



Universidad Nacional de Rosario
Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura
Escuela de Ciencias Exactas y Naturales
Departamento de Matemática
Profesorado en Matemática
Proyectos Innovadores en Educación Matemática

Proyecto
La Modelización de Situaciones Problemáticas mediante
Funciones Lineales en Segundo Año de la Escuela
Secundaria

Camila Broglia

Diciembre 2022

La Modelización de Situaciones Problemáticas mediante Funciones Lineales en Segundo Año de la Escuela Secundaria

Modeling Problem Situations using Linear Functions in the Second Year of High School

Camila Broglia
cami.brogli@gmail.com

Resumen

La presente investigación surge a partir de cuestionar las tareas que se pueden realizar para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática. La intención es disminuir la cantidad de estudiantes que debe rendir la materia a fin de curso por no alcanzar los objetivos pretendidos en el transcurso del año. A su vez para reducir en cierto sentido los contenidos del nivel secundario que se pretenden abordar en los niveles superiores y los estudiantes desconocen. Uno de estos contenidos tiene que ver con la Modelización Matemática en relación con las Funciones Lineales. Es por esto que desde el presente proyecto se tiene la intención de promover el desarrollo de habilidades de modelización de situaciones problemáticas que puedan ser resueltas mediante funciones lineales en segundo año de escolaridad secundaria. En este sentido, se lleva adelante una investigación con enfoque cualitativo y de alcance descriptivo, donde a partir de identificar posibles habilidades que se ponen en juego en la Modelización Matemática, se reconocen actividades que promueven el desarrollo de las mismas. Para ello se analizan tres libros de texto de educación secundaria, una plataforma de juegos para escuelas, y se realiza un cuestionario pertinente a seis estudiantes avanzados del Profesorado en Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura - UNR. Así mismo se delimitan recursos manipulativos que favorezcan este desarrollo. Los resultados indican que actividades contextualizadas de tipo problemas con texto o problemas de la vida real, así como el empleo de recursos manipulativos, suelen promover el desarrollo de habilidades de Modelización Matemática. A partir de ello, se muestra una posible propuesta áulica para trabajar con los alumnos, la cual intenta fomentar el desarrollo de dichas habilidades. Finalmente se logra evidenciar el aporte sobre el compromiso social universitario que realiza este trabajo y las posibles líneas de investigaciones futuras que se desprenden de él.

Palabras clave

Modelización Matemática. Habilidades de modelización. Función Lineal. Recursos manipulativos. Educación secundaria. Propuesta de aula.

Abstract

The present investigation arises from questioning the tasks that can be carried out to improve the teaching and learning of Mathematics. The intention is to reduce the number of students who must retake an exam at the end of the course after failing to meet the intended objectives throughout the year. Also, to reduce to a certain extent, secondary school contents to be addressed later in higher levels which students are unaware of. One of them has to do with Mathematical Modelling in relation to Linear Functions, which is why this project intends to promote the development of modelling skills in problematic situations that can be solved by linear functions in the second year of secondary school. In this sense, research is carried out with a descriptive scope and qualitative approach. By identifying possible skills brought into play in Mathematical Modelling, activities promoting their development are recognized. Three secondary school textbooks, a game platform for schools, and a questionnaire to six advanced students of Mathematics teaching training program of the School of Exact Sciences, Engineering and Surveying - UNR have been analyzed for this purpose. Likewise, manipulative resources that favor this development are delimited. The results indicate that activities in a context of problem-with-texts or real-life-problems, as well as the use of manipulative resources, tend to promote the development of Mathematical Modelling skills. On that basis, a possible classroom proposal to work with students is presented with the purpose of promoting the development of these skills. Finally, the contribution of this work to the university social commitment and the possible lines for future research that may emerge from it are demonstrated.

Keywords

Mathematical Modelling. Modelling skills. Linear Functions. Manipulative resources. Secondary school. Classroom proposal.

1. Presentación

En esta instancia se presenta la problemática a abordar en el presente escrito, se plantean los interrogantes que surgen al respecto, así como los objetivos que se pretenden lograr y, por último, se realiza una búsqueda de antecedentes, con la intención de conocer los trabajos que existen al momento sobre la temática elegida.

1.1. Problemática a abordar

Argentina enfrenta una profunda crisis en la Enseñanza de la Matemática; diversas investigaciones evidencian la existencia de dificultades por parte de los estudiantes en el aprendizaje de la Matemática. Es de común conocimiento la alta cantidad de alumnos del nivel secundario que no logran aprobar la asignatura durante el ciclo lectivo y rinden exámenes posteriores. Por otro lado, también es evidente que un alto número de estudiantes de carreras universitarias y/o terciarias que poseen en su plan de estudio alguna asignatura relacionada a la Matemática, suelen catalogar a la misma como aburrida, complicada o fea y les resulta difícil aprobarla. Basta con entrevistar a los estudiantes, o realizar un análisis en dichas carreras para observar las deficiencias existentes al respecto. Deficiencias que sin duda son heredadas desde los niveles de educación anteriores.

En este sentido, resulta interesante notar que en la educación secundaria existen temas del área Matemática que ni se trabajan, y otra cantidad recomendada en los documentos ministeriales, que son trabajados, pero no alcanzan los niveles pretendidos.

En el afán de no continuar con la carga de responsabilidades que se delegan entre los diferentes niveles educativos sobre la ausencia de tratamiento de esta problemática, surge indagar sobre qué tareas se pueden realizar para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática, para optimizar los resultados de los exámenes de los estudiantes, para disminuir la cantidad de alumnos que se llevan a rendir la materia y para afinar la brecha existente entre los contenidos del nivel secundario y los que se pretenden enseñar en los niveles superiores. Al respecto, en el Diseño Curricular Jurisdiccional de la Provincia de Santa Fe para el ciclo básico secundario, se menciona que:

Hacer Matemática es un trabajo de modelización, cuyo motor es la resolución de problemas. Donde la tarea de modelizar se caracteriza por reconocer y recortar una problemática de la situación considerada, elegir una teoría para tratarla en función de las relaciones entre las variables y producir conocimientos nuevos sobre dicha problemática (Ministerio de Educación de la Provincia de Santa Fe, 2014, p.48).

Se puede percibir que al hablar de Educación Matemática existe cierto énfasis en las actividades o tareas con las que se puede abordar dicha enseñanza, donde se promueve una perspectiva vinculada con los procesos de problematización y modelización. Procesos que resultan sumamente importantes en muchas carreras universitarias, en particular de la rama de las Ingenierías, donde en sus planes de estudio se evidencia una fuerte presencia de la Matemática, y en particular del tema funciones, así como también el desarrollo de habilidades de modelización y habilidades para la resolución de problemas.

Uno de los mayores intereses que motiva la elaboración del presente trabajo es buscar subsanar la carencia de contenidos previos afianzados con relación a estos temas, que se observan en los estudiantes ingresantes de las carreras de Ingeniería. Los mismos son contenidos sugeridos por el Ministerio de Educación de la Provincia de Santa Fe (2014) para abordar a partir del segundo año de la escolaridad secundaria:

(...) Trabajar sobre situaciones problemáticas intra y extra matemáticas que permitan a los estudiantes reconocer, utilizar, modelizar y analizar funciones lineales y no lineales, modelizar a partir de distintos modos de representación: coloquial, tablas, gráficas y fórmulas, y realizar análisis de los valores constantes de la fórmula de una Función Lineal (p.56).

Debido a ello, desde este proyecto se tiene la intención de promover el desarrollo de habilidades de modelización de situaciones problemáticas que puedan ser resueltas mediante Funciones Lineales en segundo año de escolaridad secundaria.

Al respecto, cabe destacar que diversas investigaciones resaltan la importancia del uso de la modelación en la enseñanza y aprendizaje de la Matemática (Biembengut y Hein, 2004; Suárez, 2014; Trigueros, 2009; Villa-Ochoa *et al.*, 2018). La mayoría de estos investigadores coinciden en que la modelización promueve el desarrollo de capacidades y la producción de significados de la Matemática articulados a los contextos y problemas derivados de la “realidad”. Además, mejora la capacidad para leer, interpretar, formular y solucionar situaciones problemáticas. Así como también favorece a aquellos estudiantes que continúan su Educación Superior en áreas relacionadas a la Matemática.

1.2. Interrogantes

Indagar sobre qué tareas se pueden realizar para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática, buscar subsanar la carencia de contenidos previos, y promover el desarrollo de habilidades de modelización de situaciones problemáticas son las principales motivaciones de esta investigación. Propuestas de esta manera resultan un problema bastante amplio y

general, por lo que se intentará plantearlo de manera que permita identificarlo de forma más precisa, clara y objetiva. Para ello, se describen los siguientes interrogantes:

- ¿Cómo pueden los estudiantes de segundo año del secundario desarrollar habilidades de modelización de situaciones problemáticas que puedan ser resueltas mediante Funciones Lineales?
- ¿Qué tipo de actividades favorecen al desarrollo de dichas habilidades?
- ¿Qué tipo de recursos manipulativos pueden ser de ayuda para fomentar estas competencias?
- ¿Qué propuestas didácticas pueden impulsar al desarrollo de las mismas?

1.3. Objetivos

Objetivo General

Indagar sobre propuestas didácticas que favorezcan el desarrollo de habilidades de modelización de situaciones problemáticas mediante funciones lineales.

Objetivos Específicos

- Identificar las posibles habilidades que se ponen en juego al modelizar situaciones.
- Reconocer actividades que promuevan el desarrollo de habilidades de modelización.
- Delimitar recursos manipulativos que favorezcan el desarrollo de dichas habilidades.
- Proponer posibles actividades que promuevan el aprendizaje e incremento de habilidades de modelización de situaciones a través de funciones lineales.

1.4. Antecedentes

Para la búsqueda de antecedentes se toman cuatro de las investigaciones analizadas, donde la Modelización Matemática forma parte principal de los desarrollos de las mismas. Aquí se consideran cuestiones en común y en contraposición, se observa que ambas son empleadas en grupos de aproximadamente 30 estudiantes de primero o segundo año del secundario de distintos países latinoamericanos. En su mayoría, han hecho uso de recursos tecnológicos, como ser el programa GeoGebra para el volcado de los datos recolectados por los estudiantes.

Una de las investigaciones (Villarreal y Mina, 2020) tiene como propósito indagar acerca del aprendizaje de estudiantes que participan en escenarios de Modelización Matemática activa con actividades experimentales y tecnologías digitales, donde se espera que dichos aprendizajes sean evidenciados en la participación de los estudiantes en las distintas fases de los procesos de modelización. Otra de las intenciones de este trabajo es indagar acerca del

papel que desempeñan las tecnologías digitales en los procesos de modelización que involucran actividades experimentales.

Para el desarrollo de la investigación, se crearon dos escenarios, una primera actividad experimental, más guiada, donde los estudiantes estudian la variación de la altura del nivel del agua en un recipiente de diferentes formas, en función del volumen de líquido que se ingresa en los mismos. En una segunda actividad los estudiantes, dispuestos en pequeños grupos, eligen un fenómeno de interés para estudiar, formulan diversos problemas relacionados con la temática elegida y los resuelven (en general mediante tecnologías digitales) y, de esta manera, desarrollan sus propios proyectos de modelización. La primera actividad les habilita a vivenciar las distintas fases de una modelización para luego tenerlas en cuenta en sus proyectos.

Dentro de las conclusiones obtenidas a partir de la investigación, se destaca la importancia de generar escenarios donde el proceso de modelización sea el objeto de estudio, así como también el hecho de explicitar las fases de dicho proceso permite sentar bases para estructurar un escenario abierto. Además, se resalta que la emergencia de actividades experimentales parece haber sido decisiva para que las tecnologías pudiesen estar presentes en varias fases de los procesos de modelización realizados por los estudiantes. Quizás no cualquier escenario de modelización ofrezca la potencialidad de conjugar, armoniosamente, modelización y tecnologías.

Por último, se reflexiona sobre la posibilidad real que tiene un único docente de gestionar una clase en la que se desarrollan en simultáneo (en dicha investigación participaron la docente titular y dos practicantes) diferentes proyectos de modelización. Aquí se hace énfasis en que el trabajo en colaboración con otros colegas parece ser una condición institucional indispensable para realizar este tipo de propuesta.

A diferencia de esta, la segunda investigación (Porrás-Lizano y Fonseca-Castro, 2015) ya no tiene como objeto de estudio la modelización, sino que se pretende, a partir de implementar actividades de Modelización Matemática como estrategia metodológica en la enseñanza de proporción y semejanza, describir la experiencia obtenida. Se estudia la forma en que los participantes abordan y dan importancia a las situaciones de aprendizajes al hacer uso de la Modelización Matemática. Para esto, se diseñan e implementan dos actividades de Modelización Matemática donde se obtienen resultados interesantes en los ámbitos cognitivos, sociales y personales por parte del estudiantado. Y en un tercer momento se presentan las resoluciones y se realizan reflexiones sobre ello.

En la primera actividad se presenta una canción que habla de la desigualdad económica que enfrentan muchos habitantes de América Latina y se realiza un debate; mientras que en la segunda actividad los estudiantes averiguan el aumento de precio que corresponde realizar a una mesada luego de transcurridos 10 años.

Entre los resultados relevantes están el desarrollo cíclico del pensamiento matemático de los estudiantes participantes en las etapas del proceso de Modelización Matemática (descripción, manipulación, predicción y validación) durante la solución de las situaciones-problema propuestas, el desarrollo de habilidades para trabajo en equipo y la apreciación de la Matemática como una disciplina útil y eficaz por parte del estudiantado. Al resolver las actividades propuestas en este estudio, se generan interacciones sociales como compartir información, pensamientos e ideas matemáticas, así como también se observa una conducta positiva en las clases de Matemática, diferente a las clases regulares.

Los resultados encontrados muestran que el estudiantado se desenvuelve positivamente al definir, refinar, transformar y extender ideas y conceptos matemáticos con el propósito de entender y dar respuesta a la situación planteada. Por otro lado, favorece el establecimiento de relaciones entre conceptos matemáticos, conocimientos previos y estrategias de resolución de problemas, así como conexiones con el entorno y aplicaciones de la vida cotidiana. El abordaje de cada situación-problema origina múltiples cuestionamientos y discrepancias de criterios entre participantes, que enriquecen las discusiones de aula. Se observa interés y motivación hacia los conceptos desarrollados en cada actividad aplicada.

Otra de las investigaciones que utiliza a la modelización como metodología de enseñanza, y estudia las competencias utilizadas por los alumnos al desarrollar un modelo a partir de resolver situaciones problemáticas contextualizadas, se lleva a cabo a partir de una actividad que gira en torno a la problemática medioambiental generada por un vertido contaminante en el mar (Búa Ares *et al.*, 2016). El enunciado principal de la misma que se presenta a los estudiantes dice: Se ha producido un vertido de petróleo en el mar. ¿Cómo averiguar la cantidad de petróleo vertido?

Aquí se plantea la búsqueda de un modelo matemático que describa un proceso físico. Se pretende llevar a la práctica todas las fases que se ven implicadas en ciertos casos de modelización, donde la Matemática juega un papel útil. Los datos se toman de forma experimental con la finalidad de obtener una función que ajuste dichos datos.

Previo a la realización de la actividad, a los alumnos se les presenta una forma de obtener la expresión analítica de una función de ajuste a partir de una tabla de datos. Para hacerlo, se les explica cómo usar el programa GeoGebra.

La propuesta se desarrolla en cuatro fases, aunque solo se exponen tres:

1ª Fase: Obtención de la tabla de datos. Estudiar cómo varía una mancha de aceite al añadir mayores cantidades de aceite a la mancha.

2ª Fase: Volcado de datos y obtención de la función de ajuste. Representan los datos obtenidos en los ejes cartesianos para conseguir una función de ajuste para los puntos del plano representados.

3ª Fase: Aplicación del modelo obtenido a un hipotético caso real. Resuelven una actividad a partir de una fotocopia donde se distingue una mancha de color oscuro que se corresponde con el vertido junto con las siguientes consignas: a) Determina la escala de la fotografía; b) Determina el área de superficie contaminada; c) Aplica el modelo que obtuviste para determinar la cantidad de fuel del vertido.

Dentro de las conclusiones obtenidas a partir de esta experiencia se menciona la importancia que los estudiantes generen, analicen y registren los datos necesarios, porque de esta manera la modelización es en todos los sentidos y no parcial o incompleta al usar datos obtenidos por otro u otros de forma desconocida por los alumnos.

Por otro lado, en cuanto a las competencias identificadas como capacidad, tanto en lo que se refiere a conceptos y nociones básicas sobre funciones como en otras áreas no directamente relacionadas con las funciones, son claramente deficientes. Los alumnos no son capaces de aplicar sus conocimientos matemáticos en un contexto real.

En este sentido, se resalta con gran importancia que dichas deficiencias se evidencian gracias al análisis realizado a partir de las tres fases.

La cuarta investigación (Ortiz Buitrago y Dos Santos, 2011) pretende estudiar el proceso de Modelización Matemática que se sigue al resolver problemas del mundo físico y social. Al igual que en las dos recientes mencionadas investigaciones, se utiliza una guía de actividades que requieren el empleo de procesos de modelización para su solución. A partir de su resolución, se recopila todo el material escrito por los estudiantes, se tienen en cuenta la heurística, las representaciones utilizadas, los esquemas de modelización puestos en juego y, además, las respuestas dadas por cada uno de ellos. Se analizan las producciones para investigar el esquema de modelización utilizado. A cada estudiante se le deja libertad para desarrollar su propio estilo de trabajo a la hora de abordar el problema.

Los problemas planteados a los estudiantes, entre otras cosas, proponen: calcular cantidad de litros de agua faltantes para llenar un tanque de agua a partir de saber la capacidad total y las cantidades que ingresan en determinados tiempos, calcular el precio de un libro con un determinado descuento y conocer la cantidad de dinero que ahorró, así como averiguar el precio por kilo de un café elaborado a partir de la mezcla de otros dos cafés.

Los resultados revelan que los esquemas de modelización, encontrados en este estudio, se enmarcan en su mayoría en las propuestas actuales de la Modelización Matemática, al identificar la situación-problema e interpretar la solución alcanzada en el marco de un contexto del mundo real. Asimismo, los estudiantes tienden a la estructuración de respuestas numéricas con las unidades de medidas y de representaciones verbales. Por otro lado, hay ausencia de representaciones gráficas en los procedimientos seguidos al resolver los problemas.

Se puede observar que los estudiantes, a pesar de no tener una formación en Modelización Matemática, parecen tener una idea intuitiva que les ayuda a resolver las situaciones planteadas, donde siguen una tendencia, aunque parcial e ingenua, hacia esquemas de modelización equivalentes a los clásicos.

En cuanto a las representaciones utilizadas, solo acuden a las tablas numéricas. Esto revela que los estudiantes requieren de una enseñanza que priorice los múltiples sistemas de representación en la resolución de problemas.

Para el caso de la comprensión del problema, los estudiantes muestran competencia para discernir entre datos relevantes e irrelevantes. Asimismo, dan muestras de acudir a representaciones numéricas y usar conocimientos matemáticos para resolver los problemas.

Finalmente, la incorporación adecuada de la Modelización Matemática en el aula genera una actividad que motiva y abre posibilidades para el aprendizaje y la enseñanza de la Matemática en los niveles de la educación media. Es un organizador curricular, donde se considera el contexto físico, natural y social, para proponer situaciones reales y cercanas al estudiante. Esto puede contribuir a que los estudiantes comprendan y valoren críticamente su entorno a efectos de posibles mejoras y conservación, así como la importancia de la Matemática para acercarse a ese contexto.

A partir de los antecedentes analizados, se destaca el uso de recursos tecnológicos por parte del estudiantado, para el volcado de datos en tablas. No así para otros sistemas de representación. Es en este sentido que resulta interesante avanzar en la utilización de recursos manipulativos y en la implementación de registros gráficos, algebraicos y verbales.

Por otro lado, la realización de actividades donde se modelizan situaciones problemáticas favorece el trabajo en equipo y el establecimiento de relaciones entre conceptos matemáticos, conocimientos previos y estrategias de resolución de problemas. Así mismo, promueve el interés y la motivación de los estudiantes hacia los conceptos desarrollados y hacia la Matemática en general, de este modo se valora su utilidad y eficacia. Respecto a esto, se pretende avanzar en el desarrollo de habilidades para generar, analizar y registrar datos, así como también para relacionar y aplicar conceptos y nociones básicas sobre funciones.

2. Marco teórico-referencial

En este apartado se exponen tres constructos teóricos centrales: Modelización Matemática, Función Lineal y Recursos manipulativos. En cada uno de ellos se realiza una descripción conceptual de los mismos.

2.1. Modelización Matemática

Se expresa a qué hace referencia el término Modelización Matemática en este escrito. Para ello se tiene en cuenta la descripción que realiza el Ministerio de Educación de la Provincia de Santa Fe sobre dicho término; de igual modo, se consideran aportes de otros autores. Seguidamente, se determinan habilidades que se ponen en juego al realizar actividades de modelización.

Qué se entiende por Modelización Matemática

El término Modelización Matemática hace referencia a la habilidad que se tiene para reconocer y recortar una problemática de una situación particular considerada, elegir una teoría para tratarla en función a cómo se relacionan las variables influyentes y producir nuevos conocimientos sobre dicha problemática (Ministerio de Educación de la Provincia de Santa Fe, 2014). Así, la Modelización se concibe como el producto a partir de la interrelación entre las distintas representaciones, que permite hacer la descripción y análisis de la situación que se estudia y que además posibilita realizar predicciones en torno a la misma.

Desde el Ministerio de Educación de la Provincia de Santa Fe (2014), se recomienda que se problematice el contenido matemático. De esta manera los estudiantes tienen la oportunidad de interpretar información, establecer relaciones, conjeturar, elegir y construir modelos para resolver problemas, argumentar acerca de la validez de los procedimientos y resultados, y elaborar conclusiones.

Al momento de resolver situaciones problemáticas, la Matemática interviene para construir modelos que permitan describir y explicar la situación, verificar los datos y predecir conclusiones. Las actividades de modelización pueden motivar el proceso de aprendizaje y ayudar al alumno a establecer raíces cognitivas sobre las cuales construir importantes conceptos matemáticos (Blomhøj, 2004), aspecto central en la enseñanza de la Matemática. La modelización se convierte, entonces, en una herramienta poderosa para motivar el aprendizaje de las Funciones Lineales dado que, a partir de contextos matemáticos, análisis de situaciones cotidianas o prácticas experimentales surge la necesidad de relacionar variables, analizar correspondencias de datos, realizar generalizaciones, predecir comportamientos, relacionar e interpretar representaciones, entre otros procesos que aportan a la comprensión del concepto de función.

A partir de esto, resulta interesante caracterizar los distintos tipos de problemas que se pueden emplear en la enseñanza de la Matemática y distinguir cuáles de estos se abocan a la Modelización Matemática. Para ello se tiene en cuenta la clasificación que realiza Borasi (1986) y que se resumen en la Tabla 1.

Tabla 1. Clasificación de tipos de problemas (Borasi, 1986)

Tipo	Contexto	Formulación	Soluciones	Método
Ejercicio	Inexistente	Única y explícita	Única y exacta	Combinación de algoritmos conocidos
Problema con texto	Explícito en el texto	Única y explícita	Única y exacta	Combinación de algoritmos conocidos
Puzzle	Explícito en el texto	Única y explícita	Única y exacta	Elaboración de un nuevo algoritmo. Acto de ingenio
Prueba de una conjetura	En el texto, solo de forma parcial	Única y explícita	Por lo general única, pero no necesariamente	Exploración de contexto, reformulación y elaboración de nuevos algoritmos
Problema de la vida real	De forma parcial, en el texto	Parcialmente dada. Algunas alternativas posibles	Muchas posibles, aproximada	Exploración de contexto, reformulación y creación de modelo
Situación problemática	De forma parcial, en el texto	Implícita, se sugieren varias	Varias. Puede darse una explícita	Exploración de contexto, reformulación y planteo del problema
Situación	De forma parcial, en el texto	Inexistente	Creación del problema	Formulación del problema

Habilidades que se ponen en juego al modelizar situaciones

Gallart *et al.* (2019) mencionan que la modelización puede ayudar a desarrollar competencias de exploración, creación y resolución de problemas. En cuanto a esto, se distinguen dos

perspectivas sobre los objetivos que la Modelización Matemática persigue: como vehículo para introducir un conocimiento o como vía para desarrollar habilidades de resolución de problemas.

Desde la primera perspectiva, se buscan actividades contextualizadas que ayuden a introducir los diferentes contenidos matemáticos que se desean abordar, o que amplíen y conecten la realidad con estos contenidos, lo cual los dota de sentido y significatividad. Ello brinda la oportunidad a los estudiantes de desarrollar una comprensión más profunda, además de poder generar un mayor nivel de implicación y participación.

Desde la segunda perspectiva, se trata de una metodología en la que se trabajan competencias, y no contenidos concretos, pero también actitudes y creencias hacia la Matemática a través de las tareas que se proponen.

Por otro lado, Sierra *et al.* (2011) establecen un listado de competencias básicas promovidas por la Modelización Matemática, donde se entiende el término competencia como la capacidad de poner en práctica e integrar los conocimientos, habilidades y actitudes adquiridas para resolver problemas y situaciones en contextos diversos. Dichas competencias son:

- Competencia matemática: a través de la modelización se desarrolla la capacidad para utilizar distintas formas de pensamiento matemático, con el fin de interpretar y describir la realidad y actuar sobre ella.
- Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico: la distinción de formas, relaciones y estructuras como herramientas básicas para desarrollar representaciones abstractas del mundo.
- Competencia digital y tratamiento de la información: la búsqueda y selección de la información necesaria para cada trabajo, tanto en medios escritos como en digitales.
- Competencia de autonomía e iniciativa personal: planificar estrategias, asumir retos y controlar los procesos en la toma de decisiones. Interpretar la información a través de la Matemática, de forma numérica o funcional.

2.2. Función Lineal

Aquí se desarrolla el concepto de función y algunas de sus posibles representaciones, la idea de Función Lineal, así como también la relación existente entre las Funciones Lineales y la Proporcionalidad; todos ellos, conceptos relevantes para el desarrollo de este trabajo.

Concepto de Función

Para resolver un problema matemático es necesario identificar a qué conceptos y a qué resultados ya producidos recurrir; es decir, el dominio de la Matemática en el que conviene encararlo. Dado que existen muchas maneras de presentar o expresar una información, es necesario encontrar una representación adecuada para cada concepto matemático involucrado.

El concepto de función involucra un contenido matemático que suele tener un alto nivel de dificultad a la hora de su interpretación. Esto posiblemente está relacionado a la complejidad de su definición, ya que en ella intervienen otros conceptos matemáticos que es necesario comprender en forma singular, para luego poder relacionar el concepto general.

La definición de función que se suele utilizar con mayor frecuencia es la siguiente: “Dados dos conjuntos no vacíos A y B, y una ley o regla f , se llama función a la terna (A, B, f) , tal que la ley f asigna a cada elemento de A un único elemento de B” (Filotti *et al.*, 2019). Esta definición se basa en la teoría de conjuntos, la cual requiere previamente interpretar de forma correcta la idea de conjunto y de relación entre dos conjuntos.

Por otro lado, una función puede tener múltiples representaciones: como conjunto de pares ordenados, en tablas, ecuaciones o fórmulas, y como puntos en un plano cartesiano.

Conjunto de pares ordenados

En esta representación se hace explícita cada pareja ordenada (x, y) de la función. La primera componente pertenece al dominio y la segunda componente pertenece al codominio, y es el valor de la función en x o $f(x)$ y las parejas ordenadas son entonces de la forma $(x, f(x))$.

Tablas

En ella se ordena la información para presentar la correspondencia entre cantidades en dos filas o columnas; la primera corresponde a los elementos del Dominio y la segunda a los de la Imagen. Una de las ventajas que presenta elaborar tablas es que permite evidenciar la variación entre las cantidades del conjunto de imágenes y posibilita la formulación de un modelo matemático.

Ecuaciones o fórmulas

Es la forma de representar una función por medio de una expresión algebraica en la que se explicita la relación entre las variables; corresponde a la regla de correspondencia o dependencia entre cantidades o magnitudes.

Plano cartesiano

Se forma al trazar dos rectas numéricas reales, una horizontal y otra vertical, llamadas ejes. De esta manera, se establecen cuatro ángulos rectos. El punto donde se cruzan los dos ejes recibe el nombre de origen del sistema y se representa con 0. De este punto hacia la derecha y arriba se consideran las direcciones positivas y abajo e izquierda, negativas. El eje horizontal, denominado de las abscisas, se conoce como eje x ; el eje vertical, denominado de las ordenadas, se conoce como eje y . De esta manera se hace corresponder cada componente de una pareja ordenada con los ejes así: la primera componente con el eje x y la segunda con el eje y . Cada punto P del plano cartesiano se representa por medio de una pareja ordenada de números reales (x, y) llamados coordenadas del punto. La primera componente representa la distancia medida sobre el eje horizontal desde el origen hasta el punto P, esta es la abscisa. La segunda componente llamada ordenada representa la distancia medida sobre el eje vertical desde el origen al punto P.

Con esto se forma una relación en la cual una ecuación produce un conjunto de pares ordenados, que es posible ubicar en una tabla, donde a su vez la representación en el plano cartesiano de cada uno de ellos, origina una gráfica cartesiana.

Concepto de Función Lineal

Una Función Lineal es, entonces, una función con el conjunto de todos los reales como Dominio y Codominio, la cual se representa con la siguiente expresión algebraica: “ $y=f(x)=mx+b$, m y b son números reales, donde m es la pendiente y b es la intersección de la gráfica con el eje vertical y (de las ordenadas)” (Filotti *et al.*, 2019, p.1).

En cuanto a su representación gráfica, la misma está conformada por todos los pares ordenados (x, y) que satisfagan dicha igualdad. En particular, los puntos que representan a estos pares ordenados, están alineados.

Función Lineal y Proporcionalidad

Uno de los elementos conceptuales implícitos en el concepto de Función Lineal es el de proporcionalidad directa. En el estudio de la proporcionalidad hay algunos elementos que son necesarios definir; ellos son razón y proporción.

En concordancia con Cabrera y Carmona Valdés (2019), en Matemática “una razón es la comparación de dos cantidades, por medio de una división o cociente; mientras que la proporción se define como la igualdad entre dos o más razones” (p.5).

En el presente trabajo, resulta importante aclarar también el significado de que una magnitud sea proporcionalmente directa a otra; esto es, que el cociente entre ambas es siempre un mismo valor k , donde k es la constante de proporcionalidad.

Los términos de razón, proporción y proporcionalidad adquieren un significado unificado con la noción de Función Lineal. La proporcionalidad entre dos magnitudes puede interpretarse bajo el concepto de función como una cantidad variable que depende de otra cantidad variable. La representación cartesiana de la proporcionalidad origina una serie de puntos colineales de tal forma que tal función es lineal. De hecho, dos medidas de dos magnitudes directamente proporcionales tienen asociada una expresión de la forma $y=kx$, la cual coincide con la de una Función Lineal.

2.3. Recursos manipulativos

El término recurso en el ámbito educativo hace referencia a aquellos medios que se utilizan para acompañar la enseñanza y el aprendizaje. En general, los docentes hacen uso de recursos que consideran que facilitan la enseñanza y el aprendizaje de un conocimiento. Por otro lado, en cuanto al término “manipulativo”, el mismo viene del verbo manipular, que se refiere en su origen a todo aquello que uno puede manejar con las manos.

De aquí podemos derivar que hablar de recursos manipulativos implica referirse a objetos o materiales que los estudiantes pueden manejar con sus propias manos, es decir, que ponen en juego la percepción táctil. En términos de Godino *et al.* (2003), son objetos físicos tomados del entorno o específicamente preparados, que funcionan como medios de expresión, exploración y cálculo en el trabajo matemático (p.128).

En las instancias en que los alumnos tienen en sus manos distintos objetos y materiales concretos, tienen la posibilidad de llevar a cabo las acciones de: observar, experimentar, relacionar, buscar estrategias, contrastar procedimientos, formular preguntas y conjeturas, cometer errores, detectar sus errores, imaginar alternativas, buscar otros modos de llegar al mismo resultado. Por este motivo, la fase manipulativa es imprescindible.

El material concreto tiene un fuerte carácter exploratorio, lo que propicia un marco para la resolución de problemas, discusión, comunicación y reflexión. En particular, el uso de recursos manipulativos es de gran importancia dentro de la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas, debido a las relaciones existentes entre los materiales, las situaciones didácticas y los diversos lenguajes utilizados en la construcción de los conceptos y estructuras matemáticas.

3. Metodología

A continuación, se desarrolla la metodología que se lleva a cabo para este proyecto. Para ello se delimita el enfoque, alcance y diseño. Luego se presentan los participantes, se explicitan las

técnicas de recolección y el procesamiento de datos. Posteriormente, los instrumentos que se utilizan para dicha recolección y, por último, se comparten las categorías de análisis.

3.1. Enfoque, alcance y diseño

El enfoque adoptado es cualitativo, pues se procura indagar en propuestas de enseñanza y de aprendizaje que favorezcan el desarrollo de habilidades de modelización.

En cuanto al alcance, cabe advertir que es de carácter descriptivo-interpretativo. A partir de identificar posibles habilidades que se ponen en juego en la Modelización Matemática, se pretende reconocer actividades que promuevan el desarrollo de dichas habilidades. Así mismo se delimitan recursos manipulativos que favorezcan este desarrollo.

El presente trabajo se categoriza como una investigación de diseño, dado que se pretende formular un plan que permita obtener información útil para proponer posibles actividades que promuevan el desarrollo de habilidades de modelización de situaciones a través de Funciones Lineales.

3.2. Sujetos

Los sujetos de la investigación son nueve estudiantes avanzados del Profesorado en Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura de la UNR (EA1 a EA9), que transitan el cursado de tercero/cuarto año de la carrera o que están próximos a recibirse. Puntualmente se eligen estudiantes de tales características dada la base de formación que poseen, que les permite discernir con criterio matemático didáctico, que quizás un estudiante de los primeros años no. Además, se seleccionan estudiantes de esta carrera debido a la pertinencia de su objeto de estudio con el tipo de actividad que se realiza en el presente trabajo.

Por otro lado, se seleccionan tres libros educativos de nivel secundario que son los que se han utilizado en la Residencia de la carrera en el año 2021. A su vez, se los complementa con la plataforma JugariJugar.

Los libros de texto que se analizan son:

(L1) Matemática. Funciones 1 (Longseller, 2002)

(L2) Matemática II (Estación Mandioca, 2017)

(L3) Hacer Matemática 2/3 (Estrada, 2016)

3.3. Técnicas de recolección y procesamiento de datos

Para la obtención de información se efectúa un *análisis documental* de actividades donde se trabaja la Modelización Matemática y/o el tema Función Lineal, en libros de texto. A su vez

se analizan recursos manipulativos del sitio web JugariJugar que se puedan adaptar de forma tal que favorezcan el desarrollo de habilidades de modelización. Complementariamente se realiza un *cuestionario* de preguntas abiertas a estudiantes avanzados del Profesorado en Matemática, donde se presentan algunas de las actividades antes mencionadas y los recursos considerados de interés, con el objetivo de conocer su percepción acerca de los mismos. Esta técnica ayuda a corroborar la información adquirida del análisis documental.

3.4. Instrumentos

Los instrumentos utilizados para la recolección de datos consisten en un *cuadro comparativo* (Tabla 2), donde se vuelcan los enunciados de diversas actividades de interés para el estudio que se realiza, y se comparan las habilidades que promueven cada uno de ellos, con sus diferencias y similitudes.

Tabla 2. Matriz para el análisis de las actividades en los libros de texto

Enunciado	Tipo de actividad	Habilidades	Aspectos favorables	Aspectos desfavorables

Se efectúa un cuadro similar para los recursos manipulativos (Tabla 3).

Tabla 3. Matriz para el análisis de los recursos manipulativos

Recurso	Descripción	Habilidades	Aspectos favorables	Aspectos desfavorables

Se aplica un *cuestionario* de preguntas abiertas que se plantea a partir de la información que se obtiene de los cuadros comparativos.

El siguiente cuestionario se utiliza para obtener información sobre actividades y recursos que sirvan para promover el desarrollo de habilidades de Modelización Matemática.

Al hablar de Modelización Matemática se hace referencia a una técnica que se implementa para tratar una problemática, mediante la cual se eligen las teorías para tratarla en función de la relación de sus variables.

A partir de tener en cuenta la referencia anterior, ¿qué habilidades crees que se ponen en juego al modelizar una situación problemática?

¿Qué habilidades se trabajan al modelizar situaciones que involucran a las Funciones Lineales?

¿Qué tipo de actividades consideras que pueden ser favorables para modelizar situaciones problemáticas mediante Funciones Lineales? Desarrollar.

Si tuvieras que seleccionar actividades que promuevan el desarrollo de las habilidades antes mencionadas, ¿cuáles de los siguientes enunciados elegirías, cuáles no y por qué?

1. En un tanque hay 1890 litros de agua y se vacía con una canilla que arroja 45 litros por minuto.

a- Escribir la Función Lineal que permita calcular la cantidad de litros que quedan en el tanque después de determinado tiempo.

b- ¿Cuánta agua queda en el tanque después de 18 minutos?

c- ¿Después de cuántos minutos quedan 540 litros?

d- ¿Cuánto tarda en vaciarse el tanque?

2. Ariel es un buen vendedor que trabaja en una empresa de seguros. Allí cobra \$500 de sueldo fijo más un 10% de las ventas que realiza en el mes. Su jefe quiere premiarlo y le propone aumentarle el sueldo de manera tal que cobre un 11% de las ventas mensuales pero el sueldo básico bajará a \$400. Ariel, decepcionado, piensa que su jefe se burla de él y decide analizar la situación detenidamente. ¿Es cierto lo que opina Ariel?

3. En la vidriera de una cafetería de la ciudad de Mendoza hay un cartel que dice que $\frac{1}{4}$ kg de café molido cuesta \$69.

a- Luciana compró 0,75 kg de café molido. ¿Cuánto pagó?

b- Marcelo compró café y pagó \$103,5. ¿Cuánto compró?

c- Si Diana pagó el doble que Marcelo por el mismo tipo de café, ¿cuánto compró?

d- Escribí una fórmula para la función $P(x)$, que es el monto a pagar por cada kg de café molido.

e- ¿ $P(x)$ es lineal? Si es así, ¿cuál es su pendiente y qué significa ese número?

f- ¿Es verdad que para calcular $P(2,5)$ se pueden sumar $P(2)$ y $P(0,5)$?

En cuanto a los recursos didácticos de carácter manipulativo, ¿conoces alguno que pueda ser pertinente de implementar en actividades de Modelización Matemática? En caso afirmativo, menciona brevemente qué características del mismo son potenciales para la modelización y qué habilidades se ponen en juego con su utilización.

3.5. Categorías de análisis

En esta sección se establecen tres categorías de análisis que concuerdan con los objetivos de la investigación.

Habilidades involucradas (HI)

En esta categoría se clasifican las distintas habilidades que se ponen en juego al trabajar con Modelización Matemática, con la intención de poder analizar su presencia en las actividades extraídas de los libros de textos utilizados para el análisis documental y en los recursos manipulativos.

Ejemplos de actividades (EJA)

Se analizan distintos tipos de actividades que involucran la temática Función Lineal y/o Modelización Matemática, en donde se distinguen las habilidades que promueven, se clasifican según el tipo de enunciado que poseen, y se delimitan las ventajas y desventajas de su implementación. Este análisis se realiza con la finalidad de ejemplificar actividades que son favorables para el desarrollo de habilidades de modelización.

Recursos manipulativos (RM)

Al igual que en la categoría antes mencionada, aquí se analizan diversos Recursos Didácticos que pueden ser útiles para implementar en actividades de modelización de situaciones problemáticas. Se indaga en las particularidades de sus características, con el objetivo de delimitar cuáles impulsan al desarrollo de habilidades de modelización.

4. Hallazgos

En esta sección se presentan los resultados obtenidos del análisis de datos, divididos en dos grandes apartados: Propuestas existentes y Propuestas alternativas.

4.1. Propuestas existentes

A partir de la descripción de tres libros de texto de distintas editoriales y una página web, se analiza la presencia de actividades y recursos que promuevan el desarrollo de habilidades de modelización de situaciones problemáticas.

Libro 1 (L1)

En este libro, el contenido correspondiente a Función Lineal abarca todo el capítulo 2 (p.37); mientras que el capítulo 1 aborda el tema Funciones en general. El capítulo 2 comienza con un párrafo introductorio que hace mención a situaciones en las que se relacionan dos variables. Posteriormente se presentan dos problemas y, a partir del planteo de sus resoluciones, se define la expresión general de una Función Lineal, el dominio, su correspondiente gráfica y la pendiente.

En la Figura 1 se muestra el enunciado de estos primeros dos problemas, situados uno debajo del otro.

No borren los procedimientos erróneos. Analicen dónde y por qué se equivocaron para no volver a cometer el mismo error.

Lean atentamente las consignas, discutan sus ideas con sus compañeros y escuchen las de ellos.



Figura 1. Funciones y Ecuaciones Lineales (L1, p.38)

○ Problema 1

Lucía acaba de sacar el registro y se va en auto de vacaciones a Miramar con una amiga. La distancia de Buenos Aires a Miramar es de 500 km. Su mamá, preocupada, le pide que llame a la mitad del viaje, cuando esté a 410 km de Buenos Aires y cuando llegue a Miramar. Para tranquilizarla, Lucía quiere decirle exactamente los horarios en que llamará. Averigua que viajará siempre a velocidad constante, que saldrá de la casa de su amiga en City Bell, distante a 50 km de Buenos Aires, a las 10 hs. y que dos horas más tarde se encontrará a 230 km de Buenos Aires. ¿En qué horarios llamará Lucía a su madre?

○ Problema 2

Ariel es un buen vendedor que trabaja en una empresa de seguros. Allí cobra \$500 de sueldo fijo más un 10% de las ventas que realiza en el mes. Su jefe quiere premiarlo y le propone aumentarle el sueldo de manera tal que cobre un 11% de las ventas mensuales pero el sueldo básico bajará a \$400. Ariel, decepcionado, piensa que su jefe se está burlando de él y decide analizar la situación detenidamente. ¿Es cierto lo que opina Ariel?

Los enunciados de estos dos problemas son una buena introducción al capítulo, para comenzar a pensar en modelizar situaciones mediante Funciones Lineales.

Posteriormente se comienza a desarrollar la resolución del Problema 1 y se presenta un esquema representativo de la situación problemática como ayuda para su razonamiento. Luego se vuelcan los datos en una tabla de valores y a partir de allí se obtiene la función modelizadora, seguidamente se responde el problema.

A continuación, se define Función Lineal y en un recuadro al costado se plantea otra pregunta, como se muestra en la Figura 2.

Posteriormente se menciona que el dominio de las Funciones Lineales son los números reales, aunque en este caso particular son los que están comprendidos entre 0 y 5. También se presenta la gráfica que representa a este modelo, se menciona que la gráfica de toda Función Lineal es una recta y se define la ecuación de la recta. Aquí se explicita que todos los puntos (x, y) que pertenecen a la recta verifican dicha ecuación.

Luego se define la pendiente a partir de calcular la variación entre la variable dependiente e independiente.

A lo largo de todo el margen izquierdo de esta página se plantean distintas actividades relacionadas al Problema 1 y al tema Función Lineal abstraídas de la situación problemática.

De manera similar se desarrolla la resolución del Problema 2.

Lucía en x horas de viaje y debemos sumarle 50 para saber a qué distancia de Buenos Aires está.
Para poder darle los horarios a su madre primero debe saber cuántos km serán medio viaje.

Función lineal

Volviendo al esquema del problema 1, Lucía observa que debe recorrer 450 km en total (porque salió de City Bell); luego, medio viaje serán 225 km, por lo tanto, tiene que saber en qué momento recorrerá 225 km.

$$225 = 90 \cdot x \Rightarrow x = 2,5$$

Es decir, debe llamar a la madre después de 2,5 horas de viaje, o sea, a las 12:30 por primera vez.

Para la segunda llamada sabe que la distancia a Buenos Aires debe ser de 410 km; luego,

$$90x + 50 = 410 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow \text{debe llamarla a las 14 horas.}$$

Llegará a Miramar cuando $y = 500$; luego,

$$90x + 50 = 500 \Rightarrow x = 5 \Rightarrow \text{o sea, a las 15 horas.}$$

Una función de la forma:

$$f(x) = mx + b$$

es una **función lineal**, donde m y b son números reales cualesquiera y x es la variable independiente.

1. En el problema 1, si la velocidad no fuera constante, ¿podría Lucía realizar el mismo razonamiento?

Figura 2. Funciones y Ecuaciones Lineales (L1, p.40)

El capítulo continúa con rectas paralelas y perpendiculares, funciones partidas, función valor absoluto y sistema de ecuaciones lineales. Al finalizar el capítulo se presenta una guía de ejercitación (Figura 3), en esta sección se encuentran 24 actividades, la mayoría de aplicación y de tipo ejercicio o problema con texto (Borasi, 1986).

e. ¿Cuánto tiempo tardó en estar a 60 cm del inicio de la pista?

f. ¿Cuál será la fórmula que me permita calcular la distancia al inicio de la pista en función del tiempo?

2. Los alumnos de una escuela están juntando dinero para su viaje de egresados. Ya tienen ahorrados \$1200 y logran juntar \$100 por mes.

a. ¿Cuál de las siguientes fórmulas nos permite saber lo que llevan ahorrado en función de los meses?

i. $y = 100 \cdot x$ ii. $y = 1200 \cdot x$ iii. $y = 1300 \cdot x$ iv. $y = 100 + 1200x$ v. $y = 1200 + 100 \cdot x$

b. ¿Qué valor representa la pendiente; cuál, la ordenada al origen, y cuál es el significado de ambos?

3. Dos autos se dirigen, a velocidad constante, a Uruguay por una ruta recta. El primero sale a 70 km de Buenos Aires con una velocidad de 65 km/h. Del segundo se registraron los siguientes datos:

Tiempo (horas)	$\frac{1}{2}$	2
----------------	---------------	---

Figura 3. Funciones y Ecuaciones Lineales (L1, p.57)

Luego se presenta una guía de autoevaluación con ocho actividades similares a las anteriores.
Libro 2 (L2)

En este libro, el capítulo 5 (p.69) está dedicado al tema Funciones y dentro de este capítulo se abordan contenidos de Función Lineal. El mismo comienza con un listado de la secuencia de contenidos acompañado de una imagen. Dichos contenidos son: Ejes cartesianos, Pares ordenados y cuadrantes, Interpretación de gráficos, Tablas y gráficos, Noción de función,

Gráfico de una función, Funciones definidas por fórmula, Función Lineal, Sistemas de ecuaciones, Resolución gráfica de un sistema y Función cuadrática. La imagen que acompaña es una viñeta graciosa de una pareja que vacaciona en las sierras donde la mujer le menciona al marido lo bueno que es ir a las sierras para que él se olvide de los problemas financieros de su trabajo, y el marido mira la silueta de las sierras y las relaciona con la gráfica de una función.

A continuación, se presenta un recuadro de una explicación sobre cómo marcar pares ordenados en los ejes cartesianos seguida de ejercitación al respecto.

Luego se presenta un recuadro con la definición de función, dominio, codominio y gráfica de una función. Seguidamente se plantean seis actividades relativas a interpretaciones gráficas de funciones.

En cuanto a la sección de Función Lineal (p.76), comienza con su definición acompañada de su ecuación general y un ejemplo de representación gráfica de una función lineal particular. Posteriormente se presentan cinco actividades relacionadas con este contenido, cuatro de ellas son situaciones a partir de las cuales se pide escribir las funciones lineales que las modelizan, responder preguntas al respecto y en un caso se pide realizar la representación gráfica de dicha situación. En una quinta actividad se presentan cuatro funciones lineales acompañadas de cuatro tablas que contienen los valores de x y se tienen que completar los valores de y , para luego graficar en un sistema de ejes cartesianos.

En la Figura 4 se presenta la imagen respectiva a la tercera de estas actividades.

18. En un tanque, hay 1 890 l de agua y se vacía con una canilla que arroja 45 l por minuto.
a. Escribí la función lineal que permita calcular la cantidad y de litros que quedan en el tanque después de x minutos.

Calculá.

b. Cuánta agua queda en el tanque después de 18 minutos.

c. Después de cuántos minutos quedan 540 litros.

d. Cuánto tarda en vaciarse el tanque.

Figura 4. Funciones (L2, p.76)

El enunciado de esta actividad permite pensar en la ley de la función que modeliza la situación problemática que se plantea y, a través de las últimas tres preguntas, se puede notar la relación existente entre las variables involucradas.

Libro 3 (L3)

En este libro, los contenidos de funciones se presentan en tres capítulos. El capítulo 4 (p.48) llamado Análisis de funciones, destina 18 páginas que contienen 28 actividades en las que se relacionan situaciones de la vida real e intra-matemáticas con representaciones gráficas, y en algunos momentos se realizan aportes teóricos sobre gráficas de funciones, definición de dominio y de codominio.

En cuanto al capítulo 6 (p.88), nombrado Funciones Lineales, comienza con una imagen fotográfica de un avión en despegue, acompañada de una primera actividad (Figura 5).

En esta actividad el enunciado es de utilidad para una etapa introductoria, dado que no se explicita cómo realizar el razonamiento. A partir de las distintas explicaciones de cada estudiante se puede generar un debate interesante con el grupo-clase y entre todos acordar el razonamiento más pertinente.

1. En la sucursal de Santa Rosa de la empresa Envíos Rápidos y Seguros (ERS) se observan los siguientes afiches, en los que anuncian promociones para el envío de encomiendas. Martín vive en Santa Rosa y quiere mandarle a su hermano, que estudia en Córdoba, una caja con los apuntes de la facultad que ya no usa.



- a. ¿Qué promoción le recomendarías a Martín si la encomienda pesa 8 kg y no le importa el tiempo que tarda en llegar? Explicalo en la carpeta.
- b. Si a último momento Martín decide agregar a la encomienda algunos libros que pesan 7 kg, ¿le seguirías recomendando lo mismo? Explicá por qué.

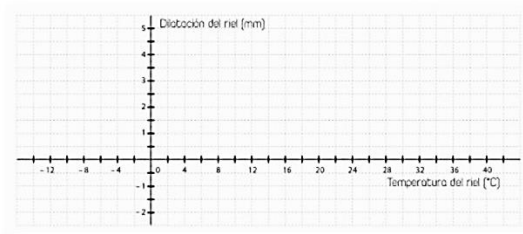
Figura 5. Funciones Lineales (L3, p.88)

A lo largo de 13 páginas se plantean 27 actividades relacionadas a esta temática, acompañadas de recuadros con diversos aportes teóricos pertinentes (Figura 6).

10. Pedro trabaja en el ferrocarril, controlando el estado de los rieles. Sabe que el metal se dilata uniformemente con el calor y usa esta tabla.

Temperatura del riel (en °C)	-12	8	20	32
Dilatación del riel (en mm)	-1,5	1	2,5	4

- a. Usá la tabla para hacer el gráfico cartesiano de la función $D(x)$, que es la dilatación del riel (en mm) cuando su temperatura es x (en °C).



- b. Si la temperatura del riel es de 40 °C, ¿es cierto que su dilatación es de 5 mm? Usá el gráfico para responder.
- c. ¿Cuál es la dilatación del riel si su temperatura es de 30 °C?
- d. Si el riel se dilata 3 mm, ¿cuál es su temperatura?
- e. ¿Se puede saber a qué temperatura el riel no se dilata ni se comprime?
- f. Calculá la pendiente de la función $D(x)$.
- g. Decidí cuáles de estas fórmulas pueden corresponder a $D(x)$.
 $-\frac{1}{8}x$ $\frac{1}{8}x - 1,5$ $\frac{1}{8}x$ $-\frac{1}{8}x - 1,5$ $8x$
- h. Explicá cómo podés usar la fórmula para responder las consignas anteriores.

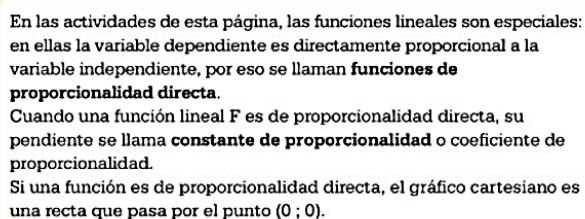
Figura 6. Funciones Lineales (L3, p.94)

Si bien en esta oportunidad la actividad no se centra en la modelización de una situación, resulta interesante la posibilidad de partir de una tabla de valores para su posterior representación gráfica, y a partir de allí realizar un análisis de la situación y finalmente, con todas esas herramientas, pensar en la ley que la modeliza (Figura 7).

En este caso, se resalta la intención del recuadro luego de la actividad, en donde se define la función de proporcionalidad directa y cómo se comporta la gráfica de una función lineal mientras sus variables se relacionan de esta manera.

Al finalizar el capítulo se presenta la sección Más actividades, destinada a plantear actividades sobre el contenido Función Lineal, en su mayoría de tipo problema con texto, problema de la vida real y algunos de tipo ejercicio.

16. En la vidriera de una cafetería de la ciudad de Mendoza hay un cartel que dice que $\frac{1}{4}$ kg de café molido cuesta \$69.
- Luciana compró 0,75 kg de café molido. ¿Cuánto pagó?
 - Marcelo compró café y pagó \$103,5. ¿Cuánto compró?
 - Si Diana pagó el doble que Marcelo por el mismo tipo de café, ¿cuánto compró?
 - Escribí una fórmula para la función $P(x)$, que es el monto a pagar por x kg de café molido.
 - ¿ $P(x)$ es lineal? Si es así, ¿cuál es su pendiente y qué significa ese número?
 - ¿Es verdad que para calcular $P(2,5)$ se pueden sumar $P(2)$ y $P(0,5)$?



En las actividades de esta página, las funciones lineales son especiales: en ellas la variable dependiente es directamente proporcional a la variable independiente, por eso se llaman **funciones de proporcionalidad directa**. Cuando una función lineal F es de proporcionalidad directa, su pendiente se llama **constante de proporcionalidad** o coeficiente de proporcionalidad. Si una función es de proporcionalidad directa, el gráfico cartesiano es una recta que pasa por el punto $(0 ; 0)$.

17. a. Busquen cuáles de las funciones de las actividades anteriores de este capítulo son de proporcionalidad directa.

Figura 7. Funciones Lineales (L3, p.97)

Respecto al capítulo 7 (p.120), se titula Funciones Lineales, Ecuaciones e Inecuaciones. La organización y estructura de este capítulo es similar a la del capítulo antes descrito.

A continuación, en la Figura 8 se presenta la imagen de la quinta actividad consecutiva que se plasma desde el comienzo del capítulo.

En esta actividad se destaca el enunciado de tipo problema con texto a partir del cual se necesita pensar en las dos leyes de las funciones que modelizan la situación de cada compañía telefónica. Por otro lado, al graficar ambas funciones en un mismo sistema de ejes cartesianos es posible realizar un análisis visual de las dos situaciones, así como también se promueve el uso del programa GeoGebra, de gran utilidad para trabajar el tema en cuestión.

5. En una ciudad hay dos compañías que ofrecen el servicio de telefonía. La compañía A cobra un cargo fijo de \$450 por mes más \$0,50 por minuto hablado. La compañía B cobra un cargo fijo de \$348 por mes y \$0,65 por minuto hablado. Alicia es cliente de la compañía A y su amiga Blanca es cliente de la compañía B. Resolvé las consignas en tu carpeta.
- Si un mes las dos hablan 8 horas y media, ¿cuál de las dos amigas paga más?
 - Escribí dos cantidades de tiempo hablado en las que Blanca pague más por el servicio que su amiga Alicia.
 - Planteá una fórmula para $A(x)$ y otra para $B(x)$, definidas como las funciones que expresan el monto a pagar por el servicio de telefonía de cada compañía si se hablan x minutos.
 - Usá las fórmulas para corroborar tus respuestas a las dos primeras consignas.
 - Un mes las amigas se encuentran y descubren que las dos hablaron lo mismo y que les cobraron lo mismo. Escribí una ecuación que permita averiguar cuántos minutos hablaron ese mes y cuánto pagaron. Resolvela y averigüala.
 - Usá el programa GeoGebra para graficar las dos funciones y comprobá visualmente en la ventana gráfica si tus respuestas anteriores son correctas.
 - Un mes Alicia paga menos que Blanca. ¿Se puede saber cuánto habrá hablado mirando los gráficos?

Figura 8. Funciones Lineales, Ecuaciones e Inecuaciones (L3, p.109)

En la Tabla 2 se analizan las distintas actividades que se obtuvieron como resultado del análisis documental de libros. Aquí se pretende ejemplificar aspectos favorables de las mismas para el desarrollo de habilidades de modelización de situaciones problemáticas mediante funciones lineales.

Tabla 2. Análisis comparativo de actividades de los libros seleccionados

Actividad	Tipo	Habilidades	Favorable	Desfavorable
Problema 1 - Figura 1	Problema de la vida real	Exploración, creación y resolución de problemas. Competencia matemática, interacción con el mundo físico, tratamiento de la información y autonomía e iniciativa personal.	Es útil como vehículo para introducir el tema Funciones Lineales, dado que es una actividad contextualizada que permite, a partir de pensar en su resolución, relacionarla con los contenidos pertinentes a dicha temática. Esto promueve una comprensión más profunda, mayor nivel de implicación y participación.	No se evidencian aspectos desfavorables si se la piensa como una actividad introductoria. Para actividad de aplicación o ejercitación resulta bastante incompleta, dado que no se pide explícitamente la representación gráfica de la situación, ni la ley de la función que la modeliza.
Problema 2 - Figura 2	Problema de la vida real	Exploración, creación y resolución de problemas. Competencia matemática, tratamiento de la información y autonomía e iniciativa personal.	Es de utilidad tanto como vía introductoria de contenido como para desarrollar habilidades de resolución de problemas. La metodología de resolución no está explícita en el enunciado, lo que permite que cada estudiante decida cómo avanzar y con qué herramientas, y que piense en distintas estrategias de resolución. Esto promueve	Si bien el enunciado posee un contexto que lo asemeja a una situación de la vida real, el hecho de tratarse del cobro de un sueldo queda algo alejado al contexto de los estudiantes de segundo año, ya que por lo general estos no suelen trabajar. Por otro lado, la información está desactualizada con relación al contexto actual, pero estos datos se pueden modificar.

			la autonomía e iniciativa personal.	
Actividad 2 - Figura 3	Problema con texto	Resolución de problemas. Competencia matemática y tratamiento de la información.	Al tratarse de un contexto relativamente cercano a la realidad de los estudiantes, se promueve su interés. Por otro lado, sus apartados requieren de la aplicación de conocimientos sobre Función Lineal para sus resoluciones, así como también se analiza e interpreta el significado de pendiente y ordenada al origen.	El enunciado no está del todo claro, lo cual puede dificultar la interpretación de la información que brinda por parte de los estudiantes, pero se puede redactar de manera tal que se explicita a partir de cuándo comienzan con la colecta, y que antes de comenzar con ella, ya poseían \$1200 ahorrados. Por otro lado, es una actividad bastante acotada en cuanto a los contenidos propios del tema que se ponen en juego para su resolución.
Actividad 18 - Figura 4	Problema con texto	Resolución de problemas. Competencia matemática, interacción con el mundo físico y tratamiento de la información.	Esta actividad puede resultar útil para la aplicación de conocimientos, así como para desarrollar habilidades de resolución de problemas. Se requiere interpretar y describir la situación que se plantea y determinar la función que la modeliza. Por otro lado, es necesario saber representar de forma abstracta la relación entre las variables que participan.	El enunciado por sí solo es un tanto vago de aplicación de conocimiento, pero se podrían agregar apartados que requieran el empleo de tablas de valores y de gráficas. Por otro lado, resultaría interesante indagar sobre la proporcionalidad directa. Además, si se elimina del enunciado la aclaración de “ x cantidad de agua e y cantidad de minutos”, los estudiantes serán quienes determinen en función de la información que brinda el enunciado, cuál es la variable dependiente y cuál la independiente, para comenzar a entender cómo se relacionan las mismas.
Actividad 1 - Figura 5	Problema de la vida real	Exploración, creación y resolución de problemas. Competencia matemática, interacción con el mundo físico, tratamiento de la información y autonomía e iniciativa personal.	Esta actividad es de utilidad como vehículo para introducir el tema Funciones Lineales. Dado que los procesos necesarios para su resolución no están explícitos en el enunciado, los estudiantes analizan la situación y deciden qué estrategias utilizar, lo que promueve el desarrollo de habilidades de resolución de problemas.	Como actividad introductoria, no posee aspectos desfavorables. En cambio, si se la quiere implementar en otra etapa del aprendizaje, resulta necesario agregar apartados que requieran de conocimientos específicos del tema, como ser la pendiente, ordenada al origen, gráfica, expresión simbólica de la ley, tabla de valores, variable dependiente e independiente, entre otros.

Actividad 10 - Figura 6	Problema con texto	Competencia matemática y tratamiento de la información. Resolución de problemas.	Actividad completa para aplicar conocimientos de Funciones Lineales vistos previamente.	La modelización matemática no posee un papel relevante en la resolución de esta actividad.
Actividad 16 - Figura 7	Problema con texto	Resolución de problemas. Competencia matemática, interacción con el mundo físico, tratamiento de la información.	Resulta útil la actividad para la ejercitación relativa a funciones lineales.	Un tanto incompleta respecto a las habilidades que se pretenden promover.
Actividad 5 - Figura 8	Problema de la vida real	Resolución de problemas. Competencia matemática, interacción con el mundo físico, tratamiento de la información.	Es interesante el hecho de incluir la utilización del recurso GeoGebra para representar la información mediante una gráfica pertinente.	El apartado c es demasiado explícito respecto a la información que representa cada variable, lo que facilita en cierto modo el análisis de la información y el razonamiento por parte de los estudiantes.

JugariJugar (JJ)

Esta página web es una tienda online de juegos, juguetes y materiales diversos, que tienen la intención de promover aprendizajes en las infancias. La misma está compuesta por diversas secciones; en particular, se hace foco en la sección ventajas para escuelas - catálogo digital. Este se divide en diversas temáticas, con centro en este trabajo en Juegos de mesa (p.394). Dentro de los juegos de mesa se presenta una gran variedad de posibilidades, las cuales se agrupan de acuerdo a las habilidades que promueven, como ser juegos cooperativos, memoria y atención, lenguaje y escritura, matemáticas y razonamiento lógico, emociones, destreza y estrategia.

Debido a la gran cantidad de juegos que se presentan, se decide mencionar algunos puntuales de interés en relación con los temas pertinentes de esta investigación.

Dentro de la sección juegos cooperativos, se resalta “Taxi, rápido” (p.392), el cual se describe como un juego de estrategia e ingenio en el que cada taxista lleva a un cliente hacia determinado sitio, y para ello decide cuál es el trayecto más conveniente a tomar. El mismo cuenta con un tablero que simula ser el mapa de un pueblo, seis fichas en forma de auto que cumplen el rol de taxi y un mazo de cartas a partir de las cuales se logra el trayecto conveniente.

Por otro lado, en la sección destreza, atención, precisión y rapidez se destaca “Kaleidos Junior” (p.414), descrito como un juego de agudeza visual que promueve el lenguaje, la

escritura, atención y memoria. El mismo cuenta con varias placas de ilustraciones y una ruleta con la imagen de distintos objetos. El objetivo es identificar dentro de las placas, los objetos que salen en la ruleta, luego de cada tirada, con la mayor rapidez posible.

Tabla 3. Análisis comparativo de juegos de mesa

Recurso	Descripción	Habilidades	Favorable	Desfavorable
Taxi, rápido	Los jugadores toman decisiones que optimizan la trayectoria que realiza un taxista.	Resolución de problemas. Tratamiento de la información (selección de lo que resulta útil). Autonomía e iniciativa personal (planificar estrategias, asumir retos y controlar los procesos en la toma de decisiones).	La optimización del trayecto se puede relacionar fácilmente con contenidos de Función Lineal. Se puede jugar en forma conjunta, para promover el compañerismo y trabajo en equipo. Las habilidades involucradas son habilidades que también intervienen en la Modelización Matemática. La toma de decisiones se puede relacionar con la modelización de distintas situaciones mediante funciones lineales.	El juego por sí solo no especifica de qué manera se encuentra un ganador. Aun así, esto es algo que se puede acordar con el grupo-clase o pensar previamente e incluirlo en las reglas de juego.
Kaleidos Junior	Los jugadores tienen que asociar de forma rápida dos imágenes situadas en distintos elementos.	Conocimiento e interacción con el mundo físico (distinción de formas, relaciones y estructuras como herramientas básicas para desarrollar representaciones abstractas del mundo).	Se pueden relacionar imágenes que posean gráficas de funciones lineales con imágenes que posean leyes de funciones. Esto promueve la relación heurística.	Ausencia de aspectos relacionados con la modelización de situaciones problemáticas.
Bingo	Los jugadores tienen que reconocer de forma rápida los números dentro de un cartón que coincidan con las bolillas numeradas que se toman de forma aleatoria.	Autonomía e iniciativa personal (planificar estrategias).	El juego se puede modificar de manera que cada bolilla sea un enunciado de una situación problemática que se resuelva mediante funciones lineales, mientras que el cartón posea sus respectivas representaciones gráficas y/o sus leyes. De esta manera se aborda la Modelización Matemática así como también Funciones Lineales.	La modificación pensada hace que el juego sea demasiado extenso si se pretende llenar un cartón para ganar el mismo.

Por su parte, dentro de la sección matemáticas y razonamiento lógico, se distingue el conocido juego de mesa llamado “Bingo” (p.419), con una esfera hueca que rueda y que contiene bolillas numeradas que se retiran de a una de manera aleatoria. Por su parte, cada jugador posee un cartón con distintos números que tacha a medida que los números de las

bolillas coinciden con los del cartón. Este juego promueve habilidades de atención y de razonamiento lógico matemático.

En la Tabla 3 se plasma el análisis de estos recursos en un cuadro comparativo.

4.2. Propuestas alternativas

En este apartado se mencionan los resultados obtenidos a partir del análisis de los cuestionarios enviados a estudiantes avanzados de la carrera del Profesorado en Matemática y se propone una secuencia de actividades innovadoras que favorezcan el desarrollo de habilidades de modelización de situaciones problemáticas mediante Funciones Lineales. Para ello, se tiene en cuenta todo el análisis previo que se efectuó sobre los libros y la página web.

Cuestionario

A partir de la primera pregunta del cuestionario se pretende obtener información que dé cuenta de la percepción por parte de los/as estudiantes avanzados/as sobre las habilidades que promueve la Modelización Matemática. Al respecto, la mayoría coincide en las habilidades de interpretar, visualizar/imaginar y representar. Por otro lado, algunos/as mencionan las habilidades de explorar, argumentar y generalizar. En particular, se destaca que solo EA4 considera que la modelización matemática promueve autonomía en los estudiantes y solo EA5 menciona la validación.

Respecto a la segunda cuestión, se enfoca en averiguar cuáles de estas habilidades ya mencionadas consideran que se ponen en juego al trabajar el tema Función Lineal y las reiteran. Por su parte, EA5 agrega el hecho de “traducir” situaciones de la vida cotidiana mediante una función lineal (habilidad que EA6 mencionó en la respuesta anterior), aplicar conceptos, interpretar los resultados y comunicarlos. EA6 menciona, además, reconocer la relación de dependencia entre las variables e identificar una proporción, aspectos que se mencionan en EJA.

Para la tercera pregunta se espera que los/as EA describan alguna actividad puntual o bien que mencionen determinada característica que se espera que posea una actividad para promover la modelización matemática mediante Funciones Lineales. En este sentido, todos ellos coinciden en la implementación de actividades con enunciados de situaciones de la vida real, cercanas a los contextos de vida de los estudiantes, de modo que les resulte de interés la temática en cuestión. Además, dos de ellos (EA5, EA6) resaltan situaciones que involucren cantidad y costo de objetos, dado que esta relación es siempre proporcional. También, EA5 alude a aumentos de precios a lo largo del tiempo, distancia y tiempo, dosis de medicamentos

y peso del paciente. Por otro lado, EA4 menciona el hecho de proponer actividades que no posean una metodología de resolución explícita en su enunciado; sugerencia que coincide con algunos de los aspectos favorables mencionados en EJA.

A partir del cuarto apartado, se presentan tres enunciados de actividades de tipo problema con texto que involucran el tema Función Lineal y se interroga a los/as EA sobre cuáles de estos seleccionan si desean promover el desarrollo de las habilidades que han mencionado antes, cuáles no eligen y por qué motivos.

El primer enunciado brinda información sobre dos variables que se relacionan, pero con contexto bastante acotado. El segundo enunciado posee un contexto que se relaciona con cuestiones de la vida real/cotidiana. Por su parte, el tercer enunciado es de un estilo similar al primero, pero se agregan preguntas posteriores de tipo exploratorias que permiten trabajar sobre la situación, investigarla, analizarla e interpretar los datos para poder dar respuesta a cada pregunta.

Respecto a esto, dos de los EA eligen la segunda situación para la cual argumentan su elección debido a la ausencia de “pasos a seguir” en su enunciado; es decir, se destaca el hecho de que sean los estudiantes quienes deban explorar, decidir cómo avanzar y qué métodos utilizar para resolverla, así como también se resalta que la solución no es única y exacta, sino que depende de distintas posibilidades. Estas cuestiones coinciden con los aspectos favorables destacados en EJA sobre esta actividad.

Por otro lado, todos coinciden en la elección de la tercera actividad, su justificación está ligada a las deducciones que se pueden realizar a partir de resolver cada ítem de la actividad, deducciones que luego se pueden validar, generalizar e institucionalizar.

Por último, el quinto interrogante que se plantea a los/as EA tiene que ver con indagar en los recursos didácticos de carácter manipulativo que conocen y que en particular puedan ser de utilidad en actividades de Modelización Matemática con la intención de promover las habilidades antes mencionadas. En cuanto a esto, no se recibieron grandes aportes, solo dos de ellos respondieron al respecto y el resto mencionó no conocer recursos didácticos manipulativos útiles para tal caso. Esto lleva a pensar en el desconocimiento que posiblemente se tenga sobre la existencia de este tipo de recursos por parte de los/as EA y, en particular, se refuerza una de las ideas iniciales de este proyecto sobre la necesidad de proponer actividades que involucren el empleo de recursos didácticos, específicamente de material manipulativo. Sin embargo, los dos EA que hicieron aportes en respuesta a este interrogante, mencionaron

el empleo de juegos de mesa como el bingo o el juego de la oca, pero adaptados a las Funciones Lineales.

Propuesta innovadora

Propuesta de juego de mesa:

Taxi, rápido!

Se trata de una actividad áulica que se diseña a partir de tener en cuenta tanto los aspectos favorables como desfavorables del juego Taxi, rápido, así como también se presta especial atención en modificar el mismo de forma tal que se mantengan las habilidades que promueve este recurso, pero adaptada a los temas de interés del presente trabajo y a los contextos cercanos a los estudiantes. Para ello se plantean situaciones problemáticas perceptibles de ser tratadas a través de la modelización mediante funciones lineales.

El juego contiene:

- Un tablero (representa el mapa del barrio donde se sitúa la escuela en la que se lleva a cabo el juego).
- Seis fichas de taxis (representan a cada taxista).
- Seis tarjetas de pasajero/a (muestra el cliente que recibirá el taxista: directora, portera, preceptor, profesor de matemática, estudiante de quinto año, mamá de estudiante de segundo año).
- Seis tarjetas de viaje (indica el sitio de origen en el cual sube el pasajero y el destino en el cual desciende).
- Veinticuatro tarjetas de suerte (muestra una situación que el taxista necesita resolver para poder avanzar).
- Veinticuatro tarjetas de solución (muestra la resolución de cada situación problemática que se presenta en las tarjetas de suerte).

Objetivo del juego:

Participan siete jugadores, seis cumplen el rol de taxista y uno el de inspector de tránsito (IT). Cada taxista transporta un pasajero. Se recoge en un punto del mapa y se lleva a su destino. Durante el trayecto, el taxista decide qué camino le conviene tomar para demorar el menor tiempo posible. El primer jugador en buscar al pasajero por su punto de origen y dejarlo en su destino, gana la partida.

Preparación:

Colocar el tablero de juego en el centro de la mesa.

Cada jugador toma un taxi (ficha) y lo coloca sobre una calle, a su elección.

Se reparten las tarjetas de pasajeros, una a cada taxista. Y lo mismo con las tarjetas de viaje. Las tarjetas de suerte quedan al costado del tablero, apiladas boca abajo. Las tarjetas de solución las posee el inspector de tránsito.

Desarrollo:

Comienza el jugador más joven. Por turnos, los jugadores conducen su taxi hasta el lugar donde los espera el cliente. En un turno, un taxi puede cruzar un solo paso de peatones y tendrá que detenerse antes de cruzar un segundo paso de peatones. En este momento, comienza el turno del siguiente jugador. Una vez que todos los taxistas quedan frenados delante de cada paso de peatones, cada uno de ellos levanta una tarjeta de suerte y comienza a resolver la situación problemática, podrá continuar viaje luego de anunciarle al IT que la resolvió, y este controle que esté bien resuelta. En caso contrario, el taxista estará demorado dos minutos y luego se le permitirá volver a intentar resolver dicha situación. Al momento en que la situación se resuelve correctamente, el taxista puede avanzar, sin importar el orden de turnos del comienzo. Cada vez que se detiene frente a un paso de peatones, se repite el proceso, hasta llegar a destino (Figura 9).

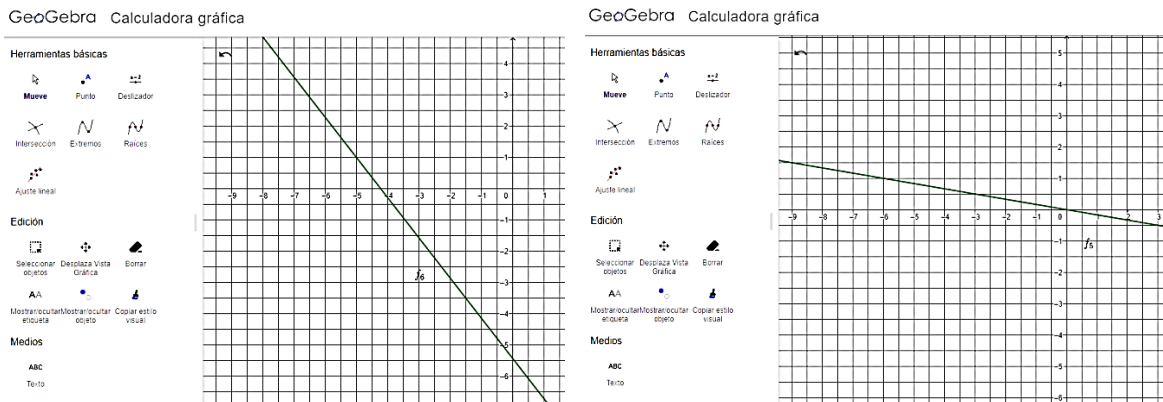


Figura 9. Repetición del proceso del paso de peatones

En el juego hay 24 tarjetas de la suerte, que contienen los enunciados con consignas a resolver. Son de cuatro tipos, seis consignas por tipo. En la Figura 10 se muestra, a modo de ejemplo, una de cada tipo: tarjeta 1 (expresar una ley de función dada una representación gráfica); tarjeta 7 (representar gráficamente una función dada su ley); tarjeta 13 (determinar si ciertos puntos pertenecen a la gráfica de cierta función); tarjeta 19 (encontrar la ley de una función ante una situación coloquial). Además, hay otras 24 tarjetas con sus respectivas soluciones.

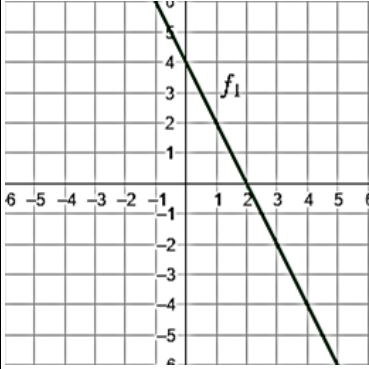
<p>1. Expresar la ley de $f_1(x)$</p> 	<p>7. Representar la gráfica de $f_7(x) = 3(x-1)+1$</p>	<p>13. Determinar si P_1, P_2 y P_3 pertenecen a la gráfica de f_{13} y/o g_{13}:</p> <p>$P_1 = (0;4)$ $P_2 = (16;2)$ $P_3 = (-7,5;16)$ $f_{13}(x) = 38x-4$ $g_{13}(x) = -2x+24,5$</p>	<p>19. El taxi que manejas consume 1,5 litros de combustible por cada km que recorre a una velocidad constante de 30km/h. Si vas a 30 km/h durante 45 minutos, ¿cuántos km recorres y cuántos litros de combustible se consumen en ese tiempo? Expresa la ley de la función que modela dicha situación y responde la pregunta.</p>
--	--	--	--

Figura 10. Algunos enunciados de las tarjetas del juego

Sobre las modificaciones realizadas

En esta instancia se pretende justificar algunas de las modificaciones que se realizaron sobre este juego, para llevar a cabo una actividad áulica.

Se elige emplear el desarrollo de un juego de mesa dado que, como se ha mencionado con anterioridad, el uso de material concreto posee un fuerte carácter exploratorio, lo cual favorece la resolución de problemas, el debate y la reflexión; aspectos fundamentales dentro de la Modelización Matemática. En particular, se elige este juego debido a las habilidades que promueve por sí mismo, las cuales coinciden con muchas de las mencionadas por Gallart *et al.* (2019) y Sierra *et al.* (2011), como ser la toma de decisiones, la planificación de estrategias e implementación de las mismas. Todo ello tanto para decidir el camino óptimo a transitar (para ello analizan qué camino posee la menor cantidad de paso de peatones posible) como para resolver las situaciones que se le plantean en cada tarjeta de suerte (en esta instancia resuelven situaciones problemáticas de carácter matemático, donde intervienen contenidos del tema Función Lineal), proceso estrechamente relacionado a la resolución de problemas. Para comenzar con la propuesta, se decide utilizar un mapa de la zona geográfica donde se encuentra la escuela en la que se lleva adelante la actividad, para que el contexto sea reconocido rápidamente por el estudiante, así como el hecho de que los pasajeros sean personajes involucrados con la escuela. Esto posiblemente motive al estudiante y ayude a que se involucre en la actividad, debido a tratarse de calles y sitios que suelen transitar con frecuencia.

Por otro lado, cada una de las situaciones planteadas en las tarjetas de suerte tiene la intención de trabajar contenidos específicos del tema Función Lineal, con especial énfasis en las distintas representaciones y en las leyes de funciones lineales que modelizan determinadas situaciones.

Propuesta de actividad áulica con el uso de recurso manipulativo

iHacer chipa!

A partir de una receta para la preparación de chipa, se realizan distintas preguntas al respecto, que relacionan dicha receta con contenidos matemáticos relativos a Funciones Lineales, modelización de situaciones y proporcionalidad.

Ingredientes:

1 kg de fécula de mandioca

1 kg de queso rallado

200 gr de manteca

40 gr de sal

10 gr de polvo de hornear

4 huevos / 50 gr por huevo

400 gr de leche entera

Preguntas:

Si queremos saber cuántos chipas de 30 gr salen con esta receta, ¿qué cuentas podemos realizar?, ¿qué resultado nos da? *(Una posibilidad es sumar la cantidad de cada ingrediente y dividirlo por 30 gr. Previamente se necesita convertir las cantidades que están expresadas en kilogramos a gramos. El resultado es 95 unidades de 30 gr cada una).*

¿Cómo podemos hacer para utilizar la totalidad de la preparación y que salgan 25 chipas. *(Una opción es al total de preparación expresada en gramos, dividirla por 25 unidades, lo que indica de qué peso realizar cada chipa. El resultado es 114 gr).*

Si ahora queremos realizar 25 chipas que pesen 38 gr cada uno, con la totalidad de la preparación, ¿qué cantidad de cada ingrediente necesitamos? *(En esta instancia se puede evidenciar la proporción necesaria a utilizar respecto de la receta inicial para obtener la cantidad deseada. Se puede plantear la siguiente Función Lineal: $y=mx$, y aplicarla en cada ingrediente para obtener la cantidad que se necesita del mismo para la nueva receta, en donde m representa la proporción respecto a la receta original, x representa la cantidad de ingrediente que se utiliza en la receta original, e y representa la cantidad de dicho ingrediente a utilizar para esta nueva receta).*

Modifiquemos el tamaño, ¿prefieren que los hagamos más grandes o más chicos? *(En función de la respuesta planteamos la siguiente pregunta, en este caso suponemos que se desea realizar chipas más grandes, se propone que sean de 57 gr cada uno). ¿Qué cantidades de cada ingrediente necesitamos si se desean cocinar 25 chipas de 57 gr cada uno? (Nuevamente se piensa en la proporción que representa respecto a la receta original y se plantea la ley de la función).*

Ahora, ¿qué les parece si hacemos 6 chipas de 15 gr para cada uno de nosotros?, en ese caso, ¿qué cantidades de cada ingrediente necesitamos para la preparación? *(Aquí los valores pueden resultar aproximados, esto depende de la cantidad de personas presentes en la actividad, pero incluso resulta desafiante trabajar con números irracionales y pensar en la forma de aproximar cantidades pero que alcance para todos por igual; de hecho, se puede decidir si se prefiere que sobre un poco de mezcla, o que algún chipa no llegue a pesar 15 gr).*

¡Manos en la masa!

Armar grupos de estudiantes para que cada uno realice las distintas recetas, de acuerdo a la cantidad y peso de cada chipa, y corrobore los resultados previamente calculados.

Esta actividad puede ser pensada como una instancia inicial, en la cual los estudiantes se acercan a las Funciones Lineales.

Se decide la utilización de este recurso dado que se trata de materiales que los estudiantes pueden manipular con sus propias manos, lo que les posibilita observar, experimentar, describir, cometer errores, intercambiar opiniones con sus compañeros, buscar estrategias, contrastar procedimientos y validar conjeturas. Todas estas son etapas del proceso de Modelización Matemática descritas por Porras-Lizano y Fonseca-Castro (2015).

Por otro lado, las preguntas se plantean de forma tal que se dirijan hacia un objetivo. A partir de la tercera pregunta, se pone en evidencia la expresión de la función que modeliza la situación; instancia en la que se puede analizar el rol de cada variable y definir las, incluso definir la pendiente y observar la relación de proporción existente entre las cantidades de los ingredientes. Estas habilidades concuerdan con lo mencionado por EA6 respecto a las habilidades que se trabajan al modelizar situaciones que involucran a las Funciones Lineales. A su vez, se pueden volcar en una tabla las cantidades originales de cada ingrediente y las nuevas cantidades necesarias y, a partir de esta tabla, realizar la representación gráfica. De hecho, se puede implementar la utilización de GeoGebra para esta instancia.

Esta es una primera etapa sobre la que se puede trabajar, pero incluso a partir de la actividad y el recurso se pueden desarrollar etapas posteriores en las que intervengan conocimientos

diferentes. Si se piensa la actividad desde la compra de ingredientes, el presupuesto disponible, las medidas de los ingredientes, la temperatura del horno y el tiempo de cocción, los valores nutricionales, entre otros. Incluso se puede trabajar a nivel proyecto interdisciplinar en conjunto con el área de las Ciencias Naturales, las Ciencias Económicas y las Ciencias Sociales (con recetas de distintas regiones y culturas).

5. Conclusiones

En la presente sección se busca responder a los distintos interrogantes que fueron disparadores de la investigación. Además, se vinculan las problemáticas planteadas, con los antecedentes investigados. Luego se expresa bajo qué aspectos la propuesta innovadora aporta al compromiso social universitario. Para finalizar, se detallan posibles líneas de trabajo que se desprenden para futuras investigaciones.

5.1. Comparación del alcance con los objetivos iniciales

A continuación, se responden los interrogantes iniciales, a partir de la investigación realizada. Respecto a *¿cómo pueden los estudiantes de segundo año del secundario desarrollar habilidades de modelización de situaciones problemáticas que puedan ser resueltas mediante Funciones Lineales?*, es posible decir que son varios los factores que influyen en el desarrollo de estas habilidades, pero como principal se puede considerar a los modos de abordar la enseñanza de dicha temática. En cuanto a esto, resulta de especial importancia el tipo de actividades que se presentan a los estudiantes. Existen actividades que, de acuerdo a sus características, pueden ser consideradas más favorables que otras para el desarrollo de habilidades de modelización. Sobre ello trata el siguiente interrogante, el cual se responde a partir de las consideraciones de EA y del análisis de libros.

En relación con *¿qué tipo de actividades favorecen al desarrollo de dichas habilidades?*, se obtiene a partir del análisis de los libros de textos, como se puede observar en la Tabla 2, que predominan las de tipo problemas con texto y problemas de la vida real de acuerdo a la clasificación de Borasi (1986). Esto tiene relación con las habilidades que se involucran en este tipo de actividad, las cuales coinciden con las habilidades que responden al primer objetivo específico de este trabajo: *Identificar las posibles habilidades que se ponen en juego al modelizar situaciones*. De hecho, estas habilidades y este tipo de actividades coinciden con las aportadas por los EA.

Los tipos de habilidades que pueden ser favorables para modelizar este tipo de situaciones son aquellas que relacionen la vida cotidiana de los estudiantes con la Matemática ya que pueden despertar su interés (EA1).

(...) En este sentido considero que las actividades que podrían ser favorables son aquellas que no indican en su enunciado lo que hay que hacer, sino que plantean preguntas abiertas sobre la situación real y que el alumno debe identificar qué hacer para poder contestar a dicha pregunta. Que sea el alumno quien determine cómo proceder para resolver el problema y no que la actividad misma lo lleve a la conclusión (EA4).

En cuanto a las habilidades que se ponen en juego al modelizar, EA2 menciona las de interpretar, reconocer, discernir, imaginar, argumentar, representar, visualizar (Anexo). Por su parte, EA5 considera que al modelizar se involucran habilidades como explorar, conjeturar, formular, argumentar, validar, comunicar y generalizar (Anexo).

Por otro lado, en cuanto a *¿qué tipo de recursos manipulativos pueden ser de ayuda para fomentar estas competencias?*, se puede decir que, en primer lugar, de los recursos analizados se destaca notablemente el juego de mesa Taxi, rápido por las habilidades que promueve y por la versatilidad que posee para adaptarlo de acuerdo a las necesidades del momento e incluso a la temática a abordar. De hecho, este recurso es tenido en cuenta para ser incluido dentro de la propuesta innovadora del apartado 4.2.2. Asimismo, juegos como el Bingo o Kaleidos Junior promueven habilidades que activan al modelizar situaciones, pero son escasas en comparación con Taxi, rápido.

Por último, a partir del interrogante *¿qué propuestas didácticas pueden impulsar al desarrollo de las mismas?*, surge la propuesta innovadora que se plantea en la sección anterior, la cual tiene la intención de promover el desarrollo de habilidades de modelización de situaciones problemáticas mediante Funciones Lineales en segundo año de la escuela secundaria. Esta propuesta parte de tener en cuenta como herramienta principal, el empleo de un recurso. En cuanto al juego de mesa, se elige debido a la oportunidad que brinda para afianzar habilidades y conocimientos de forma lúdica. El juego puede utilizarse tanto para reforzar conocimientos ya trabajados, presentar conocimientos nuevos de una manera diferente, o para aplicar conocimientos fuera del contexto en que se aprendieron, con la presencia de la diversión como medio motivacional para fomentar el interés de los estudiantes en participar de la actividad. Además, brindan la posibilidad de la interacción con otros, en oportunidades para colaborar y en otras para competir, lo cual requiere del desarrollo de ciertas habilidades que resultan de interés en nuestro trabajo.

Por su parte, la elección de la receta es considerada un recurso manipulativo ya que su implementación permite evidenciar el aprendizaje de conceptos matemáticos, a la vez que puede servir como puente para la apropiación de los mismos. Este recurso tiene un gran impacto en el aprendizaje de los estudiantes, dado que permite comprobar resultados, reforzar conceptos, e incluso a partir de él se pueden elaborar conjeturas, inferencias y visualizaciones, desde las cuales pueden desprenderse futuras generalizaciones.

Por otro lado, dentro del juego se implementan pequeñas actividades que abordan contenidos de funciones lineales, las cuales reúnen aspectos que se consideraron oportunos a partir de las actividades analizadas de los libros; mientras que la actividad ¡Hacer chipa! está pensada y organizada de forma tal que cada pregunta que se plantea cumpla un objetivo, con la intención de llegar al objetivo principal, que es encontrar la función que modeliza la situación que se plantea en cada instancia y a partir de allí desarrollar el tema función lineal. Dicha propuesta se puede ampliar respecto a intervenciones que haría el docente para guiar el desarrollo del contenido. Incluso, puede formar parte de un proyecto interdisciplinar.

5.2. Vinculaciones con otras investigaciones

En base a los hallazgos que se expresan en el apartado 1.4 respecto a diversas investigaciones de interés para el presente proyecto, se realiza una vinculación pertinente entre los mismos y los resultados obtenidos aquí.

Para comenzar, se puede decir que uno de los principales aspectos que tienen en común estas investigaciones es la implementación de recursos tecnológicos, en su mayoría para el volcado de datos en tablas y en algunas oportunidades para su representación gráfica. A diferencia de estos aportes, la propuesta innovadora de este proyecto contempla el uso de recursos manipulativos, tangibles, que los estudiantes puedan inspeccionar a partir de observarlos y, como bien lo indica su nombre, manipularlos.

Por otro lado, Búa Ares *et al.* (2016) resaltan la importancia de que los estudiantes generen, analicen y registren los datos necesarios, porque de esta manera la modelización es en todos los sentidos y no parcial o incompleta. Desde este punto de vista la actividad ¡Hacer chipa! plantea determinadas preguntas que llevan al estudiante a que, a partir de manipular el recurso, generen ellos mismos los datos, los analicen y registren.

En concordancia con las últimas tres investigaciones, la propuesta innovadora plantea actividades que requieren el empleo de procesos de modelización para su resolución. Las mismas tienen como propósito avanzar en el desarrollo de habilidades para relacionar y aplicar conceptos y nociones básicas sobre funciones.

Por último, al igual que Porras-Lizano y Fonseca-Castro (2015), desde esta propuesta se pretende promover el desarrollo de habilidades para el trabajo en equipo, la interacción con un par (al compartir información, ideas y cuestionamientos), así como también el hecho de realizar conexiones con el entorno, aplicar los conocimientos a situaciones de la vida real/cotidiana y a partir de ello apreciar a la Matemática como una disciplina útil. A su vez, Ortiz Buitrago y Dos Santos (2011) mencionan la ausencia de representaciones gráficas en los procedimientos que realizan los estudiantes. De allí que desde la propuesta de este proyecto se haga especial hincapié sobre los múltiples sistemas de representación al trabajar sobre distintos registros, tanto gráfico, algebraico, verbal, como el empleo de tablas de datos.

5.3. Aporte innovador hacia el compromiso social universitario

La innovación de este estudio radica en la propuesta de dos actividades que buscan impulsar el desarrollo, por parte del estudiantado, de habilidades de modelización de situaciones problemáticas que sean perceptibles de ser trabajadas mediante Funciones Lineales. A su vez, que se implementen recursos manipulativos, los cuales suelen quedar aislados de las propuestas que se encuentran sobre esta temática, aspecto que se confirma a partir de los antecedentes y del análisis de este trabajo. En este sentido, cabe aclarar que la innovación no queda sujeta solo al empleo de recursos manipulativos, sino a la intención que estos tienen en cada actividad, los cuales potencian el desarrollo de las habilidades antes mencionadas.

Respecto al compromiso social universitario, en el Primer Congreso de Universidades Latinoamericanas, en el año 1949, se mencionaba que:

(...) la universidad es una institución al servicio directo de la comunidad cuya existencia se justifica en cuanto realiza una acción continua de carácter social, educativa y cultural, acercándose a todas las fuerzas vivas de la nación para estudiar sus problemas, ayudar a resolverlos y orientar adecuadamente las fuerzas colectivas (Tamarit, 2016, p.s.n.).

Es en este sentido que, desde el presente proyecto, enmarcado en un cierre de carrera universitaria, se intenta dar una posible vía de soluciones a una problemática, con el afán de brindar un aporte a la comunidad, a los futuros docentes e incluso a los que ya ejercen la profesión de profesor en Matemática, dado que se proponen actividades áulicas que pueden ser implementadas en diversas clases e incluso adaptadas a las necesidades de cada grupo en cuestión. Desde los aportes se promueve el trabajo sobre la Modelización Matemática, como una posible estrategia de enseñanza, así como también la resolución de situaciones problemáticas y el empleo de recursos manipulativos.

Por otra parte, la propuesta ¡Taxi rápido! se desarrolla a partir del empleo de un juego de mesa, el cual puede ser considerado un aporte al proyecto ReMatEd (Recursos + Matemática + Educación) de la Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura de la UNR, el cual tiene como propósito el diseño de recursos didácticos de elaboración factible por parte de los docentes y/o estudiantes. Este proyecto se sitúa en el marco de promover la creación y uso de los mismos en escuelas de la provincia de Santa Fe. También procura identificar y fomentar el desarrollo de habilidades que involucran el empleo de los mismos, a través de secuencias didácticas que se diseñan específicamente para ello.

Por último, pero no menos importante, se desea destacar que el principal aporte que se pretende realizar desde este trabajo, el cual fue el puntapié inicial para decidir en qué línea realizar el recorrido transitado, es brindar una herramienta que tiene su foco en el aprendizaje de los estudiantes. Es decir, que las propuestas de actividades que aquí se exponen parten de analizar los modos de aprendizaje de los alumnos y qué estrategias son más útiles para favorecerlos. Esta es la principal acción que forma parte del compromiso social universitario asumido en el presente proyecto.

5.4. Próximas líneas de investigación

A partir de la realización de este proyecto, surge el interés por llevar a cabo las actividades propuestas en aulas de escuelas para así poder analizar el desempeño de los estudiantes y delimitar el desarrollo de qué habilidades realmente se potencian a partir de esta propuesta, y si coincide con lo esperado o, en caso contrario, considerar posibles mejoras.

Por otro lado, se puede investigar sobre un posible proyecto interdisciplinar a partir de la actividad ¡Hacer chipa!, la cual puede ser de gran utilidad para trabajar de manera conjunta con otras áreas, como ser Física, Biología, Formación Ética y Ciudadana, Contabilidad, Informática, entre otras posibilidades, tal como se menciona en la sección 4.2.2.

Asimismo, otra posible línea de trabajo que se desprende es la de indagar en los conocimientos que poseen los docentes sobre recursos manipulativos y proponer formas de capacitaciones al respecto. Dado que a partir de los cuestionarios realizados a los EA se observa cierto desconocimiento sobre el tema.

Anexo

Respuestas al cuestionario del estudiante avanzado 1 (EA1)

Las habilidades que creo que se ponen en juego al modelizar una situación problemática son: imaginación (para en primer lugar imaginar el problema); dibujar (plasmear esa imaginación en un esbozo); interpretar/razonar.

Las habilidades que se trabajan al modelizar situaciones que involucran a las funciones lineales son: imaginación; interpretación.

Los tipos de habilidades que pueden ser favorables para modelizar este tipo de situaciones son aquellas que relacionen la vida cotidiana de los estudiantes con la Matemática ya que pueden despertar su interés.

Considero que las actividades seleccionadas podrían ser entre las elegidas por mí ya que como mencioné trabajan con problemas imaginables por los estudiantes ya que podrían vivirlos en su vida diaria.

No se me ocurren en este momento recursos manipulativos que sean pertinentes para la modelización matemática en funciones lineales. Sí considero que aquellos que lleven cierta forma respecto a lo que plantea el problema pueden servir para que los estudiantes vean más en específico lo que se pide.

Respuestas al cuestionario del estudiante avanzado 2 (EA2)

Interpretar, reconocer, discernir, imaginar, argumentar, representar, visualizar.

Las mismas de antes pero más abocadas al contenido en cuestión.

Situaciones problemáticas de la vida real/imaginable para los alumnos que involucren distintos modos de representación.

Creo que es mejor el último enunciado ya que se guía a los alumnos hasta lo que se pretende que hagan, mientras que en los demás se pide de manera directa (sin dar la posibilidad de que ellos puedan pensarlo o analizarlo) o bien no se dice nada, dejándolo librado y sin dar muchas ayudas, cuestión que puede dificultar a los alumnos u obtener respuestas no esperadas.

No se me ocurre ninguno.

Respuestas al cuestionario del estudiante avanzado 3 (EA3)

Creo que se pone en juego la habilidad de representación (distintos modos), caracterización, selección y visualización.

Las anteriores más habilidades de razonamiento y aplicación.

El tipo de actividades que creo que pueden ser favorables son situaciones problemáticas cercanas a los estudiantes, donde para poder resolverlas se deba explorar el contexto y para las cuales haya distintas alternativas para su formulación.

Seleccionaría la 1 y la 3. El primer enunciado requiere la ley de la función lineal que modela la cantidad de litros del tanque, y luego se necesita de un proceso de interpretación de esa ley para poder hacer los cálculos necesarios. Esto difiere de la tercera actividad donde el procedimiento es contrario. Se hace una serie de preguntas que facilitan y permiten construir la ley de la función. Considero que el ida y vuelta entre estas dos actividades hacen que los estudiantes puedan comprender la utilidad de la modelización.

No conozco ningún recurso didáctico manipulativo.

Respuestas al cuestionario del estudiante avanzado 4 (EA4)

Creo que a la hora de modelizar una situación problemática se ponen en juego diferentes habilidades. En principio, la interpretación y el análisis, pues para modelizar una situación es necesario interpretar

y analizar los datos con los que se dispone. Además, modelar implica traducir una situación del mundo real a la Matemática, lo cual conlleva a expresar cuestiones cotidianas matemáticamente y viceversa, identificar regularidades en expresiones numéricas o geométricas, generalizar utilizando el lenguaje matemático, etc. Por otro lado, creo que la exploración, la creatividad y los saberes matemáticos son importantes para determinar qué contenidos matemáticos son más adecuados para modelizar determinada situación y poder llevarlo a cabo. A su vez pienso que trabajar con modelización matemática y las habilidades que esta pone en práctica, desarrolla autonomía en los estudiantes.

Considero que todas las que nombré anteriormente se deberían poner en juego. En concreto, creo que las que seguro tendrían que estar presentes son las habilidades de identificar regularidades y generalizar con expresiones matemáticas. Y agrego a esto, las habilidades de argumentar y comunicar que no había nombrado y que me parece que son indispensables para el aprendizaje de la Matemática ya que aquí se ve reflejado cómo escriben los alumnos y cómo se expresan al hablar de conceptos matemáticos, cuestiones claves para identificar cómo piensan y de dónde provienen las ideas erróneas que podrían tener. Esto último nos da la pauta a los docentes sobre qué cuestiones hay que seguir trabajando.

Creo que la enseñanza de la función lineal se ha ido enfocando desde lo operativo. Muchos tratan de implementar la modelización matemática, pero sin embargo las actividades que involucran siguen siendo mecánicas, se reducen a cuentas y elaborar una recta en un papel dejando de lado cuestiones exploratorias. En este sentido considero que las actividades que podrían ser favorables son aquellas que no indican en su enunciado lo que hay que hacer, sino que plantean preguntas abiertas sobre la situación real y que el alumno debe identificar qué hacer para poder contestar a dicha pregunta. Que sea el alumno quien determine cómo proceder para resolver el problema y no que la actividad misma lo lleve a la conclusión.

De las tres actividades planteadas, a la primera no la elegiría porque como dije en la respuesta anterior simplemente lleva al alumno a hacer cosas sin pensar tanto qué está obteniendo. La situación real es un adorno que tranquilamente puede obviarse. Es una actividad meramente mecánica. Elegiría las dos restantes. La tercera me parece que está buena, busca que los alumnos identifiquen alguna regularidad y puedan generalizar aquello que piensan. Además, busca que los estudiantes desarrollen habilidades argumentativas al justificar lo que responden en las últimas dos preguntas. Por otro lado, la segunda actividad me parece que es a lo que me quería referir en la pregunta anterior con respecto a que sean ellos quienes tengan que determinar cómo hallar una respuesta al problema y no que la actividad los vaya guiando a la misma.

No conozco para trabajar con modelización matemática concretamente. He trabajado con GeoGebra. Y también conozco un dominó cuyas piezas están formadas con representación gráfica de funciones y sus leyes.

Respuestas al cuestionario del estudiante avanzado 5 (EA5)

Al modelizar se ponen en juego habilidades como: exploración, conjeturas, formulación, argumentación, validación, comunicación y generalización.

En particular en las que involucran funciones lineales se ponen en juego esas mismas habilidades, en particular “traducir” situaciones de la vida cotidiana como una función lineal, aplicar ciertos conceptos teóricos clave tales como alguna proporción o cálculos que involucren pendiente, interpretar los resultados en el contexto dado y como planteé antes, comunicarlos.

Problemas que involucren capacidad y costo de cierto objeto, o aumentos de precios a lo largo del tiempo, distancias en función de tiempo, dosis de medicamentos en función del peso, etc. Obviamente depende de cada grupo de alumnos lo que pueda llegar a ser de su interés. Lo ideal sería que el docente pueda seleccionar actividades que los motiven a participar, con algún tema allegado a ellos.

En cuanto a los problemas, considero que elegiría el 2do o el 3ro. El 1ro está bueno, pero de entrada ya plantea que escribas una función lineal que modelice la situación, es decir, no deja al alumno pensar por sí mismo qué clase de función o expresión matemática puede utilizar. El 2do es más amplio en ese sentido y permite hacer una comparación de dos situaciones. Por último, el 3ro te va llevando a lo

largo de las preguntas, a que el estudiante pueda ir deduciendo de a poco la ley de la función que describe la situación, en principio con valores numéricos, experimentando, para luego llegar a generalizar y por último validar.

Por un lado, se me ocurren juegos tales como dominó, juego de la oca, que involucren conceptos de las funciones lineales. Por otro lado, se podrían utilizar las mesas o sillas del salón de clases, con el objetivo de que los estudiantes las midan, experimenten, y puedan concluir, por ejemplo, cuántas entran en todo el salón. Se forma una función lineal con el número de sillas y su respectiva altura. Se pondrían en juego habilidades como experimentación al medir, formulación al plantear la función lineal, validación al poder reemplazar con ciertos datos concretos, comunicación al compartir con sus compañeros el resultado obtenido.

Respuestas al cuestionario del estudiante avanzado 6 (EA6)

Se ponen en juego habilidades como la comprensión del problema, el reconocimiento de variables o datos relevantes, la capacidad de traducir al lenguaje matemático un problema de la vida real.

En este caso, agrego a las habilidades antes mencionadas el hecho de reconocer una relación de dependencia entre las variables e identificar una proporción.

Estaría bueno que se trate de actividades que se relacionen a los contextos de vida de los estudiantes. Lo primero que se me ocurre son problemas relacionados con precios o costos de determinados productos que siempre se tiene una relación lineal entre la cantidad de cosas que se compran y el costo. Un problema que vi hace poco y me gustó era sobre las escalas en un mapa en relación con las distancias reales.

El segundo problema me gustó porque no indica qué pasos a seguir, sino que los estudiantes tienen que explorar y decidir cómo avanzar y qué métodos utilizar, y también está bueno que no tiene una respuesta determinada, yo lo resolví y me dio que la respuesta depende de las ventas mensuales que haga, si son más de 10 mil sí le conviene, sino no. Me resulta interesante que la respuesta sea un "depende". Por otro lado, el tercero está bueno porque sobre las últimas preguntas al interiorizarse más en el tema funciones se van deduciendo propiedades de las Funciones Lineales a partir de las cuales se pueden realizar generalizaciones e institucionalizaciones. La primera es más clásica, también está buena. En definitiva, no descartaría ninguna, pero la segunda y la tercera me llamaron más la atención.

Respecto a la última pregunta no se me ocurre ningún recurso ahora, si tengo alguna idea te lo agrego.

Referencias bibliográficas

- Biembengut, M.S. y Hein, N. (2004). Modelación Matemática y los desafíos para enseñar Matemática. *Revista Educación Matemática*, 16(2), 105-125. <https://doi.org/10.24844/EM1602.06>
- Blomhøj, M. (2021). Modelización Matemática - Una Teoría para la Práctica. *Revista de Educación Matemática*, 23(2). <https://revistas.unc.edu.ar/index.php/REM/article/view/10419>
- Borasi, R. (1986). Sobre la naturaleza de los problemas. *Estudios Educativos de las Matemáticas*, 17, 125-141.
- Búa Ares, J.B., Fernández Blanco, M.T. y Salinas Portugal, M.J. (2016). Competencia matemática de los alumnos en el contexto de una modelización: aceite y agua. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 19(2), 135-163. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33546433002>
- Cabrera, M. y Carmona Valdés, K. (2019). *Guía de aprendizajes N°2. Razones y Proporciones*. Ministerio de Educación de Chile. <https://epja.mineduc.cl/wp-content/uploads/sites/43/2019/06/Gu%C3%ADa-N%C2%B0-2-Matem%C3%A1tica-Razones-y-proporciones.pdf>
- Filotti, V., Martínez, M. y Napolitano, M. (2019). *Funciones. Matemática 3° año*. Instituto Politécnico UNR. <http://hdl.handle.net/2133/15692>
- Flores, P., Lupiáñez, J.L., Berenguer, L., Marín, A. y Molina, M. (2011). *Materiales y recursos en el aula de Matemáticas*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas Universidad de Granada. <http://hdl.handle.net/10481/21964>
- Godino, J.D., Batanero, C. y Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas para maestros*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas Universidad de Granada. https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/1_Fundamentos.pdf
- Ministerio de Educación de la Provincia de Santa Fe. (2014). *Diseño Curricular Jurisdiccional de la provincia de Santa Fe para el ciclo básico de educación secundaria*. Ministerio de Educación de la Provincia de Santa Fe. <https://www.santafe.gov.ar/index.php/educacion/content/download/218364/1135170/file/Anexo%20III%20Resol%202630-14.pdf>
- Ortiz Buitrago, J. y Dos Santos, A. (2011). Modelización Matemática en educación secundaria. Una experiencia con estudiantes de 11 a 13 años. *Multiciencias*, 11(1), 58-64. <https://produccioncientificaluz.org/index.php/multiciencias/article/view/16838>
- Porrás-Lizano, K. y Fonseca-Castro, J. (2015). Aplicación de Actividades de Modelización Matemática en la educación secundaria costarricense. *Uniciencia*, 29(1), 42-57. <https://doi.org/10.15359/ru.29-1.3>
- Sierra, L., García-Raffi, L.M. y Gomez, J. (2011). La Modelización Matemática en cuarto de la ESO. *Modelling in Science Education and Learning*, 4(28). <https://doi.org/10.4995/msel.2011.3103>
- Suárez, L. (2014). *Modelación-graficación para la matemática escolar*. Díaz de Santos. <https://www.editdiazdesantos.com/wwwdat/pdf/9788499696140.pdf>
- Tamarit, G.R. (2016). Compromiso social universitario. *El Universitario*. <https://www.unnoba.edu.ar/compromiso-social-universitario/#:~:text=En%20la%20actualidad%20definimos%20al,con%20la%20sociedad%20y%20sus>
- Trigueros, M. (2009). El uso de la Modelación en la Enseñanza de las Matemáticas. *Innovación Educativa*, 9(46), 75-87. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=179414894008>

- Villa-Ochoa, J.A., González-Gómez, D. y Carmona-Mesa, J.A. (2018). Modelación y Tecnología en el Estudio de la Tasa de Variación Instantánea en Matemáticas. *Formación Universitaria*, 11(2), 25-34. <http://dx.doi.org/10.4067/S0718-50062018000200025>
- Villarreal, M.E. y Mina, M. (2020). Actividades Experimentales con Tecnologías en Escenarios de Modelización Matemática. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 34(67), 786-824. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v34n67a21>