Instituto Politécnico

Universidad Nacional de Rosario

Universidad Nacional de

Ingreso Carreras Terciarias 2016

Física

Dpto. de Física

Masterización: RECURSOS PEDAGOGICOS

Capítulo 1

1.1 - Introducción.

La física es una ciencia destinada a explicarnos los comportamientos de ciertos aspectos de la naturaleza. Aquí el sentido de la palabra explicación es bastante restringido; queremos decir simplemente que nos brinda un mecanismo para predecir eventos o bien para justificar las relaciones de causa y efecto de los eventos ocurridos.

Todas las explicaciones que brinda la física se pueden desarrollar por medio del lenguaje oral tal como acostumbramos a brindar explicaciones de los sucesos cotidianos, pero el lenguaje cotidiano carece de la precisión requerida y por otra parte cuando prentendemos ajustarlo adecuadamente a las necesidades de la física se convierte en un recurso muy farragoso.

Es por eso que recurrimos a la ayuda de un lenguaje formal; el lenguaje matemático, como recurso para el desarrollo de la física, aunque a principio resulte difícil aplicarlo para el que recién se inicia, a poco de andar se observa que es el medio indispensable para el desarrollo de la física.

Es por eso que en este capítulo introductorio vamos a desarrollar conceptos que nos resultaran indispensables en nuestro estudio inmediato.

1.2 - Vectores.

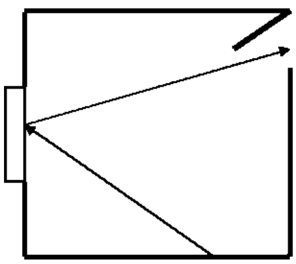
Cuando necesitamos identificar el valor de una longitud nos basta con indicar el número que expresa el valor medido y la unidad con que se midió. En el caso de un lápiz, por ejemplo decimos que mide 15 cm donde el número 15 es la cantidad de veces que la unidad elegida, el cm, está contenida en el lápiz. Lo mismo ocurre si lo que indicamos es el volumen de un recipiente, por ejemplo una botella o un vaso.

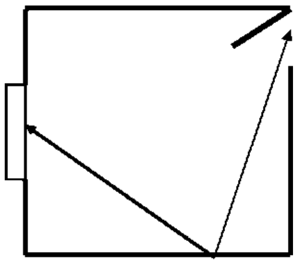
Un detalle importante es que si, por ejemplo, tenemos varios recipientes con un líquido y sabemos el contenido de cada uno de los recipientes para saber el contenido total lo único que necesitamos hacer es sumar el contenido de cada uno de ellos. Esta suma se puede hacer sin preocuparnos por el orden en que los sumamos. El resultado es independiente del orden; en matemática diremos que esa suma es conmutativa.

Hay en física otro tipo de situaciones que no son tan simples de describir; una de ellas es, por ejemplo, el movimiento de un cuerpo. Si desplazamos un cuerpo por una habitación no resulta lo mismo que lo llevemos de una esquina a la ventana que de la misma esquina a la puerta aunque la distancia sea la misma el resultado final no es el mismo.

Cuando tenemos una situación en que no basta la longitud recorrida sino que además debemos indicar su sentido y dirección es necesario otro tipo de ente matemático que nos facilite la descripción del fenómeno. Este nuevo ente matemático que vamos a describir es el vector.

Inicialmente identificaremos un vector con un segmento orientado. La longitud del segmento será proporcional al valor de la magnitud que representa y lo llamamos módulo; en el ejemplo anterior el desplazamiento del cuerpo en la habitación. La dirección del segmento indica la dirección en que el fenómeno considerado está actuando; en el ejemplo, la dirección del movimiento del cuerpo en la habitación. Con la flecha indicamos el sentido del vector; en el ejemplo, indicamos el sentido de desplazamiento del cuerpo de la esquina a la ventana y no a la inversa.

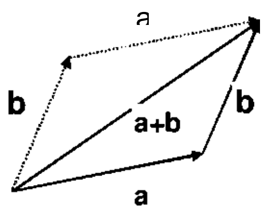




1.2.1 - Suma de vectores y producto de un vector por un escalar.

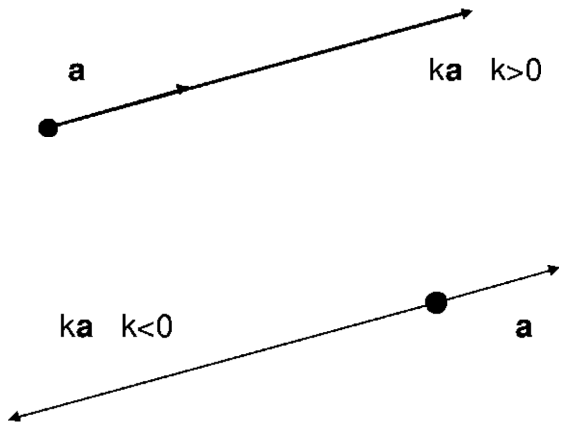
Los vectores de la misma naturaleza son sumables, y así podemos expresar el movimiento de un móvil de la esquina inicial a la ventana y de allí a la puerta cuyo resultado es el mismo que ir directamente de la esquina a la puerta. A los vectores los identificaremos con letra **negrita** cuando se escribe en letra manuscrita se identifican con una letra y una raya arriba.

La suma de vectores se realiza gráficamente colocando sucesivamente los vectores de manera que al extremo del primer le siga el origen del siguiente y así sucesivamente. El vector resultado se tiene uniendo el origen del primero con el extremo del último. Del dibujo se ve que la suma de vectores es conmutativa.



Si lo que tenemos que realizar es el producto de un vector **a** por u escalar k cualquiera el resultado que se obtiene es otro vector que tendrá la misma dirección que **a** y sentido si k > 0 y sentido contrario si k < 0.

Las magnitudes físicas que son representadas por vectores se llaman vectoriales y el desplazamiento de los cuerpos es una de ellas. Las magnitudes que como los volúmenes no son representadas por vectores se llaman escalares.

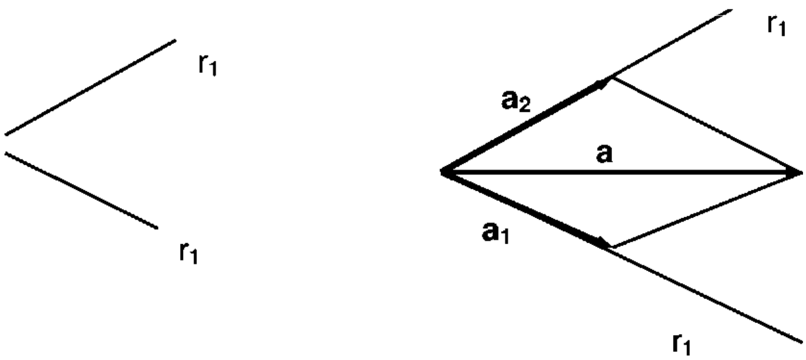


En la práctica no es conveniente trabajar con los vectores gráficamente como se mostró más arriba, por eso desarrollaremos un método analítico de operaciones con vectores.

1.2.2 - Descomposición de un vector en dos direcciones coplanares.

Para descomponer un vector a en dos direcciones n y r_2 coplanares con **a,** se trazan por el punto origen y por el punto extremo del vector paralelas a las rectas n y r_2 quedando determinados dos vectores **ai** y **a2** que llamaremos componentes vectoriales de **a** según las direcciones de n y r_2 respectivamente.

Se cumple que $\mathbf{a} = \mathbf{a_1} + a_2$. Esta descomposición de un vector en dos direcciones dadas es única. *

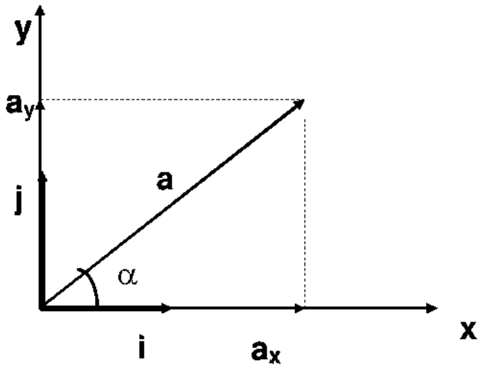


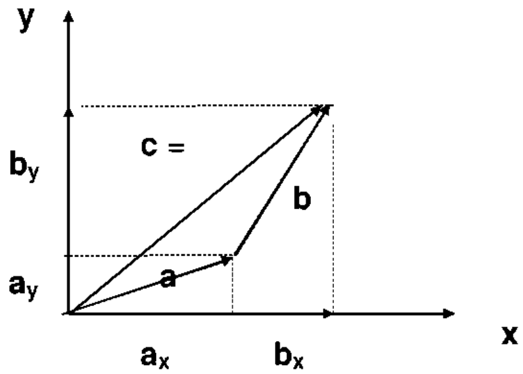
1.2.3 - Componentes ortogonales de un vector.

Si en lugar de tener dos rectas coplanares con el vector de direcciones cualesquiera n y r_2 se eligen dos rectas perpendiculares entre sí se tiene un sistema de coordenadas ortogonales. Tradicionalmente el eje horizontal, llamado absisa, se indica con la letra **x** y el eje vertical, llamado ordenada se indica con la letra **y.** Las componentes vectoriales del vector sobre cada uno de los ejes se indican con a_x y a_y

respectivamente y el valor de sus módulos está dado por a_x = a eos a y a_y = a sen a. y se cumple que **a = a_x + a_y .**

Definimos versores del sistema de referencia a dos vectores de módulo uno orientados según el sentido positivo de los ejes y que indicaremos con **i** y **j** de manera que podamos escribir las componentes vectoriales del vector a en base a estos dos vectores unitarios:





a_x = a cos α **i** **a_y** = a sen α **j**

En base a esto y de la observación de la figura siguiente se puede ver que la suma de vectores se puede hacer sumando sus componentes vectoriales y que el vector resultante es igual a la suma de las componentes de los vectores que se suman.

Entonces dados dos vectores **a** y **b** por sus componentes el vector suma de ambos, **c** resulta

c = a + b

Cx = ax + bx
Cy – a_y + by

Lo importante de esto es que la suma de vectores se puede hacer por componentes, pues como se ve de la figura anterior las componentes del vector resultante son iguales a la suma de las componentes de los vectores que se suman.

El módulo del vector resultante es, por aplicación del teorema de Pitágoras

$$\sqrt{C_x^2 + C_y^2}$$

La dirección aparece por relación trigonométrica en función de las componentes rectangulares:

$$\tan \propto = \frac{C_y}{C_x}$$

Si en lugar de realizar la suma de los vectores lo que tenemos que hacer es una resta de vectores, lo que haremos es sumar el opuesto.

Si la operación a realizar es **(a - b)** lo que haremos es **[a + (-b)]** entendiendo por (**-b**) el opuesto del vector **b**

Si en lugar de realizar la operación gráficamente la queremos resolver analítcamente las componentes de vector resultante serán la diferencia entre las componentes rectangulares de los vectores.

$$C_x = a_x - b_x \quad y \quad C_y = a_y - b_y$$

1.2.3 - Producto de un vector por un escalar.

Si lo que necesitamos realizar es el producto de un vector por un escalar el vector resultante es un nuevo vector que tiene Igual dirección que el vector multiplicado y módulo igual al producto del módulo del vector original por el escalar. El sentido del nuevo vector será igual al vector original si el escalar es de signo positivo y contrario si el escalar es de signo negativo.

En el caso que desarrollemos el producto de un vector por un escalar por componentes las componentes del vector resultante serán iguales al producto de cada una de las componentes del vector original por el escalar.

$$\mathbf{c} = k\,\mathbf{a} \qquad C_x = k\,a_x \quad C_y = k\,a_y$$

1.2.4 - Producto escalar.

Definimos por producto escalar de dos vectores a un número igual al producto de los módulos de los vectores por el coseno del ángulo comprendido.

$$\mathbf{a}.\mathbf{b} = a\,b\cos\alpha$$

Cuestiones.

a. ¿Pueden dos vectores de módulos desiguales sumarse para dar un vector nulo?

b. Los módulos de **a** y de **-a** ¿son iguales o tienen signos opuestos?

c. ¿Tiene dirección un vector de módulo cero?

d ¿Puede una componente de un vector ser mayor que el módulo del vector?

e. ¿Puede un vector ser nulo y tener una o más componentes con valor distinto de cero?

f. Las componentes del vector **c = a + b** ¿necesariamente deben ser mayores que las correspondientes componentes de **a** o de **b ?**

g. Cite ejemplos de cinco magnitudes físicas que deben ser representadas por vectores.

h. ¿Pueden ser diferentes dos vectores de igual módulo? Dé ejemplos

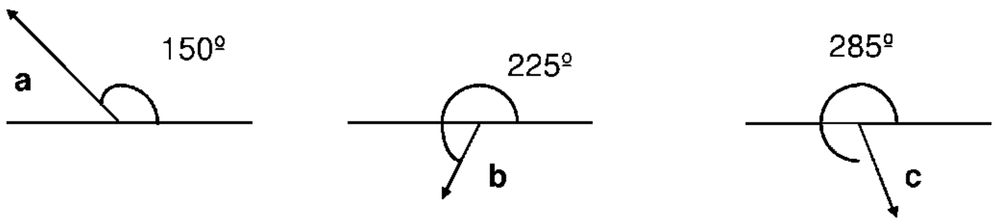
i. ¿De un ejemplo en que tres o más vectores con módulos no nulos pueden dar lugar a un vector resultante nulo?

j. ¿En qué condiciones el módulo de un vector resultante de la suma de otros dos no nulos es máximo?

k. Verifique si la suma de vectores es conmutativa y si es asociativa.

Problemas.

1. Calcule las componentes rectangulares de los siguientes vectores, a = 4, b = 2, c = 3.



2. En los siguientes problemas sume los vectores cuyas componentes se dan como pares ordenados, encuentre el valor de su módulo y el ángulo de cada uno respecto del eje de abscisas. Verifíquelos gráficamente.

a. (2,1)+ (-3,4)
b. (-4,5) + (2,-3)
c. (7,-3) - (-4,-2)

3. Calcule el producto escalar de **a.b** donde **a** y **b** son los vectores indicados en el problema número 1.

Capítulo 2

Cinemática

2.1 - Introducción

En este capítulo estudiaremos los métodos para describir el movimiento de los cuerpos, esta parte de la física se llama cinemática. Entenderemos por movimiento el cambio de posición de un cuerpo en el tiempo, pero para decidir si un cuerpo se mueve o no, necesitamos un punto de referencia a partir del que podamos decir que efectivamente se mueve. Este punto de partida se llama sistema de referencia.

Cuando viajamos en un colectivo podemos decir que el asiento del conductor está en reposo respecto del asiento en que estamos nosotros, pero un árbol que se encuentra al costado de la carretera se mueve hacia atrás respecto de nuestro asiento aunque todos sepamos que está fuertemente plantado en la tierra. La condición de reposo o de movimiento tiene que ver con el punto de vista que adoptemos. En física el "punto de vista" adoptado lo llamaremos sistema de referencia.

Este sistema de referencia tiene tanta importancia que no podemos hablar de reposo o de movimiento si no hablamos simultáneamente del sistema de referencia a partir del cual se puede establecer esa condición de reposo o de movimiento.

Otro aspecto que debemos considerar es el concepto de cuerpo puntual o de partícula. Cuando consideramos el desplazamiento de un automóvil desde Rosario a Santa Fe, frente a la distancia entre ambas ciudades el tamaño del auto hace posible considerarlo puntual. Lo mismo ocurre cuando consideramos el movimiento de los planetas sobre la esfera celeste todos sabemos que el tamaño de los planetas es en algunos casos mucho mayor que el de la Tierra, sin embargo frente a las distancias involucradas podemos considerarlos cuerpos puntuales.

Otra situación se plantea cuando analizamos el movimiento de un cuerpo extenso, por ejemplo un tren que se desplaza por una vía sólo dos metros, acá de ninguna manera podemos considerar al tren como un cuerpo puntual, sin embargo sí podemos analizar el desplazamiento de un punto del tren ya que en un caso así el movimiento de un punto, por ejemplo el paragolpes, es igual al movimiento de todo el tren.

Si consideramos el movimiento de un fósforo al encenderlo no podemos considerarlo puntual, ya que si bien el cuerpo es relativamente pequeño, el movimiento que realizamos con él es de dos o tres veces su tamaño, y por otra parte cada una de las partes del fósforo tiene un movimiento diferente, de manera que un punto arbitrario del mismo no tiene el mismo movimiento que todos los demás puntos del fósforo.

2.2 - Movimiento en una dimensión. Velocidad media e instantánea

Para describir el movimiento necesitamos establecer, además del sistema de referencia, por donde pasa el móvil; al lugar geométrico constituido por todos los puntos por donde pasa el móvil se llama **trayectoria** . A veces la trayectoria es fácil de describir, por ejemplo el movimiento de un tren tiene una trayectoria determinada por la vía. Los automóviles de carrera tienen la trayectoria determinada por el trazado del autódromo. Pero la trayectoria del movimiento de una mosca volando puede ser muy complicada. Lo mismo ocurre con la trayectoria de una pelota mientras se juega un partido de fútbol.

Vamos a iniciar nuestro estudio considerando el movimiento de una partícula a lo largo de un camino que por simplicidad consideraremos rectilíneo. Como ya dijimos para definir el movimiento debemos establecer un sistema de referencia, para hacerlo elegimos un punto arbitrario **O** sobre el camino al que asociaremos un eje de coordenadas **Ox** tal que nos permita determinar en cada instante la posición de la partícula y a partir de allí estudiaremos el movimiento de la partícula.

Describir el movimiento de una partícula es establecer una relación entre cada uno de los puntos de la trayectoria y el instante de tiempo en que por él pasa el móvil. De otro modo, estableceremos una relación entre los x_i y el t_i correspondientes, lo que matemáticamente indicaremos con:

$$X = X(t)$$

El dibujo siguiente es la representación gráfica de una ley como la indicada donde se ha indicado el tiempo en abscisas y la trayectoria rectilínea que asociamos al eje **x** en ordenadas.

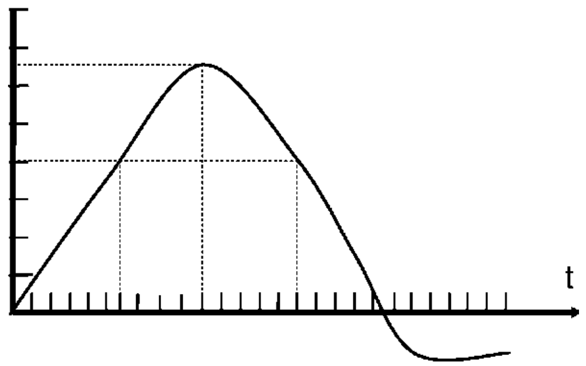


Fig. 1

La gráfica *t - x* muestra la descripción de un movimiento rectilíneo a lo largo del eje **x.** Los valores de **x** pueden subir y bajar y lo único que eso indica es que el móvil avanza y retrocede. Es importante considerar la posibilidad que **x** tome valores negativos lo que indica que el móvil se encuentra en un punto del semieje contrario al que nosotros consideramos positivo. Si el eje del sistema de referencia lo asociamos a una carretera y el origen a un punto particular de la misma es obvio que algunos vehículos se encontraran en el semieje positivo y otros en el negativo.

El hecho que a partir del tiempo t = 10s los valores de x comiencen a descender indica que el móvil se detuvo y comenzó a retroceder, o lo que es lo mismo a desplazarse en el sentido negativo de del eje x.

Definimos **desplazamiento** al vector que une los puntos origen y extremo de una trayectoria dada. En la Figura 2 se muestra una trayectoria $\overset{\frown}{x_1 x_2}$ y su correspondiente desplazamiento $\overrightarrow{X_1 - X_2}$

Fig. 2

Otro ejemplo a considerar es el de una persona de sale de su casa y da una vuelta alrededor de la manzana volviendo a la puerta de su casa. Naturalmente, el recorrido es igual a la suma de la longitud de los cuatro lados pero es desplazamiento es cero.

En el gráfico correspondiente a la Figura 1 del recorrido del móvil en función del tiempo donde sobre el eje de abscisas se indica el transcurso del tiempo y en el eje de ordenadas el movimiento del móvil se puede ver que las distancias recorridas por el móvil entre t = 2s y t = 6s son distintas de la que recorre entre t = 2s y t = 15s pero el desplazamiento es en ambos casos el mismo.

El desplazamiento entre dos puntos cualesquiera $\mathbf{x_i}$ correspondiente al instante $\mathbf{t_i}$ y $\mathbf{x_2}$ correspondiente al instante t_2 lo indicamos con Ax

$$\Delta x = x_i - x_2$$

Es importante insistir que el desplazamiento puede o no coincidir con el espacio recorrido.

Todos estamos familiarizados con la idea de velocidad, sabemos que, en general, un automóvil es más veloz que una bicicleta y ésta que andar a pié. Todos "sabemos" que una velocidad de 50 kilómetros por hora es una velocidad moderada para un automóvil y que 300 kilómetros por hora es alta para el automóvil, pero no lo es para un avión. Definimos **velocidad media** en un intervalo de tiempo al cociente entre el vector desplazamiento y el intervalo de tiempo que demoró el móvil en recorrer ese desplazamiento. Matemáticamente:

$$\mathbf{v}_m = \frac{\Delta \mathbf{x}}{\Delta t}$$

Este es un concepto que nos es familiar, cuando se habla de un automóvil que realizó el recorrido de Rosario a Santa Fe, en dos horas, si sabemos que la distancia entre ambas ciudades es de 240 km, acostumbramos a decir que el promedio de velocidad es de 120 "kilómetros por hora" y nadie supone que el automóvil realizó todo el recorrido a esa velocidad, establecimos una velocidad media. Todos entendemos además que durante el viaje pudo haber intervalos de tiempo en que el automóvil estuvo detenido y otros en que su velocidad fue mucho mayor.

Vamos a suponer un experimento, que un acompañante del conductor se tome el trabajo de anotar las velocidades que indica el velocímetro en cada instante durante todo el recorrido y luego gratificamos las velocidades en función del tiempo lo que resulta es una gráfica como la que se indica más abajo.

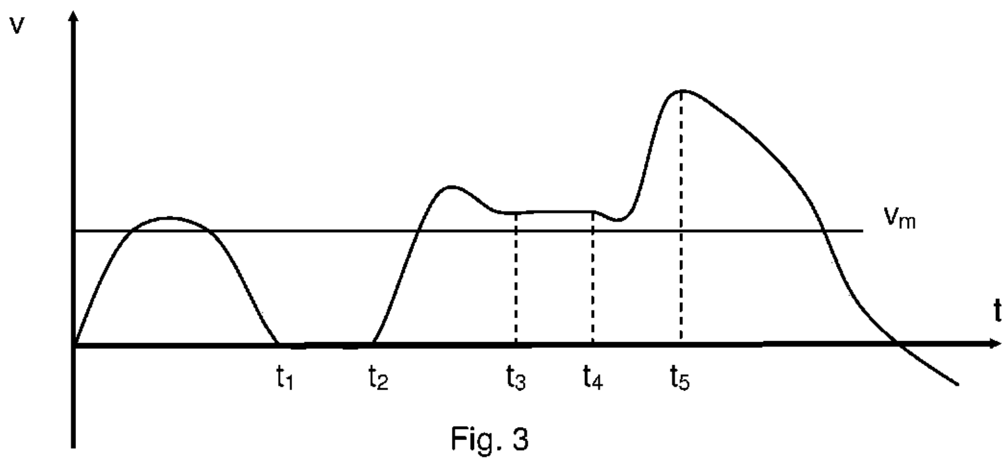


Fig. 3

La recta horizontal representa el valor de la velocidad media, y la curva con sus picos y valles la velocidad que en cada instante tiene el móvil. Entre los puntos **t_1** y **t_2** la velocidad indica cero y representa un intervalo de tiempo en que el móvil se encuentra detenido. En el instante **ts** el móvil alcanzó la máxima velocidad de todo el trayecto y en el intervalo **t_3 – t_4** mantuvo una velocidad constante.

Esto significa que el concepto de velocidad media nos es útil para determinadas situaciones pero no es absolutamente completo ya que no nos indica la velocidad que tuvo el móvil en cada instante del viaje. Del gráfico anterior vemos que si en lugar de tomar un intervalo de tiempo completo tomamos intervalos de tiempo menores la velocidad media de cada uno de los intervalos se aproximará más a la velocidad que tiene el móvil en cada instante. Eso es lo que se indica en el gráfico siguiente:

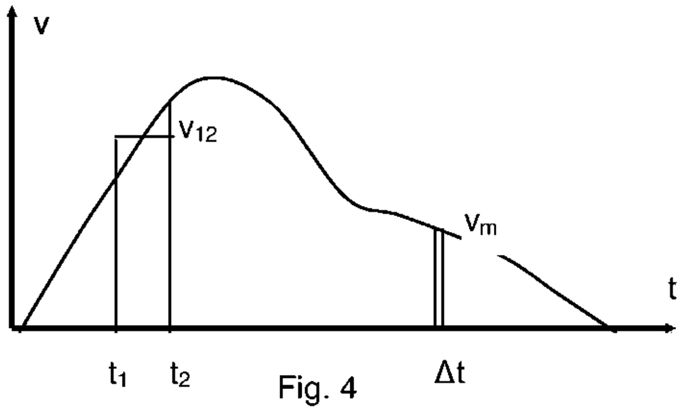


Fig. 4

A partir de esto está claro que cuanto menor sea el intervalo de tiempo considerado más se aproximará la velocidad media a la velocidad instantánea del móvil. Todas las veces que nos referimos a la velocidad del móvil hemos recurrido a un concepto que suponemos ya conocido por los lectores, ahora vamos a definirlo con rigor.

Definimos **velocidad instantánea** al límite del cociente Ax/At cuando At tiende a cero; si bien esto es una operación matemática que en este curso no ser necesario realizar lo que queremos indicar es que cuando los intervalos de tiempo se hacen lo suficientemente pequeños ese cociente nos brinda la velocidad que tiene el móvil en cada instante.

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \mathbf{x}}{\Delta t}$$

En esta expresión con *lim* indicamos la realización de la operación de elegir intervalos de tiempo tan pequeños como sea necesario para poder ajustamos al movimiento del móvil.

Es necesario destacar que hasta ahora hablamos de velocidad sin considerar su naturaleza (escalar o vectorial), de su definición vemos que se trata de un vector. De manera que la magnitud física velocidad nos informa algo más que la rapidez con que se mueve un cuerpo; también nos informa la dirección y el sentido en que se mueve. Es por eso que el velocímetro del automóvil nos informa solamente del módulo de la velocidad, nosotros debemos agregar, según el sistema de coordenadas elegido, la dirección y el sentido en que se mueve.

Para indicar solamente el módulo de la velocidad algunos autores hablan de celeridad o de rapidez. En este curso, toda vez que nos refiramos a una velocidad de ahora en más ser necesario establecer su carácter vectorial, y por lo tanto indicar el sistema de coordenadas en que está referido y sus componentes en él. En cambio cuando hablamos de celeridad o de rapidez nos referiremos al módulo del vector.

En lo sucesivo cuando simplemente hablemos de velocidad se asumirá que nos estamos refiriendo a velocidad instantánea. Las unidades con que se miden las velocidades tanto medias como instantáneas surgen de la misma operación que las define, en ambos casos se trata de un cociente entre una longitud (el desplazamiento) y un intervalo de tiempo.

$$[v] = [L] / [T]$$

Con esta expresión indicamos las relaciones entre la velocidad, las longitudes y el tiempo.

Según sean las unidades elegidas para longitud y tiempo resultaran las unidades de velocidad. Las unidades más comunes para longitud son cm, m, km y las de tiempo hora, minuto, segundo, de ellas surgen unidades de velocidad m/s, km/h, m/min, etc. Acá es importante destacar una velocidad **no** es un cociente entre una longitud y un tiempo, una velocidad es una relación entre una longitud y un tiempo. Cuando hablamos de 120 km/h no estamos pensando en que tenga algún sentido físico dividir un kilómetro por una hora lo que estamos diciendo donde la expresión km/h es que el móvil recorrer 120 km en una hora. La expresión popular "kilómetros por hora" es, en ese sentido, mucho más correcta para indicar lo que físicamente está ocurriendo.

2.3 Movimiento rectilíneo uniforme

La vida cotidiana nos presenta muchos casos de movimientos, algunos realmente muy difíciles de estudiar. Es por eso que en este curso restringiremos nuestro estudio a unos pocos casos sencillos. Uno de ellos es el movimiento rectilíneo uniforme.

Se tiene este tipo de movimiento cuando el móvil se mueve en línea recta con velocidad constante, por lo visto antes la velocidad media coincidir todo el tiempo con la velocidad instantánea, entonces tenemos:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_m = \frac{\Delta \mathbf{x}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{x}_t - \mathbf{x}_0}{t - t_0}$$

Desarrollando esta expresión, se tiene que la posición del móvil es, para cualquier instante de tiempo:

Si ponemos en marcha el reloj de manera que $t_0 = 0$

$$\mathbf{x_t = x_0 + v}\ (t-t_0)$$

Esta expresión es graficable y nos permite observar la relación entre el desplazamiento en la gráfica x-t y la velocidad en la v-t

Es importante destacar que los valores positivos o negativos de **x, $\mathbf{x_0}$** y **v** depende del sistema de referencia elegido, ya que cada uno de ellos es un vector y serán positivos si coinciden con el sentido positivo del eje del sistema de referencia y según su ubicación respecto del origen. En los ejemplos siguientes se muestran algunos casos.

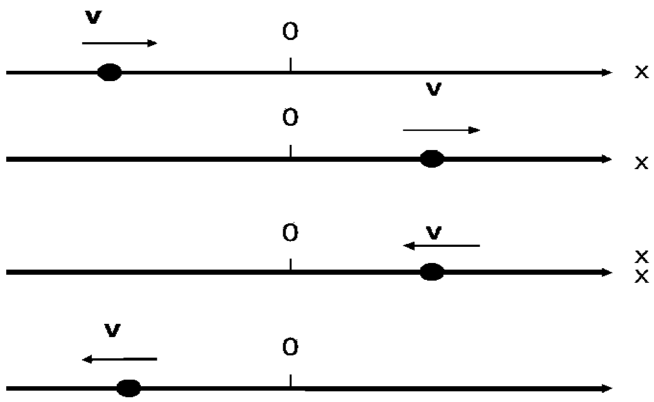
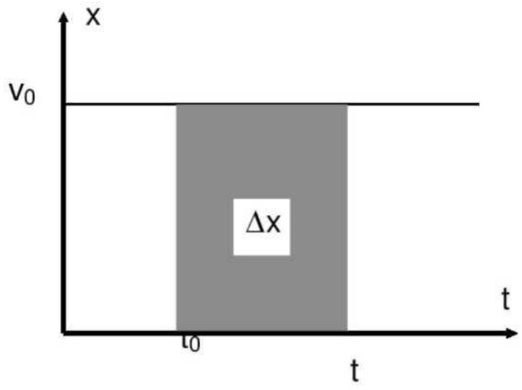


Fig. 6

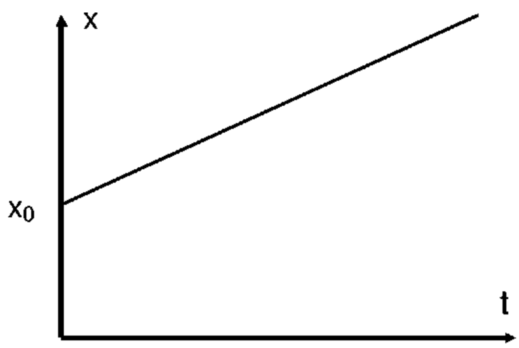
Otro aspecto destacable es que en el gráfico velocidad-tiempo el área bajo la recta representa (en una cierta escala) el valor del desplazamiento tal como se muestra en el gráfico siguiente.



$$\Delta \mathbf{x} = (\mathbf{x}_t - \mathbf{x}_0) = \mathbf{v}\, t$$

Fig. 7

Antes dijimos que necesitábamos obtener una función que vinculase la posición de la partícula en el tiempo. Ya la tenemos, y su representación está dada por la gráfica posición-tiempo:



$$\mathbf{x}_t = \mathbf{x}_0 + \mathbf{v}\, t$$
$$t_0 = 0$$

2.4 Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado

Vamos a considerar el caso de un móvil que desplazándose en una trayectoria rectilínea modifica su velocidad a través del tiempo. Con el mismo criterio con que antes definimos velocidad media ahora definiremos **aceleración media** al cociente entre las diferencias de velocidades dividido el intervalo de tiempo considerado. Como las velocidades son entes vectoriales la diferencia de velocidades también lo es por lo que la aceleración media también es un ente vectorial.

$$\mathbf{a}_m = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{v}_t - \mathbf{v}_0}{t - t_0}$$

Como antes en el caso de la velocidad media, la aceleración media nos da cierta información acerca de la variación de la velocidad pero esta información no es completa; igual que antes cuanto menor sea el intervalo de tiempo mejor será la información que tendremos respecto a la variación de velocidad. Es por eso que definimos **aceleración instantánea** al límite cuando el intervalo de tiempo tiende a cero del cociente $\Delta v / \Delta t$ que indicamos con:

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

En lo sucesivo cuando hablemos de aceleración simplemente, se asumirá que nos referimos a la aceleración instantánea. Las unidades con que medimos la aceleración surgen, como en el caso de la velocidad de su propia definición:

$$[A] = [V] / [T] = \{[L]\ [T]/ [T]\} = [L] / [T^2]$$

De manera que una aceleración estará dada en unidades de m/s^2 o en km/h^2, etc. Nuevamente destacamos que dada una aceleración de, por ejemplo 15 m/s^2, no se trata de 15 metros dividido un segundo al cuadrado, expresión carente de todo sentido físico sino de una forma abreviada de escribir que se trata de un móvil que modifica su velocidad de manera tal que la incrementa en 15 m/s en un segundo de tiempo.

Ahora estamos en condiciones de definir el movimiento rectilíneo uniformemente acelerado que es el que corresponde a un móvil que se desplaza sobre una trayectoria rectilínea con aceleración instantánea constante, esto significa que la aceleración media y la aceleración instantánea coinciden por lo que podemos escribir

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_m = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{v}_t - \mathbf{v}_0}{t - t_0}$$

Desarrollando esta expresión, surge en el instante t será:

$$V_t = v_0 + a\,(t - t_0)$$

Esta es una función lineal porque tiene una representación gráfica v -t como la indicada más abajo.

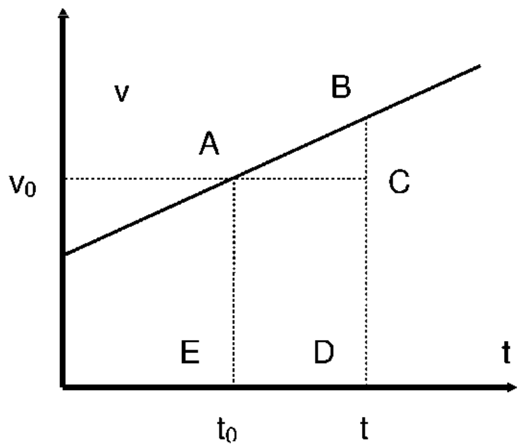


Fig. 9

En este gráfico la pendiente de la recta que representa las distintas velocidades en el tiempo es la aceleración. Recordemos que en el caso del movimiento rectilíneo uniforme el área bajo la recta representa el valor del desplazamiento en el intervalo $(t-t_0)$. Si bien no lo haremos, se puede demostrar que este resultado es válido para todo tipo de movimiento por lo que para determinar el valor del desplazamiento recorrido en ese intervalo de tiempo, $x - x_0$ lo que haremos será determinar el valor del área bajo la recta en el intervalo $(t-t_0)$.

Desplazamiento recorrido = Area ABDE = $x - x_0$

Area ABDE = Area ABC + Area ACDE

Area ABC = $\frac{1}{2}(v-v)(t-to)$

Area ACDE = $v\,(t-to)$

Aplicando lo mencionado resulta:

$$x - x_0 = v_0\,(t-t_0) + 1/2\,(v - v_0)\,(t-t_0)$$

Pero de la definición de aceleración media, que en este caso sabemos que coincide con la instantánea, podemos escribir:

$$(v - v_0) = a\,(t-to)$$

Que reemplazado en la expresión anterior nos da:

$$x - x_0 = v_0\,(t-to) + 1/2\,a\,(t-to)^2$$

Si por simplicidad hacemos $t_0 = 0$ y pasamos x_0 al otro miembro queda

$$x = x_0 + v_0\,(t-to) + 1/2\,a\,(t-t_0)^2$$

O en una expresión vectorial que es más correcta:

$$\mathbf{x} = \mathbf{x_0} + \mathbf{v_0}\,t + 1/2\,\mathbf{a}\,t^2$$

Expresión de la posición en función del tiempo, y la anterior de la velocidad en función del tiempo nos bastan para describir cualquier movimiento rectilíneo con aceleración constante.

Obsérvese que si se hace cero la aceleración se cae en el caso del movimiento rectilíneo uniforme que no es más que una situación particular del rectilíneo uniformemente acelerado. Estas dos ecuaciones son ecuaciones vectoriales y nuevamente el signo de cada uno de los vectores dependerá del sistema de referencia elegido. Es útil disponer de una tercera ecuación que nos da, la velocidad en función de la velocidad inicial y del espacio recorrido. Despejando el tiempo de la ecuación de velocidad tenemos:

$$t = (v - v_0) / a$$

Reemplazando en la ecuación de posición para $t_0 = 0$, queda:

$$x = x_0 + v_0 ((v - v_0) / a) + 1/2\, a ((v - v_0) / a)^2$$

De donde resolviendo y despejando resulta:

$$v^2 = v_0^2 + 2 a (x - x_0)$$

Estas expresiones permiten resolver todas las situaciones de movimiento en que el movimiento es uniformemente acelerado, es decir con aceleración constante, y los casos de movimiento uniforme, es decir los casos en que la aceleración es cero. Es conveniente recordar que los malos libros traen una multitud de fórmulas que no son más que combinaciones lineales de las anteriores esto es porque los autores piensan que los alumnos son unos imbéciles que nunca podrán manejar el álgebra para despejar las incógnitas que les interesan.

2.5 Consideraciones sobre las Cuestiones y los Problemas

Todos los libros de texto de física incluyen problemas a final de capítulo pero son pocos los que explican qué objeto tiene hacer esos problemas (Cf. Mecánica Elemental de Juan G. Roederer, Ed. Eudeba, Buenos Aires, varias ediciones) por lo que consideramos conveniente incluir un comentario sobre los mismos.

Nuestra tarea es el aprendizaje de la física, pero no cualquier aprendizaje. Lo que se pretende lograr es un aprendizaje significativo, que es algo distinto de recitar expresiones aprendidas de memoria. Este aprendizaje debe hacerse a través de un trabajo de reflexión sobre los conceptos que se han desarrollado hasta ahora. En general es difícil realizar esta tarea de reflexión para la comprensión de los conceptos sin caer en la repetición memorística si no se dispone de ejemplos a través de los cuales aplicar estos conceptos y ver como operan los mismos en el marco de la teoría que se debe aprender.

La simple aplicación de una fórmula para resolver el problema carece de sentido porque no implica la incorporación de los conceptos y de su forma de operar con ellos que es lo que debe quedar al finalizar el aprendizaje de la materia.

Con la idea que resolver los problemas tiene un sentido de aprendizaje y no son un fin en sí mismo daremos algunas indicaciones para que la solución de los problemas sea sistemática y se destine el tiempo a la reflexión sobre los conceptos aplicados en los mismos.

Los pasos a seguir para resolver cualquier problema son los siguientes:

a. Establecer el sistema de referencia y el sistema de coordenadas asociado al mismo.

b. Escribir los datos del problema en términos del sistema de coordenadas elegido

c. Si fuera necesario, homogeneizar las unidades.

d. Plantear las ecuaciones del sistema.

e. Resolver las ecuaciones.

Como se ve de lo anterior, resolver los problemas de física no implica gran dificultad, es por eso que saber resolver los problemas **no** significa saber física y por el contrario, saber física deja como residuo saber resolver problemas y además saber qué, se está haciendo.

2.6 Cuestiones

1. ¿Cómo puede precisarse la posición de una partícula?

2. ¿Cuándo se puede considerar un cuerpo como partícula?

3 Dé, ejemplos de cuerpos de gran tamaño en situaciones tales que puedan ser considerados partículas y para el mismo cuerpo situaciones en que no puedan ser considerados partículas.

4. Al estudiar el movimiento de traslación de un carrito de un metro de longitud que se desplaza a lo largo de una vía recta de 5 m de longitud ¿tomaría al carrito como un cuerpo puntual?

5. Si la velocidad media de una partícula en un determinado intervalo de tiempo es cero, ¿la partícula está en reposo en dicho intervalo?.

6. ¿Qué mide el velocímetro de un coche, la velocidad, la celeridad o el módulo la velocidad?

7. ¿Es el desplazamiento de una partícula, en un intervalo de tiempo dado, igual al producto de la velocidad media por el intervalo temporal, incluso si la velocidad no es constante?

8. ¿En que condiciones la velocidad media es igual a la instantánea?

9. En un intervalo de tiempo determinado la velocidad de una partícula varía desde vi hasta v_2 por lo tanto ¿podemos decir que su velocidad media en dicho intervalo es (vi + v_2)/2?. Explique.

10 Cuando la aceleración es constante, la velocidad media de una partícula es igual a la

semisuma de las velocidades inicial y final. ¿Sigue siendo cierto si la aceleración **no** es constante? Explique

11 ¿Qué significa decir que la velocidad de un móvil que se mueve con movimiento rectilíneo es de 7m/s? ¿y -7 m/s?

12. Para cada una de las siguientes proposiciones consigne si son verdaderas o falsas. Si son verdaderas explíquelas, si son falsas de un contraejemplo.

a. La ecuación $x = x_0 + v_0\, t + v_0\, t + 1/2\; a\, t^2$ es válida para todo movimiento en una dimensión.

b. Si la aceleración es cero la partícula no puede estar moviéndose.

c. El desplazamiento es igual al área encerrada bajo la curva velocidad-tiempo.

d. La velocidad media es siempre igual al valor medio de las velocidades inicial y final.

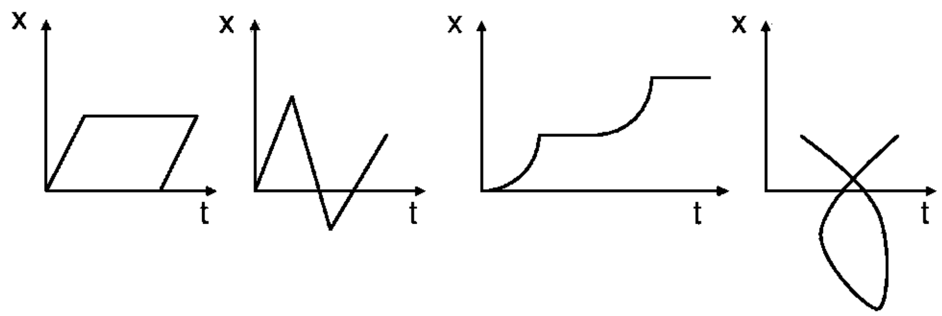
13. Una gran velocidad, ¿implica una gran aceleración?

14. En el movimiento rectilíneo ¿coincide siempre el módulo del vector desplazamiento con la distancia recorrida?

15. ¿En el movimiento rectilíneo puede cambiar de sentido la velocidad de un cuerpo si su aceleración es constante?

16. Un auto recorre la mitad de la distancia de un viaje con una velocidad media v_1 y la otra mitad con la velocidad media v_2 .¿Cuál es la velocidad media de todo el viaje? ¿Qué ocurre si recorre un cuarto de la distancia con velocidad media v_1 y el resto con velocidad media v_2 ? Determine la velocidad media total.(En ambos casos la trayectoria es rectilínea.)

17. ¿Cuáles de las siguientes gráficas pueden representar la posición de un móvil en función del tiempo?



2.7 Problemas

1) Un móvil recorre 2000 km en 3 hs. Determina la velocidad media y exprésalo en m/s y cm/s.

2) ¿Cuál es el desplazamiento de un coche que viaja a una velocidad media de 40 km/h durante 22 minutos?

3) ¿El desplazamiento de un móvil debe coincidir, necesariamente, con la distancia recorrida? Si no es así, cita un ejemplo.

4) ¿A qué, distancia se encuentra la estrella "61 del Cisne" si su luz necesita once años para llegar a la Tierra? (distancia descubierta por Bessel en 1838) [$c = 3 \times 10^8$ m/s]

5) Completa el siguiente cuadro:

	v(m/s)	v(km/h)
Caracol	$1CT^3$	________
Hombre caminando	1,1	________
Galgo corriendo	16	________
Automóvil	250	________
Sonido en el aire	331.3	________
Avión subsónico	________	900
Avión supersónico	________	$1{,}078 \times 10^3$
Tierra alrededor del Sol	________	$2{,}4 \times 10^3$
Cohete espacial		2×10^4

5) En un tramo recto de una carretera un automóvil lleva una velocidad uniforme de 70 km/h. Detrás de éste y a 35 km de distancia otro automóvil avanza con velocidad uniforme de 110 km/h. ¿En cuánto tiempo alcanzar éste al primero, suponiendo que mantienen el movimiento rectilíneo y uniforme?. Además de encontrar el resultado analítico realiza los gráficos espacio tiempo de ambos móviles.

6) Un móvil parte del reposo en el tiempo cero y se determinaron las velocidades en distintos instantes a partir del mismo resultando:

t(s)	0	2	4	6	8	10	12	14	16
v(m/s)	0	0	2	5	10	15	20	24	24

a- Calcula la aceleración media para cada intervalo de 2 s ¿Es constante la aceleración?
b- Construye una gráfica velocidad-tiempo.
c- ¿Cuál es el desplazamiento en los primeros 8 s?
d- ¿Cuál es la distancia total recorrida durante ese tiempo?

8) Cada uno de los siguientes cambios de velocidad tiene lugar en un intervalo de tiempo de 10

s y mientras la partícula en movimiento se desplaza sobre un eje horizontal. Determina la dirección, el sentido y el valor de la aceleración media para cada intervalo, recuerda que se trata de un vector. Determina para cada caso si el movimiento es acelerado o decelerado.

a- Al comienzo del intervalo se mueve hacia la derecha con velocidad inicial v_i = 150 cm/s y al final del mismo la velocidad es V_f = 600 cm/s hacia la derecha, b- Al comienzo se mueve hacia la derecha con v_i = 600 cm/s y al final hacia la derecha con V_f = 150 cm/s.

c- Al comienzo hacia la izquierda con v_i = 600 cm/s y al final hacia la izquierda con V_f = 150 cm/s.

d- Al comienzo hacia la izquierda con v_i = 150 cm/s y al final hacia la izquierda con V_f = 600 cm/s.

e- Al comienzo hacia la izquierda con v_i = 600 cm/s y al final hacia la derecha con V_f = 150 cm/s.

9) Un trineo parte del reposo con una aceleración constante de 2 m/s^2.

a- ¿Qué, velocidad lleva al cabo de 5 s?

b- ¿Qué distancia recorre en 5 s?

c- ¿Cuál es la velocidad media durante los primeros 5 s?

d- ¿Qué distancia ha recorrido hasta el instante en que su velocidad alcanza los 40 m/s?

10) Un automóvil acelera de 15 km/h a 50 km/h en 13 s. Calcula: a- La aceleración en m/s^2.

b- La distancia recorrida en ese tiempo, suponiendo que la aceleración sea constante.

11) Un automóvil que parte del reposo, posee una aceleración constante y tarda 2 s en pasar por dos puntos distantes entre sí 24 m. Su velocidad cuando pasa por el segundo punto es de 14.4 m/s. Calcula:

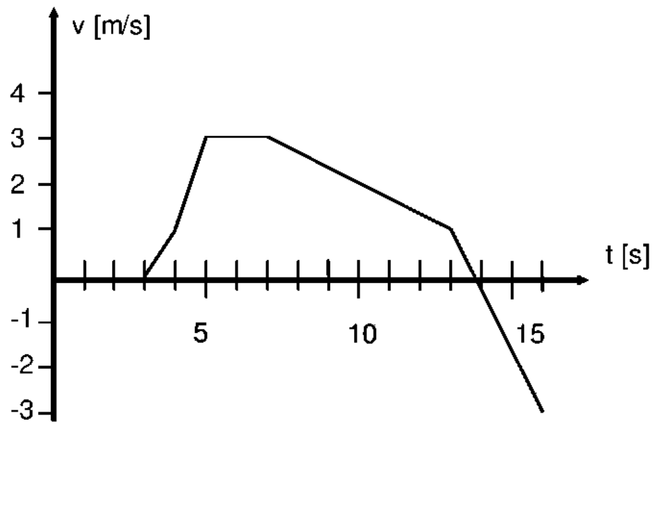
a- La velocidad media en el intervalo de 2 s. b- La velocidad cuando pasó por el primer punto, c- Su aceleración

d- La distancia desde el punto de partida hasta el primer punto de referencia.

12) Un coche que inicialmente se mueve con velocidad constante se acelera a razón de 1 m/s^2 durante 12 s. Si en ese tiempo recorre 190 m ¿cuál era la velocidad del coche cuándo comenzó a acelerar?

13) Un tren parte del reposo de una estación y acelera durante un 1 minuto con una aceleración constante de 1.2 m/s^2. Después marcha a velocidad constante durante 3 minutos y luego, descelera a razón de 2.4 m/s^2 hasta que se detiene en la estación siguiente.

a- Calcula la distancia total recorrida por el tren, b- Gráfica a=f(t), v=f(t) y x=f(t).



14) Dada la gráfica de la figura, que corresponde a la velocidad en función del tiempo: a- Representa gráficamente la aceleración en función del tiempo en el intervalo 0 s; 13 s.

b- Representa x=f(t) en el mismo intervalo.

c- Determina cuál es el desplazamiento al cabo de 13 s.

Capítulo 3

Dinámica

3.1 Introducción

En el capítulo anterior establecimos las relaciones entre el desplazamiento, la velocidad y la aceleración para una partícula puntual. Destacamos que el concepto de partícula era una forma simplificada de analizar el movimiento de un cuerpo prestando atención, cuando esto era posible, a sólo un punto del mismo. Así fue que los ejemplos de aplicación vistos se realizaron sobre autos, trenes, etc. pero analizando sólo el movimiento de un punto del mismo

Lo que no analizamos en el capítulo anterior fue el origen del movimiento, todos sabemos mover cuerpos, podemos llevar un lápiz, un libro, una valija. Podemos tirar una pelota, una piedra, un palo. Pero ninguno de nosotros puede mover un barco, un tren, ni siquiera un camión. Todos sabemos que hay una cuestión de "tamaño" por el que podemos mover una lápiz y no podemos mover un barco.

Lo que haremos en este capítulo es considerar las relaciones de causa y efecto entre las fuerzas que se aplican a los cuerpos y los movimientos de los mismos.

Vamos a considerar el concepto de fuerza partiendo de la noción corporal que todos tenemos, volviendo al ejemplo del lápiz decimos que es más liviano que un ladrillo o más pesado que un insecto; por lo que supondremos que los lectores tienen una idea intuitiva de la fuerza, está asociado al esfuerzo muscular que tienen que realizar para mover los cuerpos de distinto tamaño.

Las leyes que describen el movimiento de los cuerpos fueron desarrolladas por distintos investigadores entre los años 1550 y 1687 (Año de publicación de "Los principios de la filosofía natural" de Isaac Newton) como los principales de ellos fueron Galileo Galilei (1564-1642) e Isaac Newton (1642-1727) algunas de ellas aparecen con nombre vinculados a ellos.

3.2 Primera Ley de Newton

Esta ley, también conocida como ley de inercia o principio de Galileo, ya que él fue el primero que la estableció, dice que:

> ***"Todo cuerpo continúa en su estado de reposo o de movimiento uniforme sobre una línea recta a no ser que se lo obligue a variar dicho estado mediante fuerzas que actúen sobre él."***

Cualquiera de los lectores puede decirnos que han visto muchos cuerpos en reposo y que permanecían en ese estado a menos que se ejercieran fuerzas sobre él, por lo que están de acuerdo con la primera parte de la ley. También nos dirán que nunca vieron un cuerpo moviéndose con movimiento rectilíneo uniforme y que no obraran fuerzas sobre él.

Esto es cierto en la Tierra donde hay fuerzas de rozamiento inevitables, no es posible poner en movimiento un cuerpo y esperar que se mueva en línea recta y con velocidad constante, ya que la experiencia cotidiana nos indica que inevitablemente se detiene. Pero ¿porqué se detiene? Justamente porque en la Tierra no es posible evitar que aparezcan fuerzas, por lo común de rozamiento, que actúen sobre el cuerpo y en consecuencia lo detengan.

Sólo podemos imaginar un experimento realizado en el espacio exterior donde no existan fuerzas de rozamiento y allí sí, el cuerpo se desplace, una vez puesto en movimiento, con movimiento rectilíneo uniforme.

Esta ley es válida también en la Tierra aunque no sea simple realizar una experiencia que la verifique, nosotros la aplicaremos porque la dificultad de verificarla no le resta validez, de hecho durante más de cien años se la aplicó sin poderla verificar experimentalmente. Por otra parte como nosotros operamos con modelos simplificados de la realidad en muchos de cuyos casos justamente despreciaremos las fuerzas de roce, no tendremos inconvenientes en aplicarla. Por otra parte si esas fuerzas actúan nos están indicando que no se trata de un movimiento rectilíneo uniforme.

Es importante considerar que el enunciado de la ley habla de fuerzas, esto significa que debemos considerar la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo. Como sobre la Tierra todos los cuerpos están sometidos a la acción de fuerzas el movimiento será rectilíneo y uniforme sólo en el caso que la resultante de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo sea nula. No es posible decir, mientras operemos sobre la superficie terrestre, que sobre un cuerpo no actúan fuerzas, lo que puede ocurrir es que la resultante de las mismas sea cero.

3.3 - Segunda ley de Newton.

Esta ley establece la relación entre la resultante de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo y la aceleración que sufrirá el mismo, formalmente la ley establece:

$$\Sigma F = m\,\mathbf{a}$$

Es importante destacar que las definiciones que establecimos hasta ahora tenían en común las características que determinaban un sólo concepto por vez. La velocidad se definió sobre los conceptos de desplazamiento y de tiempo que se suponían conocidos; la aceleración sobre los de velocidad y de tiempo también conocidos. En esta ley definimos **simultáneamente** dos conceptos: **fuerza** y **masa.**

Lo que esta ley nos dice es que todos los cuerpos tienen una constante propia que establece una relación entre la resultante de las fuerzas aplicadas y la aceleración que aparece en el cuerpo. También nos dice que ambas, resultante de las fuerzas y aceleración aparecen **simultáneamente.**

Es posible plantear la situación recíproca, si un cuerpo tiene una cierta aceleración necesariamente está actuando una resultante de fuerzas que cumple la relación vectorial:

$$\mathbf{a} = \frac{\sum \mathbf{F}}{m}$$

Esta ley nos obliga a considerar las unidades con que vamos a medir estos dos nuevos conceptos que se han incorporado. Así como se han definido dos conceptos simultáneamente ahora debemos considerar dos nuevas unidades porque las unidades de aceleración ya son conocidas del capítulo anterior.

En estas condiciones, fijada la unidad para uno cualquiera de las magnitudes restantes la unidad de la otra sale por deducción. Vamos a elegir a la masa como la magnitud a la que le asignamos un valor unitario arbitrario. Diremos que la unidad de masa es el kilogramo que abreviamos con kg y cuyo patrón de medida es el kilogramo patrón que se encuentra en la Oficina Internacional de Pesas y Medidas de París.

Cualquiera que haya tenido en su mano una popular "pesa" de 1 kg ha tenido en su mano una masa de aproximadamente un kilogramo la aproximación tiene que ver con las pequeñas diferencias entre esa masa y la masa patrón.

Si sabemos que la ecuación de la fuerza en función de la aceleración y la masa es:

$$F = m\,\mathbf{a}$$

Resulta obvio que la unidad de fuerza será:

$$[F] = [m]\,[a] \Rightarrow [F] = kg.m.s^2$$

La unidad de fuerza ha aparecido compuesta por otras tres, a las tres unidades que empleamos en este caso para definir la unidad de fuerza se llaman unidades fundamentales, la elección de las unidades fundamentales y las unidades derivadas es totalmente arbitraria pero hubo razones históricas, de familiaridad y de conveniencia que

hicieron que se eligiese el metro, el segundo y el kilogramo, además de otras unidades que veremos más adelante como unidades fundamentales para este sistema de unidades.

Este sistema de unidades llamado Sistema Internacional fue adoptado por la Conferencia General de Pesas y Medidas en 1960 lo estableció, con la intención que los países signatarios lo adoptaran, y se unificasen los distintos sistemas de medidas vigentes. En Argentina la ley 19511 estableció el Sistema Métrico Legal Argentino (SIMELA) que obliga a todos los fines legales a operar con este sistema que es copia del Sistema Internacional (SI) con sus sucesivas actualizaciones.

En este sistema, y con la intención de simplificar la escritura, se les dio nombres a las unidades derivadas, así para el caso de la unidad de fuerza, su nombre es Newton (N) de manera que:

$$[N] = [kg][m][s^2]$$

Por tradición aún se conservan en los libros los nombres de otras unidades correspondientes a otros sistemas de unidades, si adoptamos el centímetro, el gramo, y el segundo como unidades de longitud, masa y tiempo respectivamente, es obvio que la unidad de fuerza, que es este caso se llama dina es:

$$[dn] = [g].[cm].[s^2]$$

Es simple ver que su equivalencia con el N está dado por:

$$1\ N = 10^5\ dn$$

3.4 Tercera Ley de Newton.

Esta tercera ley o Principio de Acción y Reacción establece la relación entre las fuerzas que hacen los cuerpos entre sí, habitualmente se enuncia así:

"A toda acción se opone siempre una reacción igual contraria ejercida sobre el cuerpo que realiza la acción."

Las fuerzas no aparecen solas, la única forma que se ejerza una fuerza sobre un cuerpo es que otro cuerpo lo haga. Si empujamos un auto necesitamos apoyarnos firmemente en el suelo para hacerlo, la idea de empujar un auto o algún otro objeto pesado apoyado sobre patines, un carrito, o un piso muy encerado donde se resbale no se nos ocurre. Esto es porque no hay fuerzas aisladas, todos los fenómenos de fuerzas en la naturaleza son fenómenos de interacción entre cuerpos.

Lo que enuncia la tercera ley de Newton es que las fuerzas que ejercen los cuerpos entre sí aparecen de a pares, que estos pares de fuerzas son de igual magnitud, de distinto sentido y que actúan en cuerpos distintos.

Tratemos de imaginar cómo opera este fenómeno, uno empuja con la mano un bloque de madera sobre una mesa, la mano hace una fuerza sobre el bloque, lo que el principio dice es que instantáneamente el bloque ejerce una fuerza de igual magnitud y sentido contrario sobre la mano.

Para observar bien la aplicación de este principio debemos realizar el diagrama de cuerpo libre o aislado en el que analizamos por separado cada uno de los cuerpos, en este caso la mano y el bloque de madera y reemplazamos la interacción entre ellos por los vectores representativos de la interacción entre ellos. En la figura 1 se puede ver cómo la fuerza F que hace la mano sobre el bloque tiene una reacción F´ que hace el bloque sobre la mano.

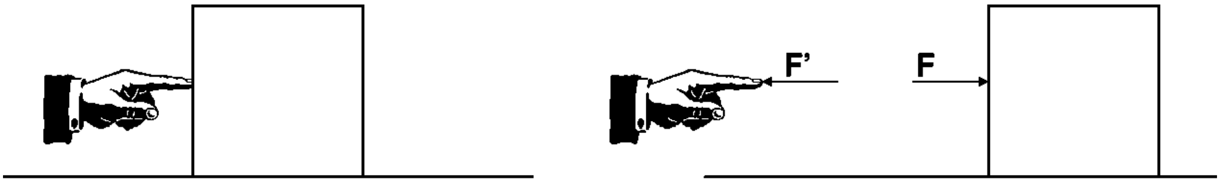


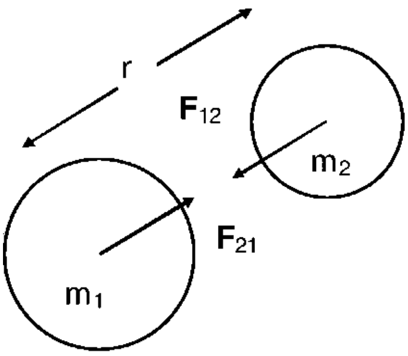
Fig. 1

El asignar el nombre de acción a una de las fuerzas y el de reacción a la otra es absolutamente arbitrario, fijado el nombre a una de ellas, el de la otra surge por exclusión. Del dibujo del cuerpo aislado se ve como obran las fuerzas de acción y reacción en el caso de la mano que empuja el bloque de madera.

3.5 Ley de Gravitación Universal.

La obra de Newton respecto de la mecánica no se limitó a la tarea de establecer y difundir las tres leyes de la mecánica antes mencionadas, realizó una tarea históricamente mucho más importante cuando unificó los conceptos de mecánica terrestre y celeste (astronomía) que hasta ese momento fueron estudiados por separado porque se los consideraba de naturaleza diferente.

Newton planteó que todos los cuerpos, celestes y terrestres estaban sujetos a las mismas leyes, las tres que ya estudiamos y una más en la que estableció que todos los cuerpos por el sólo hecho de ser masivos (tener masa) se atraen entre sí con una fuerza que es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional a la distancia que los separa al cuadrado y cuya expresión matemática es:



$$\mathbf{F}_{12} = \mathbf{F}_{21} = \mathrm{G}\ \frac{m_1 m_2}{\mathbf{r}^2}$$

Donde G = 6.67 x 10"^{11} N.m^2 /.kg^2 es la llamada Constante de Gravitación Universal, es la primera constante de la física con que nos encontramos.

La magnitud de esta fuerza es muy pequeña para ser apreciada en cuerpos de masa comparables a las humanas, es fuertemente apreciable en cuerpos astronómicos. Es por eso que al estar subidos a uno de ellos apreciamos la fuerza con que nos atrae y no percibimos la fuerza con que nos atrae un cuerpo mucho más pequeño como un auto o un camión.

Esta ley explica por qué los planetas tienen una órbita elíptica en uno de cuyos focos está el Sol, aunque nosotros no analizaremos el desarrollo matemático que lo justifica.

3.6 Diagrama de cuerpo libre.

En todas las situaciones en que intervienen los cuerpos en mecánica hay interacción entre ellos, y esa interacción está dada por fuerzas. La aplicación de la segunda Ley de Newton nos obliga a determinar exactamente cuáles son las fuerzas que actúan sobre cada uno de ellos. Esta necesidad nos lleva a realizar un análisis particular de la situación física en que se encuentra cada uno de los cuerpos por separado.

Realizar ese análisis es realizar el diagrama de cuerpo libre o diagrama de cuerpo aislado. La realización correcta de este diagrama facilita enormemente la resolución del problema, mientras que su realización incorrecta garantiza la no resolución del problema.

Los pasos necesarios para realizar este análisis son los siguientes:

1 - Se realiza un dibujo sencillo del sistema a analizar donde todos los cuerpos que lo integran están en contacto. Se trata de una representación esquemática de la realidad. En nuestro ejemplo tenemos el plano inclinado y los bloques de masa m y m apoyados en él y en contacto entre sí.

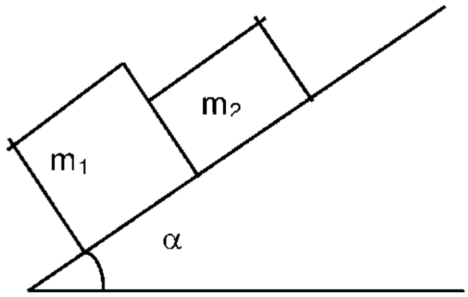


Fig. 3

2 - Se hace un segundo dibujo donde todos los cuerpos que integran el sistema a analizar se colocan separados dejando bastante espacio para dibujar los vectores representativos de las interacciones entre ellos. Luego se dibujan todos los vectores que, de acuerdo a la tercera Ley de Newton, deben aparecer de a pares y actuando en cuerpos distintos.

En nuestro ejemplo tenemos que sobre cada bloque actúa la fuerza con que la Tierra lo atrae, el peso que indicamos con pi y **p2** que, aunque actúa sobre todas las partículas del cuerpo la vamos a considerar aplicada en el centro del mismo ya que por el momento estamos operando con el modelo de cuerpo puntual o partícula. De acuerdo a la tercera Ley de Newton esta fuerza peso que hace la Tierra sobre el cuerpo debe tener una reacción en la Tierra y es una fuerza de igual módulo que hace el cuerpo sobre la Tierra, igual que antes, consideraremos a cada una de ellas aplicadas en el centro de la Tierra. Hemos establecido así nuestros dos primeros pares de acción y reacción del problema. (Fig. 4)

La otra fuerza interviniente no es a distancia como lo es la fuerza peso que la Tierra hace sobre el bloque; esta es una fuerza de contacto que hace la superficie plana sobre cada bloque y evita que .éstos lleguen al centro de la Tierra, esta fuerza tiene la característica de ser siempre normal a la superficie de apoyo y actúa uniformemente distribuida sobre toda la superficie inferior del cuerpo pero por simplicidad nosotros consideraremos la resultante de todas esas pequeñas fuerzas que está aplicada sobre un punto del mismo. La fuerza Ni que la superficie hace sobre el bloque 1 tiene una reacción en la superficie y es la fuerza N-T que hace el bloque sobre la superficie de apoyo, igual y de sentido contrario a Ni pero actuando, de acuerdo a la tercera Ley de Newton, en cuerpos distintos. Esto puede verse en la figura 4. Lo mismo ocurre con **N2** y N'_2

Además de las fuerzas indicadas existe otro par de fuerzas que son las fuerzas de contacto entre los bloques. Si indicamos con **S** la fuerza que hace el bloque 1 sobre el bloque 2, **S'** es la fuerza que realiza el bloque 2 sobre el bloque 1, tenemos:

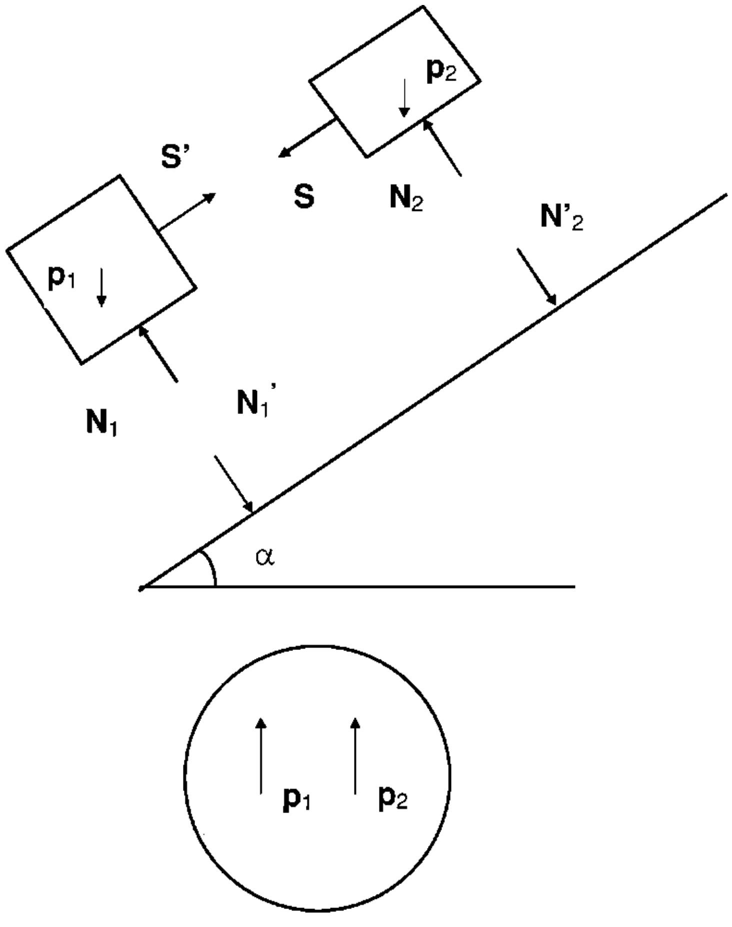


Fig. 4

Es importante ver que en este análisis todas las fuerzas que aparecen lo hacen de a pares y actuando en cuerpos distintos. También es importante recordar que aunque la información del problema no aparezca la Tierra, sí debemos considerar el peso de algunos de los cuerpos que intervienen en él, necesariamente debe aparecer la Tierra en el diagrama de cuerpo libre porque de lo contrario no cerrarían los pares de acción y reacción.

3 - Finalmente, todas la fuerzas actuantes sobre los cuerpos deben, ser trasladadas a un sistema de coordenadas que puede ser cualquiera para cada cuerpo. Si las dimensiones del cuerpo lo permiten y, fundamentalmente, si no hay fuerzas que tiendan a hacer rotar el cuerpo podemos trabajar con el modelo de cuerpo puntual y entonces considerar que todas las fuerzas que actúan sobre el mismo son concurrentes en un punto por lo que pueden ser representadas actuando en el centro del sistema de coordenadas elegido.

Es importante acostumbrarse a realizar el análisis completo del diagrama de cuerpo libre aun cuando al problema sea sencillo porque en cuanto los problemas se compliquen, la falta de hábito en la correcta resolución de los diagramas de cuerpo libre hace imposible su resolución

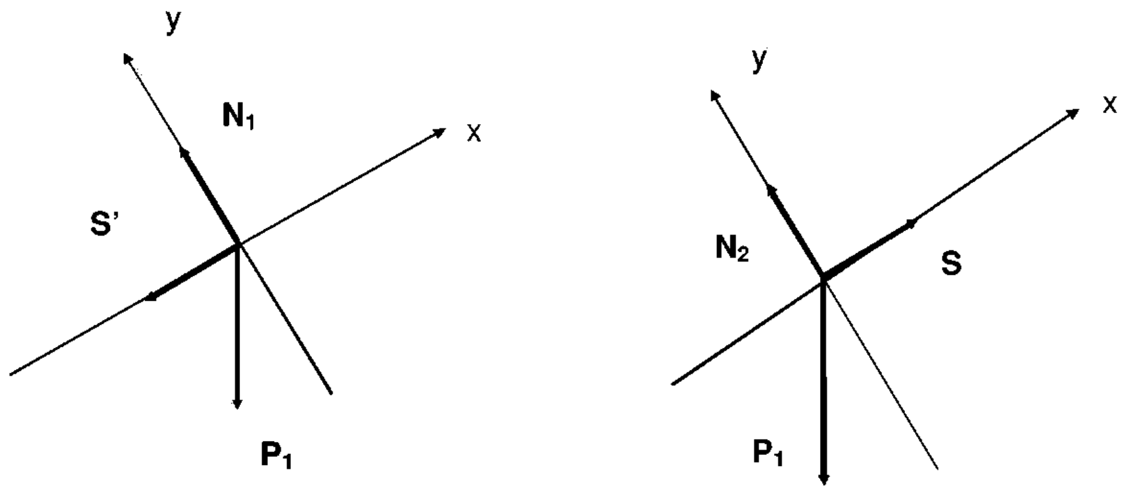


Fig. 5

En la figura 5 se muestra el traslado de los vectores representativos de las fuerzas actuantes sobre cada cuerpo a dos sistemas de coordenadas. La orientación de los sistemas es absoluta mente arbitraria, pero como los vectores deben ser manejados por componentes es conveniente adoptar aquella orientación en que la mayor cantidad de vectores aparezcan sobre los ejes del sistema.

En nuestro caso se eligió un sistema de coordenadas con uno de los ejes coincidente con la dirección de desplazamiento de los cuerpos como se ve en la figura 5.

Como comentario final, basta aplicar la segunda ley de Newton a las fuerzas que actúan sobre el cuerpo, que son las que están representadas en el sistema de coordenadas para resolver el problema, pero esto es sencillo si el diagrama de cuerpo aislado ha sido hallado.

3.7 - Aceleración de la gravedad.

La expresión de la ley de gravitación universal que estudiamos en el punto anterior nos explica además, porqué los cuerpos tienen peso, simplemente llamamos peso a la fuerza con que la Tierra atrae a cada uno de los cuerpos.

Imaginemos un cuerpo sobre la superficie terrestre, cada una de las partículas de la Tierra ejerce sobre él una fuerza que cumple con la Ley de Gravitación Universal el conjunto de todas ellas da un resultado que es muy aproximado a suponer toda la masa de la Tierra concentrada en el centro de la Tierra y que el cuerpo en cuestión se encuentre sobre la superficie terrestre, entonces la expresión de la Ley de Gravitación se puede escribir así:

$$F_{12} = F_{21} = \left(G \frac{M_T}{R_T^{\,2}} \right) m$$

Donde M_T y R_T representan la masa total de la Tierra y el radio terrestre. El término entre paréntesis es constante y por lo tanto **sobre la superficie terrestre** tiene un valor constante que llamamos aceleración de la gravedad, identificaremos con la letra g, y su valor a los fines prácticos es:

$$g = 9.8 \text{ m/s}$$

El valor de g es variable según las regiones del planeta en que nos encontramos, varía con la altitud, porque varía el valor medido del radio terrestre, varía con la latitud, por la no esfericidad perfecta de la Tierra que es un esferoide y no una esfera, y varía con las características del subsuelo, ya que en las zonas donde la densidad es mayor la atracción es mayor. Esto último es tan importante que uno de los métodos para la búsqueda de petróleo se basa en la variación del valor de g, ya que la densidad del petróleo es menor que la del agua cuando los valores de g son reducidos hay posibilidades que haya petróleo en la zona.

Si como dijimos llamamos peso a la fuerza con que la Tierra atrae a los cuerpos podemos expresar el peso sobre la superficie terrestre como una función lineal de la masa del cuerpo con la constante de proporcionalidad g:

$$P = m\,g$$

Así, toda vez que necesitemos saber el peso de un cuerpo nos bastará con determinar su masa y multiplicarlo por el valor de g.

Acá debemos destacar una diferencia importante entre el lenguaje coloquial y el lenguaje técnico de la física. Cuando vamos a un almacén y compramos un "kilo" de azúcar pretendemos que el almacenero lo "pese". Seguramente vamos a seguir hablando así en el almacén pero desde el punto de vista de la física lo que el almacenero hace es "masar" un "kilogramo" de azúcar ya que las balanzas determinan masas y no pesos que se deben determinar con un dinamómetro. Por otra parte si el almacenero realmente vendiera al peso dependeríamos del valor de g en el lugar.

Esta costumbre ha originado un sistema de unidades antiguo y totalmente en desuso denominado "técnico" donde las magnitudes fundamentales elegidas son longitud, fuerza y tiempo y las unidades respectivas son el metro, el segundo y el "kilo fuerza" tomando el peso de la unidad de masa del Sistema Internacional cuando el valor de g es 9.8 m.s"^{2} En consecuencia la relación entre un kilogramo fuerza y un Newton es:

$$1 \text{ kgf} = 9.8\text{N}$$

Esto origina una fuerte confusión ya que el mismo objeto, la masa patrón, sirve de unidad para dos magnitudes diferentes en dos sistemas de unidades distintos que tienen el mismo nombre. Para evitar semejante confusión algunos autores llaman al kilo fuerza kilopondio. Nosotros evitaremos la confusión simplemente cumpliendo con la ley que obliga desde hace más de veinte años a usar el Sistema Internacional.

3.8 - Ejemplo

Como ejemplo de aplicación de lo anterior imaginemos un bloque de masa m que dejamos libre desde una cierta altura del piso, sabemos que su peso, sobre la superficie terrestre, es el producto de la masa por la aceleración de la gravedad, p = mg

Si realizamos el diagrama de cuerpo libre del mismo, mientras se encuentra cayendo podemos considerar que la única fuerza actuante es el peso, lo que significa que operamos con el modelo que desprecia el valor de las fuerzas de rozamiento con el aire.

En la figura 6 se puede ver el diagrama de cuerpo libre y el vector representativo de la única fuerza en un sistema de referencia

Fig. 6

Si aplicamos la ley de Newton al cuerpo resulta: ZF = m **a**

Reemplazando valores queda: - mg **j** = m **a**

Despejando resulta: $\mathbf{a} = -g\,\mathbf{j}$

La aceleración de los cuerpos en caída libre es igual para todos y resulta igual a la aceleración de la gravedad en el punto de la Tierra que se lo considera. Dicho de otra manera, resulta que sobre la superficie terrestre todos los cuerpos caen con la misma aceleración.

La pregunta que surge inmediata es: ¿si yo vi caer una pluma mucho más lento que un ladrillo? ¿cómo es posible decir que caen con la misma aceleración?. La respuesta es que caen con la misma aceleración **si la fuerza a la que se encuentran sometidos es sólo la de su peso** y en el caso de la pluma hay fuerzas de rozamiento con el aire que son muy importantes frente a la fuerza peso, en cambio en el caso del ladrillo o cualquier otro cuerpo de mayor relación peso superficie el valor de las fuerzas de rozamiento con el aire es despreciable frente a la fuerza peso.

Una experiencia que se puede hacer de inmediato para ver la influencia de las fuerzas de roce con el aire es dejar caer juntos una hoja de papel y un objeto de madera o metal, notar como efectivamente la hoja cae con menor aceleración que el otro objeto. Luego se hace un bollo con la hoja de papel y se los deja caer juntos nuevamente. Lo que se observará es que ambos objetos, si no caen juntos, lo hacen mucho más próximos que en la experiencia anterior.

Esto nos permite también insistir con la idea de modelo. En física se trabaja con modelos que no son más que recortes de la realidad que simplificamos convenientemente. Como es, en general, muy complejo considerar las fuerzas de roce con el aire, se las considera despreciables frente a las otras fuerzas que intervienen. Pero esto no es más que un modelo y lo que debemos tener muy bien definidos son sus límites. Este modelo no nos sirve para analizar la caída de una pluma y por el contrario si aplicamos el modelo de la caída de una pluma a la caída de un ladrillo trabajaremos de más ya que las fuerzas de roce con el aire es ese caso son despreciables y no incidirán en el resultado final.

En todos los estudios de física que se hagan en adelante es importante especificar el modelo con el que se trabaja.

3. 9 - Rozamiento

Entre las fuerzas que deberemos considerar está la fuerza de rozamiento entre dos cuerpos. Cuando tenemos dos cuerpos, por ejemplo un bloque de madera apoyado sobre una mesa, por lo que vimos antes sobre el bloque actúan dos fuerzas, una acción a distancia que es la fuerza gravitatoria de atracción ejercida por la Tierra sobre el bloque y otra la fuerza de contacto que hace la mesa sobre el bloque y que siempre actúa normal al plano de separación de ambas superficies. Si aplicamos la Segunda Ley de Newton, sabiendo que están en reposo y en consecuencia, $\mathbf{a} = 0$ resulta:

En estas condiciones el sistema permanecerá en reposo, pero, ¿qué ocurre si aplicamos una pequeña fuerza lateral F al bloque, la experiencia nos indica que siempre encontraremos una fuerza lo suficientemente pequeña para que el bloque no se mueva, y esto parecería contradecir la primera Ley de Newton, para que esto no ocurra la mesa debe ejercer sobre el bloque una fuerza lateral, igual y opuesta a la fuerza F que nosotros estamos aplicando

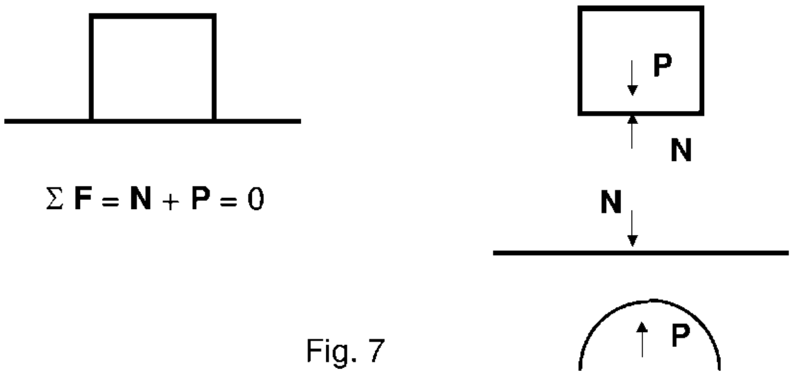


Fig. 7

Esta fuerza F_r la llamaremos fuerza de roce y la podemos explicar por las pequeñas (o grandes, según sea el caso) imperfecciones que poseen ambas superficies ya que si las observásemos suficientemente ampliadas aparecerían como en la figura 8a

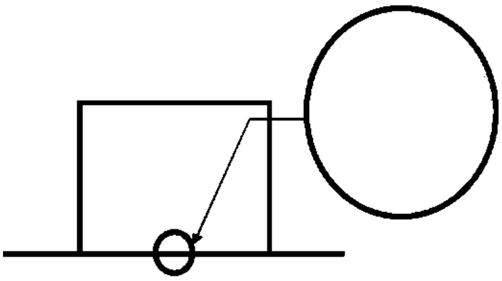


Fig. 8a.

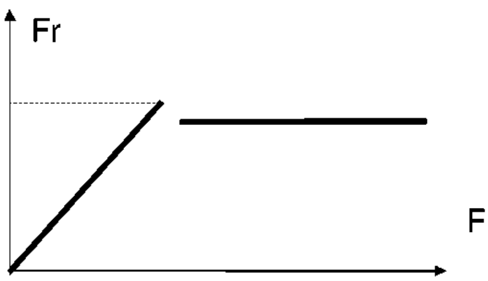


Fig. 8b.

Si se incrementa el valor de F desde cero vemos que el valor de F_r es igual y opuesto a F hasta llegar a un valor máximo de F_r que llamamos $F_{r\mathbf{max}}$ y que es el valor de la fuerza de roce a partir del cual si incrementamos el valor de F el cuerpo se comienza a mover. Cuando el cuerpo se comienza a deslizar el valor de F_r disminuye un poco, por esta razón se habla de dos tipos de fuerza de roce, la fuerza de roce estática y la fuerza de roce cinética o dinámica. Esto está indicado en la figura 8b.

De lo anterior surge que el valor de la fuerza de roce es siempre menor o igual al valor de la fuerza que tiende a desplazar al cuerpo.

$$F_r < F$$

El valor de la fuerza de roce depende de dos condiciones:

1. El estado de las superficies de contacto, estado de pulimento, lubricación entre las mismas, etc.

2. La fuerza de contacto entre las superficies.

A partir de las dos condiciones mencionadas se puede establecer una relación entre la fuerza de rozamiento máxima y la fuerza de contacto hallando un coeficiente, llamado coeficiente de roce estático o dinámico según sea el caso, así tenemos:

$$Frmax = M\text{-}e$$
$$N\ F_r = Hd\,N$$

Estas dos ecuaciones no son ecuaciones vectoriales, ya que siempre la fuerza de roce será ortogonal a la fuerza de contacto entre los cuerpos, lo que estas ecuaciones establecen es una relación de proporcionalidad entre los módulos de las fuerzas actuantes.

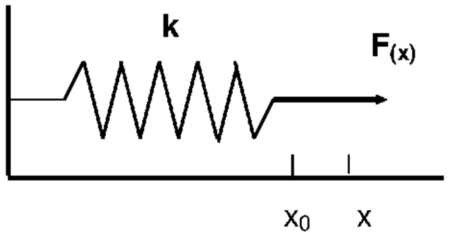
Es muy importante estar conscientes que si el valor de la fuerza aplicada es menor que la fuerza de roce máxima el valor de la fuerza de roce es igual a la fuerza aplicada.

3.9 Fuerzas elásticas

Otro tipo de fuerzas que debemos considerar tiene que ver con la resistencia de ciertos cuerpos a la deformación, en particular vamos a analizar el caso que la fuerza originada por la deformación sea proporcional a esa misma deformación.

El ejemplo típico es el resorte. Imaginemos un resorte en espiral común al que sometemos a un estiramiento, para lo cual debemos aplicarle una fuerza. Si medimos la fuerza aplicada F y el estiramiento Ax encontramos que hay una zona en que se cumple una proporcionalidad que es

$$F = k\ Ax$$



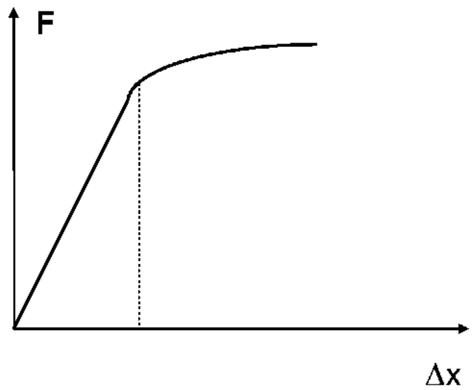


Fig. 9

Si graficamos los valores de deformación para los valores cada vez mayores de la fuerza aplicada en todos los casos se observa que la gráfica deja de ser una recta para comenzar a curvarse, decimos que salimos de la zona elástica del resorte. Nosotros trabajaremos en todos los casos en la zona elástica donde se cumple la ley de proporcionalidad ya establecida.

.10 Preguntas y problemas

Consideraciones previas.

Como en el caso del capítulo anterior la solución de estos problemas es absolutamente sistemática y en consecuencia el resultado es poco importante. Su importancia radica en como los aprovechan los alumnos en su proceso de aprendizaje para comprender la amplitud de los conceptos desarrollados en este capítulo.

Los pasos a seguir para resolver estos problemas son:

a. Homogeneizar las unidades, si fuera necesario.

b. Realizar el diagrama de cuerpo libre de los cuerpos que integran el sistema en estudio

c. Escribir para cada cuerpo la ecuación de Newton (ZF=ma) del movimiento

d. Resolver esas ecuaciones.

Preguntas

1. Si se tiene un cuerpo sobre el que no actúan fuerzas, ¿permanece en reposo?

2. Si una partícula se mueve con velocidad constante, ¿es porque no actúan fuerzas sobre ella?

3. Si sólo actúa una fuerza sobre un cuerpo ¿deberá este acelerarse? ¿Puede tener velocidad cero?, ¿es posible que un objeto describa una curva cualquiera sin que se ejerza una fuerza?

4. Si la aceleración de la gravedad en la Luna es un sexto de la terrestre. ¿Cuál es la masa en la Luna de una persona que en la Tierra tiene una masa de 80 kg?.

5. Al izar un cuerpo pesado con una cuerda que tiene la resistencia justa para sostenerlo, debe tirarse con cuidado, pues si se da un tirón fuerte la cuerda se romperá ¿Por qué?

6. A causa de la resistencia del aire, dos objetos de masa desigual no caen exactamente con la misma velocidad. Si dos cuerpos de idéntica forma pero de masa distinta, se sueltan simultáneamente desde la misma altura, ¿cuál llegar primero al suelo?

7. Ud. ingresa a un laboratorio de física y encuentra un objeto cilíndrico, pequeño, de color amarillo que tiene grabado "500 gr" y alguien le dice que es una pesa. ¿Puede Ud. explicar qué significan esos 500 gr y qué aplicación tiene ese objeto?.

8. Utilizando la primera ley de Newton explique:

   a. ¿Porqué el cuerpo de un pasajero parado en el pasillo de un ómnibus es despedido hacia atrás cuando el ómnibus acelera a partir del reposo?
   b. Un hombre está parado en el pasillo de un ómnibus que va por la calle a una cierta velocidad **v.** El ómnibus frena bruscamente ¿qué le pasa al hombre? ¿Por qué?
   c. ¿Qué le ocurre al pasajero de un ómnibus que da vuelta una curva con velocidad de módulo constante ?

9. Si la acción y la reacción son siempre iguales en magnitud y sentido opuesto...., ¿por qué no se anulan mutuamente de modo que no quede fuerza para acelerar el cuerpo?

10. "No es la caída lo que lesiona; es la parada repentina contra el suelo". Tradúzcase este dicho al lenguaje de las leyes de Newton del movimiento.

11. Un burro se niega a arrastrar un carro con el siguiente pretexto: "según la tercera ley de Newton, la fuerza que yo ejerzo sobre el carro es siempre igual y opuesta a la que el carro hace sobre mí, luego si nunca puedo ejercer sobre el carro una fuerza mayor que la que él ejerce sobre mí, ¿cómo puedo ponerlo en movimiento?." Explíquele al burro que no tiene razón.

12. Sean dos cuerpos de pesos 1 N y 2 N en caída libre. ¿Por qué caen con la misma aceleración si están sometidos a fuerzas distintas?

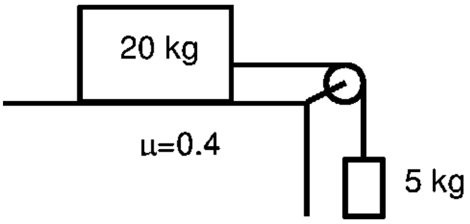
13. Cuándo se acelera un automóvil partiendo del reposo ¿dónde se encuentra la fuerza aplicada al mismo que le comunica su aceleración? ¿Qué otro cuerpo ejerce esta fuerza?

14. Un bloque de masa m resbala por un plano inclinado un ángulo α con velocidad constante. Se sabe que existe roce, en consecuencia se concluye que el coeficiente de roce cinético entre

el bloque y el plano es:

a.) tg α b.) 1 – cos α c.) (cos α – sen α d.) mg sen α

15. Considere un bloque de masa 20 kg sobre una superficie con un coeficiente de rozamiento entre ellos de \x= 0.4. El bloque está tirado por una cuerda de la que cuelga una masa de 5 kg a través de una polea sin rozamiento. Determine el valor de la fuerza de roce, compárela con el peso del cuerpo de 5 kg, analice en qué dirección se mueve el sistema. Realice el diagrama de cuerpo libre.



16. Un bloque de aluminio y otro de madera de igual masa parten al mismo instante del reposo sobre un plano inclinado. El coeficiente de roce cinético entre el bloque de aluminio y el plano es despreciable, el del bloque de madera es \i. Indique cuál de las siguientes afirmaciones son correctas.

a. Ambos bloques alcanzan el extremo del plano al mismo tiempo y con la misma velocidad.
b. El bloque de aluminio llega primero al extremo, pero ambos tendrán la misma velocidad al llegar.
c. El bloque de aluminio alcanza el extremo del plano primero y tendrá mayor velocidad que el bloque de madera cuando éste llegue al extremo.
d. Ambos bloques llegan al mismo tiempo pero el bloque de madera se mueve más despacio que el de aluminio.

17. ¿Es irrazonable que el coeficiente de rozamiento sea mayor que uno?

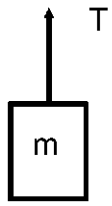
18. Un bloque cuyo peso es de 20 N se encuentra sobre una superficie horizontal. El coeficiente de rozamiento estático entre el bloque y la superficie es $\mu_e = 1$. Se ata al bloque una cuerda y se realiza una tensión sobre la misma de 15 N con un ángulo de 30^s con la horizontal. Indique cuál de las siguientes afirmaciones son correctas.

a. El bloque permanecerá en reposo. La fuerza de roce estático es de 20 N.
b. El bloque se moverá horizontalmente.
c. El bloque se levantará de la superficie debido a la acción de la cuerda.
d. El bloque permanecerá en reposo, la fuerza de roce estática es de 13 N.

19. La constante de gravitación universal G ¿sería diferente si la midiéramos en otro planeta?

20. La tensión en la cuerda a que está atada la masa m en la figura es T= mg/2 la aceleración de la masa m es:

a. g/2, dirigida hacia abajo.
b. g/2, dirigida hacia arriba.
c. 3g/2, dirigida hacia abajo.
d. Ninguna de las anteriores



Problemas

1. Realice un diagrama de cuerpo libre correspondiente a:

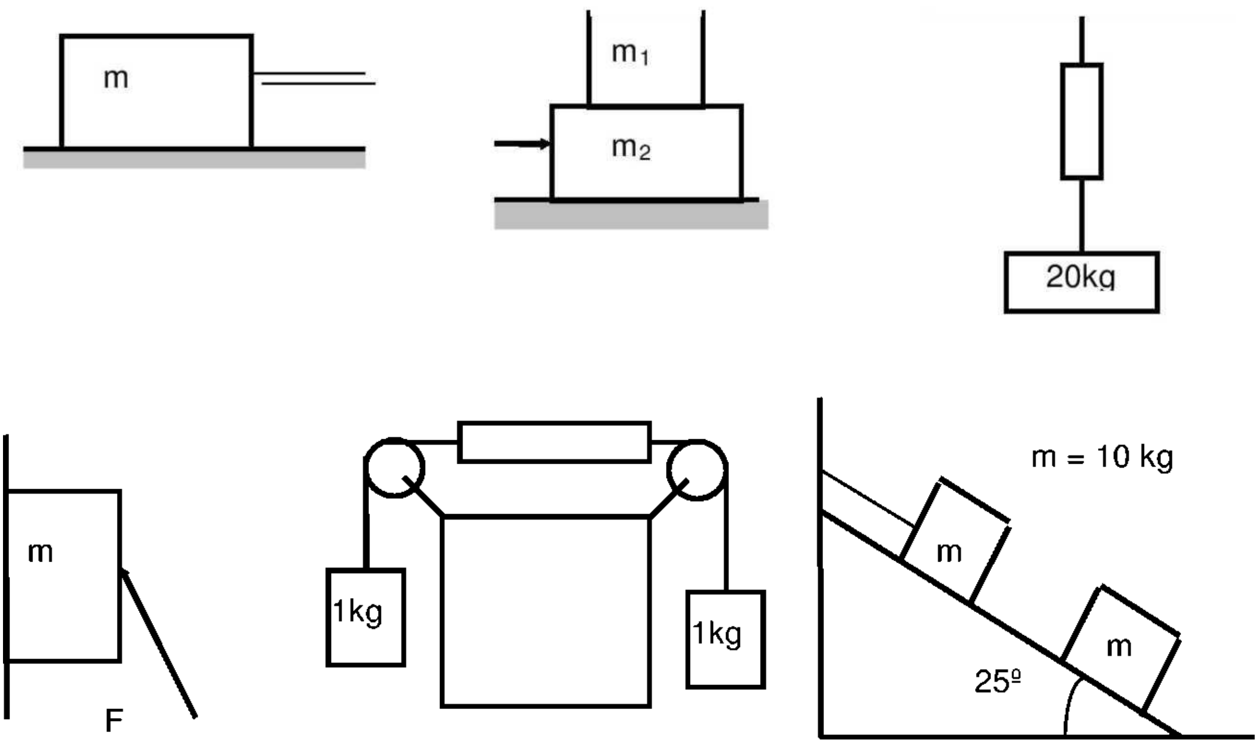
a. Un cuerpo en caída libre.

b. Un cuerpo en tiro vertical ascendente.

c. Un cuerpo en reposo sobre una mesa.

d. Un cuerpo suspendido de una soga sujeta al techo.

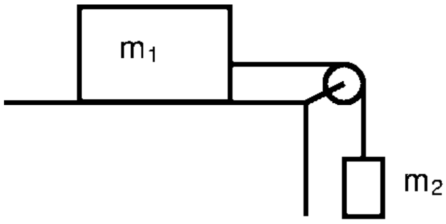
2. Realice los diagramas de cuerpo libre y determine los pares de acción y reacción para cada uno de los siguientes casos. Indique las fuerzas que actúan sobre los cuerpos y sobre los vínculos en cada caso. En los casos que hay indicados dinamómetros determine el valor que indican.



3. Sobre una mesa sin rozamiento se tienen dos bloques de masa 3 kg y 5 kg conectados por una cuerda de masa despreciable y el de 5 kg es tirado por una segunda cuerda horizontal.

Determine la aceleración de cada uno de los bloques y la tensión a la que está sometida cada una de las cuerdas

4. Un bloque cuelga de una cuerda que pasa por una polea sin rozamiento y está conectada a otro bloque situado sobre una superficie sin rozamiento. Determine la aceleración de cada uno de los bloques y la tensión en la cuerda.

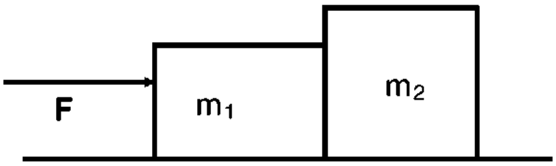


$M_1 = M_2 = 10$ kg

5. Analice el peso aparente de una persona que se encuentra en un ascensor en todos los casos posibles, algunos de los cuales son: a) Ascensor en reposo, b) Ascensor con velocidad constante para arriba, c) Ascensor con aceleración para arriba, d) Ascensor con velocidad constante para abajo, e) Todos los demás casos que hay.

6. Determine la aceleración de una persona durante el acto de saltar verticalmente para arriba. Determine cualitativamente los pares de acción y reacción.
Dos bloques se encuentran en contacto de manera que uno es empujado por una fuerza horizontal y a su vez empuja a otro. Determine el valor de la fuerza de contacto entre ellos si la superficie sobre la que se desplazan no tiene rozamiento

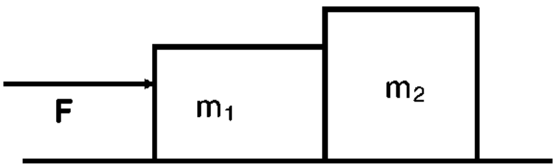
F = 150 N
m_1 = 10 kg
m_2 = 20 kg



Analice el mismo problema anterior pero considerando que la superficie sobre la que se desplazan tiene rozamiento, para cada uno de los siguientes casos:

7. Dos bloques se encuentran en contacto de manera que uno es empujado por una fuerza horizontal y a su vez empuja a otro. Determine el valor de la fuerza de contacto entre ellos si la superficie sobre la que se desplazan no tiene rozamiento.

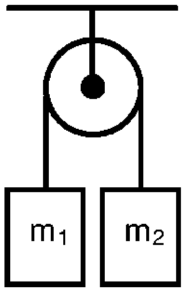
F = 150 N
m_1 = 10 kg
m_2 = 20 kg



8. Analice el mismo problema anterior pero considerando que la superficie sobre la que se desplazan tiene rozamiento, para cada uno de los siguientes casos:

a) $\mu_1 = 0.25 = \mu_2$ b) $\mu_1 = 0.25$ $\mu_2 = 0{,}15$ C) $\mu_1 = 0.15$ $\mu_2 = 0.25$

.9. Dos cuerpos de masa m y m penden de los extremos de una cuerda sin masa que pasa por una polea sin masa y sin rozamiento. Determine la aceleración del sistema y la tensión en la cuerda.



M$_1$ = 10 kg m_2 = 20 kg

Capítulo 4

Aplicaciones de las Leyes de Newton.

4.1 Introducción 1.

En este capítulo veremos cómo se aplican las Leyes de Newton y las de la cinemática estudiadas en los capítulos anteriores casos particulares. En este capítulo no se desarrollaran nuevos conceptos de física. Lo que se hará ser sólo ver aplicaciones de los conceptos ya estudiados, pero no debe verse como una "ejercitación". Estudiar cómo se aplican los conceptos que se comenzaron a aprender en los capítulos anteriores brinda una ampliación de los conceptos ya que estos no se "aprenden" se "comprenden" a través de su aplicación.

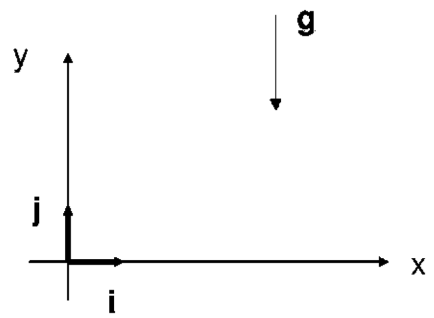
4.2 - Caída libre.

Llamaremos cuerpos en caída libre a un modelo de trabajo en el que los cuerpos se dejan caer con velocidad inicial cero bajo la acción de la fuerza de atracción gravitatoria terrestre y con la condición adicional que las fuerzas de rozamiento con el aire sean despreciables. Por esta última razón este modelo se suele llamar caída en el vacío.

Imaginemos un cuerpo de masa m que se libera con velocidad inicial cero. Si se realiza el diagrama de cuerpo libre mientras está en caída la única fuerza actuante sobre la misma es el peso P = mg, de la aplicación de la segunda Ley de Newton surge que la aceleración sobre el eje y ser $\mathbf{a}_y = - P/m = \mathbf{-g}$.

A partir de saber la velocidad inicial y la aceleración a que se encuentra sometido el cuerpo, encontrar la posición y la velocidad en función del tiempo es sencillo.

Consideremos un sistema de coordenadas convencional y que en el tiempo t=0 el cuerpo se encuentra en x = 0 e y = 0. Para estas condiciones los datos del problema aparecen como $\mathbf{v}_0 = 0$, $\mathbf{a}_y = -g\,\mathbf{j}$ donde con j designamos el versor correspondiente al sentido positivo de las y.



Así las ecuaciones de posición quedan:

$x_t = x_0 + v_0x\ t = 0$ porque $x_0 = 0$ y $v_{ox} = 0$

$yt = y_0 + voy\ t + 1/2\ a\ t^2 = 0 + 0 + 1/2\ (-g)\ t^2$

Y las ecuaciones de velocidad en función del tiempo:

$Vxt = 0$ porque $v_{ox} = 0$

$v_yt = v_{oy} + a_y\ t = -\ g\ t$

Es importante recordar que estas expresiones tienen sentido en el sistema de coordenadas elegido. Si por razones de conveniencia se adopta otro sistema de referencia, por ejemplo, con el sentido del eje y positivo hacia abajo, todas estas expresiones cambian.

4.3 Tiro oblicuo en el vacío.

Consideremos el caso de un proyectil que se arroja con una velocidad vo y un ángulo inicial cp por sobre la horizontal. Ejemplos de esto pueden ser desde una pelota y una piedra que arroja un chico hasta una bala de cañón. Lo que vale para nuestro modelo es que las fuerzas de rozamiento con el aire sean despreciables frente a las demás fuerzas que intervienen en el fenómeno. Este caso se llama también tiro oblicuo en el vacío.

Para resolver este problema debemos analizar las fuerzas que intervienen sobre el proyectil desde el momento que inicia su recorrido. Si hacemos el correspondiente diagrama de cuerpo aislado se ve que la única fuerza que interviene es el peso, de valor mg, con dirección vertical. Considerando un sistema de coordenadas los valores iniciales del problema para cada eje quedan:

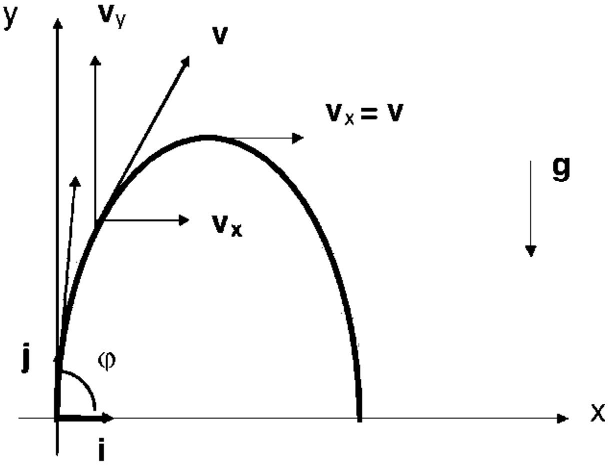
$x_0 = 0$

$Vox = V_0\ \cos \phi$

$a_x = 0\ \ y_o = 0$

$v_{oy} = v_0$ sen ϕ

$a_y = -g$



Así tenemos que es posible aplicar las ecuaciones de la cinemática ya conocidas desde el momento que a partir de la aplicación de las leyes de Newton sabemos que el movimiento sobre el eje x ser rectilíneo uniforme y sobre el eje y ser uniformemente acelerado las ecuaciones paramétricas de la trayectoria son:

$$X_t = x_0 + v_{ox}\ t = v_0 \cos \phi\ t$$

$$Y_t = y_0 + v_{0y}\ t + 1/2\ a_y\ t^2 = v_0 \operatorname{sen}\phi\ t - ½\ g\ t^2$$

Estas dos ecuaciones nos brindan la posición del móvil en cualquier momento. Si lo que necesitamos saber es el valor de la velocidad en cualquier instante de tiempo, surge de las ecuaciones de las componentes de la velocidad en función del tiempo:

$$v_{xt} = v_0 \cos\phi$$
$$yt = v_0 \operatorname{sen}\phi - g\ t$$

Donde se ve claramente la condición de movimiento uniforme para la componente horizontal, donde no intervienen fuerzas y la condición de movimiento uniformemente acelerado para el caso de la componente vertical donde interviene la acción del peso como fuerza.

Obsérvese que los vectores posición, velocidad, y aceleración no coinciden en ningún punto, mientras el extremo del vector posición recorre la trayectoria, el origen del vector velocidad es tangente a la trayectoria en todo instante y el vector aceleración es siempre vertical, paralelo a sí mismo, y dirigido hacia abajo.

De las ecuaciones paramétricas de la trayectoria podemos obtener la ecuación de la trayectoria, despejando el valor de t de la primera ecuación y reemplazando en la segunda.

$$t = \frac{x}{v_o \cos \varphi}$$

$$y = v_0\ \operatorname{sen}\varphi \cdot \left(\frac{x}{v_o \cos \varphi}\right) - \frac{1}{2} g \cdot \left(\frac{x}{v_o \cos \varphi}\right)^2$$

Donde se llega a la expresión:

$$y = x \operatorname{tg}\varphi - x^2\ \frac{g}{2\left(v_o \cos \varphi\right)^2}$$

Donde se ve claramente que la trayectoria de este movimiento es una parábola. Con las ecuaciones así planteadas es muy fácil obtener los valores de posición y velocidad en cualquier punto de la parábola.

Como ejemplo de esto la altura máxima a la que llega el proyectil será cuando la componente vertical de la velocidad sea cero de donde despejando el tiempo resulta:

$$t_{ymax} = (v_0 \operatorname{sen}\phi)/g$$

Este valor de tiempo reemplazado en las ecuaciones de posición recordando que sen ϕ cos ϕ = ½ sen(2ϕ) se dan las respectivas posiciones x e y de altura máxima.

$$x_{ymax} = \frac{v_0^2 . \operatorname{sen}2\varphi}{2g}$$

$$y_{max} = \frac{v_0^2 . \operatorname{sen}^2\varphi}{2g}$$

Determinados los valores de las coordenadas de altura máxima para conocer el alcance basta establecer la condición de ordenada cero haciendo y = 0 y despejando los valores de tiempo para los que se cumple esa condición tenemos.

$$0 = v_0 (\operatorname{sen}\phi)\ t - \tfrac{1}{2} g t^2 \qquad \Longrightarrow \qquad t (v_0 \operatorname{sen}\phi - g t) = 0$$

De donde surge que para la condición de ordenada cero el tiempo puede tomar dos valores:

$$t = 0$$

$$\mathbf{t = (2\, v_0 \operatorname{sen}\varphi) / g}$$

Ambos resultados eran esperables, el primero porque uno de los momentos que el proyectil pasa por la ordenada cero es el origen, el segundo valor del tiempo, que corresponde al momento en que el móvil vuelve a pasar por la ordenada cero es el doble del tiempo que necesitó para llegar a la altura máxima, lo que también es esperable ya que la parábola es una función simétrica respecto del vértice.

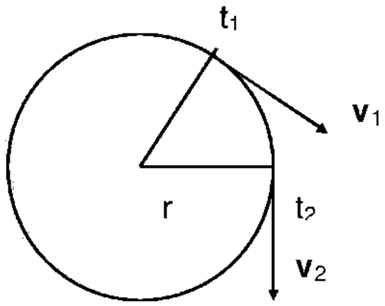
Reemplazando este último valor de t en la ecuación de la componente horizontal de la posición tenemos:

$$X(y{=}0) = (2/g)\ v_0^2 \operatorname{sen}\varphi \cos\varphi = (v_0^2/g) \operatorname{sen}(2\varphi)$$

Que, naturalmente, es el doble que la abscisa de altura máxima

4.4 - Movimiento circular uniforme.

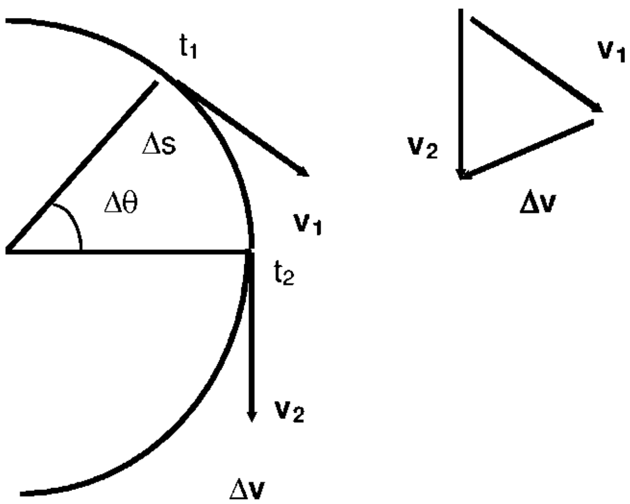
Imaginemos una partícula que se mueve en una trayectoria circular con celeridad constante, ejemplo, de esto puede ser un punto marcado sobre la rueda de una bicicleta, o una tuerca atada a un hilo que da vueltas de manera constante, el vector velocidad tiene módulo constante pero cambia permanentemente de dirección.
Por lo que sabemos de cinemática si la velocidad varía en el tiempo, necesariamente debe intervenir una aceleración encargada de modificar la velocidad. En lo que sigue, encontraremos el valor de esa aceleración.



La situación se observa en el gráfico donde tenemos la partícula en estudio para el instante t_1 en el punto P_1 de la trayectoria con velocidad v_1 tangente a la circunferencia y en el instante t_2 en el punto P_2 con velocidad v_2. Es importante insistir que se cumple:

$$v_1 = v_2 \quad \text{pero} \quad \mathbf{v_1} \neq \mathbf{v_2}$$

La variación de velocidad ocurrida en el intervalo de tiempo $\Delta t = (t_2 - t_1)$ es $\Delta v = (v_2 - v_1)$. La aceleración media ocurrida durante este intervalo de tiempo es por definición:



$$a_m = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$$

En el dibujo se muestra que la dirección de $\Delta \mathbf{v}$ es radial, por lo tanto la dirección de la aceleración media lo ser también. Para calcular el módulo de la aceleración consideremos el ángulo barrido por el radio (que indica la posición de la partícula desde el centro de la circunferencia) durante el intervalo de tiempo Δt, mientras la partícula describe una trayectoria que es el arco de circunferencia Δs.

$$\Delta\theta = \frac{\Delta s}{r}$$

Donde el ángulo está medido en radianes. Como la celeridad media es igual al módulo de la velocidad instantánea ya que se trata de movimiento circular uniforme tenemos:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = r\,\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

A partir de los triángulos semejantes de la figura tenemos:

$$\frac{\Delta v}{v} \cong \Delta\theta = \frac{\Delta s}{r}$$

O sea

$$\Delta v = v\,\frac{\Delta s}{r}$$

Si se hace pequeño el ángulo $\Delta\theta$ (lo que significa hacer pequeño At), el módulo de la aceleración resulta:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = v\,\frac{\Delta s}{\Delta t}\,\frac{1}{r} = \frac{v^2}{r}$$

Igual que en el capítulo de cinemática, en el límite, cuando $\Delta t \longrightarrow 0$, estas relaciones aproximadas resultan exactas. Así el módulo de la aceleración es v^2/r y su dirección es radial y hacia el centro de la circunferencia.

Lo mismo que en el movimiento parabólico los vectores posición, velocidad y aceleración no son coincidentes. Mientras el vector posición, para un sistema de coordenadas centrado en la circunferencia, es coincidente con el radio de la misma, el vector velocidad es tangente a la circunferencia y el vector aceleración tiene la dirección del radio en cada instante pero sentido opuesto.

Si en cada instante expresamos los vectores velocidad y aceleración en componentes radiales y tangenciales nos queda para la velocidad:

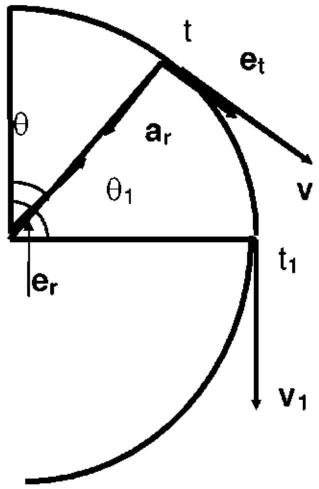
$\mathbf{v}_r = 0\ \mathbf{e}_r$

$\mathbf{v}_t = v\ \mathbf{e}_t$

Y, para la aceleración:

$\mathbf{a}_r = -\ a.\ \mathbf{e}_r = (v^2/r)\ \mathbf{e}_r$

$\mathbf{a}_t = 0\ \mathbf{e}_t$



Sabemos que para que se mantenga el movimiento circular se debe ejercer una fuerza sobre la partícula; como el movimiento es uniforme la aceleración tiene dirección radial dirigida al centro de la circunferencia razón por la que también se llama aceleración centrípeta. Si aplicamos la segunda ley de Newton a la partícula la resultante de las fuerzas que intervienen es:

$$\Sigma F = m\ \mathbf{a}_r$$

Esta fuerza se llama fuerza centrípeta y es la encargada de modificar la dirección de la velocidad en cada punto de la trayectoria. Si por alguna razón esta fuerza desaparece, por ejemplo se corta el hilo que sostiene a la masa. La trayectoria que sigue la partícula ser tangencial a la trayectoria circular porque la aplicación de la primer Ley de Newton nos indica que al no actuar fuerzas sobre la partícula esta seguirá con movimiento rectilíneo uniforme.

Sobre el mismo sistema de referencia ubicado en el centro de la circunferencia se puede adoptar otro sistema de coordenadas; el sistema de coordenadas que veremos ahora utiliza como variables el radio de la circunferencia y el ángulo barrido.

Si a partir de un punto arbitrario comenzamos a medir el tiempo y el ángulo barrido por el radio tenemos que el instante t el radio vector que indica la posición de la partícula se encuentra en una posición angular θ_0 y en el instante t_1 , posterior, en la posición angular θ_1 es inmediato que en el intervalo de tiempo At = $(t_1 - t_0)$ el radio vector se ha desplazado un ángulo $\Delta\theta = (\theta_1 - \theta_0)$, esto nos permite definir la velocidad angular media ω_m como la relación entre el recorrido angular correspondiente al intervalo de tiempo transcurrido.

$$\omega_m = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \qquad [rad/s]$$

La unidad correspondiente a esta velocidad angular media es radianes sobre segundo. Igual que en el caso de las unidades correspondientes al movimiento rectilíneo no se trata de un cociente entre una unidad angular y el tiempo sino una forma abreviada de expresar que el radio vector posición del móvil recorre tantos radianes en un segundo.

De la misma forma que en el caso del movimiento rectilíneo definimos la velocidad angular instantánea como el límite cuando el intervalo de tiempo considerado tiende a cero, que expresamos:

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

A partir de esta definición podemos considerar el caso del movimiento circular uniforme evaluado con variables angulares.

Si el movimiento circular es uniforme la velocidad angular media debe coincidir con la velocidad angular por lo que:

$$\omega_m = \omega = \frac{\theta_1 - \theta_0}{t_1 - t_0}$$

Si hacemos $t_0 = 0$ queda una expresión del ángulo barrido en función del tiempo:

$$\theta = \theta_0 + \omega\, t_0$$

Donde θ se mide en radianes y ω en radianes sobre segundo.

La pregunta inmediata ahora es, ¿cómo establecer una relación entre la velocidad angular constante recién definida y la velocidad tangencial constante que analizamos antes?

Para hacerlo vamos a recurrir a la expresión ya usada que vincula la velocidad con el ángulo barrido:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = r\,\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

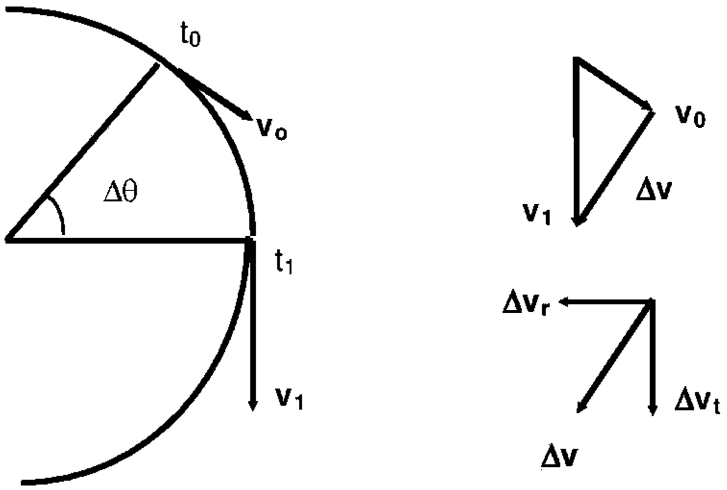
Expresión que dijimos era es exacta en el límite cuando At tiende a cero de manera que podemos escribirla:

$$v_t = r \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = r\,\omega$$

Vemos así la relación existente entre la velocidad tangencial de la partícula y su velocidad angular.

4.5 Movimiento circular uniformemente acelerado.

Consideremos ahora el caso de un movimiento circular uniformemente acelerado, ahora entre el instante t_0 y el instante t_1 próximo la velocidad pasó de $\mathbf{v_0}$ a $\mathbf{v_1}$ donde no sólo ha variado la posición y dirección del vector sino que también se modifica el módulo. Si determinamos el valor de $\mathbf{\Delta v}$ encontramos que se puede descomponer en dos direcciones ortogonales entre sí, una componente con dirección radial **A**$\mathbf{v_r}$ y la otra paralela a la tangente de la circunferencia en ese punto **A**$\mathbf{v_t}$**.**



Entonces queda: $\Delta \mathbf{v} = \mathbf{\Delta v_r} + \mathbf{\Delta v_t}$

De aquí, por aplicación de definición de aceleración media, tenemos:

$$\mathbf{a}_m = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{\Delta \mathbf{v}_r}{\Delta t} + \frac{\Delta \mathbf{v}_t}{\Delta t}$$

El primer término de esta sumatoria lo conocemos y nos indica el valor de la aceleración radial media, y es la componente de la aceleración que modifica la dirección del vector velocidad. El segundo nos da el valor de la aceleración tangencial media; esta última es totalmente comparable al concepto de aceleración media en el movimiento rectilíneo que se corresponde con las modificaciones en el módulo del vector velocidad.

Si hacemos tender a cero el intervalo de tiempo en que analizamos estos fenómenos el resultado que obtenemos es:

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \mathbf{v}_r}{\Delta t} + \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \mathbf{v}_t}{\Delta t}$$

Resultando finalmente:

$$\mathbf{a} = -\frac{v^2}{r}\mathbf{e}_r + a_t\,\mathbf{e}_t$$

En el caso del movimiento circular uniformemente acelerado la componente a permanece constante mientras la componente a_t es variable en el tiempo ya que al ser a distinta de cero se modifica la velocidad y necesariamente debe modificarse la aceleración centrípeta.

Si analizamos la resultante de las fuerzas que intervienen en este proceso vemos que se pueden descomponer en dos direcciones, una centrípeta, ya conocida, y otra tangencial encargada de modificar el valor de la aceleración.

Si trabajamos con variables angulares, en el movimiento circular uniformemente acelerado y analizamos un caso en que la velocidad angular instantánea pase de un valor ω_0 en el instante t_0 a un valor ω_1 en un instante posterior t_1, podemos definir, la aceleración angular media como:

$$\alpha_m = \frac{\omega_1 - \omega_0}{t_1 - t_0} \qquad [\text{rad/s}^2]$$

Pero si el movimiento es circular uniformemente acelerado, la aceleración media debe coincidir con la instantánea por lo que:

$$\alpha = \alpha_m$$

En estas condiciones y haciendo to = 0 podemos despejar ω que resulta:

$$\omega = \omega_0 + \alpha\, t$$

Expresión totalmente análoga a la que corresponde a la velocidad en el movimiento rectilíneo uniformemente acelerado. Dejamos para el alumno el desarrollo de la expresión del ángulo recorrido a partir de condiciones iniciales de θ_0 , ω_0 y α de lo que resulta:

$$\theta = \theta_0 + \omega_0\, t + \frac{1}{2}\alpha\, t^2$$

En el punto anterior se vio la relación entre la velocidad angular y la velocidad tangencial

$$v_t = r\,\omega$$

Esta expresión sigue siendo válida para este caso de movimiento circular uniformemente acelerado en tanto la velocidad tangencial instantánea aparece es función lineal de la velocidad angular instantánea. Lo mismo vale para expresar la aceleración radial en términos de las variables angulares

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \omega^2\, r$$

Para hallar la relación entre la aceleración angular y la aceleración tangencial recordemos que la aceleración tangencial surge de establecer el límite del cociente del incremento del módulo de la velocidad en un intervalo de tiempo y ese intervalo de tiempo.

$$a_t = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v_1 - v_0}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\omega_1 r - \omega_0 r}{\Delta t} = r \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\omega_1 - \omega_0}{\Delta t} = r\,\alpha$$

En la expresión anterior se operó con los módulos de los vectores velocidad porque se consideró únicamente la componente tangencial de la aceleración.

Como se ve de estos ejemplos la aplicación de las Leyes de Newton y las ecuaciones de la cinemática es absolutamente sistemática de manera que resolver problemas no es una dificultad del aprendizaje de la física, la dificultad está en comprender y operar con los conceptos, porque saber física es sólo comprender y operar con los conceptos

4.6 Estática.

Un caso particularmente interesante de las aplicaciones de las Leyes de Newton lo constituye la estática, que es la parte de mecánica destinada al estudio de los cuerpos que permanecen en reposo. Todos los cuerpos que se encuentran dentro del campo gravitatorio terrestre están sometidos a las fuerzas gravitatorias por lo que sí se encuentran en reposo existen otras fuerzas que equilibran las gravitatorias. Estas fuerzas son provistas a los cuerpos por los vínculos, un ejemplo de esto lo tenemos cuando un cuerpo en reposo se encuentra sobre una mesa, ésta es el vínculo que limita su desplazamiento vertical.

En general diremos que vínculo es todo aquello que limita el movimiento de los cuerpos y nuestra tarea es calcular la fuerza que hacen los vínculos para sostener a los cuerpos.

Para resolver las reacciones de vínculo (fuerzas que hacen los vínculos en reacción a las acciones que hacen los cuerpos sobre ellos) en el caso de cuerpos puntuales basta aplicar las leyes de Newton sabiendo que en la condición de reposo la aceleración vale cero, por lo que:

$$\mathbf{ZF} = 0$$

Realizando el diagrama de cuerpo libre y aplicando la ecuación vectorial anterior se obtiene el valor de las reacciones de vínculo.

La ecuación anterior es suficiente si se trata de casos que pueden ser reducidos a partículas, esto ocurre cuando, aunque el cuerpo sea extenso, las fuerzas que actúan sobre ,l son concurrentes. Si el sistema de fuerzas no es concurrente se debe agregar a la ecuación anterior otras como se verá en cursos superiores

4.7 Preguntas y problemas.

Preguntas:

1. Desde el borde de una terraza de altura h se arroja una piedra verticalmente hacia arriba con velocidad v_0 y una hacia abajo con una velocidad de igual módulo. ¿ Con qué, velocidad llega al suelo cada piedra? ¿Cuál es la diferencia en tiempo de vuelo?

2. Una pelota se arroja verticalmente hacia arriba, alcanza su punto más alto y regresa cuál de las siguientes afirmaciones es correcta y porque?

a. La aceleración siempre está en dirección del movimiento.
b. La aceleración siempre se opone a la velocidad.
c. La aceleración siempre está dirigida hacia abajo.

d. La aceleración siempre está dirigida hacia arriba en la subida y hacia abajo en la bajada.

3. Una piedra de masa m arroja hacia arriba con una velocidad inicial v_0 y alcanza una altura h. Una segunda piedra de masa 2m se tira hacia arriba con una velocidad inicial $2v_0$ qué altura alcanzará?

a) h/2 b) 2 h
c) h d) 4 h

4. Una piedra de masa rn_1 deja caer desde el techo de un edificio alto. En el mismo momento otra piedra de masa m_2 se deja caer desde una ventana 10 m más abajo del techo. La distancia entre las dos piedras durante la caída:

a) Disminuye
b) aumenta
c) permanece siempre en 10 m
d. depende de la relación m_2 /rn_1

5. Una maceta de masa irn deja caer desde el techo de un edificio alto. Exactamente cuando pasa por la ventana del tercer piso alguien deja caer accidentalmente un vaso desde esa ventana, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta y por qué?

a. La maceta llega primero al piso con una velocidad mayor que la del vaso.
b. La maceta toca el piso al mismo tiempo que el vaso, pero la rapidez de la maceta es mayor.
c. La maceta y el vaso tocan el piso simultáneamente y con la misma velocidad.
d. El vaso toca el piso antes que la maceta.

6. Cuándo se dispara un proyectil con un arma de fuego, ¿cuál es el origen de la fuerza que acelera el proyectil?

7. Una pelota de béisbol es golpeada por un bateador, la aceleración de la pelota durante el vuelo:

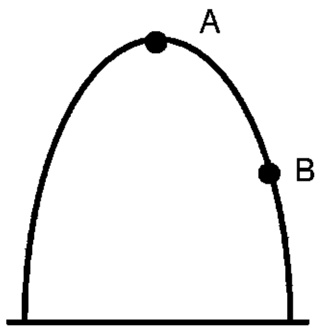
a. depende de si la pelota va hacia arriba o hacia abajo.
b. es máxima en la cúspide de la trayectoria.
c. es la misma durante todo el trayecto,
d. depende de cómo se le pegó.

8. Dos proyectiles A y B se disparan desde el plano horizontal con velocidades iniciales idénticas. El proyectil A sale con un ángulo θ_A y el B con un ángulo θ_B también con la horizontal. Si $\theta_A < \theta_B < 90°$. ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta y por qué?

a) El proyectil B permanece más tiempo viajando y llega más lejos que el A.
b) El proyectil B permanece más tiempo viajando que el A y no llega tan lejos como el A.
c) El proyectil B permanece más tiempo viajando y alcanza mayor elevación que el A.

9. Se lanza una pelota de fútbol en trayectoria parabólica. ¿Existe algún punto en que la aceleración sea paralela a la velocidad? ¿Y perpendicular?

10. La figura muestra la trayectoria de una pelota. En el punto A de altura máxima:



a. La velocidad es cero pero la aceleración no es cero.
b. La velocidad no es cero pero la aceleración es cero.
c. La rapidez es menor que en B que se encuentra en la caída, pero la aceleración es mayor que en B.
d. La velocidad y la aceleración son perpendiculares entre sí.

11. Un cazador le tira a un pato que vuela horizontalmente a una altura h. El intervalo de tiempo entre el momento que el proyectil acierta el blanco y el que llega al suelo depende de:

a. La velocidad que lleva el pato en el momento del impacto.
b. La velocidad que lleva el pato en el momento del impacto y la altura h.
c. La altura h.
d. La altura h y la distancia entre el cazador y el pato cuando lo alcanzó la bala.

12. Con independencia de la velocidad inicial el movimiento de un proyectil (si se desprecia la resistencia del aire) está siempre contenido en un solo plano ¿Por qué?

13. Se lanza desde lo alto de una torre un proyectil con velocidad horizontal. Describa (encuentre la función) de cómo varía el ángulo entre la velocidad y la aceleración.

14. Un péndulo simple (una masa que oscila el extremo de una cuerda) oscila atrás y adelante describiendo un arco de circunferencia. ¿Cuál es la dirección de la aceleración en los extremos de la oscilación? ¿Y en su punto medio?

15. Se puede jugar a atrapar una pelota ligera en un avión en vuelo horizontal como si el avión estuviera en reposo. ¿Sigue esto siendo posible cuando el avión realiza un giro?

16. Se deja caer un paquete desde un avión en vuelo horizontal. Si se pudiera despreciar la resistencia del aire, ¿cómo vería el piloto el movimiento del paquete? ¿Y un observador situado en Tierra?

17. Un pasajero de un automóvil que toma una curva cerrada se siente empujado hacia afuera de la curva. ¿Qué fuerza le empuja en esa dirección?

18. En el movimiento circular uniforme, ¿cuál es la velocidad *media* en una revolución? ¿Y la aceleración media?

19. Un vehículo viaja por una pista circular con celeridad constante ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta y por qué?

a. Su aceleración es cero.
b. Su aceleración es constante.
c. Ni a. ni b. son correctas.

20. En el movimiento circular uniforme la aceleración es perpendicular a la velocidad en cada instante, incluso aunque ambas cambien de dirección continuamente. ¿Existe algún otro movimiento con esta propiedad, o es el movimiento circular uniforme el único?

21. Un satélite artificial terrestre, en órbita en el plano ecuatorial, tiene un período de exactamente un día. ¿Cómo ve su movimiento un observador situado sobre la Tierra en rotación?

22. Analice cada una de las siguientes proposiciones y **explique** cuáles son verdaderas y cuáles falsas

a. El vector velocidad instantánea está siempre en la dirección del movimiento.
b. El vector aceleración instantánea está siempre en la dirección del movimiento.
c. Si la celeridad es constante la aceleración es cero.
d. Si la aceleración es cero la celeridad debe ser constante.
e. Es imposible desplazarse a lo largo de una trayectoria curva sin aceleración.
f. El tiempo necesario para que un proyectil disparado horizontalmente alcance el suelo es el mismo que si se lo deja caer en caída libre desde la misma altura.

Problemas .

1. Se lanza una pelota hacia arriba con velocidad inicial de 40 m/s. ¿cuánto tiempo está la pelota en el aire? ¿cuál es la mayor altura que alcanza la pelota? ¿cuándo está la pelota a 15 m del suelo?. Realice las gráficas de la posición de la pelota, la velocidad y la aceleración de la pelota en función del tiempo.

2. Una bola que rueda sobre una mesa horizontal de 75 cm de altura cae tocando el suelo a una distancia horizontal de 1,5 m del borde de la mesa. ¿Cuál era la velocidad de la bola en el momento de abandonar la mesa?

3. Realice un esquema de la trayectoria de un proyectil e indique los vectores de velocidad y aceleración en varios puntos en particular en el de partida, de llegada y el más alto, ¿cuál es el valor de la aceleración en el punto más alto de la trayectoria?

4. Un avión vuela a 15 km de altura con velocidad horizontal de 2400 km/h deja caer una bomba, ¿cuánto tarda en llegar al suelo? ¿a qué distancia horizontal se encuentra cuando llega al suelo respecto del punto que se la soltó? ¿cómo ve el piloto la trayectoria de la bomba? ¿y un observador en Tierra?

5. Un bate golpea una pelota de baseball que es recogida tres segundos después a 30 m de distancia. Determine, despreciando la resistencia del aire: a) Si estaba a 1 6t 1m del suelo cuando se lanzó y cuando se recogió, la altura que alcanzó sobre el suelo, b) Las componentes horizontal y vertical de la velocidad en el momento del lanzamiento, c) el módulo de la velocidad en el momento de ser recogida d) El ángulo, respecto a la horizontal con que se disparó.

6. Un fusil dispara balas que salen de la boca del fusil a 240 m/s si la bala ha de dar en el blanco a 100 m de distancia y a nivel de la boca del fusil se debe apuntar a un punto por arriba del blanco. ¿A qué altura por arriba del blanco se encuentra ese punto?

7. Un jugador de golf decide lanzar de una pelota que pase rasando una pared que se encuentra a 120m de distancia y tiene 3m de altura, el palo que usa le garantiza que la pelota sale con 45°respecto de la horizontal. Encuentre la velocidad inicial que debe tener la pelota.

8. Una partícula se mueve sobre una circunferencia de 4 cm de radio. Tarda 8 s en dar una vuelta completa. Dibuje la trayectoria a escala e indique las posiciones a intervalos de 1s. Dibuje los vectores desplazamiento correspondientes a esos intervalos de un segundo. Como esos vectores indican también los vectores velocidad media para esos mismos intervalos. Halle gráficamente la variación de la velocidad media **Δv** correspondientes a dos intervalos consecutivos de un segundo. Compare **Δv/ Δt** medida así con la aceleración instantánea a partir de

$$\bar{a} = -\frac{v^2}{r}\bar{e}_r$$

9 Un muchacho hace girar una pelota de masa m= 0.25 kg atada al extremo de un hilo de un metro de longitud. ¿A cuántas revoluciones por minuto debe hacer girar la pelota si su aceleración hacia el centro de la circunferencia debe tener el mismo módulo que la aceleración de la gravedad? Si el hilo soporta un esfuerzo máximo de 150 N. ¿cuál es el número máximo de revoluciones por minuto que puede darse a la pelota sin que el hilo se rompa?

10 Una plataforma de fonógrafo gira a 78 r.p.m. y se encuentra que un pequeño objeto colocado a distancias radiales menores de 7.5 cm mantienen sobre la plataforma, mientras que a valores mayores desliza respecto de la plataforma, ¿cuál es el coeficiente de roce entre la plataforma y el objeto?

11. Un balde con agua está atado a una soga de 1.2 m de longitud el sistema se hace mover en una circunferencia vertical. ¿Qué velocidad mínima en el punto más alto de la trayectoria debe tener el balde para que el agua no se derrame?

12. Un bloque de 2 kg se encuentra sobre un plano horizontal. Se le aplica una fuerza F paralela al plano cuyo valor se aumenta desde cero hasta 8 N antes que el bloque comience a deslizarse y para mantenerlo en con velocidad constante, una vez que este se ha iniciado, sólo es necesario una fuerza de 4N. Determine: a) El valor de la fuerza de roce durante el reposo, b) La fuerza de roce en el momento de movimiento inminente, c) La fuerza de roce durante el movimiento, d) El valor de los coeficientes de roce estático y dinámico.

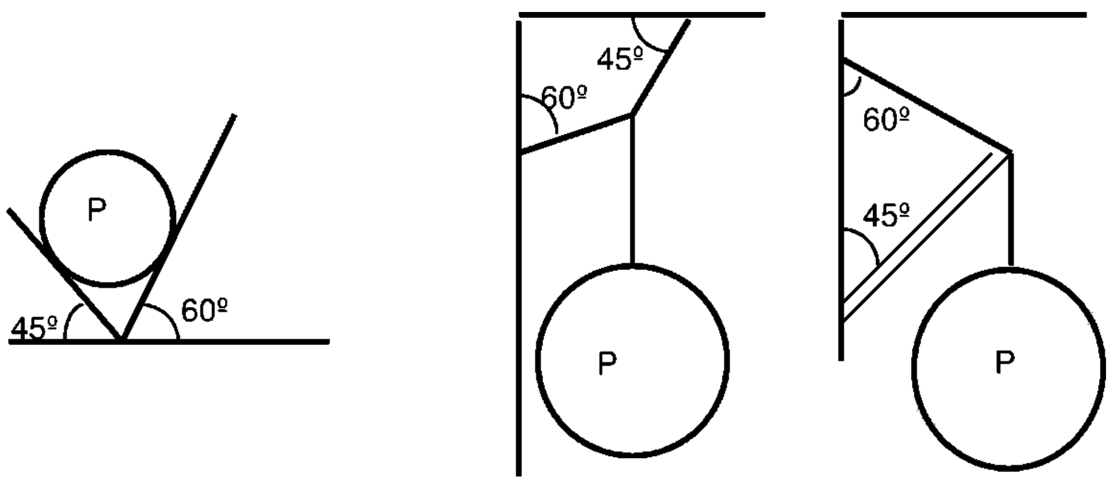
13. Un cuerpo está apoyado sobre un plano inclinado de 37° con respecto a la horizontal y se supone que no existen roces. El cuerpo se mantiene en reposo mediante una fuerza paralela al plano inclinado de 20 N. realice el diagrama de cuerpo libre indicando pares de acción y reacción y calcule: a) El peso del cuerpo, b) La fuerza que el plano inclinado ejerce sobre el cuerpo, c) La aceleración con que el mismo desciende si se suprime la fuerza de 20 N .d) La inclinación que debiera tener el plano para que el cuerpo descienda con una aceleración igual a g/2.

14. Un bloque de 10 kg se dispara hacia arriba sobre un plano inclinado liso a 30° con respecto a la horizontal con una velocidad inicial de 14,7 m/s. Realice el diagrama de cuerpo libre y calcule: a) la aceleración del bloque, b) La distancia que recorre antes de detenerse, c) El tiempo que demora en llegar nuevamente a la base del plano, d) La velocidad con que llega al punto de partida.

15. Si para el problema anterior existe una fuerza de roce de 7 N entre el plano y el bloque calcule:

a) La aceleración con que el bloque sube por el plano.
b) La distancia que recorre en ascenso.
c) El tiempo que tarda en recorrer esa distancia.
d) La aceleración de descenso.
e) La velocidad con que llega a la base del plano.
f) El tiempo de descenso por el plano.
g) El coeficiente de rozamiento.

16, Determine el valor de las reacciones de vínculo en los siguientes casos. P = 50 N



Capítulo 5

Trabajo y energía.

5.1- Introducción.

La aplicación de las leyes de Newton exige conocer el valor de la fuerza en cada instante, es decir conocer **F = F** (t) para poder hallar la aceleración en función del tiempo, **a = a** (t).En todos los ejemplos que hemos trabajado hasta ahora sólo consideramos un caso particular de este caso que es **a** = cte.

En muchas circunstancias se dispone del valor de la fuerza en función de la posición, es decir **F = F(**x**)** como es, por ejemplo, el caso del resorte en que el valor de la fuerza aplicada a él es función de su estiramiento. Estos casos no son tan simples de resolver como los que vimos hasta ahora, por tal motivo, y para desarrollar métodos más generales de resolución de situaciones, introduciremos un grupo de conceptos que ampliarán la forma de aplicar las leyes de Newton. Estos conceptos son los del trabajo y energía y veremos cómo, a través de ellos, adquirimos una visión ampliada de las leyes de Newton.

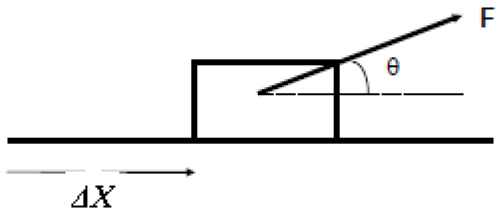
Es importante destacar que estos conceptos son meramente operatorios, no se incorporan nuevos conceptos físicos que, para este curso, se dan por terminados con las leyes de Newton.

5.2- Trabajo.

Como en el caso de peso y masa la palabra "trabajo" tiene un sentido restringido en el ámbito de la física a diferencia del uso cotidiano. Se llama trabajo en física a una operación que puede realizarse cuando un cuerpo se desplaza y hay fuerzas que intervienen en el movimiento.

Si se mueve un cuerpo en un movimiento rectilíneo y hay una fuerza **F** que obra sobre él, con cualquier dirección se define trabajo de esa fuerza sobre el camino recorrido a la operación:

$$W = F\ \Delta X$$



Se trata de un producto escalar de los vectores, fuerza y desplazamiento, cuyo ángulo de intersección es θ. El vector representativo del desplazamiento tiene el sentido de movimiento del cuerpo.

Cuando consideramos el trabajo de una fuerza, no significamos que sea la única que actúa sobre un cuerpo, se puede calcular el trabajo de cada una de las fuerzas que actúa sobre un cuerpo así como el trabajo de la resultante de todas ellas, según sea el caso.

Como la fuerza se mide en Newton y el recorrido en metros la unidad del trabajo resulta el producto de ambos y se llama Joule.

$$J = N\ m \qquad [W] = [F]\ [L]$$

Si se prefiere operar con el sistema c.g.s. la unidad del trabajo resultado del producto de dina por centímetro se llama ergio.

$$erg = dn\ cm \qquad [W] = [F]\ [L]$$

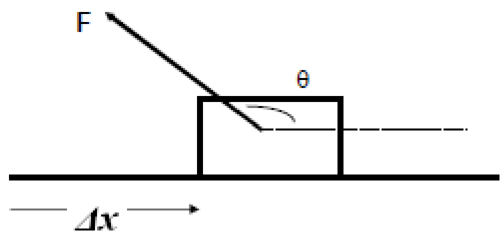
Como un Newton = 10^5 dina y m=10^2cm, inmediatamente resulta

$$1Joule = 10^7\ erg$$

Cabe considerar algunos casos particulares, si el vector desplazamiento y el vector fuerza coinciden, el valor del ángulo es cero y en consecuencia el valor del coseno del mismo es máximo resultando el valor del trabajo máximo para esos valores de fuerza y desplazamiento.

Si por el contrario el desplazamiento del cuerpo es tal que la fuerza que consideramos resulta normal al mismo el valor del ángulo es de 90° y el valor del coseno cero por lo que el trabajo realizado será nulo; como ejemplo de esto tenemos el caso de la fuerza centrípeta de movimiento circular, que por ser siempre perpendicular a la trayectoria no realiza trabajo.

Es importante también considerar el caso en que la dirección del movimiento y la fuerza considerada tengan un ángulo mayor de 90°, en éste caso el valor del coseno del ángulo será negativo y en consecuencia el valor del trabajo también



5.3 Trabajo de una fuerza variable.

En los casos que consideramos la fuerza permanece constante a lo largo del camino. Si se diera el caso de un camino no rectilíneo y una fuerza variable lo que corresponde es dividir el camino en pequeños intervalos **Δx** a los que se pueda asignar un vector orientado en la dirección de movimiento **Δx** de manera que se puedan calcular trabajos elementales **ΔW** tales que

$$\Delta W_i = F(x_i) \cdot \Delta x_i$$

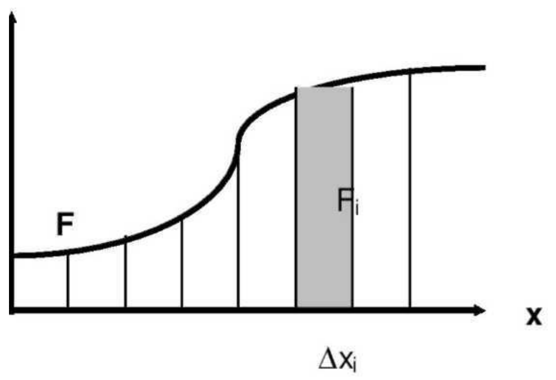
Donde $F(x_i)$ es el vector representativo de la fuerza en ese intervalo **Ax¡** y **Ax¡** es el vector representativo del camino. El trabajo total será la suma de todos los trabajos elementales.

$$W = \Sigma \Delta W_i = \Sigma F(x_i) \cdot \Delta x_i$$

El cálculo puede, o no, resultar complicado pero lo que interesa es la definición del trabajo para el caso de una fuerza variable y un camino no rectilíneo.

Consideremos el caso de una fuerza variable sólo en módulo a lo largo de un camino rectilíneo, el valor de la fuerza es función de la posición, es decir se trata de una $F(x_i)$. Supongamos además que la dirección de la fuerza y del movimiento del cuerpo coinciden. Nuestro problema es determinar el valor del trabajo mientras el cuerpo se desplaza desde una posición inicial x_1 hasta una posición final x_2.

Graficando los valores de la fuerza en función de la posición y dividimos el desplazamiento del cuerpo en un conjunto de intervalos pequeños, que por simplicidad consideraremos iguales, podemos calcular el valor del trabajo realizado al desplazar el cuerpo a lo largo de cada uno de los intervalos como el producto del valor del intervalo por el valor medio de la fuerza en el intervalo considerado.



Del dibujo se ve que cuanto mayor sea el valor del intervalo, menor será el error que se cometa al calcular el trabajo realizado por la fuerza considerada al trasladar el cuerpo. Para cada intervalo el valor del trabajo resulta:

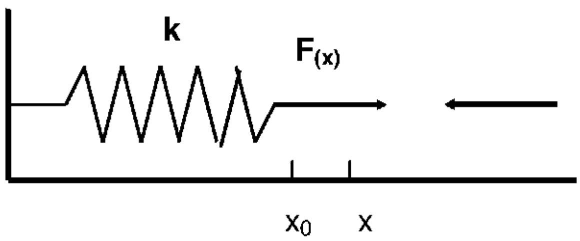
$$\Delta W_i = \Sigma\, F(x_i).\ \Delta x_i$$

ya que por tratarse de dos vectores colineales el valor del coseno del ángulo vale uno y es igual al área del rectángulo de base Δx_i y altura $F(x_i)$ que se ha grisado en el dibujo.

Como se desea determinar el total del trabajo realizado se deben sumar los valores correspondientes a cada rectángulo, de lo que resulta que el área bajo la curva entre x_1 y x_2 representa el trabajo total realizado por la fuerza. Matemáticamente esto queda expresado por:

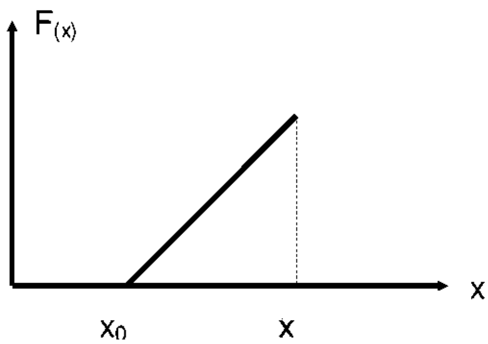
$$W = \boldsymbol{\Sigma}\, \boldsymbol{\Delta} W_i = \boldsymbol{\Sigma}\, F(x_i)\ .\ \Delta x_i$$

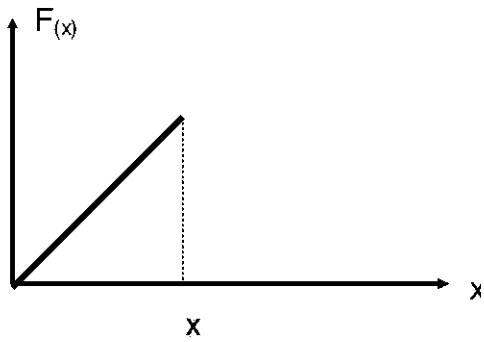
Como caso interesante de aplicación consideremos el trabajo necesario para estirar un resorte desde su posición normal x_0 hasta una cierta posición de estiramiento x con un movimiento muy lento de manera que podamos considerar que en todo momento la aceleración es cero; como ya se vio la fuerza que es necesario ejercer sobre el resorte para deformarlo es función de la propia deformación según:



$$F(x) = k\ \Delta x = k\ (x - x_0)$$

Donde k es la constante del resorte y F(x) es la fuerza que realiza el agente externo sobre el resorte para estirarlo. Si graficamos el valor de la fuerza en función de la posición vemos que el valor de la fuerza varía en forma lineal con la posición.





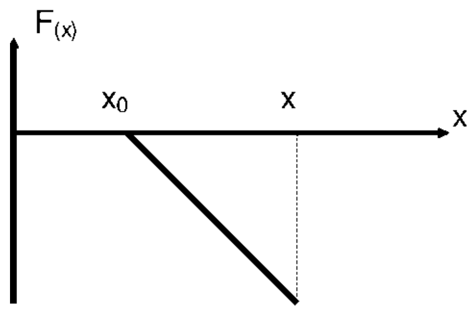
Si realizamos un cambio de ejes en el sistema de coordenadas elegido de manera que $X_0 = 0$ y $x = x$, con el sólo objeto de simplificar los cálculos , resulta que podemos graficar la fuerza como se indica en el segundo gráfico y como ya sabemos que el área rayada representa el trabajo realizado por la fuerza suministrada por el agente externo que estiró el resorte aprovechamos este conocimiento para calcular el trabajo como el área del triángulo.

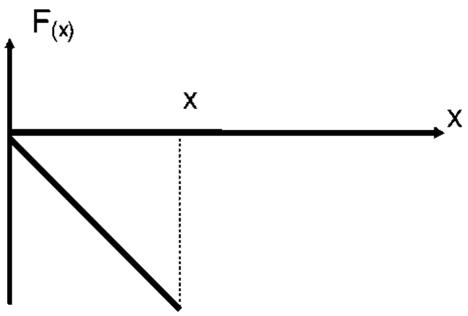
$$W = \frac{1}{2}\ x\ k\ x = \frac{1}{2}\ k\ x^2$$

Este es el trabajo realizado por la fuerza suministrada por el agente externo que estira el resorte. Por el principio de acción y reacción sabemos que a la fuerza que realiza el agente externo se opone una fuerza de igual magnitud y de sentido contrario que realiza el resorte sobre el agente externo, para nuestro sistema de referencia resulta que la fuerza que hace el resorte es:

$$F(x) = -\ k\ \Delta x = -\ k(x - x_0)$$

Si graficamos el valor de la fuerza en un sistema de referencia tenemos los gráficos indicados más abajo, donde nuevamente en el gráfico de la derecha se ha corrido el eje para simplificar las operaciones



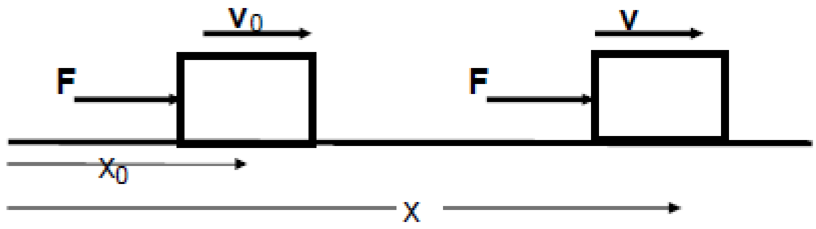


Como es obvio en este caso el trabajo realizado por la fuerza del resorte es negativo cosa que es esperable ya que en los resortes sometidos a estiramientos la fuerza se orienta en sentido contrario al desplazamiento.

Dejamos para el lector el análisis cualitativo del trabajo realizado por las fuerzas intervinientes en el proceso de compresión de un resorte.

5.4 Energía cinética.

Consideremos el caso de un móvil que se desplaza sobre un plano horizontal por la acción de fuerzas tales que la resultante de todas las fuerzas actuantes tenga dirección horizontal, de acuerdo a la primera ley de Newton este cuerpo será acelerado, por lo que pasará de una cierta velocidad v_0 en la posición X_0 a la v en la posición x. Calcularemos el trabajo de la fuerza resultante.



$$W_{res} = W_F + W_N + W_P = F\ (x - x_0)\ \cos 0°$$

Como W_N (trabajo de la fuerza normal) y W_p (trabajo de la fuerza peso) son ortogonales al movimiento, resulta que el trabajo de la resultante es sólo el de la fuerza **F**. Del diagrama del cuerpo libre surge:

$$\Sigma \mathbf{F}_x = \mathbf{F} = m.\mathbf{a} \qquad \Sigma \mathbf{F}_y = \mathbf{N} - \mathbf{P} = 0$$

Con lo que el trabajo de la resultante es: $W_{res} = m\ a\ \Delta x$. Reemplazando el valor de aceleración por su equivalente obtenido a partir de cinemática tenemos:

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2\ \Delta x}$$

El trabajo de la resultante queda:

$$W_{res} = \tfrac{1}{2} m\ V^2 - \tfrac{1}{2} m\ V_0^2 = Ec - Ec_0 = \Delta Ec$$

Donde con Ec expresamos un nuevo concepto, la energía cinética. Este concepto nos indica que el trabajo de la resultante es igual a la diferencia entre las magnitudes de ½ mv^2 evaluadas al final y al comienzo de la trayectoria.

¿Cómo debe entenderse esta relación entre trabajo y energía cinética? Si un cuerpo está en movimiento tiene una cierta energía cinética. Una fuerza externa al realizar trabajo sobre él, puede aumentar esa energía cinética, si el trabajo es de signo positivo; o disminuirá, si es de signo negativo. Obsérvese que este resultado tiene en cuenta únicamente los valores inicial y final de la energía cinética no necesitamos conocer los valores de velocidad a lo largo de la trayectoria.

Al igual que el trabajo, la energía cinética se mide en Joule.

5.5 - Fuerzas conservativas y fuerzas no conservativas.

Recordemos un ejemplo del capítulo anterior, el tiro vertical de un proyectil en el vacío. En el instante de partida tiene una velocidad inicial V_0 y en consecuencia una energía cinética inicial $\frac{1}{2}$ m V_0^2. Sabemos que a medida que va subiendo su velocidad va disminuyendo, cuando llega a su altura máxima la velocidad es cero y en consecuencia también lo es la energía cinética final. Sobre la base del teorema del trabajo y la energía cinética que vimos en el punto anterior sabemos que la disminución de la energía cinética se debe a que han obrado fuerzas que han realizado trabajo en contra de la dirección del movimiento frenando, esas fuerzas son las gravitatorias.

A partir del punto más alto de su recorrido el móvil comienza a descender por la acción de las fuerzas gravitatorias, ahora el camino recorrido y la fuerza peso coinciden de manera que el trabajo realizado por las fuerzas gravitacionales es positivo. Si sumamos el total del trabajo realizado por las fuerzas gravitacionales el proceso de ascenso y de descenso el resultado es cero ya que el valor de la fuerza es siempre el mismo (el peso del cuerpo), la distancia es la misma de subida que de bajada y lo único que cambia es el valor del ángulo (180° en la subida y 0º en la caída).

Cuando el cuerpo vuelve a la posición de origen la velocidad de llegada es, en módulo, igual a la de partida, con lo que vemos que toda la energía cinética que se perdió en el punto más alto de trayectoria se recuperó cuando el cuerpo vuelve al punto de partida. Vemos que en este proceso la energía cinética se ha conservado en el camino de ida y vuelta al punto de partida.

Imaginemos ahora un cuerpo que se puede desplazar sobre un plano inclinado con rozamiento. Desde el punto inferior del plano inclinado lo lanzamos hacia arriba con velocidad V_0, lo que quiere decir con energía cinética inicial ½ m V_0^2 ; mientras el cuerpo sube las fuerzas de roce tienen sentido contrario al movimiento y por lo tanto el trabajo de las mismas es negativo. Cuando el cuerpo baja por el plano inclinado el sentido de las fuerzas de roce es hacia arriba, nuevamente contrario al movimiento siendo el trabajo de las mismas nuevamente negativo, el trabajo total de las fuerzas de roce cuando el cuerpo retorna al punto de partida no es cero. Por otra parte sabemos de la resolución de problemas anteriores que la velocidad de llegada a la base del plano inclinado no es la misma que la de partida por lo tanto la energía cinética no se ha conservado en el proceso de ida y vuelta al punto de partida.

En el primer caso en que se conserva el valor de la energía cinética al final del recorrido de ida y vuelta decimos que las fuerzas que han intervenido son **conservativas,** en cambio en el segundo caso, en que la energía cinética no se ha conservado aunque también haya sido un proceso de ida y vuelta decimos que las fuerzas que han intervenido son **no conservativas.**

Las fuerzas gravitacionales son un ejemplo clásico de fuerzas conservativas (pero no las únicas) y las fuerzas de roce lo son de no conservativas. Como en la naturaleza es muy difícil encontrar ejemplos de procesos en los que no existan fuerzas de roce la gran mayoría de los procesos son no conservativos.

Profundizando más el análisis del cuerpo que se mueve sobre el plano inclinado obsérvese que cuánto más recorre sobre el plano mayor será el trabajo de las fuerzas no conservativas. Es que el trabajo de las fuerzas no conservativas o disipativas depende del camino recorrido.

Otra manera de expresar lo mismo y definir a las fuerzas conservativas es:

Una fuerza es conservativa cuando el trabajo hecho por ella al recorrer una trayectoria cerrada es cero.

Recíprocamente una fuerza es no conservativa cuando:

Una fuerza es no conservativa cuando el trabajo hecho por ella a recorrer una trayectoria cerrada es distinto de cero.

5.6 - Energía Potencial.

Volvamos a analizar el caso del móvil arrojado hacia arriba con velocidad inicial V_0, cuando llega al punto más alto de la trayectoria la velocidad es cero y en consecuencia la energía cinética también, pero cuando vuelve al punto de partida recupera toda su energía. Las preguntas que se nos ocurren son entonces, ¿dónde estuvo?, ¿en qué, se transformó la energía cinética?, ¿por qué, reaparece luego?

Vamos a asignar a la posición que tiene un móvil, una energía de posición de manera que cuánto más alto se encuentre mayor sea esa energía. A esa energía la llamaremos **energía potencial** así a medida que la energía cinética va disminuyendo la potencial va aumentando.

Si con Ep simbolizamos la energía potencial y decimos que el incremento de esta se hace a costa de la energía cinética tenemos que toda variación de una es igual a menos la variación de la otra, en símbolos:

$$\Delta Ec = - \Delta Ep$$

Pero de lo que vimos antes, la variación de energía cinética es igual al trabajo de las fuerzas exteriores:

$$\Delta Ec = W = F\ \Delta x$$

En nuestro caso F = - m g por tratarse de la fuerza peso que en un sistema de coordenadas convencional aparece negativo y el desplazamiento del cuerpo podemos expresarlo, por ser vertical, como $\Delta y = y - y_0$ donde y indica la altura máxima alcanzada por el móvil e y la posición de partida

Reemplazando tenemos:

$$\Delta Ep = - \Delta Ec = - W = -(- mg\ (y-y_0\ )) = mg\ (y-y_0\ )$$

De manera que podremos asignar una energía potencial a cada posición ya que si

$$\Delta Ep = Ep - Ep_0 = mg\ (y-y_0\ ) = m\ g\ y - m\ g\ y_0$$

Dónde:

$$Ep = m\ g\ y\ ,\quad Ep_0 = m\ g\ y_0$$

El valor de la energía potencial gravitatoria aparece vinculado a sistema de referencia, así, si en el ejemplo anterior aumentamos los valores de yo y, naturalmente de y en igual valor la energía potencial de la partícula se ve incrementada, pero lo que importa para nuestro trabajo es ΔEp que permanece invariable frente a los diferentes sistemas de referencia.

Otro ejemplo de fuerzas conservativas está dado por las fuerzas elásticas de un resorte, en consecuencia el proceso de estiramiento o de compresión de un resorte significa un proceso de acumulación de energía potencial elástica en el mismo. Es importante destacar la diferencia, cuando hablamos de energía potencial gravitatoria la energía la consideramos acumulada en el sistema Tierra-cuerpo a medida que el cuerpo se eleva desde una posición de referencia. En el caso del resorte la energía se acumula en el resorte mismo en forma de deformación elástica.

Ya vimos que el trabajo de deformación de las fuerzas internas de un resorte estaba dado por $W = - 1/2\ k(x-x_0)^2$ donde x_0 es el valor de la posición normal del resorte y x el estiramiento considerado.

Si como antes expresamos $\Delta Ep = - W$ resulta

$$\Delta Ep = Ep - Ep_0 = -[- 1/2\ k(x-x_0)^2)] = 1/2\ k(\Delta x)^2$$

Si una partícula se encuentra sometida a ambos tipos de fuerzas conservativas, potencial gravitatoria y potencial elástica el valor de la energía potencial total será la suma de ambas

5.7 Conservación de la energía de la partícula .

Cuando las fuerzas que actúan sobre una partícula que se mueve desde un punto a otro son conservativas se encuentra que en todo instante la suma de las energías potencial y cinética de la partícula permanece constante como lo demostraremos ahora, a partir de:

$$\Delta Ec = - \Delta Ep$$

Como $\Delta Ec = 1/2 m\ V^2 + 1/2 m\ V_0^2$ y $\Delta Ep = Ep - Ep_0$ reemplazando resulta

$$1/2\, m\ V^2 - 1/2\, m\ V_0^2 = -(Ep - Ep_0)$$

$$Ep + 1/2 m\ V^2 = 1/2 m\ V_0^2 + Ep_0 = E$$

Con E expresamos una nueva magnitud que llamamos energía mecánica total y que es constante en todos los sistemas en que **sólo actúen fuerzas conservativas.** En muchos casos esta ecuación se usa cuando la acción de las fuerzas no conservativas es despreciable frente a la de las fuerzas conservativas, un ejemplo de esto es el de despreciar el rozamiento con el aire en una caída libre.

Otra manera de expresar el hecho que el sistema se encuentra sometido a fuerzas conservativas es decir que la energía mecánica total de la partícula se conserva, entonces $\Delta E = 0$.

5.8 Fuerzas no conservativas.

Consideremos el caso de una partícula que se mueve sometida a la acción de varias fuerzas de distinto tipo; fuerzas conservativas, fuerzas no conservativas y fuerzas de vínculo, la resultante de las fuerzas será la suma vectorial de cada una de ellas

$$\sum \mathbf{F} = \sum \mathbf{F}_{VINC} + \sum \mathbf{F}_{CONS} + \sum \mathbf{F}_{NO\ CONS}$$

En consecuencia el trabajo de la resultante será igual a la suma de cada uno de los trabajos parciales.

$$\mathbf{W} = \mathbf{W}_{VINC} + \mathbf{W}_{CONS} + \mathbf{W}_{NO\ CONS}$$

Pero el trabajo de las fuerzas normales (W_{VINC}) es siempre cero porque son ortogonales a la trayectoria, el trabajo de las fuerzas conservativas (W_{CONS}) es igual a menos la variación de energía potencial y el trabajo de la resultante es igual a la variación de la energía cinética, quedando:

$$\Delta Ec = w_{NO\ CONS} - \Delta Ep$$

De donde:

$$w_{NO\ CONS} = \Delta Ec + \Delta Ep = \Delta E$$

O sea que el trabajo de las fuerzas no conservativas es igual a la variación de la energía mecánica. Dicho de otra forma

$$E_{inicial} = E_{final} + W_{nc}$$

Así evaluando el trabajo de las fuerzas no conservativas podemos obtener la variación de energía mecánica total o evaluando la variación de energía mecánica podemos obtener el trabajo de las fuerzas no conservativas.

El hecho que la energía mecánica total no se conserve no significa que no se conserve la energía lo que ocurre es que las fuerzas no conservativas convierten la energía mecánica en calor, que es otra forma de energía; así el familiar proceso de fricción para pulir un objeto es seguido de su elevación de temperatura.

5.9 Potencia

Si consideramos el tiempo en que se ha realizado un determinado trabajo, por ejemplo, el trabajo para elevar un bloque de masa m una determinada altura puede realizase en un segundo o en un año. El valor del trabajo en cada uno de los casos indicados es el mismo pero a los fines prácticos el resultado puede no ser igual, particularmente en aquellos casos en que interesa el tiempo demorado. Para considerar el tiempo en este proceso definimos potencia media como el cociente entre el trabajo realizado y el tiempo empleado en realizar el mismo.

$$P_{med} = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{F\ \Delta x \cos\theta}{\Delta t}$$

Pero $\frac{\Delta x}{\Delta t} = v_m$ entonces reemplazando queda:

$$P_{med} = F\ V_m \cos\theta$$

Las unidades en las que se expresan son Joule/ seg = Watt o en el caso de sistema cgs resulta erg/seg, en este último caso esta unidad carece de nombre particular.

Importa destacar que por razones históricas existen dos unidades de uso práctico que son el caballo vapor (CV) y el horse power (HP) cuyos valores son:

1 CV = 746 watt

1 HP = 735 watt

5.10 Preguntas

1. ¿ El trabajo es siempre una magnitud positiva?

2. Si varias fuerzas actúan sobre una partícula ¿el trabajo neto realizado por todas ellas es el mismo que el realizado por la resultante?

3. La energía cinética de un cuerpo depende del sistema de referencia.

4. El trabajo neto hecho por la fuerza resultante es siempre igual al cambio de energía cinética. ¿Puede ocurrir que el trabajo realizado por una sola de las fuerzas sea mayor que la variación de energía cinética? Explique.

5. La fuerza resultante que actúa sobre un cuerpo no realiza ningún trabajo. ¿Puede el cuerpo estar moviéndose sobre una línea recta? ¿Sobre un círculo? Explique su respuesta en cada caso.

6. El trabajo necesario para aventar un cuerpo hasta una mesa ¿depende de lo rápido que se la sube?

7. Un individuo rema en un río a contracorriente y se mantiene siempre en el mismo sitio respecto de la orilla. ¿Realiza trabajo? ¿Es, en este caso, igual a la variación de energía cinética? Explique claramente las respuestas.

8. ¿Quién hace el trabajo, el martillo o el clavo? ¿El tenista o la pelota? ¿La pólvora o la bala?. Explique claramente las respuestas.

9. Especifique si la energía cinética es escalar o vectorial.

10. ¿Cuándo una fuerza es conservativa?

11. Si usted lleva con su mano su lapicera hasta el suelo y la vuelve a la posición de partida. ¿El

trabajo mecánico que se realiza es nulo?, explique la respuesta.

12. Juan y Pedro mueven cajas idénticas a lo largo de distancias iguales en dirección horizontal. Juan resbala la caja en una superficie sin rozamiento, Pedro levanta su caja, la carga la distancia requerida y la baja de nuevo.
¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?
a. Juan hace menos trabajo que Pedro.
b. Juan hace más trabajo que Pedro.
c. Ni Juan ni Pedro hacen trabajo alguno.
d. La cantidad del trabajo que hace cada uno depende del tiempo que tomaron.
e. Ninguna de las respuestas anteriores.

13. Cuando sostenemos una valija pesada en la mano aunque estemos en reposo luego de un rato nos sentimos cansados y hasta con dolor en el brazo ¿por qué, si no se realiza trabajo?. De igual forma, cuando caminamos con la valija pesada la fuerza que nosotros hacemos es hacia arriba y el camino horizontal, por ser ortogonales el trabajo es cero e igual nos cansamos, ¿por qué?. Tampoco hacemos trabajo cuando caminamos por un camino horizontal y después de varias horas también nos cansamos ¿por qué?

14. La energía potencial de una partícula de masa m cambia en - 6 J. Se concluye que el trabajo hecho por la fuerza gravitacional sobre la partícula es:

a. 6 J y la partícula aumentó su altura.
b. -6 J y la partícula disminuyó su altura.
c. 6 J y la partícula disminuyó su altura.
d. -6 J y la partícula aumentó su altura.

15. Dos cañones de juguete accionados por resortes, idénticos disparan proyectiles hacia arriba, el proyectil del cañón A tiene masa m_A y el del cañón B masa m_B = 2 m . Si la altura que logra el proyectil de A es h, la altura que logra el de B es:

a) h/4 b) h/2 c) h/ $2^{1/2}$ d) h

16. Un cañón de juguete dispara un proyectil verticalmente hacia arriba, la altura máxima que alcanza el proyectil es h cuando el resorte se ha comprimido una distancia x. Para que el proyectil alcance una altura 2h, el resorte del cañón debe comprimirse:

a. $2^{1/2}$ x **b.** 2 x **c.** 2 $2^{1/2}$ x **d.** 4 x

17. La fricción, ¿es una fuerza conservativa? ¿por qué?

18. ¿Es el valor de la energía potencial indeterminado?, ¿por qué?

19. Discuta las ventajas y desventajas de resolver problemas mecánicos mediante el método de la energía en comparación de uso directo de las leyes de Newton.

20. Las carreteras de montaña no van directo a la cumbre sino que la van rodeando de a poco. Explique porqué se hace así.

21. Una variación en la energía mecánica de la partícula ¿puede siempre explicarse por la aparición o desaparición de energía en algún otro lugar o en otra forma de energía?.

22. Los cables de un ascensor lo levantan con velocidad constante, el trabajo total realizado sobre el ascensor es ¿positivo?, ¿negativo? o nulo.

23. Un automóvil acelera, sobre una carretera horizontal, desde una velocidad inicial, hasta una final mayor mientras el motor desarrolla una potencia constante, ¿es mayor la aceleración al comienzo o al final de proceso?

Problemas

1. Una fuerza constante de 10 N actúa en la dirección x sobre una masa de 10 kg. Si la masa parte del reposo en x = 0 para t = 0 determine la velocidad v y la posición x en función del tiempo empleando los conceptos del trabajo y energía.

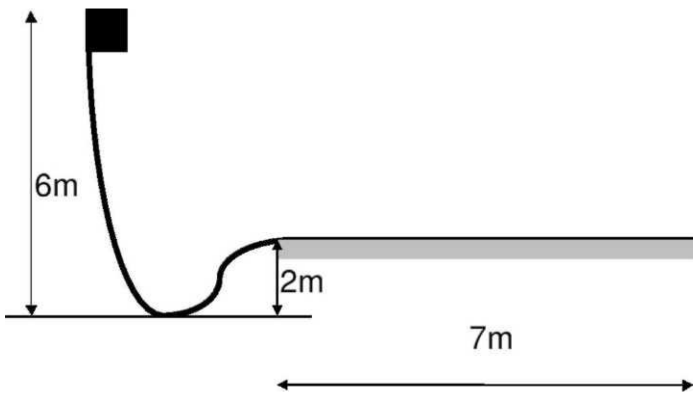
2. Se arroja un bloque a lo largo de una superficie horizontal con una velocidad inicial de 10 m/s. el coeficiente de roce entre el bloque y la superficie es 0.2. Determine a distancia que recorrerá el bloque antes de detenerse.

3. Se lanza verticalmente un proyectil con una velocidad inicial v_0. Calcule y grafique la velocidad del proyectil en función de la altura. Indique la altura máxima que alcanza. Resuelva el problema empleando los conceptos de trabajo y energía.

4. Una pistola de juguete que arroja proyectiles tiene un resorte de constante k que es comprimido una distancia Ax antes de dispararse, determine la velocidad del proyectil en el momento de abandonar el tubo. No tenga en cuenta posibles fuerzas de roce.

5. Una pelota de 30 gr. muy elástica puede rebotar hasta el 90% de su altura original, ¿cuánta energía pierde cuando llega al punto más alto después que se la deja caer desde una altura de 3m?

6. Un cuerpo cae por un plano inclinado sin rozamiento, desde 6m de altura como indica la figura Al llegar al plano horizontal que se encuentra a 2m sobre elevado y tiene con él un coeficiente de rozamiento **μ** desconocido, avanza 7m hasta detenerse. Si la masa del cuerpo es de 3 kg. determine el valor de **μ.**



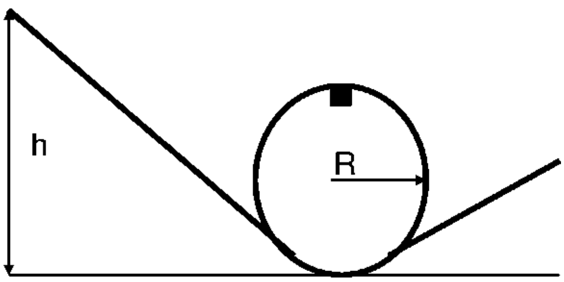
7. El montacargas de una mina que tiene una masa de 4500 kg está conectado al tambor de un mecanismo elevador mediante un cable de acero cuya constante elástica es k= 95000 N/cm. Si mientras la caja del montacargas desciende con velocidad constante de 1 m/s el tambor se detiene bruscamente, ¿qué tensión máxima se producirá en el cable? No tenga en cuenta el peso del cable.

8. Un bloque de masa m se coloca sobre una mesa horizontal lisa y se sujeta con un resorte de constante k. Grafique la energía potencial en función de x. Suponiendo que la energía mecánica total es E determine la velocidad del bloque en función de la posición si estiramos el resorte hasta que el bloque se encuentre a una distancia x_0 y luego se lo suelta con una velocidad nula, calcule la energía total y la velocidad máxima del bloque

9. Se deja caer un bloque de masa m desde el reposo por un plano inclinado de longitud L, pendiente α, con coeficiente de roce **μ.** Al llegar al final del mismo hay un resorte de constante k. En función de esos valores determine hasta donde vuelve a subir por el plano inclinado el bloque luego de haber comprimido el resorte.

10. Un trineo de 20 kg de masa se desliza colina abajo, empezando a una altura de 20 m. El trineo parte del reposo y tiene una velocidad de 16 m/s al llegar a final de la pendiente. Calcule la pérdida de energía debida al frotamiento.

11. Una masa pequeña que parte del reposo desliza a través de una vía sin rozamiento en forma de lazo circular de radio R como muestra la figura. Si parte desde una altura h: a)¿cuál es la energía cinética y la aceleración de m cuando alcanza la parte superior del lazo?, b)¿ cuál es el menor valor de h para que la masa llegue al punto más alto sin salirse de la vía? c) Admitiendo que h es mayor que el valor mínimo del punto anterior encuentre una expresión para el valor de la fuerza normal ejercida por la vía sobre la masa.



12. Una varilla de longitud L y masa despreciable que puede girar alrededor de un eje que pasa por su centro tiene en sus extremos dos masas m_1 y m_2 distintas. Se libera el sistema cuando la varilla está horizontal, determine la velocidad de cada cuerpo cuando la varia llega a la posición vertical.

13. Una pequeña esfera de masa m está unida a un hilo sin peso de 60 cm de longitud constituyendo un péndulo que oscila alrededor de una posición de equilibrio desde un ángulo máximo de 60°. ¿Con qué velocidad pasa la esfera por la vertical?, ¿Cuál es la aceleración de la esfera cuando pasa por la vertical y cuando está en la desviación máxima? ¿Cuál es la tensión en la cuerda en cada uno de los casos anteriores?

14. Una máquina posee una potencial de 400 HP ¿Qué, trabajo realiza en un minuto?. Expréselo en Joule y en Kwh.

15. Un cabe remolcador debe elevar por una pendiente un trineo de 750 kg con 80 pasajeros cada uno de los cuales tiene una masa de 80 kg. Si el coeficiente de rozamiento entre el trineo y la nieve es de 0.25, la pendiente es de 37° y debe ascender con una velocidad de 8 km/h

determine la potencia requerida para accionarlo.