

CENTRO UNIVERSITARIO ROSARIO DE INVESTIGACIONES HIDROAMBIENTALES

DEPARTAMENTO DE HIDRÁULICA-EIC

ICDH-D 19-1_Rev00

UNIDAD 1

PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS

Pedro A. Basile

Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura
Universidad Nacional de Rosario

2019



Facultad de Ciencias Exactas,
Ingeniería y Agrimensura
Universidad Nacional de Rosario

UNIDAD 1. PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS

1.	INTRODUCCIÓN.....	2
2.	SISTEMA DE UNIDADES.....	2
3.	CARÁCTER DISTINTIVO DE LOS SÓLIDOS Y DE LOS FLUIDOS LÍQUIDOS Y GASES.....	3
4.	ABORDAJE CONTINUO. PROPIEDADES DE MASA Y VOLUMEN.....	4
4.1	Densidad o masa específica.....	4
4.2	Peso específico.....	5
4.3	Volumen específico.....	6
5.	TENSIONES NORMALES Y TANGENCIALES.....	6
6.	FLUIDO PERFECTO O IDEAL. FLUIDO REAL.....	7
7.	VISCOSIDAD . FLUIDOS NEWTONIANOS.....	7
8.	FLUIDOS NO-NEWTONIANOS.....	11
9.	COMPRESIBILIDAD.....	13
10.	BIBLIOGRAFÍA.....	16

UNIDAD 1

PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS

1. INTRODUCCIÓN

La Mecánica de los Fluidos es una rama de la Mecánica que aborda el estudio de los procesos del flujo de fluidos (líquidos y gases). La misma comprende la Estática de Fluidos, que estudia los fluidos en reposo, es decir, cuando el campo de velocidades es nulo; la Cinemática de Fluidos, que estudia el movimiento haciendo abstracción de las fuerzas que lo originan y la Dinámica de Fluidos, que estudia el movimiento de los fluidos incorporando las relaciones entre fuerzas y aceleraciones del campo fluido. Además, la Mecánica de los Fluidos comprende la Hidrodinámica, que estudia la dinámica de fluidos con densidad constante (incompresibles) y la Gasdinámica, que centra su atención en el estudio de la dinámica de fluidos con densidad variable (compresibles).

En el desarrollo de la presente Unidad se analiza el carácter distintivo de los sólidos y los fluidos (líquidos y gases) en función de las fuerzas que pueden resistir y de su arreglo molecular. Dada la compleja situación que emerge del análisis de la dinámica a nivel molecular, para el estudio de la Mecánica de los Fluidos es necesario utilizar un abordaje macroscópico. Por lo tanto, se describe el fluido como un medio continuo, en el cual se definen ciertas propiedades, tales como, densidad, peso específico y volumen específico, las cuales se distribuyen en forma continua en el seno del fluido. Otra propiedad importante que se analiza es la referida a la viscosidad que presentan los fluidos reales en movimiento, la cual representa el factor de proporcionalidad entre tensión tangencial y gradiente de velocidad. Se describe tal relación en el caso de fluidos Newtonianos y no-Newtonianos. Finalmente, se presentan los conceptos de compresibilidad e incompresibilidad de un fluido y se analizan los criterios que definen los distintos tipos de comportamiento.

2. SISTEMA DE UNIDADES

En el desarrollo del Curso se utilizará el Sistema Internacional de unidades (SI), el cual tiene seis unidades fundamentales o primarias:

Magnitud	Unidad SI	Nombre (Dimensión)
Masa	(kg)	kilogramo (M)
Longitud	(m)	metro (L)
Tiempo	(s)	segundo (T)
Temperatura	(°K)	Kelvin (θ)
Corriente	(A)	Ampere (I)
Luminosidad	(Cd)	Candela (Cd)

Se utilizarán solamente las cuatro primeras. Se recuerda que la conversión de grados centígrados ($^{\circ}\text{C}$) a grados Kelvin ($^{\circ}\text{K}$) es: $^{\circ}\text{K} = ^{\circ}\text{C} + 273$.

Algunas de las magnitudes que se emplean frecuentemente, tales como velocidad, aceleración, fuerza, etc., se expresan en unidades derivadas o secundarias, las cuales se obtienen por combinación con las unidades fundamentales:

Magnitud	Unidad SI	Nombre (Dimensión)
Velocidad	(m/s)	(L/T)
Aceleración	(m/s ²)	(L/ T ²)
Fuerza	(kg.m/s ²) o (N)	Newton (ML/T ²)
Energía (o Trabajo)	(kg.m ² /s ²) o (N.m) o (J)	Joule (M L ² /T ²)
Potencia	(kg.m ² /s ³) o (N.m/s) o (J/s) o (W)	Watt (M L ² /T ³)
Presión, tensión	(kg/m.s ²) o (N/m ²) o Pa	Pascal (M/LT ²)
Densidad	(kg/m ³)	(M/L ³)
Peso específico	(kg/m ² s ²) o (N/m ³)	(M/L ² T ²)
Viscosidad dinámica	(kg/m.s) o (N.s/m ²) o (Pa.s)	(M/LT)
Viscosidad cinemática	(m ² /s)	(L ² /T)

3. CARÁCTER DISTINTIVO DE LOS SÓLIDOS Y DE LOS FLUIDOS. LÍQUIDOS Y GASES

La materia se presenta de distintas formas y puede ser caracterizada en función del modo con que reacciona a la sollicitación ejercida por un campo de fuerzas. Además de la abstracción del cuerpo rígido, las principales categorías las constituyen los sólidos elásticos y los fluidos. Una sustancia sólida elástica posee una forma propia y reacciona elásticamente a las fuerzas aplicadas, modificando su propia forma en modo limitado y reasumiéndola cuando el esfuerzo cesa. Una sustancia fluida (que puede ser un líquido o un gas) reacciona elásticamente solo a fuerzas de compresión, mientras que, no puede resistir esfuerzos de corte (inclusive de pequeña magnitud), ante los cuales fluye o se deforma continuamente.

La distinción entre sólidos y fluidos (sean líquidos o gases) es función del diferente estado de agregación de sus moléculas. En los sólidos la disposición de las moléculas es sustancialmente invariable, manteniendo por eso forma y volumen propio. En los fluidos, en cambio, la estructura molecular es más desordenada. Indicando con r_0 la distancia de equilibrio relativo entre fuerzas de atracción y repulsión molecular, vemos que en los gases a presión y temperatura normal la distancia intermolecular es del orden de $10 r_0$, es decir, las moléculas se encuentran en el rango de acciones cohesivas extremadamente débiles debido a la fuerte influencia de la repulsión y en estado de agitación térmica continua. Debido a que los vínculos moleculares son extremadamente reducidos, los gases no tienen ni forma ni volumen propio y tienden a ocupar todo el espacio que los contiene.

En los líquidos, una molécula se encuentra dentro del rango de acciones fuertemente cohesivas, ya que la distancia intermolecular es aproximadamente igual a r_0 . Por lo tanto, los líquidos tienen volumen propio y adquieren la forma del recipiente que los contiene. Sin embargo, en los líquidos el movimiento de las moléculas es complejo e irregular por efecto de la alternancia de acciones atractivas y repulsivas. Se observan asociaciones temporarias de grupos de moléculas dotadas de movimiento global seguido de rupturas que restauran las individualidades moleculares o que producen la división en grupos más pequeños.

4. ABORDAJE CONTINUO. PROPIEDADES DE MASA Y VOLUMEN

Como vimos en el punto anterior los fluidos (líquidos y gases) están compuestos por moléculas que se encuentran constantemente en movimiento y colisionan entre sí. Para describir el comportamiento dinámico del flujo de un fluido podría pensarse en considerar la dinámica de cada molécula. Tal abordaje se utiliza en la Teoría Cinética de los Gases y en la Mecánica Estadística. Sin embargo, la complejidad de la dinámica a nivel molecular del estado de la materia sugiere la oportunidad de utilizar un abordaje alternativo, es decir, un abordaje continuo para el estudio de los fenómenos físicos relevantes. Tal abordaje se fundamenta en el postulado que indica la validez de estudiar el comportamiento macroscópico (es decir, el "comportamiento de conjunto" observable experimentalmente) de la materia, asumiendo que las magnitudes físicas (masa, densidad, cantidad de movimiento, etc.) sean funciones continuas de los puntos del espacio ocupado por la sustancia. De tal postulado proviene la Mecánica del Continuo.

Por lo tanto, definimos elemento fluido o partícula de fluido, a la porción de masa fluida (en la escala macroscópica más pequeña posible) donde se manifiestan las propiedades de la materia, tales como densidad, temperatura, presión, etc. Por lo tanto, el fluido, considerado como un medio continuo, va a estar formado por un conjunto infinito de partículas de fluido en las cuales se manifiestan las propiedades citadas anteriormente. En general, las variables serán funciones del espacio y del tiempo, como por ejemplo, la densidad $\rho = \rho(\mathbf{x}, t)$ donde \mathbf{x} es el vector posición cuyas coordenadas cartesianas son (x, y, z) y t es el tiempo. En cualquier punto del espacio que identifica una partícula, dichas variables continuas serán definidas en función de las propiedades que presenta el conjunto de moléculas que ocupan un pequeño volumen en las inmediaciones del punto.

4.1 Densidad o masa específica

Consideremos un pequeño volumen $\delta\mathcal{V}$ que contiene un gran número de moléculas. Sea δm la masa de una molécula individual contenida en $\delta\mathcal{V}$, por lo tanto, la masa total $\delta\mathcal{M}$ es igual a la sumatoria de las masas individuales de las moléculas: $\delta\mathcal{M} = \sum \delta m$. Entonces, la densidad, que es la masa por unidad de volumen (o masa específica), en un punto del continuo queda definida como:

$$\rho = \lim_{\delta\mathcal{V} \rightarrow 0} \left(\frac{\delta\mathcal{M}}{\delta\mathcal{V}} \right) = \frac{d\mathcal{M}}{d\mathcal{V}} \quad (1)$$

donde v es un volumen suficientemente pequeño de manera tal que $l=v^{1/3}$ resulta pequeño comparado con la longitud significativa más pequeña del campo de flujo, pero al mismo tiempo, suficientemente grande como para contener un gran número de moléculas. Por lo tanto, la condición suficiente para que el abordaje continuo sea válido es:

$$\frac{1}{n} \leq v \leq L^3$$

donde n es el número de moléculas por unidad de volumen y L es la longitud significativa más pequeña del campo de flujo (diámetro de un cilindro inmerso en el flujo, lado de un pilote cuadrado, etc.). En un líquido, un elemento cúbico de $2 \mu\text{m}$ de lado contiene aproximadamente 2×10^{11} moléculas (en un gas a presión y temperatura normal el número es 2×10^8 moléculas). Por lo tanto, el abordaje continuo es validado para la mayoría de los problemas que se encuentran en Ingeniería.

Si el fluido es homogéneo, en un volumen \mathcal{V} la densidad no varía, por lo tanto, integrando tendremos:

$$\mathcal{M} = \int_{\mathcal{V}} \rho \, d\mathcal{V} = \rho \mathcal{V} \quad (2)$$

Es decir:

$$\rho = \frac{\mathcal{M}}{\mathcal{V}} \quad (3)$$

En un líquido la densidad o masa específica varía con la temperatura (la variación con la presión no es significativa). Por ejemplo, la densidad del agua varía con la temperatura, aunque no en forma sustancial:

Temperatura (°C)	0	5	10	15	20	25	30	35	40
ρ (kg/m ³)	999,9	1000,0	999,5	999,1	998,2	997,1	995,7	994,1	992,3

4.2 Peso específico

Supongamos que tenemos el mismo volumen elemental $\delta\mathcal{V}$ descrito en el punto anterior. Si consideramos el peso $\delta\mathcal{W} = g \delta\mathcal{M}$ de dicho volumen, tendremos que el peso específico (peso por unidad de volumen) en un punto del continuo queda definida como:

$$\gamma = \lim_{\delta\mathcal{V} \rightarrow v} \left(\frac{\delta\mathcal{W}}{\delta\mathcal{V}} \right) = \frac{d\mathcal{W}}{d\mathcal{V}} \quad (4)$$

Análogamente al caso anterior, si consideramos que el fluido homogéneo tendremos:

$$\mathcal{W} = \int_V \gamma \, dV = \gamma V \quad (5)$$

Es decir,

$$\gamma = \frac{\mathcal{W}}{V} \quad (6)$$

Como el peso es igual a la masa por la aceleración de la gravedad ($\mathcal{W} = M g$) de (6) y (3) se obtiene:

$$\gamma = \rho g \quad (7)$$

Observación sobre la aceleración de la gravedad g

En la ecuación (7) g es la aceleración de la gravedad, la cual es función de la latitud y de la altitud sobre el nivel del mar. El valor que se utiliza es $g=9,81 \text{ m/s}^2$ (latitud 45° y al nivel del mar). Por lo tanto, los valores de peso específico para el agua en función de la temperatura son:

Temperatura (°C)	0	5	10	15	20	25	30	35	40
γ (N/m ³)	9809,0	9810,0	9805,1	9801,2	9792,3	9781,6	9767,8	9752,1	9734,5

4.3 Volumen específico

El volumen específico v es el volumen por unidad de masa, por lo tanto, es igual al inverso de la densidad o masa específica:

$$v = \frac{1}{\rho} \quad (8)$$

Esta propiedad se utiliza en la teoría de los gases, mientras que, para los líquidos se utiliza la densidad o masa específica.

5. TENSIONES NORMALES Y TANGENCIALES

Consideremos una superficie Ω que divide un medio fluido en movimiento en dos partes, tal como se esquematiza en la Figura 1. A través de esta superficie se transmitirán fuerzas que tendrán, en general, una componente normal y una componente tangencial.

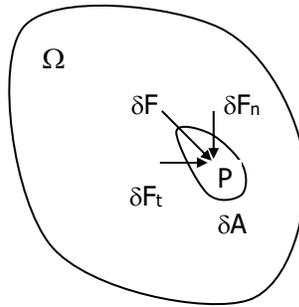


Figura 1. Fuerzas normales y tangenciales actuantes en un punto P.

Si sobre esta superficie se considera un punto P, contenido en un área elemental δA , se dice que la tensión normal (presión) en el punto P es la relación entre la componente normal δF_n y el área δA , para δA que tiende a cero:

$$p = \lim_{\delta A \rightarrow 0} \frac{\delta F_n}{\delta A} \quad (9)$$

análogamente, la tensión tangencial se define como:

$$\tau = \lim_{\delta A \rightarrow 0} \frac{\delta F_t}{\delta A} \quad (10)$$

En un fluido en reposo no existen tensiones tangenciales, solamente tensiones normales (presión).

6. FLUIDO PERFECTO O IDEAL. FLUIDO REAL

Un fluido hipotético caracterizado por viscosidad nula (invíscido o no viscoso) se denomina fluido perfecto o ideal, es decir, es un fluido sin fricción donde no existen esfuerzos de corte (tensiones tangenciales) en el seno del mismo, los esfuerzos son siempre de presión (tensiones normales). Si bien se trata de un fluido hipotético, muchos fluidos reales se aproximan al fluido perfecto o ideal cuando se mueven a ciertas distancias de contornos rígidos o cuando están en reposo. En el caso de los líquidos perfectos tendremos viscosidad nula e incompresibilidad. La incompresibilidad implica, a su vez, densidad ρ constante.

En un fluido real (líquido o gas) la viscosidad no es nula, por lo tanto, en presencia de gradientes de velocidad se crean tensiones tangenciales en el seno del fluido que producen fricción entre los diferentes estratos.

7. VISCOSIDAD . FLUIDOS NEWTONIANOS

La viscosidad puede imaginarse como la fricción interna que desarrolla un fluido real en movimiento. Debido a la viscosidad (o fricción interna) es necesario ejercer un esfuerzo de corte

para que un estrato fluido deslice sobre otro, por lo tanto, es una medida de la resistencia que presenta un fluido a la velocidad de deformación angular.

Consideremos dos placas planas separadas una pequeña distancia Z , entre las cuales se encuentra un fluido, tal como se esquematiza en la Figura 2. La placa inferior es fija mientras la superior, debido a la acción de una fuerza F , es animada de una velocidad U . Debido a la viscosidad, el fluido se "pega" a la pared y, por lo tanto, la velocidad del fluido en correspondencia de la placa debe ser cero si la placa es fija o poseer la misma velocidad con que se desplaza la placa. Esto se denomina condición de no deslizamiento, la cual se verifica en el caso de flujo de fluidos viscosos. Consecuentemente, dada la pequeña separación de las placas, el perfil de velocidades varía linealmente desde cero, en correspondencia de la placa inferior fija, a U en correspondencia de la placa superior móvil, como se indica en la Figura 2.

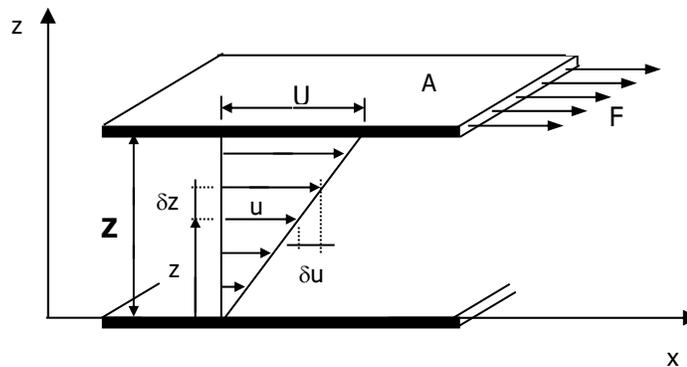


Figura 2. Representación del perfil de velocidad entre dos placas.

El movimiento es caracterizado por el desplazamiento de distintos estratos de fluido, cada uno de los cuales se va desplazando un poco respecto al adyacente. Se ha demostrado experimentalmente que, para una gran cantidad de fluidos, la fuerza aplicada es directamente proporcional al área de la placa A y a la velocidad U e inversamente proporcional a la distancia Z :

$$F \propto A \frac{U}{Z} \quad (11)$$

Por semejanza de triángulos (Figura 2) la relación U/Z se puede reemplazar por la relación $\delta u/\delta z$. Además, introduciendo una constante de proporcionalidad μ , la tensión de corte $\tau = F/A$ entre dos estratos de fluido se puede expresar como:

$$\tau = \mu \frac{\delta u}{\delta z} \quad (12)$$

En el límite, para δz que tiende a cero, se obtiene que la tensión tangencial τ es proporcional al gradiente de velocidad du/dz :

$$\tau = \mu \frac{du}{dz} \quad (13)$$

La (13) se conoce como ley de viscosidad de Newton, siendo μ el coeficiente de viscosidad dinámica ($\mu = \text{constante}$ para un fluido Newtoniano, $\mu=0$ para un fluido perfecto o ideal). La (13) se derivó a partir de una distribución lineal de la velocidad, sin embargo, nada invalida su aplicación en el caso que du/dz dependa localmente de z .

I. Newton (1687) escribía:

“La resistencia, que surge por la falta de lubricación en partes del fluido, a igualdad de otros parámetros, es proporcional a la velocidad con la cual las partes del fluido son separadas unas de otras”.

En honor a Newton, los fluidos que responden a (13) se denominan fluidos Newtonianos. La ley de viscosidad de Newton vincula tensión tangencial y gradiente de velocidad en el flujo de un fluido cuyas partículas se mueven en líneas rectas y paralelas (flujo paralelo) bien ordenadas. Tal flujo se denomina laminar y, por lo tanto, las tensiones tangenciales que se desarrollan en el seno del fluido viscoso, como consecuencia de gradientes de velocidad no nulos, se denominan tensiones tangenciales laminares o viscosas. Consecuentemente, la ecuación (13) es válida para flujo laminar.

Es sencillo demostrar que la tensión tangencial es proporcional a la velocidad de deformación angular de un elemento fluido. Consideremos la deformación de un elemento fluido ABCD en el plano (x,z) , de forma rectangular en un instante t , tal como se muestra en la Figura 3.

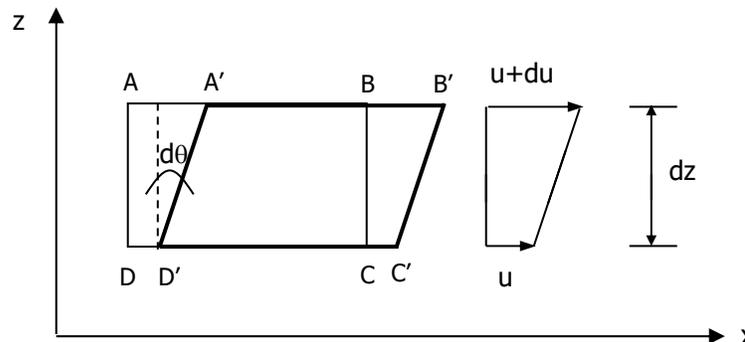


Figura 3. Esquematización de deformación de un elemento fluido en un flujo paralelo tipo Couette.

Después de un intervalo de tiempo pequeño dt , los puntos A y B se desplazan a lo largo de x una distancia $AA' = BB'$ y los puntos D y C se desplazan una distancia $DD' = CC'$; por lo tanto:

$$AA' - DD' = (u + du) dt - u dt \quad (14)$$

dando lugar a una variación angular $d\theta$:

$$d\theta = \frac{AA'-DD'}{dz} = \frac{du}{dz} dt \quad (15)$$

Por lo tanto, se obtiene:

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{du}{dz} \quad (16)$$

Reemplazando (16) en (13) se obtiene:

$$\tau = \mu \frac{d\theta}{dt} \quad (17)$$

es decir, la tensión tangencial es proporcional a la velocidad de deformación angular.

Existe una ley de viscosidad más general, que incluye como caso particular la (13), denominada ley de viscosidad de Stokes, que se utiliza como relación constitutiva para vincular tensiones y velocidades de deformación en el flujo tridimensional de fluidos Newtonianos. Dicha ley la presentaremos en el Unidad 2, la cual permitirá obtener las ecuaciones dinámicas de Navier-Stokes.

En la Figura 4 se observa que los fluidos Newtonianos se representan mediante una recta en el sistema de ejes $(du/dz, \tau)$. La variación de la inclinación de la recta ($\text{arc tg } \mu$) está indicando una mayor o menor viscosidad del fluido.

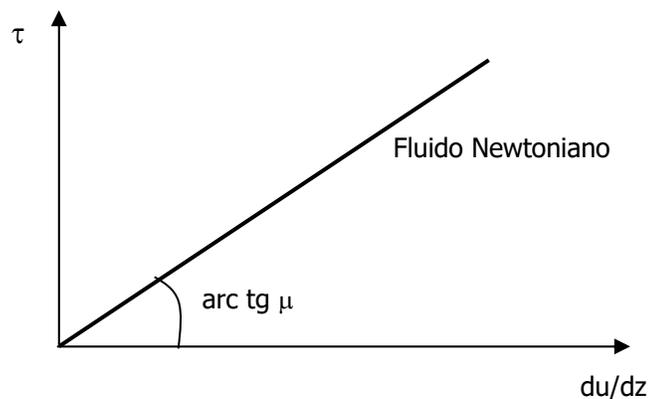


Figura 4. Representación de fluido Newtoniano en ejes $(du/dz, \tau)$.

La mayor parte de los fluidos de gran interés práctico, como por ejemplo el agua y el aire, pueden considerarse fluidos Newtonianos. Asimismo, todos los gases se comportan como fluidos Newtonianos para presiones inferiores aproximadamente a 10000 kPa.

Las fuerzas de fricción en un fluido son el resultado de la cohesión y del intercambio de cantidad de movimiento entre las moléculas. En los líquidos la viscosidad disminuye significativamente con el aumento de la temperatura, mientras que, en los gases la viscosidad aumenta. Tal comportamiento se debe a que las fuerzas de cohesión, que disminuyen con el aumento de la temperatura, son preponderantes en los líquidos. Mientras que, en los gases el proceso fundamental es el intercambio de cantidad de movimiento entre moléculas de estratos que poseen velocidades distintas. El estado de agitación molecular aumenta con el aumento de la temperatura, lo cual produce una especie de retardo generalizado del movimiento global, compatible con una mayor fricción interna.

La viscosidad cinemática es definida mediante la relación entre la viscosidad dinámica y la densidad:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (18)$$

la (18) se denomina justamente viscosidad cinemática porque la fuerza no está involucrada en sus unidades, solamente la longitud y el tiempo.

Tanto μ como ν son función de la temperatura, por ejemplo, para el agua, la influencia de la temperatura es significativa:

Temperatura (°C)	0	5	10	15	20	25	30	35	40
ν $10^{-6}(\text{m}^2/\text{s})$	1,79	1,52	1,31	1,14	1,01	0,90	0,80	0,72	0,65

8. FLUIDOS NO-NEWTONIANOS

En general, los fluidos que no obedecen a la relación lineal entre tensiones tangenciales y gradiente de velocidad (ley de Newton) se denominan fluidos no-Newtonianos.

En la Figura 5 se esquematizan las curvas características ($du/dz, \tau$) de distintos tipos de fluidos no-Newtonianos. Los fluidos dilatantes se caracterizan por el aumento de la viscosidad con el aumento de la velocidad de deformación (por ej., hiperconcentraciones de sólidos en líquidos de baja viscosidad).

En contraposición, los fluidos pseudoplásticos se caracterizan por la disminución de la viscosidad con el aumento de la deformación (por ej., soluciones de polímeros de alta densidad en agua, pinturas, etc.).

En el caso del plástico de Bingham se requiere un cierto valor crítico de la tensión τ_c para que comience la deformación:

$$\tau = \tau_c + \mu' \frac{du}{dz} \quad (19)$$

donde μ' es la viscosidad plástica.

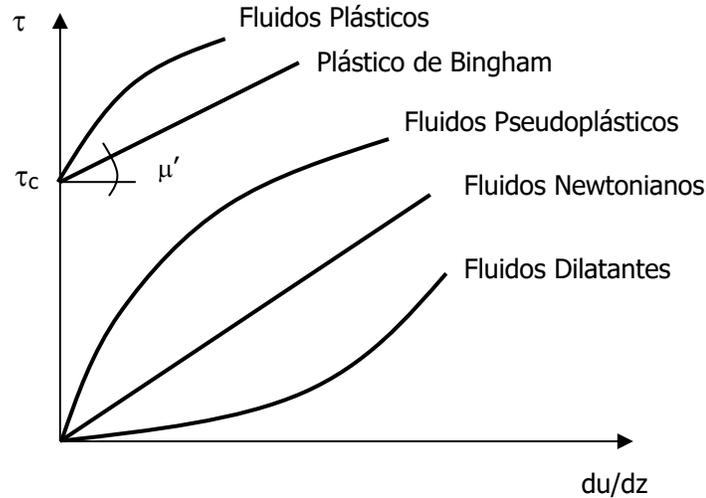


Figura 5. Representación de fluidos Newtonianos y No Newtonianos en ejes $(du/dz, \tau)$.

Los fluidos no Newtonianos descritos anteriormente, como también los Newtonianos, pertenecen a la categoría de fluidos puramente viscosos e independientes del tiempo de aplicación del esfuerzo. Sin embargo, la misma propiedad de disminución o aumento de la viscosidad con el aumento de la velocidad de deformación puede depender además del tiempo de aplicación del esfuerzo. En ese caso, se introduce una nueva categoría de sustancias fluidas que presentan una curva $(du/dz, \tau)$ en forma de lazo, tal como se esquematiza en la Figura 6. Se denominan tixotrópicas aquellas sustancias que, en el transcurso de la realización de ensayos esfuerzos/deformación, en una fase inicial la viscosidad es mayor que la que se obtiene posteriormente a medida que continúan las pruebas. Ejemplos de estas sustancias son las soluciones bentoníticas en agua, barnices, etc.. En caso contrario, es decir, si en la fase inicial se verifica una disminución de la viscosidad respecto a la fase sucesiva, la sustancia se denomina reopéctica. Se trata, por lo tanto, de una propiedad reversible de la estructura molecular de ciertas sustancias.

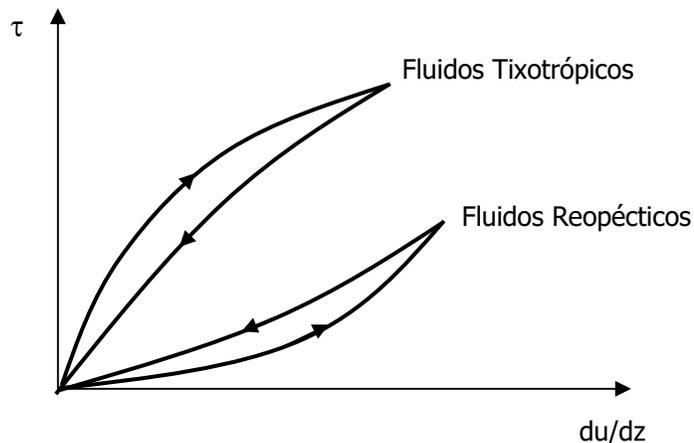


Figura 6. Representación de fluidos tixotrópicos y reopécticos en ejes $(du/dz, \tau)$.

Finalmente podemos mencionar los fluidos viscoelásticos (por ej., asfaltos) que muestran una recuperación elástica parcial cuando cesa la tensión tangencial aplicada. Tales fluidos poseen las características viscosas de los fluidos y las elásticas de los sólidos.

9. COMPRESIBILIDAD

Se ha mencionado anteriormente que en los líquidos las moléculas se encuentran dentro del rango de acciones fuertemente cohesivas, ya que la distancia intermolecular es aproximadamente igual a la distancia de equilibrio entre acciones atractivas y repulsivas. Por lo tanto, los líquidos tienen un volumen propio que puede variar solo en modo muy limitado. Esta variación de volumen es dada por la compresibilidad. La ley de Hooke:

$$\boxed{\frac{d\mathcal{V}}{\mathcal{V}} = -\frac{1}{E} dp} \quad (20)$$

expresa que la variación de volumen $d\mathcal{V}$ del volumen \mathcal{V} es proporcional a la variación de presión (el signo menos indica que a un aumento de presión le corresponde una disminución de volumen), donde E es el módulo de elasticidad o de compresibilidad.

La relación fundamental entre presión y volumen (20) puede expresarse en términos de densidad. Consideremos una cierta masa \mathcal{M} de un fluido homogéneo que ocupa un volumen \mathcal{V} , por lo tanto, la densidad media uniforme en el volumen \mathcal{V} es: $\rho = \mathcal{M}/\mathcal{V}$, consecuentemente:

$$\mathcal{M} = \rho \mathcal{V} \quad (21)$$

A una variación del volumen \mathcal{V} le corresponde una variación de densidad ρ pero la masa \mathcal{M} debe permanecer constante. Por lo tanto, diferenciando (21) e igualando a cero, se obtiene:

$$d\mathcal{M} = \rho d\mathcal{V} + \mathcal{V} d\rho = 0 \quad (22)$$

Es decir:

$$\frac{d\mathcal{V}}{\mathcal{V}} = -\frac{d\rho}{\rho} \quad (23)$$

Reemplazando (23) en (20) se obtiene:

$$\boxed{\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dp}{E}} \quad (24)$$

El signo menos no aparece porque, efectivamente, a un aumento de presión le corresponde un aumento de la densidad (aumento de la masa específica o masa por unidad de volumen) ya que al comprimirse disminuye el volumen.

El módulo de elasticidad E de los líquidos (siendo poco compresibles) tiene evidentemente un valor muy elevado. Por otra parte, para los sólidos dicho coeficiente es aún mayor. Los gases,

en cambio, como ya mencionado anteriormente, no poseen forma ni volumen propio debido a que la distancia intermolecular es mucho mayor que en los líquidos y tienden a ocupar todo el recipiente que los contiene. Por lo tanto, respecto a los sólidos y a los líquidos, los gases son muy compresibles y el valor de E es sustancialmente menor. Además, el módulo de elasticidad del gas no es constante, sino que depende del estado del mismo gas y del tipo de transformación que esta experimentando.

La ecuación de estado para un gas perfecto de Boyle-Mariotte es:

$$\frac{p}{\rho} = p v = RT \quad (25)$$

donde, p es la presión absoluta, ρ es la densidad (masa por unidad de volumen), v es el volumen específico ($v=1/\rho$), R es una constante que depende del gas (por ej., para el aire $R=287$ (N m / kg °K)) y T es la temperatura absoluta en grados Kelvin.

De la (25) deriva la ley de transformación isotérmica:

$$p v = \text{const.} \quad (26)$$

y la ley de transformación adiabática:

$$p v^k = \text{const.} \quad (27)$$

donde $k=c_p/c_v$ es la relación entre el calor específico a presión constante (c_p) y a volumen constante (c_v). Para gases biatómicos, $k=1,4$. En general, las transformaciones reales tendrán valores intermedios entre $k=1$ y $k=1,4$.

Obtengamos la expresión del módulo de elasticidad para el gas. Diferenciando la (27) respecto al volumen específico v se obtiene:

$$k p v^{k-1} dv + v^k dp = 0 \quad (28)$$

Reagrupando, se obtiene:

$$\frac{dv}{v} = -\frac{1}{k p} dp \quad (29)$$

como: $dv = d(1/\rho) = d(\mathcal{M}^{-1}v) = d\mathcal{V} / \mathcal{M}$, reemplazando en (29) se obtiene:

$$\frac{d\mathcal{V}}{\mathcal{V}} = -\frac{1}{k p} dp \quad (30)$$

Comparando (30) con (20) vemos que:

$$E = k p \quad (31)$$

Es decir, a parte del valor de k , el módulo de elasticidad o compresibilidad de un gas depende de la presión que se presenta cada vez en el seno de la masa fluida.

Comparando la compresibilidad del agua, que a la temperatura de 20 °C posee un módulo de elasticidad $E_{\text{agua}}=2,1 \times 10^9 \text{ N/m}^2$, con la del aire en condiciones normales, por lo cual $E_{\text{aire}}=p_{\text{atm}}=1,01 \times 10^5 \text{ N/m}^2$; resulta que el aire es aproximadamente 20000 veces más compresible que el agua.

Para el flujo de agua a superficie libre y en conductos a presión (exceptuando en este último caso el fenómeno de golpe de ariete) las variaciones de presión que pueden encontrarse en la práctica son mucho menores que E , por lo tanto, el miembro derecho de (20) puede considerarse nulo y, consecuentemente, no existen variaciones de volumen: se dice que el fluido (en este caso agua) es incompresible. Por otra parte, al no haber variaciones de volumen tampoco hay variaciones de densidad, como efectivamente se observa en la ecuación (24) si el miembro derecho puede verosimilmente considerarse idénticamente nulo.

Mientras en los líquidos es posible despreciar las variaciones de volumen debido a la compresibilidad de los mismos, en los gases, en cambio, esto es posible solo si las variaciones de presión son bastante modestas. Como en los fluidos en general, las variaciones de presión se asocian a variaciones de velocidad, es conveniente hacer referencia a esta última como magnitud representativa. La condición que determina el comportamiento compresible o incompresible del fluido es dada por la relación U/c , donde U es la velocidad del fluido y c es la velocidad de propagación del sonido en el fluido en cuestión. Tal relación adimensional se conoce como número de Mach, por lo tanto, el fluido se comportará como incompresible si la velocidad U es, en todo el campo de flujo, pequeña en relación a c . Generalmente, los efectos de compresibilidad del fluido pueden despreciarse todas las veces que no se desarrollen velocidades superiores a $1/3$ de la velocidad del sonido ($U/c < 1/3$).

Por ejemplo, la velocidad del sonido en el aire es de aproximadamente 330 m/s, por lo tanto, hasta velocidades de 110 m/s (casi 400 km/h) las variaciones de volumen (o densidad) debidas a la compresibilidad del aire son irrelevantes. Esto significa que un amplio campo de la aerodinámica subsónica puede tratarse suponiendo que el fluido es incompresible, es decir, como si se tratara de un líquido.

En el caso del agua, por ejemplo, la velocidad de propagación del sonido (en el agua a 20 °C) es aproximadamente igual a 1440 m/s, es decir, como visto anteriormente, todos los flujos hídricos a superficie libre y en conductos a presión (con excepción del golpe de ariete) pueden considerarse incompresibles (densidad constante).

10. BIBLIOGRAFÍA

Franzini, J.B. y Finnemore, E.J. (1999). MECÁNICA DE FLUIDOS. McGraw Hill, Interamericana de España, S.A.U, Madrid.

Marchi y Rubatta (1981). MECCANICA DEI FLUIDI. UTET-Torino, Italia.

Mott, R.L. (2006). MECÁNICA DE FLUIDOS APLICADA. Prentice-Hall; 2006; IV Ed.

Shames, I.H. (2003). MECHANICS OF FLUIDS. McGraw Hill, 4th Ed., 2003.

White, F.M. (2004). MECÁNICA DE FLUIDOS. McGraw-Hill, V Ed., 2004.

Yunus Cengel (2006). MECÁNICA DE FLUIDOS. McGraw-Hill, 2006.