una vida útil relativamente corta, limitada a un par de miles de ciclos de descarga profunda [1, 21]. Una alternativa para hacer frente a esta desventaja son los supercapacitores (SC), que pueden reemplazar a la batería o trabajar en combinación con ésta [63]. En contraste con las baterías, los SCs ofrecen cientos de miles de ciclo de descarga profunda de vida útil, y mayor eficiencia debido a una menor resistencia interna comparada con aquella de la batería [55, 51]. Por su parte, los SCs presentan la desventaja de tener menor energía específica y mayor costo por unidad de energía almacenada en comparación con las baterías.

Desde el punto de vista de la gestión energética, los FCHVs con SCs representan un escenario adverso debido a la presencia de restricciones activas directamente sobre variables de estado, o que dependen de éstas. Estas restricciones afectan sensiblemente tanto el consumo de hidrógeno ( $H_2$ ) como la satisfacción de la demanda de potencia. Un repaso por el estado actual de las EGE presentado en [81] indica que la estrategia ECMS es la más destacada en este tipo de plataformas. Su formulación para plataformas con FC y SC difiere levemente de lo presentado en el Capítulo 4. Rodatz et al. [67] presentan una completa descripción de la estrategia ECMS y aplicación, incluyendo resultados experimentales, sobre un VHE con FC y SC. Los resultados obtenidos son comparables, pero no mejores que los obtenidos con una estrategia map-based presentada en [66]. A pesar de que la estrategia ECMS presenta un desempeño cercano al óptimo en una amplia gama de plataformas híbridas, especialmente para el caso de plataformas propulsadas por MCI y batería, las diferencias con la solución óptima se incrementan en el caso de sistemas con restricciones de estado activas. Una comparación presentada en [25] muestra diferencias mayores al 10%. En este sentido, Pérez et al. [62] utilizan el PMP para obtener, fuera de línea, la trayectoria del multiplicador de Lagrange con el propósito de mejorar el desempeño de la estrategia ECMS en el caso de restricciones de estado activas. En contraste con las estrategias basadas en optimización, las estrategias basadas en reglas ofrecen buenos resultados en este tipo de plataformas, y la ventaja de que, en general, requieren menor esfuerzo de cómputo, lo cual las hace más adecuadas para la aplicación en tiempo real. La mayoría de las estrategias basadas en reglas utilizan únicamente el estado de carga del SC y la potencia demandada como entradas. Feroldi et al. [26] presentan una estrategia heurística basada en curva de eficiencia de la FC. Los resultados muestran una diferencia del 6% comparado con la solución óptima obtenida fuera de línea. Cabe resaltar que los buenos resultados obtenidos con esta estrategia se alcanzaron en un

caso de estudio donde el tamaño del SC era lo suficiente grande como para operar lejos de sus límites de carga, proveyendo condiciones favorables para la EGE.

En este capítulo se presenta una nueva EGE para FCHV con SC basada en la estimación energética en un horizonte de tiempo cercano. La estrategia está especialmente diseñada para sistemas con restricciones de estado frecuentemente activas en operación. Ésta utiliza información del estado actual del vehículo en términos de la velocidad de avance, el estado de carga del SC y el flujo potencia en la FC. El caso de estudio presentado en la parte final de este capítulo es similar al utilizado en el Capítulo 4, el cual corresponde a un autobús de transporte urbano. En primer lugar, el desempeño de la estrategia propuesta es evaluado vía simulación utilizando un modelo cuasiestático del sistema de propulsión, y los resultados son comparados con aquellos obtenidos con la estrategia ECMS y la óptima, obtenida con programación dinámica. Los resultados obtenidos por simulación incluyen un análisis de la sensibilidad de las estrategias frente a variaciones en la condiciones de velocidad y la masa total del vehículo. Finalmente, se lleva a cabo una validación experimental utilizando una estación híbrida de potencia. El resto del capítulo se organiza de la siguiente manera: en la siguiente sección se presenta el modelo del FCHV; la Sección 6.3 describe la nueva estrategia de gestión propuesta; en la Sección 6.4 se presentan el caso de estudio y muestran los resultados obtenidos con las simulaciones; la validación experimental se presenta en la Sección 6.5; y finalmente en la Sección 6.6 se detallan las conclusiones y una prospectiva.

## 6.2 Modelo del vehículo

La configuración del FCHV sobre el que se trabaja a lo largo de éste capítulo se muestra en la Figura 6.1. Como se observa, la potencia a las ruedas proviene de la máquina eléctrica (EM) a través del diferencial. La EM puede operar como motor y generador, y está conectada al bus de corriente continua (DC-BUS) a través de un convertidor bidireccional. Por su parte, la FC entrega potencia a través del convertidor Boost, mientras que el SC puede entregar o recibir potencia a través del convertidor Buck/Boost.

El modelo del sistema de propulsión, que será utilizado para evaluar vía simulación tanto el consumo de  $H_2$  como el cumplimiento de la demanda de potencia, está creado desde una perspectiva energética, haciendo énfasis en la eficiencia y las restricciones del sistema, y despreciando la mayor parte de la dinámica. Esta simplificación encuentra su justificación en la proximidad de los resultados obtenidos en la comparación entre modelos cuasiestáticos y modelos de alto orden [12], y la

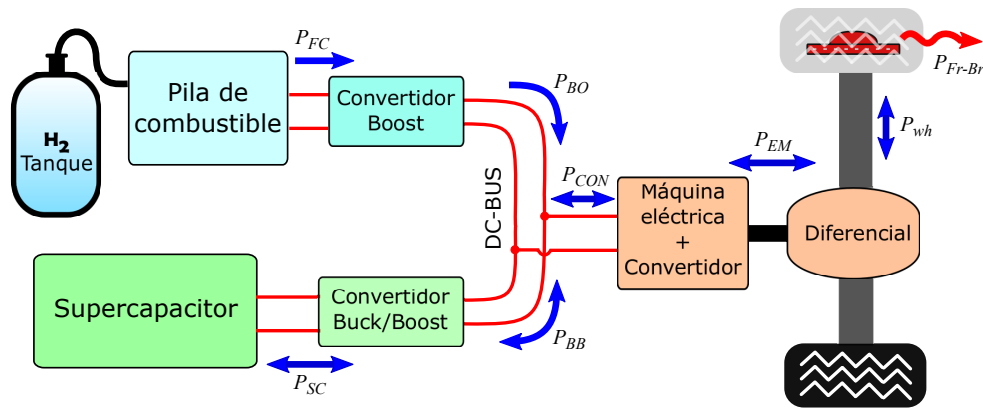


Figura 6.1: Configuración del FCHV

comparación entre modelos cuasiestáticos con sistemas reales [31]. De acuerdo con este modelo simplificado, los convertidores Buck/Boost y Boost son incluidos en el modelo a través de sus eficiencias. Para el caso del Buck/Boost, el flujo de potencia del lado del DC-BUS está limitado, como así también la corriente del lado del SC. Esta última resulta especialmente útil debido a que cuando el SC opera con bajo nivel de carga, la tensión en bornes se reduce considerablemente, y en consecuencia para poder satisfacer la potencia requerida (en carga o descarga) debe aumentar notablemente la corriente que circula por los mismos. El diferencial se incluye en el modelo a través de su índice de transmisión y su eficiencia, y para el modelo de la EM se consideran su eficiencia junto con sus límites de torque y potencia. A continuación se detallan los modelos en tiempo discreto utilizados para el SC y la FC.

### 6.2.1 Modelo del supercapacitor

Una expresión analítica para reproducir la tensión del SC puede deducirse a partir del circuito equivalente integrado por una fuente de tensión y una resistencia en serie. De acuerdo con éste, la tensión de salida del SC es:

$$U_{SC}(k) = U_{SC,oc}(k) - R_{SC} I_{SC}(k), \tag{6.1}$$

donde  $R_{SC}$  es la resistencia interna,  $I_{SC}(k)$  es la corriente que circula, y  $U_{SC,oc}$  es la tensión de circuito abierto, la cual depende del estado de carga del SC de la siguiente manera:

$$U_{SC,oc}(k) = \frac{Q_{SC}(k)}{C_{SC}}, \tag{6.2}$$

y  $C_{SC}$  es la capacidad del SC. Luego, la corriente que circula por el SC puede calcularse a partir de la potencia entregada  $P_{SC}$ ,

$$I_{SC}(k) = \frac{U_{SC,oc}(k) - (U_{SC,oc}^2(k) - 4P_{SC}(k)R_{SC})^{0.5}}{2R_{SC}}. \quad (6.3)$$

Resulta útil para lo que vendrá a continuación introducir variables asociadas a la energía del SC. La energía almacenada ( $E_{SC}$ ) y la energía nominal del SC ( $E_{SC,0}$ ) pueden calcularse de la siguiente manera:

$$E_{SC}(k) = 0.5 C_{SC} U_{SC,oc}^2(k); \quad E_{SC,0} = 0.5 C_{SC} U_{SC,0}^2, \quad (6.4)$$

donde  $U_{SC,0}$  es la tensión nominal del SC. Notar que aquí “nominal” refiere a la tensión con carga plena. Por su parte, estado de energía ( $SOE$ ) del SC es la relación entre la energía almacenada y la energía nominal, esto es,

$$SOE(k) = \frac{E_{SC}(k)}{E_{SC,0}}. \quad (6.5)$$

El  $SOE$  es considerado como una variable de estado del sistema, y su dinámica puede expresarse de la siguiente manera,

$$SOE(k+1) = SOE(k) - \frac{U_{SC,oc}(k) I_{SC}(k) t_s}{E_{SC,0}}, \quad (6.6)$$

donde  $t_s$  es el intervalo de tiempo de la discretización temporal. Con estas definiciones queda claro que la convención asumida es que corrientes positivas descargan el SC.

Respecto a las restricciones, límites de máximo y mínimo  $SOE$  son considerados junto con límites de corriente, i.e.:

$$SOE_{min} \leq SOE(k) \leq SOE_{max}, \quad (6.7)$$

$$-I_{SC}^{max} \leq I_{SC}(k) \leq I_{SC}^{max}. \quad (6.8)$$

Notar que (6.7) es directamente una restricción sobre la variable de estado, y (6.8) depende de la variable de estado, debido a (6.3)-(6.5).

Por último, asumiendo que un SC está formado por  $N_{ser}$  celdas en serie y  $N_{par}$  ramas en paralelo, los parámetros del SC pueden expresarse a partir de los parámetros de una celda de la siguiente manera [31],

$$U_{SC,0} = N_{ser} U_{SC,0}^{cell}; \quad C_{SC} = \frac{N_{par}}{N_{ser}} C_{SC}^{cell}; \quad R_{SC} = \frac{N_{ser}}{N_{par}} R_{SC}^{cell}. \quad (6.9)$$

## 6.2.2 Modelo de la pila de combustible

Las pilas de combustible de hidrógeno son utilizadas para producir electricidad a partir de una reacción química entre el oxígeno ( $O_2$ ) y el hidrógeno ( $H_2$ ). A pesar de la existencia de diferentes tipos de pilas de combustible de hidrógeno, las de tipo PEM (por su nombre en inglés, Proton Exchange Membrane) son las más utilizadas en aplicaciones de vehículos [81]. Detalles sobre la operación, y modelos dinámicos detallados de este tipo de pilas pueden encontrarse en [27]. A los efectos de este capítulo, la pila de combustible se reduce a un modelo cuasiestático, incluyendo restricciones y su curva de eficiencia. Asumiendo que el tiempo de respuesta del sistema FC es notablemente menor que el intervalo de tiempo de la discretización temporal, entonces puede considerarse que la potencia entregada por la FC durante todo el intervalo de tiempo es exactamente la referencia de potencia requerida  $P_{FC}(k)$ . Por otro lado, la variación de potencia de la FC se expresa como:

$$\Delta P_{FC}(k) = \frac{P_{FC}(k) - P_{FC}(k-1)}{t_s}. \quad (6.10)$$

Luego,  $P_{FC}(k)$  es considerada como una entrada de control, y se encuentra sujeta a las siguientes restricciones,

$$0 \leq P_{FC}(k) \leq P_{FC}^{max}, \quad (6.11)$$

$$\Delta P_{FC}^{min} \leq \Delta P_{FC}(k) \leq \Delta P_{FC}^{max}, \quad (6.12)$$

donde  $P_{FC}^{max}$  es la potencia máxima de la FC, y  $\Delta P_{FC}^{max}$  y  $\Delta P_{FC}^{min}$  son la máxima y mínima variación de potencia permitida respectivamente.

Tal como se mencionó en la introducción, actualmente no está completamente claro cómo establecer con precisión los límites de variación de potencia para evitar el envejecimiento prematuro de la FC. Cuantificar la degradación en las FCs es una tarea compleja debido a que la misma depende de las condiciones internas en las celdas. La inanición local por ejemplo, o la sobretensión, pueden ocurrir cuando la capa catalítica de la FC no se alimenta con la adecuada cantidad de reactantes. La primera ocurre por la falta de  $H_2$  u oxígeno, y la segunda por un exceso de ambos, y de reacción química, en relación con la corriente consumida, lo cual se traduce en un incremento de la tensión de celda. Medir la distribución interna de gases es tecnológicamente inviable en pilas comerciales, y por lo tanto, se suelen incorporar modelos avanzados de la FC para estimar variables de estado internas [48], y a partir de éstas formular estrategias de control para la FC. A pesar de que algunos autores optan por no considerar las restricciones asociadas a la variación de potencia de la FC [89, 95, 60, 42], suele

adoptarse en general un valor límite fijo. Un amplio rango de valores se encuentra reportado en la literatura. Los trabajos más conservadores permiten una variación máxima del 2% de la máxima potencia por segundo [79, 90]. Otros autores adoptan valores mayores que van entre 5% y 15% [67, 26, 50, 54, 25], mientras que [44] y [29] adoptaron 20% and 40%, respectivamente. En este trabajo, se adopta una variación máxima del 10% de la potencia máxima de la FC por segundo, tanto para variaciones de ascenso como descenso de potencia. Retornando a la expresión 6.12, notar que ésta depende del valor previo y del valor actual de potencia en la FC. Una opción para tratar matemáticamente esta restricción es considerando la potencia en la FC como una variable de estado, cuya dinámica es:

$$x_{FC}(k+1) = P_{FC}(k). \quad (6.13)$$

Ahora la restricción (6.12) puede reescribirse utilizando la variable de estado. Esta dependencia de la variable de estado en la restricción, en caso de que dicha restricción se active, proporciona condiciones desfavorables para realizar la gestión energética.

Finalmente, la eficiencia de la FC se define como la relación entre la potencia eléctrica entregada y la potencia contenida en el H<sub>2</sub> consumido,

$$\eta_{FC} = \frac{P_{FC}}{\dot{m}_{H_2} LHV_{H_2}}, \quad (6.14)$$

donde  $\dot{m}_{H_2}$  y  $LHV_{H_2}$  son el flujo másico y el poder calorífico inferior del H<sub>2</sub>, respectivamente. La curva de eficiencia de la FC puede ser brindada por el fabricante, o extraerse a partir de un ensayo. En este caso la curva de eficiencia se extrae a partir de datos obtenidos experimentalmente de una FC Nexa™ [35] de 1200 W. Dicha FC es la que se utiliza durante la validación experimental que se presenta más adelante en este capítulo. La Figura 6.2 muestra las características de la FC. Los valores netos de las variables se obtienen a partir de la potencia (o corriente) bruta producida por la FC restando el consumo de sus accesorios. Cabe destacar que a pesar de que la curva de eficiencia se obtiene bajo condiciones cuasiestáticas, en vista de la complejidad de los modelos dinámicos para FCs, este tipo de curvas suele ser utilizada para evaluar el consumo instantáneo de H<sub>2</sub> bajo condiciones dinámicas [27, 67].

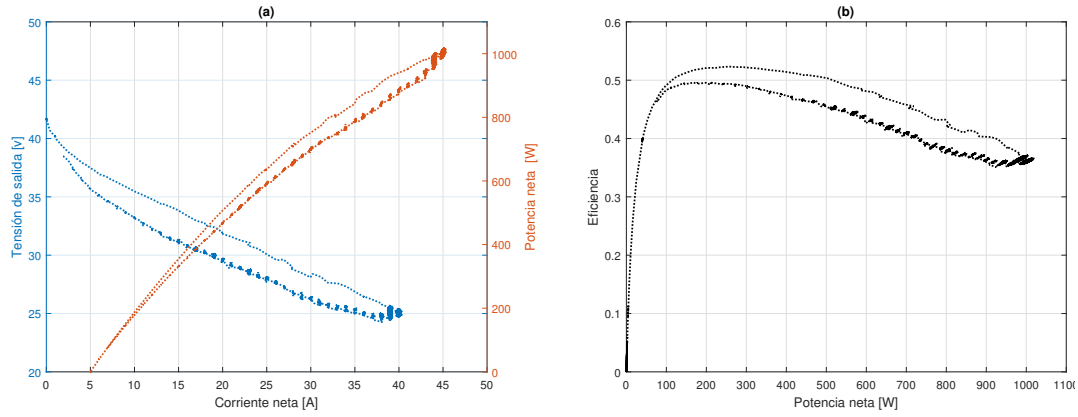


Figura 6.2: Curva de polarización y eficiencia de una PEM-FC Nexa™ modelo 310-0027 de 1200W

### 6.2.3 Modelo del FCHV

Del esquema de la Figura 6.1 pueden extraerse el siguiente conjunto de ecuaciones asociadas a los flujos de potencia:

$$P_{BO}(k) = P_{FC}(k) \eta_{BO}, \quad (6.15)$$

$$P_{SC}(k) = P_{BB}(k) \eta_{BB}^{-\text{sign}(P_{BB}(k))}, \quad (6.16)$$

$$P_{BB}(k) + P_{BO}(k) = P_{CON}(k), \quad (6.17)$$

$$P_{CON}(k) = P_{EM}(k) \eta_{EM}^{-\text{sign}(P_{EM}(k))}, \quad (6.18)$$

$$P_{EM}(k) = P_{wh}(k) \eta_{DF}^{-\text{sign}(P_{wh}(k))}, \quad (6.19)$$

donde  $P_{BO}$ ,  $P_{BB}$ ,  $P_{FC}$ ,  $P_{SC}$  y  $P_{CON}$  son los flujos de potencia eléctrica en el convertidos Boost, convertidor Buck/Boost, FC, SC y convertidor de la EM respectivamente;  $P_{EM}$  y  $P_{wh}$  representan los flujos de potencia mecánica en la EM y en las ruedas respectivamente; y  $\eta_{BO}$ ,  $\eta_{BB}$ ,  $\eta_{EM}$  y  $\eta_{DF}$  son las eficiencias del convertidor Boost, el convertidor Buck/Boost, la EM y el diferencial, respectivamente. Notar que la función “*sign*” permite invertir la operación asociada la eficiencia conforme a la dirección del flujo de potencia. La ME presenta además las siguientes relaciones entre sus variables:

$$T_{EM}(k) \omega_{EM}(k) = P_{EM}(k); \quad \omega_{EM}(k) = \frac{i_{DF} v(k)}{R_{wh}}, \quad (6.20)$$

donde  $\omega_{EM}$  and  $v$  son la velocidad de rotación de la EM y la velocidad de avance del vehículo respectivamente,  $i_{DF}$  es el índice de transmisión del diferencial y  $R_{wh}$  es el radio de la rueda. Analizando el número de ecuaciones y de variables de (6.15) a (6.20),

y asumiendo que  $v(k)$  y la demanda de potencia en la rueda ( $P_{wh}(k)$ ) son conocidas para cada instante de tiempo, se deduce que el sistema de propulsión tiene un grado de libertad. En este caso, la potencia entregada por la FC ( $P_{FC}(k)$ ) es elegida como entrada de control, la cual deberá ser calculada por la EGE. La potencia requerida en las ruedas depende del perfil de velocidad a seguir, el cual viene dado por un ciclo estándar. Utilizando el modelo inverso de dinámica longitudinal del vehículo es posible obtener la potencia requerida en las ruedas. A partir de la velocidad actual ( $v(k)$ ), y con la velocidad requerida para el siguiente instante de tiempo ( $v(k+1)$ ), la potencia requerida en las ruedas ( $P_{wh}^{req}$ ) se calcula utilizando el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$\begin{aligned}
 a(k) &= (v_{req}(k+1) - v(k)) t_s^{-1}, \\
 F_{iner}(k) &= m a(k), \\
 F_{aero}(k) &= 0.5 A_f C_x \rho_{air} v(k)^2, \\
 F_{roll}(k) &= m g (r_0 + r_1 v(k)), \\
 F_{wh}(k) &= F_{aero}(k) + F_{roll}(k) + F_{iner}(k), \\
 P_{wh}^{req}(k) &= F_{wh}(k) v(k),
 \end{aligned} \tag{6.21}$$

donde  $a$  es la aceleración lineal;  $m$  es la masa total del vehículo;  $A_f$ ,  $C_x$  y  $\rho$  son el área frontal, el coeficiente de fricción aerodinámico y la densidad del aire respectivamente;  $r_0$  y  $r_1$  son coeficientes de resistencia a la rodadura; y  $g$  es la aceleración de la gravedad.

Las EGEs utilizan en general la potencia demandada por el vehículo como una variable de entrada. Antes de utilizar la  $P_{wh}^{req}$  como dato de entrada de la EGE, ésta debe ser acotada conforme a la máxima potencia disponible del sistema de propulsión. La máxima (y la mínima) potencia disponible en cada instante de tiempo depende del estado del sistema (en términos de las variables de estado y de la velocidad del vehículo) y de las limitaciones físicas de los componente que integran el sistema de propulsión. La Tabla 6.1 resume las restricciones consideradas sobre el sistema. Teniendo en cuenta estas restricciones es posible calcular en cada instante de tiempo la potencia la potencia máxima y mínima disponible en la rueda, llamadas  $P_{wh}^{max}$  y  $P_{wh}^{min}$ , que se corresponden con la máxima potencia de propulsión y de frenado regenerativo respectivamente. Cabe destacar que, además de la dependencia de las variables de estado, éstos valores máximos de potencia dependen de la velocidad actual del vehículo.

Es evidente que la potencia disponible en las ruedas está directamente relacionada con la prestaciones del vehículo en términos tanto de la satisfacción de la demanda y como de consumo de  $H_2$ . Específicamente, en el caso de propulsión, cuando  $P_{wh}^{req}$

Tabla 6.1: Restricciones asociadas al sistema de propulsión

Variable	min.	max.
Torque EM, $T_{EM}$	$-T_{EM}^{max}$	$T_{EM}^{max}$
Potencia EM, $P_{EM}$	$-P_{EM}^{max}$	$P_{EM}^{max}$
Potencia FC, $P_{FC}$	0	$P_{FC}^{max}$
Variación de potencia FC, $\Delta P_{FC}$	$\Delta P_{FC}^{min}$	$\Delta P_{FC}^{max}$
Potencia Buck/Boost, $P_{BB}$	$-P_{BB}^{max}$	$P_{BB}^{max}$
Corriente SC, $I_{SC}$	$-I_{SC}^{max}$	$I_{SC}^{max}$
Energía SC, $SOE$	$SOE_{min}$	$SOE_{max}$

es mayor que  $P_{wh}^{max}$ , la velocidad futura alcanzada será menos que la requerida; y por el contrario, en los casos de frenado regenerativo, cuando  $P_{wh}^{min}$  es mayor que la potencia requerida, los frenos de fricción deberán ser utilizados. Finalmente, la potencia requerida en la ruedas dadas por (6.21) es acotada de la siguiente manera:

$$P_{wh}(k) = \max\{\min\{P_{wh}^{req}(k); P_{wh}^{max}(k)\}; P_{wh}^{min}(k)\}, \quad (6.22)$$

y en consecuencia la potencia disipada en los frenos de fricción es:

$$P_{Fr-Br}(k) = \begin{cases} 0 & \text{si } P_{wh}^{req}(k) \geq P_{wh}^{min}(k), \\ P_{wh}^{min}(k) - P_{wh}^{req}(k) & \text{si } P_{wh}^{req}(k) < P_{wh}^{min}(k). \end{cases} \quad (6.23)$$

La Figura 6.3 muestra una representación esquemática del modelo causal utilizado para realizar las simulaciones. Notar que cuando la potencia requerida en las ruedas es mayor a la potencia disponible, un nuevo valor de velocidad futura es calculado utilizando el modelo de dinámica longitudinal del vehículo. El bloque llamado “Balance de potencia” en la figura hace referencia al conjunto de ecuaciones (6.15)-(6.19).

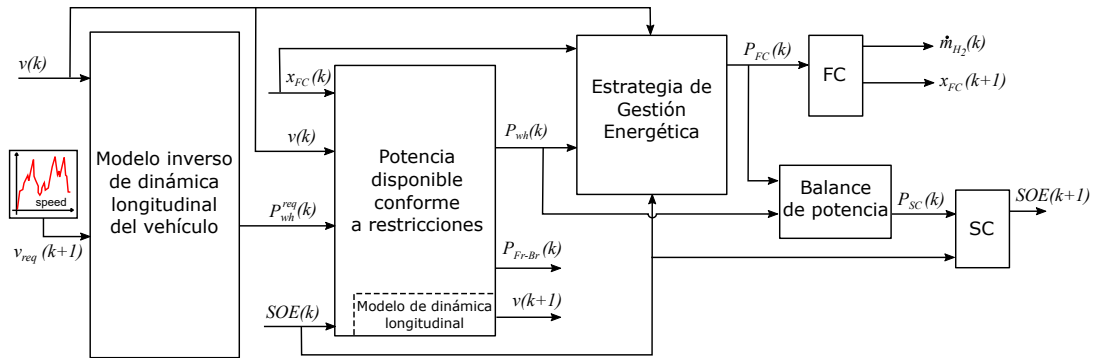


Figura 6.3: Representación esquemática del modelo utilizado para realizar las simulaciones

## 6.3 Estrategia de gestión basada en estimación energética

La estrategia propuesta en este capítulo, llamada de aquí en adelante EBES (por sus siglas en inglés Energy-Based Estimation Strategy), esta basada en el balance energético del vehículo para un horizonte de tiempo cercano realizado a partir de una estimación de la demanda energética. La estrategia propuesta persigue tres objetivos: i) máxima disponibilidad de potencia para la propulsión; ii) máxima recuperación de energía del frenado; y iii) operar la FC en la zona de mayor eficiencia. La Figura 6.4 muestra un diagrama de flujo de la estrategia propuesta. En el primer paso, a partir de la velocidad actual de vehículo y de la variable de estado asociada a la FC, se calculan dos valores de *SOE* que serán utilizados como límites. Luego, comparando estos límites con el valor actual de *SOE*, y teniendo en cuenta la potencia demandada en las ruedas, se calcula una potencia de referencia para la FC ( $u_{FC}$ ). Finalmente, antes de asignar esta potencia a la FC, la misma es acotada conforme a las restricciones del sistema de propulsión. A continuación se describe el procedimiento para calcular los límites de *SOE*.

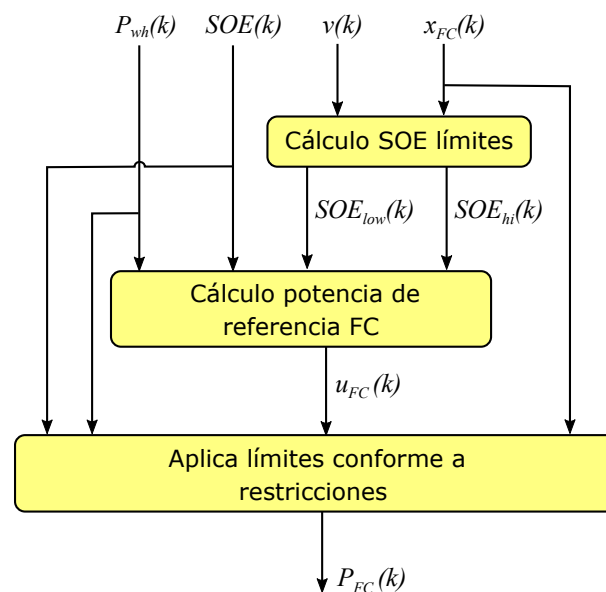


Figura 6.4: Diagrama de flujo de la estrategia EBES

### 6.3.1 Determinación de límites dinámicos de *SOE*

Este paso constituye el núcleo de la estrategia propuesta. El mismo consiste en calcular dos valores de referencia de *SOE* los cuales será utilizados como límites en la EBES. En contraste con otras publicaciones que presentan estrategias basadas en reglas (por

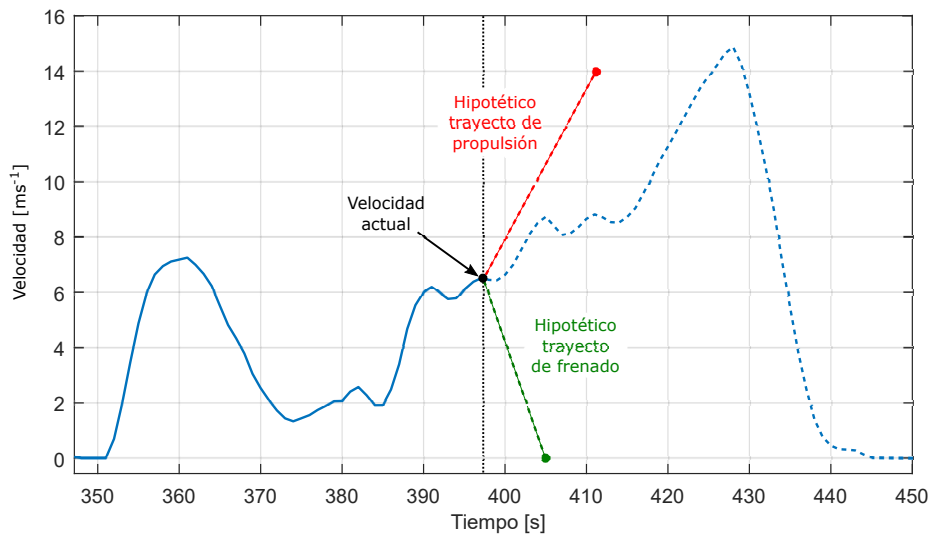


Figura 6.5: Hipotéticos trayectos a partir de la velocidad actual

ejemplo en [26]), en este caso los valores de referencia, llamados  $SOE_{hi}$  y  $SOE_{low}$ , no son fijos, sino que varían y se actualizan en tiempo real en función de la velocidad del vehículo y de la potencia en la FC. Específicamente el  $SOE_{low}$  se calcula de manera tal que cuando el  $SOE$  actual de los SC se encuentra por encima de este límite, entonces el sistema de propulsión es capaz de proveer la energía suficiente para acelerar al vehículo desde la velocidad actual hasta un valor predefinido de velocidad máxima. De manera análoga, el  $SOE_{hi}$  se calcula de manera tal que si el  $SOE$  actual se encuentra por debajo de este límite, el sistema de propulsión es capaz de frenar hasta detenerse almacenando en los SC toda la energía producida por el frenado regenerativo y por la FC. De acuerdo con esta definición, un paso necesario para calcular los límites de  $SOE$  consiste en estimar la energía requerida o entregada por el vehículo en un horizonte de tiempo cercano en trayectos de propulsión o frenado.

### Estimación de la demanda de energía del vehículo en un trayecto

De aquí en adelante el término “trayecto” será utilizado para referirse a un intervalo de tiempo relativamente pequeño en el cual el vehículo acelera o desacelera uniformemente desde su velocidad actual hasta una determinada velocidad máxima. Se diferencian dos posibles tipos de trayectos, uno de propulsión y otro de frenado, tal como se muestra en la Figura 6.5.

La energía requerida durante un trayecto, partiendo de una velocidad inicial  $v_0$  y hasta una velocidad final  $v_f$ , puede ser estimada considerando simplemente la variación de energía cinética del vehículo. Sin embargo, tal aproximación desprecia los efectos de disipación asociados a la resistencia aerodinámica y a la resistencia

a la rodadura. Una estimación más precisa de la energía involucrada en un trayecto se obtiene considerando los fenómenos de disipación. Por lo tanto, la energía total intercambiada (en la ruedas del vehículo) está compuesta por tres términos:

$$E_{trip} = E_{kin} + E_{aero} + E_{roll}, \quad (6.24)$$

donde  $E_{kin}$ ,  $E_{aero}$  y  $E_{roll}$  son la variación de energía cinética, la energía disipada por efectos aerodinámicos, y la energía disipada por la resistencia a la rodadura respectivamente. Notar que  $E_{aero}$  y  $E_{roll}$  serán siempre positivas, mientras  $E_{kin}$  depende si el trayecto es de propulsión (positiva) o frenado (negativa), y en consecuencia,  $E_{trip}$  puede resultar positiva o negativa. La variación de energía cinética desde una velocidad inicial  $v_0$  hasta una velocidad final  $v_f$  es,

$$E_{kin} = 0.5 m (v_f^2 - v_0^2). \quad (6.25)$$

Luego, la energía disipada por efectos aerodinámicos se calcula como,

$$E_{aero}(t) = \int_0^t C_{aero} v^3(\tau) d\tau, \quad (6.26)$$

donde  $C_{aero} = 0.5 A_f C_x \rho_{air}$ . Si  $v(0) = v_0$ , y se asume una aceleración constante  $a$  durante el trayecto, la expresión anterior resulta,

$$E_{aero}(t) = \int_0^t C_{aero} (v_0 + a \tau)^3 d\tau, \quad (6.27)$$

y resolviendo la integral definida se llega a:

$$E_{aero}(t) = C_{aero} \left( \frac{a^3 t^4}{4} + a^2 t^3 v_0 + \frac{3 a t^2 v_0^2}{2} + t v_0^3 \right). \quad (6.28)$$

Asumiendo que la velocidad final es  $v_f$ , el tiempo requerido para alcanzar esta velocidad es  $t = \frac{v_f - v_0}{a}$ . Reemplazando en (6.28) y manipulando de manera algebraica, se llega finalmente a la expresión para calcular la energía disipada por efectos aerodinámicos:

$$E_{aero} = \frac{C_{aero}}{4 a} (v_f^4 - v_0^4). \quad (6.29)$$

Para calcular la energía disipada por resistencia a la rodadura se utiliza un procedimiento similar. Partiendo de una velocidad inicial  $v_0$  y con aceleración constante  $a$ , la

energía disipada se calcula como,

$$\begin{aligned} E_{roll}(t) &= \int_0^t m g (r_0 + r_1 v(\tau)) v(\tau) d\tau \\ &= m g \int_0^t r_0 (v_0 + a \tau) + r_1 (v_0 + a \tau)^2 d\tau \end{aligned} \quad (6.30)$$

Resolviendo la integral definida se llega a,

$$E_{roll}(t) = mg \left( (r_0 v_0 + r_1 v_0^2) t + \frac{(r_0 + 2v_0 r_1) a t^2}{2} + \frac{r_1 a^2 t^3}{3} \right), \quad (6.31)$$

y con una duración del trayecto de  $t = \frac{v_f - v_0}{a}$ , la expresión final para calcular la energía disipada por la resistencia a la rodadura resulta:

$$E_{roll} = \frac{mg}{a} \left( \frac{r_1 (v_f^3 - v_0^3)}{3} + \frac{r_0 (v_f^2 - v_0^2)}{2} \right). \quad (6.32)$$

A partir de las expresiones (6.29) y (6.32) se puede apreciar que la energía asociada a la disipación aumenta cuando la aceleración, en términos de valor absoluto, disminuye.

Resumiendo, las expresiones (6.25), (6.29) y (6.32) nos permiten estimar la energía requerida por el vehículo en un horizonte de tiempo cercano, utilizando como dato al velocidad actual, la velocidad final, la aceleración y los parámetros del vehículo.

### Límite inferior de SOE

El límite inferior del estado de carga del SC, llamado  $SOE_{low}$ , es el mínimo  $SOE$  que, a partir del estado actual del sistema, garantiza suficiente energía para acelerar al vehículo desde la velocidad actual hasta un valor predefinido de velocidad máxima, en un hipotético trayecto de propulsión. Durante este trayecto, la energía requerida en las ruedas se calcula con (6.24), utilizando  $v_0 = v(k)$ ,  $v_f = v_{max}$  y  $a = a_{pr}$ , donde  $a_{pr}$  y  $v_{max}$  representan la aceleración y la velocidad máxima del trayecto de propulsión respectivamente, y son parámetros de ajuste de la estrategia. Luego, utilizando la eficiencia de los componentes, la energía requerida del DC-BUS resulta,

$$E_{pr}(k) = \frac{E_{trip}(k)}{\eta_{DF} \eta_{EM}}. \quad (6.33)$$

Esta energía extraída del DC-BUS debe ser provista por la FC y el SC, lo cual conduce a,

$$E_{SC}(k) \eta_{SC} \eta_{BB} + E_{FC}^{pr}(k) \eta_{BO} \geq E_{pr}(k), \quad (6.34)$$

donde  $E_{SC}$  es la energía disponible en el SC,  $\eta_{SC}$  es la eficiencia promedio del SC, y  $E_{FC}^{pr}$  es la máxima cantidad de energía que la FC es capaz de entregar durante este trayecto. Esta última se calcula asumiendo que la FC, a partir del estado actual, aumenta su potencia con variación máxima hasta alcanzar su máxima potencia. Por lo tanto,  $E_{FC}^{pr}$  puede calcularse como el área debajo de la curva azul mostrada en la Figura 6.6, lo cual resulta en,

$$E_{FC}^{pr}(k) = \begin{cases} t_{FC}^{max}(k) \left( \frac{P_{FC}^{max} + x_{FC}(k)}{2} \right) + (t_{pr}(k) - t_{FC}^{max}(k)) P_{FC}^{max} & \text{if } t_{pr}(k) \geq t_{FC}^{max}(k), \\ t_{pr}(k) \left( \frac{P_{FC}^{max}(k) + x_{FC}(k)}{2} \right) & \text{if } t_{pr}(k) < t_{FC}^{max}(k). \end{cases} \quad (6.35)$$

En esta figura,  $t_{FC}^{max}$  es el tiempo necesario para que la FC alcance su máxima potencia,

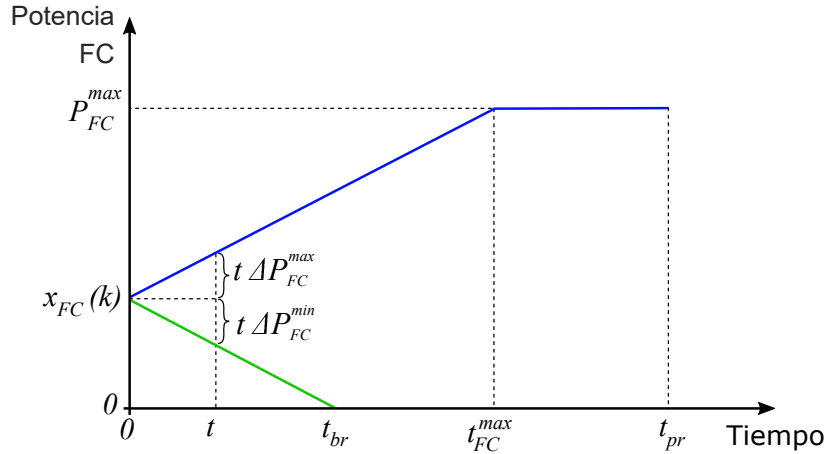


Figura 6.6: Evolución de la potencia de la FC desde el estado actual de potencia, con máxima variación, hasta i) su máxima potencia (azul), ii) mínima potencia (verde)

y  $t_{pr}$  es la duración del trayecto de propulsión desde  $v(k)$  hasta  $v_{max}$  con aceleración constante  $a_{pr}$ ,

$$t_{FC}^{max}(k) = \frac{P_{FC}^{max} - x_{FC}(k)}{\Delta P_{FC}^{max}}; \quad t_{pr}(k) = \frac{v_{max} - v(k)}{a_{pr}}. \quad (6.36)$$

A pesar de que en la Figura 6.6  $t_{pr}$  es mayor a  $t_{FC}^{max}$ , la situación contraria también es posible, corresponde con el segundo caso de la expresión (6.35).

Retomando a 6.34, y utilizando la expresión del SOE 6.5, se llega a,

$$SOE(k) \geq \left( \frac{E_{pr}(k) - E_{FC}^{pr}(k) \eta_{BO}}{\eta_{SC} \eta_{BB} E_{SC,0}} \right). \quad (6.37)$$

Satisfaciendo esta expresión, el sistema de propulsión tiene la energía suficiente para propulsar el vehículo desde la velocidad actual hasta  $v_{max}$  con aceleración constante  $a_{pr}$ . Luego, considerando el valor de  $SOE$  mínimo permitido en el SC (ver expresión 6.7), se llega a lo que se denomina límite inferior de  $SOE$  por energía:

$$SOE_{low,E}(k) = \left( \frac{E_{pr}(k) - E_{FC}^{pr}(k) \eta_{BO}}{\eta_{SC} \eta_{BB} E_{SC,0}} \right) + SOE_{min}. \quad (6.38)$$

Hasta aquí, la condición  $SOE(k) \geq SOE_{low,E}(k)$  asegura energía suficiente para el trayecto de propulsión, i.e. la restricción asociada al  $SOE$  no se activará. Otra restricción potencialmente activa en este trayecto es la asociada con la máxima corriente en el SC, especialmente cuando  $SOE$  es bajo, debido a que la tensión decrece linealmente con la carga del SC y en consecuencia la corriente crece notablemente. Para evitar ésto, se introduce un nivel inferior de  $SOE$  por corriente, llamado  $SOE_{low,I}$ . Éste se define de manera que si  $SOE(k) > SOE_{low,I}$ , entonces una potencia en el Buck/Boost igual a  $P_{BB}^{max}$  produce corrientes en el SC menores a  $I_{SC}^{max}$ . A partir del modelo del SC, esta condición conduce a,

$$SOE(k) \geq \left( \frac{P_{BB}^{max}}{\eta_{BB} I_{SC}^{max}} + R_{SC} I_{SC}^{max} \right)^2 \frac{C_{SC}}{2E_{SC,0}}, \quad (6.39)$$

donde el lado derecho de la ecuación es el límite inferior de  $SOE$  por corriente:

$$SOE_{low,I} = \left( \frac{\eta_{BB}^{-1} P_{BB}^{max}}{I_{SC}^{max}} + R_{SC} I_{SC}^{max} \right)^2 \frac{C_{SC}}{2E_{SC,0}}. \quad (6.40)$$

Nota que, a diferencia de (6.38), esta expresión no depende de  $k$ . Finalmente, el límite inferior de  $SOE$  buscado para la estrategia se calcula como,

$$SOE_{low}(k) = \max\{SOE_{low,E}(k); SOE_{low,I}\}. \quad (6.41)$$

### Límite superior de SOE

El límite superior del estado de carga del SC, llamado  $SOE_{hi}$ , es el máximo  $SOE$  que garantiza el espacio suficiente en término energéticos para almacenar toda la energía que proviene del frenado regenerativo y de la FC en un hipotético trayecto de frenado, desde la velocidad actual hasta detenerse. La condición requerida para que ésto se

cumpla es la siguiente:

$$\frac{E_{SC,0} - E_{SC}(k)}{\eta_{SC}} \geq \left( E_{br}(k) + E_{FC}^{br}(k) \eta_{BO} \right) \eta_{BB}, \quad (6.42)$$

donde el lado izquierdo de la ecuación representa la máxima energía que puede ser almacenada en el SC a partir del  $SOE$  actual;  $E_{br}$  es la energía entregada al DC-BUS por el frenado regenerativo; y  $E_{FC}^{br}$  es la mínima energía entregada por la FC durante este trayecto. Luego, despejando  $E_{SC}$  de (6.42) y expresando  $E_{SC}$  en términos del  $SOE$ , la ecuación (6.42) conduce a,

$$SOE(k) \leq 1 - \frac{\left( E_{br}(k) + E_{FC}^{br}(k) \eta_{BO} \right) \eta_{BB} \eta_{SC}}{E_{SC,0}}. \quad (6.43)$$

En esta ecuación,  $E_{br}(k)$  se calcula a partir de la expresión (6.24), utilizando  $v_0 = v(k)$ ,  $v_f = 0$  y  $a = a_{br}$ , donde  $a_{br}$  representa la aceleración del trayecto de frenado, y es un parámetro de ajuste de la estrategia. Utilizando la eficiencia de los componentes de la transmisión,  $E_{br}(k)$  resulta,

$$E_{br}(k) = -E_{trip}(k) \eta_{DF} \eta_{EM}. \quad (6.44)$$

Retomando a 6.43, para calcular  $E_{FC}^{br}$ , se asume que a partir del estado actual, la FC disminuye la potencia hasta llegar a cero, utilizando la máxima variación permitida, tal como se muestra la Figura 6.6. En estas condiciones, la energía entregada por la FC resulta,

$$E_{FC}^{br}(k) = \frac{x_{FC}^2(k)}{-2 \Delta P_{FC}^{min}}. \quad (6.45)$$

Notar que satisfaciendo la expresión 6.43, el SC es capaz de almacenar toda la energía proveniente del frenado regenerativo y de la FC durante el trayecto de frenado. Por lo tanto, el límite superior de  $SOE$  utilizado como referencia para la estrategia es:

$$SOE_{hi}(k) = 1 - \frac{\left( E_{br}(k) + E_{FC}^{br}(k) \eta_{BO} \right) \eta_{BB} \eta_{SC}}{E_{SC,0}}. \quad (6.46)$$

En las últimas dos secciones se han presentado las expresiones para calcular el  $SOE_{low}$  y  $SOE_{hi}$ . Estas expresiones incluyen, además de los parámetros del vehículo, la velocidad actual y el estado actual de potencia en la FC. En consecuencia, los límites  $SOE_{low}$  y  $SOE_{hi}$  se actualizan de manera permanente durante el tiempo de ejecución de la estrategia. Por otro lado, debe quedar bien clara la diferencia que existe entre los límites recientemente calculados y  $SOE_{min}$  y  $SOC_{max}$ : los últimos son límites fijos

de operación del SC y constituyen una restricción (ver expresión 6.7), mientras que  $SOE_{low}$  y  $SOE_{hi}$  proveen información de referencia a la estrategia para calcular la potencia que se asigna a la FC.

### 6.3.2 Potencia de referencia para la FC

Una vez definidos los límites de  $SOE$ , el estado general del sistema de propulsión se clasifica en uno de los siguientes modos,

$$\begin{cases} Overcharged & \text{if } SOE(k) > SOE_{hi}(k), \\ Charged & \text{if } SOE_{low}(k) \leq SOE(k) \leq SOE_{hi}(k), \\ Discharged & \text{if } SOE(k) < SOE_{low}(k). \end{cases}$$

Luego, la potencia de referencia para la FC se define de acuerdo con el modo en el que el sistema de propulsión se encuentre,

$$u_{FC}(k) = \begin{cases} 0 & \text{if } Overcharged, \\ \min \left\{ \max \left\{ P_{chg}^{low}, \frac{P_{wh}(k)}{\eta_{FC,wh}} \right\}; P_{chg}^{hi} \right\} & \text{if } Charged, \\ \max \left\{ \frac{P_{wh}(k)}{\eta_{FC,wh}}; P_{dis} \right\} & \text{if } Discharged, \end{cases} \quad (6.47)$$

donde  $P_{chg}^{low}$ ,  $P_{chg}^{hi}$  y  $P_{dis}$  son parámetros de ajuste, y  $\eta_{FC,wh}$  es la eficiencia resultante desde la FC hasta las ruedas ( $\eta_{FC,wh} = \eta_{BO} \eta_{EM} \eta_{DF}$ ). En el modo *Overcharged*, establecer la referencia de potencia de la FC en cero tiene por objetivo evitar que se incremente el  $SOE$ . Luego, en el modo *Charged*, el objetivo es permanecer en éste, y por lo tanto se establece como potencia de referencia para la FC el valor  $P_{wh}(k)/\eta_{FC,wh}$  con el propósito de satisfacer el balance de potencia en el DC-BUS utilizando solamente la FC. En este modo además, la potencia de referencia esta acotada por  $P_{chg}^{low}$  and  $P_{chg}^{hi}$  para evitar operar la FC en una zona de bajo rendimiento. Finalmente, en el modo *Discharged*, de manera similar al modo *Charged*, se propone un seguimiento de la potencia demandada mediante la potencia entregada por la FC, incluyendo únicamente un límite inferior ( $P_{dis}$ ), lo cual tiene por objetivo incrementar el  $SOE$ .

Hasta el momento, la potencia de referencia de la FC fue definida de manera de lograr en primer lugar, mantener el  $SOE$  entre  $SOE_{hi}$  y  $SOE_{low}$ ; y en segundo lugar, opera la FC con alta eficiencia. Antes de utilizar este valor como potencia de referencia para la FC, ésta deber ser acotada conforme a las múltiples restricciones del sistema de propulsión. La máxima y la mínima potencia de FC que satisfacen al conjunto

de restricciones, denominadas  $u_{FC}^{max}(k)$  y  $u_{FC}^{min}(k)$ , pueden calcularse por medio de las ecuaciones (6.15)-(6.20). Notar que  $u_{FC}^{max}(k)$  y  $u_{FC}^{min}(k)$  dependen del valor previo de potencia de la FC, del estado de energía del SC y de la demanda de potencia en la ruedas. Finalmente la potencia asignada a la FC resulta:

$$P_{FC}(k) = \max\{\min\{u_{FC}(k); u_{FC}^{max}(k)\}; u_{FC}^{min}(k)\}. \quad (6.48)$$

## 6.4 Simulaciones y resultados

El desempeño de la estrategia propuesta es evaluada en primer lugar mediante simulación, y luego a través de ensayos experimentales en un banco de pruebas (Sección 6.5). Los resultados muestran comparaciones contra la estrategia ECMS y contra la solución óptima obtenida mediante Programación Dinámica. A continuación se describe el caso de estudio.

### 6.4.1 Caso de estudio

El FCHV corresponde a un autobús urbano. El dimensionamiento de la FC y el SC fue llevado adelante siguiendo las directrices presentadas en [25]. Básicamente la FC tiene la potencia suficiente para mantener una velocidad constante de  $60 \text{ km h}^{-1}$  (sin utilizar el SC). Con este dimensionamiento, la máxima potencia de la FC resulta significativamente mayor que la potencia promedio consumida por el autobús en condiciones reales de tránsito urbano, mientras que el tamaño del SC es una solución de compromiso entre consumo de combustible y costo del almacenador de energía. Los parámetros del FCHV se presentan en la Table 6.2.

El uso de condiciones reales de velocidad es esencial para medir el desempeño de una estrategia de gestión energética en un vehículo híbrido. En este caso se utilizan dos perfiles de velocidad urbanos. El primero es el perfil de velocidad estándar Manhattan Bus Cycle (MBC) [7], y el segundo es el ciclo Buenos Aires Bus Cycle (BABC) creado por el ITBA (Instituto Tecnológico de Buenos Aires), el cual fue utilizado en el Capítulo 4. La Figura 6.7 presenta los perfiles de velocidad de ambos ciclos, mientras que la Tabla 6.3 resume sus principales características.

### 6.4.2 Ajuste de las estrategias y definición de los indicadores de desempeño

Ambas estrategias de tiempo real, EBES y ECMS, requieren el ajuste de sus parámetros. Con el objetivo de realizar una comparación justa, las estrategias son ajustadas de

Tabla 6.2: Parámetro del FCHV usado como caso de estudio: chasis y diferencial de [52]; EM y convertidores de Autonomy™ [53]; FC de [35]; y SC de [51].

Descripción	Parámetros	Valor	Unidad
Masa cargo	$m_{cargo}$	2400	$kg$
Masa chasis	$m_{ch}$	11250	$kg$
Área frontal	$A_f$	8.06	$m^2$
Coef. aerodinámico	$C_x$	0.65	-
Coeficiente de rodadura	$r_0$	0.008	-
	$r_1$	1.2e-4	$sm^{-1}$
Radio de rueda	$R_{wh}$	0.51	$m$
Diferencial, reducción	$i_{DF}$	12.3	-
Diferencial, eficiencia	$\eta_{DF}$	0.95	-
EM, potencia max.	$P_{EM}^{max}$	100	$kW$
EM, torque max.	$T_{EM}^{max}$	1380	$Nm$
EM, eficiencia.	$\eta_{EM}$	0.88	-
FC, potencia max.	$P_{FC}^{max}$	48	$kW$
FC, variación max.	$\Delta P_{FC}^{max}$	4.8	$kW s^{-1}$
FC, variación min.	$\Delta P_{FC}^{min}$	-4.8	$kW s^{-1}$
FC, max. eficiencia	-	52	%
FC, efic. a max. potencia	-	40	%
Boost, potencia max.	$P_{BO}^{max}$	50	$kW$
Boost, efic.	$\eta_{BO}$	0.95	-
SC, celdas en serie	$N_{ser}$	130	-
SC, ramas en paralelo	$N_{par}$	2	-
SC, capacidad nominal de una celda	$C_{SC}^{cell}$	2700	$F$
SC, resistencia de una celda	$R_{SC}^{cell}$	0.001	$\Omega$
SC, tensión nominal de una celda	$U_{SC}^{cell}$	2.5	$V$
SC, corriente max.	$I_{SC}^{max}$	350	$A$
SC, SOE min.	$SOE_{min}$	0.25	-
SC, SOE max.	$SOE_{max}$	1	-
Buck/Boost, potencia max.	$P_{BB}^{max}$	75	$kW$
Buck/Boost, eficiencia.	$\eta_{BB}$	0.95	-

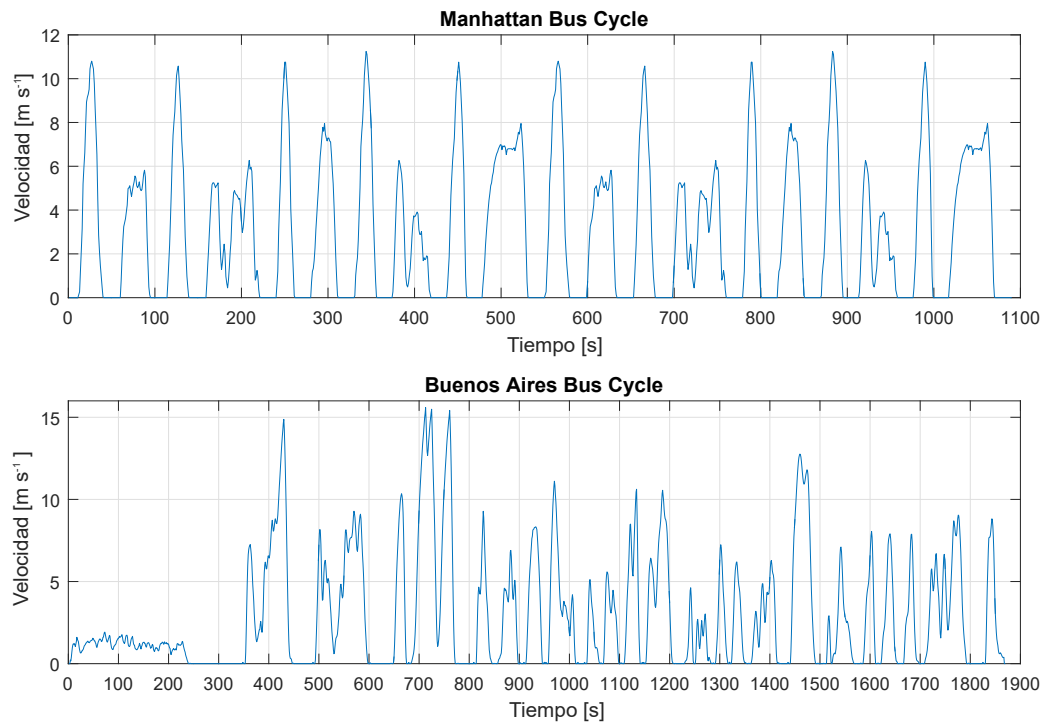


Figura 6.7: Perfiles de velocidad utilizados para en la simulación y en los ensayos experimentales

manera óptima, es decir se encontrarán los parámetros con los que cada una de las estrategia desempeña sus mejores resultados de acuerdo con los indicadores que serán definidos más adelante. Para garantizar que los parámetros hallados sean aquellos que producen el mejor desempeño sobre cada una de las estrategias, la metodología adoptada es un barrido paramétrico. El procedimiento de esta metodología consiste en evaluar repetidamente el desempeño de las estrategias, bajo las mismas condiciones de bordes y entradas, variando lo parámetros de ajuste en cada iteración, logrando de esta manera cubrir todas las posibilidades de ajuste. Para esta tarea debe adoptarse un ciclo de velocidad, y en este caso es elegido el ciclo MBC. Con el objetivo de reducir el tiempo de ajuste, se incluyen en el barrido paramétrico solo aquellos parámetros que muestran mayor sensibilidad sobre la estrategia. Para el caso de la estrategia EBES, los parámetros incluidos son:  $v_{max}$ ,  $P_{chg}^{low}$ ,  $P_{chg}^{hi}$  y  $P_{dis}$ , mientras que  $a_{pr}$  y  $a_{br}$  permanecen constantes igual a  $0.8$  y  $-1.1 \text{ ms}^{-2}$ , respectivamente. En el caso de la estrategia ECMS, los parámetros con mayor sensibilidad son: el factor de equivalencia de la descarga ( $s_{dis}$ ); el factor de equivalencia de la carga ( $s_{chg}$ ); el horizonte de tiempo ( $t_h$ ); y la referencia de nivel de carga de los SC, ( $SOE_{ref}$ ). Más información acerca de estos parámetros y sobre la formulación de esta estrategia puede encontrarse en [67]. En la literatura pueden encontrarse diversos métodos de ajuste para esta estrategia [67, 31].

Tabla 6.3: Propiedades de los ciclos de velocidad

Propiedades	MBC	BABC
Velocidad máxima [ $m s^{-1}$ ]	11.24	15.6
Velocidad promedio [ $m s^{-1}$ ]	4.74	3.85
Aceleración máxima [ $m s^{-2}$ ]	2.04	1.54
Aceleración mínima [ $m s^{-2}$ ]	-2.49	-2.16
Aceleración promedio [ $m s^{-2}$ ]	0.54	0.41
Desaceleración promedio [ $m s^{-2}$ ]	-0.66	-0.42

A pesar de estos métodos, se prefiere la utilización del barrido paramétrico dado que, si bien se requiere de un procedimiento iterativo notablemente más extenso que otros métodos, es el único que garantiza que el ajuste encontrado sea el óptimo. La Tabla 6.4 resume los parámetros utilizados en el barrido paramétrico para ambas estrategias.

Tabla 6.4: Parámetros del barrido paramétrico

Estrategia	Parámetro	Min.	Max.	Paso
EBES	$v_{max}$ [ $m s^{-1}$ ]	10	12	1
	$P_{chg}^{low}$ [ $kW$ ]	10	25	2.5
	$P_{chg}^{hi}$ [ $kW$ ]	20	40	2.5
	$P_{dis}$ [ $kW$ ]	5	55	5
ECMS	$s_{dis}$ [-]	1.95	2.45	0.05
	$s_{chg}$ [-]	1.6	1.9	0.05
	$t_h$ [s]	8	13	1
	$SoE_{ref}$ [%]	75	95	10

Tal como se mencionó anteriormente, en el caso de sistemas de propulsión con restricciones de estado activas, el desempeño de la EGE afecta tanto al consumo de combustible como al cumplimiento de la potencia demandada por el conductor. En consecuencia, los parámetros óptimos son aquellos que logran minimizar el consumo de combustible y a su vez maximizar el cumplimiento de la demanda. Más adelante se verá que la optimización de cada uno de estos objetivos por separado conduce a dos conjuntos distintos de parámetros, con lo cual los parámetros finalmente adoptados surgirán de un compromiso entre los dos objetivos. Los indicadores utilizados para medir estos objetivos son: el consumo de hidrógeno, expresado en kilogramos de  $H_2$  cada 100 km ( $kg (100km)^{-1}$ ), y el grado de incumplimiento de la demanda ( $DoNC$ , por su sigla en inglés Degree of Non-Compliance) asociado a la potencia demandada en las ruedas. Este indicador cuantifica el incumplimiento de la potencia demanda exclusivamente en períodos de propulsión, dado que durante el frenado, con la uti-

lización de los frenos de fricción, siempre se satisface la demanda. El  $DoNC$  se define de la siguiente manera:

$$DoNC[\%] = \left( 1 - \frac{\sum_{k=1}^N P_{wh}^+(k)}{\sum_{k=1}^N P_{wh}^{req+}(k)} \right) \times 100, \quad (6.49)$$

donde el subíndice '+' indica que sólo los valores positivos de potencia son incluidos en la sumatoria. Con esta definición, un  $DoNC = 0\%$  significa que la potencia requerida fue satisfecha a lo largo de todo el ciclo, y por lo tanto la velocidad alcanzada coincide exactamente con la requerida.

Otra medida importante para analizar, asociada al desempeño de las estrategias, y que está relacionada íntimamente con el consumo de combustible, es la cantidad de energía recuperada del frenando. Para cuantificar esta variable, se utiliza un nuevo indicador llamado  $DoRE$  (por su sigla en inglés Degree of Recovered Energy), el cual se define como:

$$DoRE[\%] = \frac{\sum_{k=1}^N P_{wh}^-(k)}{\sum_{k=1}^N P_{wh}^{req-}(k)} \times 100, \quad (6.50)$$

donde el subíndice '-' indica que solo los valores positivos de potencia son incluidos en la sumatoria. Con esta definición, un  $DoRE = 100\%$  significa que los frenos de fricción no fueron usados, y que toda la energía proveniente del frenado fue recuperada y almacenada en los SC.

Respecto del consumo de combustible, para garantizar una comparación justa, la diferencia entre el  $SOE$  inicial y el  $SOE$  al final del ciclo es compensada agregando (o quitando) una cantidad de  $H_2$  a la masa de combustible consumido. Esta compensación se realiza utilizando un factor de equivalencia calculados a partir de la eficiencia del sistema de propulsión, tal como se explica en [31]. Siguiendo esta propuesta, cuando  $SOE$  final es menor que el  $SOE$  inicial, el factor de equivalencia es 1.96, mientras que cuando el  $SOE$  final es mayor que el inicial, el factor de equivalencia usado es 1.59. Multiplicando el factor de equivalencia por la diferencia de energía en el SC entre el inicio y el final del ciclo se obtiene la energía equivalente de  $H_2$ , y utilizando el poder calorífico superior se llega a la masa que debe sustraerse o agregarse al  $H_2$  consumido durante el ciclo. Respecto de la estrategia óptima hallada vía Programación Dinámica, las variables de estado consideradas son  $x_{FC}$  y el  $SOE$ , mientras que la entrada de control es  $P_{FC}$ . El funcional costo es el consumo de  $H_2$ . Una implementación vectorizada posibilita refinar el paso de tiempo y la discretización de las variables de estado y de control, ganando precisión en los resultados. Las directrices para la implementación vectorizada del método fueron presentadas en el Capítulo 5.

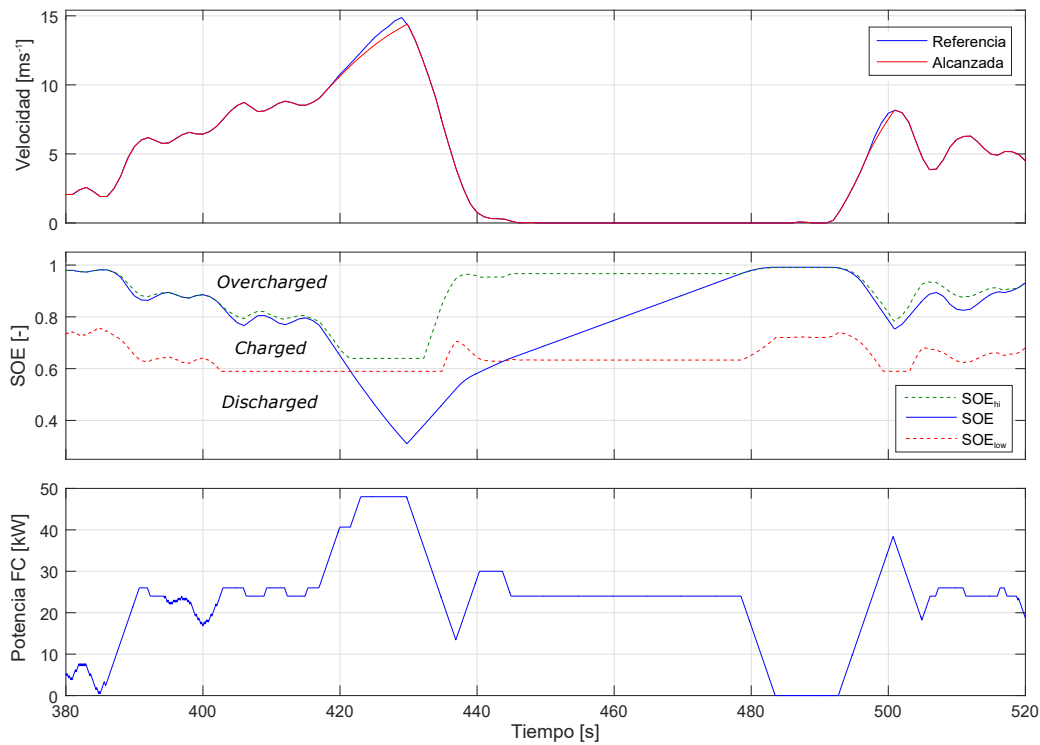


Figura 6.8: Segmentos de la simulación utilizando la estrategia EBES con parámetros  $v_{max} = 12\text{ms}^{-1}$ ,  $P_{low}^{chg} = 24\text{kW}$ ,  $P_{hi}^{chg} = 26\text{kW}$  y  $P_{dis} = 30\text{kW}$

### 6.4.3 Resultados

Con el objetivo de comprender el funcionamiento de la estrategia propuesta, la Figura 6.8 muestra segmentos de una simulación utilizando EBES donde aparecen los tres modos de operación de la estrategia. En esta figura puede también observarse que la velocidad de referencia no fue alcanzada alrededor de los instantes de tiempo  $t = 430$  and  $t = 490$ .

Los resultados obtenidos con el barrido paramétrico se presentan en términos de consumo de combustible y el  $DoNC$ . Notar que se trata de un problema de dos objetivos, en el cual se pretende minimizar tanto el consumo de combustible como el  $DoNC$ . Los resultados obtenidos se presentan en la Figura 6.9. Se incluye en ésta el frente de Pareto, el cual se conforma de los puntos Pareto-óptimos para cada estrategia [56]. Para este caso, un punto es considerado Pareto-óptimo si no existe otro punto del conjunto que presente simultáneamente menor  $DoNC$  y menor consumo de combustible. Lo primero que se observa es que estrategia propuesta presenta una menor dispersión tanto en consumo de combustible como en  $DoNC$  comparado con la estrategia ECMS. Esto significa una ventaja para el supuesto caso en que los parámetros no fueran ajustados de manera óptima. Por otro lado se observa

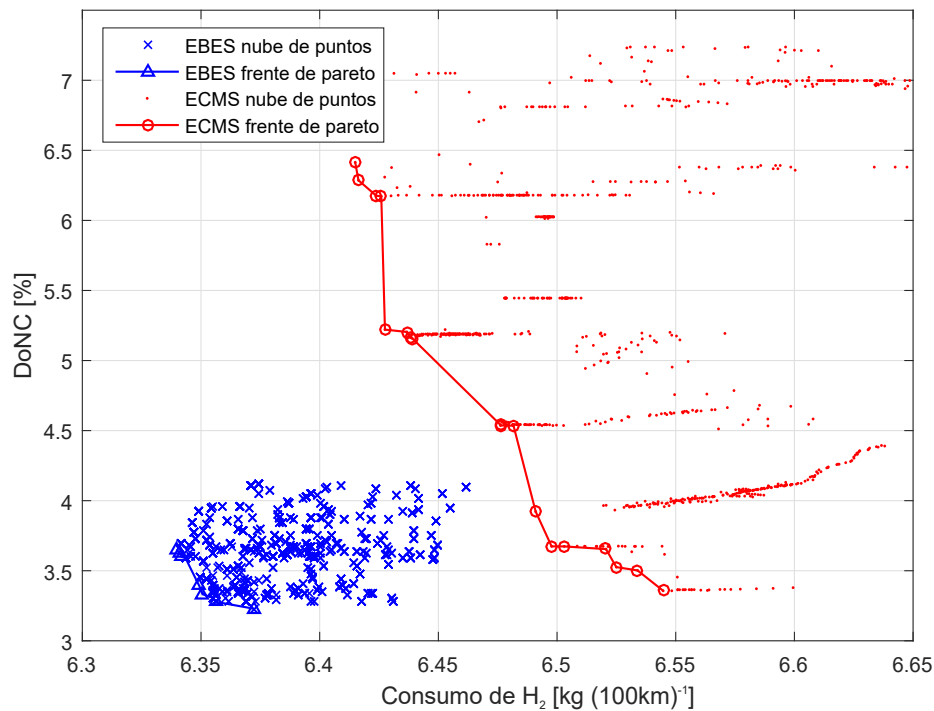


Figura 6.9: Desempeño de las estrategias obtenidos a partir del barrido paramétrico sobre el ciclo MBC

que el menor consumo de combustible es logrado por la estrategia EBES, alrededor de  $6.34 \text{ kgH}_2 (100\text{km})^{-1}$ , con un  $DoNC$  de 3.6 %. Los valores mínimos de  $DoNC$  alcanzados por cada estrategia son similares, alrededor de un 3.3 %, sin embargo, para el caso ECMS, su correspondiente valor de consumo de combustible es sensiblemente mayor que para las EBES.

Para finalizar con el ajuste de las estrategias, un único conjunto de parámetros debe ser elegido para cada estrategia. Es razonable elegir el ajuste correspondiente a un punto medio del frente de Pareto, lo cual provee una solución de compromiso entre consumo y satisfacción de la demanda. Los parámetros finalmente adoptados para EBES son  $v_{max} = 12 \text{ ms}^{-1}$ ,  $P_{chg}^{low} = 15 \text{ kW}$ ,  $P_{chg}^{hi} = 30 \text{ kW}$ , y  $P_{dis} = 15 \text{ kW}$ ; y para la ECMS son  $s_{dis} = 2.05$ ,  $s_{chg} = 1.7$ ,  $t_h = 11 \text{ s}$ , y  $SOE_{ref} = 0.85$ . La tabla 6.5 resume los resultados obtenidos en el ciclo MBC utilizando estos parámetros. La segunda columna muestra las diferencias de consumo con respecto a la EBES. En esta tabla se incluyen además los resultados obtenidos fuera de línea con la estrategia óptima. Tal como se esperaba, con la estrategia óptima se logra una reducción del  $DoNC$  y un ahorro de combustible en comparación a la EBES. Estos resultados son consistentes con el  $DoRE$ , donde se observa que la estrategia óptima presenta los mayores porcentajes de energía recuperada del frenado.

Tabla 6.5: Desempeño de las estrategias en el ciclo MBC.

Estrategia	Consumo de H <sub>2</sub> [kg (100km) <sup>-1</sup> ]	Diferencia de consumo [%]	<i>DoNC</i> [%]	<i>DoRE</i> [%]
EBES	6.34	0	3.65	83.4
ECMS	6.47	+2.1	4.55	82.5
Estrategia óptima	6.19	-2.4	1.73	84.5

Tabla 6.6: Desempeño de las estrategias en el ciclo BABC.

Estrategia	Consumo de H <sub>2</sub> [kg (100km) <sup>-1</sup> ]	Diferencia de consumo [%]	<i>DoNC</i> [%]	<i>DoRE</i> [%]
EBES	6.18	0	7.75	85.4
ECMS	6.14	-0.6	14.3	86.6
Estrategia óptima	5.93	-4.8	7.35	88.2

A continuación se analiza la sensibilidad de las estrategias frente a variaciones en el perfil de velocidad. Para ésto, se repiten las simulaciones utilizando ahora el ciclo BABC, manteniendo los parámetros de ajuste obtenidos con el ciclo MBC. La Tabla 6.6 presenta los resultados obtenidos. En este caso, la diferencia en el consumo de combustible entre las dos estrategias de tiempo real se encuentra levemente en favor de la ECMS. Sin embargo esta última presenta un alto valor *DoNC*, mientras que la estrategia propuesta es notablemente superior en este aspecto. Por su parte, la estrategia óptima produce una reducción del 4.8% en el consumo de combustible comparado con la EBES, y un desempeño similares en términos de cumplimiento de la demanda. Nuevamente la correspondencia entre el consumo de H<sub>2</sub> y la energía recuperada durante el frenado son consistentes. Retomando a la comparación entre las estrategias de tiempo real, se debe tener en cuenta el aumento del *DoNC* significa un aumento en el incumplimiento de la demanda de potencia en las ruedas, lo cual se ve reflejado en la diferencia entre la velocidad de referencia y la alcanzada, tal como se muestra en la Figura 6.10. En este sentido, es importante destacar que cuando aumenta el *DoNC* disminuye la energía resultante entregada por el sistema de propulsión, lo cual contribuye a una reducción del consumo de combustible. Con el objetivo de cuantificar la influencia que tiene esta afirmación sobre el consumo de combustible en el ciclo BABC, se propone la siguiente prueba: reproducir la simulación utilizando la estrategia EBES, pero en lugar de utilizar el ciclo original como referencia, se utiliza la velocidad alcanzada por la estrategia ECMS. Bajo estas condiciones, la estrategia EBES satisface en 100% la velocidad requerida, y el consumo de combustible es de 5.96 kg (100km)<sup>-1</sup>, es decir un 3.2% más bajo que la ECMS.

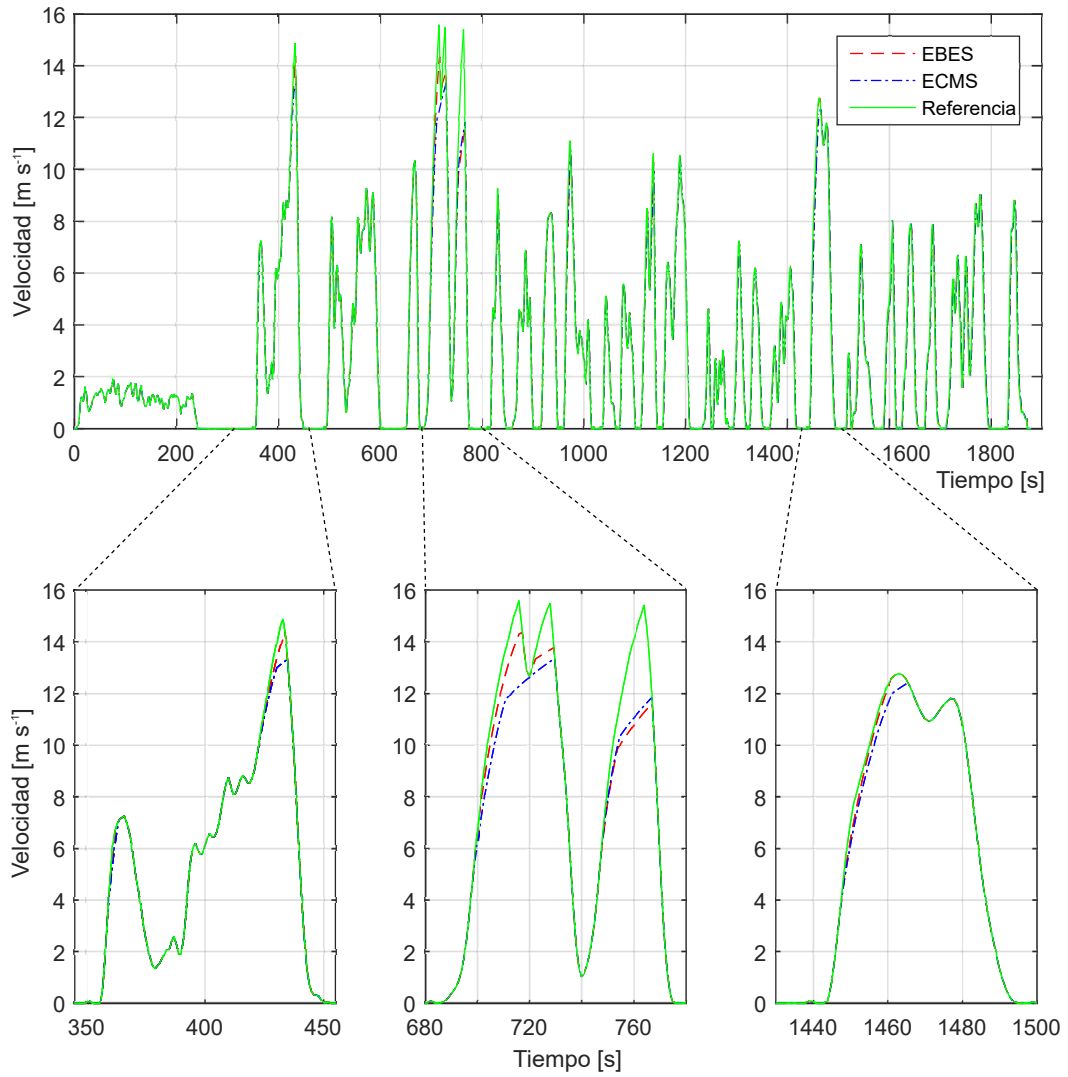


Figura 6.10: Falta de seguimiento de la velocidad de referencia en el ciclo BABC

Tabla 6.7: Desempeño de las estrategias sobre el ciclo MBC con  $m_{carga} = 0\text{ kg}$ .

Estrategia	Consumo de H <sub>2</sub> [kg (100km) <sup>-1</sup> ]	Diferencia de consumo [%]	DoNC [%]	DoRE [%]
EBES	5.01	0	2.82	91.3
ECMS	5.14	+2.6	6.15	88.9
Estrategia óptima	4.82	-3.8	1.22	92.1

Tabla 6.8: Desempeño de las estrategias sobre el ciclo MBC con  $m_{carga} = 5800\text{ kg}$ .

Estrategia	Consumo de H <sub>2</sub> [kg (100km) <sup>-1</sup> ]	Diferencia de consumo [%]	DoNC [%]	DoRE [%]
EBES	7.74	0	3.76	76.8
ECMS	7.91	+2.2	4.42	76.5
Estrategia óptima (ciclo original)	7.61	-1.7	1.31	79.2
Estrategia óptima (ciclo alcanzado por EBES)	7.42	-4.2	0	81.3

Finalmente se propone analizar la sensibilidad de las estrategias frente a variaciones de la masa total del vehículo. Tal como se mencionó anteriormente, el FCHV presentado corresponde a un autobús de transporte urbano, por lo tanto pueden ocurrir variaciones considerables de la masa carga ( $m_{carga}$ ) debido a la variación de la cantidad de pasajeros transportados. Se propone para el análisis una variación del 100 % de la masa carga. En las simulaciones anteriores se utilizó  $m_{carga} = 2400\text{ kg}$ , lo cual corresponde al promedio de los pasajeros transportados. Ahora se evaluarán los desempeños de las estrategias con  $m_{carga} = 0$  y  $m_{carga} = 5800\text{ kg}$ , lo cual se corresponde con el estado lleno y vacío del autobús. Esta variación representa un cambio de  $\pm 18\%$  en la masa total del vehículo. Cabe aclarar que la prueba de sensibilidad frente a este parámetro se hace variando la masa total del vehículo solo en el modelo de dinámica longitudinal del vehículo, lo cual calcula la potencia requerida; mientras que las estrategias se computan utilizando exactamente los mismos parámetros que en las simulaciones anteriores. Los resultados obtenidos se resumen en las Tablas 6.7 y 6.8. Como puede observarse, en ambos casos la estrategia propuesta mantiene las ventajas en términos de consumo y de cumplimiento de la demanda frente a la estrategia ECMS. La estrategia óptima por su parte presenta un menor consumo de combustible manteniendo niveles bajos de DoNC. En la Tabla 6.8 se incluye además un segundo resultado obtenido con la estrategia óptima, el cual se obtiene utilizando la velocidad alcanzada la EBES como referencia en lugar de la velocidad original del ciclo MBC. Esta prueba tiene por objetivo enfatizar el efecto que tiene en el consumo

de combustible el aumento del *DoNC*, o lo que es equivalente, un perfil de velocidad menos demandante en términos de potencia. Los resultados muestran que en éstas condiciones, la estrategia óptima satisface completamente el ciclo, y que el consumo de combustible desciende hasta  $7.42 \text{ kg}/100\text{km}$ , lo cual significa un 4.2% menos que la estrategia EBES.

Los resultados presentados en la última parte de esta sección muestran que la estrategia propuesta mantiene las ventajas ante la estrategia ECMS frente a variaciones en el perfil de velocidad y frente a variaciones en la masa total del vehículo.

A pesar de que la comparación de las estrategias fue realizada sobre dos ciclos de velocidad particulares, esta práctica es ampliamente adoptada por la literatura reportada debido a que ofrece la posibilidad de comparar los resultados. Además, los ciclos de velocidad elegidos presentan diferentes propiedades, cubriendo un rango de aceleraciones y velocidades, tal como se presentó en la tabla 4.3. Por lo tanto, es probable que la estrategia propuesta mantenga sus ventajas sobre la estrategia ECMS en otros ciclos de velocidad de características similares al MBC o BABC.

Con el objetivo de consolidar los resultados obtenidos por simulación, ambas estrategias de tiempo real, y la estrategia óptima, son implementadas y se ponen a prueba en un sistema híbrido real. En la siguiente sección se presenta la validación experimental.

## 6.5 Validación experimental

La validación experimental fue llevada a cabo en el Laboratorio de Pilas de Combustible perteneciente al Instituto de Robótica e Informática Industrial (IRI) de la Universidad Politécnica de Cataluña (UPC), en Barcelona, España. El objetivo es verificar la factibilidad de funcionamiento de la estrategia propuesta y validar los resultados obtenidos por simulación. La estación usada es un sistema híbrido integrado por una FC como fuente de energía primaria y un SC como almacenador de energía, mientras que la demanda de potencia es generada por una Fuente-Sumidero programable. Los componentes de la configuración para los ensayos se describen a continuación.

### 6.5.1 Descripción de la estación

En la Figura 6.11 se muestra la estación híbrida, la cual está integrada por los siguientes componentes: una pila de combustible Nexa™ modelo 310-0027, de tipo proton exchange membrane, de 26 VDC, 46 A y 1200 W; un módulo de supercapacitor Maxwell™ modelo BMOD0165, de doble capa eléctrica, con una capacidad de

165 F y una tensión máxima de 48 V; un convertidor DC-DC bi-direccional de tres ramas Semikron™, modelo SKS 75F B6CI 40 V12, de 75 A y 513 VDC; una Fuente-Sumidero Höcherl & Hackl GMBH™, modelo NL1V80C40, de 80 VDC, 40 A and 3200 W; y un controlador National Instruments™ modelo CompactRio 9035 con una CPU Dual-Core de 1.33 GHz una FPGA Xilinx Kintex-7 7K70T.

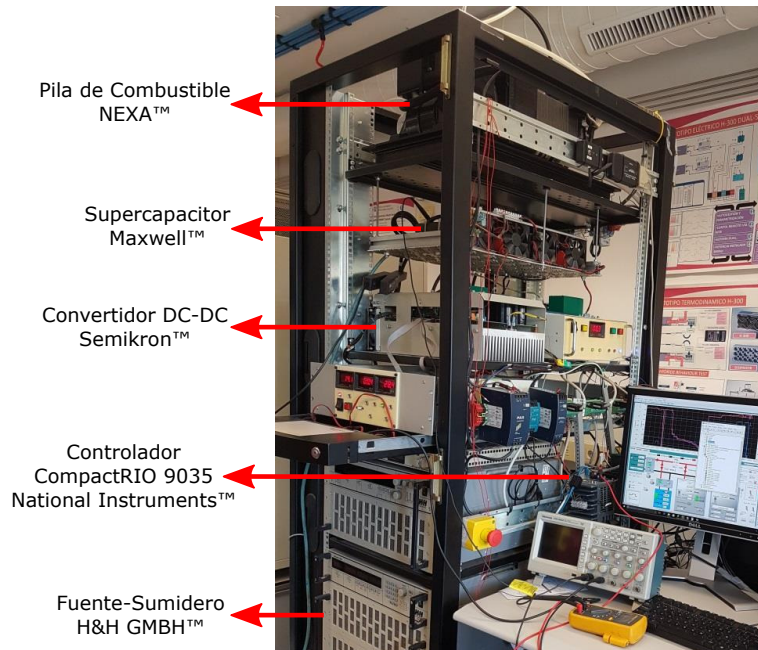


Figura 6.11: Estación híbrida utilizada para los ensayos

La Figura 6.12 muestra la configuración adoptada para los ensayos. Puede observarse que la mayor parte de los componentes del FCHV están presentes en la estación, a excepción de la máquina eléctrica y el diferencial. La potencia que la máquina eléctrica entrega o consume del DC-BUS es emulada por la Fuente-Sumidero, y su referencia de potencia está calculada por el ordenador host, donde el conductor, el diferencial y la máquina eléctrica fueron modelados utilizando LABVIEW™. La EMS también se ejecuta en el ordenador host, donde tanto la referencia de potencia para la FC como para la referencia de potencia para la Fuente-Sumidero se actualizan cada 0.1 segundos.

El tamaño de los componentes de la estación son significativamente menores que aquellos del FCHV analizado en la sección anterior. Por lo tanto, para poder reproducir el escenario de las simulaciones se requiere un escalado. En la configuración implementada la EMS y la simulación de componentes en el host se ejecutan con variables en magnitud real, mientras que las referencias enviadas a la Fuente-Sumidero y a la FC está afectadas por un factor de escala. De manera similar, las mediciones

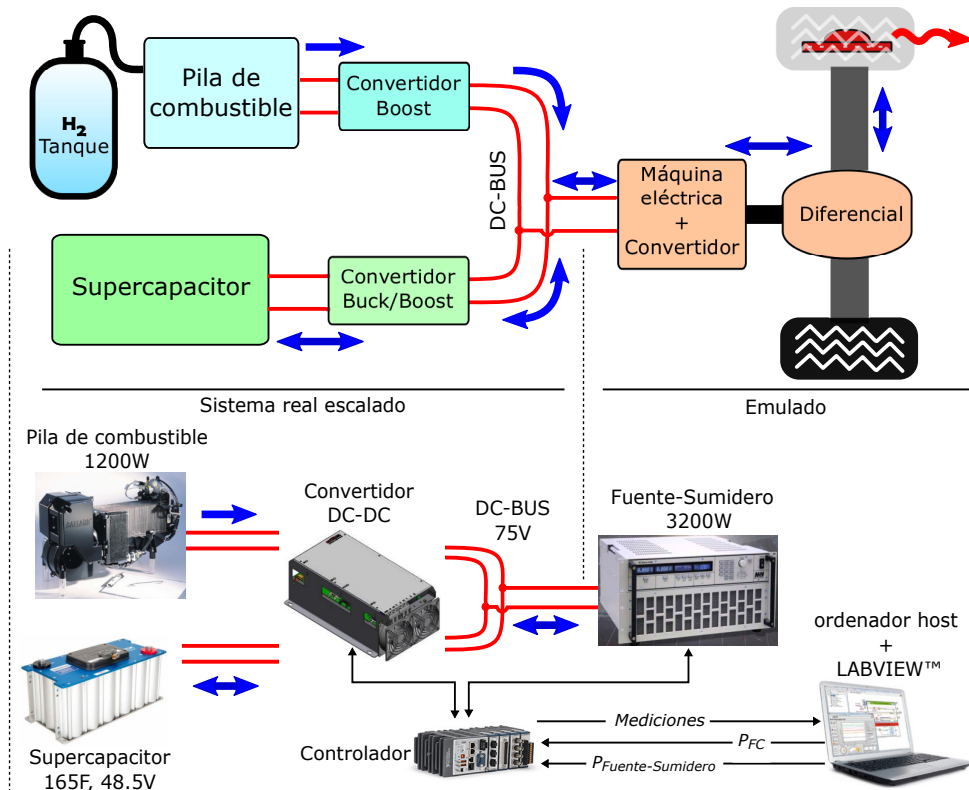


Figura 6.12: Configuración del sistema experimental

tomadas desde la estación son inversamente escalas antes de ser usadas por la EGE. Las mediciones requeridas para evaluar la EGE son la corriente y la tensión en el SC, las cuales se usan para estimar el SOE; y la corriente y la tensión en la FC, las cuales se utilizan para determinar el estado actual de potencia en la FC.

### 6.5.2 Procedimiento de escalado

En esta sección utilizaremos el término “sistema real” para referirnos al FCHV presentado, mientras que para referirnos al sistema de la estación de ensayo utilizaremos simplemente el término “estación”. El escalado desde el punto de vista energético puede afectar a las variables de potencia, de energía y al tiempo. Una potencia en el sistema real  $P_{real}$ , aplicada durante un intervalo de tiempo  $\Delta t_{real}$ , produce una variación de energía  $\Delta E_{real}$ , ésto es:

$$P_{real} \Delta t_{real} = \Delta E_{real}. \quad (6.51)$$

El mismo análisis sobre la estación conduce a,

$$P_{stn} \Delta t_{stn} = \Delta E_{stn}. \quad (6.52)$$

El factor de escala se define como la relación entre la variable en el sistema real y su correspondiente variable en la estación, ésto es:  $k_P \triangleq P_{real}/P_{stn}$ ,  $k_E \triangleq \Delta E_{real}/\Delta E_{stn}$  y  $k_t \triangleq \Delta t_{real}/\Delta t_{stn}$ , siendo  $k_P$ ,  $k_E$  y  $k_t$  los factores de escala en potencia energía y tiempo, respectivamente. Luego, realizando el cociente entre las ecuaciones 6.51 y 6.52 se obtiene la relación que deben mantener los factores de escala elegidos,

$$\frac{P_{real}}{P_{stn}} \frac{\Delta t_{real}}{\Delta t_{stn}} = \frac{\Delta E_{real}}{\Delta E_{stn}} \longleftrightarrow k_P k_t = k_E. \quad (6.53)$$

En primer lugar se analiza cual es escalado requerido en potencia, conforme a las características de los componentes de la estación y del sistema real. Para ello, se debe determinar cual es la máxima potencia permitida en cada componente de la estación y su correspondiente máxima potencia para el mismo componente en el sistema real. Luego, entre todos los  $k_P$  que surgen de analizar cada componente, el mayor de ellos es el que condiciona el escalado en potencia. En este caso, la FC es la que presenta el mayor  $k_P$ . Específicamente, la relación entre la máxima potencia de FC en el sistema real y la estación es  $40 = 48000 W / 1200 W$ . Luego, respecto del escalado en energía, la capacidad energética del SC en el sistema real, desde  $SOE = 0.25$  hasta  $SOE = 1$ , es de 1648 kJ; mientras que en la estación, en e mismo rango de  $SOE$ , es de 78 kJ. Esto indica que el factor de escala en energía es 21. Utilizando estos factores de escala, es decir 40 en potencia y 21 en energía, el factor de escala en tiempo, conforme a la ecuación 6.53, sería 0.52. Esto implicaría que los ensayos experimentales tengan una duración de aproximadamente el doble que la duración de los ciclos de velocidad utilizados. Una alternativa para evitar ésto es aumentar el factor de escala en energía. Para ello, se debe subutilizar el SC de la estación, es decir operarlo un un rango de  $SOE$  menor al del sistema real. Finalmente, se decide que la duración de los ensayos experimentales sea la misma que la de los ciclos de velocidad, es decir  $k_t = 1$ , y por lo tanto existe un único factor de escala, que se aplica tanto a las variables de potencia como a las de energía, y se lo denomina  $k_{sca}$ . Se adopta  $k_{sca} = 50$ , y de esta manera la FC en la estación operará con una potencia máxima permitida de 960 W, levemente inferior a su potencia máxima. Este factor de escala aplicado a la variable de energía implica que el SC de la estación se utilizará en un 40% de su capacidad máxima.

Luego, se determina el rango de tensión en el cual va a operar el SC en la estación. La máxima tensión es 48.5 V, la cual corresponde al SC totalmente cargado. El SC será operado entre dos valores de tensión de circuito abierto, denominados  $U_{SC,stn}^{max}$  y  $U_{SC,stn}^{min}$ , las cuales deben estar por debajo de 48.5 V, y además deben cumplir con la restricción energética del escalado dada por la siguiente expresión:

$$0.5 C_{SC,stn} (U_{SC,stn}^{max}{}^2 - U_{SC,stn}^{min}{}^2) k_{sca} = E_{SC,0} (SOE_{max} - SOE_{min}), \quad (6.54)$$

donde  $C_{SC, stn}$  es la capacidad del SC de la estación, y los parámetros del lado derecho de la ecuación corresponden al sistema real. Esta expresión establece que la máxima energía almacenada en el sistema real tiene que ser  $k_{sca}$  veces la energía máxima almacenada en la estación. En este caso fueron elegidos  $U_{SC, stn}^{max} = 46$  V y  $U_{SC, stn}^{min} = 41.5$  V.

### 6.5.3 Resultados experimentales

Las tres estrategias previamente analizadas por simulación fueron implementadas en la estación y ensayadas para los perfiles de velocidad MBC y BABC. La Figura 6.13 muestra segmentos del ensayo en el ciclo MBC, donde se incluyen la evolución de las principales variables obtenidas experimentalmente y por simulación. Como puede observarse en la Figura 6.13-(a), no se observan diferencias apreciables en la velocidad entre la simulación y el ensayo real. Por otro lado, se observan algunas diferencias en la evolución del *SOE*, lo cual produce pequeñas diferencias en la potencia entregada por la FC. Por su parte, La Figura 6.13-(c) muestra el flujo de potencia en el SC. Cabe destacar la proximidad de los resultados experimentales y de simulación en esta variable dado que en el modelo utilizado para las simulaciones, la potencia entregada por los SC se calcula a partir de un balance de potencia en el DC-BUS, mientras que en la estación ésta es el resultado de dos controladores de tipo PI puestos en cascada y ajustados para mantener estable la tensión del DC-BUS.

Con respecto al consumo de  $H_2$  en los ensayos, éste se calcula a partir de la corriente de stack. Sabiendo que la electricidad generada en la FC proviene de una reacción electroquímica del hidrógeno, y dado que el hidrógeno liberado en las purgas es despreciable [35], el consumo instantáneo de hidrógeno puede ser determinado con una precisión aceptable a partir de la corriente de stack. Por otro lado, en los ensayos al igual que en la simulación, la diferencia entre el *SOE* inicial y final es compensada como se explicó previamente. Respecto a la estequiometría de los gases suministrados, ésta es controlada por los controladores de la FC. Durante los ensayos se observó que la estequiometría de aire varía entre 6 y 2 cuando la potencia bruta de la FC varía de 200 to 1250W respectivamente. Respecto de la estequiometría del hidrógeno, ésta se encuentra cercana a 1 debido a que aproximadamente todo el hidrógeno suministrado reacciona, y solo una pequeña porción liberada en las purgas no interviene en la reacción.

Por otro lado, la estrategia óptima puede ser implementada en tiempo real dado que el ciclo de velocidad es conocido antes de realizar el ensayo. A partir de los resultados obtenidos con Programación Dinámica hay dos maneras de obtener la entrada de control óptima. Una de ellas consiste en calcular fuera de línea la secuencia de entradas

de control para cada instante de tiempo durante todo perfil de velocidad. Ésta es la manera más simple y la menos costosa desde el punto de vista del cómputo en tiempo real. Notar que en este caso la acción de control en cada instante depende solamente del tiempo. Esta forma de implementar la estrategia óptima funcionaría correctamente si el modelo utilizado para generarla predice exactamente la evolución del sistema real, lo cual, como se mostró en la Figura 6.13, no sucede. La segunda forma de obtener la entrada de control óptima a partir de los resultados de Programación Dinámica es utilizando en cada instante de tiempo las variables de estado como información. Específicamente, la entrada de control ahora se obtiene por interpolación en una matriz que contiene la entrada de control óptima, la cual está indexada por las variables de

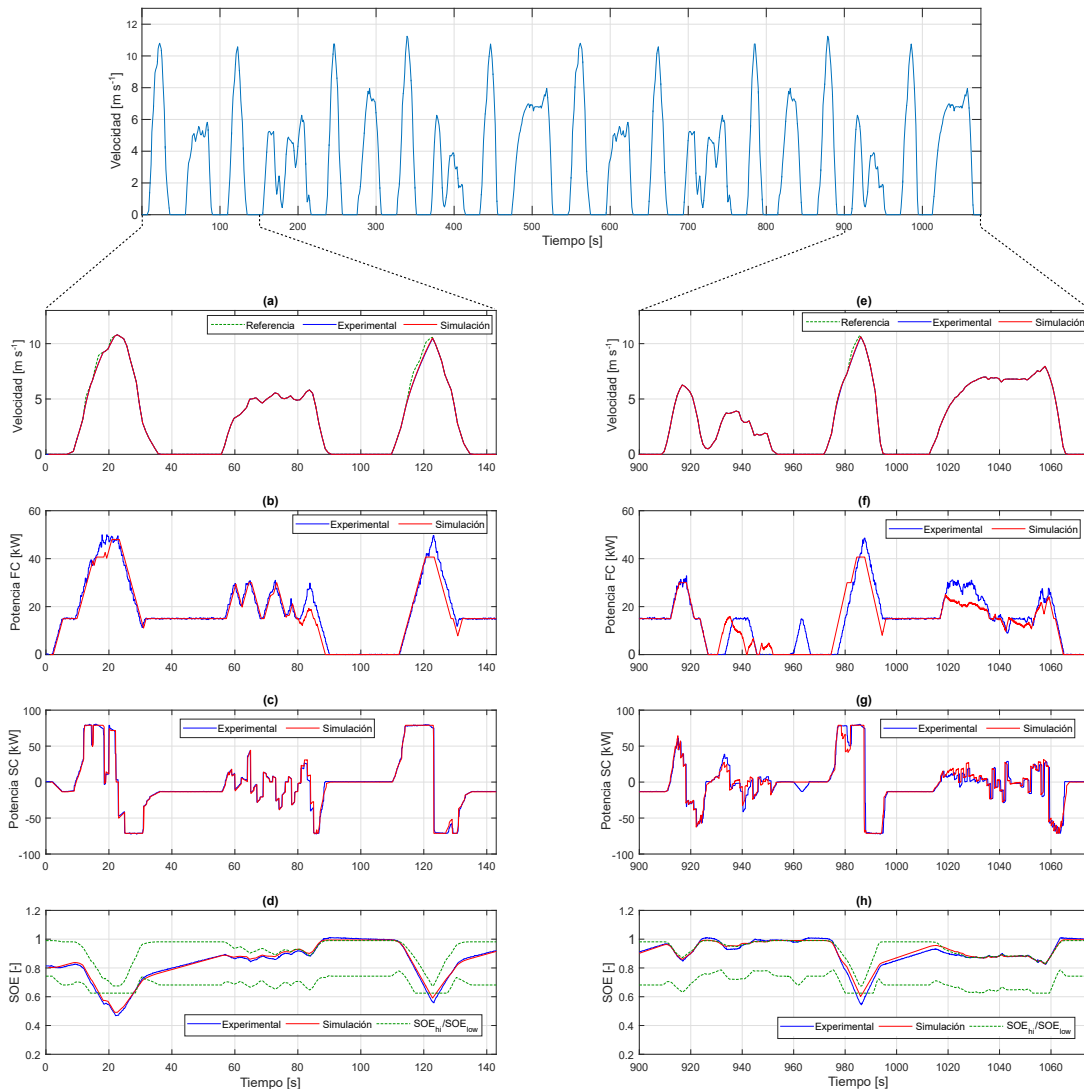


Figura 6.13: Resultados experimentales y de simulación sobre el ciclo MBC usando la estrategia EBES

Tabla 6.9: Desempeño de las estrategias sobre MBC, resultados experimentales y de simulaciones

Estrategia		Consumo de H <sub>2</sub> [kg (100km) <sup>-1</sup> ]	DoNC [%]
EBES	<b>experimental</b>	6.62	5.72
	simulación	6.34	3.65
ECMS	<b>experimental</b>	6.72	6.57
	simulación	6.47	4.55
Estrategia óptima	<b>experimental</b>	6.45	1.89
	simulación	6.19	1.73

Tabla 6.10: Desempeño de las estrategias sobre BABC, resultados experimentales y de simulaciones

Estrategia		Consumo de H <sub>2</sub> [kg (100km) <sup>-1</sup> ]	DoNC [%]
EBES	<b>experimental</b>	6.37	9.42
	simulación	6.18	7.75
ECMS	<b>experimental</b>	6.36	17.2
	simulación	6.14	14.3
Estrategia óptima	<b>experimental</b>	6.19	9.96
	simulación	5.93	7.35

estado del sistema y por el tiempo. Esta matriz, tal como se explicó en el Capítulo 5 se calcula fuera de línea con Programación Dinámica. De esta forma la entrada de control depende de los estados del sistema, los cuales se miden directamente de la estación.

Las Tablas 6.9 y 6.10 muestran los resultados obtenidos en los ensayos. Con el objetivo de facilitar la comparación, se incluyen en estas tablas los resultados obtenidos por simulación. Como puede verse, en todos los casos el consumo de combustible obtenido en los ensayos está levemente por encima de los valores obtenidos con las simulaciones. El cumplimiento de la demanda de potencia indicado por el *DoNC* también muestra un incremento en los experimentos comparado con la simulaciones. A pesar de estas diferencias, los resultados experimentales confirman las ventajas de la estrategia EBES sobre la ECMS observadas en las simulaciones. Por otro lado, la implementación de la estrategia óptima con retroalimentación de estados parece ofrecer buenos resultados pesar de la utilización de un modelo de bajo orden del FCHV en Programación Dinámica.

Existen dos factores que contribuyen a las diferencias observadas entre los resultados experimentales y la simulaciones. El primero, y el más importante en términos de

consumo de combustible, es la eficiencia de la FC. En las simulaciones, la eficiencia consideradas para la FC está levemente por encima de la eficiencia alcanzada en los ensayos. Este aspecto se encuentra fuertemente asociado a la temperatura de stack, la cual es controlada internamente por la FC. Los frecuentes períodos de reposo del vehículo durante el ciclo conducen a que la pila opere la mayor parte del tiempo en potencias relativamente bajas, y en consecuencia no se alcanza la temperatura de stack adecuada, lo cual contribuye a una pérdida de eficiencia. En segundo lugar se observó que la eficiencia de los convertidores DC-DC en la estación varían entre el 85 y el 95% (el valor inferior de rendimiento corresponde a bajas potencias), mientras que para las simulaciones la eficiencia considerada para estos componentes fue constante y del 95%.

Los resultados experimentales presentados en esta sección han mostrado la factibilidad de implementación de la estrategia propuesta, la proximidad de los resultados experimentales y las simulaciones, y las mejoras logradas con la estrategia EBES sobre la ECMS.

## 6.6 Conclusiones y discusiones

La contribución de este capítulo se centra en la gestión energética en plataformas híbridas integradas por FC y SC con restricciones de estado frecuentemente activas en operación, lo cual afecta sensiblemente las prestaciones del vehículo. La estrategia propuesta muestra ventajas en términos de consumo de combustible y cumplimiento de la demanda de potencia comparada con la estrategia ECMS. Los resultados presentados también muestran que el consumo de combustible está directamente asociado con la energía disipada en los frenos de fricción, es decir, aquella energía que no pudo ser almacenada en el SC debido a la activación de restricciones. Esto explica que la estrategia ECMS, que básicamente resuelve un problema de optimización local sin consideración alguna respecto de la demanda energética en un horizonte de tiempo cercano, presenta, en primer lugar, una considerable menor satisfacción de la demanda de potencia, y en segundo lugar un mayor consumo de  $H_2$ . La estrategia propuesta, utilizando una estimación de la demanda energética, logra reducir situaciones con restricción activa, y por lo tanto, aumenta la satisfacción de la demanda y se reduce el consumo de combustible. Por otro lado, las simulaciones frente a variaciones en el perfil de velocidad y frente a variaciones en la masa del vehículo muestran que la estrategia propuesta mantiene las ventajas sobre la estrategia ECMS. Respecto al esfuerzo de cómputo de las EGE, la EBES realiza operaciones matemáticas simples, lo cual ofrece una ventaja en términos de aplicaciones sobre sistemas en tiempo real.

Finalmente, los ensayos en la estación experimental confirmaron la factibilidad de la estrategia propuesta; la validez de la utilización de modelos cuasiestáticos para realizar las simulaciones; y las ventajas de la estrategia EBES sobre la ECMS.



# Capítulo 7

## Conclusiones

En la primera parte de este capítulo se presentan las conclusiones generales de la tesis y la prospectiva asociada de los sistemas de propulsión híbridos eléctricos. En la segunda parte se detallan posibles trabajos de investigación a futuro relacionados con el tema abordado en la tesis. Conclusiones específicas sobre cada uno de los capítulos fueron presentadas al final de cada uno de ellos.

### 7.1 Conclusiones generales y prospectiva

A lo largo de la tesis se han tratado diferentes aspectos del diseño de las plataformas híbridas eléctricas, entre los que se incluye la arquitectura, el dimensionamiento de componentes y la gestión energética, y se ha mostrado cómo éstos afectan, en mayor o menor medida, las prestaciones ofrecidas por dichas plataformas. En este contexto, cada contribución realizada representa un aporte al propósito general planteado en la introducción. El mismo consiste en mejorar las prestaciones y los costos asociados a las plataformas híbridas eléctricas con el objetivo de lograr una inserción masiva en el transporte terrestre en reemplazo de las plataformas convencionales que sólo utilizan MCI.

Respecto de los VHEs propulsados con MCI y batería, se introdujo el concepto de *costo total de operación*, el cual permitió abordar tanto el dimensionamiento óptimo de los componentes, como la gestión energética en línea, considerando de manera explícita el consumo de combustible y el costo asociado a la degradación de la batería. En esta plataforma se trabajó además sobre la implementación de la estrategia de gestión energética óptima, calculada fuera de línea vía Programación Dinámica. Los resultados obtenidos en comparación con la estrategia en línea mostraron que los márgenes para mejorar las prestaciones a través de la gestión energética, aún en un escenario multi-objetivo como el planteado, son ciertamente reducidos para este tipo de plataformas.

En vista de estos resultados, y de la literatura consultada para abordar el tema, se concluye que los trabajos de optimización aplicados sobre este tipo de plataformas han alcanzado resultados muy próximos al límite dado por la solución óptima. Por lo tanto, futuros trabajos de investigación en este sentido deberían ser dirigidos a escenarios multi-objetivos en presencia de restricciones asociadas a variables de estado, donde la gestión energética y el dimensionamiento de los componentes plantean un problema de optimización aún con márgenes para mejorar respecto de la solución óptima.

En el Capítulo 5 se propuso una arquitectura reconfigurable con embragues. El diseño presentado constituye una potencial alternativa dado que en los resultados obtenidos por simulación se observaron mejoras en comparación con la plataforma del Toyota Prius, la cual fue usada como referencia. Durante las simulaciones en condiciones reales de velocidad se utilizó la estrategia óptima para realizar la gestión energética, la cual fue hallada fuera de línea utilizando Programación Dinámica. Por su característica reconfigurable, el problema de optimización asociado a la gestión energética presentaba en este caso múltiples variables de estado y múltiples entradas de control, y la particularidad de la dependencia entre algunas entradas de control. Frente a este escenario, se presentaron las directrices para abordar tanto el modelado de la plataforma, como así también para encontrar la estrategia de gestión energética óptima vía Programación Dinámica. Se observó que la implementación algorítmica vectorial (o matricial) de este método es la única alternativa viable en vista de los tiempos de cómputo requeridos. El algoritmo en pseudo-código proporcionado para la implementación vectorizada constituye una herramienta de utilidad tanto para el caso de sistemas reconfigurables, como así también para arquitecturas con una configuración única. Las arquitecturas reconfigurables representan en la actualidad una potencial alternativa en la que algunos fabricantes de automóviles han decidido trabajar en los últimos años, y en consecuencia existe la necesidad de generar nuevos desarrollos en sus diferentes niveles de diseño para lograr mejorar sus prestaciones.

Por último, en el Capítulo 6 se trabajó sobre plataformas híbridas propulsadas por pila de combustible y supercapacitores. Específicamente se propuso una nueva estrategia de gestión energética de tiempo real que, en base a una estimación de la demanda de potencia en un horizonte cercano, permite mejorar las prestaciones de la plataforma. Se compararon los resultados con una de las estrategias más reconocidas de la literatura y se observaron mejoras respecto a la disponibilidad de potencia y al consumo de combustible. Desde el punto de vista del problema de optimización, la presencia de restricción que dependen de variables de estado es lo que proporciona un escenario desafiante para la gestión energética. Dichas restricciones están asociadas a limitaciones físicas de los componentes, y éstas a su vez dependen directamente del tamaño de los mismos. En este contexto, la reducción de tamaño de los componentes

del sistema de propulsión, lo cual es ciertamente deseado si se lo asocia con los costos de adquisición de estas plataformas, potencia aún más la necesidad de estrategias de gestión energética con buen desempeño en presencia de restricciones de estado. Por tal motivo, la contribución realizada desde la gestión energética en este tipo de plataformas puede ser vista tanto como una mejora en las prestaciones de una plataforma dada, pero también como la posibilidad de reducir el tamaño de los componentes conservando las prestaciones de consumo y disponibilidad de potencia. Las plataformas híbridas con pila de combustible representan actualmente una de las alternativas de mayor potencial, pero aún resta trabajar en múltiples aspectos para lograr que las mismas ofrezcan prestaciones superiores a las plataformas con MCI, y con un costo razonable. Desde el diseño de las mismas, incluyendo la elección de su topología, el dimensionamiento de sus componentes, y la gestión energética se pueden lograr beneficios en la reducción de costos, manteniendo las prestaciones.

## 7.2 Trabajos futuros

Junto con la finalización de este trabajo de tesis surgieron nuevos temas sobre los cuales se proyecta trabajar a futuro. Los mismos están orientados a sistemas de propulsión híbridos para aplicaciones vehiculares con restricciones de estado activas. Específicamente se pretende abordar el diseño y la gestión energética de dichas plataformas con el propósito de reducir el costo y aumentar la vida útil de las mismas, conservando (o mejorando) las prestaciones en términos de potencia y eficiencia energética. En este contexto se propone trabajar sobre i) nuevas topologías/arquitecturas con la incorporación de sistemas de almacenamiento híbrido (por ej. batería y/o supercapacitor y/o volante de inercia); ii) una metodología de dimensionamiento sobre la base de la formulación de un problema de optimización global multipropósito con restricciones; y iii) nuevas estrategias de gestión de energía basadas en técnicas de optimización y en la predicción de la demanda energética.



# Anexo A

## Cálculo variacional

### A.1 Introducción al cálculo variacional

En esta sección serán introducidos los conceptos básicos del cálculo variacional sobre los que se basan luego las ecuaciones que proveen condiciones necesarias de optimalidad en un problema de optimización global. Los pasajes matemáticos son presentados en forma resumida siguiendo el desarrollo presentado en [43].

En un problema de optimización, donde el costo está dado por una función, el cálculo diferencial nos provee herramientas que nos permiten encontrar el *punto* en su dominio que minimiza dicha función costo. De manera similar, en el caso en que el costo está dado por un funcional, el cálculo variacional (o cálculo de variaciones) es quien provee tales herramientas para encontrar una solución.

Consideremos un funcional en forma genérica dado por la siguiente expresión:

$$\mathcal{J}(\mathbf{x}) = \int_{t_0}^{t_f} f(\mathbf{x}(t)) dt, \quad (\text{A.1})$$

donde  $\mathbf{x}$  y  $f$  son funciones definidas en el intervalo  $[t_0; t_f]$ . Luego, el incremento de un funcional se define como:

$$\Delta\mathcal{J}(\mathbf{x}, \delta\mathbf{x}) = \mathcal{J}(\mathbf{x} + \delta\mathbf{x}) - \mathcal{J}(\mathbf{x}), \quad (\text{A.2})$$

donde  $\delta\mathbf{x}$  es una variación de la función  $\mathbf{x}$ . Siguiendo un razonamiento similar al del cálculo diferencial, lo que allí se conoce como el *diferencial* de una función, en el cálculo variacional es la *variación* de un funcional. Formalmente este concepto se introduce a partir del *incremento* de un funcional. Expresando este último de la siguiente manera:

$$\Delta\mathcal{J}(\mathbf{x}, \delta\mathbf{x}) = \delta\mathcal{J}(\mathbf{x}, \delta\mathbf{x}) + g(\mathbf{x}, \delta\mathbf{x})\|\delta\mathbf{x}\|, \quad (\text{A.3})$$

donde  $\delta\mathcal{J}(\mathbf{x}, \delta\mathbf{x})$  es lineal en  $\delta\mathbf{x}$ . Luego, si se cumple que:

$$\lim_{\|\delta\mathbf{x}\| \rightarrow 0} g(\mathbf{x}, \delta\mathbf{x}) = 0, \quad (\text{A.4})$$

entonces se dice que  $\mathcal{J}$  es diferenciable en  $\mathbf{x}$ , y  $\delta\mathcal{J}$  es la variación de  $\mathcal{J}$  evaluada en la función  $\mathbf{x}$ . La *variación* debe interpretarse como una aproximación lineal del *incremento* de un funcional, es decir una aproximación a la diferencia producida en un funcional por dos funciones  $\mathbf{x}$  distintas "ceranas". Cuando la diferencia entre ambas funciones se reduce, esto es  $\|\delta\mathbf{x}\| \rightarrow 0$ , entonces la variación es una buena aproximación del incremento. Su análogo en el cálculo diferencial es inmediato, es decir, el diferencial de una función es una aproximación lineal de la diferencia de dicha función evaluada en dos puntos cercanos.

Por otro lado, es necesario introducir formalmente los conceptos de *máximos* y *mínimos* de un funcional. Se dice que un funcional  $\mathcal{J}$  con dominio  $\Omega$  tiene un extremo relativo en  $\mathbf{x}^*$  si existe un  $\varepsilon > 0$  tal que el incremento de  $\mathcal{J}$  no cambia de signo para todo  $\mathbf{x}$  que cumpla con  $\|\mathbf{x}^* - \mathbf{x}\| \leq \varepsilon$ . Luego, si:

$$\Delta\mathcal{J} = \mathcal{J}(\mathbf{x}) - \mathcal{J}(\mathbf{x}^*) \geq 0, \quad (\text{A.5})$$

$\mathcal{J}(\mathbf{x}^*)$  es mínimo relativo, y por el contrario si:

$$\Delta\mathcal{J} = \mathcal{J}(\mathbf{x}) - \mathcal{J}(\mathbf{x}^*) \leq 0, \quad (\text{A.6})$$

$\mathcal{J}(\mathbf{x}^*)$  es máximo relativo. Ahora, si estas dos desigualdades se mantienen para un  $\varepsilon$  arbitrariamente grande, entonces  $\mathcal{J}(\mathbf{x}^*)$  es un mínimo (o máximo) absoluto, y  $\mathbf{x}^*$  es el extremo del funcional.

Hasta aquí hemos introducido los conceptos básicos que nos permitirán enunciar el teorema fundamental del cálculo variacional. Este teorema tiene su paralelo directo en el cálculo diferencial, dado que para encontrar los extremos de una una función se analizan por los puntos donde se hace nulo el diferencial, lo cual provee condiciones necesarias (excepto en el caso de problemas con extremos en los límites de un dominio cerrado). Para el cálculo variacional, dicha condiciones equivale a que en una curva extrema la *variación* debe ser cero. Notar que ahora nos referimos a *curva* en vez de punto, dado que el argumento de un funcional es una secuencia de puntos (o trayectoria). Que la variación del funcional sea cero nos provee condición necesaria para encontrar un extremo, siempre que no haya límites impuestos sobre la curva.

Formalmente, dada una función  $\mathbf{x}$  del tiempo y un funcional  $\mathcal{J}(\mathbf{x})$  diferenciable en  $\mathbf{x}$ , y asumiendo además que  $\mathbf{x}$  no está acotada, el teorema fundamental del cálculo variacional establece que si  $\mathbf{x}^*$  es un extremo de  $\mathcal{J}(\mathbf{x})$ , entonces la variación de  $\mathcal{J}$

debe ser cero en  $\mathbf{x}^*$ , es decir:

$$\delta \mathcal{J}(\mathbf{x}^*, \delta \mathbf{x}) = 0 \quad \forall \delta \mathbf{x}. \quad (\text{A.7})$$

## A.2 Ecuación de Euler

En esta sección aplicaremos el teorema fundamental del cálculo variacional para deducir una ecuaciones diferencial, denominada ecuación de Euler, que nos brinda condiciones necesarias de optimalidad en un problema de optimización global.

Se desea encontrar la función  $x^*$ , con derivada primera continua, tal que el funcional,

$$\mathcal{J}(x) = \int_{t_0}^{t_f} g(x(t), \dot{x}(t), t) dt, \quad (\text{A.8})$$

tenga un extremo relativo en  $x^*$ . Nos interesa el caso particular en que el tiempo inicial  $t_0$  y final  $t_f$  son fijos y conocidos. El primer paso es escribir el incremento de  $\mathcal{J}$ , para luego extraer su variación. Esto es:

$$\Delta \mathcal{J}(x, \delta x) = \int_{t_0}^{t_f} g(x(t) + \delta x(t), \dot{x}(t) + \delta \dot{x}(t), t) dt - \int_{t_0}^{t_f} g(x(t), \dot{x}(t), t) dt. \quad (\text{A.9})$$

Expandiendo el integrando de la primera integral en serie de Taylor alrededor del punto  $x(t)$ ,  $\dot{x}(t)$ , y luego combinando las integrales, y obtiene,

$$\begin{aligned} \Delta \mathcal{J}(x, \delta x) = & \int_{t_0}^{t_f} \left\{ \left[ g(x(t), \dot{x}(t), t) + \frac{\partial g}{\partial x}(x(t), \dot{x}(t), t) \delta x(t) + \frac{\partial g}{\partial \dot{x}}(x(t), \dot{x}(t), t) \delta \dot{x}(t) \right. \right. \\ & + \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial^2 g}{\partial x^2}(x(t), \dot{x}(t), t) \delta x(t)^2 + 2 \frac{\partial^2 g}{\partial x \partial \dot{x}}(x(t), \dot{x}(t), t) \delta x(t) \delta \dot{x}(t) + \frac{\partial^2 g}{\partial \dot{x}^2}(x(t), \dot{x}(t), t) \delta \dot{x}(t)^2 \right. \\ & \left. \left. + \text{Term. orden sup.} \right] - g(x(t), \dot{x}(t), t) \right\} dt. \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Extrayendo de esta expresión los términos lineales en  $\delta x$  y  $\delta \dot{x}$  se obtiene la variación de  $\mathcal{J}$ :

$$\delta \mathcal{J}(x, \delta x) = \int_{t_0}^{t_f} \left\{ \frac{\partial g}{\partial x}(x(t), \dot{x}(t), t) \delta x(t) + \frac{\partial g}{\partial \dot{x}}(x(t), \dot{x}(t), t) \delta \dot{x}(t) \right\} dt. \quad (\text{A.11})$$

Dado que la función  $\delta \dot{x}$  queda determinada por la función  $\delta x$ , entonces la expresión anterior puede trabajarse para expresar todo en función de  $\delta x$ . Integrando por partes el

segundo miembro del integrando en la ecuación anterior se obtiene,

$$\begin{aligned} \delta \mathcal{J}(x, \delta x) &= \frac{\partial g}{\partial \dot{x}}(x(t), \dot{x}(t), t) \delta x(t) \Big|_{t_f}^{t_0} \\ &+ \int_{t_0}^{t_f} \left\{ \frac{\partial g}{\partial x}(x(t), \dot{x}(t), t) \delta x(t) - \frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial g}{\partial \dot{x}}(x(t), \dot{x}(t), t) \right] \delta x(t) \right\} dt. \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

Asumiendo que  $x(t_i)$  y  $x(t_f)$  son fijos y conocidos (luego será eliminada ésta restricción), entonces  $\delta x(t_i) = 0$  y  $\delta x(t_f) = 0$ , y por lo tanto el primer término del lado derecho es nulo. Ahora, para que la curva  $x^*$  sea un extremo, entonces, de acuerdo con el teorema fundamental, es condición necesaria que sea nula la variación, ésto es,

$$\delta \mathcal{J}(x^*, \delta x) = 0 = \int_{t_0}^{t_f} \left[ \frac{\partial g}{\partial x}(x^*(t), \dot{x}^*(t), t) - \frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial g}{\partial \dot{x}}(x^*(t), \dot{x}^*(t), t) \right] \right] \delta x(t) dt. \quad (\text{A.13})$$

Puede verse que el integrando de esta ecuación está formado por un producto de dos funciones. Una de ellas es  $\delta x$ , la cual, por definición vale cero en los extremos de integración, pero puede tomar valores distintos de cero en el intervalo  $(t_0, t_f)$ . Por lo tanto, la una condición suficiente para garantizar la nulidad de la variación de  $J$  es la siguiente,

$$\frac{\partial g}{\partial x}(x^*(t), \dot{x}^*(t), t) - \frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial g}{\partial \dot{x}}(x^*(t), \dot{x}^*(t), t) \right] = 0. \quad (\text{A.14})$$

Esta expresión se conoce como *ecuación de Euler*. Puede verse que esta ecuación es una ecuación diferencial de segundo orden, y que en su caso más general, puede ser no lineal y a coeficientes variantes en el tiempo. La solución analítica de este tipo de ecuaciones es en la mayoría de los casos impracticable, lo cual implica el uso de integración numérica encontrar una solución. Este camino también presenta cierta dificultad dado que las condiciones de borde utilizadas,  $x(t_0)$  y  $x(t_f)$ .

Por último, un caso más general de la ecuación de Euler, se obtiene considerando libre el extremo de la función  $x(t)$  en  $t_f$ . Esto implica que  $\delta x(t_f)$  ahora no es necesariamente cero. Volviendo a la ecuación A.12, puede demostrarse que la condición que debe cumplir  $x^*(t)$  para ser un extremo de  $J$  está dada por A.14, pero ahora la condición de borde  $x^*(t_f) = x_f$  se reemplaza por:

$$\frac{\partial g}{\partial \dot{x}}(x^*(t), \dot{x}^*(t), t) = 0 \quad (\text{A.15})$$

Hasta aquí hemos presentado un caso particulares de la ecuación de Euler. La versión más generales contempla la posibilidad de que  $t_f$  sea libre, y casos en los que

---

el funcional está dado por más de una función independiente. Por último, cabe resaltar que la ecuación de Euler provee condiciones necesarias de optimalidad.



# Referencias

- [1] A123-Systems (2017). Datasheet Specs A123 Lithium Ion Cylindrical Cell ANR26650. Available from <http://www.a123systems.com/lithium-ion-cells-26650-cylindrical-cell.htm>.
- [2] Acuña, M., Bonell, E., Junco, S., and Nigro, N. (2003). Control-oriented simulation of a turbocharged diesel engine through bond graph modeling. In *Modeling, Analysis and Control Symposium at CESA–2003*.
- [3] Alternative Fuels Data Center, E. E. and Renewable Energy, U.S. Department of Energy, A. f. h. (2015a). Light-duty afv, hev, and diesel model offerings, by fuel type. Technical report.
- [4] Alternative Fuels Data Center, E. E. and Renewable Energy, U.S. Department of Energy, A. f. h. (2015b). U.s. hev sales by model. Technical report.
- [5] Alternative Fuels Data Center, Energy Efficiency and Renewable Energy, U.S. Department of Energy (2014). Clean cities alternative fuel and advanced vehicle inventory. Technical report.
- [6] Argonne’s Vehicle Modeling Simulation and Control Group (2016). Autonomie. Datasheet Specs A123 Lithium Ion Prismatic Cell AMP20M1HD-A. Available from <http://www.autonomie.net/index.html>.
- [7] Barlow, T. J., Latham, S., McCrae, I., and Boulter, P. (2009). A reference book of driving cycles for use in the measurement of road vehicle emissions. *TRL Published Project Report*.
- [8] Bayindir, K. Ç., Gözüküçük, M. A., and Teke, A. (2011). A comprehensive overview of hybrid electric vehicle: Powertrain configurations, powertrain control techniques and electronic control units. *Energy Conversion and Management*, 52(2):1305–1313.
- [9] Borup, R., Meyers, J., Pivovar, B., Kim, Y. S., Mukundan, R., Garland, N., Myers, D., Wilson, M., Garzon, F., Wood, D., et al. (2007). Scientific aspects of polymer electrolyte fuel cell durability and degradation. *Chemical reviews*, 107(10):3904–3951.
- [10] Burress, T. A., Campbell, S. L., Coomer, C., Ayers, C. W., Wereszczak, A. A., Cunningham, J. P., Marlino, L. D., Seiber, L. E., and Lin, H.-T. (2011). Evaluation of the 2010 toyota prius hybrid synergy drive system. Technical report, Oak Ridge National Laboratory (ORNL); Power Electronics and Electric Machinery Research Facility.

- [11] Cabello, J. M., Bru, E., Roboam, X., Lacressonniere, F., and Junco, S. (2015). Battery dynamic model improvement with parameters estimation and experimental validation. *IMAACA*.
- [12] Carignano, M. G., Adorno, R., Van Dijk, N., Nieberding, N., Nigro, N. M., and Orbaiz, P. (2016a). Assessment of energy management strategies for a hybrid electric bus. In *International Conference on Engineering Optimization, EngOpt 2016. Iguassu Falls, Brazil*.
- [13] Carignano, M. G., Cabello, J. M., and Junco, S. (2014). Sizing and performance analysis of battery pack in electric vehicles. In IEEE, editor, *Biennial Congress of Argentina (ARGENCON), 2014 IEEE*, pages 240–244.
- [14] Carignano, M. G., Feroldi, D., Nigro, N. M., and Costa-Castelló, R. (2016b). MPC como estrategia de gestión energética para un vehículo híbrido eléctrico. In *XXXVII Jornadas de Automática*, pages 316–323. Comité Español de Automática (CEA-IFAC).
- [15] Carignano, M. G., Nigro, N. M., and Junco, S. (2015). Hybridization effect on fuel consumption and optimal sizing of components for hybrid electric vehicles. In *Integrated Modeling and Analysis in Applied Control and Automation (IMAACA), 2015 I3M*, pages 48–54, Bergeggi, Italy.
- [16] Carignano, M. G., Nigro, N. M., and Junco, S. (2016c). HEVs with reconfigurable architecture: a novel design and optimal energy management. In *Integrated Modeling and Analysis in Applied Control and Automation (IMAACA), 2016 I3M*, pages 59–67, Larnaca, Cyprus.
- [17] Cuddy, M. R. and Wipke, K. B. (1997). Analysis of the fuel economy benefit of drivetrain hybridization. Technical report, SAE Technical Paper.
- [18] Dudézert, C., Reynier, Y., Duffault, J.-M., and Franger, S. (2016). Fatigue damage approach applied to li-ion batteries ageing characterization. *Materials Science and Engineering: B*, 213:177–189.
- [19] Efficiency, E. and Energy, R. (2011). Evaluation of the 2010 toyota prius hybrid synergy drive system.
- [20] Elbert, P., Ebbesen, S., and Guzzella, L. (2013). Implementation of dynamic programming for  $n$ -dimensional optimal control problems with final state constraints. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 21(3):924–931.
- [21] Enerdel (2016). Datasheet Specs Enerdel Moxie Prismatic Cell CE175-360. Available from [www.enerdel.com/ce175-360-moxie-prismatic-cell/](http://www.enerdel.com/ce175-360-moxie-prismatic-cell/).
- [22] EPA (2011). 2011 Toyota Prius, United States Environmental Protection Agency. Available from <https://www.fueleconomy.gov/feg/comparempg.shtml#id=30919>.
- [23] EPA (2014). Fuel Economy Testing and Labeling, United States Environmental Protection Agency. Available from <https://nepis.epa.gov/Exe/ZyPDF.cgi/P100IENB.PDF?Dockkey=P100IENB.PDF>.

- [24] Felicioni, F., Pérez, T., Molina, H., and Junco, S. (2002). Simudrives: a tool for computer-aided simulation of electrical drives and motion control systems. In *Congreso Argentino de Control Automático, AADECA*.
- [25] Feroldi, D. and Carignano, M. (2016). Sizing for fuel cell/supercapacitor hybrid vehicles based on stochastic driving cycles. *Applied Energy*, 183:645–658.
- [26] Feroldi, D., Serra, M., and Riera, J. (2009a). Energy management strategies based on efficiency map for fuel cell hybrid vehicles. *Journal of Power Sources*, 190(2):387–401.
- [27] Feroldi, D. H. et al. (2009b). Control and design of pem fuel cell-based systems.
- [28] Gao, L. and Winfield, Z. C. (2012). Life cycle assessment of environmental and economic impacts of advanced vehicles. *Energies*, 5(3):605–620.
- [29] García, P., Torreglosa, J. P., Fernández, L. M., and Jurado, F. (2013). Control strategies for high-power electric vehicles powered by hydrogen fuel cell, battery and supercapacitor. *Expert Systems with Applications*, 40(12):4791–4804.
- [30] Gray, T. and Shirk, M. (2013). 2010 toyota prius vin 0462 hybrid electric vehicle battery test results. *The Idaho National Laboratory*.
- [31] Guzzella, L., Sciarretta, A., et al. (2007). *Vehicle propulsion systems*, volume 1. Springer.
- [32] Holder, C. and Gover, J. (2006). Optimizing the hybridization factor for a parallel hybrid electric small car. In *Vehicle Power and Propulsion Conference, 2006. VPPC'06. IEEE*, pages 1–5. IEEE.
- [33] Huo, H., Cai, H., Zhang, Q., Liu, F., and He, K. (2015). Life-cycle assessment of greenhouse gas and air emissions of electric vehicles: A comparison between china and the us. *Atmospheric Environment*, 108:107–116.
- [34] (IEA), I. E. A. (2009). Transport energy and CO<sub>2</sub>. Technical report.
- [35] Inc., B. P. S. (2003). *Nexa™ Power Module User's Manual, MAN5100078*.
- [36] International Energy Agency (IEA) (2015). CO<sub>2</sub> emissions from fuel combustion. Technical report.
- [37] International Organization of Motor Vehicle Manufacturers (OICA), A. f. h.-c.-c.-a.-c.-b. (2010). Climate change and co<sub>2</sub>. Technical report.
- [38] IPCC (2013). IPCC fifth assessment report, climate change: The physical science basis, summary for policy makers. Technical report.
- [39] Jaafar, A. (2011). *Traitement de la mission et des variables environnementales et intégration au processus de conception systémique*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse-INPT.
- [40] Jahnke, T., Futter, G., Latz, A., Malkow, T., Papakonstantinou, G., Tsotridis, G., Schott, P., Gérard, M., Quinaud, M., Quiroga, M., et al. (2016). Performance and degradation of proton exchange membrane fuel cells: State of the art in modeling from atomistic to system scale. *Journal of Power Sources*, 304:207–233.

- [41] Junco, S. and Donaire, A. (2011). Bond graph modeling and simulation of electrical machines. In *Bond Graph Modelling of Engineering Systems*, pages 269–321. Springer.
- [42] Kelouwani, S., Agbossou, K., Dubé, Y., and Boulon, L. (2013). Fuel cell plug-in hybrid electric vehicle anticipatory and real-time blended-mode energy management for battery life preservation. *Journal of Power Sources*, 221:406–418.
- [43] Kirk, D. E. (2012). *Optimal control theory: an introduction*. Courier Corporation.
- [44] Li, C.-Y. and Liu, G.-P. (2009). Optimal fuzzy power control and management of fuel cell/battery hybrid vehicles. *Journal of power sources*, 192(2):525–533.
- [45] Lindhjem, C. E., Beardsley, M., and Team, N. E. E. M. (1997). Median life, annual activity, and load factor values for nonroad engine emissions modeling report no. nr-005a.
- [46] López, E. J. and Nigro, N. M. (2010). Validation of a 0d/1d computational code for the design of several kind of internal combustion engines. *Latin American applied research*, 40(2):175–184.
- [47] Lukic, S. M. and Emadi, A. (2004). Effects of drivetrain hybridization on fuel economy and dynamic performance of parallel hybrid electric vehicles. *IEEE transactions on vehicular technology*, 53(2):385–389.
- [48] Luna, J., Usai, E., Husar, A., and Serra, M. (2016). Nonlinear observation in fuel cell systems: A comparison between disturbance estimation and high-order sliding-mode techniques. *International Journal of Hydrogen Energy*.
- [49] Marano, V., Onori, S., Guezennec, Y., Rizzoni, G., and Madella, N. (2009). Lithium-ion batteries life estimation for plug-in hybrid electric vehicles. In *Vehicle Power and Propulsion Conference, 2009. VPPC'09. IEEE*, pages 536–543. IEEE.
- [50] Martínez, J. S., Hissel, D., Pera, M.-C., and Amiet, M. (2011). Practical control structure and energy management of a testbed hybrid electric vehicle. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 60(9):4139–4152.
- [51] Maxwell (2016). Datasheet Specs Maxwell Electric Double Layer Capacitor Series PC2500. Available from [www.datasheets360.com/pdf/8947558111616779586](http://www.datasheets360.com/pdf/8947558111616779586).
- [52] Mercedes Benz Colcar (2017). Mercedes Benz OH-1618 L-SB. Available from [www.colcar-merbus.com.ar/pdf/buses](http://www.colcar-merbus.com.ar/pdf/buses).
- [53] Moawad, A., Balaprakash, P., Rousseau, A., and Wild, S. (2015). Novel large scale simulation process to support dot's cafe modeling system. In *inproceedings of the International Electric Vehicle Symposium and Exhibition*.
- [54] Motapon, S. N., Dessaint, L.-A., and Al-Haddad, K. (2014). A comparative study of energy management schemes for a fuel-cell hybrid emergency power system of more-electric aircraft. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 61(3):1320–1334.

- [55] Moura, S. J., Siegel, J. B., Siegel, D. J., Fathy, H. K., and Stefanopoulou, A. G. (2010). Education on vehicle electrification: battery systems, fuel cells, and hydrogen. In *2010 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference*, pages 1–6. IEEE.
- [56] Na, W. and Gou, B. (2007). The efficient and economic design of pem fuel cell systems by multi-objective optimization. *Journal of Power Sources*, 166(2):411–418.
- [57] Nykvist, B. and Nilsson, M. (2015). Rapidly falling costs of battery packs for electric vehicles. *Nature Climate Change*, 5(4):329–332.
- [58] Onat, N. C., Kucukvar, M., and Tatari, O. (2015). Conventional, hybrid, plug-in hybrid or electric vehicles? state-based comparative carbon and energy footprint analysis in the united states. *Applied Energy*, 150:36–49.
- [59] Onori, S., Spagnol, P., Marano, V., Guezennec, Y., and Rizzoni, G. (2012). A new life estimation method for lithium-ion batteries in plug-in hybrid electric vehicles applications. *International Journal of Power Electronics*, 4(3):302–319.
- [60] Paladini, V., Donateo, T., De Risi, A., and Laforgia, D. (2007). Super-capacitors fuel-cell hybrid electric vehicle optimization and control strategy development. *Energy Conversion and Management*, 48(11):3001–3008.
- [61] Pérez, L. V., Bossio, G. R., Moitre, D., and García, G. O. (2006). Optimization of power management in an hybrid electric vehicle using dynamic programming. *Mathematics and Computers in Simulation*, 73(1):244–254.
- [62] Pérez, L. V., De Angelo, C. H., and Pereyra, V. L. (2016). Determination of the equivalent consumption in hybrid electric vehicles in the state-constrained case. *Oil & Gas Science and Technology—Revue d'IFP Energies nouvelles*, 71(2):30.
- [63] Pollet, B. G., Staffell, I., and Shang, J. L. (2012). Current status of hybrid, battery and fuel cell electric vehicles: From electrochemistry to market prospects. *Electrochimica Acta*, 84:235–249.
- [64] Raghavan, M., Bucknor, N. K., and Hendrickson, J. D. (2007). Electrically variable transmission having three interconnected planetary gear sets, two clutches and two brakes. US Patent 7,179,187.
- [65] Rahman, K., Anwar, M., Schulz, S., Kaiser, E., Turnbull, P., Gleason, S., Given, B., and Grimmer, M. (2011). The voltec 4et50 electric drive system. *SAE International Journal of Engines*, 4(2011-01-0355):323–337.
- [66] Rodatz, P., Guzzella, L., and Pellizzari, L. (2000). System design and supervisory controller development for a fuel-cell vehicle. In *Proc., 1st International Federation of Automatic Control Conference on Mechatronic Systems*, volume 1, pages 18–20.
- [67] Rodatz, P., Paganelli, G., Sciarretta, A., and Guzzella, L. (2005). Optimal power management of an experimental fuel cell/supercapacitor-powered hybrid vehicle. *Control Engineering Practice*, 13(1):41–53.

- [68] Roth, M. (2015). Lifetime costs, life cycle emissions, and consumer choice for conventional, hybrid, and electric vehicles. In *Transportation Research Board 94th Annual Meeting*, number 15-5314.
- [69] Schmidt, M. R. (1996). Two-mode, split power, electro-mechanical transmission. US Patent 5,577,973.
- [70] Schmidt, M. R. and Klemen, D. (2000). Two-mode, compound-split, vehicular transmission having both enhanced speed and enhanced tractive power. US Patent 6,090,005.
- [71] Sciarretta, A., Back, M., and Guzzella, L. (2004). Optimal control of parallel hybrid electric vehicles. *IEEE Transactions on control systems technology*, 12(3):352–363.
- [72] Sciarretta, A. and Guzzella, L. (2007). Control of hybrid electric vehicles. *IEEE Control systems*, 27(2):60–70.
- [73] Sciarretta, A., Serrao, L., Dewangan, P., Tona, P., Bergshoeff, E., Bordons, C., Charmpa, L., Elbert, P., Eriksson, L., Hofman, T., et al. (2014). A control benchmark on the energy management of a plug-in hybrid electric vehicle. *Control Engineering Practice*, 29:287–298.
- [74] Seo, K. and Yang, H. (2012). Power train for hybrid vehicle. US Patent 8,147,367.
- [75] Serrao, L., Chehab, Z., Guezennec, Y., and Rizzoni, G. (2005). An aging model of ni-mh batteries for hybrid electric vehicles. In *Vehicle power and propulsion, 2005 IEEE conference*, pages 8–pp. IEEE.
- [76] Serrao, L., Onori, S., Rizzoni, G., and Guezennec, Y. (2009). A novel model-based algorithm for battery prognosis. *IFAC inproceedings Volumes*, 42(8):923–928.
- [77] Serrao, L., Onori, S., Sciarretta, A., Guezennec, Y., and Rizzoni, G. (2011). Optimal energy management of hybrid electric vehicles including battery aging. In *American Control Conference (ACC), 2011*, pages 2125–2130. IEEE.
- [78] Si, B. (2011). Reconfigurable hybrid power train. US Patent App. 12/821,372.
- [79] Soriano Alfonso, F. et al. (2015). A study of hybrid powertrains and predictive algorithms applied to energy management in refuse-collecting vehicles. *Materia (s)*, 22:05–2015.
- [80] Strahl, S., Gasamans, N., Llorca, J., and Husar, A. (2014). Experimental analysis of a degraded open-cathode pem fuel cell stack. *International journal of hydrogen energy*, 39(10):5378–5387.
- [81] Sulaiman, N., Hannan, M., Mohamed, A., Majlan, E., and Daud, W. W. (2015). A review on energy management system for fuel cell hybrid electric vehicle: Issues and challenges. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 52:802–814.
- [82] Sundström, O., Ambühl, D., and Guzzella, L. (2010). On implementation of dynamic programming for optimal control problems with final state constraints. *Oil & Gas Science and Technology—Revue de l’Institut Français du Pétrole*, 65(1):91–102.

- [83] Sundstrom, O. and Guzzella, L. (2009). A generic dynamic programming matlab function. In *Control Applications,(CCA) & Intelligent Control,(ISIC), 2009 IEEE*, pages 1625–1630. IEEE.
- [84] Tie, S. F. and Tan, C. W. (2013). A review of energy sources and energy management system in electric vehicles. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 20:82–102.
- [85] Tremblay, O. and Dessaint, L.-A. (2009). Experimental validation of a battery dynamic model for ev applications. *World Electric Vehicle Journal*, 3(1):1–10.
- [86] Trindade, I. M. and A., F. (2015). Modelling, control and application of dynamic programming to a series-parallel hybrid electric vehicle. In *Integrated Modeling and Analysis in Applied Control and Automation (IMAACA), 2015 I3M*, pages 71–78, Bergeggi, Italy.
- [87] Uchimura, M. and Kocha, S. S. (2007). The impact of cycle profile on PEMFC durability. *ECS Transactions*, 11(1):1215–1226.
- [88] U.S. Energy Information Administration (EIA) (2010). International energy outlook 2016. Technical report.
- [89] Uzunoglu, M. and Alam, M. (2008). Modeling and analysis of an FC/UC hybrid vehicular power system using a novel-wavelet-based load sharing algorithm. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 23(1):263–272.
- [90] Valverde, L., Bordons, C., and Rosa, F. (2016). Integration of fuel cell technologies in renewable-energy-based microgrids optimizing operational costs and durability. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 63(1):167–177.
- [91] Vinot, E. and Trigui, R. (2013). Optimal energy management of hevs with hybrid storage system. *Energy Conversion and Management*, 76:437–452.
- [92] Vinot, E., Trigui, R., Cheng, Y., Espanet, C., Bouscayrol, A., and Reinbold, V. (2014). Improvement of an evt-based hev using dynamic programming. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 63(1):40–50.
- [93] Wipke, K. B., Cuddy, M. R., and Burch, S. D. (1999). Advisor 2.1: A user-friendly advanced powertrain simulation using a combined backward/forward approach. *IEEE transactions on vehicular technology*, 48(6):1751–1761.
- [94] Wu, J., Yuan, X. Z., Martin, J. J., Wang, H., Zhang, J., Shen, J., Wu, S., and Merida, W. (2008). A review of pem fuel cell durability: degradation mechanisms and mitigation strategies. *Journal of Power Sources*, 184(1):104–119.
- [95] Yu, Z., Zinger, D., and Bose, A. (2011). An innovative optimal power allocation strategy for fuel cell, battery and supercapacitor hybrid electric vehicle. *Journal of Power Sources*, 196(4):2351–2359.
- [96] Zhang, X., Li, S. E., Peng, H., and Sun, J. (2015a). Efficient exhaustive search of power-split hybrid powertrains with multiple planetary gears and clutches. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 137(12):121006.

- 
- [97] Zhang, X., Peng, H., and Sun, J. (2013). A near-optimal power management strategy for rapid component sizing of power split hybrid vehicles with multiple operating modes. In *American Control Conference (ACC), 2013*, pages 5972–5977. IEEE.
- [98] Zhang, X., Peng, H., and Sun, J. (2015b). A near-optimal power management strategy for rapid component sizing of multimode power split hybrid vehicles. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 23(2):609–618.