

Universidad Nacional de Rosario  
Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura



**TESIS DOCTORAL**

**Desarrollo de modelos estocásticos con la utilización de la Teoría de la Confiabilidad y su aplicación a la Ingeniería Forense**

**RAUL D. J. SIMON**

**Director: Dra. Ing. MABEL MEDINA †**

Miembros del Jurado:

- Dr. Ing. Oscar Möller
- Dr. Ing. Juan José Alba López
- Ing. Esp. Ramiro Ojeda

*Tesis presentada en la Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, en cumplimiento parcial de los requisitos para optar al título de:*

**Doctor en Ingeniería**

**Marzo 2022**

**Certifico que el trabajo incluido en esta tesis es el resultado de tareas de Investigación originales y que no ha sido presentado para optar a un título de postgrado en ninguna otra Universidad o Institución.**

## **Dedicatorias**

Este trabajo realizado con esfuerzo por varios años, está dedicado a mis padres, a mi esposa y a mis hijos.

## **Agradecimientos**

A Dios, a la memoria de mi directora de tesis la Dra. Ing. Mabel Medina y a las personas que colaboraron de una u otra forma para la realización de este trabajo, y especialmente a la memoria de mis padres por todo el apoyo que siempre me brindaron. A nuestra Facultad de Ciencias Exactas Ingeniería y Agrimensura y su personal, artífices en gran medida de nuestro crecimiento académico y espiritual.-

## **Resumen**

En esta Tesis Doctoral, se plantearon modelos estocásticos aplicables a ecuaciones determinísticas utilizadas en la Ingeniería Forense, en particular en la investigación y reconstrucción de accidentes de tránsito. Los procedimientos determinísticos y los resultados obtenidos, no determinan el error en que se incurre, dando soluciones absolutas, no contemplando la existencia del principio de incertidumbre. Los modelos estocásticos propuestos, al considerar las variables con sus valores medios, desvíos estándar y distribución estadística, permiten obtener resultados con un entorno de probabilidad cuantificada. La aplicación de la teoría de confiabilidad y la simulación numérica por medio de la técnica de Monte Carlo, permiten obtener un número exponencial de escenarios posibles, de modo tal que se pueda discernir entre situaciones que correspondan a escenarios seguros y aquellas que correspondan a situaciones de falla, con la determinación de la probabilidad acumulada. Se emplean técnicas de recolección de datos, análisis de fuentes documentales, simulaciones numéricas y determinación experimental de variables, además de programas informáticos estadísticos y de análisis de riesgos (coeficiente de variación, correlación, intervalo de confianza, etc.). Los modelos se aplican a casos testigos para validar, ejemplificar y aplicar el método de análisis estocástico propuesto. Este trabajo espera ser un aporte metodológico a la Ingeniería Forense haciendo posible presentar a los jueces dictámenes periciales con mayor confiabilidad, donde el resultado de la reconstrucción de eventos de tránsito sea producto de la aleatoriedad de las magnitudes físicas, con un entorno de probabilidad acotada y mejorando la fiabilidad de las conclusiones.

## **Abstract**

In this Doctoral Thesis, stochastic models applicable to deterministic equations used in Forensic Engineering were proposed, particularly in the investigation and reconstruction of traffic accidents. The deterministic procedures and the results obtained do not determine the error that is incurred, giving absolute solutions, not contemplating the existence of the uncertainty principle. The proposed stochastic models, when considering the variables with their mean values, standard deviations and statistical distribution, allow obtaining results with a bounded probability environment. The application of the reliability theory and numerical simulation by means of the Monte Carlo technique, allow to obtain an exponential number of possible scenarios, in such a way that it can be discerned between situations that correspond to safe scenarios and those that correspond to situations of failure, with the determination of the quantified probability. Data collection techniques, analysis of documentary sources, numerical simulations and experimental determination of variables are used, as well as statistical computer programs and risk analysis (coefficient of variation, correlation, confidence interval, etc.). The models are applied to control cases to validate, exemplify and apply the stochastic analysis method proposed. This work is expected to be a methodological contribution to Forensic Engineering making it possible to present judges with expert opinions with greater reliability, where the result of the reconstruction of traffic events is the result of the randomness of the physical magnitudes, with a bounded probability environment and improving the reliability of the conclusions.

## INDICE GENERAL

<b>Denominación</b>	<b>Página</b>
Dedicatorias	II
Agradecimientos	III
Resumen	IV
Abstract	V
Índice general	VI

### **CAPÍTULO 1 – Introducción**

1.1 - Introducción general	1
1.2 - La velocidad es el factor principal en Ingeniería Forense	6
1.3 - Planteamiento del problema	7
1.4 - Hipótesis	7
1.5 - Objeto de estudio	8
1.6 - Objetivos Generales	10
1.7 - Objetivos Específicos	10
1.8 - Proceso deductivo para obtener la solución de la tesis	11
1.9 - Justificación	12
1.10 - Medios Probatorios y el Dictamen Pericial	14
1.10.1 - El dictamen pericial	15
1.10.2 - Los grados del conocimiento en el proceso judicial	15
1.11 - Ambiente académico del desarrollo de la Tesis	17
1.12 - Estructura de la Tesis	18

### **CAPÍTULO 2 - Marco Teórico - Estado del Arte**

<b>2.1 - Primera Parte: Antecedentes</b>	19
2.1.1- Tiempos de percepción y reacción	19
2.1.1.1 - Diseño actual percepción del tiempo de reacción	20
2.1.1.2 - Investigación del tiempo de percepción-reacción	20
2.1.1.3 - Tiempos percepción-reacción según el tipo de carretera	21
2.1.2 - Tiempo de reacción de conductores	21
2.1.3 - Distribución del Tiempo de percepción y reacción	22

2.1.4 - Estudios de Lerner sobre el tiempo de percepción y reacción	23
2.1.5 - Variaciones del Tiempo de Reacción	24
2.1.5.1 - Tiempos de Reacción	25
2.1.5.2 - Abreviado del Manual Factores Humanos	26
2.1.5.3 - Tiempos Reacción del conductor en tráfico	29
2.1.6 - Distancia de detención de un Automóvil	31
2.1.7 - Fricción y Derrape – Revisión de Investigaciones Recientes	33
2.1.7.1- SAE Paper 2000-01-1314-2000	33
2.1.7.2 - SAE Paper 880231-1988	34
2.1.7.3 - Estudios de Yamazaki S.	35
2.1.7.4 - SAE Paper 900103. 1990	35
2.1.7.5 - SAE Paper 2006-01-1398. 2006	36
2.1.7.6 - SAE Paper 2001-01-1281-2001	37
2.1.7.7 - Estudio de Delanne Y.	38
2.1.7.8 - SAE Paper 980367. 1998	38
2.1.7.9 - Estudio de L. Richl - T. Sayed	39
2.1.7.10 - Síntesis del Apartado 2.1.7	40
2.1.8 - La fricción de los neumáticos durante el frenado rueda bloqueada	43
2.1.9 - SAE Paper 940722.1994	44
2.1.10 - Variaciones del Coeficiente de Rozamiento	45
2.1.11 - Factores afectan el valor del coeficiente de rozamiento en curvas	48
2.1.12 - Coeficiente Rozamiento Pavimento - Neumático – SAE 830612	52
2.1.13 - Estimación del coeficiente de restitución	53
<b>2.2 – Segunda Parte: Conceptos Teóricos</b>	<b>55</b>
2.2.1 - Simulación y Análisis de Modelos Estocásticos	55
2.2.1.1 - Clasificación de Modelos	55
2.2.1.2 - Según la Información de Entrada	55
2.2.1.3 - Según el Tipo de Representación	56
2.2.1.4 - Según la Aleatoriedad	56
2.2.1.5 - Clasificación según su Aplicación u Objetivo	57
2.2.2 - Fases de Construcción de un Modelo Matemático	58
2.2.2.1 - Proceso de Modelización Matemática	58

2.2.3 - Concepto de Proceso y Simulación Estocástica	59
2.2.3.1 - Procesos de Estado Continuo	60
2.2.3.2 - Modelos Estocásticos	61
2.2.3.3 - Simulación Estocástica	61
2.2.4 - Mapa Conceptual del Tratamiento de la Tesis	62
2.2.5 - Teoría de la Confiabilidad	63
2.2.5.1 - Función de Falla - Probabilidad de Falla	63
2.2.6 - La manera de Resolver Problemas de Probabilidad por Simulación	67
2.2.7 - Correlación entre dos Variables	69
2.2.7.1 - Fuerza, sentido y forma de la correlación	70
2.2.7.2 - Coeficiente de correlación	71
2.2.8 - Técnica de Montecarlo	72
2.2.8.1 - Generación de Variables Aleatorias	73
2.2.8.2 - Simulación de Montecarlo con Variables Correlacionadas	74
2.2.9 - Empleando la Simulación MC en la tesis	76
2.2.10 - Distribución Normal	79
2.2.10.1 - Distribución Normal Tipificada	81
2.2.11 - El Teorema Central del Límite	82
2.2.12 - Variables de Entrada en programa Informático de análisis de Riesgos	83
2.2.13 - Ingeniería para la Reconstrucción de Siniestros	83
2.2.14 - La calidad del Dictamen Pericial	85
2.2.15 - El Método Científico y la Ingeniería Forense	86
2.2.16 - Conclusiones del Capítulo 2	88
<b>CAPÍTULO 3 - Materiales y Métodos</b>	<b>90</b>
3.1 - Introducción	90
3.2 - Material	90
3.3 - Métodos y Análisis Estadístico	90
3.4 - Metodología de trabajo - Representación de los casos en estudio	90
3.5 - Unidades de Análisis	91
3.6 - Estructura de la Revisión Bibliográfica	91
3.7 - Propagación de Incertidumbres	92
3.7.1 - Incertidumbre estándar Tipo B	92

3.7.2 - Diferentes casos de evaluaciones Tipo B	93
3.7.3 - Incertidumbre expandida	95
3.8 - Técnicas de comprobación y validación	96
3.9 - Medidas Lineales en Accidentes de Tránsito- Accidentología vial	97
3.9.1 - Aspectos Metrológicos	97
3.9.2 - Recomendaciones	98
3.10 - Clasificación General de los Errores	100
3.10.1 - Clasificación de los Errores en la Medición	101
3.10.2 - Cifras Significativas en un resultado determinístico	102
3.10.3 - Reglas para Expresar una Medida y su Error	103
3.10.4 - Distribución Normal de Errores Accidentales	103
3.10.5 - Precisión en la Medición	105
3.11 - El término "incertidumbre en la Medición	105
3.11.1 - Error e Incertidumbre: Diferencias	106
3.12 - Métodos de Medición	106
3.13 - Medición con Cinta o Flexómetro	107
3.13.1 - Error estándar de la media	108
3.13.2 - Error en la Medición con Cinta Métrica	109
3.14 - Diagrama de Ishikawa aplicado a la Medición	110
3.14.1 - Diagrama aplicado al Error de la Medición	111
3.15 - Odómetro Manual o Rueda de Medición	112
3.15.1- Precisión del odómetro según modelo	112
3.16 - Justificación del uso de las Probabilidades y Distribución Normal	113
3.17 - Justificación de la Incertidumbre en Resolución de Accidentes Viales	114
3.17.1 - Variaciones coeficiente de rozamiento calzada – neumático	114
3.17.2 - Variación teórica del coeficiente de fricción	115
3.17.3 - Variaciones en los Tiempos de Percepción y Reacción	117
3.17.4 - Variación Propagación Incertidumbre cotas accidentológicas	118
3.18 -Justificación análisis probabilístico caracterizar variables intervinientes	121
3.19 - Formación de la Evidencia	124
3.20 - Conclusión del Capítulo 3	124

<b>CAPÍTULO 4 - Resultados</b>	126
<b>4.1 - Introducción</b>	126
4.1.1 - Selección del Modelo Determinístico	126
4.1.2 - Aplicación del Modelo Estocástico	126
4.1.3 - Generación de las Variables Aleatorias	126
4.1.4 - Metodología y Software de Simulación	127
4.1.5 - Aplicación de la Teoría de la Confiabilidad	127
4.1.6 - Ejemplificación de los Modelos Estocásticos	128
4.1.7 - Interpretación y Análisis de los Resultados	128
<b>4.2 – Secuencia y desarrollo de la Simulación</b>	128
4.2.1 - Leyes y Principios físicos que se vinculan con rastros e indicios	129
4.2.2 - Diferencias entre indicios, rastros y evidencia	130
4.2.3 - Matriz de configuración de los Modelos Estocásticos	132
4.2.4 – Fundamentos de la elección tipo de distribución ,valor medio y desvío estándar	134
<b>Primera Parte</b>	
<b>Modelo 1</b>	
4.3 - Modelo Estocástico para el cálculo de la Velocidad a partir de las huellas de frenado.	136
<b>Modelo 2</b>	
4.4 - Cálculo Estocástico de la velocidad de proyección de una persona impactada por un vehículo.	152
<b>Segunda Parte</b>	
<b>Modelo 3</b>	
4.5 - Resolución de un choque por alcance aplicación de un modelo estocástico y función de falla.	172
<b>Modelo 4</b>	
4.6 - Cálculo Estocástico de la distancia total de detención de un vehículo en función de su velocidad.	190
<b>Tercera Parte</b>	
<b>Modelo 5</b>	
4.7 - Resolución estocástica de un choque frontal aplicando la conservación de la cantidad de movimiento.	202

<b>Modelo 6</b>	
4.8 – Cálculo estocástico de la velocidad pre impacto sin huellas de frenado.	213
<b>Cuarta Parte</b>	
<b>Modelo 7</b>	
4.9 - Análisis estocástico de una colisión en una intersección.	223
<b>Modelo 8</b>	
4.10 - Análisis estocástico del modelo de distancia prudente.	231
<b>Quinta Parte</b>	
<b>Modelo 9</b>	
4.11 - Análisis estocástico de la velocidad de circulación considerando los trayectos reacción del freno y sin huellas de frenada.	240
<b>Modelo 10</b>	
4.12 - Análisis estocástico de una huella de frenada sobre distintas superficies y distintos coeficientes de fricción.	249
4.13 - <b>Discusión de los Resultados</b>	260
4.13.1 - Sobre el Modelo Determinístico	260
4.13.2 - Sobre el Modelo Estocástico	260
4.13.3 - Resumen Preliminar	262
4.13.4 - Lo que el análisis estocástico puede y no puede	262
<b>CAPÍTULO 5 - Conclusiones</b>	264
<b>REFERENCIAS</b>	
Referencias Bibliográficas	266

# CAPITULO 1

## CAPITULO 1: Introducción

### 1.1 - Introducción General:

Como todas las especialidades universitarias, la Ingeniería adquiere una especificidad en su aplicación al ámbito Forense. Especificidad que la hace contribuyente de aportes únicos e irrepetibles en la investigación de hechos delictivos de diversa naturaleza, y a su vez, permite la interrelación interdisciplinaria con las demás profesiones universitarias que desarrollan actividades periciales, en auxilio de Magistrados y abogados.

En el ámbito forense no es suficiente con la simple determinación de las causas tecnológicas que originan un hecho de interés judicial. El Magistrado requiere establecer nexos de responsabilidad entre las cosas falladas y el accionar responsable de las personas físicas y jurídicas vinculadas al cuidado y al buen funcionamiento de las mismas.

Una aplicación de la Ingeniería Forense, es la investigación de **siniestros viales**. La investigación técnica de hechos acaecidos en la vía pública donde el elemento tecnológico que prima facie lo desencadena es un vehículo autopropulsado.

La presente Tesis reseña los elementos que permitirá optimizar los alcances de la aplicación de la Ingeniería al ámbito Forense, para presentar el análisis metodológico de la investigación de un siniestro vial, con la aplicación de una nueva técnica de análisis, la Modelación Estocástica.

Como parte de la exposición de la metodología general, y con el auxilio de la exposición de casos reales, la Tesis analiza en forma pormenorizada las consecuencias y su aplicación en apoyo de la gestión de los diversos protagonistas de una Litis (fiscales, querellantes, demandantes y defensores), concluyendo que en todos los casos realizan aportes insustituibles para una mejor calidad de la Justicia.

La Ingeniería Forense incluye dentro del espectro de su incumbencia la investigación y dilucidación de los siniestros viales: los mal llamados “accidentes de tránsito”.

Existe un concepto que por extendido y generalizado no puede ser asumido como cierto. Los hechos delictivos ocurridos en el tránsito no son accidentes, al menos hasta que se lo demuestre.

## CAPITULO 1

El término accidente refiere por lo general, a un hecho imprevisto, inesperado. Esta interpretación obstaculiza el estudio de los siniestros viales, dado que un accidente no es producto del azar ni de la fatalidad.

Por supuesto tampoco puede asumirse a priori que se trata de un hecho intencional, en el sentido de querer conscientemente causar un daño. Este extremo incluiría una grave calificación de dolo que también debería ser convenientemente probada.

La calificación de accidente, aplicada en forma indiscriminada, elimina la noción de responsabilidad y negligencia: si el hecho es producto de un accidente ¿qué es lo que se debe investigar?

Toda investigación judicial tiene por finalidad determinar la existencia de culpa, negligencia y/o responsabilidad.

La investigación pericial sobre el origen causal de la accidentalidad se encuentra cargada de subjetivismo, incertidumbre y deficiencias metodológicas para aclarar la realidad, y en consecuencia, incapacitada para contribuir a mejorar la seguridad vial con eficacia. El grado de precisión de las conclusiones periciales, depende de la calidad de la información con el que opera el análisis pericial.

El relevamiento de la instrucción policial, la declaración de testigos y otras fuentes de rastros, están afectados de incerteza, por lo cual esta información, se documenta mediante informes que suelen tener incertidumbre.

Datos del lugar del accidente realizado por personal no idóneo en técnicas de medición de longitudes y ángulos (posición final de vehículos, posición final de víctimas, huellas de neumático, charcos de nafta o agua, daños causados por objeto metálico sobre la calzada, manchas de grasa o sangre y daños a objetos fijos de la vía).

Se suele mover a los vehículos para rescatar a las víctimas con el error consecuente en la medida y ubicación de los mismos, restos de partes rotos, fluidos diseminados por el pavimento, con errores de distancia de proyección, distintos largos en las mediciones de las huellas de frenado (diferencias entre dos marcas sobre la calzada).

No se sabe, muchas veces, el grado de certeza de los resultados que se obtienen en los cálculos deterministas, por lo cual esta incertidumbre debería ser acotada.

Es casi imposible, tiempo después, encontrar o disponer de los rastros en el lugar del siniestro, por lo cual es necesario efectuar un análisis crítico de la documentación e información recibida.

## CAPITULO 1

Cada siniestro tiene sus particularidades en la forma de producción que se condicen con las peculiaridades de los rastros que se han podido recoger, y la disponibilidad de modelos teóricos que permitan construir la evidencia.

El modelo físico matemático determinista, empleado en la Investigación Forense del accidente, no representa la mejor solución para la reconstrucción pre impacto con los rastros identificados.

Los peritos especialistas en Ingeniería Forense, no utilizan modelos estocásticos en los desarrollos de investigaciones periciales, para establecer las condiciones previas al impacto.

Por ello la evolución de este tipo de sistema debe estudiarse en términos probabilísticos, con la construcción de Modelos Estocásticos manteniendo una actitud crítica en la elaboración de las conclusiones obtenidas de un ambiente de incertidumbre.

En Argentina, el desarrollo de las tecnologías en la última década ha dado un impulso a nuevos enfoques estocásticos y probabilísticos que hasta hace pocos años no pasaban de ser experimentos sólo de laboratorio, con un campo de acción restringido.

El [Prof. Martínez E. N, 1994, 2003] a través de sus trabajos de aplicación de la Técnica de Montecarlo en la reconstrucción de accidentes, realiza un estudio teórico y práctico sobre la aplicación de la técnica de Montecarlo en la resolución de accidentes con alto grado de incertidumbre.

El estudio contempla una investigación práctica, donde se analizan los datos recogidos en la escena del hecho y las posibles variaciones de las mismas.

En ese sentido, [García A. , 2003, 2011] considera que en las investigaciones periciales, se presenta un alto grado de incertidumbre y plantea la necesidad de un trabajo de Ingeniería Forense en las que se debe producir cambios tanto en los problemas de investigación planteados como en la metodología utilizada.

No obstante, no se indica modelización estocástica, ni utiliza los conceptos de la Teoría de la Confiabilidad.

Al respecto, el trabajo para el desarrollo de la investigación, [Blanco A. O. y Enciso G. A., 2004] propone un modelo de simulaciones numéricas en estudios de colisión y de reconstrucción de accidentes, utilizando la técnica de Montecarlo y sus aplicaciones. El trabajo mencionado representa un buen aporte para el desarrollo de la investigación, al proponer un modelo probabilístico.

## CAPITULO 1

Los primeros indicios de investigación sobre los estudios o enfoques estocásticos, en el orden internacional, se relacionan con [Kost y Werner, 1994] y la utilización de técnicas de simulación de Montecarlo en la reconstrucción del accidente; por otra parte [Brach, R.M., et al, 1994, 1998], asume la incertidumbre en los cálculos de reconstrucción de accidentes.

En los antecedentes más importantes por la relación con el tema de la investigación, se encuentran [Bartlett y Fonda, et al., 2002, 2003], cuando consideran la incertidumbre en la evaluación de la reconstrucción del accidente de tránsito.

En este mismo orden de ideas, [Ball y Danaher, et al., 2007], enuncian en la reconstrucción de accidentes el estudio y de la aplicación de la simulación de Montecarlo.

La recopilación tiene como objetivo ofrecer un acercamiento a los temas que centran la atención de los investigadores del área y detectar la existencia de algunas líneas de investigación probabilísticas.

Sobre la base de esta premisa, [Moser A., et al., 2003], proponen la necesidad de consolidar modelos con la aplicación de los métodos de Montecarlo para el análisis de la estabilidad en el software de reconstrucción de accidentes.

En este contexto, cuando los autores [Hassan J. ,et al., 2003], consideraron como un punto clave el análisis probabilístico y aplicaciones de la simulación en los accidentes viales, dada la incertidumbre y el comportamiento no determinista existente en todos procesos físicos que se conocen.

En la misma dirección, [Thiele M.,et al.. 2005], enuncian el análisis Fuzzy como alternativa, el estudio establece las conclusiones sobre la utilización de métodos o enfoques estocásticos para el análisis de colisiones.

Estimar la incertidumbre que afecta dichos resultados ha sido una tarea que ha interesado a los ingenieros forenses desde tiempo atrás, la importancia de evaluar no sólo los riesgos calculados, inherentes a las variables, sino también los relacionados con los errores de medición y selección de parámetros.

Los autores [Marczyk, Holzner , et al., 2006] emplean simulación estocástica para el ensayo de crash test de automóviles y los problemas en el desarrollo de prototipos virtuales.

Dada la incertidumbre en la calidad, esfuerzo, características del rendimiento de varios materiales, tensión de rotura, velocidad de deformación, etc.

## CAPITULO 1

La adopción de las modernas técnicas de muestreo de Montecarlo permite resolver las ecuaciones estocásticas con la ayuda de la mecánica computacional.

En EE.UU [Gaeber y Lei Wu ,et al., 2007] en su proyecto de investigación, informan que hay varios tipos de modelos que se han desarrollado en el modelado de la ocurrencia de accidentes, pero la mayoría de estos modelos tienen deficiencias y falta de buenos resultados.

Mediante modelos deterministas se ha puesto de manifiesto algunas influencias de los factores causales de accidentes, pero la característica inherente determinista de estos modelos hace que explicar accidente sea una tarea difícil para este tipo de modelos, por lo que se plantean modelos estocásticos y probabilidades del accidente con la correspondiente característica del tránsito.

Esta investigación al igual que las anteriores permitió afirmar la importancia de un enfoque estocástico, los autores [Chin-Hsu y Ruth, 2006], en Estados Unidos, manifiestan en su trabajo para la empresa General Motors, el enfoque estocástico para la simulación de un vehículo integrado y modelo de ocupante.

Se puede concluir de lo enunciado, que no se registra en la bibliografía una metodología de diseño de modelización estocástica, ni la aplicación de la teoría de la confiabilidad, para las ecuaciones matemáticas que rigen en la resolución de los accidentes de tránsito.

Tampoco se evidencian estudios probabilísticos con la influencia de factores como errores metrológicos, recolección de datos, estado de la calzada, duración del tiempo de reacción, etc.

El análisis pericial debe ser el conjunto de operaciones tendiente a determinar con la mejor precisión y certidumbre posible la magnitud de los hechos acaecido, por ello el dictamen debe contener conclusiones técnicas referidas al rango de probabilidad de los parámetros que originaron el evento.

Se percibe, entonces la necesidad de llevar a cabo estudios más contextualizados con profundidad a través de metodologías cuantitativas, después de largo periodo de aplicación de modelos deterministas, los investigadores comenzaron a darse cuenta de que las características de los accidentes son aleatorias por lo tanto, se inició la aplicación de modelos estocásticos y probabilísticos para describir la ocurrencia de accidentes.

## CAPITULO 1

De esta manera, es posible presentar a los jueces dictámenes periciales con mayor confiabilidad, con fundamento científico para los límites de confianza de los resultados, que no sólo sea la aplicación de un programa informático y la técnica Montecarlo, donde la conclusión de la reconstrucción de eventos de tránsito, sean producto de magnitudes físicas, con un entorno de probabilidad acotada.

Esto redundaría en la posibilidad de generar informes periciales más confiables y de mayor utilidad para las autoridades encargadas de impartir justicia que podría ser la diferencia entre la culpabilidad o la inocencia.

### **1.2 - La velocidad es el factor principal en Ingeniería Forense:**

La velocidad es el factor principal en los problemas de seguridad vial. Conducir a exceso de velocidad aumenta la posibilidad de sufrir un accidente. También reduce el tiempo de reacción, aumenta la distancia de frenado y disminuye la posibilidad de evitar un accidente.

En resumen, las altas velocidades aumentan la probabilidad de sufrir un accidente, así como la severidad de las lesiones producidas.

Una de las principales fallas de factor humano es el exceso de velocidad que está presente en la mayoría de los accidentes viales.

Al superar el límite de velocidad para la que fue diseñada la ruta o calle, se deterioran aspectos como la estabilidad del vehículo y la visibilidad del conductor, reduciéndose por ejemplo, la distancia hasta donde puede ver el camino.

Mientras mayor sea la velocidad de un vehículo que se acerca a un peatón u otro conductor, más difícil será para éstos juzgar la distancia a la que se encuentra dicho vehículo.

La velocidad influye de dos maneras en la ocurrencia de accidentes de tráfico:

- Aumenta la distancia recorrida por el vehículo desde cuando el conductor detecta una emergencia hasta que reacciona.
- Aumenta la distancia necesaria para detener el vehículo desde que se reacciona ante una emergencia.

En Ingeniería Forense Vehicular, en especial en la resolución de accidentes viales, esencialmente al Juez de la causa le interesa saber para dictaminar la culpabilidad o inocencia de un imputado tres entidades, entre otras:

## CAPITULO 1

- Lugar o ubicación donde ocurrió el evento ( ruta , calzada o calle)
- Vehículo embistente y embestido
- Velocidad de circulación previa al impacto

Con respecto al lugar del incidente, dado con la posición de restos de partes o manchas de aceite, es muy probable que se determine con cierta pericia.

La calidad embestido - embistente, también con la ubicación de los daños en los rodados y la posición previa al encuentro es factible su determinación.

En cambio, con la velocidad de hecho accidental, dada la incertidumbre manifiesta por el uso de coeficientes (rozamiento, restitución, etc.) y la utilización de medidas con errores de origen, influye en forma indirecta sobre el cálculo y análisis de:

- Distancia de detención total
- Tiempos de percepción y de reacción
- Energía cinética puesta en juego y el trabajo de deformación sobre cada vehículo
- Proyección parabólica de un embestimiento
- Cantidad de movimiento para aplicar el principio de conservación

Es por las expresadas razones que se hace insistencia en el desarrollo de la Tesis la utilización de las fórmulas determinísticas que se emplean en la resolución de accidentes de tránsito por la mayoría de los peritos y expertos del área, dado que puede ser la diferencia entre la culpabilidad o inocencia.

### **1.3 - Planteamiento del problema:**

En la Ingeniería Forense, en especial en la reconstrucción de accidentes de tránsito, para establecer las circunstancias previas al impacto, se utilizan modelos matemáticos y determinísticos, donde los datos deben ser conocidos con certeza permitiendo la toma de decisiones muy limitadas, por lo tanto, se obtienen soluciones poco confiables y con alto grado de incertidumbre.

### **1.4 – Hipótesis:**

Por ello se establece que en la resolución de problemas de Ingeniería Forense, en especial en la reconstrucción de accidentes de tránsito, planteando modelos matemáticos

## CAPITULO 1

y estocásticos, combinado con los principios de la Teoría de la Confiabilidad se obtienen soluciones más confiables y con menor grado de incertidumbre que las halladas con el modelo determinístico.

Ésta puede ser identificada como una hipótesis de trabajo, donde se plantea supuestos que en el desarrollo de la investigación poseerá carácter provisional hasta que se demuestre lo contrario. Además, se establece relaciones entre dos o más propiedades o variables que se dan en el objeto estudiado.

La hipótesis estadística empleada, de los supuestos hechos, se define como un valor que puede tener esa medida estadística y se formula cierta probabilidad del margen del error que puede tener ese valor.

También podría definirse como una hipótesis deductiva, ya que se va desde lo general hacia el particular y se relacionan con el planteo y las variables de estudio intervinientes.

### **1.5 - Objeto en estudio:**

Son los modelos matemáticos y determinísticos utilizados en la reconstrucción de los accidentes de viales.

#### **1.5.1 - Selección de las ecuaciones deterministas:**

Los procedimientos analíticos empleados para inferir magnitudes físicas en los eventos de tránsito (modelos físicos), son siempre construcciones teóricas que permiten abordar el problema.

Estos modelos pueden ser mejorados al considerar variables que antes fueron descartadas, teniendo especial cuidado en los límites de aplicabilidad para interpretar correctamente los resultados obtenidos.

El conjunto de expresiones matemáticas compone el modelo matemático del siniestro. Un modelo matemático que explica ese hecho, permite relacionarlo con otros hechos contemporáneos al mismo, integrando cada hecho físico con el evento investigado.

La formulación matemática de algunos modelos físicos utilizados en la reconstrucción de un evento de tránsito **La aplicación de la más elemental de las ecuaciones, implica un modelo.**

## CAPITULO 1

Se emplean las leyes de la cinemática y dinámica que describen la evolución en el tiempo de un sistema físico con relación a las causas que provocan los cambios de estado y leyes de conservación que estudia las propiedades de los cuerpos en instantes previos y posteriores a un evento.

Se dedujeron diez modelos matemáticos para determinar velocidades y analizar casos de vehículos que se ven involucrados en un evento de tránsito.

La selección de los modelos deterministas establece las condiciones pre impacto, la que estará basada en la experiencia profesional:

- **Energía de rozamiento** - Ecuaciones matemáticas que relacionan la energía durante el frenado con la circulación de un rodado previa al impacto. Estas, son función de la longitud de las huellas de frenado o de derrape, con marcas visibles de neumáticos sobre la calzada (vehículo sin sistema ABS). Ecuaciones matemáticas que vincula la energía puesta en el frenado con la velocidad previa al impacto sin dejar huellas de frenado (vehículo con sistema ABS).
- **Movimiento parabólico** - Ecuaciones matemáticas que vinculan la velocidad previa al impacto considerando la proyección parabólica del cuerpo de una persona atropellada. Las ecuaciones de Searle resuelven el problema, acotando las velocidades mínimas y máximas previas al impacto. Esto depende del coeficiente de rozamiento persona - calzada, altura del centro de gravedad del peatón y de la distancia total de proyección del cuerpo.
- **Dinámica del movimiento** - Ecuaciones que describen la distancia que requiere un vehículo para detenerse y que se desplaza a una velocidad previa al impacto. Las mismas consideran los tiempos de percepción, reacción y los de frenado propiamente dicho. La distancia recorrida durante los tiempos de percepción, reacción y frenado, es la distancia total de detención.
- **Energía puesta en juego pre impacto** - Ecuaciones que relaciona la aplicación del principio de conservación de la energía de un sistema que expresa que la energía cinética pre impacto (suponiendo la inexistencia de fuerzas exteriores) es igual a la energía cinética remanente en el instante final de la colisión, más el trabajo mecánico de deformación.

## CAPITULO 1

- **Conservación de la cantidad de movimiento** - Ecuaciones que vinculan las velocidades previas al impacto en choques colineales o a  $90^\circ$  con una velocidad común de salida. La Cantidad de movimiento permanece constante, siempre y cuando no aparezcan fuerzas externas.

### 1.6 - Objetivo general:

Desarrollar una nueva metodología de resolución y reconstrucción de accidentes de tránsito a través del planteo de modelos matemáticos y estocásticos combinados con la teoría de la confiabilidad.

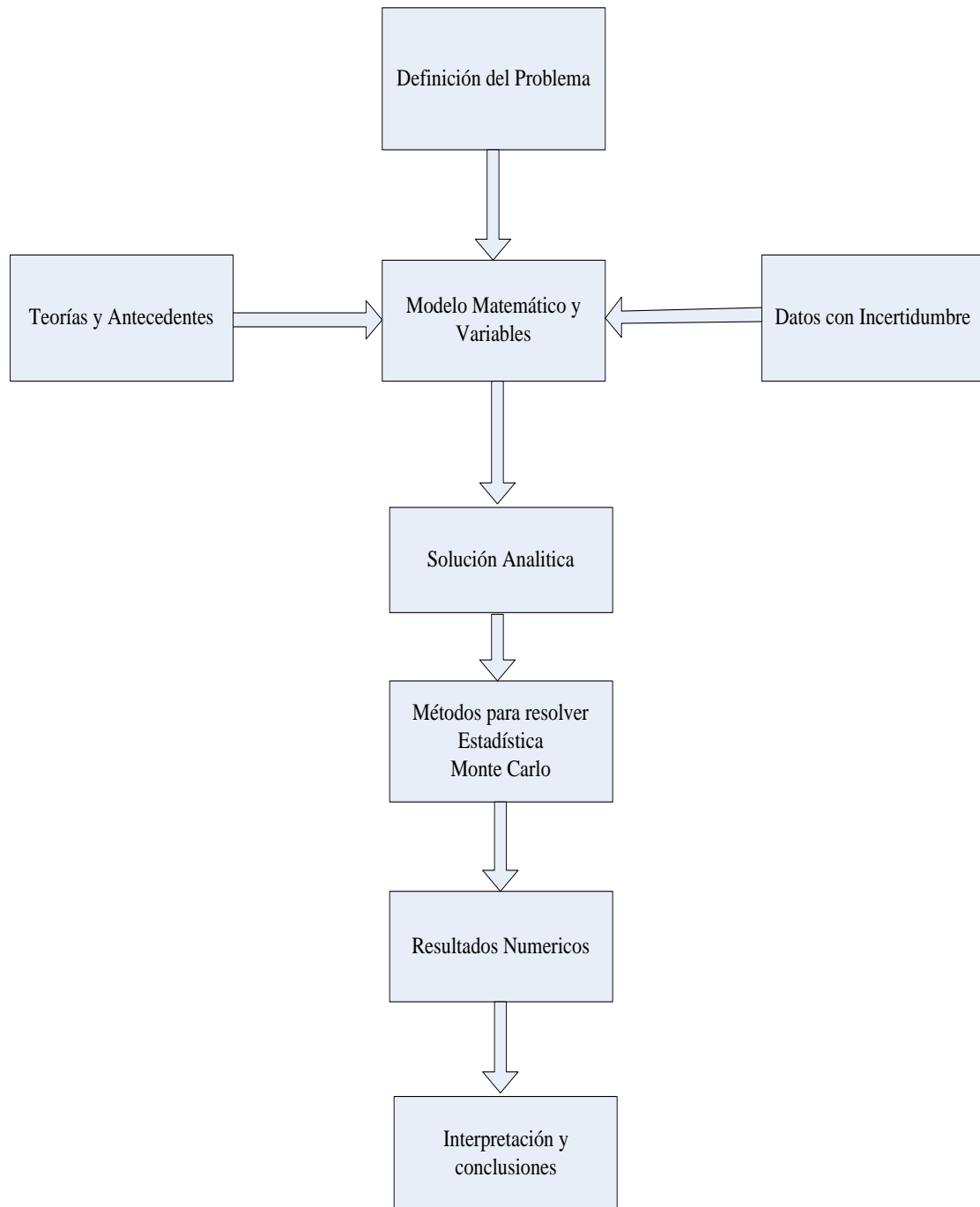
### 1.7 - Objetivos específicos:

- Analizar las estadísticas y estudios realizados por otros autores para definir los valores de las variables aleatorias y decidir curva de distribución (normal, exponencial, etc.) sus valores medios esperados y desviaciones estándar.
- Plantear a través de casos en estudio situaciones específicas pre impacto en el proceso de elaboración de modelos deterministas utilizados en la reconstrucción del accidente de tránsito.
- Cuantificar o evaluar la incertidumbre de origen y establecer un intervalo dentro del cual se encontrarán los valores las posibles soluciones del modelo estocástico.
- Transformar los modelos matemáticos y determinísticos en ecuaciones matemáticas y estocásticas.
- Resolver las ecuaciones estocásticas utilizando la simulación la técnica de Monte Carlo.
- Aplicar la Teoría de la Confiabilidad, a través de la Capacidad y la Demanda del modelo en estudio, para establecer la probabilidad acumulada de ocurrencia de cada evento analizado.

## CAPITULO 1

### 1.8 - Proceso deductivo para obtener la solución de la tesis:

En la Figura 1.1 se expone el proceso deductivo que se propone para obtener la solución a la hipótesis planteada.



**Figura 1.1** - Proceso deductivo propuesto para la tesis

# CAPITULO 1

## 1.9 - Justificación:

La Ingeniería Forense y su aplicación a la investigación de los siniestros viales en esta tesis presentan los recursos que la Ingeniería pone a disposición de la investigación de hechos delictivos, en los que se involucran fenómenos físicos de diferente complejidad, con aplicación específica a los siniestros viales. *No hay dos accidentes de tránsito iguales, cada uno posee sus particulares características.*

La Ingeniería Forense, entendida como herramienta auxiliar de la Justicia, es parte integrante de las Ciencias Forenses, cuyo objeto es la aplicación de la ciencia y la tecnología, las denominadas Ciencias Técnicas.

De acuerdo con las características del tema, no existe suficiente bibliografía específica sobre la resolución estocástica en la Ingeniería Forense, en especial en la reconstrucción de accidentes viales, por ello se ha escogido precisamente el argumento desarrollado.

Las ciencias forenses son ciencias de finalidad, y esta definición es extensiva a la ingeniería forense. Sus objetivos se relacionan a necesidades concretas de identificar hechos causales de finalidades predeterminados. Entre los fines propios de la ingeniería forense puede citarse:

- El esclarecimiento de los hechos, de la naturaleza del litigio o controversia.
- La valoración del daño material producido
- El riesgo, definido técnicamente como la mensura de la producción probable de daño a futuro; la siniestralidad
- La identificación de distintos actores y protagonistas (personas físicas y jurídicas) y su relación con el sufrimiento y la producción del daño material
- La identificación de acciones correctivas para prevenir o amortiguar el daño futuro probable (atenuación de riesgo) y su eventual valoración.

La Ingeniería Forense abarca la totalidad de las ciencias básicas (matemáticas, física, química y algunas aplicaciones de biología) combinadas con los conocimientos tecnológicos de las máquinas e instalaciones productoras, por acción u omisión, de situaciones de daño real o potencial.

La base conceptual de la Ingeniería es la Física, la ciencia teórica y experimental, cuyo objeto es investigar los fenómenos de la naturaleza.

## CAPITULO 1

La Física define modelos abstractos (conceptos), expresados como relaciones matemáticas (ecuaciones, fórmulas), y verificadas a través de experimentos de laboratorio, que no sólo explican lo observado, sino que además pueden predecir nuevos fenómenos.

Una investigación adquiere carácter científico, rigurosidad y confiabilidad más que por los recursos científicos empleados, por la sistemática aplicación de los procesos de observación, medición, formulación de hipótesis, contrastación y cálculo, verificación de certezas y determinación de errores, la obsesiva búsqueda de elementos de consistencia y redundancia en la evidencia y su evaluación.

En este último aspecto, si bien en el campo científico es difícil encontrar un tema del que alguien no se haya ocupado, como se presenta el planteamiento y desarrollo de la modelación estocástica, en si es novedoso, ya que la originalidad está basada en la aplicación conjunta de teorías estadísticas, con simulaciones y el uso de la confiabilidad.

La justificación comprende también explicar la relevancia del tema para la justicia sobre todo en los Tribunales, ya que una pericia accidentológica, su construcción y su calidad, presupone definir de algún modo, el grado de inocencia o culpabilidad de los implicados en un siniestro.

### **1.10 - Medios Probatorios y el Dictamen Pericial:**

Los medios probatorios tienen por finalidad acreditar los hechos expuestos por las partes, producir certeza en el Juez respecto de los puntos controvertidos y fundamentar sus decisiones.

Los medios de prueba son todos los datos y elementos admitidos en derecho, que pueden tomarse en consideración para probar y fundamentar, así como para negar la existencia o determinar la falsedad, de los hechos controvertidos en juicio.

El fin de la prueba es darle al Juez el convencimiento o la certeza sobre los hechos, que es la creencia de conocer la verdad o de que nuestro conocimiento se ajusta a la realidad, lo cual le permite adoptar una decisión

El concepto de perito: es la persona versada en una ciencia arte u oficio, cuyos servicios son utilizados por el Juez para que lo ilustre en el esclarecimiento de un hecho que requiere de conocimientos especiales científicos o técnicos

La valoración de la prueba es la actividad judicial que busca el convencimiento o el rechazo de la misma.

## CAPITULO 1

El objetivo que se busca con la valoración de la prueba es el propio fin de la prueba, que es que se convenza al Juez de los hechos que se alegan.

La ley reconoce como medios específicos de prueba las siguientes:

- la confesión judicial
- la inspección judicial y la reconstrucción de hechos
- los dictámenes de periciales
- las declaraciones de testigos
- los careos
- los documentos públicos y privados
- las presunciones
- las visitas domiciliarias
- los cateos
- la confrontación
- las fotografías, cintas magnetofónicas, registros dactiloscópicos, videocintas y, en general, todos aquellos elementos aportados por la ciencia, o por la técnica.

### **1.10.1 - Dictamen Pericial:**

Los peritos que dictaminen serán dos o más; pero bastará uno cuando sólo éste pueda ser habido, cuando haya peligro en el retardo o cuando el caso sea de poca importancia.

Los peritos deberán tener título oficial en la ciencia o arte a que se refiera el punto sobre el cual deba dictaminarse, si esa profesión o arte estuvieren legalmente reglamentados, cuando se requieren conocimientos especiales.

Es un documento que contiene la determinación u opinión fundada de un perito respecto a los puntos sobre los cuales versa el desahogo de la prueba, es decir, sobre los puntos que se pretenden esclarecer con el dictamen final, sin embargo, está sujeto a objeción en cuanto a su valor y alcance.

Es un informe detallado, sencillo y comprensible para profanos en la materia. A fin de cuentas debe ser una herramienta útil para el Juez, que no será experto en la materia solicitada a un perito.

## CAPITULO 1

El dictamen puede ser solicitado por el juez o por los abogados de las partes a fin de esclarecer hechos confusos o dudosos.

### 1.10. 2 - Los grados del conocimiento en el proceso judicial:

Los abogados, fiscales y jueces deben averiguar si realmente ocurrieron ciertos hechos para poder tomar sus decisiones y asesorar, acusar o resolver según la naturaleza de su función los casos que se les presentan de acuerdo con los criterios previstos en el derecho.

**El tema probatorio**, no resulta apropiado hablar de la “verdad del hecho”. No es la verdad del hecho lo que debe probarse. Un hecho existe o no existe, pero no puede hablarse de él en términos de verdadero o falso.

El hecho en sí tampoco podría probarse, en el sentido que éste una vez ocurrido, no puede ser reproducido mediante la experiencia, dado que forma parte del pasado.

Resulta imposible la reproducción exacta del suceso que ha quedado en el pasado, por lo tanto, no podría aspirarse más que a una reconstrucción mental del mismo.

Ni la veracidad del hecho, ni el hecho en sí, sino la veracidad de la afirmación acerca de la existencia de un hecho. En suma, el tema probatorio estará conformado por todos los enunciados descriptivos de un hecho jurídicamente relevante para la decisión.

**Verdad judicial**, en el proceso debe arribarse a una verdad entendida en el sentido de correspondencia del enunciado con la realidad. En el proceso se tiende a la confirmación de los enunciados que representan los hechos invocados por las partes, con particular exigencia al acusador en aplicación del principio de presunción de inocencia.

Los **grados del conocimiento de certeza, probabilidad o duda** son expresiones que se refieren a estados mentales en que puede encontrarse el juzgador en diferentes momentos el proceso, según el mayor o menor despliegue probatorio de las partes, lo que será determinante en el sentido de la resolución.

Aclárese que los jueces no “crean” ninguna verdad (a diferencia de los científicos), sino que declaran que han decidido aceptar como verdadera (correspondiente con la realidad) una reconstrucción determinada por los hechos.

Sin embargo, poner punto final a la discusión de la verdad (resolución de fondo) no hace verdadero el enunciado.

## CAPITULO 1

La **certeza** tiene lugar cuando no existen dudas de que el enunciado es verdadero, es decir, que el hecho referido por ese enunciado existió tal como se encuentra afirmado.

En el proceso esta certeza implica que no existen dudas que obstaculicen el convencimiento de quien debe resolver el caso. En el proceso, el estándar probatorio impone que debe probarse el hecho más allá de toda duda razonable, para aplicar una condena toda razón relevante para dudar debe ser eliminada.

La **duda** es un estado mental del juzgador del cual ya no puede salir, respecto a la existencia o no del hecho o de la responsabilidad o del imputado.

Ya no hay más pruebas que realizar y la balanza se encuentra totalmente equilibrada respecto a la confirmación de una u otra hipótesis.

Es un estado neutro, sin salida posible, pues expresa el fracaso absoluto del intento de conocer, la imposibilidad de emitir un juicio de certeza o probabilidad positiva o negativa sobre la hipótesis objeto de averiguación.

La **probabilidad** es un punto medio entre certeza y duda. Estado mental del juez en el cual no está completamente convencido, considera solo como “probable” que el hecho haya existido y que el imputado haya sido su autor.

Puede ser:

- **probabilidad positiva:** los elementos existentes torna más probable la tesis inculpativa. Permite el dictado de medidas cautelares personales o reales, así como las medidas limitativas de derechos durante la etapa de investigación.
- **probabilidad negativa:** los elementos reunidos hacen pensar que es más probable que el hecho no haya existido o que el imputado no haya sido el autor.

### 1.11 - Ambiente académico del desarrollo de la Tesis:

El ambiente académico donde se desarrolla la Tesis está encuadrado el servicio de asesoramiento que presta el Laboratorio de Ingeniería Mecánica Forense de la FCEIA - UNR, por Convenio con el Ministerio Público de la Acusación y al Servicio Público de Defensa Penal; además del material de estudio de la carrera de Especialización en Ingeniería Forense Mecánica que se dicta en la FCEIA - UNR.

## CAPITULO 1

El ambiente académico donde se desarrolla la Tesis está encuadrado en tres aspectos importantes:

- Actividad de Extensión: Convenio Laboratorio Ingeniería Mecánica Forense de la FCEIA - UNR con el Ministerio Publico de la Acusación.
- Dictado de Asignaturas: de la carrera de Especialización en Ingeniería Forense Mecánica que se dicta en la FCEIA - UNR.
- Actividad de Investigación: Investigador Categoría V ( Trabajos Científicos publicados en distintos Congreso Nacional e Internacionales).

### 1.12 - Estructura de la Tesis:

El **Capítulo 1**, denominado Introducción General, aquí se explica varios puntos de importancia, primero el planteamiento del problema y las justificaciones, esta sección hace referencia a que problema vamos solucionar, en las justificaciones se expone las causas y razones de este estudio.

El **Capítulo 2**, se intitula Marco Teórico Referencial, en su **primera parte**, se señala los antecedentes que sustentan la tesis, es la búsqueda que se utiliza sobre las investigaciones previas y antecedentes de otros autores, para describir, comprender, explicar e interpretar el problema de investigación en un plano teórico.

Además se articula con las teorías científicas, ideas, conceptos y experiencias sobre el tema a investigar. Se explican los diferentes temas concernientes a esta investigación. Esta sección procura ampliar el horizonte técnico para realizar conclusiones con una buena referencia. Cada sección de este capítulo permitirá tener una idea más clara y de la orientación de esta tesis.

En la **segunda parte**, denominada conceptos teóricos que se aplica a la tesis, tiene la función de orientar y crear las bases teóricas de la tesis, ello implica analizar los enfoques y conceptos teóricos. El marco teórico, en este caso son los conocimientos sistematizados que surgen como consecuencia de la relación con el objeto en estudio.

El **Capítulo 3**, se designa como Materiales y Métodos, aquí se manifiesta para lograr el objetivo de esta tesis, como se obtuvieron los datos, como se analizaron las fuentes de información y las justificaciones de estadística para establecer los rangos de variabilidad de los datos utilizados.

## CAPITULO 1

En el **Capítulo 4**, se denomina Resultados, en este capítulo, subdividido en **cinco pates**, se muestra el proceso de aplicación de las **diez ecuaciones** determinísticas y sus correspondientes modelos estocásticos. Además, se interpretan los resultados gráficos de las simulaciones y los análisis de sensibilidad.

En el **Capítulo 5**, se nombra como Conclusiones, donde se discuten los resultados, se exponen las conclusiones y recomendaciones de los resultados obtenidos.

Además, se establece el concepto de Razonamiento Estadístico para la toma de decisiones en un estado de incertidumbre que hacia el futuro debería incorporarse al campo de la Ingeniería Forense.-

## CAPITULO 2

### CAPITULO 2: MARCO TEORICO – ESTADO DEL ARTE

#### 2.1 – PRIMERA PARTE: Antecedentes.

El marco teórico referencial es la búsqueda sobre las investigaciones previas y antecedentes de otros autores, para describir, comprender, explicar e interpretar el problema de investigación en el plano teórico. Además, articula las teorías científicas con ideas, conceptos y experiencias sobre el tema a investigar.

Se muestra a continuación antecedentes que demuestran la gran variación y dispersión de datos que se utilizan en la reconstrucción de accidentes de tráfico, por lo cual lleva a un estudio de tipo estocástico o probabilístico.

##### 2.1.1 - Tiempos de Percepción y Reacción:

El tiempo de percepción y reacción de un conductor se divide en cuatro componentes como se conocen en el trabajo de [Layton y Dixon, 2012]:

- Percepción: el tiempo para ver o discernir un objeto o evento
- La intelección: el tiempo para comprender las implicaciones del objeto de presencia o evento
- Emoción: el tiempo para decidir cómo reaccionar
- La volición: el tiempo para iniciar la acción, por ejemplo, el tiempo para aplicar los frenos.

##### 2.1.1.1 - Diseño actual del tiempo de percepción y reacción:

De la investigación de los factores humanos que definen los tiempos de percepción y reacción requerida se determina que:

- Tiempos de diseño ( para el trazado de carretera): 2.5 segundos
- Operaciones de control : 1.0 segundos

Estos tiempos de percepción - reacción se basan en el comportamiento observado para el conductor **percentil 85**; es decir, **el 85% de los conductores podría reaccionar de esa manera o menos.**

Se informa tanto la "sorpresa" como y la alerta a la percepción el percentil 85 de los tiempos de reacción y control.

## CAPITULO 2

La percepción del tiempo de reacción se midió después de la indicación de color amarillo hasta que aparecen las luces de freno en un entorno urbano.

En la investigación se encontró:

- "alerta" tiempo de percepción-reacción de 85% : 0.9 segundos
- "sorpresa" tiempo de percepción-reacción de 85%: 1.3 segundos

### 2.1.1.2 - Investigación del tiempo de percepción-reacción:

Estudios recientes (ver Tabla 2.1) comprueban la validez de 2,5 segundos como el diseño del tiempo de percepción - reacción.

Cuatro estudios demuestran que se tiene **1,9 segundos como el tiempo de percepción-reacción para un tiempo percentil 85** y alrededor de 2,5 segundos como tiempo percentil 95.

**Tabla 2.1** - Estudios de tiempos de activación del freno [Layton y Dixon, 2012]

	<b>85 th</b>	<b>95 th</b>
<b>Gazis et al.</b>	1,48	1,75
<b>Wortman et al.</b>	1,80	2,35
<b>Chang et al.</b>	1,90	2,50
<b>Sival et al.</b>	1,78	2,40

### 2.1.1.3 - Tiempos percepción-reacción según el tipo de carretera:

Se sugiere que la percepción y reacción debe reflejar la complejidad de las condiciones del tráfico, la esperanza de los conductores y el estado del conductor.

Se propone que la percepción y los tiempos de reacción pueden ser alterados en consecuencia, como se muestra en la Tabla 2.2.

## CAPITULO 2

**Tabla 2.2** - Tiempos de reacción - percepción

Teniendo en cuenta la complejidad y el estado del conductor

	<b>Estado del conductor</b>	<b>Complejidad del Conductor</b>	<b>Tiempo de percepción y reacción</b>
<b>Camino de baja circulación</b>	Alerta	Baja	1,5 seg
<b>Dos carriles Camino Rural</b>	Fatigado	Moderado	3,0 seg
<b>Arteria Urbana</b>	Alerta	Alta	2,5 seg
<b>Autopista Rural</b>	Fatigado	Baja	2,5 seg
<b>Autopista Urbana</b>	Fatigado	Alta	3,0 seg

### 2.1.2 - Tiempo de reacción de Conductores:

La asunción de un valor de tiempo de reacción de los conductores de responder a situaciones de carretera es fundamental para los requisitos de diseño relacionados con la distancia de visibilidad, en particular para vertical y curvas horizontales [Triggs y Harris, 1982].

El tiempo de respuesta se refiere con frecuencia como el " tiempo de percepción y reacción" en la literatura de ingeniería de tráfico.

Manuales de educación vial en general, proponen que el tiempo de respuesta del conductor promedio **es de aproximadamente 1 segundo, con valores que van desde aproximadamente 0,5 segundos a 2 segundos.**

En la actualidad, la Asociación Nacional de autoridades Australianas del Estado de Carreteras (NAASRA) el estándar en el área de diseño de la carretera geométrica para la visibilidad requerida por delante se basa en una definición del tiempo mínimo adecuado para que el conductor reaccione a la carretera.

Inicialmente, el estándar australiano se fijó en 1,5 segundos, y más tarde este tiempo fue habitualmente extendida a 2,5 segundos, para que coincida con el estándar adoptado en los Estados Unidos.

## CAPITULO 2

El tiempo de reacción depende tanto de lo que el observador espera que suceda, y la concentración posible, como en los acontecimientos reales que sucedan.

El tiempo de reacción depende de la asociación entre el estímulo de entrada y códigos de respuesta.

Un factor muy importante en la determinación del tiempo de reacción en tareas de elección es la relación entre el conjunto posible de estímulo y el conjunto de respuestas que la necesidad humana requiere.

En varios estudios ingenieros de tráfico de la Asociación Americana de Oficiales de Carreteras Estatales y Transportes [AASHTO] utilizaron vehículos experimentales en una pista de pruebas para determinar la capacidad de frenar, se encontró que **el 95 por ciento de los sujetos tenían un tiempo de reacción de menos de 1 segundo.**

Esta forma de respuesta, se toma para representar el "tiempo de reacción" componente del "tiempo de percepción y reacción" que se utiliza en el diseño de carreteras geométricas.

Normalmente, el valor adoptado para el "tiempo de reacción" es de 1,0 segundos, que corresponde estrechamente a los tiempos más largos obtenidos, aunque los tiempos totales de percepción y reacción recomendadas por AASHO dependerá de la velocidad del vehículo.

De un total de 2.500 observaciones realizadas, los asistentes presentes en el coche durante el período experimental estaban plenamente conscientes de la finalidad del estudio. El tiempo de reacción obtenido varió de 0,47 segundos a 2,20 segundos.

El tiempo promedio fue de 0,71 segundos, con una desviación estándar de 0,16 segundo. El valor **percentil 85 fue de aproximadamente de 0,9 segundos.**

### 2.1.3 – Distribución del tiempo de percepción y reacción:

El tiempo de percepción y reacción [Richl y Sayed , 2005], como se ha indicado "up supra" se subdivide en

- la percepción o el tiempo que se necesita para ver un objeto
- intelección que es el tiempo necesario para comprender las implicaciones de la presencia del objeto
- emoción que es el momento de decidir cómo reaccionar
- la voluntad que es el momento de iniciar la acción

## CAPITULO 2

El tiempo de reacción total que se utiliza en los **cálculos de diseño en Canadá y los Estados Unidos es de 2,5 segundos**, lo que representa un conductor que es lento para reaccionar ante las condiciones cambiantes de la carretera.

Aproximadamente, el 90% de la población de conductores tiene un tiempo de reacción más vertiginoso que el valor utilizado en los cálculos de diseño.

El estudio efectuado [Richl y Sayed, 2005], asumió que el tiempo de percepción y reacción tiene una **distribución logarítmica y normal**.

De los datos analizados, no se pudo acreditar que el tiempo de percepción y reacción se distribuya normalmente.

Sin embargo, investigaciones más recientes mencionan que el tiempo percepción y reacción pueden tener una **distribución Lognormal**.

La literatura indica que otras distribuciones de probabilidad se han utilizado para describir el tiempo de percepción y reacción.

**El valor promedio** se utiliza en este estudio para el tiempo percepción y reacción para vehículos de pasajeros fue **de 1,5 segundos con una desviación estándar de 0,4 segundos**.

### 2.1.4 – Estudios de Lerner sobre el tiempo de percepción y reacción:

Las investigaciones [Lerner y Asoc. , 2000] referidas al trabajo de T. Neuman cuestionó tiempos de percepción y reacción de 2.5 segundos en ciertas situaciones.

El estudio realizado por Lerner informa que el tiempo de percepción y reacción percentil 85 % es de 1,9 segundos.

Dependiendo del estado físico del conductor (es decir, atento o fatigado), la complejidad de la tarea de conducción, la situación y clase funcional de la carretera, los valores de los tiempos de percepción y reacción podrían variar de **1,5 segundos a 2,5 segundos**.

En la Tabla 2.3, se resumen los resultados de los estudios de los tiempos de percepción y reacción:

## CAPITULO 2

**Tabla 2.3** - Resumen del tiempo de percepción y reacción, calculado usando el valor medio y el desvío estándar [Lerner y Asoc. , 2000]

<b>Investigador</b>	<b>85th Percentil (s)</b>	<b>95th Percentil (s)</b>
Gazis et al.	1,48	1,75
Wortman et al.	1,80	2,35
Chang et al.	1,90	2,50
Sivak et al.	1,78	2,40
Lerner et al.	1,9	2,3

### 2.1.5 – Variaciones del Tiempo de Reacción:

Otro aspecto anunciado es el del **tiempo de reacción**, ese mal llamado “segundo de susto”.

Para comprender su complejidad, pues no es el mismo para todas las personas, ni tampoco es el mismo para una misma persona en diferentes situaciones, debería definirse como **tiempo de reacción**: tiempo transcurrido entre que la persona percibe un determinado estímulo y su correspondiente acción voluntaria que puede ser más o menos automática [Terroba Garcia , 1.999].

El **tiempo de reacción** se divide en tres sub tiempos:

- tiempo de percepción
- tiempo de decisión
- tiempo de actuación.

En cuanto a las reacciones, debe indicarse que existen cuatro variedades: las reflejas, las simples, las complejas y las discriminatorias, siendo estas últimas las más lentas de todas las reacciones, ocurre cuando un conductor se ve obligado a efectuar una elección rápida entre dos o más acciones que ni son frecuentes o son raramente practicadas.

Por ejemplo, decidir si ha de girar a la derecha o a la izquierda de un vehículo que zigzaguea entre dos carriles y que puede exigir hasta un minuto si la situación es complicada.

La Tabla 2.4, con valores medios, es la que proporciona el Instituto Catalá de Seguridad Vial dependiente de Catalunya. (Ver Tabla 2.4)

## CAPITULO 2

**Tabla 2.4** – Tiempos de reacción según edades y horario [Terroba Garcia , 1.999]

Edad ( años)	De día	De Noche	De Noche con vehículos en sentido contrario
<b>18 a 25</b>	0,5 seg	0,8 seg	1,0 seg
<b>26 a 40</b>	1,0 seg	1,3 seg	1,5 seg
<b>41 a 55</b>	1,5 seg	1,8 seg	2,0 seg
<b>Más de 56</b>	2,0 seg	2,3 seg	2,5 seg

Queda evidente que la determinación del tiempo de reacción humana a aplicar, no es tarea fácil, por lo que es un deber recabar toda la información que sea posible sobre el conductor tanto de tipo personal como ese día en particular, ya que los datos que se muestran en la tabla son valores medios estimativos.

### 2.1.5.1 - Tiempos de Reacción:

La siguiente Figura 2.1 muestra valores máximos, medios y mínimos de los tiempos de reacción ( $t_r$ ) para estímulos esperados e inesperados para jóvenes personas mayores.

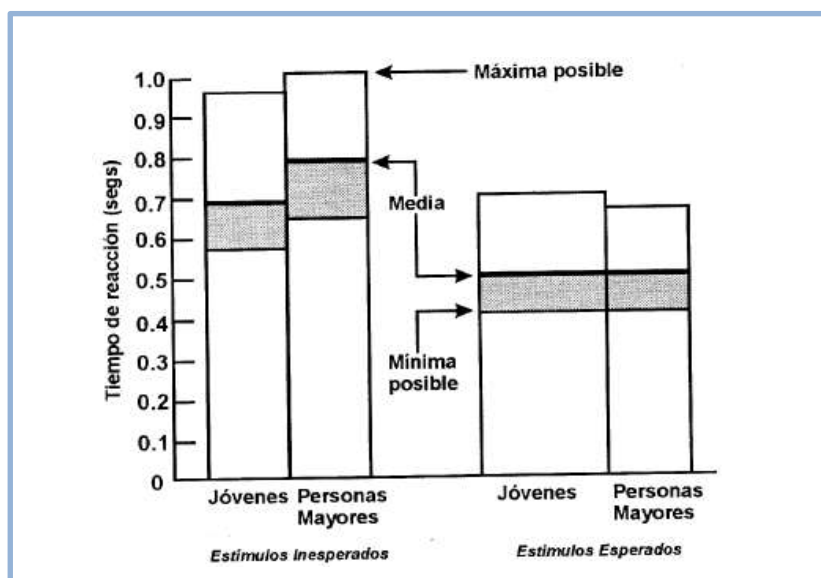


Figura 2.1 – Tiempo de reacción de acuerdo a Traffic Accident Reconstruction

Cabe señalar que estos valores están referidos al tiempo de reacción falta agregar el tiempo de percepción.

## CAPITULO 2

El tiempo total de percepción y reacción (tpr) puede alcanzar valores desde de 1,5 segundos a 2 segundos y dependiendo de las características de la persona, circunstancias del evento pudiendo llegar a 3 segundos o más (si fuera de noche, influencia del alcohol, etc).

Según las normas de diseño geométrico de la Dirección Nacional de Vialidad se adopta valores desde 2 a 3 segundos para la maniobra de detención total.

### 2.1.5.2 – Abreviado del Manual Factores Humanos:

Estudio realizado sobre el Tiempo de Percepción y Reacción (TPR) por [Koppa R. J. - Estudio Hooper - McGee, 1983] postula el modelo típico para el tiempo de respuesta de frenado, ilustrado en la Tabla 2.5.

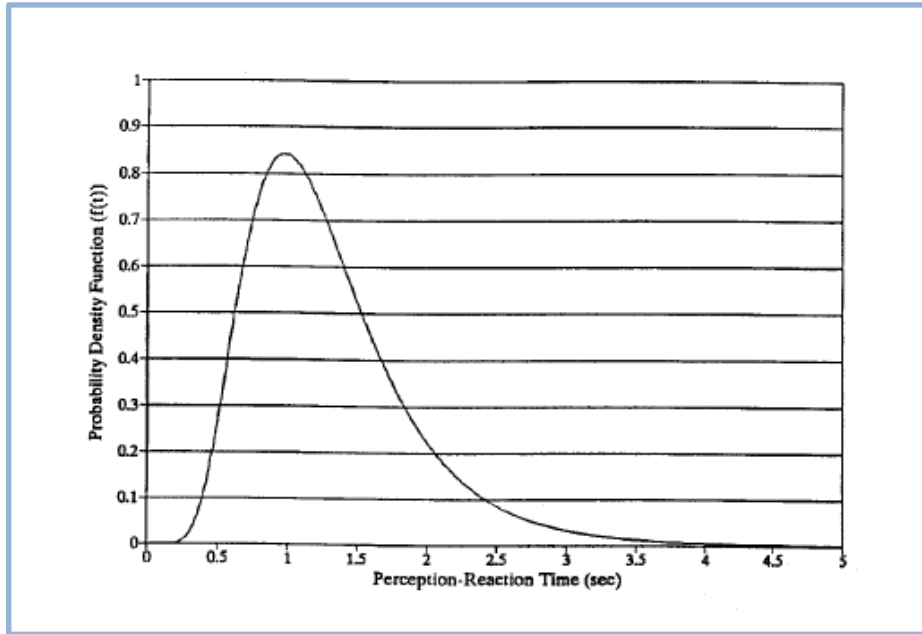
Valores de 1,50 segundos es dudoso para cualquier conductor que produzca el percentil 85, probablemente represente un límite superior y extremo para un conductor atento.

**Tabla 2.5**  
Modelo de Hooper-McGee – TPR (Tiempo de percepción y frenado)

Componente	Tiempo (seg)	Tiempo Acumulado ( seg)
Percepción estado latente	0,31	0,31
Movimiento del ojo	0,09	0,4
Fijación	0,2	1
Reconocimiento	0,5	1,5
Iniciación del freno	1,24	2,74

La Figura 2.2 ilustra el ajuste real que se aplica a los datos de los TPR (Tiempo de percepción y frenado) para corregir la forma de la distribución.

## CAPITULO 2



**Figura 2.2**  
Distribución Lognormal del TPR (Tiempo de percepción y frenado)

Cualquier tratamiento estadístico de los Tiempos de Percepción y Reacción (TPR) obtenidos empíricamente debe derivarse a [Koppa, R. - Estudio de Taoka ,1989] que ha sugerido una **curva de probabilidad gaussiana**.

En un estudio muy citado por [Koppa, R. – Estudio de Johansson y Rumar, 1971] los conductores fueron detenidos y se les pidió que frenaran muy lentamente.

El TPR (Tiempo de percepción y frenado) medio fue de 0,75 segundos y un desvió estándar de 0.28 segundos para 322 conductores en esta situación. Ver Tabla 2.6.

**Tabla 2.6** - TPR (Tiempo de percepción y frenado) [Koppa, R. – Estudio de Johansson y Rumar, 1971]

Percentil	Tiempo de percepción y reacción
50	0,84 seg
85	1,02 seg
95	1,27 seg
99	1,71 seg

Dieciséis (16) estudios de TPR (Tiempo de percepción y frenado) que forman la base para la Tabla 2.7, donde se ve que el valor del percentil 95 para un TPR "sorpresa" de 2,45 segundos, está muy cerca de la estimación de AASHTO de 2,5 segundos.

## CAPITULO 2

La distancia percibida y otros tipos de obstáculos visuales es la que utiliza [Lerner et al. 1995], para todas las situaciones de carreteras en su estimación

**Tabla 2.7** - TPR (Tiempo de percepción y frenado) - Transformación Log Normal

	<b>Sorpresa ( seg)</b>	<b>Esperado (seg)</b>
<b>Media</b>	1,31	0,54
<b>Desvio Standard</b>	0,61	0,1
<b>Percentil 50</b>	1,18	0,53
<b>Percentil 85</b>	1,87	0,64
<b>Percentil 95</b>	2,45	0,72
<b>Percentil 99</b>	3.31	0,82

En la investigación [Rodger J. Koppa – Estudio de Fambro, 1994] con dos grupos de edad (55 años y mayores, y jóvenes: de 18 a 25 años) que estaban equipados con la misma instrumentación y sin instrucción previa.

De repente, se presenta una barrera y se realizan maniobras de detención en respuesta a la aparición de la barrera. Se midieron los TPR (Tiempo de percepción y frenado) de accionamiento del freno en respuesta a esta barrera presente.

Los TPR de 22 personas se muestran en la Tabla 2.8 - Caso 1. Se realizó además maniobras de parada en respuesta a la aparición de la barrera, los resultados se dan en la misma Tabla, para el Caso 2. En un intento de aproximar las condiciones de conducción al mundo real se indican para el Caso 3.

Todos los resultados se dan en la Tabla 2.8, donde se visualiza que las diferencias de edad fueron estadísticamente significativas.

## CAPITULO 2

**Tabla 2.8** - Resumen de TPR (Tiempo de percepción y frenado) a la aparición de la barrera u obstáculo

<b>Caso 1 - Curso cerrado, vehículo de prueba</b>			
12	Viejos	Valor medio : 0,82 seg	Desvió St : 0,16 seg
10	Jóvenes	Valor medio : 0,82 seg	Desvió St : 0,20 seg
<b>Caso 2. Curso cerrado, Vehículo propio</b>			
7	Viejos	Valor medio : 1,14 seg	Desvió St : 0,35 seg
3	Jóvenes	Valor medio : 0,93 seg	Desvió St : 0,19 seg
<b>Caso 3. Carretera abierta, vehículo propio.</b>			
5	Viejos	Valor medio : 1,14 seg	Desvió St : 0,22 seg
6	Jóvenes	Valor medio : 1,06 seg	Desvió St : 0,20 seg

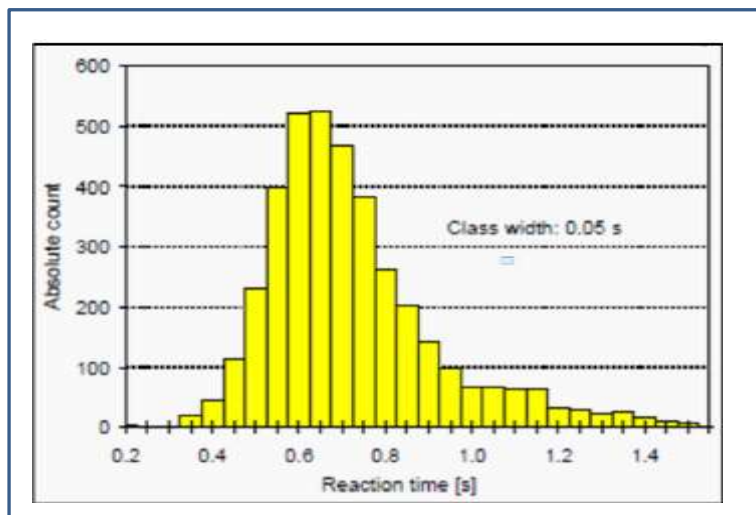
### 2.1.5.3 - Tiempos de Reacción del conductor en el tráfico:

Los estudios del tiempo de reacción del conductor [Wolfgang Hugemann, 2002] tienen un enorme impacto en la prevención de un accidente.

Sin embargo, es más o menos considerado como una constante por la jurisdicción alemana, al menos desde que el (DVG) (Consejo Alemán de Jurisdicción en el Tráfico) ha dado sus recomendaciones.

Los experimentos, así como otros, revelan una variación considerable del tiempo de reacción, incluso para una misma persona, bajo condiciones de prueba estrictamente controladas.

El tiempo de reacción del conductor dicha distribución fue investigada por [W. Hugemann, 2002].



**Figura 2.3** - Distribución de los tiempos de reacción [W. Hugemann, 2002].

## CAPITULO 2

La Figura 2.3 muestra la distribución de los tiempos de reacción en pasos de 0.05 segundos. Se basa en los diferentes parámetros, los tiempos de reacción se extienden entre 0.35 y 1.5 segundos.

Para limitar el esfuerzo de cálculo, los tiempos de reacción se dividirán en tres grupos homogéneos y el valor medio de cada grupo es calculado.

La siguiente Tabla 2.9, muestra el tiempo de reacción promedio de cada grupo relacionado con su probabilidad.

**Tabla 2.9** - Tiempos de reacción promedios y sus probabilidades [W. Hugemann, 2002].

<b>Grupo</b>	<b>Probabilidad</b>	<b>Tiempo de reacción promedio</b>
1	35 %	0,48 seg
2	36 %	0,70 seg
3	29 %	1.08 seg

Estos tiempos de reacción (0,48 seg., 0,7 seg. y 1,08 seg) se utilizaron para los cálculos posteriores.

**Tabla 2.10** – Diferentes Tiempos de Reacción [W. Hugemann, 2002].

	<b>Prueba Controlada</b>	<b>Pista de Prueba</b>
<b>Inicio de la aceleración</b>	Valor medio: 0,96 seg. Desvio: 0,21 seg.	Valor medio: 1,28 seg. Desvio: 0,29 seg
<b>Frenado máximo</b>	Valor medio: 2,2 seg. Desvio: 0,44 seg	Valor medio: 2,3 seg. Desvio: 0,46seg
<b>Tiempo de dirección inicial</b>	Valor medio: 1,64 seg. Desvio: 0,49 seg	Valore medio: 1,67 seg. Desvio: 0,46 seg

## CAPITULO 2

### 2.1.6 - Distancia de detención de un Automóvil:

La distancia de parada o detención, ver Figura 2.4, de un rodado es:

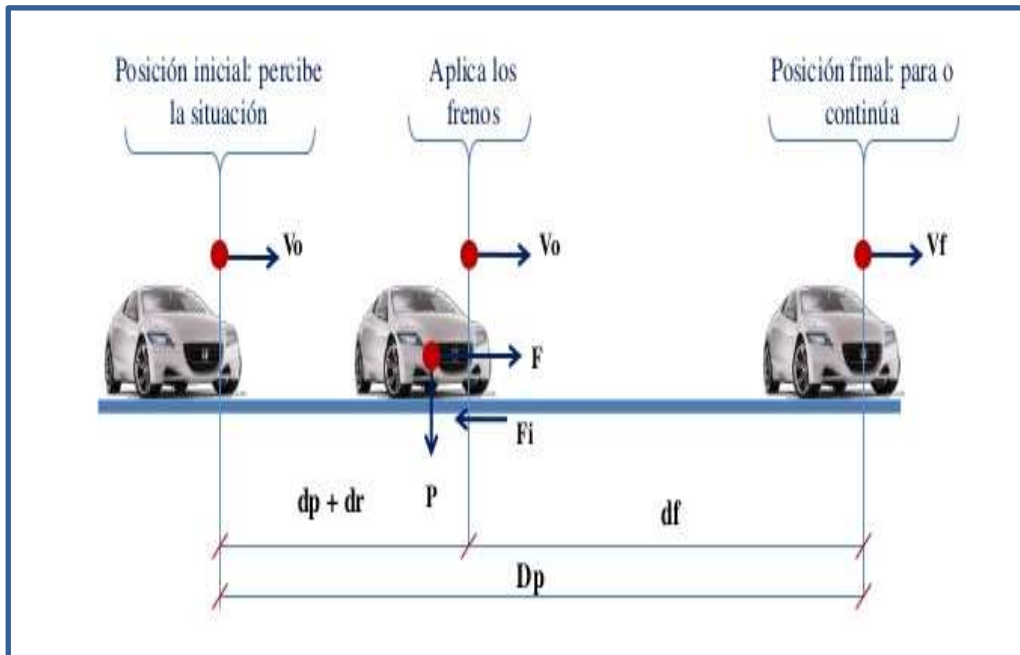


Figura 2.4 – Distancia total de detención

*Distancia parada o detención ( $D_p$ ) = Distancia recorrida durante el tiempo de percepción y reacción ( $D_{pr}$ ) + Distancia recorrida durante el frenado ( $D_f$ )*

$$D_p = D_{pr} + D_f \quad (2.1)$$

$$D_p = \frac{v.t_{pr}}{3,6} + \frac{v^2}{254.(\mu \pm i)} \quad (2.2)$$

Donde es:

$D_p$  : distancia parada o detención ( m )

$V$  : velocidad ( Km/h )

$\mu$  : coeficiente rozamiento calzada- neumático

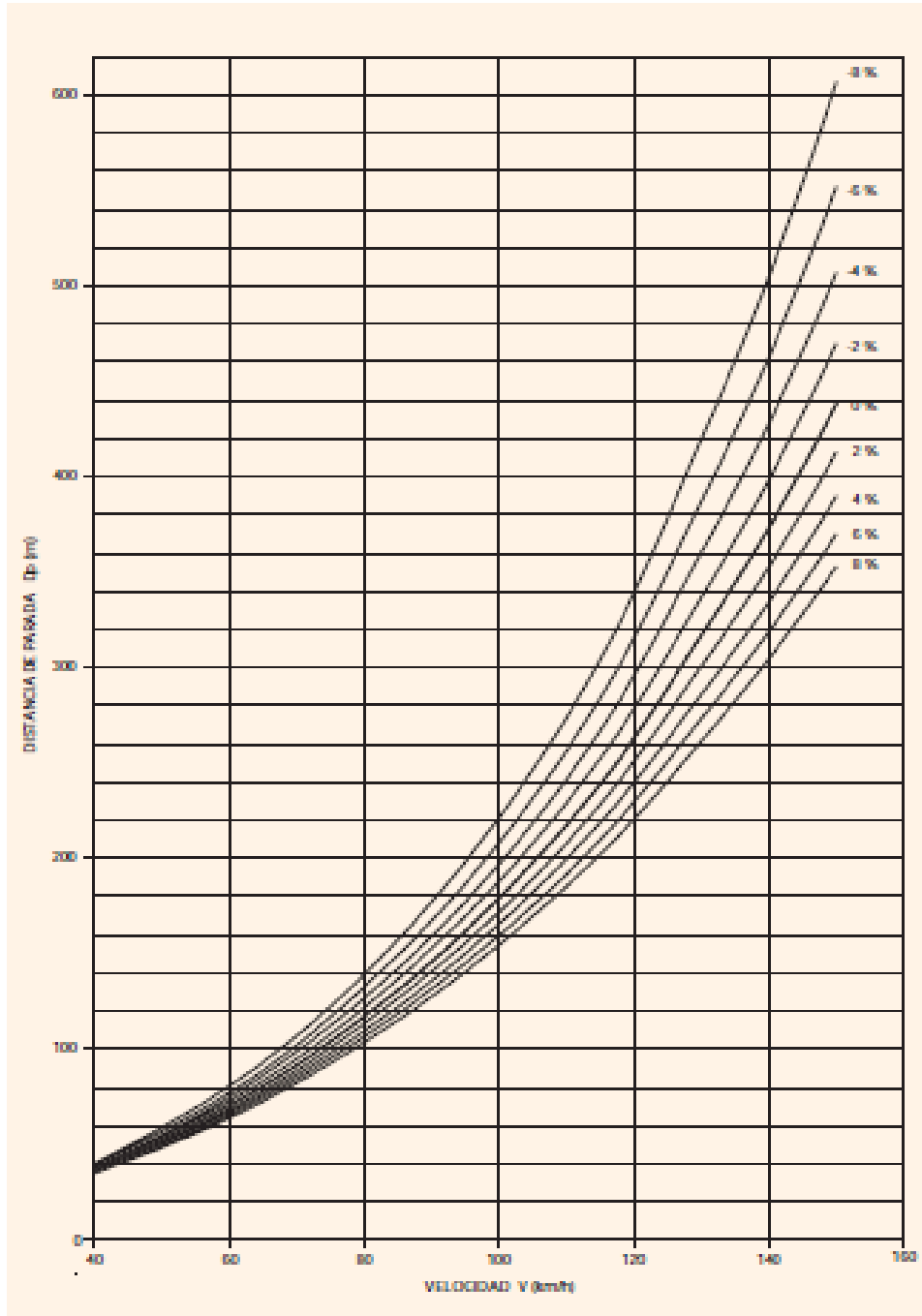
$i$  : inclinación de la rasante o calzada ( tangente del ángulo expresado en % )

$t_{pr}$  : tiempo de percepción y reacción ( seg. )

## CAPITULO 2

Rasante: Es la línea que define la inclinación o pendiente de una calle, camino, terreno respecto al plano horizontal.

En la Figura 2.5 se muestra la gráfica de la velocidad en función del Distancia de parada



**Figura 2.5** - Distancia de Dp parada según distintos ángulos (tangente del ángulo expresado en %) de la rasante – Instrucción de Carreteras - Ministro de Obras Públicas, Norma 3.1-IC - Madrid – 2000.

## CAPITULO 2

### 2.1.7 - Fricción y Derrape - Revisión de Investigaciones Recientes:

Con el fin de realizar un análisis de accidente, los investigadores generalmente seleccionan algún valor para la fricción del neumático - carretera. [Mecánica Forense Servicio de Ingeniería, 2017].

No es raro que en un informe pericial, se cite la tabla de la fricción de [Stannard Baker J. ,1990]

La Tabla 2.11 es casi omnipresente en los círculos de reconstrucción de accidentes viales, así como haber sido publicada en numerosos sitios. Los valores de la Tabla según tipo de asfalto son separados para velocidades por encima y debajo 30 mph como se muestra a continuación:

**Tabla 2.11** - Valores de Coeficiente de Rozamiento según tipo de asfalto  
[Stannard Baker,1990]

<b>Asfalto en seco</b>	<b>Menor a 30 mph</b>	<b>Mayor a 30 mph</b>
<b>Nuevo</b>	0,80 - 1,2	0,65 - 1,0
<b>Usado</b>	0,60 - 0,80	0,55 - 0,70
<b>Pulido por el tráfico</b>	0,55 - 0,75	0,45 - 0,65

Se esperaría que una Tabla 2.11, tan comúnmente utilizada, se basara mediante la realización de pruebas exhaustivas en varias superficies con el mantenimiento de registros y la documentación cuidadosa.

Se podría estar equivocado. Durante una discusión en la década de 1970 con Joe Stannard Baker dijo: *“que para la mayoría de los valores no podía recordar quién hizo la prueba, cómo y dónde lo hicieron, y que él no tenía los datos de prueba”*.

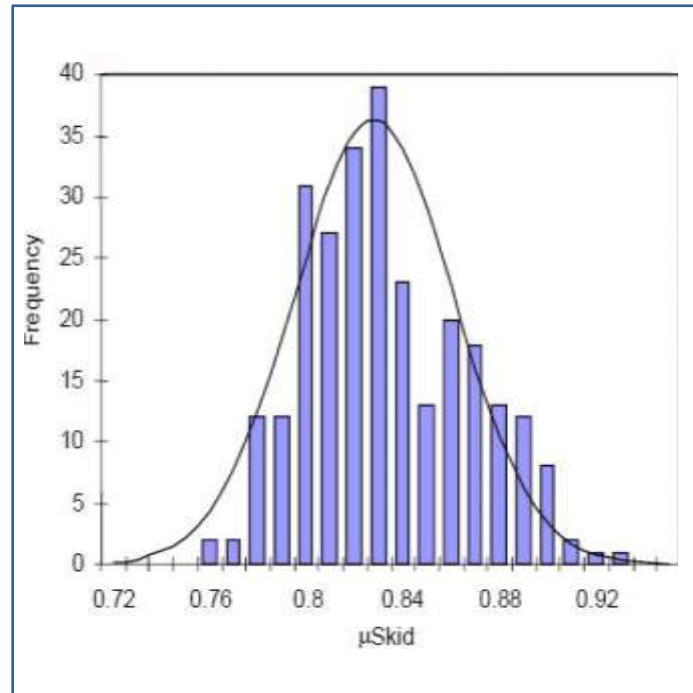
#### 2.1.7.1 – SAE Paper 2000-01-1314-2000:

Según el estudio realizado por [Goudie, et al., 2000], muestra que el promedio para todas sus pruebas sobre el **pavimento seco indicaba un  $\mu = 0.828 \pm 0,033$** , como se muestra a continuación (con todos los valores de “ $\mu$ ” muy por encima de 0,70).

La Figura 2.6, muestra los valores medios de fricción en el pavimento seco basado en la aparición del primer bloqueo de la rueda, en función del tipo de neumático

## CAPITULO 2

(económico, de turismo o de rendimiento) y que estas fricciones evaluadas se distribuyen en una función lognormal.



**Figura 2.6** – Histograma – Distribución de la fricción en pavimento seco  
[SAE 2000-01-1314-2000]

### 2.1.7.2 – SAE Paper 880231- 1988:

Los estudios [Reed and Keskin, 1988], se concibieron ensayando las trochas de varios vehículos.

Los valores promedios de rozamiento fueron generalmente en exceso de  $\mu = 0,7$ , como se muestra en la Figura 2.7, mientras que ningún valor estaba por debajo de 0,65.

## CAPITULO 2

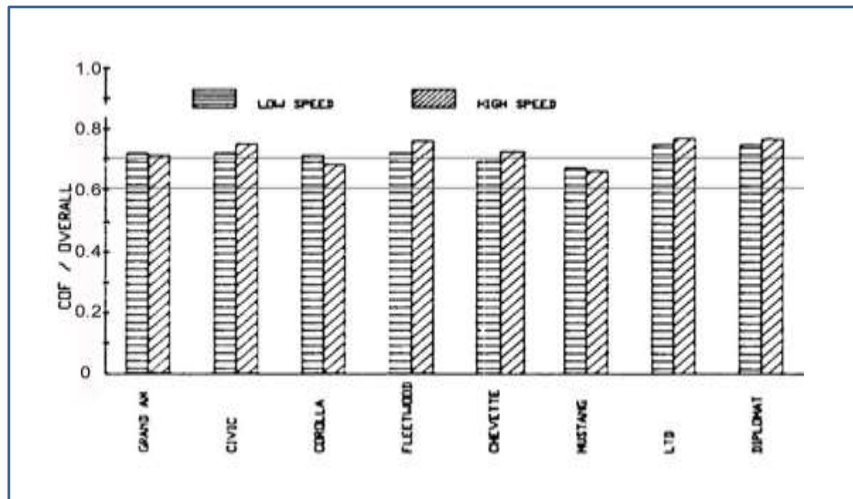


Figura 2.7 - SAE Paper 880231- 1988

### 2.1.7.3 – Estudios de Yamazaki S.:

[Yamazaki, Shunichi, 1998] Informó de un número de pruebas a distintas velocidades, como se muestra en la Figura 2.8 a continuación.

Los factores de rozamiento para todas las pruebas estaban por encima de  $\mu = 0,70$ , y claramente no mostraron la tendencia monótonamente decreciente asumida por otros autores.

El valor medio de rozamiento fue de aproximadamente  $\mu = 0,80$ .

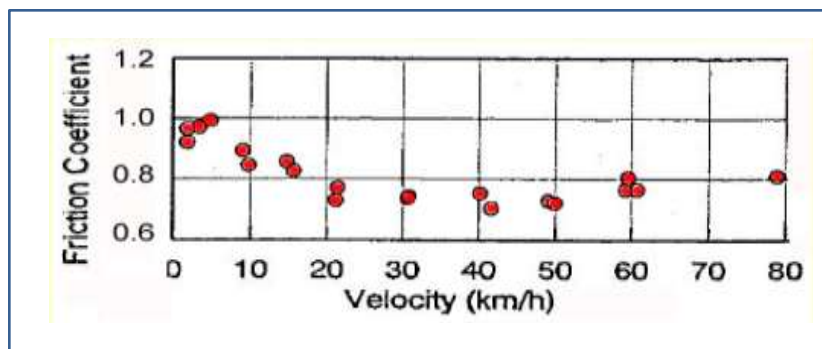


Figura 2.8 - Variación del coeficiente de fricción con la velocidad - [Yamazaki, Shunichi, 1998].

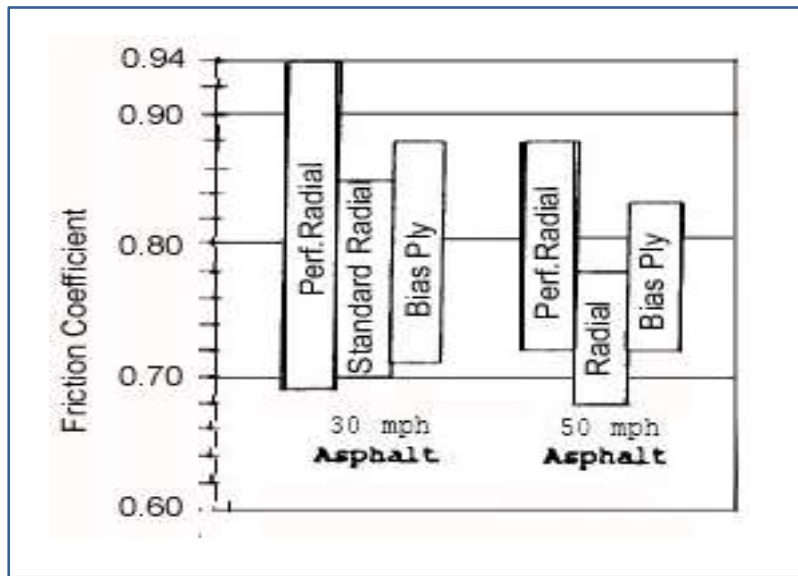
## CAPITULO 2

### 2.1.7.4 – SAE Paper 900103 -1990:

Estudios de [Wallingford, et al., 1990] se realizaron sobre vehículos entre 30 mph y 50 mph, con tres diferentes tipos de neumáticos: "Radiales, Producción Estándar y Diagonal."

Las pruebas fueron ejecutadas en pavimento seco y con neumáticos en buen estado, dando como resultado el factor de arrastre de  $0,77 \text{ g} \pm 0,08$  para las pruebas realizadas a 30 mph y  $0,76 \text{ g} \pm 0,08$  para pruebas a 50 mph.

Los datos de las pruebas se muestran en la Figura 2.9



**Figura 2.9** - Coeficientes de fricción de neumático-carretera sobre superficies de concreto y de asfalto [Wallingford, et al. ,1990]

### 2.1.7.5 – SAE Paper 01-1398 -2006:

En este documento [Bartlett, et al., 2006] junto con otros investigadores, reportaron los resultados de una serie de pruebas de rozamiento realizadas por varios operadores que utilizaron diferentes vehículos en 7 sitios disímiles. Durante uno de los acontecimientos descritos en el documento, el vehículo fue probado en tres sitios desiguales.

Los sitios fueron elegidos específicamente porque parecían ser muy diferentes unos de otros en la condición de pavimentación. Los resultados de las pruebas fueron:  $\mu = 0.741$ ,  $\mu = 0.717$ , y  $\mu = 0.777$  (medidos con un equipo VC 3000).

En un evento diferente, con diferentes vehículos antideslizantes probado en dos sitios.

## CAPITULO 2

Los resultados de estos ensayos se exponen en la Tabla 2.12 siguiente.

**Tabla 2.12** - Pruebas de rozamiento – SAE Paper 01-1398-2006

	<b>Sitio 3</b>	<b>Sitio 5</b>
F 150 -0	0,711	0,713
F 150 -1	0,710	0,715
F 150-2	0,724	NA
White Crown Vic.1	0,801	0,769
White Crown Vic.2	0,810	0,778
Jeep Cherokee 1	0,822	0,730
Jeep Cherokee 2	NA	0,746
Gold Crown 1	0,826	0,747
Gold Crown 2	0,833	0,772
Astro 2	0,744	0,732
Astro 3	0,769	0,729
<b>Valor medio</b>	<b>0,778</b>	<b>0,743</b>
<b>Desvió Estándar</b>	<b>0,048</b>	<b>0,023</b>

### 2.1.7.6 – SAE Paper 01-1281-2001:

Se informó los resultados de 50 pruebas de rozamiento realizadas con 3 vehículos diferentes.

La tabulación de los datos de los resultados para cada vehículo se muestra en la Tabla 2.13. [Overgaard, et al., 2001]

**Tabla 2.13** – Pruebas de rozamiento – [SAE Paper 01-1281-2001]

<b>Resultados de la Prueba de derrape</b>			
	<b>Hyundai</b>	<b>Suzuki</b>	<b>Toyota</b>
<b>Valor Medio</b>	0,808	0,714	0,70
<b>Desvió Estándar</b>	0,050	0,043	0,042
<b>Cantidad</b>	20	13	17

## CAPITULO 2

### 2.1.7.7 – Estudio de Delanne Y. y otros:

Los estudios mostraron que la prueba de rozamiento en diferentes cargas normales tenía un menor efecto en los resultados, pero en todos los casos, el valor medio de rozamiento fue mayor a  $\mu = 0,75$ . [Delanne, et al., 2001].

La tabla de los valores de fricción se muestra en la Figura 2.10 a continuación.

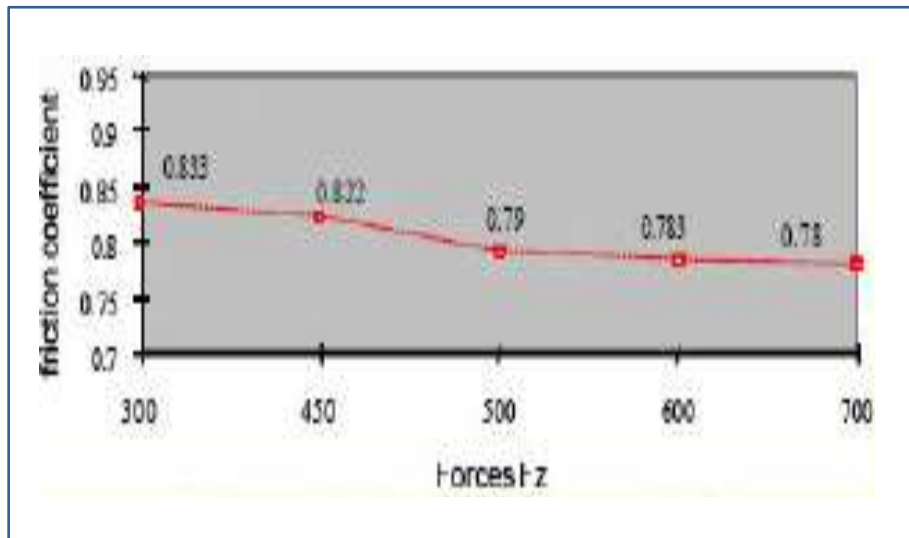


Figura 2.10 - Valores de fricción – [Delanne, et al., 2001]

### 2.1.7.8 – SAE Paper 980367-1998:

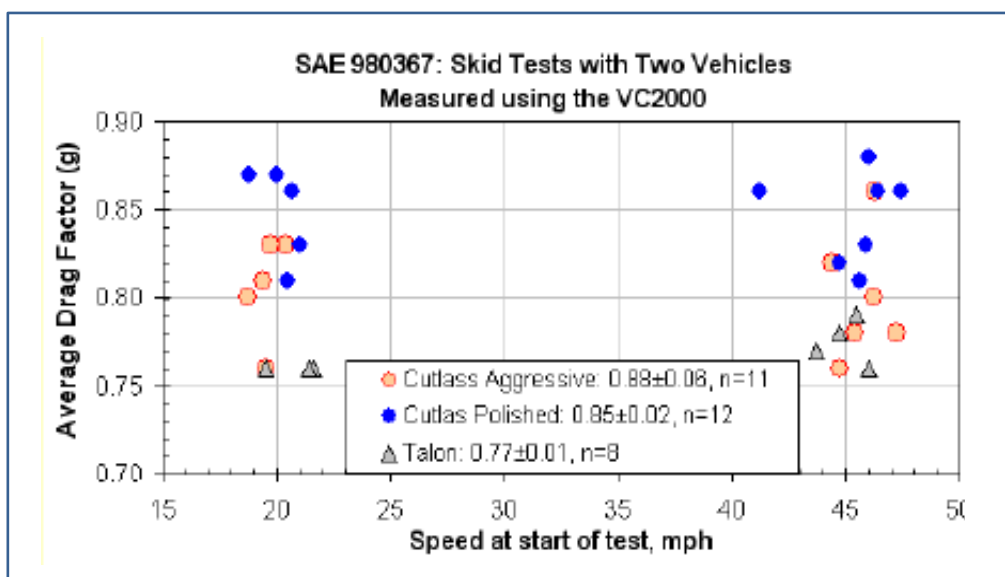
Se informó sobre las pruebas de fricción realizadas con dos vehículos, con superficies de ensayo que incluyen un pavimento particularmente agresivo y una superficie caracterizada como "pulido". [Brach, et al., 1998].

Los resultados que se informaron sobre la base de varias formas posibles de calcular el factor medio de fricción. La técnica más fiable parece ser el VC 2000 que se muestra a continuación.

Se usó la distancia total de frenado y una velocidad de entrada medida con radar, los valores computados se muestra a continuación en la Figura 2.11.

Por las distintas pruebas, ningún valor estaba por debajo de 0,70, incluso sobre la base de la distancia total de parada, con valores medios globales basados en las dos técnicas que se utilizaron:  $\mu = 0,76$  (Radar / Distancia) y  $\mu = 0,81$ .

## CAPITULO 2



**Figura 2.11** – Pruebas de fricción – [Brach, et al. , 1998]

### 2.1.7.9 – Estudio de Richl L. y Sayed T.:

Se consideró la distribución normal para el coeficiente de fricción en pavimentos secos, esta hipótesis fue probada y ha demostrado ser válido el uso de una prueba de Chi-cuadrado. [Richl y Sayed, 2005].

La Tabla 2.14 muestra los valores medios y la desviación estándar utilizados para las distribuciones de fricción en el pavimento mojado y pavimento seco.

**Tabla 2.14** – Coeficiente de Fricción [Richl y Sayed , 2005]

Condición del Pavimento	Velocidad Media (Km/h)	Valor Medio	Desvió Standard
Distribución Húmeda	80,4	0,4192	0,0913
Distribución Húmeda	85	0,4013	0,0913
Distribución Húmeda	90	0,3826	0,0913
Distribución Húmeda	95	0,3571	0,0913
Distribución Húmeda	99,8	0,3498	0,0913
Distribución Seco	Todas las velocidades	0,8852	0,0949

## CAPITULO 2

### 2.1.7.10 – Síntesis del Apartado 2.1.7:

Además de la distancia cubierta durante la fricción, marcadores de disparo incorporan el tiempo de retraso para el sistema de frenos para construir presión, y al hacerlo siempre generan distancias más largas que las de frenado real, lo que resulta en valores de fricción que son inferiores al real.

También se consideró en todas las pruebas, haber utilizado solamente los frenos delanteros o traseros.

Para las pruebas donde los resultados se calcularon por dos sistemas basados en el acelerómetro, comparando esos números y llevando todos los casos en que los dos dispositivos no estaban de acuerdo en más de 0,02.

Ciento cincuenta y nueve (159) pruebas permanecieron con una **media de  $\mu = 0,76 \pm 0,061$** . Como se muestra en la Figura 2.12.

La curva normal ajustaría con los datos: pero los datos son poco confiables (curtosis = 0,76) y que es un poco ponderada a la gama baja (asimetría = - 0,49).

Pero la herramienta estadística, promedio y desviación estándar, parece bastante representativa. La gráfica de probabilidad para este conjunto de datos se muestra en las Figuras 2.13 y 2.14.

Un conjunto de **datos distribuidos normalmente** formaría una línea recta. Aunque la mayoría de los valores de gama media hacen formar una línea (en una pendiente más pronunciada, o la distribución más apretada que el valor global se indica), los valores finales, especialmente los valores de gama baja no son tan cerca de la línea.

Los puntos que se desvían de la línea pueden ser el resultado de deficiencias mecánicas en el vehículo bajo prueba, errores en la realización de la prueba, los errores de medición, incluso los errores de transcripción.

## CAPITULO 2

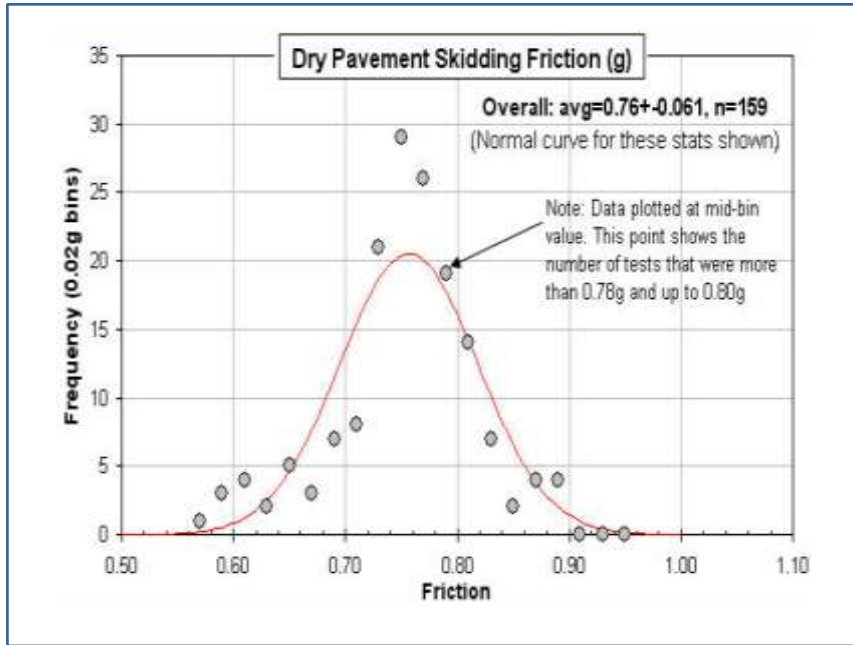


Figura 2.12 – Distribución normal del coeficiente de fricción en pavimento seco

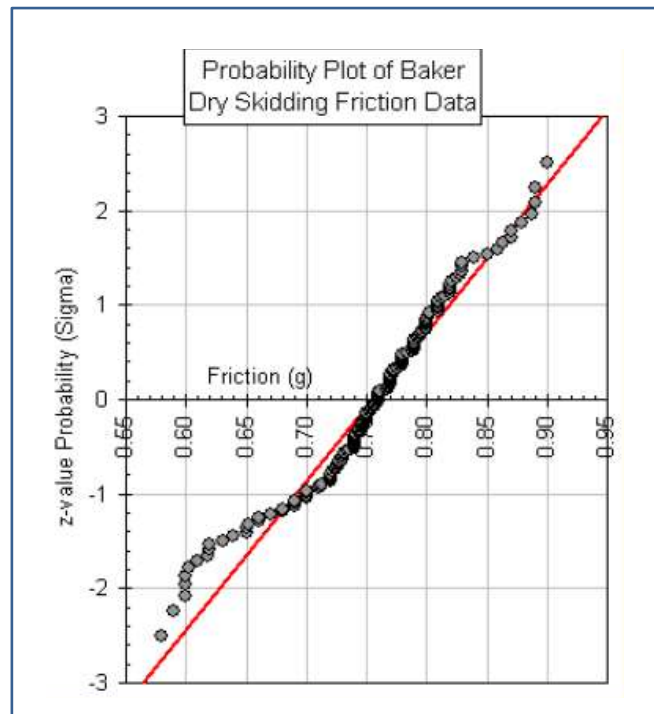


Figura 2.13 – Prueba de normalidad del coeficiente de fricción

Los datos anteriores muestran que hay poco o ningún apoyo en la literatura reciente para la gama baja de los valores citados en los manuales para pavimento seco y limpio.

## CAPITULO 2

La evaluación de los valores de fricción reportados de múltiples fuentes diferentes utilizando una variedad de vehículos, conductores, superficies, herramientas de medición y análisis técnicas, proporcionan valores promedio **en el rango de 0,76 con desviaciones estándar de 0,04 a 0,07**.

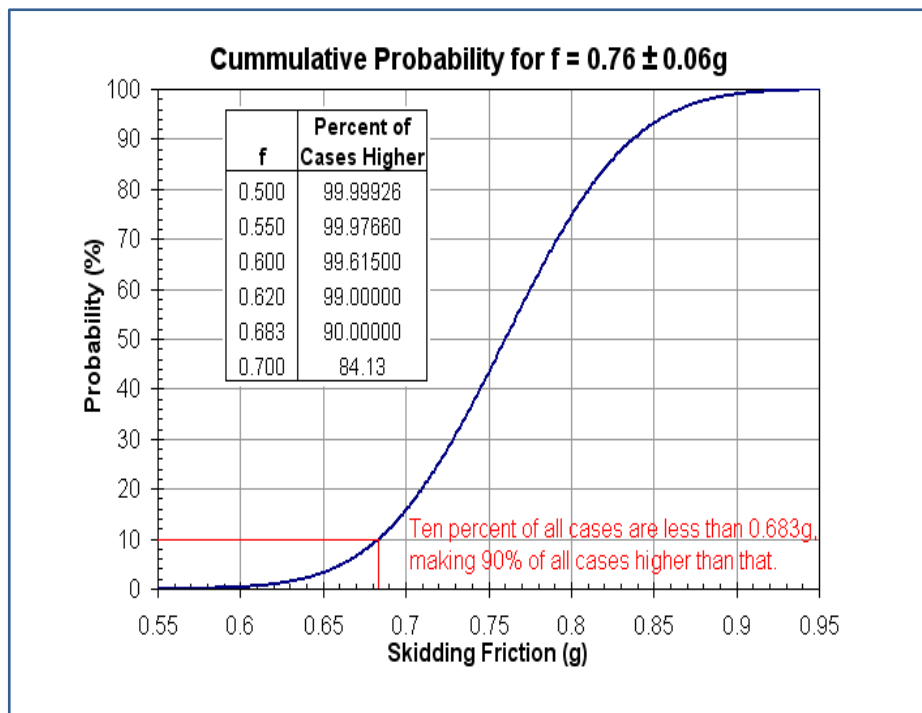
**Teniendo en cuenta un promedio de  $\mu = 0,76 \pm 0,06$ , el 95% de todos los casos se puede esperar un intervalo entre 0,64 y 0,88.**

La Figura 2.14, muestra la distribución de probabilidad acumulativa para estas estadísticas.

Salvo cosas realmente inusuales que debería ser obvio para alguien en la escena del accidente (la fusión del caucho del neumático, existencia de tormentas de arena previas al incidente, etc.), utilizando un valor de 0.6 para pavimento limpio y seco es bastante conservador, y representa algo menos del 4 % en 1.000 casos, o dicho de otra manera, es más bajo en el 99,61% de todos los casos.

Incluso un valor de  $\mu = 0,7$  es menor en más del 84,1% de todos los casos y podría ser fácilmente denomina "conservadora" para muchas aplicaciones.

El valor mínimo de  $\mu = 0,55$ , aunque no imposible, dada la naturaleza distribuida normalmente de los acontecimientos del mundo real, es poco probable que ocurra aproximadamente una vez en 4.273 casos.



**Figura 2.14 – Probabilidad acumulada del coeficiente de fricción**

## CAPITULO 2

### 2.1.8 – La fricción de los neumáticos durante el frenado rueda bloqueada:

Valores más exactos del coeficiente de fricción neumático-carretera son un elemento esencial para una reconstrucción de una colisión precisa. [Goudie, et al.,2000].

Estas aportaciones teóricas actualizan los datos de fricción de los neumáticos de tres grados de venta (económico, turismo y de rendimiento) en negocios especializados en la venta de neumáticos, disponibles tanto en condiciones mojadas o secas.

Las diferencias entre los neumáticos y las condiciones de la carretera utilizando pruebas de frenado con rueda bloqueada solo para vehículo de pasajeros en una sola superficie de la carretera en más de seis con días consecutivos de pruebas. Ver Tabla 2.15.

**Tabla 2.15** – Coeficiente de fricción [Goudie, et al., SAE 1314-2000].

Tipo de Neumático	sSKID / sBRAKE		dKE /KE	
	Media	Desvió	Media	Desvió
Económico	0,93	0,05	0,14	0,09
Turismo	0,87	0,04	0,24	0,08
Rendimiento	0,91	0,04	0,18	0,07
Todos	0,90	0,05	0,19	0,09

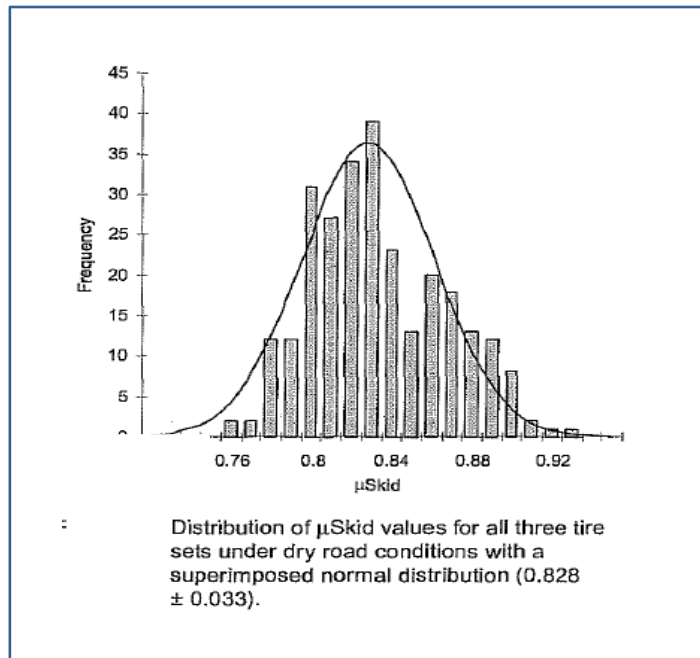
Media y desviación estándar para la distancia de deslizamiento (sSKID) como proporción de la distancia de frenada (sBRAKE), y la energía cinética disipada durante el intervalo de pre deslizamiento (dKE) como una proporción de la energía cinética total pre frenado (KE). (Solo para pruebas secas).

Los valores de fricción secos obtenidos a partir de la cuasi-estático pruebas de arrastre ( $0,94 \pm 0,06$ ) fue mayor que la fricción seca los valores obtenidos de las pruebas de arrastre dinámicas ( **$0,828 \pm 0,033$** ).

La diferencia entre los valores de la prueba de arrastre seco ( $0,94 \pm 0,07$ ) y las pruebas dinámicas húmedas generales ( $\mu$  derrape =  $0,579 \pm 0,035$ ) fue aún mayor.

Ambos resultados sugieren que las pruebas cuasi estática de arrastre que se utilizan para los neumáticos en la superficie real de carretera proporcionan una mala estimación de la fricción disponible en caso de derrape efectivo.

## CAPITULO 2



**Figura 2.15** - Distribución de valores del coeficiente de derrape para 3 tipos de neumáticos condiciones de carreteras secas con una distribución normal superpuesta ( $0,828 \pm 0,033$ ). [Goudie, et al., SAE 1314-2000].

La Figura 2.15, muestra que los experimentos han comprobado que la fricción calzada - neumático varía con el uso de los neumáticos económicos, de turismo o de rendimiento, tanto en condiciones humedecidas como en secas. Los datos también han demostrado que los valores de fricción sobre superficie seca de los neumáticos de automóviles modernos son más altos que los reportados en el pasado utilizando modelos con neumáticos antiguos y **que estas fricciones evaluadas se distribuyen normalmente.**

Para tener en cuenta, ajustes en el coeficiente pre derrape de frenado tanto en el vehículo que patina como en el inicio de los tiempos de percepción y reacción del conductor parecen estar justificadas.

### 2.1.9 - SAE Paper 940722-1994:

La Figura 2.16 siguiente, muestra el estudio realizado de [Brach R. M., 1994], sobre el coeficiente de fricción pavimento – neumático, donde se observa a tendencia de una Distribución Normal de los resultados.

## CAPITULO 2

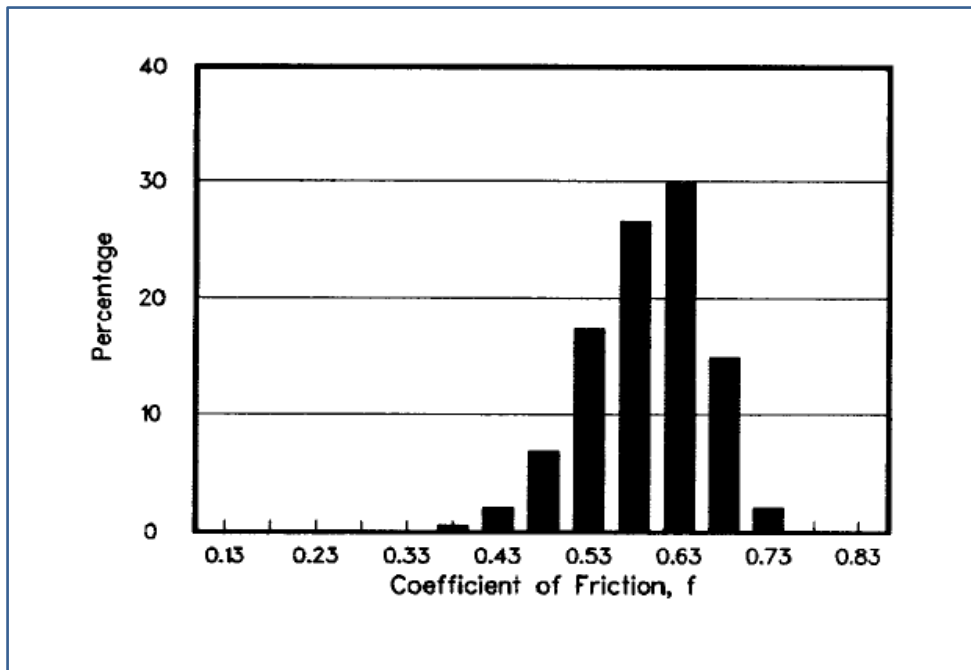


Figura 2.16 – Coeficientes de Fricción - [Brach R. M., 1994]

### 2.1.10 - Variaciones del Coeficiente de Rozamiento:

En relación con la **adherencia** que al frenar se produce una fricción o rozamiento entre la superficie de la carretera y la banda de rodadura de los neumáticos del automóvil, influyendo el mayor o menor agarre, además del estado de esta banda de rodadura, el grado de inflado (presión), velocidad a la que circule e incluso la temperatura del neumático, así como el estado y tipo de terreno. [Terroba García, 1999]

A la hora de establecer el “ $\mu$ ” o coeficiente de rozamiento neumático-calzada, indefectiblemente se acude a la siguiente Tabla 2.16:

## CAPITULO 2

**Tabla 2.16** – Variaciones del coeficiente de fricción - [Terroba García,1999]

Terreno	Estado del terreno	Neumáticos	
		Nuevos	Viejos
Asfalto	Seco	0,9 – 0,6	0,8 – 0,5
	Mojado	0,7 - 0,5	0,5 - 0,3
Hormigón	Seco	0,9 – 0,7	0,8 - 0,5
	Mojado	0,7 - 0,5	0,5 – 0,3
Barro	-	0,2	0,1
Hielo	-	0,05	0,05

Se da por entendido que los neumáticos están inflados a la presión óptima (no sobrecargados) que la velocidad y la temperatura no sean muy elevada y finalmente que el esfuerzo tangencial aplicado a la rueda en aceleración no provoque un deslizamiento importante.

Pero esto ¿es realmente así? Una alteración de estos parámetros puede llegar a modificar grandemente el coeficiente de **adherencia** elegido y, en consecuencia, lo más importante: **el resultado**.

Para comprender es preciso que se profundice, analizar por ejemplo y en primer lugar, qué sucede con la velocidad.

Cuando ésta aumenta el coeficiente de **adherencia** disminuye; esta reducción, representada en la Figura siguiente en función de la velocidad expresada en km/h, es debida, de una parte, al rebote de la rueda y de otra, a la acción de la fuerza centrífuga que reduce la superficie de contacto.

Si se observa el gráfico Figura 2.17, ya a 100 km/h el coeficiente de rozamiento queda reducido al 70 % de su valor. A 150 km/h su valor desciende hasta el 55 %.

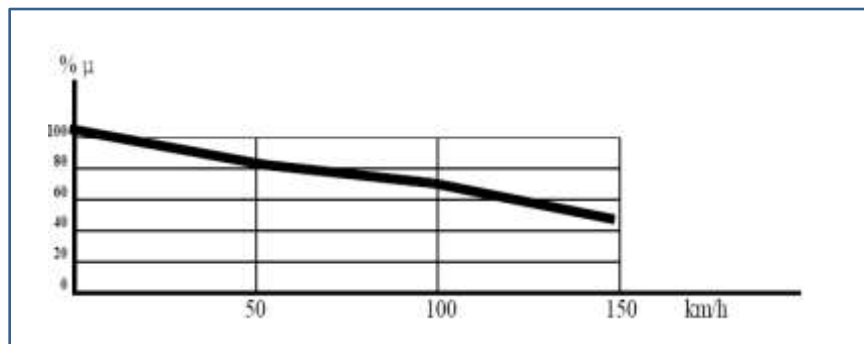
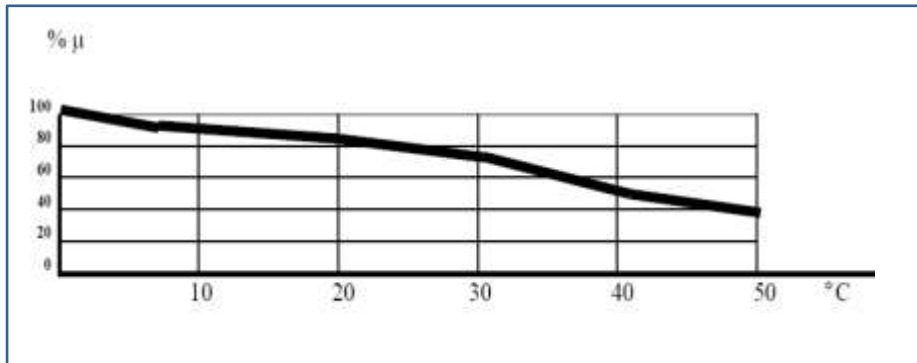


Figura 2.17 – Variación del coeficiente de rozamiento

## CAPITULO 2

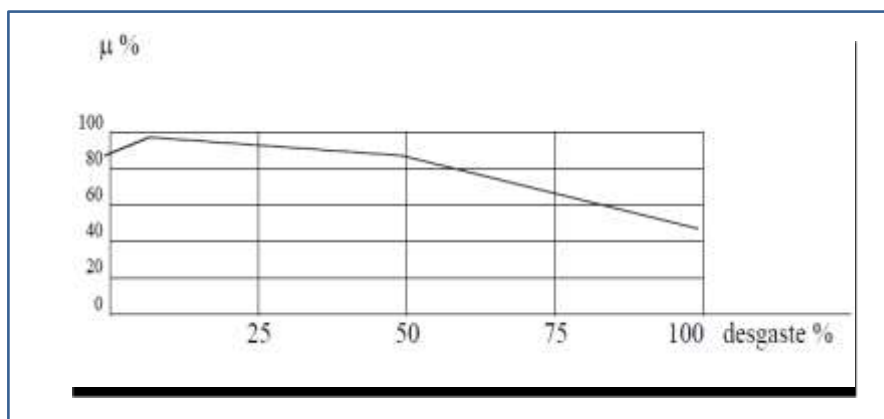
¿Con la temperatura? Regularmente el coeficiente de **adherencia** disminuye cuando la temperatura aumenta debido, ciertamente, a la disminución simultánea de la resistencia al deslizamiento y de la resultante de las fuerzas de compresión y descompresión. Ver Figura 2.18.

Si la temperatura del neumático es, por ejemplo, de 40 °c, el coeficiente de rozamiento correspondiente se reduce a un 55 % de su valor en frío.



**Figura 2.18** - Variación del coeficiente de rozamiento

¿Con la profundidad del dibujo? Similar, ya que el grado de desgaste influye y mucho sobre el coeficiente de **adherencia** aumentando ligeramente al comienzo de la utilización del neumático, pero disminuyendo a partir del 12,5 % de desgaste en la medida que se muestra a continuación, en la Figura 2.19.



**Figura 2.19** - Variación del coeficiente de rozamiento

Respecto a esto, Uniroyal tiene exhibido un estudio muy interesante sobre la distancia de frenado con lluvia (con sus propios neumáticos) en conclusiones tales como que con profundidades de perfil de 1,6 mm, el coeficiente de rozamiento se reduce casi un 70 % del que corresponde a una profundidad de 8 mm (neumático nuevo).

## CAPITULO 2

O lo que es lo mismo, y para deducir, que a 130 km/h se recorren 84 metros más hasta la total detención del vehículo.

¿Con la presión? ¿Con el deslizamiento? También se altera la **adherencia**.

Además, todos estos factores se interrelacionan; de forma que, por ejemplo, un vehículo que circule sobre un firme de hormigón seco, a 100 kilómetros por hora, con un desgaste en sus neumáticos del 30 %, y estos con una temperatura de 40°C; su coeficiente teórico de **adherencia** de (según tabla) **0,60**, se transforma en:

**0,19** ( $0,70 \times 0,95 \times 0,50 \times 0,60$ ) una tercera parte, y sin tener en cuenta el deslizamiento.

Se desprende pues, la mucha importancia del coeficiente de **adherencia**. Excesivo como para dejar a lo que diga una inalterable Tabla de consulta.

Se deduce entonces, que el coeficiente de **adherencia** debe ser inducido con cuidado y tras un detenido estudio.

Aunque, para ello se necesita disponer de toda esta importante información que se ha expuesto.

Y ahora se puede preguntar: ¿cuántas veces se dispone de esta información? Pues casi nunca.

Solamente en contadas ocasiones se ha podido observar en los testimoniales alguna referencia a los neumáticos, aunque limitada al grado de uso y nada más. [Duchene y Charloteaux , Libro Frenos]

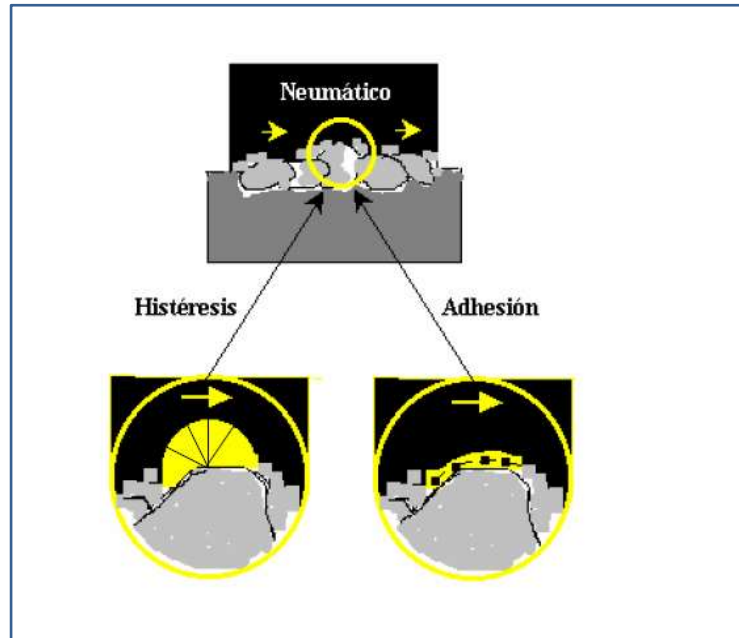
### 2.1.11 - Factores que afectan el valor del coeficiente de rozamiento en curvas:

Los principales responsables de la fricción de la goma neumática son la adhesión e histéresis. La adhesión corresponde al esfuerzo de corte de la superficie de contacto, en cambio, histéresis es causada por pérdida de amortiguamiento en la goma, cuando ésta es desgastada sobre y alrededor de las partículas minerales. [Echaveguren, T.] Ver Figura 2.20.

El deslizamiento en una carpeta de rodado está condicionada por: las características del pavimento (tipo, composición y adherencia), la densidad del tránsito, condiciones del lugar, contaminación en la superficie (aceite, polvo, goma, etc.), grado de humedad en la superficie y temperatura.

En la Tabla 2.17 se enumeran los principales factores que afectan la fricción suministrada y demandada.

## CAPITULO 2



**Figura 2.20** - Fricción Goma del Neumático (adhesión e histéresis)

**Tabla 2.17** - Factores que afectan la fricción demandada y suministrada

Fricción Demandada	Fricción Suministrada
Velocidad	Velocidad
Aceleración y frenado	Neumático
Características del vehículo	Pavimento superficial : micro y macro textura, drenaje y pendiente transversal
Condiciones climáticas: viento, rocío y visibilidad	
Geometría del camino: curvatura , peralte y arrastre	Condiciones climáticas: precipitación, temperatura y efectos cíclicos.

Al comparar y sacar conclusiones se deben tener presente los factores que influyen en el valor del coeficiente de fricción.

- **Adherencia**

Se relaciona con la estructura geométrica de la superficie de rodado formada por áridos y ligante de unión. Las propiedades de la mezcla dependen de la naturaleza y granulometría de los áridos, del ligante utilizado y de su composición.

La adherencia que presenta un pavimento (micro y macro textura) expresa la buena o mala fricción y el grado de drenaje que posee.

## CAPITULO 2

- **Macro textura:** Corresponde a los intersticios generados debido a la distribución de áridos en la superficie. Afecta en la capacidad de drenaje que tiene la superficie del pavimento para despejar el agua de la superficie, lo cual permite un mejor contacto entre el neumático y la superficie de rodado.
- **Micro textura:** Influye en la fricción entre el neumático y la superficie de rodado. Es la característica propia del árido expuesto.

- **Presencia de agua en la superficie**

El espesor de la película de agua sobre la calzada en ocasiones produce pérdida de control, lo cual es conocido como hidroplaneo.

El hidroplaneo se produce cuando el espesor de la película es apreciable y el vehículo viaja a alta velocidad y en texturas muy finas que no dan tiempo de evacuar el agua entre el neumático y el pavimento. Los neumáticos pierden contacto con la superficie del pavimento.

- **Naturaleza del árido que constituye la naturaleza de la calzada**

Condiciones de desgaste y pulimento, que afectan directamente a la adherencia entre neumático y superficie de rodado, dependen de la naturaleza y forma del árido. Esto da las propiedades a la calzada, influye en su vida útil y en la seguridad de la conducción.

- **Naturaleza del ligante utilizado.** (cemento, betún, alquitrán)

Exceso del ligante es nocivo y disminuye el roce.

- **Estacionalidad**

El coeficiente de fricción para una misma vía cambia dependiendo del período en que se realice la medición, verano-invierno.

- **Presión de inflado del neumático**

Mientras mayor sea la presión de inflado del neumático, menor será el área de contacto neumático-pavimento, por lo tanto, la fricción entre ambas superficies disminuye.

- **Velocidad del vehículo**

A medida que la velocidad aumenta existe la tendencia a la disminución del rozamiento.

- **Importancia del tráfico**

Esto va unido con la categoría de la vía. El volumen y tipo de tráfico que circule influirá en el pavimento.

## CAPITULO 2

La pérdida de la capacidad de adherencia del pavimento constituye un factor de riesgo que afecta la seguridad del tránsito. La resistencia al deslizamiento está directamente relacionada con el coeficiente de rozamiento del pavimento, ya que esa resistencia es producto del coeficiente de rozamiento por la fuerza normal que actúa sobre el pavimento.

Todas las carpetas de hormigón, asfalto u otras, que se construyan o reparen, en vías urbanas, deberán presentar un coeficiente de rozamiento mínimo cuyo valor se especifica en la Tabla 2.18.

**Tabla 2.18** – Valores mínimos de coeficiente de rozamiento

<b>Tipo de sitio</b>	<b>Coefficiente de Rozamiento</b>
1 Rotondas 2 Curvas con radios menores a 150 m 3 Pendientes 1/20 o mayores y pendientes de largos mayores a 100 m 4 Aproximaciones a cruces semaforizados en vías no restringidas	<b>0,55</b>
Vías interurbanas de categoría autopista primaria y colectora. Vías urbanas con tráfico con flujos mayores que 200 Veh./día	<b>0,5</b>
Todas las demás vías	<b>0,4</b>

## CAPITULO 2

### 2.1.12 – Coeficiente Rozamiento Pavimento - Neumático de goma:

**Tabla 2.19 - Posibles valores del coeficiente "μ" - Fuente SAE 830612**

Descripción de la superficie	SECA				HÚMEDA			
	Menos de 50 km/h.		Más de 50 Km/hora		Menos de 50 km/h.		Más de 50 Km/hora	
	De	A	De	a	De	A	De	A
<b>Cemento</b>								
Nuevo, liso	0.80	1.20	0.70	1.00	0.50	0.80	0.40	0.75
Usado	0.60	0.80	0.60	0.75	0.45	0.70	0.45	0.65
Pulimentado por el tráfico	0.55	0.75	0.50	0.65	0.45	0.65	0.45	0.60
<b>Asfalto o Alquitrán</b>								
Nuevo, liso	0.80	1.20	0.65	1.00	0.50	0.80	0.45	0.75
Usado	0.60	0.80	0.55	0.70	0.45	0.70	0.40	0.65
Pulimentado por el tráfico	0.55	0.75	0.45	0.65	0.45	0.65	0.40	0.60
Con exceso de alquitrán	0.50	0.60	0.35	0.60	0.30	0.60	0.25	0.55
<b>Adoquín</b>								
Nuevo, liso	0.75	0.95	0.60	0.85	0.50	0.75	0.45	0.70
Pulimentado por el tráfico	0.60	0.80	0.55	0.75	0.40	0.70	0.40	0.60
<b>Piedra compacta</b>								
Nuevo, liso	0.75	1.00	0.70	0.90	0.65	0.90	0.60	0.85
Pulimentado por el tráfico	0.50	0.70	0.45	0.65	0.30	0.50	0.25	0.50
<b>Grava</b>								
Apisonada, con riego asfáltico	0.55	0.85	0.50	0.80	0.40	0.80	0.40	0.60
Suelta	0.40	0.70	0.40	0.70	0.45	0.75	0.45	0.75
<b>Escorias</b>								
Compactadas	0.50	0.70	0.50	0.70	0.65	0.75	0.65	0.75
<b>Piedra</b>								
Machacada	0.55	0.75	0.55	0.75	0.55	0.75	0.55	0.75
<b>Hielo</b>								
Liso	0.10	0.25	0.07	0.20	0.05	0.10	0.05	0.10
<b>Nieve</b>								
Compactada	0.30	0.55	0.35	0.55	0.30	0.60	0.30	0.60
Suelta	0.10	0.25	0.10	0.20	0.30	0.60	0.30	0.60
<b>Reja metálica</b>								
Con ranuras	0.70	0.90	0.35	0.75	0.25	0.45	0.20	0.35

## CAPITULO 2

### 2.1.13 - Estimación del Coeficiente de Restitución:

En cualquier choque de dos cuerpos sólidos, el grado de anelasticidad del impacto es representado por el coeficiente de restitución  $e$ . El término anelasticidad indica el apartamiento de la condición ideal de choque elástico ( $e = 1$ ) o de proximidad al caso opuesto, también ideal, de plasticidad absoluta, ( $e = 0$ ).

En el caso general de un choque de dos vehículos con velocidades  $v_1$  y  $v_2$  que se separan a velocidades  $v'_1$  y  $v'_2$  respectivamente, el coeficiente de restitución del choque se expresa mediante la relación:

$$e = \frac{-(v'_1 - v'_2)}{(v_1 - v_2)} \quad (2.2)$$

En los ensayos de choque de vehículos contra barreras rígidas, como la masa del objeto embestido es muy grande respecto de la masa del móvil embistente y su velocidad previa y posterior al impacto es nulo ( $v_2 = v'_2 = 0$ ), la expresión (2.2) queda reducida a:

$$e = -\left(\frac{v'}{v_i}\right) \quad (2.3)$$

El valor del coeficiente ' $e$ ' en este caso resulta una característica propia del automóvil ensayado, cualidad que engloba la rigidez media de la zona deformada en la colisión, como producto de las formas y de los materiales constitutivos.

Cuando se trata de determinar las velocidades previas al impacto, el coeficiente de restitución no puede calcularse con las ecuaciones (2.2) o (2.3). De allí que se ha tornado importante el problema de su determinación por otros medios.

Como se ha mencionado, la restitución es un fenómeno asociado a la respuesta de los materiales durante un choque. Sin embargo, históricamente se ha relacionado el valor del coeficiente de restitución ' $e$ ' con el grado de severidad del impacto.

Este concepto nunca ha sido definido en forma rigurosa por los autores americanos, que desarrollaron empíricamente el concepto de severidad de la colisión, pero en las expresiones matemáticas siempre está de alguna manera relacionado con la variación de velocidad del vehículo ( $\Delta V$ ), o más indirectamente con el módulo de la velocidad de impacto  $v_i$ . En este contexto conceptual [Sato T., et al., 1967] propuso la siguiente ecuación empírica:

$$e = 0,574 \cdot e^{(-0,1419 V)} \quad (2.4)$$

Donde  $v$  es el módulo de la velocidad de impacto expresado en m/s.

## CAPITULO 2

El investigador [Vincent Antonetti, 1988] amplió el universo con velocidades de impacto entre vehículos con y sin amortiguadores de impacto, entre 0,5 - 8,8 m/s y entre 2 - 32 km/h, proponiendo la ecuación:

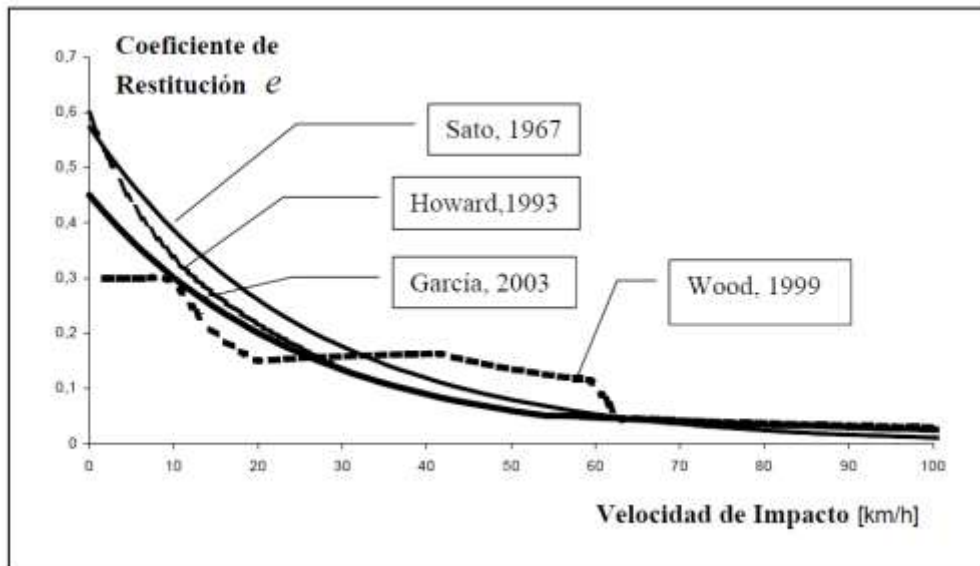
$$e = 0,5992 \cdot e^{(-0,2508 V + 0,01934 V^2 - 0,001279 V^3)} \quad (2.5)$$

En relación con el empleo de modelos dinámicos en el análisis de colisiones, se ha sugerido una corrección de la ecuación (2.4) que resulta atractiva y de fácil manejo en las estimaciones analíticas, por su simplicidad.

La corrección sugerida se expresa de la siguiente manera:

$$e = 0,45 \cdot e^{(-0,145 V)} \quad \text{para } v < 15 \text{ m/s} \quad (2.6)$$

$$e = 0,12 \cdot e^{(-0,055 V)} \quad \text{para } v > 15 \text{ m/s} \quad (2.7)$$



**Figura 2.21**

Coeficiente de Restitución "e" vs Velocidad de impacto (Km/h) rango 0 a 100. Comparación de las ecuaciones de [Sato, T., et al .1967], [Howard R., et al. 1993], [García Aníbal, 2011] y el criterio de [Wood D. 1999].

En la Figura 2.21 se grafican las ecuaciones, en línea punteada se intercala una función derivada del criterio de Wood, que representa el criterio más ajustado al caso, en el actual estado del arte. Su observación permite determinar tres zonas diferenciadas del problema de la restitución.

## CAPITULO 2

### 2.2 – SEGUNDA PARTE: Conceptos Teóricos

En esta sección se enuncian las bases teóricas, enfoques y conceptos teóricos que se aplican a la Tesis surgen como consecuencia de la relación con el objeto en estudio,

#### 2.2.1 – Simulación y Análisis de Modelos Estocásticos:

Un modelo es una representación de la realidad desarrollada con el propósito de estudiarla. En la mayoría de los análisis no es necesario considerar todos los detalles de la realidad, entonces, el modelo no sólo es un sustituto del contexto sino también una simplificación de ella. [Azarang y Garcia , 2017]

Tomando en cuenta las herramientas que se utilizan, una clasificación de los modelos daría como resultado:

##### 2.2.1.1 – Clasificación de los Modelos:

Se podría decir que un modelo de las ciencias físicas es una traducción de la realidad física de un sistema físico en términos matemáticos, es decir, una forma de representar cada uno de los tipos entidades que intervienen en cierto proceso físico mediante objetos matemáticos.

Las relaciones matemáticas formales entre los objetos del modelo, deben representar de alguna manera las relaciones reales existentes entre las diferentes entidades o aspectos del sistema u objeto real. Así una vez "traducido" o "representado" cierto problema en forma de modelo matemático, se pueden aplicar el cálculo, el álgebra y otros instrumentos matemáticos para deducir el comportamiento del sistema bajo estudio.

Un modelo físico requerirá que se pueda seguir el camino inverso al modelado, permitiendo reinterpretar en la realidad las predicciones del modelo.

##### 2.2.1.2 – Según la Información de Entrada:

Con respecto a la función del origen de la información utilizada para construir los modelos pueden clasificarse de otras formas.

Podemos distinguir entre modelos heurísticos y modelos empíricos:

## CAPITULO 2

- **Modelos heurísticos** (del griego euriskein 'hallar, inventar'). Son los que están basados en las explicaciones sobre las causas o mecanismos naturales que dan lugar al fenómeno estudiado.
- **Modelos empíricos** (del griego empeirikos relativo a la 'experiencia'). Son los que utilizan las observaciones directas o los resultados de experimentos del fenómeno estudiado.

### 2.2.1.3 – Según el Tipo de Representación:

Además, los modelos matemáticos encuentran distintas denominaciones en sus diversas aplicaciones. Una posible clasificación puede atender si se pretende hacer predicciones de tipo cualitativo o se pretende cuantificar aspectos del sistema que se está modelizando:

- **Modelos cualitativos o conceptuales**, pueden usar figuras, gráficos o descripciones causales, en general se contentan con predecir si el estado del sistema irá en determinada dirección o si aumentará o disminuirá alguna magnitud, sin importar exactamente la magnitud concreta de la mayoría de aspectos.
- **Modelos cuantitativos o numéricos**, se usan números para representar aspectos del sistema modelizado, y generalmente incluyen fórmulas y algoritmos matemáticos más o menos complejos que relacionan los valores numéricos. El cálculo con los mismos permite representar el proceso físico o los cambios cuantitativos del sistema modelado.

### 2.2.1.4 – Según la Aleatoriedad:

Otra clasificación independiente de la anterior, según si a una entrada o situación inicial concreta pueden corresponder o no diversas salidas o resultados, en este caso los modelos se clasifican en:

- **Determinista**. Se conoce de manera puntual la forma del resultado ya que no hay incertidumbre. Además, los datos utilizados para sustentar el modelo son completamente conocidos y determinados.
- **No Determinista**. No se conoce el resultado esperado, sino su probabilidad y existe por lo tanto incertidumbre. Si las variables aleatorias del problema varían con el tiempo, entonces constituyen un proceso estocástico.

## CAPITULO 2

### 2.2.1.5 – Clasificación según su Aplicación u Objetivo:

Por su uso suele utilizarse en las siguientes tres áreas, sin embargo existen muchas otras como la de finanzas, ciencias etc.

- **Modelo de simulación o descriptivo**, de situaciones medibles de manera precisa o aleatoria, por ejemplo con aspectos de programación lineal cuando es de manera precisa, y probabilística o heurística cuando es aleatorio. Este tipo de modelos pretende predecir qué sucede en una situación concreta dada.
- **Modelo de optimización**. Para determinar el punto exacto para resolver alguna problemática administrativa, de producción, o cualquier otra situación. Cuando la optimización es entera o no lineal, combinada, se refiere a modelos matemáticos poco predecibles, pero que pueden acoplarse a alguna alternativa existente y aproximada en su cuantificación. Este tipo de modelos requiere comparar diversas condiciones, casos o posibles valores de un parámetro y ver cuál de ellos resulta óptimo según el criterio elegido.
- **Modelo de control**. Para saber con precisión como está una organización, investigación, área de operación, etc. Este modelo pretende ayudar a decidir qué nuevas medidas, variables o parámetros deben ajustarse para lograr un resultado o estado concreto del sistema modelado.

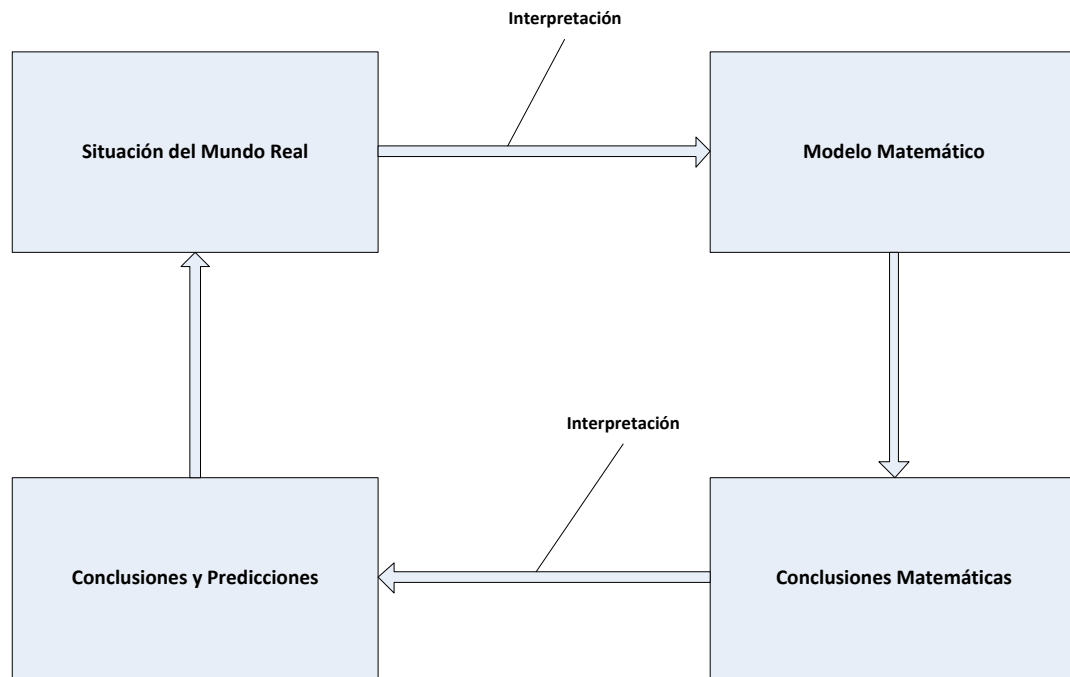
### 2.2.2 – Fases de Construcción de un Modelo Matemático:

#### 2.2.2.1 – Proceso de Modelización Matemática

El proceso de modelización matemática se puede describir en varios pasos. El número de pasos pueden ser:

1. Situación de un problema real. Interpretar e identificar factores importantes y representar estos factores en términos matemáticos.
2. Realizar un análisis matemático para obtener el Modelo Matemático.
3. Interpretar y evaluar los resultados matemáticos y ver cómo afectan al mundo real. Conclusiones matemáticas.
4. Conclusiones y Predicciones. Verificar hechos observados para ver si el modelo está prediciendo bien y si los resultados se concuerdan o se vuelve a la fase inicial. Ver **Figura 2.22**.

## CAPITULO 2



**Figura 2.22** – Proceso de Modelación Matemática

En muchos casos la construcción o creación de modelos matemáticos útiles sigue una serie de fases bien determinadas:

- **Identificación** de un problema o situación compleja que necesita ser simulada, optimizada o controlada y por tanto requeriría a un modelo matemático predictivo.
- **Elección del tipo** de modelo, esto requiere precisar qué tipo de respuesta u output pretende obtenerse, cuales son los datos de entrada o factores relevantes, y para qué pretende usarse el modelo. Esta elección debe ser suficientemente simple como para permitir un tratamiento matemático asequible con los recursos disponibles. Esta fase requiere además identificar el mayor número de datos fidedignos, rotular y clasificar las incógnitas (variables independientes y dependientes) y establecer consideraciones, físicas, químicas, geométricas, etc. que representen adecuadamente el fenómeno en estudio.
- **Formalización** del modelo en la que se detallarán qué forma tienen los datos de entrada, qué tipo de herramienta matemática se usará, como se adaptan a la información previa existente. También podría incluir la confección de algoritmos, ensamblaje de archivos informáticos, etc. En esta fase posiblemente se introduzcan también simplificaciones suficientes para que el problema matemático de modelización sea tratable computacionalmente.

## CAPITULO 2

- **Comparación de resultados** los resultados obtenidos como predicciones necesitan ser comparados con los hechos observados para ver si el modelo está prediciendo bien. Si los resultados no se ajustan bien, frecuentemente se vuelve a la fase inicial.

Es importante mencionar que una inmensa mayoría de modelos matemáticos ni son exactos y tienen un alto grado de idealización y simplificación, ya que una modelización muy exacta puede ser más complicada de tratar de una simplificación conveniente y por tanto menos útil. Es importante recordar que el mecanismo con el que se desarrolla un modelo matemático repercute en el desarrollo de otras técnicas de conocimientos enfocadas al área socio-cultural.

### 2.2.3 - Concepto de Proceso y Simulación Estocástica:

Un proceso estocástico es una colección o familia de variables aleatorias  $\{X_t, \text{ con } t \in T\}$ , ordenadas según el subíndice  $t$  que en general se suele identificar con el tiempo.

Por tanto, para cada instante  $t$  tendremos una o varias variables aleatorias distintas representada por  $X_t$ , con lo que un proceso estocástico puede interpretarse como una sucesión de variables aleatorias cuyos valores varían con el tiempo.

Un **fenómeno estadístico que evoluciona en el tiempo de acuerdo con leyes probabilísticas se llama Proceso estocástico.**

A los posibles valores que puede tomar la variable aleatoria se le denominaran estados, por lo que se puede tener un **espacio de estados discreto y un espacio de estados continuo.**

Por otro lado, la **variable tiempo puede ser de tipo discreto o de tipo continuo.**

Por lo tanto, dependiendo de cómo sea el conjunto de subíndices  $t$  y el tipo de variable aleatoria dado por  $X_t$  se puede establecer la siguiente clasificación de los procesos estocásticos:

- Si el conjunto  $t$  es continuo, se dirá que  $X_t$  es un proceso estocástico de parámetro continuo.
- Si por el contrario  $t$  es discreto, se dirá que nos encontramos frente a un proceso estocástico de parámetro discreto.
- Si para cada instante  $t$  la variable aleatoria  $X_t$  es de tipo continuo, se dirá que el proceso estocástico es de estado continuo.

## CAPITULO 2

- Si para cada instante  $t$  la variable aleatoria  $X_t$  es de tipo discreto, se dirá que el proceso estocástico es de estado discreto.

**Tabla 2.20** – Proceso Estocástico

	<b>Tiempo Discreto</b>	<b>Tiempo Continuo</b>
<b>Variable Discreta</b>	Proceso de estado discreto y tiempo discreto.	Proceso de estado discreto y tiempo discreto.
	Ejemplo: Unidades producidas mensualmente de un producto.	Ejemplo: Unidades producidas hasta el instante $t$ .
<b>Variable Continua</b>	Proceso de estado continuo y tiempo discreto.	Proceso de estado continuo y tiempo continuo.
	Ejemplo: Toneladas de producción diarias de un producto.	Ejemplo: velocidad de un vehículo en el instante $t$ .

### 2.2.3.1 - Procesos de Estado Continuo:

En un Proceso Continuo los cambios de estado se producen en cualquier instante y hacia cualquier estado dentro de un espacio continuo de estados.

Un concepto que debe ser definido es el de realización: una realización de una experiencia aleatoria es el resultado de una repetición de esa experiencia.

En ese caso, en un proceso estocástico o resultado del experimento aleatorio es una función del tiempo. Si se repite la experiencia, se obtiene otra realización distinta.

Los parámetros que más caracterizan el proceso estocástico continuo son:

- Se llama función de medias del proceso a una función de  $t$  que proporciona las medias de las distribuciones marginales para cada instante:  $\mu_t = E(X_t)$
- Se llama función de varianzas del proceso a una función de  $t$  que proporciona las varianzas de las distribuciones marginales para cada instante:  $\sigma_{2t} = Var(X_t)$

## CAPITULO 2

### 2.2.3.2 - Modelos Estocásticos O Probabilístico:

Un modelo es estocástico cuando al menos una variable del mismo es tomada como un dato al azar y las relaciones entre variables se toman por medio de funciones probabilísticas.

Sirven por lo general para realizar grandes series de muestreos, quitan mucho tiempo en el computador son muy utilizados en investigaciones científicas.

Para lograr modelar correctamente un proceso estocástico es necesario comprender numerosos conceptos de probabilidad y estadística.

Dentro del conjunto de procesos estocásticos se encuentra, por ejemplo, el tiempo de funcionamiento de una máquina entre avería y avería, su tiempo de reparación y el tiempo que necesita un operador humano para realizar una operación determinada.



Figura 2.23 – Modelo Determinístico



Figura 2.24 – Modelo Estocástico o Probabilístico

Todo Modelo estocástico (Figura 2.24) tiene como resultado una variable de salida que se define como una distribución de probabilidades.

### 2.2.3.3 - Simulación Estocástica:

Simular, es reproducir artificialmente un fenómeno o las relaciones entrada-salida de un sistema. Implementación de algoritmos de simulación para generación de variables aleatorias discretas y continuas.

## CAPITULO 2

### 2.2.4 – Mapa Conceptual del Tratamiento de la Tesis:

El diagrama de transición de un modelo determinístico a uno estocástico se refleja en la Figura 2.25.

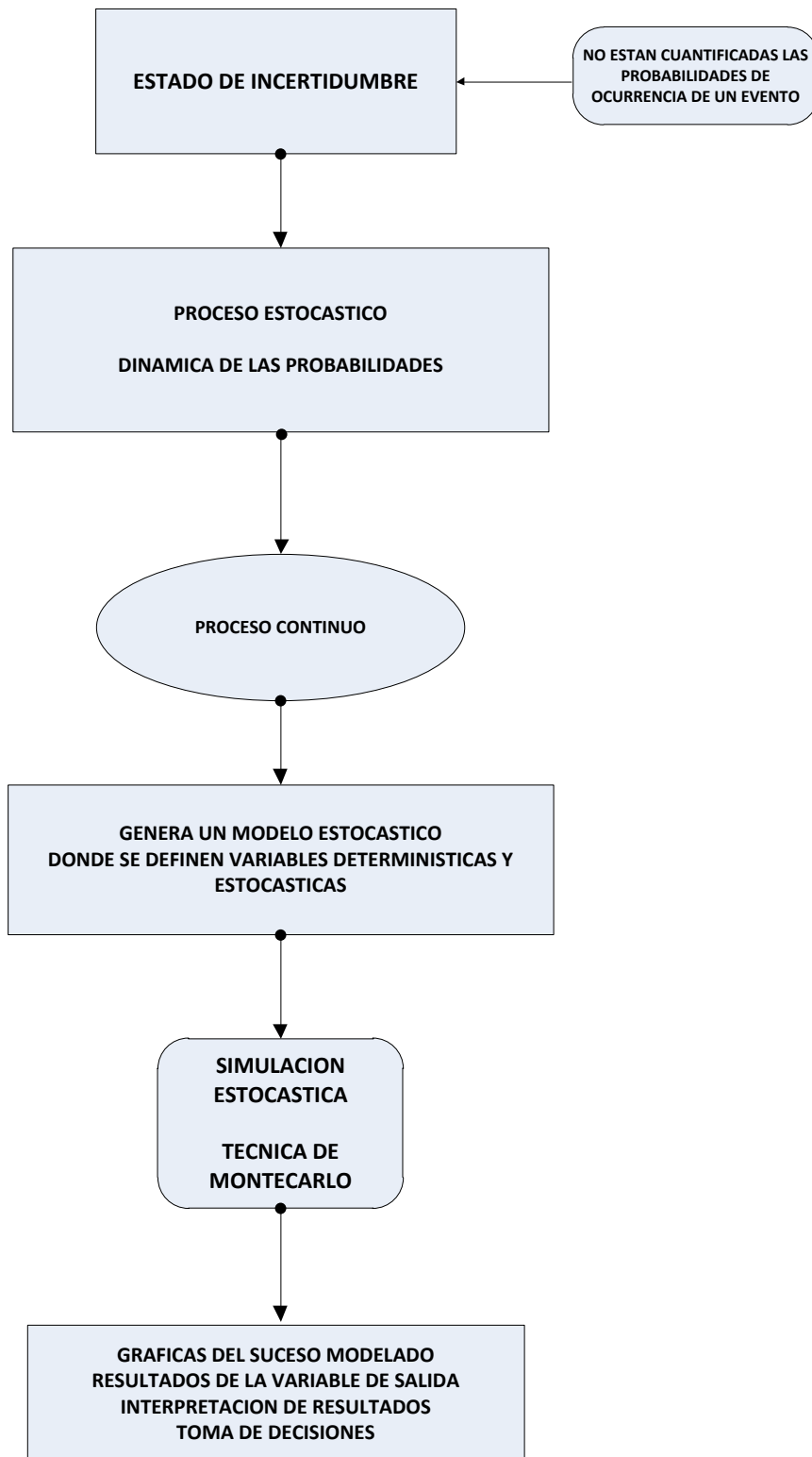


Figura 2.25 – Mapa Conceptual de la Tesis

### 2.2.5 - Teoría de la Confiabilidad:

#### 2.2.5.1 - Función de Falla – Probabilidad de Falla:

Esta teoría da pautas para definir a un método de análisis teniendo en cuenta la probabilidad de falla mediante modelos estocásticos. El análisis se basa en determinar que la probabilidad de falla adquiera un valor menor que el considerado mínimo aceptable. [Teoría de la Confiabilidad,1996] [Francis, et al., 2000] [Vrouwenvelder, 2000].

El objetivo del análisis de confiabilidad es determinar la probabilidad de falla de sistemas tomando en consideración las incertidumbres asociadas con el sistema. La respuesta se evalúa por medio de modelos basados en datos estadísticos recopilados previamente.

*Por lo tanto, no es una teoría física de las fallas, sino una teoría estadística, una teoría de probabilidades.*

Un estado límite es un evento predefinido, cuya ocurrencia debe lograr que la probabilidad de exceder el estado límite esté por debajo de una probabilidad aceptable para asegurar el adecuado comportamiento del sistema.

Se presume que es posible representar dicho evento, a través de un modelo matemático y calcular de este modo su probabilidad de ocurrencia.

La palabra confiabilidad designa la probabilidad con la que un sistema cumpla satisfactoriamente la función para la que fue diseñado, durante determinado período y en condiciones especificadas de operación. Así un evento que interrumpa ese funcionamiento se denomina falla.

Para un elemento para el cual la capacidad  $C$  es modelada como una variable aleatoria, y sujeta a una demanda  $D$  también aleatoria, la función que representa dicho estado límite será simplemente:

$$G(X) = C(X) - D(X) \quad (2.8)$$

La función del estado límite o función falla está definida de tal modo que los valores positivos de  $G(X)$  corresponden a situaciones seguras, y los negativos a situaciones de falla.

Es importante notar que la superficie de falla no define una función de falla única, ya que dicha superficie puede ser descrita por varias funciones de falla equivalentes.

## CAPITULO 2

Por lo tanto, cuando es posible, es conveniente utilizar funciones de falla diferenciables para facilitar el trabajo de los procedimientos implementados con el fin de calcular la confiabilidad.

Donde  $C(X)$  y  $D(X)$  son funciones de las variables aleatorias denotadas como  $X = (X_1, \dots, X_n)$ .

Estas  $n$  variables aleatorias en  $X$  se denominan variables básicas, y pueden representar las incertidumbres físicas, las estadísticas y las de modelo. La capacidad y la demanda, por ende, son cada una función de las variables básicas aleatorias.

En definitiva se trata de considerar todas las variables aleatorias y las determinísticas para proponer una función de falla y luego hallar la probabilidad de falla:

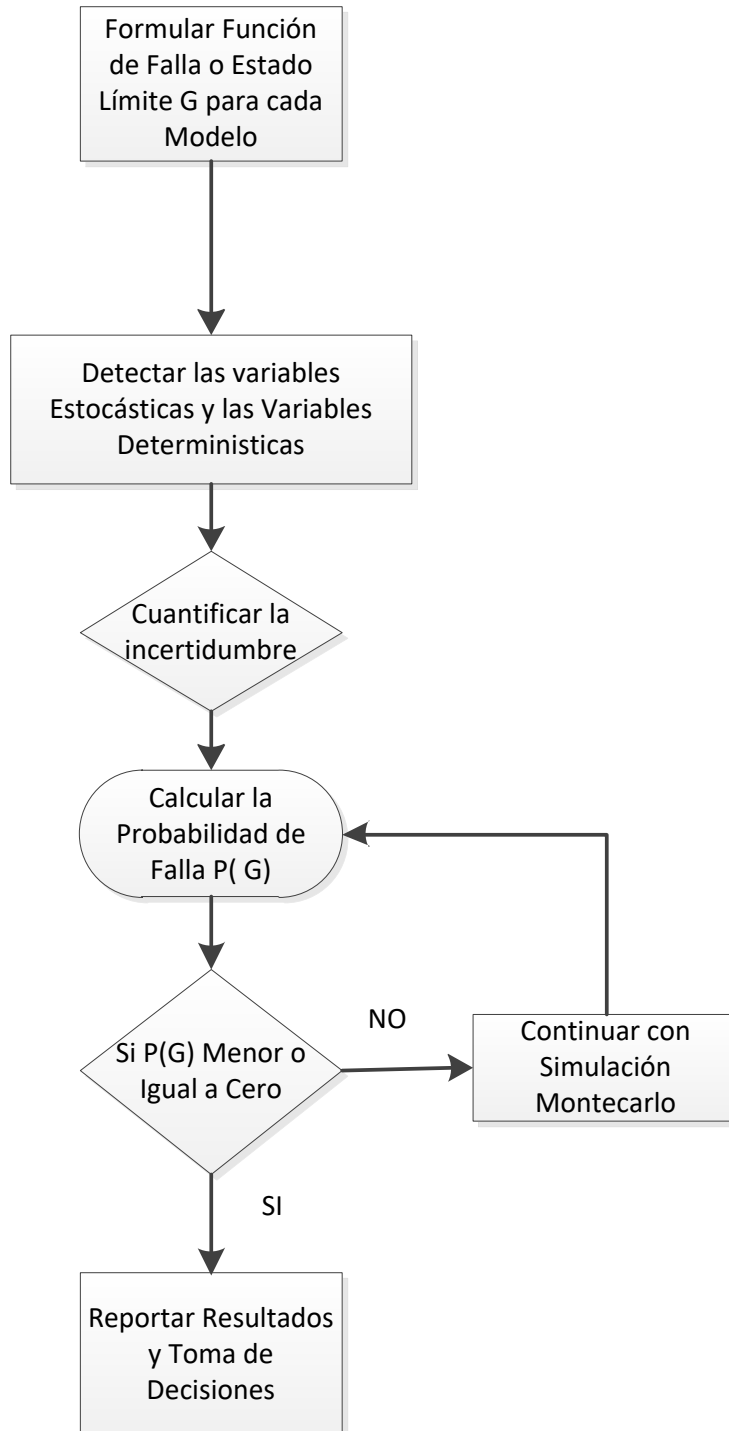
$$( \text{Prob} (G \leq 0) = P_f )$$

Todos los sistemas de ingeniería, simples y complejos, pueden beneficiarse de la aplicación de La Teoría de la Confiabilidad, se ocupa principalmente de las fallas de los sistemas que las causan al plantear la función de falla, o la función de estado límite, para explicitar el fenómeno que causa la falla.

Una variable es toda aquella cantidad involucrada y reconocida como fundamental en el cálculo de un estado límite. Un paso importante en el análisis de la confiabilidad es decidir cuáles cantidades deben ser modeladas como variables aleatorias, y cuáles deben ser modeladas como parámetros determinísticos.

Los pasos a seguir (ver Figura 2.26) para el cálculo de probabilidad de falla y toma de decisiones de las ecuaciones serían:

## CAPITULO 2



**Figura 2.26** – Cálculo de Probabilidad de Falla y Toma de Decisiones

La probabilidad de que sucedan eventos  $F$  viene dada por la probabilidad de que la demanda  $D$  supere a la capacidad  $C$  del sistema.

## CAPITULO 2

Existirá siempre la posibilidad, aunque sea muy pequeña, *de que  $C \leq D$  y el sistema falle. Por el contrario, si  $C > D$ , el sistema es seguro.* [González Costa, Z., 2016].

En el caso más simple  $D$  y  $C$  se pueden modelar como dos variables aleatorias representadas por distribuciones de probabilidad:  $f_D(D)$  y  $f_C(C)$ . La función de estado límite  $G$ , dada por la ecuación  $G = C - D$ , determina una probabilidad de fallo,  $P_f(G)$ , que se puede expresar como:

$$P_f(G) = P(C - D \leq 0) = P(C \leq D) \quad (2.9)$$

Si la capacidad  $C$  es igual a un valor específico  $c$ , el sistema falla cuando  $D \geq c$ . Sin embargo,  $D$  es también una variable aleatoria, por lo tanto la probabilidad de fallo se puede expresar como la suma de todas las posibles intersecciones de dos sucesos: ( $C = c$ ) y ( $D \geq c$ ).

$$P_f = \sum P[(C = c) \cap (D \geq c)] = \sum P(D \geq C / C = c) \cdot P(C = c) \quad (2.10)$$

Si  $C$  y  $D$  son variables aleatorias continuas, la suma se sustituye por la siguiente integración.

La probabilidad es:

$$P(D \geq C / C = c) = 1 - P(D < C / C = c) = 1 - F_D(c) \quad (2.11)$$

En el límite es:

$$P(C = c) = f_C(c) \cdot dc \quad (2.12)$$

$$P_f = \int_{-\infty}^{\infty} [1 - F_D(c)] \cdot f_C(c) \cdot dc = 1 - \int_{-\infty}^{\infty} F_D(c) \cdot f_C(c) \cdot dc \quad (2.13)$$

De manera similar también se puede demostrar que la probabilidad de fallo puede expresarse como:

$$P_f = \int_{-\infty}^{\infty} [F_C(d)] \cdot f_D(d) \cdot dd \quad (2.14)$$

Varios métodos para la solución de dicha integral han sido propuestos incluyendo técnicas de integración numérica, simulación Monte Carlo, y procedimientos de cálculo de confiabilidad de primer y segundo orden.

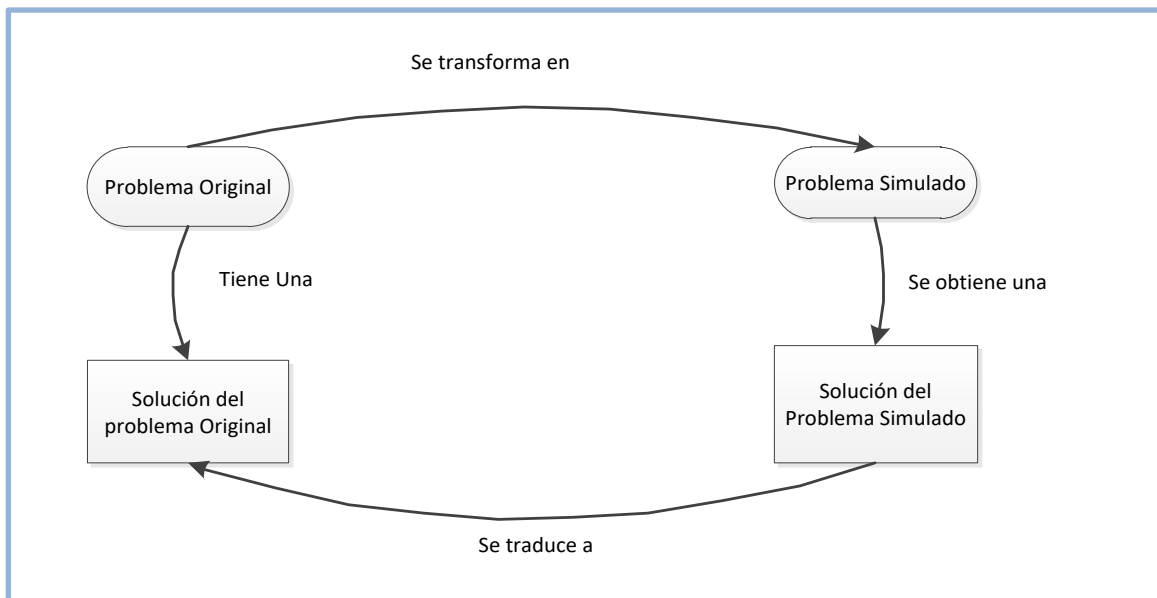
## CAPITULO 2

### 2.2.6 - La manera de Resolver Problemas de Probabilidad por Simulación:

Para la resolución de problemas con este fin, la simulación mediante software de probabilidad, se debe seguir los pasos siguientes [Huerta Palau, 2015]:

- Recolectar, organizar y analizar los datos con estadísticas.
- Modelar el evento con probabilidades.
- Realizar una cantidad de simulaciones para que el resultado sea confiable.
- Realizar inferencias u obtener conclusiones desde los resultados obtenidos.

El modelo estocástico es parte de lo que hay que hacer para resolver el problema simulado, para una situación aleatoria real dada consiste en describirla mediante modelos.



**Figura 2.27** – Proceso de transformar el problema simulado

La simulación se estima mediante la Función  $P_F$  :

$$P_F = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N I[g(u_j)] \quad (2.15)$$

Donde es:

- $N$  : es el número de simulaciones
- $u_j$  : es la muestra número  $j$  de vector estocástico con distribución normal estándar  $U$ .

## CAPITULO 2

La función indicadora  $I[g(u_j)]$  se define por:

$$I[g(u)] = 0 \text{ si } g(u) > 0 \text{ estado de Seguridad}$$

$$I[g(u)] = 1 \text{ si } g(u) \leq 0 \text{ estado de Falla}$$

El desvío estándar de  $P_f$  se estima mediante:

$$s = \sqrt{\frac{P_f(1-P_f)}{N}} \quad (2.16)$$

Los intervalos de confianza para la estimación de la probabilidad de falla se pueden determinar usando que  $P_f$  se distribuye normalmente para  $N \rightarrow \infty$ . [Sorensen J. D., 2004].

Resolver un problema por simulación implica considerar pues herramientas que transformen el problema original en otro, de tal manera que, para la herramienta considerada, el problema original y el problema simulado sean, probabilísticamente equivalentes. Ver Figura 2.27.

Como el *proceso de transformación* depende de la herramienta considerada, a cualquiera que se interese por los procesos de resolución de estos problemas le pueden surgir una serie de preguntas que seguramente deberían tenerse en cuenta.

Algunos métodos para determinar la probabilidad experimental de un suceso sugieren realizar un número de simulaciones de antemano: 1.000, 10.000 o 100.000, número con el que se considera que se puede proporcionar una respuesta razonable al problema simulado.

**Conjeturar sobre algo es medir su probabilidad:** por lo tanto, se define el arte de conjeturar (o estocástica), como el arte de medir las probabilidades de las cosas tan exactamente como sea posible, para concluir, siempre se puede escoger o seguir aquello que se ha encontrado ser lo menor, más satisfactorio, más seguro, o más cuidadosamente considerado.

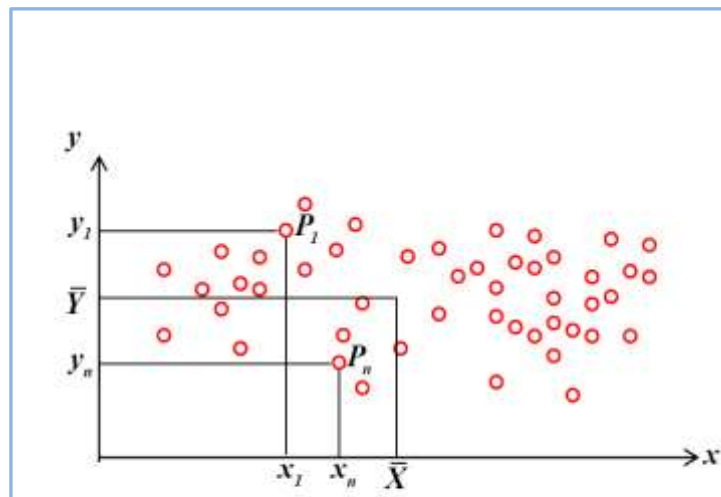
### 2.2.7 - Correlación entre dos Variables:

En probabilidad y estadística, la **correlación** indica la fuerza y la dirección de una relación lineal entre dos variables aleatorias.

## CAPITULO 2

Se considera que dos variables cuantitativas están correlacionadas cuando los valores de una de ellas varían sistemáticamente con respecto a los valores homónimos de la otra: si tenemos dos variables ( $x$  e  $y$ ) existe correlación si al aumentar los valores de “ $x$ ” lo hacen también los de “ $y$ ” y viceversa. La correlación entre dos variables no implica, por sí misma, ninguna relación de causalidad.

En la Figura 2.28, los puntos muestran los valores de las dos variables obtenidas en un ensayo. Por ejemplo el  $P_1$  se obtiene a partir de los valores de  $x_1$  y de  $y_1$  de ese primer ensayo. Los otros puntos se obtienen a partir de lecturas simultáneas.

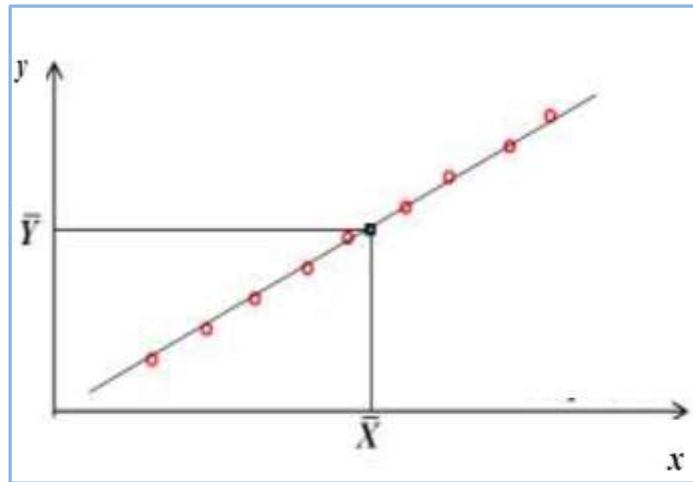


**Figura 2.28** – Correlación débil o nula de dos variables

En la Figura 2.28 se observa una “Nube de Puntos”, También se puede ver que para los valores medios de las variables no hay ningún punto que lo represente (eventualmente podría existir).

En el siguiente ejemplo, Figura 2.29, se representan una correlación muy fuerte entre dos variables.

## CAPITULO 2



**Figura 2.29** – Correlación fuerte de dos variables

La correlación varía entre  $-1$  y  $+1$ . Vale cero cuando no existe correlación. En la figura 2.29, se muestra que la correlación obtenida tiende a 1 (uno). Las correlaciones negativas indican pendientes negativas.

### 2.2.7.1 - Fuerza, sentido y forma de la correlación:

La relación entre dos variables cuantitativas queda representada mediante la línea de menor resistencia, trazada a partir de la nube de puntos. Los principales componentes elementales de una línea de ajuste y, por lo tanto, de una correlación, son la fuerza, el sentido y la forma:

La **fuerza** extrema según el caso, mide el grado en que la línea representa a la nube de puntos: si la nube es estrecha y alargada, se representa por una línea recta, lo que indica que la relación es **fuerte**; si la nube de puntos tiene una tendencia elíptica o circular, la relación es **débil**.

El **sentido** mide la variación de los valores de “y” con respecto a “x”, si al crecer los valores de “x” lo hacen los de “y”, la relación es **positiva**; si al crecer los valores de “x” disminuyen los de “y”, la relación es **negativa**.

La **forma** establece el tipo de línea que define el mejor ajuste: la línea recta, mantiene la dependencia lineal entre las dos variables.

## CAPITULO 2

### 2.2.7.2 - Coeficiente de correlación:

Existen diversos coeficientes que miden el grado de correlación, adaptados a la naturaleza de los datos.

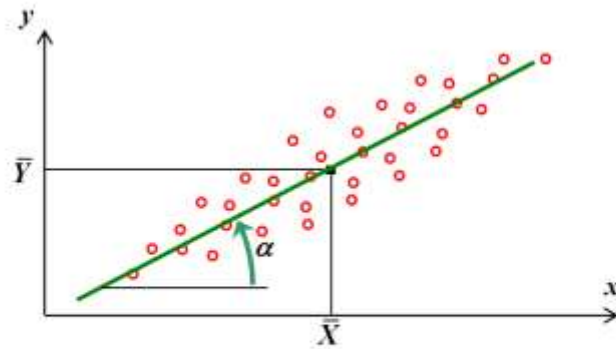
El más conocido es el *coeficiente de correlación de Pearson* que se obtiene dividiendo la covarianza de dos variables por el producto de sus desviaciones estándar.

El coseno del ángulo alfa entre estos vectores es dado por la fórmula:

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})(y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{Y})^2}} \quad (2.17)$$

Dónde:

$\rho$  : **Coeficiente de correlación de Pearson** (ver figura 2.30), que es la covarianza dividido el producto de las desviaciones estándar.



**Figura 2.30.** – Coeficiente correlación entre dos variables

Por supuesto, del punto vista geométrica, no hablamos de *correlación lineal*: el coeficiente de correlación tiene siempre un sentido, cualquiera que sea su valor entre -1 y 1.

La correlación lineal se da cuando en una nube de puntos estos se encuentran o se distribuyen alrededor de una recta (Figura 2.30).

La expresión anterior se escribe:

$$\rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}\sigma_{yy}} \quad (2.18)$$

## CAPITULO 2

Dónde:

$$\sigma_{xy} = \frac{\sum(x_i - \bar{X})(y_i - \bar{Y})}{N} \quad \text{Covarianza} \quad (2.19)$$

Si “ $x$ ” es igual a “ $y$ ”, se obtiene:

$$x = y \rightarrow \sigma_{xx} = \frac{\sum(x - \bar{X})^2}{N} \quad (2.20)$$

El gráfico de la Figura 2.31, indica que para cada valor de “ $x$ ” aparece un ancho rango de valores de “ $y$ ”, resultando la covarianza:

$$\frac{\sum(x_i - \bar{X})(y_i - \bar{Y})}{N} = (x - \bar{X}) \frac{\sum(y_i - \bar{Y})}{N} = \mathbf{0} \quad (2.21)$$

$$\text{Porque} \rightarrow \frac{\sum y_i}{N} - \bar{Y} \cdot \frac{N}{N} = \mathbf{0} \quad (2.22)$$

O sea al sumar  $\forall y_i$  para un valor de “ $x$ ”, resulta la covarianza idénticamente 0 y el coeficiente de correlación idénticamente 0 implicando que se define que las dos variables son independientes y podemos tratarlas de esa manera.

Cuando el “ $\rho = -1$ ”, significa que la correlación es con pendiente negativa, y si el “ $\rho = 1$ ” es una recta de pendiente positiva. Si el “ $\rho = 0$ ” no se tiene correlación entre las variables.

### 2.2.8 – Técnica de Montecarlo:

El método Montecarlo (MC) es un método numérico que permite resolver problemas físicos y matemáticos mediante la simulación de variables aleatorias. Se lo considera en esta Tesis para resolver un modelo del que se conoce su solución determinística numérica, pero existe incertidumbre. [Martínez E. N, 2003].

El método Montecarlo fue bautizado así por su clara analogía con los juegos de ruleta de los casinos, el más célebre de los cuales es el de Montecarlo, casino cuya construcción fue propuesta en 1856 por el príncipe Carlos III de Mónaco, siendo inaugurado en 1861.

La importancia actual del método MC se basa en la existencia de problemas que tienen difícil solución por métodos exclusivamente analíticos o numéricos, pero que

## CAPITULO 2

dependen de factores aleatorios o se pueden asociar a un modelo probabilístico (resolución de integrales de muchas variables, minimización de funciones, etc.).

### 2.2.8.1 - Generación de Variables Aleatorias:

En un modelo de simulación probabilístico existen variables aleatorias interactuando, estas variables siguen distribuciones teóricas distintas a la distribución uniforme y otras distribuciones más, considerando sus parámetros.

Para simular este tipo de variables es necesario trabajar con un generador de números aleatorios uniformes y una función por un método específico, que permita obtener valores de la distribución de probabilidad deseada. Ver Figura 2.31.

Sea  $X$  una variable aleatoria continua con función de distribución  $F_X$ , entonces la variable  $U = F(x)$  está distribuida uniformemente entre (0 y 1).

Se distribuye según una  $U(0, 1)$ , luego: si  $U \sim U(0, 1)$ , por lo tanto,  $X$  se puede obtener generando números uniformes y calculando:  $x = F^{-1}(U)$ .

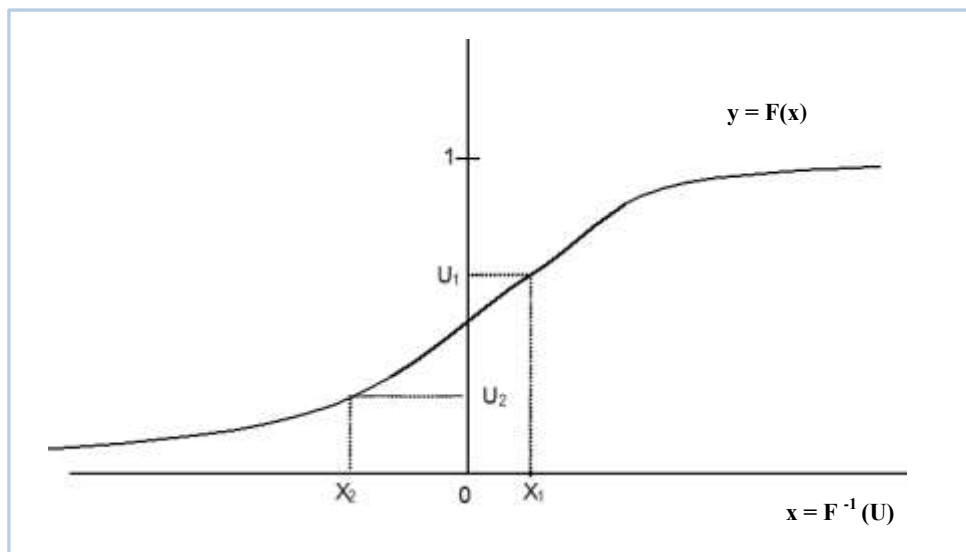
#### *Pasos a seguir:*

1 - Generar un número  $U \sim U(0, 1)$

2 - Hacer  $U = F(x)$

2 - Resolver  $x$ , es decir  $x = F^{-1}(U)$

3 - Se libera el valor de  $x$



**Figura 2.31** – Generación de números aleatorios

## CAPITULO 2

Analíticamente, el método se representa como:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt \quad (2.23)$$

$$x = F^{-1}(U) \quad (2.24)$$

Para ver porqué el  $X$  generado con este método en realidad tiene la distribución deseada, tome un valor  $X_0$  y calcule la probabilidad acumulada:

$$P(X \leq X_0) = P(U \leq F(X_0)) = F(X_0) \quad (2.25)$$

Puesto que  $F(X_0)$  pertenece al intervalo  $[0,1]$ , la segunda igualdad plantea que  $U$  es un número uniformemente distribuido en dicho intervalo, y como  $F(x)$  es la función de probabilidad acumulada de  $X$ , se concluye que esta variable tendrá la distribución deseada.

### 2.2.8.2 - Simulación de Montecarlo con Variables Correlacionadas:

La transformación de Nataf permite obtener un conjunto de variables correlacionadas, las cuales siguen una determinada distribución estadística, a partir de un conjunto de variables normales correlacionadas de media cero y varianza unidad (variables normales estándar). [Morales, L. B, 2009]

Sea  $Cx$  la matriz de varianzas-covarianzas definidas para cada simulación.

Cada uno de los elementos  $\rho_{ij}$  representa el coeficiente de correlación entre dos variables, las cuales siguen una distribución determinada.

Se trata de obtener el coeficiente de correlación equivalente  $\hat{\rho}_{ij}$  si las variables involucradas siguieran una distribución normal estándar.

La relación entre ambos coeficientes es:

$$\hat{\rho}_{ij} = \rho_{ij} F_N \quad (2.26)$$

donde  $F_N$  es un factor que depende de las distribuciones que caracterizan las variables.

Una vez calculados cada uno de los coeficientes  $\hat{\rho}_{ij}$  se obtiene una matriz de varianzas-covarianzas equivalente:

## CAPITULO 2

$$\mathbf{C}_x = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & \hat{\rho}_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\rho}_{n1} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Una vez realizada esta transformación ya se está en disposición de aplicar la simulación de Monte Carlo al caso en el que las variables estén correlacionadas.

En primer lugar se aplica la descomposición de Cholesky a la matriz  $\mathbf{C}_x$  obtenida:

$$\hat{\mathbf{C}}_x = \mathbf{L} (\mathbf{L})^T \quad (2.28)$$

Donde es:

$$\mathbf{L} = \text{Matriz triangular inferior}$$

Se usa la matriz  $\mathbf{L}$  para generar un vector de variables aleatorias no correlacionadas  $\mathbf{Z}$ , y la resultante de la proyección es  $\mathbf{Y}$ :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{L} \cdot \mathbf{Z} \quad (2.29)$$

A continuación se generan un conjunto de variables aleatorias  $\mathbf{Z}$  siguiendo una distribución normal estándar. Sobre estas variables  $\mathbf{Z}$  no correlacionadas se realiza la siguiente operación:

Las variables  $\mathbf{Y}$  siguen una distribución normal estándar y además están correlacionadas con la Matriz de correlación  $\hat{\mathbf{C}}_x$ .

A partir de las variables  $\mathbf{Y}$  se calcula la probabilidad acumulada:

$$\mathbf{p} = \Phi (\mathbf{Y}) \quad (2.30)$$

Donde  $\Phi$  es la función de distribución para variables normal estándar.

Una vez calculados los valores de  $\mathbf{p}$  y conocidos los parámetros que definen las distribuciones de las variables originales del problema, se obtienen los valores correspondientes a las variables originales:

$$\mathbf{X} = \mathbf{D}^{-1}(\mathbf{p}) \quad (2.31)$$

Donde  $\mathbf{D}$  es la función de distribución de una determinada distribución.

Estas variables  $\mathbf{X}$  siguen la distribución de las variables originales del problema, y además están correlacionados con la matriz  $\mathbf{C}_x$  igual a los datos de partida.

Con las  $\mathbf{X}$  se resuelve el problema y se obtienen los valores medios y desviaciones estándar de las variables de salida.

## CAPITULO 2

**En resumen los pasos a seguir para la aplicación del Método de Montecarlo con variables correlacionadas es:**

- 1 – Se inicia con la Matriz varianzas-covarianzas  $C_x$
- 2 – Se obtienen los coeficientes de correlación equivalentes  $\rho_{ij}$  para las variables normales estándar empleando el procedimiento descrito anteriormente.
- 3 – Se construye la Matriz  $\hat{C}_x$  según ecuación descripta.
- 4 – Se realiza la descomposición de Cholesky  $\hat{C}_x = \hat{L}(\hat{L})^T$
- 5 – Se generan las variables aleatorias  $Z \sim N(0, 1)$  no correlacionadas.
- 6 – Se obtiene las variables aleatorias  $Y = \hat{L} \cdot Z$  correlacionadas.
- 7 – Se calcula la Probabilidad acumulada  $p = \Phi(Y)$ .
- 8 – Se obtienen los valores de la función  $X = D^{-1}(p)$ .
- 9 – Se resuelven con los valores  $X(x_1, x_2, \dots, x_n)$  calculados.
- 10 – Se repiten los pasos de 5 a 9 un número de veces.
- 11 – Se calculan los valores medios y desviaciones estándar de las variables de salida.

**Nota:** El número de simulaciones deberá ser suficiente para que los valores medios y desviaciones estándar de las variables de salida se encuentren estabilizados en torno a un valor.

### 2.2.9 – Empleando la Simulación MC en la tesis:

La evaluación de la probabilidad que la velocidad previa al impacto exceda la velocidad límite permitida, se realiza de la siguiente manera:

Para el análisis de confiabilidad esto significa que para cada variable  $X_i$  se debe tomar un valor aleatorio  $x_i$  con el cual se revisa, mediante la evaluación de la función de confiabilidad, si el estado límite ha sido violado:

$$G(X_i) \leq 0 \quad (2.32)$$

Este procedimiento se repite un número significativo de veces.

Entonces, para  $NS$  simulaciones, la probabilidad de falla se puede aproximar mediante:

$$P_f \cong \frac{n(G(X_i) \leq 0)}{NS} \quad (2.33)$$

## CAPITULO 2

Donde es:

$n(G(X_i) \leq 0)$  : corresponde al número de simulaciones para las cuales el resultado es una falla del sistema.

La evaluación de la probabilidad que la velocidad previa al impacto exceda la velocidad límite permitida, se realiza de la siguiente manera:

1- Seleccionar el conjunto de variables aleatorias  $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ , y para cada una de las  $X_i$  definir tipo de distribución, parámetros (valor medio, desvío estándar) y correlación entre ellas, como por ejemplo coeficiente de rozamiento con velocidad distancia de frenado con velocidad, etc.

$$\rho = \begin{bmatrix} 1 & \dots & \rho_{in} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{ij} & \dots & 1 \end{bmatrix} \text{ Matriz de correlación simétrica (2.34)}$$

2 - Definir la función de falla o función de estado límite:

$$G(X) = V_{lim} - V_0(x) \quad (2.35)$$

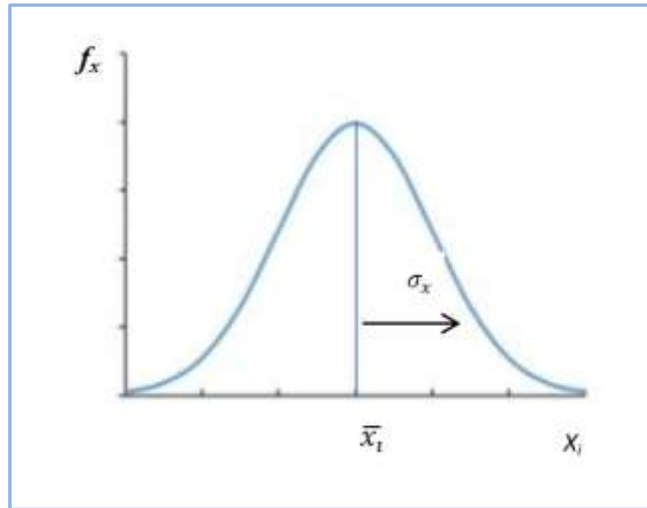
Siendo:

- $V_{lim}$  : velocidad límite permitido según área de circulación.
- $V_0(x)$ : velocidad previa al impacto función de las variables aleatorias.

3 - Muestrear aleatoriamente valores de las variables  $X$ , cada una con su distribución y considerando la correlación entre ellas. Se obtiene un vector de valores particulares de  $X$ , es decir  $x_j$ :

$$x_j: \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

## CAPITULO 2



**Figura 2.32** – Grafica de valores de  $x_j$

4 - Calcular el valor de  $G(x_j)$  para cada una de las simulaciones, es decir  $j = 1, NS$

Estudiar en cada caso cómo evolucionan los resultados en función del número de simulaciones  $NS$ , y detener la simulación cuando los resultados se han estabilizado.

5 - Calcular la probabilidad de falla exceda el valor límite con:

$$P_f \cong \frac{n(G(x) \leq 0)}{NS} = \frac{1}{NS} \sum_{j=1}^{NS} I.[G(x_j) \leq 0] \quad (2.37)$$

Donde  $I[ ]$  es una función indicador con:

$$I = 1 \text{ si } G(x) \leq 0$$

$$I = 0 \text{ si } G(x) > 0$$

La contribución de todos estos factores aleatorios de  $V_0$ , puede resultar que la  $D$  sea mayor que la  $C$ , lo que implica que  $G(x) \text{ sea } \leq 0$ . [Beltrán Lobo, et al., 2010].

Donde  $NS$  es:

$$NS = \frac{1 - P_f}{\delta_{P_f}^2 \cdot P_f} \quad (2.38)$$

Siendo:

$$\delta_{P_f}^2 = \text{coeficiente de variación de la probabilidad de falla}$$

## CAPITULO 2

$$\delta = \frac{\sigma_x}{\bar{\mu}} : \text{Coeficiente de variación}$$

Pero la probabilidad de falla ( $P_f$ ) no se conoce antes de realizar los cálculos, de manera que el número de simulaciones se deberá ir ajustando en función del resultado.

Tal vez en algún caso el número de simulaciones tiene que ser significativamente menor y otro caso mayor.

Estos pasos evitan suponer que las variables son independientes y que la demanda  $V_0(x)$  tiene distribución normal, pues podría no tenerla ya que hay productos, raíces cuadradas, potencias, etc.

Al realizar las simulaciones se obtienen los valores individuales de  $V_0(x_j)$  con los cuales se pueden establecer límites de confianza y otros subproductos, sin necesidad de suponer distribución normal.

El análisis estadístico que se realizó con el software ajusta la distribución de los datos de acuerdo con los criterios estadísticos para cada caso y se obtuvieron las distribuciones que mejor ajustan los datos analizados.

Tal vez sea aproximadamente normal, pero no es necesario hacer esa suposición porque no sería consistente con los principios básicos de la teoría de probabilidades como el teorema del límite central.

### 2.2.10 - Distribución Normal:

Es una de las distribuciones más importantes. Es el modelo de distribución más utilizado en la práctica, ya que multitud de fenómenos se comportan según una distribución normal. Esta distribución es frecuentemente utilizada en las aplicaciones estadísticas.

Su propio nombre lo indica y su extendida utilización, justificada por la frecuencia o normalidad con la que ciertos fenómenos tienden a parecerse en su comportamiento a esta distribución. [Quaglino y Pagura , 2008].

Esta distribución de caracteriza porque los valores se distribuyen formando una campana de Gauss, en torno a un valor central que coincide con el valor medio de la distribución.

Las ventajas teóricas de este modelo hacen que su uso se generalice en las aplicaciones reales. Sea  $X$  una variable aleatoria continua, se dice que se distribuye como una normal:

## CAPITULO 2

$$X \rightarrow N(\mu, \sigma) \quad \mu \in \mathbb{R} \quad \sigma > 0 \quad (2.39)$$

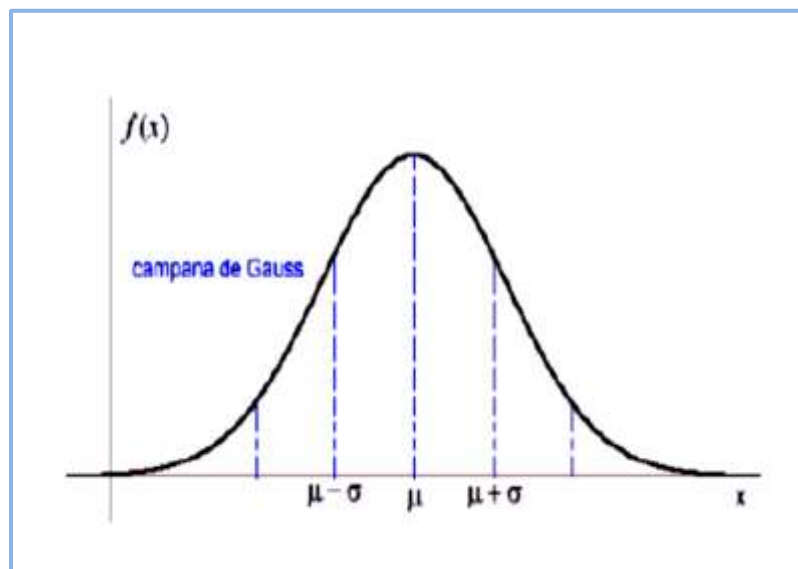
Donde se verifica que  $-\infty < x < \infty$ ,  $\mu$  es el valor medio de la distribución y es precisamente donde se sitúa el centro de la curva (campana de Gauss), y  $\sigma$  es cualquier valor entre:  $-\infty$  y  $\infty$ , si su función de densidad viene dada por:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (2.40)$$

Cuando la media de la distribución es 0 y la varianza es 1, se denomina "normal tipificada", y su ventaja reside en que hay tablas, o rutinas de cálculo que permiten obtener esos mismos valores, donde se recoge la probabilidad acumulada para cada punto de la curva de esta distribución.

### Propiedades:

- Tiene un parámetro que es la media :  $E[X] = \mu$
- Tiene otro parámetro que da la dispersión :  $V[X] = \sigma^2$
- La media, la moda y la mediana coinciden
- Es una función simétrica respecto a la media



**Figura 2.33** - Distribución de probabilidad alrededor de la media en una distribución

## CAPITULO 2

Si se define la Variable  $Y = a X + b$ , donde  $X$  se distribuye como una normal de parámetros  $X \rightarrow N(\mu, \sigma)$  entonces es:

$$Y \rightarrow N(a\mu + b, a\sigma) \quad (2.41)$$

Sean dos variables aleatorias normales que se distribuyen:

$$X_1 \rightarrow N(\mu_1, \sigma_1) \quad (2.42)$$

$$X_2 \rightarrow N(\mu_2, \sigma_2) \quad (2.43)$$

Se define una nueva variable de la forma:

$$Y = X_1 + X_2 \quad (2.44)$$

entonces esta nueva variable se distribuye como:

$$Y \rightarrow N\left(\mu_1 + \mu_2, \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}\right) \quad (2.45)$$

### 2.2.10.1 - Distribución Normal Tipificada:

Un caso particular de una variable aleatoria continua  $X$  que se distribuye como una Normal de parámetros  $(0,1)$ , tiene su función densidad para por:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (2.46)$$

**Propiedades:**

$$E[X] = 0$$

$$V[X] = 1$$

Es posible transformar cualquier variable que se distribuya como una normal en una normal tipificada, para hacer este cambio, se crea una nueva Variable  $Z$  que será igual a la anterior  $X$  menos su media y dividida por su desviación típica, que es la raíz cuadrada de la varianza.

Esta nueva variable se distribuye como una normal tipificada, permitiendo conocer la probabilidad acumulada en cada valor, es decir:  $X \rightarrow N(\mu, \sigma)$

Al definir la nueva variable:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \quad (2.47)$$

## CAPITULO 2

y siempre se verifica que  $Z \rightarrow N(0,1)$  :

$$P[X \leq x] = P\left[\frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{x-\mu}{\sigma}\right] = P\left[Z < \frac{x-\mu}{\sigma}\right] \quad (2.48)$$

### 2.2.11 - El Teorema Central del Límite:

El Teorema Central del Límite establece que la suma de "n" variables aleatorias independientes de varianza finita e idéntica distribución tiende a la distribución normal cuando "n" tiende a infinito.

En condiciones muy generales, la distribución de la suma de variables aleatorias tiende a una distribución normal cuando la cantidad de variables es muy grande.

Este teorema afirma que la distribución de medias muestrales tiende hacia una distribución normal, aunque las muestras procedan de una distribución no normal determinar un modelo de probabilidad para describir el comportamiento de una variable continua (siempre que se cumplan algunas condiciones básicas).

El término número grande (porque matemáticamente el teorema se establece cuando "n" tiende a infinito), en la práctica, con tener que "n" sea un número mayor o igual a 30, la aproximación ya proporciona buenos resultados.

Además, el teorema es cierto independientemente de la distribución que sigan las variables que se sumen (no importa si son exponenciales, binomiales, etc.). Lo único que se necesita es saber su media y su varianza.

Permite calcular razonablemente bien las probabilidades de variables que siguen una distribución Binomial y de Poisson, siempre que el tamaño de muestra sea grande, [Martínez G., et al, 2008].

Sea cual sea la distribución de la media muestral, seguirá aproximadamente una distribución normal. [Neus Canal Díaz, 2006].

Además, la media será la misma que la de la variable de interés, y la desviación estándar de la media muestral será aproximadamente el error estándar.

La importancia del teorema central del límite radica en que mediante un conjunto de teoremas, se descubre las razones por las cuales, en muchos campos de aplicación, se encuentran en todo momento distribuciones normales o casi normales.

Caso particular es una variable con distribución uniforme, se obtienen aleatoriamente gran cantidad de muestras de esa variable, la distribución será uniforme, no normal.

## CAPITULO 2

### **2.2.12 – Variables de Entrada en el programa Informático de Análisis de Riesgos:**

Las variables son los elementos básicos de las hojas de cálculo que se han identificado como de importancia para el análisis.

Si se está modelando una situación económica las variables pueden ser elementos como ventas, costos, ingresos o utilidades; mientras si lo que modela es una situación geológica las variables serán cosas como profundidad del depósito, espesor de la veta de carbón o porosidad del material.

Cada situación tiene sus propias variables que se deben identificar. En una hoja de cálculo típica, una variable es definida en una columna o en una fila de la hoja.

Tal vez se conozca los valores que las variables alcanzarán en el periodo de tiempo establecido en el modelo.

No se conoce los valores que alcanzarán las variables y se deberá describir la naturaleza de la incertidumbre.

Esta labor se lleva a cabo con las distribuciones de probabilidad que establecen el rango que los valores de una variable pueden alcanzar (de máximo a mínimo), y de la probabilidad de que cada valor del rango realmente se produzca.

En el programa informático de análisis de riesgos (de venta comercial), las variables inciertas y los valores de las celdas se introducen como funciones de distribución de probabilidad.

Estas funciones de “distribución” se pueden instalar en las celdas de la hoja de cálculo en conjunto con las fórmulas deterministas de cada modelo.

#### **2.2.12.1 - Variables de salida:**

Cualquier modelo requiere tanto los valores de entrada como los resultados de salida, y lo mismo ocurre con los modelos de análisis de estocástico.

El análisis en el Programa Informático de estudio de riesgos genera los resultados en las hojas de cálculo con las distribuciones de probabilidad de los valores posibles que se pueden alcanzar.

### **2.2.13 - Ingeniería para la Reconstrucción de Siniestros:**

Es difícil precisar los valores que en cada paso puede tomar las variables que representan la realidad, y más aún sus variaciones relativas, como en el caso de la velocidad a la que se producen el pre-impacto. [Gallardo Ortiz M., 2010].

## CAPITULO 2

Sin embargo, ésa es la misma esencia y objetivo de la reconstrucción. Según el modelo matemático general, un perito puede encontrarse, o llegar a deducir, varias ecuaciones estáticas y dinámicas, según el escenario de los hechos.

Es probable, y ciertamente muy frecuente que no se disponga de suficientes ecuaciones para despejar las variables, o sus variaciones, en su momento dado. En estos casos, puede ser indemostrable o indeterminable lo que se pide al perito.

La modelización y simulación por ordenador y las nuevas tecnologías permiten hacer reconstrucciones virtuales de gran calidad.

Recientemente han proliferado todo tipo de ofertas relacionadas con la prueba pericial documentada gráficamente, no siempre con la suficiente seriedad y profesionalidad, y en cualquier caso, deben estar sometidas al principio de contradicción, de forma que la parte así perjudicada tenga la oportunidad de hacer valer otros criterios más imparciales.

Por último, mucho más específicamente orientados a la reconstrucción de accidentes de tráfico, se puede encontrar varios tipos de programas que simulan automóviles circulando y colisionando.

Por lo general, resultan mucho menos vistosos que los anteriores, incluso llegando a limitar sus representaciones a sólo dos dimensiones con esquemas muy básicos.

Aunque es previsible que la tecnología pericial incorpore los grandes avances para la elaboración de gráficos tridimensionales y su animación simulando comportamientos reales, han sido muy pocos los juzgados que han tenido experiencias periciales útiles en este sentido.

Por otra parte, es muy superior la capacidad tecnológica de las compañías aseguradoras que la de los particulares, por lo que deben aplicarse principios fundamentales del derecho, como el de contradicción de las pruebas, también a las simulaciones infográficas con las que las partes puedan intentar hacer valer su versión de los hechos.

La contra peritación, entendida como la posibilidad que la ley procesal ofrece a una parte a oponerse a las pruebas periciales aportadas por otra, puede ser absolutamente determinante en muchos casos en los que se le ofrezca al juez la visualización de una reconstrucción con técnicas más modernas.

Tal razonamiento lleva a pensar que habrá que distinguir con claridad entre lo que es una reconstrucción auténtica, fidedigna y demostrada, frente al planteamiento de

## CAPITULO 2

hipótesis de reconstrucción, con distintos grados de certeza, y, obviamente de duda, a partir de una relación presumida, probable o posible.

### 2.2.14 – La calidad del Dictamen Pericial:

Abordar el tratamiento de la pericia accidentológica, de su construcción y de su calidad, presupone definir de algún modo lo siguiente: [García Aníbal, et al., 2003].

- El objeto de la pericia como requerimiento y producto necesario, de cuyos contenidos y nivel de calidad depende en gran medida la adecuada resolución del litigio: el acuerdo transaccional entre las partes, el laudo arbitral, o el fallo condenatorio.
- El método de desarrollo de una investigación pericial, y las disciplinas asociadas al trabajo del perito ingeniero.
- El significado del término calidad y subsidiariamente, los elementos que contribuyen a conformar la calidad de la pericia.

El dictamen pericial como requerimiento de una autoridad judicial, un juez, un instructor judicial, es una encomienda judicial cuya finalidad es contribuir, desde el ámbito de las ciencias y las técnicas que conforman el saber de la ingeniería, al esclarecimiento de las causas y responsabilidades en la producción de un determinado accidente.

No debería perderse de vista el hecho que en el caso de los accidentes de tránsito (y de los accidentes en general), la prueba pericial de ingeniería es la prueba más fuerte por su alto contenido objetivo, y en un gran número de casos resulta la única prueba confiable a la que puede recurrir el Juzgador a la hora de administrar justicia.

Simplificando: se tiene tres actores confluyendo a la conformación del dictamen pericial de ingeniería: el Tribunal y las partes que formulan la encomienda; la actuación policial y otras actividades conexas que recolectaron documentación en el lugar del hecho para producir la información, y el perito.

Un principio general atribuye como límite máximo para el desarrollo de un conjunto de múltiples componentes el menor límite impuesto por alguno de ellos.

En ese sentido podríamos afirmar que ninguna pericia podrá ser mejor que lo que el contexto que la determina lo sea. Si se acepta este principio general se puede afirmar que la calidad del dictamen resultará de la concurrencia de la calidad de cada uno de estos componentes.

## CAPITULO 2

En lo que sigue se trata de delinear los condicionamientos que determinan la calidad de un dictamen pericial, se muestra en qué medida la calidad final de un dictamen pericial, está condicionada por:

- La calidad de la encomienda.
- La calidad de la información.
- La calidad del perito.

El dictamen pericial es fuertemente dependiente de la calidad de la información reportada por la autoridad policial que releva el escenario del evento. Así se tiene por lo menos tres tipos de situaciones:

- información detallada, circunstanciada, completa y veraz, relevada por técnicos capacitados y experimentados en medios claros y consistentes (planos a escala, fotografías de diversos ángulos, videos, señalización de puntos singulares, triangulación de cotas a referencias fijas, etc) aplicadas a la investigación pericial; permite conclusiones precisas de gran certidumbre, e incluso reconstrucciones virtuales muy aproximadas a los hechos.
- documentación genérica, relevamientos técnicamente inciertos referidos en relatos ambiguos, donde los datos o conjuntos de datos deben inferirse de la interpretación de los documentos, limita el dictamen pericial como máximo, a proporcionar un ámbito de probabilidad de ocurrencia de los hechos.
- En algunos casos, el ámbito definido de esta manera se encuentra totalmente a un lado del límite reglamentario (“la velocidad es menor de 60 km/h”), con lo que el dictamen resulta más que suficiente para sentenciar fundadamente. También puede suceder lo contrario.
- documentación imprecisa, limitada a dichos de partes y testigos, con fuentes de datos indirectos (daños, lesiones, listados de reparaciones y presupuestos), limitan la función del dictamen pericial a determinar condiciones de verosimilitud, o ausencia de ella, a las posiciones de parte y/o relato de testigos.

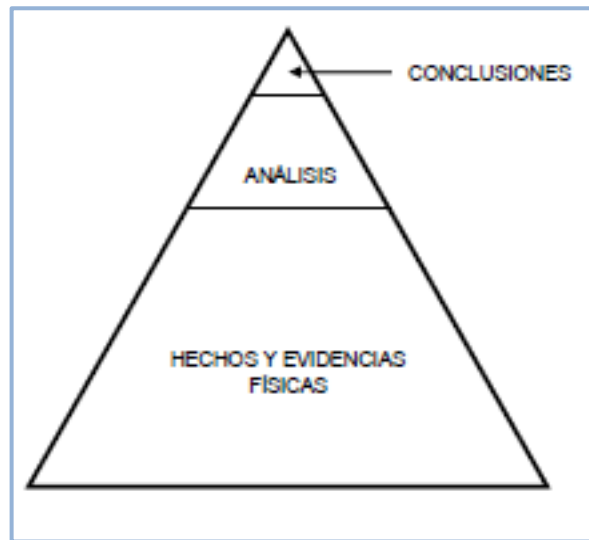
Propender a la calificación y certificación de aptitudes de los ingenieros y profesionales en general, que actúan en el ámbito forense, es atender a generar una profesionalidad específica altamente especializada y un involucramiento de los profesionales con las ramas y aspectos del Derecho y, simultáneamente, exigencias de idoneidad ética y moral, compatible con las responsabilidades asignadas.

## CAPITULO 2

Una idea para terminar: mejores instructores policiales y mejores peritos, redundan en un mejor servicio de justicia.

### 2.2.15 - El Método Científico y la Ingeniería Forense:

La investigación de un evento como un accidente, un evento catastrófico, es organizada como una pirámide (Figura 2.34).



**Figura 2.34** – Pirámide de Investigación Ingeniería Forense

En la base se tienen los hechos y evidencias físicas verificables, los cuales constituyen la base para el análisis de acuerdo a principios científicos.

Los hechos y el análisis, de manera conjunta, es el sustento o respaldo de un número pequeño de conclusiones, que forman la cúspide de la pirámide.

Las conclusiones deben ser basadas directamente en los hechos, las evidencias físicas y el análisis racional.

Si los hechos y evidencias son organizados lógicamente y sistemáticamente, las conclusiones serán evidentes y correctas.

Por otra parte, **el método científico**, en una de sus versiones clásicas, responde a las siguientes etapas:

**1. La observación:** esta es la primera etapa del método científico. Sin la observación no es posible el avance de la ciencia. Las evidencias, datos e información recogidos mediante la observación, organizados sistemáticamente, son la base de formulaciones

## CAPITULO 2

posteriores. Se entiende por observación científica la percepción refinada de uno o más hechos, con la intención de integrar un fenómeno determinado.

**2. La formulación de un problema:** Cuando se observa con atención la realidad, suele formularse interrogantes con relación a la misma. Ocurre que, mientras más datos se recolectan mediante la observación, se experimenta una mayor necesidad de relacionarlos, explicarlos o descubrir sus implicaciones. Entonces, se plantean preguntas que representan la síntesis de la formulación del problema.

**3. La formulación de una hipótesis:** Esta es, quizá, la etapa más importante del método científico. La hipótesis suele definirse como una respuesta o explicación anticipada del fenómeno observado y estudiado, representa una guía, un derrotero en el proceso de la investigación. Cuando la hipótesis se fundamenta o comprueba por métodos racionales o empíricos, se convierte en una tesis científica.

**4. La comprobación o fundamentación de la hipótesis** (ya sea en forma empírica o racional): Fundamentar una hipótesis consiste en aportar evidencias sobre su veracidad. Dependiendo del tipo de fenómeno o realidad investigada, hay, al menos, tres criterios o procedimientos para fundamentar la hipótesis: la observación, la experimentación y el raciocinio o demostración formal.

**5. La formulación de leyes y teorías relacionadas:** Cuando una hipótesis ha sido comprobada mediante uno o más de los procedimientos mencionados en el párrafo que antecede, se obtiene una tesis o ley científica.

### 2.2.16 – Conclusiones del Capítulo 2:

De las investigaciones mencionadas, en los Ítems 2.1.1 a 2.1.5, se sugiere que el **tiempo de reacción percepción** puede tener una distribución de probabilidad Normal y el desvío estándar y valor medio adoptado dependerá de las condiciones climáticas y características psico- física del conductor del vehículo.

De los estudios y análisis previos, en los Ítems 2.1.7 a 2.1.11, puede decirse que los valores del **coeficiente de rozamiento** tiene la tendencia a tener una distribución de probabilidad Normal o bien Lognormal, el desvío estándar y valor medio adoptado dependerá del tipo y condiciones de la calzada.

## CAPITULO 2

Además como se describió la **distancia de frenado** (ítems 2.1.6 y ecuación 2.2), depende de los factores que influyen en el trayecto antes de detenerse y pueden estar relacionados directamente con el propio vehículo coche (componentes físicos del mismo) o bien con la propia conducción: velocidad, estado de la calzada, estado de los neumáticos, eficiencia de los frenos, suspensión, carga del vehículo y condiciones ambientales.

Por otro lado, el coeficiente de fricción neumático – calzada, dependen de las condiciones de preparación y de la naturaleza de las dos superficies y son casi independientes del área de la superficie de contacto.

La fuerza de rozamiento entre dos cuerpos no depende del tamaño de la superficie de contacto entre los dos cuerpos, pero sí depende de cual sea la naturaleza de esa superficie de contacto.

**Es evidente la dependencia del coeficiente de rozamiento con la velocidad, luego como la distancia de frenado depende de la velocidad, resulta que hay correlación entre el coeficiente de rozamiento y la distancia de frenado, no pudiéndose considerar entonces como sucesos independientes.**

Por lo tanto, como las variables están correlacionadas, se tendrá en cuenta en la generación aleatoria de los valores de las variables en cada simulación.

Para cualquier empleo de un método de medición, no solo de la forma de medir, sino la pericia de quien realiza la medición, además del estado del instrumento (Ver Capítulo 3 – ítems 3.7, 3,9 a 3.15), los errores cometidos al **medir ciertas magnitudes**, también tiene la tendencia a tener incertidumbre de sus valores, sin confundir el rango de error de un instrumento con coeficiente de variación (relación desvío estándar con el valor medio) de la medida.

No obstante desde un punto de vista técnico, la distribución normal se aproxima en muchas ocasiones los valores obtenidos para variables que se miden con errores sistemáticos y/o accidentales, por eso se utiliza el desvío estándar, coeficiente de variación, etc.

Por las razones descritas precedentemente, se considerará la distribución de probabilidad de las variables aleatorias de entrada de las ecuaciones determinísticas seleccionadas para el proceso de la Tesis del **Capítulo 4, los Resultados**.

De esta forma, al menos una variable del mismo es tomada como un dato al azar y las relaciones entre variables se toman por medio de funciones probabilísticas.-

### **CAPITULO 3: MATERIALES Y MÉTODOS**

#### **3.1 – Introducción:**

Se describirá en este Capítulo las características de los materiales que se usaron para la elaboración de la Tesis y además de exponer los procedimientos de metodología, constituyendo así el diseño de la investigación:

- Como se obtuvieron las variables usadas para el Capítulo 4 – Resultados.
- Elaboración de las fuentes de los datos utilizados.
- Descripción de los pasos realizados para alcanzar los Resultados.
- La elaboración de los estudios y análisis de la información.
- Técnicas de verificación y estudios de casos de aplicación.

#### **3.2 – Material:**

Los elementos y materiales a investigar, estuvieron disponibles o al alcance inmediato, se necesitó analizar la bibliografía especializada y los correspondientes estudios de informes técnicos.

Computadora o PC con software informático de aplicación de análisis de riesgos y de herramientas estadísticas (de venta comercial, bajo licencia), para realizar el procesamiento de las imágenes y un posterior tratamiento estadístico de los resultados.

En cuanto a las planillas de cálculo para el tratamiento de los datos y el procesador de texto, se utilizó el programa de aplicación de análisis estadísticos.

Con respecto al equipamiento informático que se necesitó, el mismo estuvo disponible en la Facultad y otros elementos necesarios se encontraron disponibles en el Laboratorio de Ingeniería Forense Mecánica.

#### **3.3 - Tipo de Estudio:**

El tipo de estudio que se utilizó está de acuerdo a la hipótesis de la investigación, como es un estudio cuantitativo donde se especificó el análisis tipo descriptivo y así para poder investigar y desarrollar los modelos estocásticos en estudio.

#### **3.4 - Metodología de trabajo - Representación de los casos en estudio:**

La metodología seleccionada para el estudio de cada una de las situaciones planteadas en el Capítulo 4, se elaboraron a partir de croquis o esquemas de las

## CAPITULO 3

situaciones resueltas en forma determinista por otros autores [García Aníbal, 2011, 2016] o bien de acuerdo a experiencias e intervenciones realizadas (actuación 15 años como perito oficial en Tribunales Provinciales de Rosario) por el tesista.

Muchas veces el ingeniero forense, no participa en la recolección de datos e indicios, recibe la tarea de investigar y reconstruir un siniestro partir de información elaborada por la instrucción policial o declaraciones. La forma de trabajo que normalmente se utiliza para analizar un siniestro, es realizar un croquis o esquema donde se fija gráficamente el sitio y los datos necesarios.

No hay registros fotográficos del lugar de cada siniestro, ya que no es necesario determinar la calidad de embestido o embístente y no realizó mediciones de campo, porque este no el objetivo de la tesis, sino el desarrollo de modelos estocástico a partir de casos resueltos en forma determinista.

Como la velocidad es el elemento vital en los problemas de seguridad vial y conducir a exceso de velocidad aumenta la posibilidad de sufrir un accidente (ver Ítem 1.2 - Velocidad es el factor principal en Ingeniería Forense), éstas fueron las ecuaciones deterministas que usaron para los casos en estudio.

Para el estudio forense, éste debe ser simplificado, omitiendo todos los elementos que se presten a confusión, o que impidan la observación de los indicios y referencias, que son imprescindibles para la investigación. Esto es un aspecto medular en el análisis de la dinámica del accidente, ya que permite establecer, sentidos de circulación antes y después del impacto, zona de impacto, entre otros.

### **3.5 - Unidades de Análisis:**

Modelos determinísticos utilizados en la reconstrucción de accidentes de tránsito.  
Modelos estocásticos utilizados en la reconstrucción de accidentes de tránsito.

Velocidades, coeficientes de rozamientos, ángulos de protección, etc, dependiendo del tipo de modelo estudiado.

Operación de los Modelos estocásticos. Modelos estocásticos combinados con la teoría de estado límite o de falla.

### **3.6 - Estructura de la Revisión Bibliográfica:**

La estructura de la revisión bibliográfica respondió al siguiente esquema:

## CAPITULO 3

- **Estrategia de búsqueda:** Las fuentes fueron los estudios o investigaciones relacionados a la reconstrucción de accidentes viales o aplicaciones de la ingeniería forense. La búsqueda fue en internet tanto a nivel nacional o internacional.
- **Criterios de inclusión y exclusión:** De todos los estudios encontrados y consultadas realizadas, los criterios de tamizado, es decir, los artículos que fueron óptimos para la revisión bibliográfica, fueron aquellos donde se mencionaba el estudio estocástico o la utilización de la herramienta Montecarlo.
- **Extracción y Análisis de datos:** A partir de las fuentes elegidas, se seleccionó las informaciones compatibles con el objetivo de la tesis en lo referente a los artículos relevantes que aportaban el soporte teórico de la investigación.

### 3.7 – Propagación de incertidumbres:

La incertidumbre es la falta de certeza, es un estado de conocimiento limitado donde es imposible describir exactamente el estado existente.

No es una medida de la dispersión de valores medidos, para eso se utiliza el desvío estándar, coeficiente de variación, etc.

Su aplicación en el análisis situaciones de accidentes viales, incluida la reconstrucción, es un campo de aplicación relativamente nuevo. Se considerarán factores como el coeficiente de fricción calzada-neumático, distancia o traza de frenado, distancia de proyección de cuerpos, coeficientes de restitución, etc. Luego la viabilidad del nuevo método queda demostrada en el estudio de los casos presentados en el Capítulo 4.

Hay varios tipos de métodos de evaluación de la incertidumbre:

- Incertidumbre estándar Tipo A
- Incertidumbre estándar Tipo B
- Incertidumbre estándar combinado

#### 3.7.1 – Incertidumbre estándar Tipo B:

Es aquella que evalúa la incertidumbre por medios diferentes al análisis estadístico de una serie de observaciones. El uso apropiado de la incertidumbre tipo B está basado sobre todo en la experiencia y el conocimiento general, y puede ser tan confiable como la incertidumbre tipo A.

## CAPITULO 3

La evaluación Tipo B de la incertidumbre típica es la evaluación de la incertidumbre asociada a una estimada  $x_i$  de una magnitud de entrada  $X_i$  por otros medios distintos.

La incertidumbre típica  $u(x_i)$  se evalúa aplicando un juicio científico basado en toda la información disponible sobre la posible variabilidad de  $X_i$ , también por la experiencia del analista, sentido común, libros de referencia, o también puede realizarse empleando el juicio científico. Los valores que caigan dentro de esta categoría pueden derivarse de la siguiente información disponible sobre  $X_i$ :

- datos de mediciones anteriores
- experiencia o conocimiento general acerca del comportamiento y propiedades
- datos y especificaciones técnicas
- incertidumbres asignadas a datos de referencia tomados de libros de referencia
- datos que se toman de tablas, manuales o especificaciones
- establecer la incertidumbre en un cierto múltiplo de la desviación estándar.

### 3.7.2 - Diferentes casos de evaluaciones tipo B:

**Caso 1.** Si la estimación  $x_i$  se obtiene a partir de una especificación del fabricante, de un certificado de calibración, de una publicación o de otra fuente, y su incertidumbre viene dada como un múltiplo específico de una desviación típica.

**Caso 2.** Determinación tipo B cuando se supone una distribución de probabilidad para la variable de entrada: Normal, Uniforme, etc.

*Para una Distribución Normal sería:*

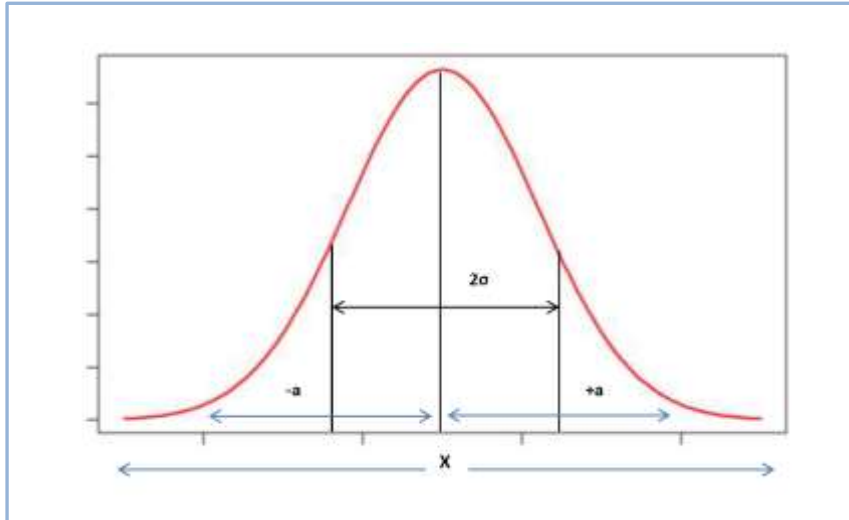
La ecuación (3.1) el resultado de  $u(x_i)$  es el desvío estándar para el caso planteado de distribución Normal e intervalo de confianza del 95.

La incertidumbre se calcula por ejemplo para un nivel de confianza del 95 % como:

$$u(x_i) = \frac{(a_+ - a_-)}{4} \quad (3.1)$$

Cuando se pueda suponer una distribución de probabilidad para la magnitud  $X_i$ , ya sea basándose en la teoría o en la experiencia, la expectativa o valor esperado y la raíz cuadrada de la varianza de su distribución deben tomarse como el estimado  $x_i$  y el desvío estándar asociada ( $x_i \pm a$ ). Ver Figura 3.1

## CAPITULO 3



**Figura 3.1** – Determinación Incertidumbre tipo B

**Caso 3** - De acuerdo a la Norma ISO la evaluación de la incertidumbre tipo B, o sea  $u(x_i)$  se obtiene de:

$u(x_i)$  = las incertidumbre estimadas sin recurrir al uso de mediciones repetitivas

$$u(x) = \sqrt{u_{(x1)}^2 + u_{(x2)}^2 + \dots + u_{(xn)}^2} \quad (3.2)$$

$u_{(x1)}^2$  : procedimiento de medición

$u_{(x2)}^2$  : verificación de la trazabilidad

$u_{(x3)}^2$  : definición incompleta del mensurando ,etc.

$u_{(xn)}^2$  : otros términos (medición imperfecta por condiciones ambientales , lectura sesgada de instrumentos analógicos, resolución finita del instrumento , valores inexactos de los patrones de medida, aproximaciones e hipótesis establecidas en el método, etc.)

La incertidumbre final se obtiene combinando los términos de incertidumbre, en la que cada “ $u(x_i)$ ” representa un componente de incertidumbre independiente. Esto justifica el uso de datos estadísticos y según la distribución normal (gaussiana). [Maroto A., et al. ,2001].

**Caso 4** - [JCGM 2008].

Las componentes de tipo B pueden expresarse por medio de varianzas estimadas  $u^2(x)$  , que pueden considerarse como aproximaciones a las varianzas correspondientes, cuya existencia se supone. Las magnitudes  $u^2(x)$  pueden tratarse como varianzas y las  $u(x)$  como desviaciones típicas.

## CAPITULO 3

Los tipos de evaluación se basan en distribuciones de probabilidad y las componentes resultantes tanto de uno como del otro tipo de evaluación se cuantifican mediante varianzas o desviaciones típicas.

Para una componente de incertidumbre obtenida a partir de una evaluación tipo B, la varianza estimada  $u^2$  se evalúa a partir de información existente y la desviación típica estimada  $u$  a veces se denomina incertidumbre típica Tipo B.

Para una estimación  $x_i$  de una magnitud de entrada  $X_i$  no obtenida a partir de observaciones repetidas, la varianza estimada asociada  $u^2(x_i)$  o la incertidumbre típica  $u(x_i)$  se establecen mediante decisión científica basada en toda la información disponible acerca de la variabilidad posible de  $X_i$ .

Por conveniencia, los valores  $u^2(x_i)$  y  $u(x_i)$  así evaluados, se denominan respectivamente varianza Tipo B e incertidumbre típica Tipo B.

Si no se posee ningún conocimiento específico sobre los valores posibles de  $X_i$  dentro del intervalo, puede asumirse que  $X_i$  puede encontrarse con igual probabilidad en cualquier punto de la incertidumbre típica mismo (distribución uniforme, normal o rectangular de los valores posibles).

Para una distribución normal de esperanza matemática  $\mu$  y desviación típica  $\sigma$ , el intervalo  $\mu \pm 3\sigma$  comprende aproximadamente el 99,73 por ciento de la distribución.

Si los límites superior e inferior,  $a^+$  y  $a^-$ , definen un intervalo con un 99,73 por ciento, en lugar de con un 100 por ciento, y si  $X_i$  puede suponerse distribuida de forma aproximadamente normal, en lugar de carecer de información específica sobre  $X_i$  entre los límites, entonces:

$$u^2(x_i) = a^2 / 9 \quad (3.3)$$

### 3.7.3 - Incertidumbre expandida

*La incertidumbre expandida tiene en cuenta tanto los errores sistemáticos como los errores aleatorios.*

La expresión de la incertidumbre se indica y se representa por  $U$ .

La incertidumbre expandida  $U$  se obtiene multiplicando la incertidumbre típica combinada  $u(x_i)$  por un factor de cobertura  $k$ :

$$U = k \cdot u(x_i) \quad (3.4)$$

*En este caso el valor de la incertidumbre típica  $u(x_i)$  es igual a la desviación estándar, ya que la incertidumbre expandida es un múltiplo de la desviación estándar.*

Resulta conveniente expresar el resultado de una medición en la forma:

## CAPITULO 3

$$Y = y \pm U \quad (3.5)$$

Se interpreta como que la mejor estimación del valor atribuible al mensurando  $Y$  es  $y$  que puede esperarse que en el intervalo que va de:  $y - U$  a  $y + U$  esté comprendida una fracción importante de la distribución de valores que podrían ser razonablemente atribuidos a  $Y$ . Tal intervalo puede también expresarse por:

$$y - U \leq Y \leq y + U \quad (3.6)$$

Se puede suponer que  $k = 2$  representa un intervalo con un nivel de confianza de aproximadamente el 95 %, y que  $k = 3$  representa un intervalo con un nivel de confianza de aproximadamente el 99 %.

### 3.8 - Técnicas de comprobación y validación:

La investigación basada a través de observar en el sentido de la experiencia y el proceso de someter a ciertos principios probabilístico para llevar a cabo la exploración.

Además permitió demostrar la versatilidad del método propuesto y su adaptabilidad a cualquier programa de aplicación informático.

Para lo cual se estableció:

**3.8.1** - *Para la resolución de las ecuaciones estocásticas propuestas se recurrió a dos software de aplicación de venta comercial (bajo licencia):*

- Programa informático de aplicación de análisis de riesgos o bien programa estadístico que utilizan la simulación de Montecarlo. Se generan números aleatorios y cuando la probabilidad de falla  $P_f = \frac{n [G(x) \leq 0]}{NS}$ , tiende a estabilizar y la simulación será representativa.

**3.8.2** - *Para resolver la Función de Falla o estado límite, se consideró:*

- Programa informático que utiliza la simulación de Monte Carlo, estableciendo en cada caso en estudio su correspondiente:  $G(x) = C(x) - D(x)$ .
- Para verificar el resultado obtenido por el software anterior, se determinó:
  - si se estableció la función  $G(x)$  como variable aleatoria se verificó utilizando índice de confiabilidad ( $\beta$ ), definido por la expresión (3.7) siguiente:

### CAPITULO 3

$$\beta = \frac{\mu_{G(x)}}{\sigma_{G(x)}} \quad (3.7)$$

Donde es:

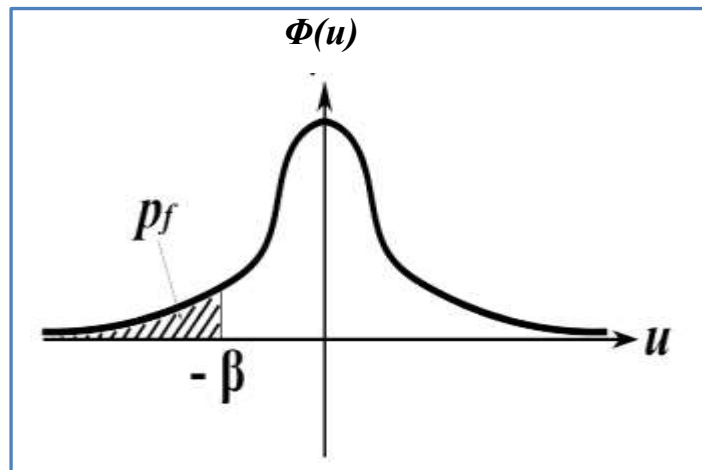
$$\mu_{G(x)} = \mu_{C(x)} - \mu_{D(x)} \quad (3.8)$$

$$\sigma_{G(x)}^2 = \sigma_{C(x)}^2 - \sigma_{D(x)}^2 \quad (3.9)$$

La probabilidad de falla  $P_f$  está dada por:

$$P_f = p(G(x) \leq 0) = \Phi(-\beta) \quad (3.10)$$

$\Phi$  = Función de distribución de probabilidad normal estándar con media 0 y desviación 1 del valor negativo de  $\beta$ . Ver Figura 3.2.



**Figura 3.2** – Se muestra el índice de confiabilidad y la probabilidad de falla.

Las probabilidades se calculan definiendo áreas bajo la curva, la cual se extiende desde  $-\infty$  a  $\infty$ . El área total bajo la curva es igual a 1. La probabilidad de falla es entonces el *área sombreada en la extremidad izquierda de la curva*.

### 3.9 – Medidas Lineales en Accidentes de Tránsito- Accidentología vial:

#### 3.9.1 – Aspectos Metrológicos:

La metrología, entendida como la ciencia de las mediciones, se encuentra dividida en varias ramas, siendo una de ellas la metrología legal, consistente en la totalidad de procedimientos legislativos, administrativos y técnicos establecidos por, o por

## CAPITULO 3

referencia a, autoridades públicas con la finalidad de especificar y asegurar, de forma regulatoria o contractual, la calidad y credibilidad apropiadas de las mediciones relacionadas con los controles oficiales, la seguridad y el ambiente. [Gil y Rodríguez, 2001].

En el momento de realizar una diligencia de orden judicial, la autoridad competente, debe tener presente que una de las premisas sobre la cual debe actuar radica en recaudar elementos que permitan determinar la ocurrencia de una conducta punible y la responsabilidad de los autores o partícipes, es decir, debe garantizar que el método, procedimiento o técnica a emplear para la recolección de pruebas y/o toma mediciones, sea objetivo y adecuado, de manera tal que genere confianza en las partes involucradas.

Hubo error de paralaje, catenaria y los instrumentos usados no presentan certificado de calibración. Esto indica que, no se tuvo en cuenta aspectos básicos de metrología concernientes a la idoneidad de los equipos empleados para la labor de fijación de la escena del choque.

Como consecuencia, se desprende que no sólo para este caso, sino para cualquiera que implique el empleo de un método de medición se debe garantizar la idoneidad de la forma de medir, sino de la pericia de quien realiza la medición, además del estado de aptitud metrológica del instrumento o instrumentos empleados.

### **3.9.2 – Recomendaciones:**

Los procedimientos, métodos y/o técnicas de medición deben ser entendidos por quienes los aplican y en esa medida, validados, esto es, se deben tener elementos de juicio con los cuales certificar, la existencia de evidencia objetiva que pruebe que un sistema de medición y análisis, satisface una serie de requisitos específicos, para garantizar su reproducibilidad.

Un informe de accidente de tránsito, en el cual los requerimientos mínimos para la reconstrucción físico-matemática, no es obtenido por el responsable de ésta labor o perito calificado, al punto que se mencionan muchas fallas en la recolección de pruebas y toma de datos, lo cual queda plasmado en los informes de la preventora (policía científica) con errores de mediciones y de ubicación de los móviles intervinientes.

La referencia de un punto sobre un objeto es el límite externo localizado y estimado como reseña es de considerable valor para la reconstrucción. La misma debe ser considerada como el límite externo, de cualquier elemento comprometido y de importancia para la investigación. [Carballo, 2002] [Hernández, 2005].

## CAPITULO 3

Comprometido cuando se observa que este elemento físico tiene relación al hecho que se investiga con su posición, orientación y estado de conservación.

Es de vital importancia en la investigación pericial de accidentología vial, la referencia detallada de los puntos geográficos referenciados, para esto existen dos métodos:

- Líneas perpendiculares
- Triangulación de mediciones

En todo proceso de medición existen limitaciones dadas por los instrumentos usados, el método de medición, el observador (u observadores) que realizan la medición. Asimismo, el mismo proceso de medición introduce errores o incertezas.

Por ejemplo, cuando se usa un termómetro para medir una temperatura, parte del calor del objeto fluye al mismo (o viceversa), de modo que el resultado de la medición es un valor modificado del original debido a la inevitable interacción que se realiza.

Tanto los instrumentos que se usan para medir como las magnitudes mismas son fuente de incertezas al momento de medir.

A su vez, las magnitudes a medir no están definidas con infinita precisión. Si se quiere medir el largo de una mesa, es posible que al usar instrumentos cada vez más precisos se empiece a notar las irregularidades típicas del corte de los bordes o, al ir aún más allá, finalmente se detecte la naturaleza atómica o molecular del material que la constituye.

Es claro que en ese punto la longitud dejará de estar bien definida. En la práctica, es posible que mucho antes de estos casos límite, la falta de paralelismo en sus bordes haga que el concepto de la “longitud de la mesa” comience a hacerse cada vez menos definido, y a esta limitación intrínseca se denomina incerteza intrínseca o falta de definición de la magnitud en cuestión.

Con la indicación del error de medición se expresa, en forma cuantitativa y lo más precisamente posible, las limitaciones que el proceso de medición introduce en la determinación de la magnitud medida.

**Es imprescindible en ciencia e ingeniería especificar los errores de medición.**

La nomenclatura moderna usada en Metrología para denotar los conceptos discutidos, puede encontrarse consultando las publicaciones sobre el tema elaboradas por la Organización internacional para la estandarización (ISO 3534- 2014).

### 3.10 – Clasificación General de los Errores:

Se debe ser consciente del error, ya que hay formas de clasificar y expresar los errores de medición.

Una de las maneras puede ser según su origen de los mismos y pueden clasificarse del siguiente modo:

- **Errores introducidos por el instrumento:**
  - **Error de apreciación:** si el instrumento está correctamente calibrado la incertidumbre que tendremos al realizar una medición estará asociada a la mínima división de su escala o a la mínima división que podemos resolver con algún método de medición. Nótese que no se dice que el error *de apreciación* es la mínima división del instrumento, sino la minúscula división que es discernible por el observador. La pequeña cantidad que puede medirse con un dado instrumento se la denomina **apreciación nominal**. El error de apreciación puede ser mayor o menor que la apreciación nominal, dependiendo de la habilidad del observador. Así, es posible que un observador entrenado pueda apreciar con una regla común fracciones del milímetro mientras que otro observador, con la misma regla pero con dificultades de visión sólo pueda apreciar 2 mm.
  - **Error de exactitud:** representa el error absoluto con el que el instrumento en cuestión ha sido calibrado.
- **Error de interacción:** esta incerteza proviene de la interacción del método de medición con el objeto a medir. Su determinación depende de la medición que se realiza y su valor se estima de un análisis cuidadoso del método usado.
- **Falta de definición en el objeto sujeto a medición:** como se dijo antes, las magnitudes a medir no están definidas con infinita precisión. Con ' $\sigma$ ' designa la incertidumbre asociada con la falta de definición del objeto a medir y representa su incertidumbre intrínseca.

En general, dada una comprobación, todas estas fuentes de incertidumbres estarán presentes de modo que resulta útil definir el error nominal de una medición  $\sigma_{nom}^2$  como:

$$\sigma_{nom}^2 = \sigma_{ap}^2 + \sigma_{def}^2 + \sigma_{int}^2 + \sigma_{exac}^2 + \dots \quad (3.11)$$

## CAPITULO 3

Este procedimiento de sumar los cuadrados de los errores es un resultado de la estadística, y proviene de suponer que todas las distintas fuentes de error son independientes una de otras.

Esta clase de estudio es un problema de estadística. Si se toma una muestra de tamaño " $n$ " y para la misma medimos las alturas de cada individuo, este experimento dará  $n$  resultados:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ .

El *mejor valor de una medición será el estadístico* y se tomara la media aritmética y la desviación estándar.

### 3.10.1 - Clasificación de los Errores en la Medición:

En general, en una medición se cometen imperfecciones que dan lugar a un error en el resultado de medida.

Los errores no siguen una ley determinada y su origen está en múltiples causas.

Atendiendo a las causas que lo producen, los errores se pueden clasificar en dos grandes grupos: *errores sistemáticos y errores accidentales*.

*Se denomina error sistemático* a aquel que es constante a lo largo de todo el proceso de medida y, por tanto, afecta a todas las medidas de un modo definido y es el mismo para todas ellas. Estos errores tienen siempre un signo determinado y las causas probables pueden ser:

- *Errores instrumentales* (de aparatos): por ejemplo, el error de calibrado de los instrumentos.
- *Error personal*: Este es, en general, difícil de determinar y es debido a las limitaciones de carácter personal. Como, por ejemplo, los errores de paralaje, o los problemas de tipo visual.
- *Errores de método de medida*: que corresponden a una elección inadecuada del método de medida; lo que incluye tres posibilidades distintas: la inadecuación del aparato de medida, del observador o del método de medida propiamente dicho.

*Se denominan errores accidentales o aleatorios* a aquellos que se deben a las pequeñas variaciones que aparecen entre observaciones sucesivas realizadas por el mismo observador y bajo las mismas condiciones. Las variaciones no son reproducibles

### CAPITULO 3

de una medición a otra y se supone que sus valores están sometidos tan sólo a las leyes del azar y que sus causas *son completamente incontrolables* para un observador.

Los *errores accidentales* poseen, en su mayoría, un valor absoluto muy pequeño y si se realiza un número suficiente de medidas se obtienen tantas desviaciones positivas como negativas. Y, aunque con los errores accidentales no se pueden hacer correcciones para obtener valores más concordantes con los reales, *si pueden emplearse métodos estadísticos*, mediante los cuales se pueden llegar a algunas conclusiones relativas al valor más probable en un conjunto de mediciones.

*Ambos tipos de errores, los sistemáticos y los aleatorios, contribuyen a la incertidumbre, bien en su totalidad (por no haber sido corregidos), o bien con los errores no corregidos y la incertidumbre de la corrección aplicada para los errores corregidos.*

**Tabla 3.1** - Comparación entre los errores sistemáticos y los accidentales

<b>Sistemáticos</b>	<b>Accidentales</b>
Según la ley físico matemática determinada	Según la ley de las probabilidades
Se conocen en signos y magnitud el exceso (+) y el defecto (-)	No se conoce su magnitud ni su signo
Son medianamente corregibles	No se pueden corregir pero pueden disminuirse siguiendo determinado procedimiento
Varían proporcionalmente al número de mediciones	No varían al número de mediciones realizadas

#### **3.10.2 - Cifras Significativas en un resultado determinístico:**

El objeto de toda técnica de medición y de estimación es alcanzar un rango de incertidumbre cuantificado. Acotar la duda genera un ámbito de certidumbre y de seguridad, cualesquiera sean las hipótesis utilizadas, cualesquiera las fuentes de coeficientes recurridas, y con todas las indeterminaciones generadas en la construcción de la evidencia, los resultados estarán cierta y seguramente dentro del rango determinado.

Se considera que las cifras significativas de un número son aquellas que tienen significado real o aportan alguna información. Las cifras significativas de un número vienen determinadas por su error.

Son cifras significativas aquellas que ocupan una posición igual o superior al orden o posición del error. Lo aparentemente preciso velocidad = 15,34 m/seg

## CAPITULO 3

(resultado de un modelo determinístico) introduce una propagación de errores y de incertidumbre. En ingeniería, el rango de incertidumbre se denomina error.

El error es incertidumbre en forma de magnitud (número), y se puede expresar como la mitad del rango de incertidumbre o como porcentaje del valor nominal.

El valor de rango de 80 a 100 km/h puede expresarse, entonces, de una manera científica como  $90 \pm 10$  km/h o bien como un valor medio de 90 km/h con un error relativo porcentual del 10 %.

Lo aparentemente preciso (93,68 km/h) no es cierto, y lo aparentemente impreciso ( $90 \pm 10$  km/h) no solo es cierto, agrega el valor del rango de incertidumbre, imprecisión o error con que se ha estimado el valor.

Esa diferencia permite diferenciar un dictamen científico de una expresión de la ignorancia. [García, Aníbal O., 2011]. El correcto manejo de los datos obtenidos en un resultado, en cuanto a su precisión se refiere, se trabaja con las cifras significativas.

*Sin embargo, el número total de dígitos no representa necesariamente la precisión del resultado.*

### 3.10.3 - Reglas para Expresar una Medida y su Error:

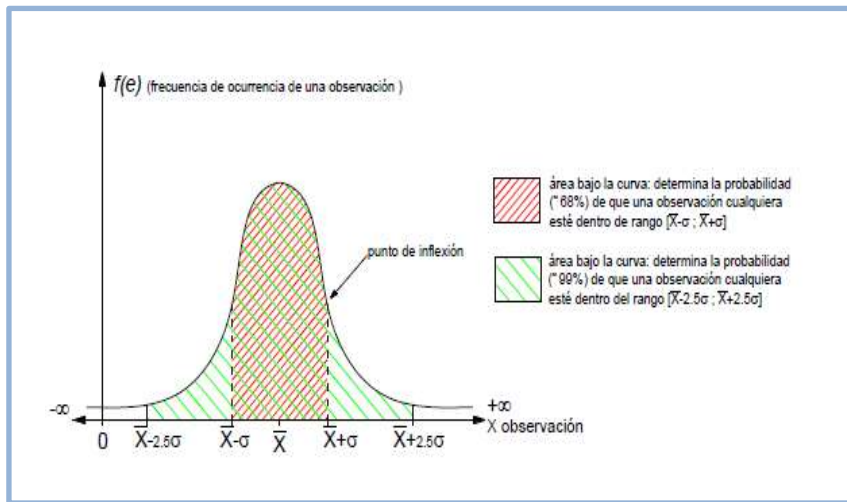
- Todo resultado experimental o medida hecha debe ir acompañada del valor estimado del error de la medida y a continuación, las unidades empleadas.
- Los errores se deben dar solamente con una única cifra significativa.
- La última cifra significativa en el valor de una magnitud física y en su error, expresados en las mismas unidades deben de corresponder al mismo orden de magnitud.

### 3.10.4 - Distribución Normal de los Errores Accidentales:

Los **errores accidentales** responden a una distribución normal, es decir que la distribución de probabilidad que describe sus comportamientos tiene las características indicadas en las Figuras 3.3 y 3.4. De la siguiente distribución se desprenden los siguientes postulados:

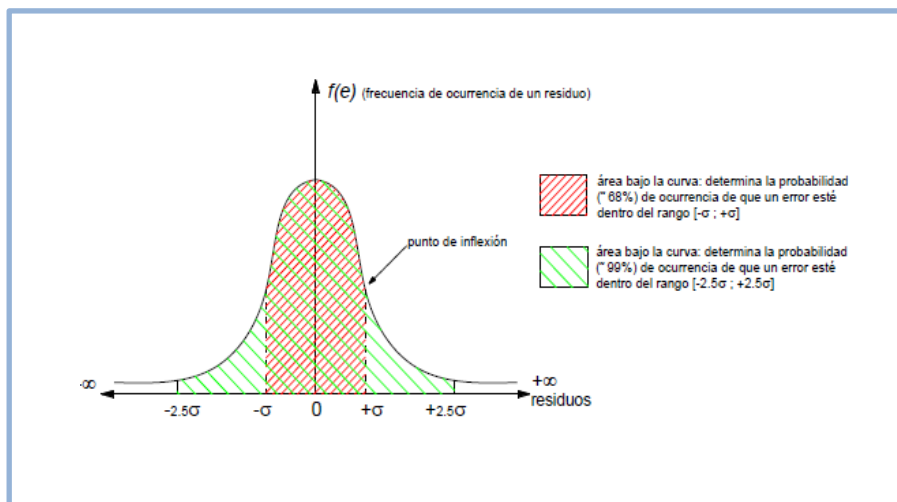
- Son igualmente probables los errores positivos como negativos.
- Son más frecuentes los errores pequeños que los grandes.
- Los errores varían entre  $-\infty$  y  $+\infty$ .
- Los puntos de inflexión de la curva.

### CAPITULO 3



**Figura 3.3** – Distribución normal de errores accidentales (observaciones)

Si se realizaran “ $n$ ” observaciones ( $n$  tendiendo a  $\infty$ ) de una misma magnitud en igualdad de condiciones, obtendremos muchos valores que se repetirán, algunos con más y otros con menos frecuencia. Éste gráfico muestra los valores arrojados en el proceso de medición ( $x =$  abscisas), en función de las frecuencias de ocurrencia de dichos valores ( $f(x)=$  ordenadas). Si la campana se ubicaría simétrica respecto del eje  $f(e)$  obtendríamos la distribución de los residuos ( que es la diferencia entre el valor más probable y el valor observado).



**Figura 3.4** – Distribución normal simétrica respecto de  $f(e)$  - Residuos

## CAPITULO 3

### 3.10.5 - Precisión en la Medición:

La precisión se refiere al grado de dispersión o concordancia de un conjunto de valores obtenidos de mediciones repetidas de una misma magnitud realizadas en igualdad de condiciones.

Cuanto menor es la dispersión entre las observaciones, mayor es la precisión. Esta precisión dependerá principalmente del instrumental y el método utilizado.

Por ejemplo, no es lo mismo medir la hipotenusa de triángulo rectángulo, en forma directa con una cinta graduada al milímetro que medir los otros dos lados con cinta graduada al centímetro, y calcular luego el lado en cuestión.

En el primer caso tenemos un instrumental más preciso (para tener mejor apreciación) y el método de medición (directa) hace que los errores no se propaguen como el segundo caso.

Tener en cuenta que para poder analizar de forma probabilística el comportamiento de los errores accidentales en las mediciones, las observaciones deben estar libres de influencias de errores sistemáticos, ya que algunos de éstos errores no afectan de modo constante a cada observación (ej. la temperatura de una cinta metálica).

Aplicación de la teoría de errores a mediciones reiteradas de una misma magnitud en igualdad de condiciones:

Si se tiene una serie de mediciones realizadas con el mismo instrumental, el método, condiciones, etc., o sea, de precisión igual, se obtiene que el valor más probable de la serie, sea la media aritmética:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \quad (3.12)$$

Para estimar el grado de variabilidad entre las mediciones, recurrimos al desvío estándar o error medio cuadrático.

Es un valor que caracteriza la precisión de cada medición, dentro de una serie de mediciones dadas en las mismas condiciones, con el mismo método, instrumental, etc.

### 3.11 - El término “incertidumbre” en la Medición:

La palabra “incertidumbre” significa duda. Así, en su sentido más amplio, “incertidumbre de medida” significa imprecisión sobre la validez del resultado de una medición.

## CAPITULO 3

### 3.11.1 - Error e Incertidumbre: Diferencias

Es importante diferenciar los términos **error** e **incertidumbre**:

- **Error:** es la diferencia entre un valor medido y el valor convencionalmente verdadero, del objeto que se está midiendo.
- **Incertidumbre:** es la cuantificación de la duda que se tiene sobre el resultado de la medición.

En un procedimiento que proporcione el valor de una magnitud  $X$ , si su resultado no coincide con el valor real de dicha magnitud, la diferencia entre el valor real y el valor medido se llama: **error de la medida**.

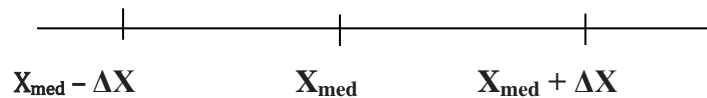
$$\text{Error} = X_{med} - X_{real} \quad (3.13)$$

El error es siempre desconocido, pero puede estimarse las cotas para su valor (positivo o negativo). Estas cotas se denominan **incertidumbre absoluta** de la medida y se las denota como:  $\pm \Delta X$  (también se la puede escribir como  $u(x)$ )

De la definición del error y de la incertidumbre se deduce que el valor real de la medida se encuentre en el intervalo:

$$X_{real} \in (X_{med} - \Delta X, X_{med} + \Delta X) \quad (3.14)$$

Como ambas cotas son iguales y se habla de una única incertidumbre de la medida  $\Delta X$ , gráficamente (ver Figura 3.5) se puede representar esta situación de la siguiente forma:



**Figura 3.5** – Valor medido e incertidumbre

$$\text{Resultado de una medida: } X = X_{med} \pm \Delta X \quad (3.15)$$

### 3.12 - Métodos de Medición:

Las técnicas de medición aplicables a caracterizar la magnitud de los rastros, su posición en relación con otros elementos y su contexto geográfico, se basa en principios de geometría y principalmente de las ciencias físicas matemáticas.

## CAPITULO 3

Los instrumentos requeridos: cinta métrica, odómetro y brújula, que son realizados por funcionarios policiales, a partir de la instrucción, los peritos judiciales deben mucho tiempo después reconstruir la manera de cómo ocurrieron los hechos.

Por lo tanto, se debe interpretar críticamente la colecta de los rastros realizada por terceros, analizar su consistencia, comprobar su congruencia intrínseca, y con el resto de la información recolectada, cumplir con el dictamen solicitado.

Como se pudo observar, muchas veces los rastros e indicios, carecen de rigurosidad o severidad necesaria para la fiabilidad de la reconstrucción e investigación analítica del siniestro.

**Tabla 3.2 - Diferentes Métodos e Instrumentos usados en la Medición de Distancias**

<i>Método</i>	<i>Precisión</i>	<i>Usos</i>
Con pasos	1/50 a 1/200	Reconocimiento y Localización preliminar
Odómetro	1/200	Reconocimiento y Localización preliminar
Medición común con cinta acero	1/1000 a 1/5000	Se utiliza para levantamiento de rastros y ubicación de elementos
Medición de precisión con cinta invar	1/10.000 a 1/30.000	No muy común se utiliza para trabajos de topografía y ubicación de terrenos

### 3.13 - Medición con Cinta o Flexómetro:

En el proceso de medición asignamos un valor cuantitativo a una magnitud física. Pero tan importante como la cantidad que se mide son los errores implicados en ese proceso de medición.

Siempre quedará un rango de incertidumbre proveniente de causas fortuitas, limitaciones humanas, limitaciones del instrumental utilizado y condiciones generales de trabajo. Estos errores, si bien son inevitables e incorregibles, si pueden ser estimados.

Por lo tanto, cada medida estará acompañada por este rango de incertidumbre o precisión que determinará la calidad del resultado:

$$\text{Resultado de la medición} = \text{Cantidad medida} \pm \text{Error de la medida} \quad (3.16)$$

## CAPITULO 3

### 3.13.1 - Error Estándar de la Media:

Es la precisión con la cual se calculó la media o promedio. Según la ley de propagación de errores (errores en mediciones indirectas).

La desviación estándar ( $\sigma_x$ ) representa la variación en los valores de una variable, mientras que el error estándar de la media ( $\sigma_{xm}$ ) representa la dispersión que tendría la media de una muestra de valores si se continuaran tomando muestras.

Por lo tanto, el  $\sigma_{xm}$  proporciona una idea de la precisión de la media y el  $\sigma_x$  da una idea de la variabilidad de las observaciones individuales.

Estos dos parámetros están relacionados:

$$\sigma_{xm} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \quad (3.17)$$

donde es:

$\sigma_{xm}$  = Error estándar de la media

$\sigma_x$  = Desviación estándar

$n$  = tamaño de la muestra

El error medio de la media (calidad o precisión con que se calculó el promedio) está en función del número de observaciones y de la precisión de cada una de ellas.

O sea, si aumento el número de observaciones, se mejora la calidad del promedio, pero la precisión con la que se realizó cada medición no varía.

Cuando se encomienda un trabajo, se estipula la precisión o tolerancia requerida para lo mismo, sobre la base de la misma, se elige el instrumental y el método de medición que garantice, en teoría, resultados dentro de la tolerancia impuesta.

*Aun así hay errores inevitables y de distribución aleatoria, errores accidentales que intervienen en toda medición.*

Entonces, para conocer en aproximación la precisión efectiva con la que se trabaja, se recurre a la sobreabundancia de observaciones, la que permite conocer el grado de dispersión entre las mismas y el promedio, es decir, la precisión con la que se midió.

Además, la sobreabundancia de observaciones permite obtener un promedio más preciso, esto se debe a que los errores accidentales (inevitables) que afectan las mediciones, lo hacen aleatoriamente tanto en forma positiva como negativa, por lo tanto al realizar el promedio de “ $n$ ” observaciones, los errores positivos que se cometen en determinadas mediciones se compensarán parcialmente con los negativos de otras.

## CAPITULO 3

*Por lo tanto la precisión que acompañará a ese promedio no será mejor cuantas más observaciones se realice.*

Debe haber una concordancia entre la graduación del instrumento de medición y la precisión buscada.

### 3.13.2 - Error en la Medición con Cinta Métrica:

Los errores más frecuentes en la Medición con Cinta o Flexómetro son:

- Cinta o flexómetro no estándar
- Alineamiento imperfecto
- Falta de horizontalidad en la cinta
- Cinta no recta
- Errores accidentales
- Variaciones en la longitud de la cinta debido a la temperatura
- Variaciones de tensión
- Formación de catenaria ( debido al peso propio de la cinta)

Reparticiones oficiales o privadas encargadas de realizar trabajos topográficos fijan el límite máximo del error tolerable, que varía en función de las zonas y las condiciones en que se realiza la medición.

Se llama Tolerancia ( $T$ ) al error admitido en la medición de una magnitud. La tolerancia lineal se expresa en función del error medio accidental, del error sistemático y de la magnitud medida.

$$T = \pm a\sqrt{Ma^2 + Ms^2} \quad (3.18)$$

Donde es:

$Ma = a\sqrt{L}$  - error accidental

$Ms = \beta \cdot L$  - error sistemático

$L =$  Longitud a medir

Siendo:

*$a, \alpha, \beta$  valores empiricos que varian de acuerdo a la finalidad del trabajo  
y a las condciones delt erreno*

### CAPITULO 3

Si se reemplaza se llega a la expresión del error medio y a la tolerancia:

$$T = \pm a\sqrt{(\alpha^2 \cdot L) + (\beta \cdot L)^2} \quad (3.19)$$

El Ministerio de Obras Públicas de la Pcia. de Buenos Aires utiliza los siguientes valores, donde T y L están en metros (ver Tabla 3.3):

**Tabla 3.3 – Tolerancia T según zona de medición**

<i>ZONA</i>	<i>CONDICIONES</i>	<i>Tolerancia T</i>
<b>Urbana</b>	Favorables	$\pm 0,015\sqrt{0,3L + 0,0005L^2}$
	Desfavorables	$\pm 0,02\sqrt{0,3L + 0,0005L^2}$
<b>Suburbana</b>	Favorables	$\pm 0,02\sqrt{0,3L + 0,0005L^2}$
	Desfavorables	$\pm 0,03\sqrt{0,3L + 0,0005L^2}$
<b>Rurales</b>	Favorables	$\pm 0,01\sqrt{1,5L + 0,003L^2}$
	Desfavorables	$\pm 0,015\sqrt{1,5L + 0,003L^2}$
	Muy Desfavorables	$\pm 0,02\sqrt{1,5L + 0,003L^2}$

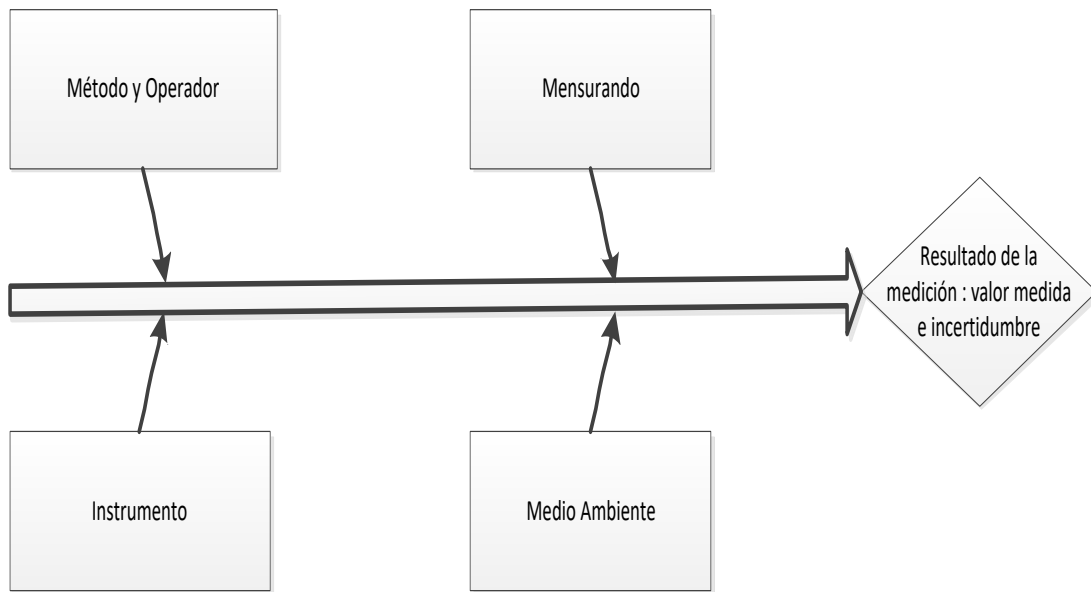
Ejemplos:

Para L = 10 m en zona urbana	Para L = 10 m en zona rural
<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Favorable: <math>T = \pm 0,026</math></li> <li>○ Desfavorable: <math>T = \pm 0,035</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Favorable: <math>T = \pm 0,039</math></li> <li>○ Desfavorable: <math>T = \pm 0,078</math></li> </ul>

#### **3.14. – Diagrama de Ishikawa aplicado a la Medición:**

El siguiente Diagrama de Cola de pescado o Ishikawa (Figura 3.6), muestra que el resultado de la medición está condicionado por varios factores:

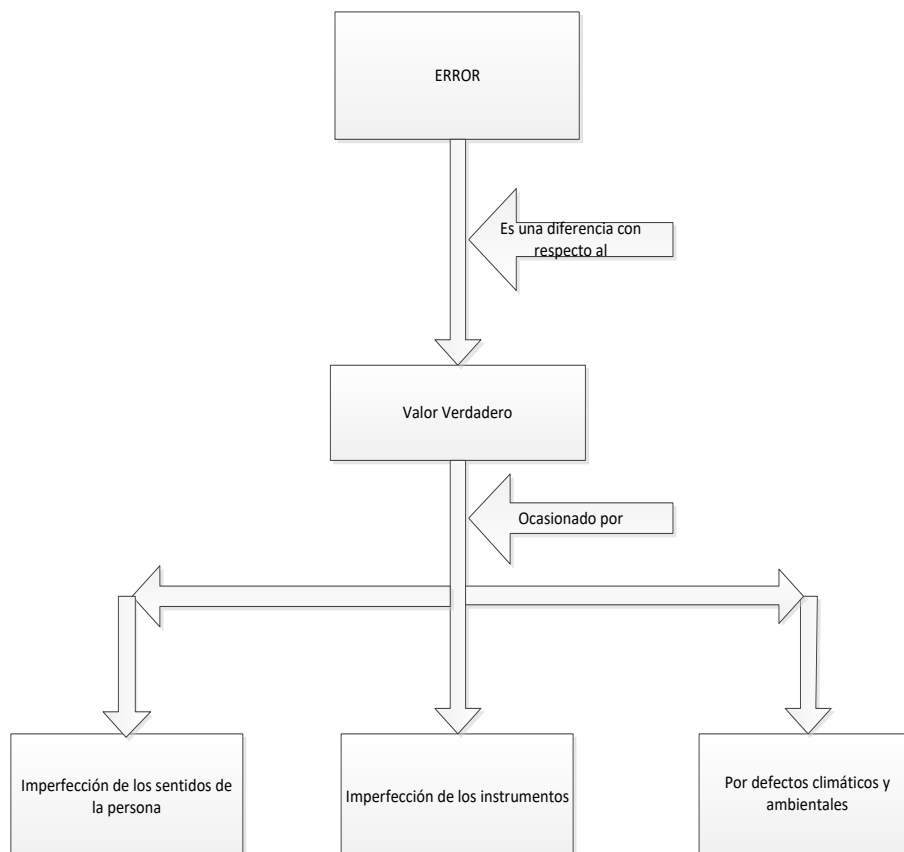
### CAPITULO 3



**Figura 3.6 – Diagrama de Ishikawa aplicado a la Medición**

#### 3.14.1 – Diagrama aplicado al Error de la Medición:

La siguiente Figura 3.7 muestra el Diagrama aplicado al Error en la medición y los factores que intervienen:



**Figura 3.7 - Diagrama aplicado al Error en la medición**

## CAPITULO 3

### 3.15 - Odómetro Manual o Rueda de Medición:

Los odómetros determinan trayectos o distancias con un contador mecánico en la rueda. Los odómetros tienen una rueda fija de acero noble o de plástico y están lacados con colores luminosos.

El contador cuenta también hacia atrás, pueden ser utilizados para realizar mediciones de trabajo en tendidos de cables eléctricos, soterramiento de tuberías, peritajes oficiales o medidas topográficas.

- Posee una rueda de medición compacta
- Mide rápido como pueda caminar
- Liviano, de sencillo manejo y transporte

#### Como usar:

- Para utilizar los odómetros manuales en la medición de una distancia entre dos puntos, simplemente se fija la rueda sobre el punto de partida, apretar el botón de inicio y caminar hasta el punto final. La distancia recorrida aparecerá directamente en el marcador o la pantalla.

#### Características técnicas:

- Medida en metros y decímetros
- La manija telescópica reduce de longitud
- Pueden contar distancias hacia adelante y hacia atrás
- Rango de medición: 0 a 1.000 m
- Funcionan perfectamente para medir longitudes curvas
- Rueda/odómetro de aluminio moldeado a presión con recubrimiento resistente de goma para su utilización en cualquier superficie.

#### 3.15.1 – Precisión del odómetro según modelo:

- Precisión:  $\pm 5$  cm cada 100 metros.
- Odómetro diseñado obra vial: Precisión de 0,1 %.
- Odómetro más preciso 0,02 %



**Figura 3.8** – Diferentes modelos de Odómetros

### **3.16 - Justificación del uso de las Probabilidades y Distribución Normal:**

Sobre la base de la información y estudios del Capítulo 2 y del entendimiento de aplicar las herramientas en la reconstrucción de los siniestros viales se necesitó seguir una metodología precisa en las fases de la investigación.

El proceso intelectual de la investigación estuvo compuesto por varias fases sucesivas que comienza:

- con la elaboración de las hipótesis iniciales partiendo de la experiencia y de los datos de campo
- con la reconstrucción analítica y secuencial del siniestro
- con la comprobación de la validez de las hipótesis planteadas
- con la determinación de las causas del siniestro vial.

Para la utilización de los modelos matemáticos o fórmulas de reconstrucciones en el empleo de las variables se debió:

- Considerar una **distribución normal** de los mismos con un valor medio y un desvío estándar.

### CAPITULO 3

- Experimentos demostraron que la fricción de los neumáticos varía entre los neumáticos de economía, de turismo y de rendimiento tanto en condiciones mojadas y secas.
- Los datos también confirmaron que los valores de fricción sobre superficie seca de los neumáticos modernos de automóviles son más altos que los reportados en el pasado utilizando neumáticos antiguos y **que estas fricciones evaluadas se distribuyen normalmente.**
- La información analizada asimismo señaló que los valores de tiempos de percepción y reacción fricción de conductores **se distribuyen normalmente.**

#### 3.17 - Justificación de la Incertidumbre en la Resolución de Accidentes Viales:

##### 3.17.1 – Variaciones en el Coeficiente de rozamiento calzada – neumático:

Como se señaló en el Ítem 2.1.7, los coeficientes fueron estimados estadísticamente de acuerdo a diversos ensayos que se realizaron sobre una muestra de automóviles, los mismos son representados en un diagrama de distribución normal, teniendo en cuenta un promedio de  $\mu = 0,76 \pm 0,06$ , donde el 95% de todos los casos se puede esperar un intervalo entre 0,64 y 0,88. Donde ciento cincuenta y nueve (159) pruebas permanecieron con una media de  $\mu = 0,76 \pm 0,061$  (coef. variación de  $\pm 8,5$  %). Además se examinó parte de la Tabla 2.19, mostrada en el Ítem 2.1.12, de posibles valores del coeficiente  $\mu$  (coeficiente de rozamiento calzada seca de cemento - neumáticos) normalmente empleados en la reconstrucción de accidentes viales:

**Tabla 3.4-** Coeficientes de rozamiento - Fuente SAE 830612

<i>Velocidad:</i>	<i>Menos de 50 km/h.</i>		<i>Más de 50 Km/hora</i>	
	<b>De</b>	<b>A</b>	<b>De</b>	<b>A</b>
<b>Cemento:</b>				
• Nuevo, liso	0.80	1.20	0.70	1.00
• Usado	0.60	0.80	0.60	0.75
• Pulimentado por el tráfico	0.55	0.75	0.50	0.65

### CAPITULO 3

Variaciones del coeficiente “ $\mu$ ”:

**Tabla 3.5** – Variaciones de “ $\mu$ ” según velocidad, tipo y estado de la calzada

<i>Velocidad:</i>	<i>Menos de 50 km/h.</i>		<i>Más de 50 Km/hora</i>	
	<b>De</b>	<b>A</b>	<b>De</b>	<b>A</b>
<b>Cemento</b>				
<b>Nuevo, liso</b>	<b>1 ± 0,20 - Variación del 20 %</b>		<b>0,85 ± 0,15 – Variación del 17,6%</b>	
<b>Usado</b>	<b>0,7 ± 0,10 - Variación del 14,3 %</b>		<b>0,675 ± 0,075 - Variación del 11 %</b>	
<b>Pulimentado por el tráfico</b>	<b>0,65 ± 0,10 - Variación del 15,4 %</b>		<b>0,575 ± 0,075 - Variación del 13 %</b>	

Se obtiene como valor medio para menos 50 km/h:  $(0,20 + 0,143 + 0,154) / 3 = 0,166$  y para más de 50 km/h:  $(0,176 + 0,11 + 0,13) / 3 = 0,138$  o sea una variación de  $\pm 8,3 \%$  a  $\pm 6,9 \%$ .

Por lo tanto, en la resolución de los accidentes de tránsito, se debe seleccionar o adoptar el coeficiente de rozamiento “ $\mu$ ” calzada – neumáticos, donde existe una doble incertidumbre a saber:

- Seleccionar el tipo de calzada, muchas veces sin efectuar el ensayo respectivo.
- Establecer anticipadamente probable rango de velocidades del hecho acontecido sin conocer otras variables intervinientes.
- Luego seleccionar un entorno de variación de “ $\mu$ ”, que puede variar entre el *11% al 20 %* (coef. de variación media  $\pm 7,6 \%$ .) según criterio del perito o experto en la reconstrucción del siniestro.

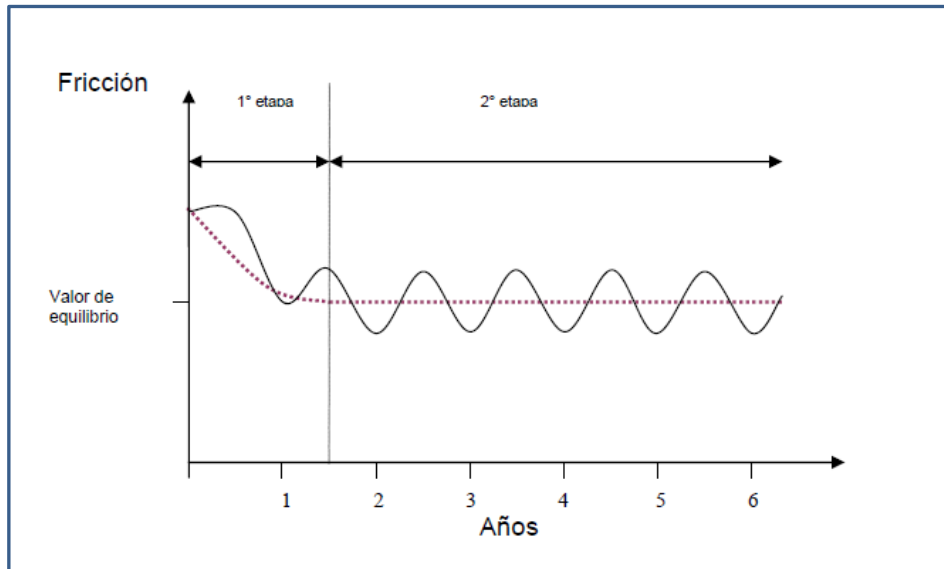
#### **3.17.2 - Variación teórica del coeficiente de fricción** [Pagola, M., 2012]:

La variación del coeficiente de fricción parece seguir un patrón teórico formado por dos etapas, como el mostrado en la Figura 3.9.

Durante la primera etapa, aproximadamente el primer año de servicio, el valor del coeficiente de fricción decrece rápidamente, es decir, sufre una pérdida inicial. Luego de ese período, en la segunda etapa, los valores se mantienen relativamente constantes, oscilando en torno a un “valor de equilibrio”.

El valor de equilibrio y el tiempo que se tarde en alcanzarlo dependerá del tránsito, el tipo de mezcla, los agregados y el clima.

### CAPITULO 3



**Figura 3.9** - Variación teórica del coeficiente de fricción a lo largo de la vida de servicio [Pagola, M. ,2012]

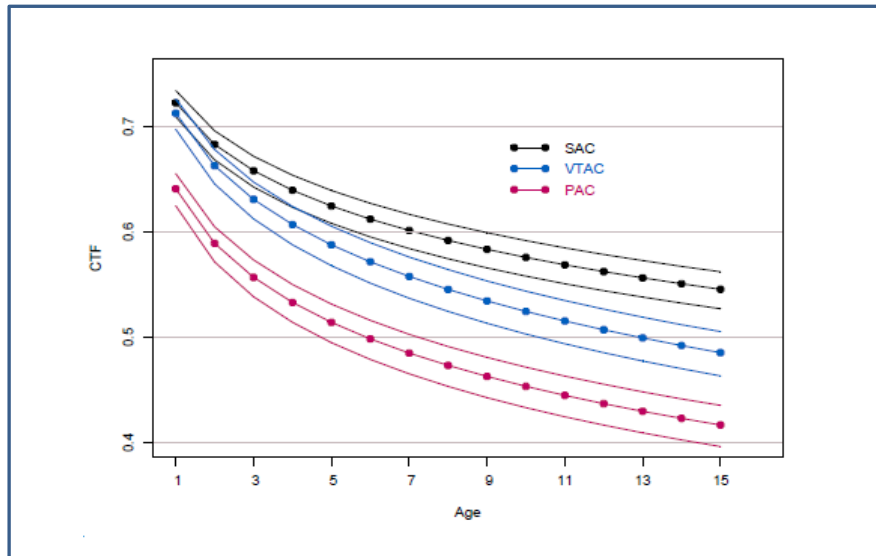
El coeficiente de fricción varía con el tiempo, dicha variación parecería seguir el siguiente modelo teórico:

- Al inicio de su vida en servicio, recién finalizada la obra, el valor es bajo debido a que los agregados se encuentran recubiertos con una delgada película de asfalto.
- Una vez que esa película se desgasta el valor del coeficiente de fricción tiene un incremento llegando al valor máximo que puede brindar esa superficie.
- Durante aproximadamente el primer año de servicio, el valor del coeficiente de fricción decrece rápidamente, es decir, sufre una pérdida inicial.
- El valor de equilibrio y el tiempo que se tarde en alcanzarlo dependerá del tránsito, el tipo de mezcla, los agregados y el clima. Durante ambas etapas existen variaciones reversibles asociadas a las estaciones del año, dando mayores valores en invierno y menores en verano.

En dicha base se encuentran los resultados de las campañas anuales de mediciones de los parámetros macro textura y coeficiente de fricción realizada en la red de principal de autopistas con peaje del sur de Francia. El estudio comprendió el análisis de resultados de coeficiente de fricción transversal medido con Equipo Scrim Tex, (equipos para medir coeficiente de fricción transversal) y las edades de las carpetas de rodamiento se encuentran entre 1 y 15 años.

## CAPITULO 3

En la Figura 3.10 se observa la evolución para tres tipos de mezclas asfálticas.

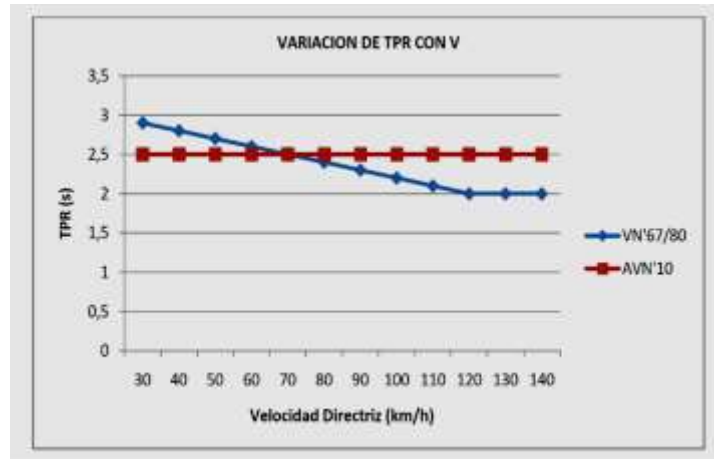


**Figura 3.10** - Evolución del coeficiente de fricción transversal [Pagola, M., 2012]

### 3.17.3 – Variaciones en los Tiempos de Percepción y Reacción:

Los **Tiempos de Percepción y Reacción** ( $T_{pr}$ ) que se muestra en los Apartados 2.1.1, 2.1.2, 2.1.3, 2.1.4 y 2.1.5 de la Tesis, donde se manifiestan los numerosos ensayos se han practicado a fin de determinar el tiempo de percepción y reacción total apropiado para cada circunstancia, todos ellos de difícil implementación. Se debe prestar especial atención en la determinación del mismo, pues errores en su estimación pueden derivar en cálculos incorrectos de parámetros trascendentes en el dimensionamiento de elementos del diseño geométrico, o en determinaciones inexactas de variables sensibles para el análisis de accidentes. Ver Figura 3.11.

## CAPITULO 3



**Figura 3.11** – Variaciones del Tpr con la velocidad

En cualquiera de las etapas del tiempo de percepción y reacción, pueden ocasionarse demoras y/o errores, que pueden concatenarse, provocando un accidente.

Si bien para su mejor comprensión, el tiempo de percepción y reacción está desagregada en etapas, no es tarea sencilla una vez detectada una demora, especificar a qué etapa corresponde.

Analizar todas aquellas situaciones donde la participación y correcta evaluación del Tiempo de Percepción y Reacción es trascendente, tales como por ejemplo, el cálculo de distancias de visibilidad de sobrepaso, longitudes de fajas de aceleración y deceleración, cálculo de distancias de frenado, estimación de velocidades los rodados involucrados en accidentes.

En consecuencia, las medidas tendientes a minimizar los accidentes, deberían respetar el principio rector de la seguridad vial: VER y SER VISTOS.

### **3.17.4 – Variaciones y Propagación de Incertidumbre en las medidas accidentológicas:**

Para estimar las variables aleatorias utilizadas en la confección de los modelos estocásticos y establecer los rangos de incertidumbre, se analizaron los estudios y aplicaciones propuestas por los siguientes autores:

**3.17.4.1-** Raramente se justifica una precisión mayor que un  $\pm 10 \%$  en una reconstrucción accidentológica. [Martínez E., 2003].

**3.17.4.1-** Las velocidades estimadas y las cotas de error inferidas tomando la combinación de los valores extremos de cada fuente de error, dan como resultados cotas

### CAPITULO 3

considerablemente menores a las estimadas mediante las simulaciones numérica y en cálculo de la velocidad dan como coef. de variación entre  $\pm 10 \%$  . [Blanco y Enciso, 2004].

**3.17.4.2** - Calculando todas las contribuciones calculadas, el error de velocidad apreciado, a partir de la desviación de  $\mu$  y la longitud de la traza, finalmente se obtiene la contribución de ambas desviaciones, coeficiente de fricción y longitud de traza, por el error apreciado en el cálculo de la velocidad en el vehículo utilizado en el experimento como error propagado en la velocidad es de  $8.2 \%$  . [Enciso y Custidiano, 2002, SAE 01-2230].

**3.17.4.3** - Para la estimación del error de cada técnica y de cada fase del análisis, cualquiera fuese su magnitud, ponen de sobre relieve los errores de estimación de ciertas técnicas, y ocultan los graves errores, de apreciación y conceptuales, con que se aplican las otras técnicas. Todas las estimaciones realizadas en los trabajos están cargadas de un cierto rango de imprecisión o error. Las tablas SAE 940722-1994, establecen que para cada rango de velocidad, menores a 50 Km/h, el coeficiente de fricción en pavimento de asfalto seco, se encuentre entre 0,55 y 0,75. Para velocidades mayores a 50 Km/ h, entre 0,45 y 0,65. Si se supone que un automóvil, antes de detenerse deja una huella de frenada de 10 metros, y si se aplica la ecuación correspondiente se obtendrá un rango de posibles velocidades al inicio de las huellas de frenada, entre  $40,5 \pm 3,1$  Km/h. Y si se expresa como un error relativo en forma porcentual, sería:  $40,5 \text{ Km/h} \pm 7,7 \%$ . [García Aníbal, pág. 346 y 347, 2011-2016].

**3.17.4.4** - El análisis de la sensibilidad sobre la selección de los parámetros del coeficiente de rozamiento ( $\mu$ ) y de la distancia de frenado ( $d$ ), si en la determinación de " $\mu$ " se comete el error por exceso del  $10 \%$  el valor calculado de la velocidad habría sido superior al  $4,8 \%$  y si se comete el error del  $20\%$  la variación de la velocidad sería en más de  $9,5 \%$ . Ver Tabla 3.6.

Del mismo modo, si en la medición de " $d$ " se comete error de  $10 \%$  la longitud de la huella valor calculado de la velocidad habría sido superior al  $4,9 \%$  y si se comete el error del  $20\%$  en la medición, la variación de la velocidad sería en más de  $9,5 \%$ . Ver Tabla 3.7. En la práctica se reconoce que el error en la determinación del coeficiente de fricción puede alcanzar un máximo de  $10 \%$  en superficies secas y el  $20 \%$  en

### CAPITULO 3

superficies mojadas, lo que equivale a una variación máxima de **10 %** en la determinación de la velocidad analizada o determinada. [Berardo, M. G., 2004].

**Tabla 3.6 - Variación de V para errores en la determinación de  $\mu$**

Error en $\mu$ (%)	Variación en V (%)
-20	-10,5
-10	-5,1
-5	-2,5
0	0
5	2,5
10	4,8
20	9,5

V: velocidad calculada por ecuación determinística

$\mu$ : coeficiente de fricción medio para distinta superficie (seca y húmeda)

**Tabla 3.7 - Variación de V por errores en la medición de d:**

Error en d (%)	Variación en V (%)
-20	-10,5
-10	-5,1
-5	-2,5
0	0
5	2,4
10	4,9
20	9,5

d: distancia de frenado

En este trabajo, se investigó la influencia de las incertidumbres involucradas en distancias y la elección de un valor de coeficiente de fricción que se realiza para determinar la velocidad de circulación.

Las cotas de error encontradas para cada variable (fuentes de error) ponen de manifiesto las fluctuaciones que se pueden dar en los cálculos de velocidades cuando se toman valores que varían de acuerdo con las mediciones y consideraciones que se realizaron. Luego dichas cotas inferidas no tienen por qué ser iguales ni similares cuando se las estima para más de un vehículo que participa en el sistema de colisión.

## CAPITULO 3

**3.17.4.5** - En el trabajo técnico: "cálculo de la sensibilidad de  $\Delta V$  del vehículo y el impacto en los parámetros", se sugiere en un estudio previo sobre la precisión de los cálculos de  $\Delta V$  (variación de velocidad) que hay una subestimación de aprox. 10 % al 5 % en colisiones frontales y laterales respectivamente, pero esto se basó en la suposición de que existe un alto nivel de exactitud en los parámetros de entrada. La sensibilidad de salida de  $\Delta V$  según los parámetros de entrada no se ha explorado por completo. Se descubrió que la incertidumbre de salida debido a toda la incertidumbre de los parámetros de entrada varía según la orientación y la velocidad de colisión. Se encontró que las colisiones de alta velocidad delantera - delantera y la delantera -trasera exhibieron al nivel más bajo de incertidumbre de  $\Delta V$ , entre el **9 al 11 %** (estos valores se expresan como una fracción de la  $\Delta V$ ) y que los impactos laterales de baja velocidad exhibieron el mayor entre el **19,1 al 23 %**. El estudio pretende llevar este trabajo un paso más allá, identificando cómo varía  $\Delta V$  como resultado de una variedad de incertidumbres de entrada. [Pride R. , et al, 2013].

### **3.18 – Justificación del análisis probabilístico para caracterizar variables intervinientes en siniestros viales:**

En la reconstrucción de un accidente vial, se debe adoptar o estimar coeficientes (rozamiento calzada - neumático, de restitución, etc.) o bien evaluar tiempo de percepción y reacción de los conductores bajo determinadas condiciones, siendo el resultado final una propagación de errores absolutos.

Es decir que en cada aplicación de los modelos determinísticos utilizados en la resolución de accidentes de tránsito, se debe:

- **Adoptar apreciaciones de los siguientes componentes:**
  - coeficiente de fricción pavimento- cubierta :  $\mu$
  - tiempo de percepción y reacción.  $t_{pr}$
  - coeficiente de restitución :  $e$
  - energía :  $E$
  
- **Utilizar distancias, ángulos y posiciones de vehículos con:**
  - Incertidumbre en las mediciones dimensionales
  - Error sistemáticos y accidentales ( aleatorios)

### CAPITULO 3

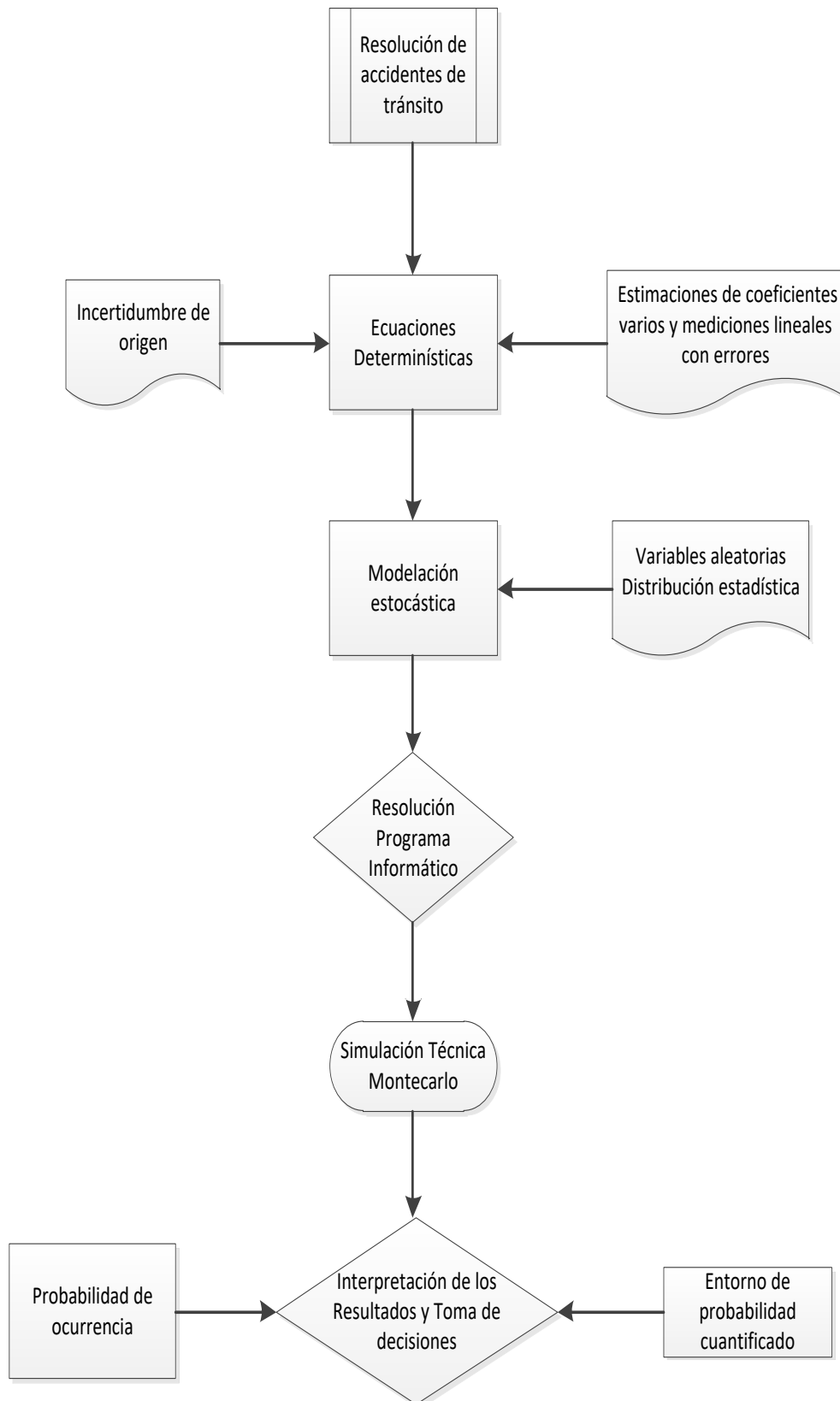
En cualquier modelación hay elementos que tienen un comportamiento no determinista:

- Los coeficientes los cuales tienen un valor medio y una variabilidad de acuerdo a una distribución estadística, que permite relacionar un determinado valor de o porcentaje de representatividad.
- La utilización de distancias y dimensiones con riesgos, sujetos a una probabilidad de ocurrencia.

En el diseño probabilístico se asume una medida de probabilidad sobre el conjunto de incertidumbres dado y como criterio para establecer la mejor medida de error resulta de plantear el uso de ecuaciones estocásticas.

El método de Montecarlo es un método probabilístico (*ver Capítulo 2 – ítems 2.2.6 , 2.2.7, 2.2.8 y 2.2.9* ) , en contraposición de los métodos determinísticos ya que incorpora múltiples simulaciones de resultados con la variabilidad de elementos individuales para producir una distribución de resultados potenciales para generar un resultado que se repite cierto número de veces y se produce un rango de resultados. Ver Figura 3.12.

### CAPITULO 3



**Figura 3.12** - Secuencia de la resolución y simulación del accidentes de tránsito

## CAPITULO 3

### 3.19 - Formación de la Evidencia:

Toda reconstrucción analítica en Ingeniería Forense se apoya en la amplitud y solidez de la evidencia, en esos sentido es aquello que entiende que es lo que pudo haber ocurrido físicamente, al observar lo que se produjo o realmente sucedió.

La construcción de la evidencia es un proceso objetivo., originado en la colecta de rastros e indicios en la escena del siniestro y fuera de ella, vinculados con los protagonistas del siniestro.

Reconocer rastros e indicios de manera adecuada es el principio sobre el que se basa la reconstrucción de la evidencia.

Los rastros deben ser mirados, observados y analizados acerca de cómo pudo suceder los hechos y establecer cuál es la fórmula o modelo matemático más adecuado a aplicar.

Un rastro debe ser medido o mensurado, si es posible, y está relacionado a los distintos modos y métodos de instrumentos y calidad de los resultados.

Medir significa disponer de los instrumentos y eso lleva a una confusión muy comprometida, muchos investigadores creen que disponer de instrumental muy moderno y complejo, garantiza el éxito de la investigación.

Sin perjuicio de reconocer la importancia de las herramientas técnicas en la investigación y recolección de rastros, ello no debe dejar de lado que el mejor instrumento disponible es la capacidad, criterio y experiencia del investigador.

Porque no se trata de medir en sí mismo, sino sabe que medir y saber para que medir.

En resumen, construir la evidencia en Ingeniería Forense significa desarrollar metódicamente un proceso de interpretación y de análisis, para corroborar hipótesis o determinar coeficientes de proporcionalidad que involucra los conocimientos y experiencia del investigador.

### 3.20 - Conclusión del Capítulo 3:

En la práctica existen numerosas fuentes posibles de incertidumbre en las variables intervinientes, entre ellas:

- definición incompleta del mensurando o realización imperfecta de la definición del mensurando.

### CAPITULO 3

- conocimiento incompleto de los efectos de las condiciones ambientales sobre la medición, o medición imperfecta de dichas condiciones ambientales.

Estas fuentes no son necesariamente independientes, y algunas de ellas, pueden contribuir entre sí.

Debe ser tenido en cuenta en la evaluación de la incertidumbre del resultado de una medición y a su error.

Al resolver un hecho de tránsito, se debe trabajar con criterio, se debe intentar reconstruir lo que se pueda reconstruir de ese evento empleando nada más que los elementos de evidencia que se provean, sin olvidar la poca diligencia del funcionario policial y del error o incertidumbre que muchas veces conlleva. Así, en su sentido más amplio, incertidumbre de medida, significa duda sobre la validez del resultado de una medición.

Además, con datos tan poco precisos, se debe pretender encontrar un rango de resultados fiables, con una nueva metodología de investigación como la propuesta de la presente Tesis.

*Como conclusión, puede establecerse que para estimar la incertidumbre se puede utilizar la desviación estándar como medida de la misma basado en toda la información señalada acerca de la variabilidad y empleando la experiencia del tesista.*

*Se considera razonable para el cálculo derivado de los datos de entrada, ( $tpr$ ,  $\mu$ ,  $d$  y  $e$ ) tratados como variables aleatorias con distribución normal, establecer un coeficiente de variación porcentual (relación desvío estándar con valor medio) entre el 8 al 10 %.*

*No obstante, la aplicabilidad de la evaluación probabilista de siniestros viales desarrollados en el Capítulo 4, dependerá de cada modelo en estudio y su característica específica para poder ejemplificar la técnica propuesta.*

El Capítulo 3, permitió concluir que a los fines de la metodología del análisis y la reconstrucción, la modelación probabilística - matemática que tiene la posibilidad de superar los límites de la interpretación de rastros no claramente definidos, sobre todo cuando se analizan los movimientos de los protagonistas en el tiempo, y se enlazan los períodos de duración de cada uno de ellos a través de las acciones y reacciones que determinan ciertas conductas.-

### CAPITULO 4: RESULTADOS

#### **4.1 – Introducción:**

El objetivo del capítulo fue seleccionar los modelos determinísticos y aplicar el correspondiente modelo estocástico que permitió calcular las velocidades pre impacto o bien establecer las características principales que explican el evento ocurrido.

Para lograr el propósito, se plantearon diez modelos matemáticos estocásticos en los cuales intervienen distintas leyes o principios físicos desarrollados a partir de diez ecuaciones determinísticas.

Se evaluaron las ecuaciones determinísticas seleccionadas y se aplicó a casos testigos para validar, ejemplificar y aplicar el método de análisis estocástico. Este proceso se planteó en siete etapas:

**4.1.1 - Selección del Modelo Determinístico:** Un modelo determinístico es un modelo matemático donde las mismas entradas producirán invariablemente las mismas salidas, no contemplándose la existencia del principio de incertidumbre, se desprende la necesidad de establecer el error de los resultados que se obtienen en los cómputos deterministas dada la incerteza de origen.

**4.1.2 - Aplicación del Modelo Estocástico:** En un modelo estocástico (modelo probabilístico) no se conoce el resultado esperado, sino su probabilidad, por lo tanto se cuantifica el error del evento analizado. De esta forma, al menos una variable del mismo es tomada como un dato al azar y las relaciones entre variables se toman por medio de funciones probabilísticas.

**4.1.3 – Técnica de Análisis:** Para la definición de cada magnitud y variable, se tuvo en cuenta sus intervalos de variabilidad. La técnica de análisis comprendió cuatro pasos:

- **Desarrollo del modelo** — mediante la definición del problema o ecuación en el formato de hoja de cálculo.
- **Identificación de la incertidumbre** — en las variables de la hoja de cálculo, especificación de los posibles valores con distribuciones de probabilidad, e identificación de los resultados inciertos que se desea analizar.

## CAPITULO 4

- **Análisis del modelo mediante la simulación** — para determinar el rango y las probabilidades de todas las conclusiones posibles de los resultados de la hoja de trabajo.
- **Toma de decisión** — basada en los resultados obtenidos y en las necesidades preestablecidas.

**4.1.4 - Metodología y Software de Simulación:** La aplicación de modelos probabilístico, en la metodología propuesta se empleó simulación y el análisis estadístico asistido por computadora. Ver Figura 4.1.

Con la utilización de los siguientes programas o software informáticos de venta comercial (bajo licencia):

- Análisis de riesgos y Técnica Monte Carlo
- Software diseñado para ejecutar funciones estadísticas básicas y avanzadas
- Operador de funciones en hojas de cálculo que permite operaciones sobre cálculos complejos, fórmulas y funciones

El programa informático de aplicación de análisis de riesgos utiliza la simulación de Monte Carlo, (*ver Capítulo 2, ítems 2.2.6 a 2.2.9*) para integrar las funciones de probabilidades de distribución.

El programa realiza el análisis con un número finito de combinaciones de valores de las variables de entrada para simular los posibles resultados, ya que en variables aleatorias continuas hay infinitas combinaciones.

El objeto de la técnica cuantificar la incertidumbre de origen y establecer un intervalo dentro del cual se encontrarán los valores las soluciones del modelo estocástico. Los resultados serán ciertos dentro del rango determinado.

El programa de aplicación estadístico como herramienta de verificación de los parámetros, genera números aleatorios y funciones de distribución de densidad, permitiendo así la simulación inversa.

Ejecuta funciones estadísticas ajustadas con el uso de planilla de cálculo para la realización de exámenes estadístico, utilizado en la Tesis para la validación de los modelos estocásticos.

**4.1.5 - Aplicación de la Teoría de la Confiabilidad:** De acuerdo con los conceptos y la aplicación de la teoría de la confiabilidad, fue posible cuantificar el sistema en estudio y el número de escenarios posibles, mediante la utilización de la función de falla.

## CAPITULO 4

Definida por:

$$G(x) = C - D(x). \quad (4.1)$$

$C$ : capacidad del sistema (velocidades máximas permitidas, etc.)

$D(x)$ : demanda del sistema (modelo estocástico propuesto)

Los valores determinísticos que se utilizaron para definir la capacidad  $C$  fueron velocidades máximas permitidas ( $V_{lim}$ ) y sus posibles límites técnicos, tiempos de percepción y reacción ( $t_{pr}$ ) dentro de los límites de una conducción segura o longitudes de distanciamiento ( $d$ ) según velocidades admitidas. (Ver Capítulo 2, Ítem 2.2.9).

Donde  $D(x) = V(x)$ , modelo estocástico y sus correspondientes parámetros propuestos en cada casos en estudio. Donde la demanda es la velocidad que traía el vehículo previo al impacto que se puede estimar en función de un conjunto de variables aleatorias  $X$  como la distancia de frenado, coeficiente de fricción, etc. con expresiones presentadas en la sección 4.2.3 y 4.2.4.

Siendo  $G(x) = V_{lim} - V(x)$  la función de estado límite o de falla en estudio, de modo que los cálculos de probabilidad puedan exceder estados límites de velocidad de circulación o longitudes límites de una conducción segura:

- valores positivos corresponden a situaciones seguras cuando  $C > D(x)$
- negativos a situaciones de falla, cuando  $C \leq D(x)$ .

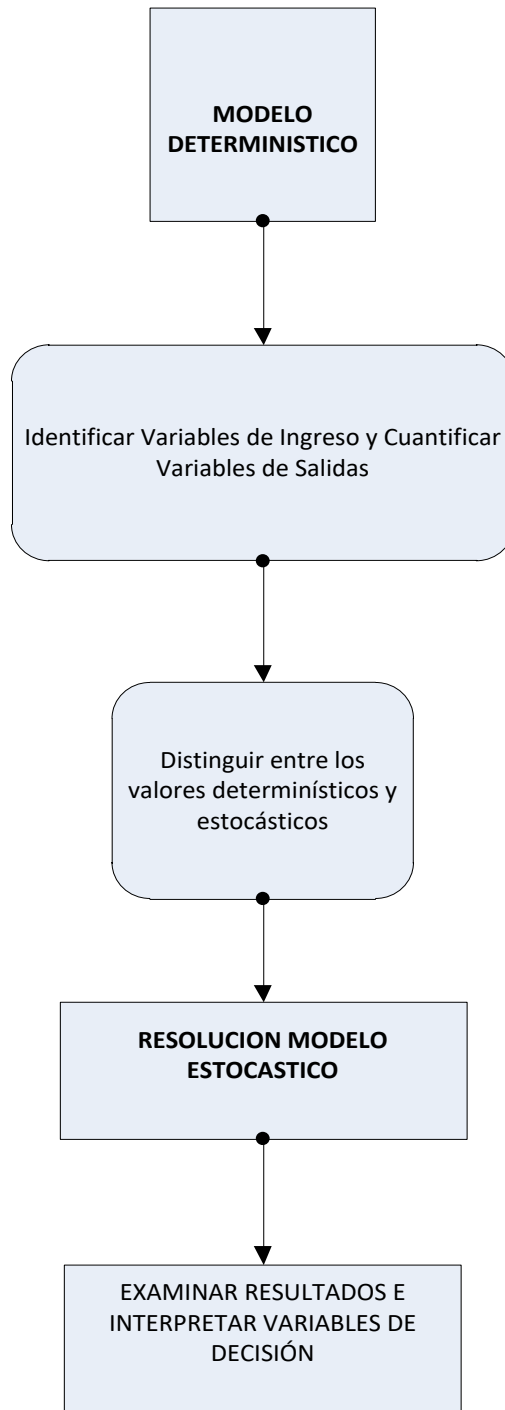
**4.1.6 - Ejemplificación de los Modelos Estocásticos:** Para evaluar las ecuaciones determinísticas seleccionadas (resueltas en forma determinista por otros autores o experiencia personal como perito oficial), se aplicó a casos testigos para validar, ejemplificar y aplicar el método de análisis probabilístico propuesto.

**4.1.7 - Interpretación y Análisis de los Resultados:** Se efectuó la interpretación gráfica de las magnitudes que se presentó durante el desarrollo del modelo y como conclusión fue la interpretación de los resultados que se obtuvieron con la simulación y la posterior toma de decisiones.

### 4.2 – Secuencia y desarrollo de la Simulación:

A partir del modelo determinístico aplicado en operador de hoja de cálculo se desarrolló la siguiente secuencia de la modelación estocástica, ver Figura 4.1:

## CAPITULO 4



**Figura 4.1 – Secuencia y desarrollo de la modelación estocástica**

### **4.2.1 - Leyes y Principios físicos que se vinculan con los rastros e indicios:**

Un modelo matemático que explica ese hecho, permite relacionarlo con otros hechos contemporáneos al mismo, integrando cada hecho físico con el suceso investigado.

## CAPITULO 4

La aplicación de la más elemental de las ecuaciones, implica un modelo. La selección de los modelos deterministas establece las condiciones pre impacto, vinculando los rastros e indicios del evento acontecido.

### 4.2.2 - Diferencias entre indicios, rastros y evidencia:

Es necesario diferenciar entre indicios, rastros y evidencia; cada uno de ellos conforma una etapa en el proceso de la investigación.

**Un indicio:** es una acción o señal relevada por hechos y elementos encontrados en la escena, por referencias dadas por testigos, por relevamientos realizados sobre los objetos y las personas protagonistas del hecho, incluso con posterioridad a la ocurrencia del mismo. Un indicio aporta una línea de búsqueda para investigar, para plantearse preguntas acerca de qué otras cosas deben buscarse en la escena y en los protagonistas.

**Los rastros o vestigios:** son el producto del siniestro, es la impronta que la sucesión de hechos físicos ocurridos deja en el contexto donde ocurre y, como tal, dan cuenta de la ocurrencia con una gran definición de detalles.

Una mancha en el pavimento, una huella de neumático sobre la calzada, la deformación de una carrocería o manchas de pintura distinta sobre parte de ella; las lesiones en una persona y otros tantos elementos de juicio hallados en la escena del siniestro, y fuera de ella, constituyen rastros.

Así, el neumático, sometido a una abrasión anormal, dejará parte del caucho exterior sobre el pavimento, y en ese contacto quedará una impronta plana en parte de la banda de rodamiento.

Las partes de carrocería, en contacto durante una colisión, dejarán en el otro cuerpo formas acordes a su estructura y rigidez, trazas de pintura y otros elementos de su propiedad, y recíprocamente, incorporará a su estructura parte de las formas y de la materia del cuerpo colisionado.

En Ingeniería Forense, y en el caso particular de la investigación de siniestros del tránsito, los métodos empleados son deductivos están dirigidos a la modelación matemática del hecho físico.

El caucho dejado por los neumáticos forma una huella, es decir una distribución específica y determinada, y esa distribución, la forma de la huella, puede ser interpretada como la consecuencia de un determinado tipo de movimiento.

## CAPITULO 4

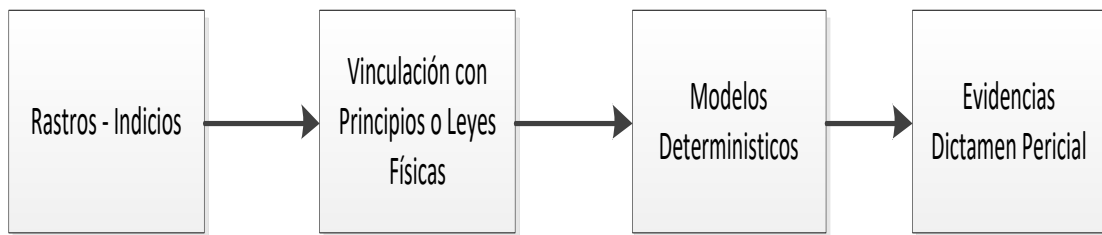
El movimiento descrito por las huellas se corresponde con las relaciones físicas de los cuerpos en movimiento y con su entorno.

La geometría de la huella proporciona una relación de la trayectoria del cuerpo y, además, remite a la relación entre neumáticos y pavimentos, donde ha tenido lugar otro fenómeno físico: la fricción.

Ésta tiene sus leyes y sus coeficientes técnicos, lo que permite expresar relaciones matemáticas que representan la magnitud de los parámetros referidos al espacio, el tiempo y la interacción (velocidades, aceleraciones, fuerzas y otros).

En resumen, construir la **evidencia** en Ingeniería Forense significa desarrollar metódicamente un proceso de interpretación, de análisis, eventualmente de experimentación, para corroborar hipótesis o determinar coeficientes de proporcionalidad y, en general, toda actividad subjetiva que involucra los conocimientos del experto que realiza la interpretación.

Se trata de ver lo que todo el mundo ha visto y atreverse a pensar en lo que nadie ha pensado sobre un determinado rastro.



**Figura 4.2 – Vinculación entre rastros e indicios con la Evidencia pericial**

## CAPITULO 4

### 4.2.3 - Matriz de configuración para los Modelos Estocásticos:

N°	Leyes y Principios Físicos	Ecuación Determinística	Variables Intervinientes	Definición Operacional	Tipo	Escala
1	Energía de rozamiento	$V = \sqrt{2 \cdot \mu \cdot g \cdot d}$	$\mu$	coeficiente rozamiento neumático - calzada	Aleatoria	adimensional
			$d$	distancia de frenado huellas sobre la calzada	Aleatoria	metros
			$g$	aceleración gravedad	Determinística	m/seg <sup>2</sup>
2	Movimiento parabólico	$V_{max} = \sqrt{2 \cdot \mu \cdot g \cdot D}$ $V_{min} = \sqrt{\frac{2 \cdot \mu \cdot g \cdot D}{1 + \mu^2}}$	$\mu$	coeficiente rozamiento persona- calzada	Aleatoria	adimensional
			$D$	distancia total de proyección del cuerpo	Aleatoria	metros
			$g$	aceleración gravedad	Determinística	m/seg <sup>2</sup>
3	Energía pre impacto	$E = E' + Ld$	$E$	representa la energía inicial del sistema	Aleatoria	Kg.m <sup>2</sup> /seg <sup>2</sup>
			$E'$	energía del sistema posterior al impacto	Aleatoria	Kg.m <sup>2</sup> /seg <sup>2</sup>
			$Ld$	trabajo deformación de los vehículos	Aleatoria	Kg.m <sup>2</sup> /seg <sup>2</sup>
4	Dinámica del movimiento	$Dt = tpr \cdot Vc + \frac{Vc^2}{2 \cdot \mu \cdot g}$	$tpr$	tiempo de percepción y reacción	Aleatoria	segundos
			$Vc$	velocidad de circulación	Aleatoria	m/seg
			$\mu$	coeficiente rozamiento persona- calzada	Aleatoria	adimensional
			$g$	aceleración gravedad	Determinística	m/seg <sup>2</sup>
5	Conservación de la cantidad de movimiento	$\sum M_i \cdot V_i = M_1 \cdot V_1 + M_2 \cdot V_2$	$M1$	Masa del rodado 1	Aleatoria	Kg
			$M2$	Masa del rodado 2	Aleatoria	Kg
			$V1$	Velocidad rodado 1	Aleatoria	m/seg
			$V2$	Velocidad rodado 2	Aleatoria	m/seg

## CAPITULO 4

N°	Leyes y Principios Físicos	Ecuación Determinística	Variables Intervinientes	Definición Operacional	Tipo	Escala
6	Dinámica del movimiento	$d = V_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$	$d$	distancia recorrido post-impacto	Aleatoria	metros
			$V_0$	velocidad pre-impacto	Aleatoria	m/seg
			$t$	tiempo durante la desaceleración	Aleatoria	segundos
			$a$	desaceleración	Aleatoria	m/seg <sup>2</sup>
7	Conservación de la cantidad de movimiento	$\sum M_i \cdot V_i = Cte = M_1 \cdot V_1 + M_2 \cdot V_2$	$M_1 \cdot V_{x1}$	Cantidad de movimiento en eje x antes del choque	Aleatoria	Kg.m/seg
			$(M_1 + M_2) \cdot V_{fx}$	Cantidad de movimiento eje x después del choque	Aleatoria	Kg.m/seg
			$M_2 \cdot V_{y2}$	Cantidad de movimiento en el eje y antes del choque	Aleatoria	Kg.m/seg
			$(M_1 + M_2) \cdot V_{fy}$	Cantidad de movimiento en el eje y después del choque	Aleatoria	Kg.m/seg
8	Dinámica del movimiento	$d > V_0 \cdot r$	$d$	distancia mínima d entre vehículos	Aleatoria	metros
			$V_0$	velocidad circulación	Aleatoria	m/seg
			$r$	Tiempo de reacción	Aleatoria	segundos
9	Dinámica del movimiento	$V_c^2 = V_1^2 + V_2^2 + V_3^2$ $V_1 = a \cdot t = \frac{\mu \cdot g}{2} \cdot t_{mec}$ $V_3 = \sqrt{2 \cdot \mu \cdot g \cdot d}$ $V_2 = 7 \text{ a } 14 \% \text{ de } V_3$	$V_i$	Velocidades distintos tramos durante frenada	Aleatoria	m/seg
			$\mu$	coeficiente rozamiento	Aleatoria	adimensional
			$g$	aceleración gravedad	Determinística	m/seg <sup>2</sup>
			$t_{mec}$	Tiempo de respuesta freno	Aleatorio	seg
10	Energía de rozamiento	$V_i = \sqrt{V_f^2 - 2 \cdot a \cdot d}$	$V_i$	velocidad inicial	Aleatoria	m/seg
			$V_f$	velocidad final	Aleatoria	m/seg
			$d$	longitud huellas	Aleatoria	m
			$\mu$	coeficiente rozamiento neumático - calzada	Aleatoria	adimensional
			$g$	aceleración gravedad	Determinística	m/seg <sup>2</sup>
			$a$	desaceleración	Aleatoria	m/seg <sup>2</sup>

## CAPITULO 4

### 4.2.4 - Fundamentos de la elección del tipo de distribución, valor medio y desvío estándar:

Como se observó en los estudios, ensayos y conceptos desarrollados en los Capítulos 2 y 3, existe lo que se denomina propagación de incertidumbres. Por lo tanto para ejemplificar la técnica propuesta y así poder cuantificar la incertidumbre, se establecieron las siguientes Tablas 4.1 a 4.4 que se aplicaron para definir las variables de la evaluación probabilista de los siniestros viales analizados en cada modelo:

**Tabla 4.1 – Tiempo de reacción y percepción**

Referencias		Tipo de Distribución de Datos	Valor medio	Desvío estándar
Capítulo	Ítems			
2	2.1.1 a 2.1.5	Normal	1,5 – 1,8	± 0,4 a 0,5
<b>Observaciones:</b>				
1 – El valor adoptado obedecerá a las condiciones climáticas y características pisco - física, edad, etc. del conductor del vehículo.				
2 - Se observa que hay estudios estadísticos que cuantifican la incertidumbre con suficiente cantidad de datos para definir estos valores.				
3 – Los valores aleatorios dependerán de la calidad de la información recibida por el perito, de su criterio profesional y del tipo de modelo en estudio.				

**Tabla 4.2 – Coeficiente de rozamiento calzada - neumático**

Referencias		Tipo de Distribución de Datos	Valor medio	Desvío estándar
Capítulo	Ítems			
2	2.1.7 a 2.1.12 2.1.7.10	Lognormal Normal	0,75 – 0,80	± 0,06
<b>Observaciones:</b>				
1 – El valor adoptado dependerá del horario del siniestro, tipo y condiciones de la calzada. Ejemplo Tabla SAE 830612 valores de 0,6 a 0,8 según velocidad para cemento usado.				
2 - Se visualiza que hay estudios estadísticos que cuantifican la incertidumbre con suficiente cantidad de datos para especificar estos valores.				
3 - Caso particular es el coeficiente rozamiento cuerpo- calzada aplicado en la ecuación de Searle.				
4 – Los valores aleatorios dependerán de la calidad de la información recibida por el perito, de su criterio profesional y del tipo de modelo en estudio.				

## CAPITULO 4

**Tabla 4.3 – Propagación de la Incertidumbre en las medidas accidentológicas**

Referencias		Tipo de Distribución de Datos	Valor medio	Coeficiente de Variación (CV)
Capítulo	Ítems			
3	3.7 – 3.10.4 3.11 a 3.15 3.17.1 a 3.17.4 3.20	Normal	A determinar en cada caso en estudio	$\pm 8$ a 10 %
<b>Observaciones:</b>				
1 - Cualquier empleo de un método de medición tiene errores e incertidumbre de sus valores. Más aun cuando se realiza por personal no idóneo, que habitualmente realiza los relevamientos in situ del accidente.				
2 - Los errores de mediciones sistemáticos tienden a una distribución uniforme (tiene la misma probabilidad para cada uno de los resultados posibles) no obstante los errores accidentales o aleatorios responden a una Distribución Normal, por lo cual la combinación de ambos tienden a una distribución tipo campana.				
3 - Los valores aleatorios dependerán de la calidad de la información recibida por el perito, de su criterio profesional y del tipo de modelo en estudio.				
4 - Se observa que hay estudios e informes por varios autores que cuantifican el error y la incertidumbre, permitiendo establecer valores del coeficiente de variación (relación entre desvió estándar y valor medio).				
5 - Uso de los conceptos de la Incertidumbre estándar Tipo B, aquella que evalúa la incertidumbre por medios diferentes al análisis estadístico y definen las estrategias para el cálculo, este caso el valor de la incertidumbre típica es igual a la desviación estándar.				

**Tabla 4.4 – Estimación del Coeficiente de Restitución**

Referencias		Tipo de Distribución de Datos	Valor medio	Desvió estándar
Capítulo	Ítems			
2	2.1.13	Normal	0,3	$\pm 0,03$
4	Modelo 3			
<b>Observaciones:</b>				
1 - El valor del coeficiente 'e' en este caso resulta una característica propia del automóvil ensayado, cualidad que engloba la rigidez media de la zona deformada en la colisión.				
2 - Se desarrollaron empíricamente el concepto de severidad de la colisión, pero en las expresiones matemáticas siempre está de alguna manera relacionado con la variación de velocidad del vehículo.				
3 - En el modelo para estimación del coeficiente de restitución en colisiones vehiculares [Bersano V., Simón R., et al. 2019]. Esta nueva ecuación presenta un valor de R-cuadrado (ajustado) del 99,68% y un valor de $p < 0,05$ con un desvió estándar de los residuos de 0,008.				
4 - Los valores adoptados dependerán de la calidad de la información recibida por el perito, de su criterio profesional y del tipo de modelo en estudio.				

### Modelo 1:

#### **4.3 - Modelo Estocástico para el cálculo de la velocidad a partir de las huellas de frenado aplicando la Teoría de la Confiabilidad [Simón R., et al., 2013].**

Se partió de la aplicación de un modelo matemático de tipo determinístico expresado por la ecuación (4.2), que se utiliza para la reconstrucción de los accidentes de tránsito en trabajos periciales, dentro del ámbito de la Ingeniería Forense, que relaciona la energía cinética del vehículo pre impacto con el trabajo de fricción y la longitud de las huellas de frenada visibles en el pavimento:

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot \mu \cdot d \quad (4.2)$$

El grado de certeza que se tiene en la determinación de la velocidad previa a la frenada depende del error con que se obtuvo la distancia o huellas de frenado “ $d$ ” y de la exactitud en la adopción del coeficiente de rozamiento calzada-neumático “ $\mu$ ”, como se observa en el modelo (4.2) no se determina el error en que se incurre, el valor arrojado es un valor absoluto.

El modelo estocástico propuesto, utilizó la fórmula citada, como punto de partida. Las diferencias consistieron en que: las variables “ $d$ ” y “ $\mu$ ” se analizaron como variables aleatorias, teniendo en cuenta sus valores medio y sus desvíos estándar, así como el tipo de distribución estadística que asumen, ya sea normal, geométrica, exponencial, etc.

En la actualidad el modelo determinístico utilizado ampliamente en la bibliografía, para calcular la velocidad de circulación de un vehículo a partir de las huellas de frenada:

$$V = \sqrt{2 \cdot \mu \cdot g \cdot d} \quad (4.3)$$

Presenta una incerteza en el valor calculado de  $V$  que puede calcularse en función de las incertezas en los valores de “ $d$ ” y sobre todo del coeficiente de proporcionalidad “ $\mu$ ”.

En la fórmula (4.3) o modelo simplificado, que relaciona la velocidad con la cual se inicia un deslizamiento (ruedas bloqueadas) con la fricción que genera calor que quema el caucho de los neumáticos y lo deposita sobre el pavimento, con cierto grado de adherencia como para dejar una huella de frenado perdurable durante cierto lapso. El coeficiente “ $\mu$ ” es un coeficiente de proporcionalidad, que depende de las características

## CAPITULO 4

de las superficies, la velocidad de deslizamiento, temperatura y humedad en el ambiente, etc.

Sólo si el móvil se detiene totalmente por efecto de la fricción, y no varía su masa durante el proceso, el principio de conservación de la energía, que asume una íntegra transformación en trabajo mecánico de fricción, permite plantear la igualdad:

Despejando el valor de ' $V$ ' de la ecuación (4.2), resulta la ecuación planteada al inicio de este razonamiento (4.3).

### 4.3.1 - Metodología de análisis:

La utilización de modelos determinísticos, indica como resultado un valor absoluto de la velocidad de circulación, en la cual el principal inconveniente, es el coeficiente de rozamiento " $\mu$ " que se adoptan de tablas en forma arbitraria.

Sucede lo mismo con las distancias que relevan las autoridades policiales, donde se introducen errores en la forma de medición, explicado en el Capítulo 3 de la Tesis.

Los dos inconvenientes mencionados son técnicamente salvables. Para ello es necesario poder cuantificar la incertidumbre, valiéndose de la probabilidad y la técnica de simulación de Montecarlo.

### 4.3.2 - Caso Planteado:

El evento que se utilizó para aplicar el método de análisis propuesto, se trató de una colisión entre un automóvil y una bicicleta, ocurrido en un cruce de calles. Ver Figura 4.3. El automóvil efectuó una frenada que dejó una huella de aproximadamente **15 metros de longitud**, quedando detenido (por sus propios medios) al finalizar dicha huella, a pesar de lo cual no pudo evitar colisionar con la bicicleta.

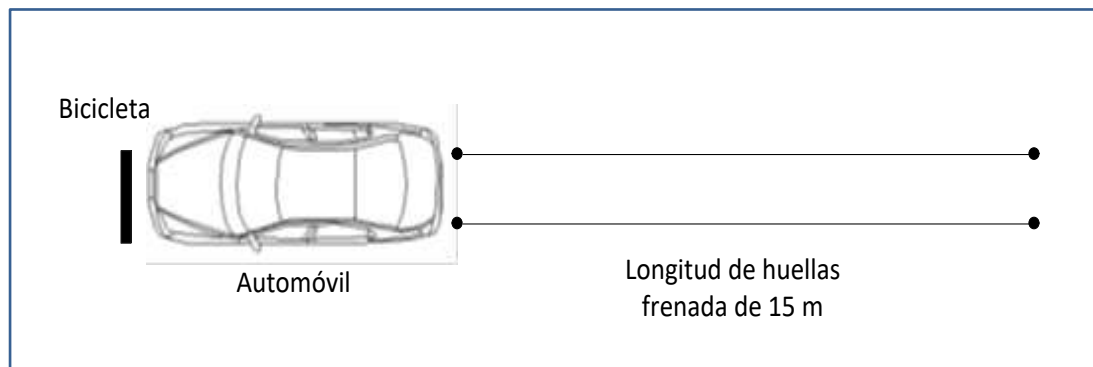


Figura 4.3 – Caso en Estudio

## CAPITULO 4

Las preguntas solicitadas por el Juez en el Expediente o Causa relacionada, fueron:

- ¿A qué velocidad circulaba el vehículo antes de la colisión?
- ¿Sobrepasa la velocidad máxima permitida en la zona?
- ¿Respetó la velocidad precautoria para un cruce de calles?

Para este caso particular y por las preguntas que se deben contestar en la litis, la capacidad del sistema se fija en la velocidad máxima de circulación y/o velocidad precautoria.

Según lo instruido por la preventora en el informe del siniestro, se observó que en el croquis existió una variación entre la huella más corta y la más larga de aprox. 1 m. Se asumió que el estado de la calzada estaba en buenas condiciones y ese día no llovía.

### 4.3.3 - Resolución del Problema Planteado:

Para realizar el análisis en forma correcta se debe conocer los valores medio, el desvío estándar y la distribución estadística de las variables relevantes del problema que en este caso es la distancia de frenada “ $d$ ” y el coeficiente de rozamiento pavimento-neumático “ $\mu$ ”.

El principal inconveniente es el valor del coeficiente de rozamiento “ $\mu$ ” que se obtiene de tablas (ejemplo Tabla 2.19 - SAE 830612, mostrada en el Ítems 2.1.12 de la tesis) donde se especifica un valor (o un entorno de valores) para distintas velocidades.

Para obtener sus parámetros estadísticos se deberían realizar ensayos que tengan en cuenta todas las condiciones (pavimento, humedad, calidad de neumáticos, etc.).

Sucede lo mismo con la medición de las distancias por parte de las autoridades preventoras, en este caso, se debe analizar estudios sobre el método de medición (si se usa cinta métrica u odómetro) para determinar los parámetros estadísticos y/o errores cometidos en cada método de medición.

Si bien no se conoce el número de simulaciones se deberá ir ajustando en función del resultado. Tal vez en algún caso el número de simulaciones tendrán que ser significativamente menor y otro caso mayor, dependiendo si los cálculos se han estabilizado, es decir cuando la probabilidad de falla tienda a estabilizarse.

## CAPITULO 4

### 4.3.4 - Resolución Determinística:

Se resuelve mediante el cálculo determinístico el caso en estudio con el empleo de la fórmula (4.3), considerando todas la variables determinísticas:

Dónde:

$v$  : velocidad mínima del rodado previa a la frenada

$g$  : 9,8 m/seg<sup>2</sup>

$\mu$  : coeficiente de rozamiento calzada- neumático seco y buenas condiciones : 0,8

$d$  : huellas de frenadas sobre la calzada de 15 m (valor medio).

Se reemplaza los valores:

$$v_{15} = 15,34 \frac{m}{seg} = 55,2 \frac{Km}{h} \quad (4.4)$$

Como existen incertidumbre en las longitudes de las huellas ( $\pm 1$  m) se plantea esta variación en la ecuación, dado que en el lugar del hecho había huellas de frenado de distinta longitud (más nítidas y menos marcadas sobre el pavimento) (4.3):

$$v_{16} = 15,84 \frac{m}{seg} = 57,02 \frac{Km}{h} \quad (4.5)$$

$$v_{14} = 14,82 \frac{m}{seg} = 53,34 \frac{Km}{h} \quad (4.6)$$

Con lo cual la velocidad previa de circulación puede expresarse como:

$$V = 55 \pm 2 \frac{Km}{h} \quad (4.7)$$

#### 4.3.4.1 - Por lo tanto las respuestas a las preguntas planteadas por el Juez serian:

1. El vehículo circulaba antes de la colisión a una velocidad de entre 53 y 57 Km/h según la ecuación (4.7).
2. La velocidad máxima permitida en la zona es de 60 km/h, **por lo cual el automóvil nunca sobrepaso la velocidad máxima permitida.**

## CAPITULO 4

**Nota:** Cabe señalar que, el planteo fue referido al periodo donde el rodado bloquea sus ruedas, por ello las marcas sobre el pavimento, a esto se debería agregar la pérdida o insumo de velocidad sin dejar huellas de frenadas antes del bloqueo. *Ver Modelo N° 9.*

### 4.3.5 - Resolución con Modelo Estocástico:

#### 4.3.5.1 - Simulación de Montecarlo:

Dentro de las posibilidades que se puede plantear con esta nueva técnica de análisis, surge el estudio aplicando la teoría de la probabilidad. Donde las variables aleatorias ( $\mu$ ,  $d$ ) se tipifican como una probabilidad de distribución normal con sus correspondientes parámetros.

Se utiliza el siguiente Coeficiente de Variación ( $CV = \frac{\sigma_i}{\bar{x}_i} \cdot 100 \%$ ):

- 7,5 % para  $x(1)$  – coeficiente de rozamiento
- 6,67 % para  $x(2)$  – distancia de frenado

**Tabla 4.5 – Datos para el cálculo de  $G(x)$**

Variable	Distribución	$\bar{x}_i$	$\sigma_i$	Correlación $\rho_{12}$ Variable
$x(1) = \mu$ coeficiente de rozamiento	normal	0,8	0,06	0 a -0,9
$x(2) = d$ distancia de frenado	normal	15	1	

Se define la función de falla o función de estado límite:

$$G(x) = V_{lim} - V_0(x) \quad (4.8)$$

$$G(x) = V_{lim} - \sqrt{2 \cdot g \cdot x(1) \cdot x(2)} \quad (4.9)$$

$$G(x) = 16,67 - \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot x(1) \cdot x(2)} \quad (4.10)$$

Donde es:

$V_{lim}$  : Velocidad límite permitida : 60 Km/h o 16,67 m/seg

## CAPITULO 4

A los efectos de realizar la simulación de  $G(x)$  se utiliza software (comercial, bajo licencia) diseñado para ejecutar funciones estadísticas y se aplica el método Montecarlo.

Se relaciona a un contador de falla, se observa la simulación y cuando es  $G(x) \leq 0$ , es decir cuando  $V_{lim} \leq V_0(x)$ , se suma 1 al contador de falla:

$$n = n + 1$$

Dónde:

$n$ : Contador de Fallas.

Se repite el proceso para otros valores aleatorios, un número  $NS$  de veces, y se verifica la probabilidad de falla ( $p_f$ ):

$$p_f = \frac{n}{NS} \quad (4.11)$$

Dónde:

$n$ : Es el número de veces que ocurrió ( $G(x) \leq 0$ ).

$NS$ : Es el número total de simulaciones

$$p_f = \frac{n [(G(X_i) \leq 0)]}{NS} \quad (4.12)$$

Siendo:

$n[(G(X_i) \leq 0)]$  : corresponde al número de simulaciones para las cuales el resultado es una falla del sistema.

Para la situación que se considere la Correlación (0) entre el Coeficiente de Rozamiento y la Distancia de Frenado, se analiza cómo evolucionan los resultados en función del número de simulaciones  $NS$ , y se detiene la simulación cuando los resultados se han estabilizado, es decir cuando la probabilidad de falla tiende a estabilizarse.

**Tabla 4.6 - Correlación (0) entre ( $\mu$ ) y (d)**

Correlación	NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
0	1.000	42	0,042	15,1
0	5.000	190	0,038	7,11
0	10.000	408	0,0408	4,85
0	100.000	4018	0,04018	1,55
0	1.000.000	39575	0,0396	0,49

**COV**: coeficiente de variación de la probabilidad de falla.

## CAPITULO 4

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,040 \quad (4.13)$$

Por lo tanto, las respuestas a las preguntas planteadas por el Juez, con el uso del modelo estocástico y la función de falla se obtienen:

- probabilidad de falla es de 0,040, donde la Velocidad  $V_{lim} \leq V_0(x)$ , es decir situaciones donde se supere 16,667 m/seg o 60 km/h

### 4.3.5.2 - Simulación de Montecarlo considerando la correlación lineal entre el coeficiente de rozamiento y la distancia de frenado:

Para la estimación de la correlación entre el coeficiente de rozamiento " $\mu$ " y la distancia de frenado " $d$ " se evaluará a partir del diagrama de dispersión.

Si bien se sabe la relación lineal negativa, pero no se conoce el valor cierto del coeficiente de correlación, para ello se considera la ecuación (4.14) para representar varias alternativas de velocidades y alternar el valor del coeficiente de rozamiento para obtener una conclusión:

$$d = \frac{v^2}{2 \cdot \mu \cdot g} \quad (4.14)$$

**Situación 1:** Considerar diferentes velocidades, variar el valor del coeficiente de rozamiento y se obtiene la correlación siguiente:

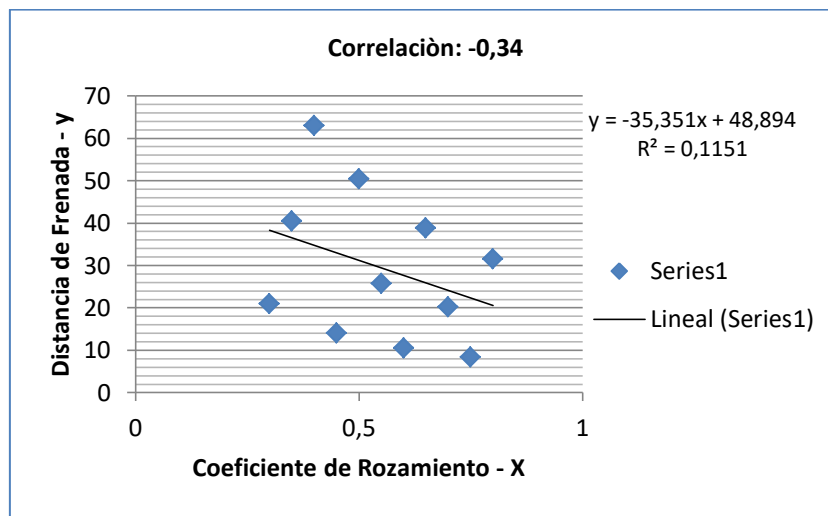
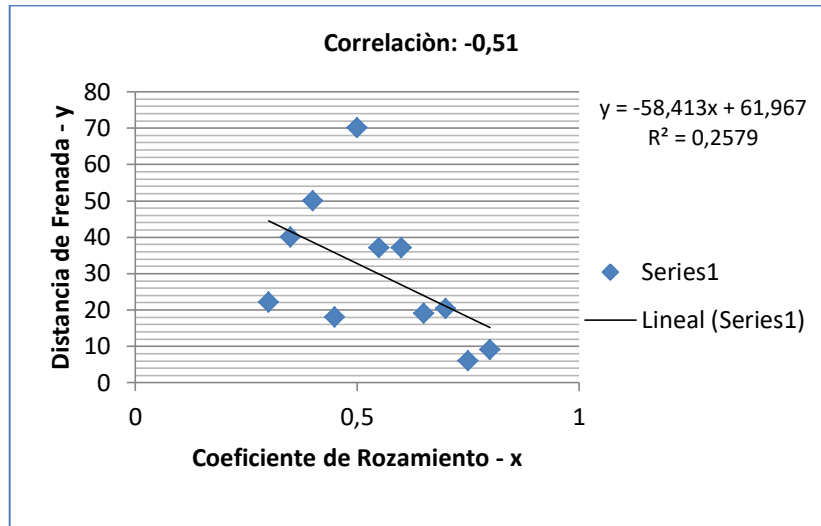


Figura 4.8 – Correlación Negativa y Débil entre  $\mu$  y  $d$

## CAPITULO 4

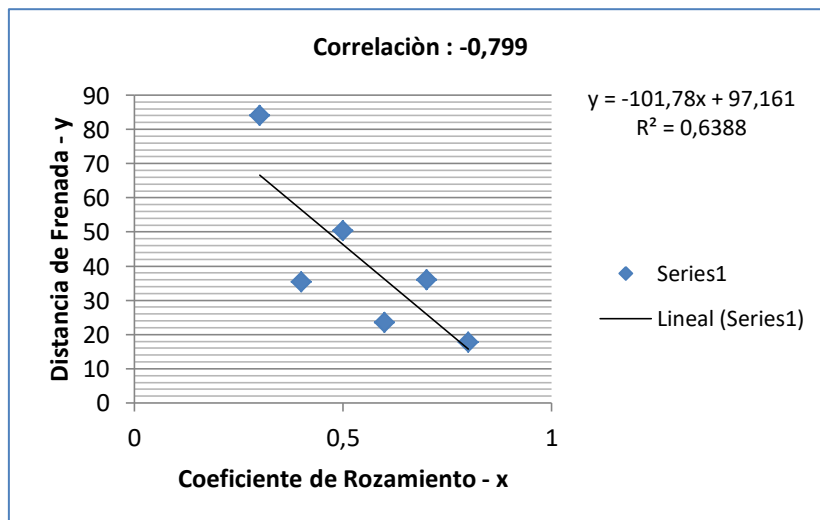
**Nota:**  $R^2$  coeficiente de determinación, es el indicador que permite conocer la bondad del ajuste lineal, es decir como predecir los resultados. Mientras mayor sea el  $R^2$ , mejor será el ajuste del modelo a sus datos. El  $R^2$  siempre se encuentra entre 0 y 100 %.

**Situación 2:** Considerar diferentes velocidades, variar el valor del coeficiente de rozamiento en forma aleatoria y se obtiene la correlación siguiente:



**Figura 4.9 – Correlación Negativa y Moderada entre  $\mu$  y  $d$**

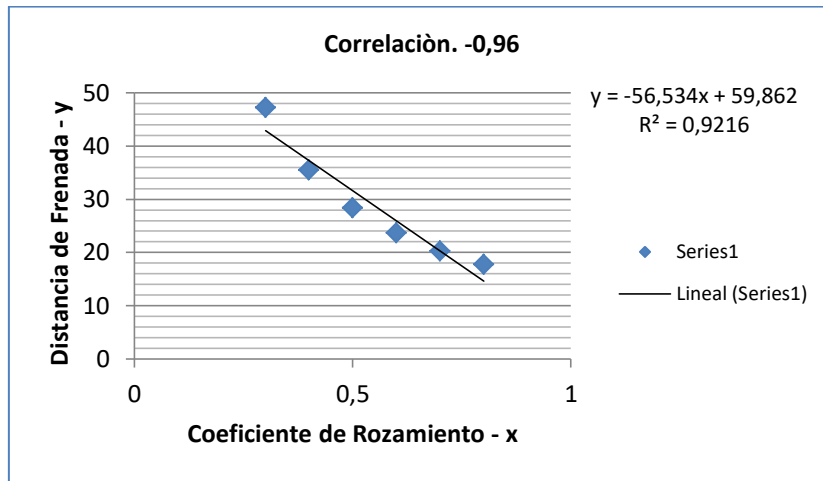
**Situación 3:** Considerar dos velocidades distintas, variar el valor del coeficiente de rozamiento y se obtiene la correlación siguiente:



**Figura 4.10 – Correlación Negativa y Significativa entre  $\mu$  y  $d$**

## CAPITULO 4

**Situación 4:** Considerar una misma velocidad, variar el valor de coeficiente de rozamiento y se obtiene la correlación siguiente:



**Figura 4.11 – Correlación Negativa y Perfecta entre  $\mu$  y  $d$**

Como conclusión se puede decir que para el Modelo en estudio, se tomará el entorno para el Coeficiente de Correlación ( $\rho_{12}$ ) entre: - 0,3 a - 0,9 y luego se analizarán los resultados y la variación de la probabilidad de falla ( $p_f$ ).

**Tabla 4.7 – Valores orientativos de correlación y su relación lineal**

Rango $\rho_{12}$	Relación Lineal
-0,96	Perfecta
- 0,85	Fuerte
- 0,70	Significativa
-0,50	Moderada
-0,30	Débil

**4.3.5.3** – Se considera  $\rho_{12}$ : - 0,3, para el cálculo estocástico y se estudiará la probabilidad de falla.

## CAPITULO 4

**Tabla 4.8 - Correlación (- 0,3) entre ( $\mu$ ) y (d)**

Correlación	NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
- 0,3	1.000	16	0,016	24,8
- 0,3	5.000	92	0,0184	10,33
- 0,3	10.000	196	0,0196	7,08
- 0,3	100.000	1842	0,0184	2,31
- 0,3	1.000.000	18911	0,0189	0,72

De la simulación, para el coeficiente de correlación  $\rho_{12}$ : - 0,3, se obtiene que la probabilidad de falla es:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,018 \quad (4.15)$$

**4.3.5.4** – Se considera  $\rho_{12}$ : - 0,5, para el cálculo estocástico y se estudiará la probabilidad de falla:

**Tabla 4.9 - Correlación (- 0,5) entre ( $\mu$ ) y (d)**

Correlación	NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
- 0,5	1.000	4	0,004	49,9
- 0,5	5.000	37	0,0074	16,38
- 0,5	10.000	63	0,0063	12,56
- 0,5	100.000	619	0,00619	4,007
- 0,5	1.000.000	6337	0,00634	1,25

De la simulación, para el coeficiente de correlación  $\rho_{12}$ : - 0,5, se obtiene que la probabilidad de falla es:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,0063 \quad (4.16)$$

**4.3.5.5** - Se considera el  $\rho_{12}$ : - 0,7 para el cálculo estocástico y se estudiará la probabilidad de falla:

**Tabla 4.10 - Correlación (- 0,7) entre ( $\mu$ ) y (d)**

Correlación	NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
- 0,7	1.000	0	0	-
- 0,7	5.000	4	0,0008	49,98
- 0,7	10.000	7	0,0007	37,78
- 0,7	100.000	78	0,00078	11,31
- 0,7	1.000.000	713	0,000713	3,74

## CAPITULO 4

De la simulación, para el Coeficiente de Correlación  $\rho_{12}$ : - 0,7, se obtiene que la probabilidad de falla es:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,0007 \quad (4.17)$$

**4.3.5.6** - Se estudiará la  $p_f$  considerando el  $\rho_{12}$ : - 0,9:

**Tabla 4.11 - Correlación (-0,9) entre ( $\mu$ ) y ( $d$ )**

Correlación	NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$
-0,9	1.000	0	0
-0,9	5.000	0	0
-0,9	10.000	0	0
-0,9	100.000	0	0
-0,9	1.000.000	0	0

De la simulación, para el coeficiente de correlación  $\rho_{12}$ : - 0,9, se obtiene que la probabilidad de falla es:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0 \quad (4.18)$$

**4.3.5.7** – Considerando mayor dispersión en las variables, utilizando el siguiente coeficiente de variación (CV):

- 15 % para coeficiente de rozamiento -  $\mu$
- 15 % para distancia de frenado -  $d$

**Tabla 4.12– Datos para el cálculo de  $G(x)$**

Variable	Distribución	$\bar{X}_i$	$\sigma_i$	Correlación $\rho_{12}$ Variable
$x(1) = \mu$ coeficiente de rozamiento	normal	0,8	0,12	0 a -0,9
$x(2) = d$ distancia de frenado	normal	15	2,25	

## CAPITULO 4

**4.3.5.7.1** – Se considera  $\rho_{12}: 0$  , para el cálculo estocástico y se estudiará la probabilidad de falla:

**Tabla 4.13 - Correlación (0) entre ( $\mu$ ) y ( $d$ )**

Correlación	NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
0	1.000	194	0,194	6,45
0	5.000	210	0,1914	2,907
0	10.000	1954	0,1954	2,03
0	100.000	19378	0,1938	0,65
0	1.000.000	192534	0,19253	0,205

De la simulación, para el coeficiente de correlación  $\rho_{12}: 0$ , se obtiene que la probabilidad de falla es:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = \mathbf{0,194} \quad (4.19)$$

**4.3.5.7.2** – Se considera  $\rho_{12}: -0,3$ , para el cálculo estocástico y se estudiará la probabilidad de falla:

**Tabla 4.14 - Correlación (- 0,3) entre ( $\mu$ ) y ( $d$ )**

Correlación	NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
- 0,3	1.000	134	0,134	8,04
- 0,3	5.000	776	0,155	3,29
- 0,3	10.000	1526	0,1526	2,35
- 0,3	100.000	15311	0,1531	0,744
- 0,3	1.000.000	151695	0,1517	0,24

De la simulación, para el coeficiente de correlación  $\rho_{12}: -0,3$ , se obtiene que la probabilidad de falla es:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = \mathbf{0,153} \quad (4.20)$$

**4.3.5.7.3** – Se considera  $\rho_{12}: -0,5$ , para el cálculo estocástico y se estudiará la probabilidad de falla:

## CAPITULO 4

**Tabla 4.15 - Correlación (- 0,5) entre ( $\mu$ ) y (d)**

Correlación	NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
- 0,5	1.000	110	0,11	8,99
- 0,5	5.000	555	0,111	4
- 0,5	10.000	1056	0,1056	2,91
- 0,5	100.000	10641	0,1064	0,91
- 0,5	1.000.000	106579	0,1066	0,29

De la simulación, para el coeficiente de correlación  $\rho_{12}$ : -0,5, se obtiene que la probabilidad de falla es:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = \mathbf{0,106} \quad (4.21)$$

**4.3.5.7.4** – Se considera  $\rho_{12}$ : - 0,7, para el cálculo estocástico y se estudiará la probabilidad de falla:

**Tabla 4.16 - Correlación (- 0,7) entre ( $\mu$ ) y (d)**

Correlación	NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
- 0,7	1.000	52	0,052	13,50
- 0,7	5.000	292	0,0584	5,68
- 0,7	10.000	536	0,0536	4,20
- 0,7	100.000	5390	0,0539	1,32
- 0,7	1.000.000	54592	0,05459	0,42

De la simulación, para el coeficiente de correlación  $\rho_{12}$ : - 0,7, se obtiene que la probabilidad de falla es:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = \mathbf{0,054} \quad (4.22)$$

**4.3.5.7.5** – Se considera  $\rho_{12}$ : - 0,9, para el cálculo estocástico y se estudiará la probabilidad de falla:

## CAPITULO 4

**Tabla 4.17 - Correlación (- 0,9) entre ( $\mu$ ) y (d)**

Correlación	NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
- 0,9	1.000	4	0,004	49,89
- 0,9	5.000	22	0,0044	21,27
- 0,9	10.000	32	0,0032	17,65
- 0,9	100.000	344	0,00344	5,38
- 0,9	1.000.000	3726	0,00372	1,64

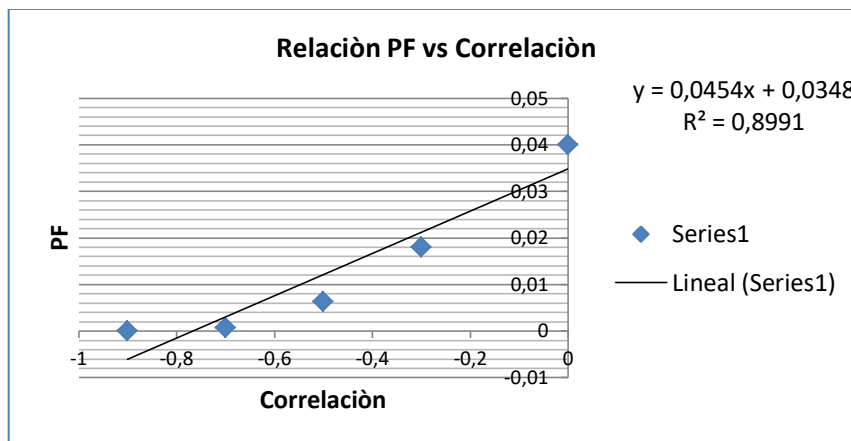
De la simulación, para el coeficiente de correlación  $\rho_{12}$ : - 0,9, se obtiene que la probabilidad de falla es:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,0034 \quad (4.23)$$

### 4.3.5.8 – Síntesis:

**Tabla 4.18 - Resumen Correlación entre  $\mu$  y d y Resultados de la  $p_f$**

Correlación $\rho_{12}$ entre $\mu$ y d	$p_f$ : probabilidad de falla para CV: 7,5 %	$p_f$ : probabilidad de falla para CV: 15 %
0	0,040	0,194
- 0,3	0,018	0,153
- 0,5	0,0063	0,106
-0,7	0,0007	0,054
-0,9	0	0,0034



**Figura 4.12 – Relación  $p_f$  y correlación  $\rho_{12}$  para CV: 7,5 %**

## CAPITULO 4

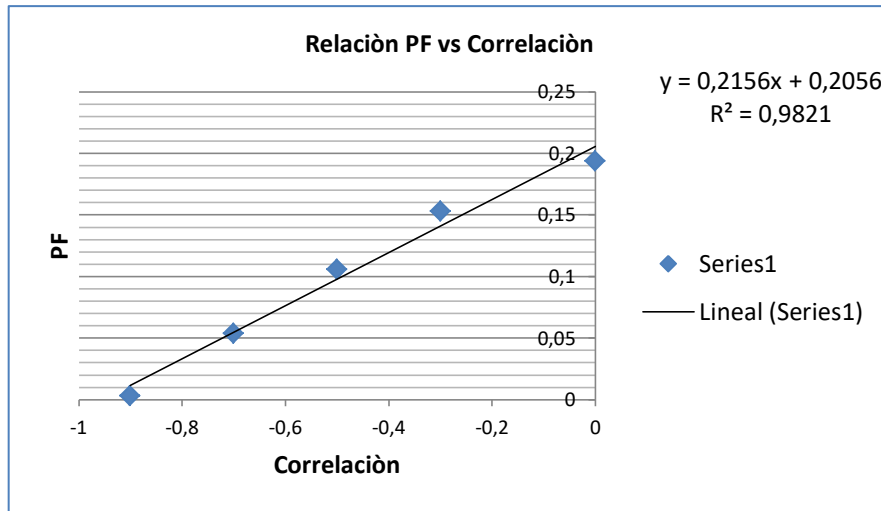


Figura 4.13 – Relación  $p_f$  y correlación  $\rho_{12}$  para CV:15 %

### 4.3.5.9 – Conclusiones del Modelo 1:

#### 4.3.5.9.1 – Según correlación de las variables - Relación entre $\rho_{12}$ y $p_f$ :

Cuanto mayor sea el coeficiente de correlación entre  $\mu$  y  $d$ , menor será la probabilidad de falla  $p_f$ . Esto se explica porque que a medida que va disminuyendo desviación típica con el aumento de  $\rho_{12}$ , hace que disminuya la dispersión de la variable  $V_0(x)$ .

Además como existe una dependencia aproximadamente lineal entre  $\rho_{12}$  y  $p_f$  con un  $R^2$ : 0,98, implicaría que se pueden predecir los resultados de  $p_f$  para valores intermedios de  $\rho_{12}$ .

#### 4.3.5.9.2 – Según variación del COV de la $p_f$ :

Cuando el coeficiente de variación (COV) de la probabilidad de falla ( $p_f$ ) es menor al 3 %, se tiene una muy aceptable confianza en el resultado numérico de la simulación de Monte Carlo, indicando que el tamaño de la muestra es adecuado.

#### 4.3.5.9.3 – Según Coeficiente de Variación de las variables:

Cuanto mayor sea el coeficiente de variación (CV) en  $\mu$  y  $d$ , mayor es la probabilidad de falla  $p_f$ .

## CAPITULO 4

### 4.3.5.9.4 – Comparación de Resultado:

Por lo tanto, de acuerdo a las preguntas planteadas por el Juez, con el uso del modelo estocástico, la función de falla y del análisis se deduce que:

- **Resultado determinístico:** la velocidad máxima permitida en la zona es de 60 km/h, por lo cual el automóvil **nunca sobrepasa** la velocidad máxima permitida.
- **Resultado aplicando la teoría de la probabilidad:** La probabilidad de falla, es decir situaciones donde se superen 60 Km/h, resulta:
  - 0,040 a 0,194 (sin correlación y dispersión entre 7,5 a 15 %)
  - 0 a 0,018 (considerando correlación y dispersión 7,5 %)
  - 0,0034 a 0,153 (considerando correlación y dispersión 15 %)

### 4.3.5.9.5 – Conclusión final:

A pesar de lo que se denomina propagación de incertidumbres de las variables intervinientes, aplicando la teoría de la probabilidad, evaluando si la velocidad de circulación previa al impacto pueda exceder la velocidad límite permitida, es posible dar al juzgador y peritos auxiliares de la justicia decisiones más confiables al cuantificar la incertidumbre y establecer la diferencia entre lo que podría ser la inocencia o culpabilidad.-

### Modelo 2.

#### **4.4 - Cálculo Estocástico de la velocidad de proyección de una persona impactada por un vehículo [Simón R., et al., 2013]**

##### **4.4.1 - Introducción Teórica - Descripción del Método de Searle:**

Se presentó en 1983 un estudio SAE para el problema de determinar la velocidad inicial de un cuerpo a partir de una trayectoria dada [Searle J., et al, 1983].

En dicho estudio se deduce una ecuación para la velocidad mediante la cual se puede acotar los límites de ésta a pesar de que se desconozca el ángulo de proyección inicial. Este ángulo es el que forma la velocidad del cuerpo con la horizontal.

Esta ecuación se puede aplicar a varias situaciones frecuentes en la Reconstrucción de Accidentes Viales.

Puede tratarse el caso de un cuerpo desprendido en el momento del choque el cual vuela una determinada distancia y luego rebota varias veces en el pavimento hasta que finalmente desliza y queda en estado de reposo.

Se puede tratar el caso de un vehículo que pierde el control y sale despedido por el aire y luego golpea sucesivamente contra el pavimento hasta que se detiene.

La aplicación de este método al caso de un peatón que es embestido por un vehículo y proyectado hacia el frente del vehículo al mismo tiempo que éste frena es otro caso particular de aplicación de esta ecuación, este caso que denominaremos método de Searle es el que se expone a continuación.

El método descrito por Searle se deriva de la ecuación de la velocidad deducida para un cuerpo aplicada al centro de gravedad G del mismo, el cual se mueve en un plano vertical. En este modelo se tienen en cuenta los golpes y rebotes que sufre el cuerpo contra el suelo y por esto se lo denomina “caída, rebote y deslizamiento”.

Con anterioridad otros autores habían considerado solo la fase aérea del movimiento del cuerpo hasta el primer rebote, hay veces que se conoce la distancia del primer impacto contra el suelo por cierta evidencia física como marcas, etc.

Pero por lo general la distancia que puede obtener el investigador de la escena del choque es la distancia de reposo final del cuerpo luego de sucesivos rebotes y deslizamientos.

## CAPITULO 4

Aplicado al atropello de un peatón el método describe un primer impacto del vehículo con el peatón quien sufre una aceleración durante un lapso de tiempo  $\Delta t$  y es proyectado en el aire con una velocidad inicial  $V_0$ , la que forma un **ángulo**  $\theta$  con la horizontal

Para la determinación de la velocidad previa de circulación de un rodado a partir de ecuaciones matemáticas se considera la proyección parabólica del cuerpo de una persona atropellada.

Las ecuaciones de Searle (modelo matemático del tipo determinístico) dan valores de las velocidades mínimas y máximas posibles, aplicadas a un hecho accidental real, dentro del ámbito de la Ingeniería Forense.

La velocidad mínima inicial  $V_0$  del método de Searle propone una relación entre la velocidad de proyección del peatón  $V_0$ , el ángulo de proyección  $\theta$  con la horizontal, la distancia de total de proyección  $S$ , la altura  $H$  del centro de gravedad del peatón y el coeficiente de rozamiento  $\mu$  de éste con el suelo:

$$V_0 = \frac{\sqrt{2 \cdot \mu \cdot g(S - \mu \cdot H)}}{(\cos \theta + \mu \cdot \text{sen} \theta)} \quad (4.24)$$

El método permite determinar un rango de velocidades mínima y máxima para una cierta distancia de proyección. La velocidad mínima se halla como  $V_{0 \min}$  calculada como el mínimo matemático de la función.

La expresión de  $V_{0 \min}$  es:

$$V_{0 \min} = \frac{\sqrt{2 \cdot \mu \cdot g(S - \mu \cdot H)}}{(1 + \mu^2)} \quad (4.25)$$

Se observa que la expresión (4.25) nos indica la mínima velocidad que es necesaria conferir al peatón para que alcance una distancia de proyección  $S$ , donde  $V_{0 \min}$  es independiente del ángulo de proyección  $\theta$ .

La velocidad inicial máxima  $V_{0 \max}$  para el intervalo  $0 \leq \theta \leq \pi/2$  se observa el máximo para  $\theta = 0$ , donde  $V_{0 \max}$  está dado por la expresión:

## CAPITULO 4

$$V_{0max} = \sqrt{2 \cdot \mu \cdot g(S - \mu \cdot H)} \quad (4.26)$$

Searle indica que esta velocidad máxima se puede calcular si el ángulo  $\theta$  es menor a un ángulo crítico  $\theta_{crit}$  que depende del coeficiente  $\mu$  del siguiente modo:

$$\theta_{crit} = \frac{\pi}{2} - 2 \cdot \arctg\left(\frac{1}{\mu}\right) \quad (4.27)$$

Esta relación está dada en la Tabla 4.19 siguiente:

**Tabla 4.19** – Relacion de coeficiente  $\mu$  y Angulo Proyección

Coeficiente $\mu$	Angulo $\theta_{crit}$
0,3	33°
0,4	44°
0,5	53°
0,6	62°
0,7	70°

Los Límites de la velocidad, para simplificar suponiendo que  $H = 0$ , entonces la velocidad está dada por la expresión:

$$V_{0min} = \sqrt{\frac{2 \cdot \mu \cdot g \cdot S}{1 + \mu^2}} \quad (4.28)$$

Éstas dependen del coeficiente de rozamiento persona - calzada  $\mu$  (que varía con el ángulo crítico de proyección), altura del centro de gravedad del peatón  $H$  y de la distancia total  $S$  de proyección del cuerpo.

El grado de certeza que se tiene en la determinación de la velocidad previa al embestimiento, depende del error con que se obtienen cada una de las variables que intervienen en la ecuación.

En este modelo algunas variables se consideran aleatorias, se tiene en cuenta sus valores medios y sus desvíos estándar, así como el tipo de distribución estadística que asumen.

## CAPITULO 4

De esta forma, se puede presentar dictámenes periciales donde los resultados son producto de un análisis que contempla la probabilidad de ocurrencia.

La misma se realizó a través de un software estadístico que trabaja en conjunto con una planilla de cálculo, donde los valores de nuestras variables relevantes estarán expresados por su valor medio, su desvío estándar y el tipo de distribución estadística de los valores de dichas variables.

Además, se utiliza la función de estado límite o de falla con la aplicación de la teoría de la Confiabilidad, que permite acotar el rango de posibles soluciones del problema.

### 4.4.2 - Metodología de Análisis:

La utilización de modelos determinísticos, indican como resultado un valor absoluto de la velocidad de circulación, en la cual el principal inconveniente, es el coeficiente de rozamiento “ $\mu$ ” que se obtienen de tablas o de datos estadísticos.

Sucede lo mismo con las distancias que indican las autoridades preventoras, donde se introducen errores de medición.

Los dos inconvenientes mencionados son técnicamente salvables. Para ello es necesario poder acotar la incertidumbre en la misma, utilizando como herramientas: la probabilidad y la técnica de simulación de Montecarlo.

Con la misma, se puede generar una cantidad posible de diferentes soluciones o escenarios posibles, pero siempre dentro del entorno de los valores dados a las variables relevantes utilizadas en la modelización.

Así se puede obtener un resultado expresado por su valor medio, su desvío estándar y conociendo su distribución estadística.

Las ecuaciones (4.25) y (4.26) se pueden aplicar a varias situaciones frecuentes en la reconstrucción de accidentes viales.

Puede tratarse el caso de un cuerpo desprendido en el momento del choque el cual vuela determinada distancia y luego rebota varias veces en el pavimento hasta que finalmente desliza y queda en estado de reposo.

Se puede tratar el caso de un vehículo que pierde el control y sale despedido por el aire y luego golpea sucesivamente contra el pavimento hasta que se detiene.

## CAPITULO 4

La aplicación de este método al caso de un peatón que es embestido por un vehículo y proyectado hacia el frente del vehículo al mismo tiempo que éste frena con la aplicación del método de Searle es el que se expone a continuación.

El método descrito por Searle se deriva de la ecuación de la velocidad deducida para un cuerpo aplicada al centro de gravedad G del mismo el cual se mueve en un plano vertical.

### 4.4.3 - Caso Planteado:

El caso pensado para ilustrar el método de análisis propuesto, se trató de una colisión entre un automóvil y un peatón, ocurrido en una calle, donde el automóvil atropella al peatón y lo lanza en forma parabólica a una distancia de aproximadamente 35 metros de longitud.

Las preguntas solicitadas por el Juez en la Causa o Expediente son:

¿A qué velocidad circulaba el vehículo?

¿Sobrepasa la velocidad máxima permitida en la zona?

### 4.4.4 - Resolución Determinística:

Se resuelve mediante el cálculo determinístico con el empleo de las fórmulas de Searle, considerando todas las variables determinísticas:

$$V_{min} = \sqrt{\frac{2 \cdot \mu \cdot g \cdot S}{1 + \mu^2}} \quad (4.29)$$

$$V_{max} = \sqrt{2 \cdot \mu \cdot g \cdot S} \quad (4.30)$$

Dónde:

V = velocidad del rodado previa al atropello

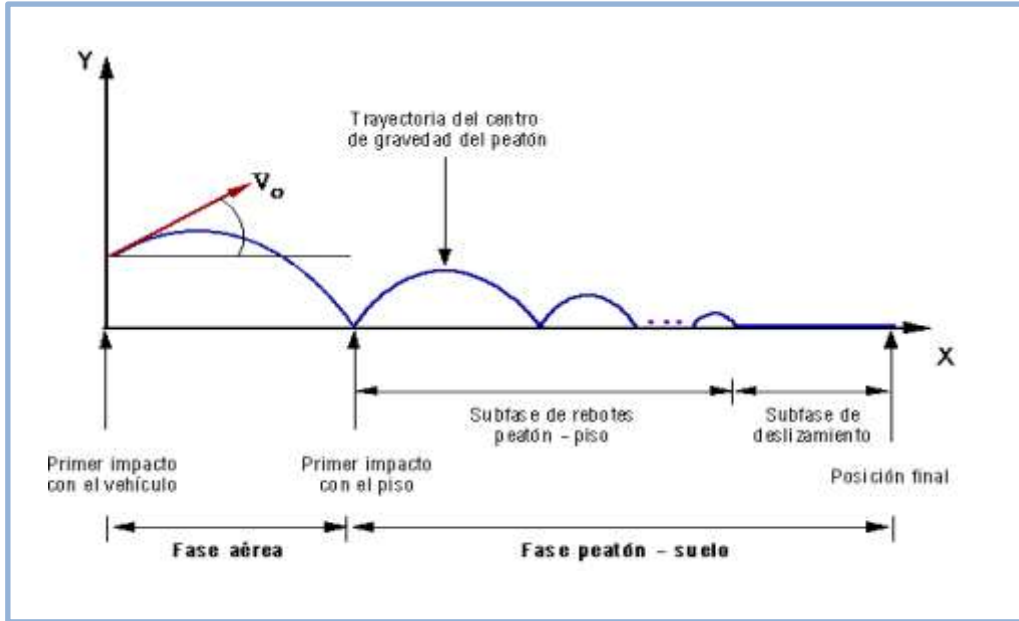
$$g = 9,8 \text{ m/seg}^2$$

$\mu$  = coeficiente de rozamiento peatón - calzada: 0,3 a 0,7 ( s/ tablas del método Searle)

S = distancia total de proyección de 35 m (fase aérea más fase peatón-suelo).

## CAPITULO 4

Se asume que la altura del centro de gravedad del peatón es  $H = 0$ . En este modelo se tiene en cuenta los golpes y rebotes que sufre el cuerpo contra el suelo y por esto se lo denomina “caída, rebote y deslizamiento”. Ver Figura 4.14.



**Figura 4.14** – Fases de la Trayectoria del peatón [Searle J., et al, 1983]

En la Figura 4.14, se observa el Esquema de la trayectoria del centro de gravedad  $G$  del peatón en el modelo [Searle J., et al, 1983] denominado: caída, rebote y deslizamiento.

Se utiliza las fórmulas anteriores (4.29) y (4.30), para un rango de  $\mu$  entre 0,3 a 0,7 y se reemplaza los valores se obtuvo para  $V_{m\acute{a}x}$ :

$$V_{max} = 14,345 \frac{m}{seg} \quad (4.31)$$

$$V_{max} = 21,913 \frac{m}{seg} \quad (4.32)$$

Se reemplaza los valores para un rango de  $\mu$  entre 0,3 a 0,7 y se obtuvo para  $V_{m\acute{i}n}$ :

$$V_{min} = 13,74 \frac{m}{seg} \quad (4.33)$$

$$V_{min} = 17,952 \frac{m}{seg} \quad (4.34)$$

## CAPITULO 4

Con lo cual la velocidad de circulación podría expresarse:

$$V = 64,17 \pm 14,7 \frac{Km}{h} \quad (4.35)$$

Por lo tanto, las respuestas a las preguntas planteadas por el Juez en la Litis sería:

- El vehículo circulaba antes de la colisión a una velocidad entre 49,47 y 78,87 Km/h.
- La velocidad máxima permitida en la zona es de 60 km/h, por lo cual el automóvil pudo o no sobrepasar la velocidad máxima permitida (está indeterminado).

### 4.4.5 - Resolución con Modelo Estocástico y Función de Falla:

Dentro de las posibilidades que se puede plantear con esta nueva técnica de análisis, surge el estudio estocástico. Donde las variables aleatorias ( $\mu$ ,  $S$ ) se tipifican como una probabilidad de distribución normal con sus correspondientes parámetros de valor medio ( $\mu$ ) y desvío estándar ( $\sigma$ ).

Se utiliza el siguiente Coeficiente de Variación ( $CV = \frac{\sigma_i}{\bar{x}_i} \cdot 100 \%$ ):

- 10 % para  $x(1)$  – coeficiente de rozamiento peatón - calzada
- 10 % para  $x(2)$  – distancia de proyección

**Tabla 4.20 – Datos para el cálculo de  $G(x)$**

Variable	Distribución	$\bar{x}_i$	$\sigma_i$	Correlación $\rho_{12}$
$x(1) = \mu$ coeficiente de rozamiento peatón - calzada	normal	0,5	0,05	<b>0 a -0,9</b>
$x(2) = S$ distancia de proyección	normal	35	3,5	

Se define las siguientes funciones de falla o función de estado límite:

$$G(x) = V_{lim} - V_{min}(x) \quad (4.36)$$

## CAPITULO 4

$$G(x) = V_{lim} - V_{max}(x) \quad (4.37)$$

$$G(x) = 16,67 - \sqrt{\frac{2 \cdot \mu \cdot g \cdot S}{1 + \mu^2}} \quad (4.38)$$

$$G(x) = 16,67 - \sqrt{2 \cdot \mu \cdot g \cdot S} \quad (4.39)$$

Donde es:

$V_{lim}$  : Velocidad límite permitida : 60 Km/h o 16,67 m/seg

Se relaciona a un contador de falla, se observa la simulación y cuando es  $G(x) \leq 0$ , es decir cuando  $V_{lim} \leq V_{min}(x)$  o  $V_{lim} \leq V_{max}(x)$  según corresponda, se suma 1 al contador de falla:

$$n = n + 1$$

Dónde:

$n$ : Contador de Fallas.

Se repite el proceso para otros valores aleatorios, un número  $NS$  de veces, y se verifica la probabilidad de falla ( $p_f$ ):

$$p_f = \frac{n}{NS} \quad (4.40)$$

Dónde:

$n$ : Es el número de veces que ocurrió ( $G(x) \leq 0$ ).

$NS$ : Es el número total de simulaciones

$$p_f = \frac{n[(G(X_i) \leq 0)]}{NS} \quad (4.41)$$

Siendo:

$n[(G(X_i) \leq 0)]$  : corresponde al número de simulaciones para las cuales el resultado es una falla del sistema.

Luego se analizarán cómo evolucionan los resultados en función del número de simulaciones  $NS$ , y se detiene la simulación cuando los resultados se han estabilizado, es decir cuando la probabilidad de falla tiende a estabilizarse.

## CAPITULO 4

**Tabla 4.21 – Probabilidad de Falla para  $V_{min} - \rho_{12} : 0$**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	443	0,443	3,545
5.000	2195	0,439	1,598
10.000	4373	0,437	1,134
100.000	43728	0,437	0,358
1.000.000	437653	0,437	0,11

COV: coeficiente de variación de la probabilidad de falla.

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla para  $V_{min}$ :

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,437 \quad (4.42)$$

**Tabla 4.22 – Probabilidad de Falla Para  $V_{m\acute{a}x} - \rho_{12} : 0$**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	915	0,915	0,964
5.000	4565	0,913	0,436
10.000	9132	0,913	0,308
100.000	91503	0,915	0,096
1.000.000	915005	0,915	0,030

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla para  $V_{max}$ .

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,915 \quad (4.43)$$

Por lo tanto, las respuestas a las preguntas planteadas por el Juez, con el uso del modelo estocástico, la función de falla y CV 10 % con  $\rho_{12}: 0$ , resulta:

- probabilidad de falla es de 0,437, donde la Velocidad  $V_{lim} \leq V_{min}(x)$ , es decir situaciones donde se supere 16, 67 m/seg o 60 km/h.
- probabilidad de falla es de 0,915, donde la Velocidad  $V_{lim} \leq V_{max}(x)$ , es decir situaciones donde se supere 16, 67 m/seg o 60 km/h

## CAPITULO 4

**4.4.6** - Considerando mayor dispersión en las variables, utilizando el siguiente coeficiente de variación (CV):

- 15 % para coeficiente de rozamiento peatón – calzada ( $\mu$ )
- 15 % para distancia de proyección (S)

**Tabla 4.23– Datos para el cálculo de  $G(x)$**

Variable	Distribución	$\bar{X}_i$	$\sigma_i$	Correlación $\rho_{12}$
$x(1) = \mu$ coeficiente de rozamiento peatón calzada	Normal	0,5	0,075	0 a -0,9
$x(2) = S$ distancia de proyección	Normal	35	5,25	

**Tabla 4.24 – Probabilidad de Falla para  $V_{min} - \rho_{12} : 0$**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	454	0,454	3,47
5.000	2174	0,435	1,61
10.000	4448	0,445	1,11
100.000	44197	0,442	0,35
1.000.000	441164	0,441	0,11

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla para  $V_{min}$ :

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,441 \quad (4.44)$$

**Tabla 4.25 – Probabilidad de Falla para  $V_{m\acute{a}x} - \rho_{12} : 0$**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	841	0,841	1,37
5.000	4062	0,812	0,68
10.000	8052	0,805	0,49
100.000	81118	0,811	0,153
1.000.000	810594	0,810	0,048

## CAPITULO 4

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla para  $V_{max}$ :

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,81 \quad (4.45)$$

Por lo tanto, las respuestas a las preguntas planteadas por el Juez, con el uso del modelo estocástico, la función de falla y considerando un CV: 0,15 y  $\rho_{12} : 0$ , resulta:

- probabilidad de falla es de 0,441, donde la Velocidad  $V_{lim} \leq V_{min}(x)$ , es decir situaciones donde se supere 16,67 m/seg o 60 km/h.
- probabilidad de falla es de 0,81, donde la Velocidad  $V_{lim} \leq V_{max}(x)$ , es decir situaciones donde se supere 16,67 m/seg o 60 km/h

### 4.4.7 - Simulación de Montecarlo considerando la correlación lineal entre el coeficiente de rozamiento del peatón sobre la calzada y la distancia de proyección:

Para la estimación de la correlación entre el coeficiente de rozamiento del peatón sobre la calzada " $\mu$ " y la distancia de proyección " $S$ " se considera análisis realizado en el Modelo 1, ya el coeficiente de correlación, considerando la ecuación (4.46) permite obtener la conclusión que para el Modelo 2 en estudio, se tomará el entorno para el Coeficiente de Correlación ( $\rho_{12}$ ) entre: -0,3 a -0,9 y luego se analizarán los resultados y la variación de la probabilidad de falla ( $p_f$ ):

$$S = \frac{v^2}{2 \cdot \mu \cdot g} \quad (4.46)$$

4.4.7.1 – Se considera CV: 10 % y  $\rho_{12}$ : -0,3, para el cálculo estocástico y se estudiará la probabilidad de falla para  $V_{min}$ :

**Tabla 4.26 – Probabilidad de Falla para  $V_{min}$  – CV : 10 % -  $\rho_{12}$ : -0,3**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	395	0,395	3,91
5.000	2069	0,414	1,68
10.000	4133	0,413	1,19
100.000	41374	0,414	0,376
1.000.000	413802	0,414	0,119

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla para  $V_{min}$ :

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,414 \quad (4.47)$$

## CAPITULO 4

**4.4.7.2** – Se considera CV : 10 % y  $\rho_{12}$ : - 0,5, para el cálculo estocástico y se estudiará la probabilidad de falla para  $V_{min}$ :

**Tabla 4.27 – Probabilidad de Falla para  $V_{min}$  – CV : 10 % - $\rho_{12}$ : -0,5**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	407	0,407	3,81
5.000	2035	0,407	1,70
10.000	4055	0,405	1,21
100.000	40366	0,404	0,38
1.000.000	402153	0,402	0,12

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla para  $V_{min}$ :

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = \mathbf{0,402} \quad (4.48)$$

**4.4.7.3** – Se considera CV : 10 % y  $\rho_{12}$ : - 0,7, para el cálculo estocástico y se estudiará la probabilidad de falla para  $V_{min}$ :

**Tabla 4.28 – Probabilidad de Falla para  $V_{min}$  – CV : 10 % - $\rho_{12}$ : -0,7**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	379	0,379	4,04
5.000	1836	0,367	1,85
10.000	3789	0,378	1,28
100.000	37467	0,375	0,41
1.000.000	375724	0,375	0,12

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla para  $V_{min}$ :

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = \mathbf{0,375} \quad (4.49)$$

## CAPITULO 4

**4.4.7.4** – Se considera CV : 10 % y  $\rho_{12}$ : - 0,9, para el cálculo estocástico y se estudiará la probabilidad de falla para  $V_{min}$ :

**Tabla 4.29 – Probabilidad de Falla para  $V_{min}$  – CV : 10 % -  $\rho_{12}$ : -0,9**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	328	0,328	4,53
5.000	1657	0,331	2,01
10.000	3249	0,325	1,44
100.000	33434	0,334	0,45
1.000.000	336527	0,336	0,14

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla para  $V_{min}$ :

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,336 \quad (4.50)$$

**4.4.7.5** – Se considera CV : 15 % y  $\rho_{12}$ : - 0,3, para el cálculo estocástico y se estudiará la probabilidad de falla para  $V_{min}$ :

**Tabla 4.30 – Probabilidad de Falla para  $V_{min}$  – CV : 15 % -  $\rho_{12}$ : -0,3**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	403	0,403	3,85
5.000	2080	0,416	1,67
10.000	4216	0,421	1,17
100.000	41965	0,419	0,37
1.000.000	416491	0,416	0,12

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla para  $V_{min}$ :

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,416 \quad (4.51)$$

## CAPITULO 4

**4.4.7.6** – Se considera CV: 15 % y  $\rho_{12}$ : - 0,5, para el cálculo estocástico y se estudiará la probabilidad de falla para  $V_{min}$ :

**Tabla 4.31 – Probabilidad de Falla para  $V_{min}$  – CV : 15 % - $\rho_{12}$ : -0,5**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	395	0,395	3,91
5.000	1954	0,390	1,76
10.000	3970	0,397	1,23
100.000	39697	0,396	0,39
1.000.000	396622	0,396	0,12

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla para  $V_{min}$ :

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,396 \quad (4.52)$$

**4.4.7.7** – Se considera CV:15 % y  $\rho_{12}$ : - 0,7, para el cálculo estocástico y se estudiará la probabilidad de falla para  $V_{min}$ :

**Tabla 4.32 – Probabilidad de Falla para  $V_{min}$  – CV : 15 % - $\rho_{12}$ : -0,7**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	387	0,387	3,97
5.000	1921	0,384	1,79
10.000	3788	0,378	1,28
100.000	37901	0,379	0,405
1.000.000	378446	0,378	0,128

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla para  $V_{min}$ :

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,378 \quad (4.53)$$

## CAPITULO 4

**4.4.7.8** – Se considera CV:15 % y  $\rho_{12}$ : - 0,9, para el cálculo estocástico y se estudiará la probabilidad de falla para  $V_{min}$ :

**Tabla 4.33 – Probabilidad de Falla para  $V_{min}$  – CV : 15 % - $\rho_{12}$ : -0,9**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	318	0,318	4,63
5.000	1697	0,339	1,97
10.000	3296	0,329	1,43
100.000	33049	0,330	0,45
1.000.000	333405	0,333	0,14

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla para  $V_{min}$ :

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,33 \quad (4.54)$$

**4.4.7.9** – Se considera CV:10 % y  $\rho_{12}$ : - 0,3, para el cálculo estocástico y se estudiará la probabilidad de falla para  $V_{max}$ :

**Tabla 4.34 – Probabilidad de Falla para  $V_{max}$ – CV : 10 % - $\rho_{12}$ : -0,3**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	944	0,944	0,77
5.000	4727	0,945	0,339
10.000	9426	0,943	0,246
100.000	94366	0,944	0,077
1.000.000	944361	0,944	0,024

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla para  $V_{max}$ :

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,944 \quad (4.55)$$

**4.4.7.10** – Se considera CV:10 % y  $\rho_{12}$ : - 0,5, para el cálculo estocástico y se estudiará la probabilidad de falla para  $V_{max}$ :

## CAPITULO 4

**Tabla 4.35 – Probabilidad de Falla para  $V_{max}$ – CV : 10 % - $\rho_{12}$ : -0,5**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	977	0,977	0,485
5.000	4834	0,966	0,262
10.000	9715	0,971	0,171
100.000	97298	0,972	0,053
1.000.000	971865	0,972	0,017

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla para  $V_{max}$ :

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,972 \quad (4.56)$$

**4.4.7.11** – Se considera CV:10 % y  $\rho_{12}$ : - 0,7, para el cálculo estocástico y se estudiará la probabilidad de falla para  $V_{max}$ :

**Tabla 4.36 – Probabilidad de Falla para  $V_{max}$ – CV : 10 % - $\rho_{12}$ : -0,7**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	990	0,99	0,318
5.000	4971	0,994	0,108
10.000	9920	0,992	0,089
100.000	99205	0,992	0,028
1.000.000	992303	0,992	0,009

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla para  $V_{max}$ :

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,992 \quad (4.57)$$

**4.4.7.12** – Se considera CV:10 % y  $\rho_{12}$ : - 0,9, para el cálculo estocástico y se estudiará la probabilidad de falla para  $V_{max}$ :

## CAPITULO 4

**Tabla 4.37 – Probabilidad de Falla para Vmax– CV : 10 % - $\rho_{12}$ : -0,9**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	1000	1	0
5.000	5000	1	0
10.000	10000	1	0
100.000	99996	0,99	0,002
1.000.000	999972	0,99	0,001

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla para **Vmax**:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,999 \quad (4.58)$$

**4.4.7.13** – Se considera CV:15 % y  $\rho_{12}$ : - 0,3, para el cálculo estocástico y se estudiará la probabilidad de falla para Vmax:

**Tabla 4.38 – Probabilidad de Falla para Vmax – CV : 15 % - $\rho_{12}$ : -0,3**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	847	0,847	1,344
5.000	4190	0,838	0,621
10.000	8469	0,847	0,425
100.000	84386	0,844	0,136
1.000.000	845962	0,845	0,042

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla para **Vmax**:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,845 \quad (4.59)$$

**4.4.7.14** – Se considera CV:15 % y  $\rho_{12}$ : - 0,5, para el cálculo estocástico y se estudiará la probabilidad de falla para Vmax:

**Tabla 4.39 – Probabilidad de Falla para Vmax– CV : 15 % - $\rho_{12}$ : -0,5**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	880	0,88	1,167
5.000	4389	0,878	0,527
10.000	8800	0,88	0,369
100.000	88540	0,885	0,114
1.000.000	883717	0,883	0,036

## CAPITULO 4

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla para  $V_{max}$ :

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,883 \quad (4.60)$$

**4.4.7.15** – Se considera CV:15 % y  $\rho_{12}$ : - 0,7, para el cálculo estocástico y se estudiará la probabilidad de falla para  $V_{max}$ :

**Tabla 4.40 – Probabilidad de Falla para  $V_{max}$  – CV : 15 % -  $\rho_{12}$ : -0,7**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	920	0,920	0,932
5.000	4637	0,927	0,396
10.000	9276	0,927	0,279
100.000	93092	0,93	0,086
1.000.000	930485	0,93	0,027

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla para  $V_{max}$ :

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,93 \quad (4.61)$$

**4.4.7.16** – Se considera CV:15 % y  $\rho_{12}$ : - 0,9, para el cálculo estocástico y se estudiará la probabilidad de falla para  $V_{max}$ :

**Tabla 4.41 – Probabilidad de Falla para  $V_{max}$ – CV : 15 % - $\rho_{12}$ : -0,9**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	991	0,991	0,301
5.000	4967	0,993	0,115
10.000	9920	0,992	0,089
100.000	99164	0,991	0,029
1.000.000	991825	0,991	0,009

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla para  $V_{max}$ :

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,99 \quad (4.62)$$

## CAPITULO 4

### 4.4.8 – Síntesis:

**Tabla 4.42 – Resumen para Velocidad Mínima**

NS	Probabilidad de Falla para Velocidad Mínima									
	CV : 10 %					CV: 15 %				
	$\rho_{12}: 0$	$\rho_{12}: -0,3$	$\rho_{12}: -0,5$	$\rho_{12}: -0,7$	$\rho_{12}: -0,9$	$\rho_{12}: 0$	$\rho_{12}: -0,3$	$\rho_{12}: -0,5$	$\rho_{12}: -0,7$	$\rho_{12}: -0,9$
1.000	0,443	0,395	0,407	0,379	0,328	0,454	0,403	0,395	0,387	0,318
5.000	0,439	0,414	0,407	0,367	0,331	0,435	0,416	0,390	0,384	0,339
10.000	0,437	0,413	0,405	0,378	0,325	0,445	0,421	0,397	0,378	0,329
100.000	0,437	0,414	0,404	0,375	0,334	0,442	0,419	0,396	0,379	0,330
1.000.000	0,437	0,414	0,402	0,375	0,336	0,441	0,416	0,396	0,378	0,333

**Tabla 4.43 – Resumen para Velocidad Máxima**

NS	Probabilidad de Falla para Velocidad Máxima									
	CV : 10 %					CV: 15 %				
	$\rho_{12}: 0$	$\rho_{12}: -0,3$	$\rho_{12}: -0,5$	$\rho_{12}: -0,7$	$\rho_{12}: -0,9$	$\rho_{12}: 0$	$\rho_{12}: -0,3$	$\rho_{12}: -0,5$	$\rho_{12}: -0,7$	$\rho_{12}: -0,9$
1.000	0,915	0,944	0,977	0,99	1	0,841	0,847	0,88	0,920	0,991
5.000	0,913	0,945	0,966	0,994	1	0,812	0,838	0,878	0,927	0,993
10.000	0,913	0,943	0,971	0,992	1	0,805	0,847	0,88	0,927	0,992
100.000	0,915	0,944	0,972	0,992	0,99	0,811	0,844	0,885	0,93	0,991
1.000.000	0,915	0,944	0,972	0,992	0,99	0,810	0,845	0,883	0,93	0,991

### 4.4.9 - Conclusiones Modelo 2:

#### 4.4.9.1 – Según Coeficiente de Variación y Coeficiente de Correlación:

- **Para la Velocidad Mínima:** Cuanto mayor sea el coeficiente de variación (CV) entre  $\mu$  y  $S$ , mayor será la  $p_f$ . Pero se va reduciendo la  $p_f$ , a medida que aumenta el valor de  $\rho_{12}$ . Esto se debe a que a medida que se va reduciendo la desviación típica con el aumento de  $\rho_{12}$ , hace que disminuya la dispersión de la variable  $Vmin(x)$  y por lo tanto aumenta la tendencia que se presenten escenarios o situaciones donde  $Vlim > Vmin(x)$ .

## CAPITULO 4

- **Para la Velocidad Máxima:** Cuanto mayor sea el coeficiente de variación (CV) entre  $\mu$  y  $S$ , menor será la  $p_f$ . Pero se va incrementando la  $p_f$ , cuando aumenta el valor de  $\rho_{12}$ . Esto se debe a que a medida que va disminuyendo desviación típica con el aumento de  $\rho_{12}$ , hace que reduzca la dispersión de la variable  $V_{max}(x)$  por lo tanto aumenta la tendencia que se presenten escenarios o situaciones donde  $V_{lim.} \leq V_{max}(x)$ .

### 4.4.9.2 – Según variación del COV de la $p_f$ :

Cuando el coeficiente de variación (COV) de la probabilidad de falla ( $p_f$ ) es menor al 3 %, se tiene una muy aceptable confianza en el resultado numérico de la simulación de Monte Carlo, indicando que el tamaño de la muestra es adecuado.

### 4.4.9.3 – Comparación de Resultado:

Por lo tanto, de acuerdo a las preguntas planteadas por el Juez, con el uso del modelo estocástico, la función de falla y del análisis se deduce que:

- **Resultado determinístico:** La velocidad máxima permitida en la zona es de 60 km/h, por lo cual el automóvil pudo o no sobrepasar la velocidad máxima permitida (está indeterminado).
- **Resultado aplicando la teoría de la probabilidad:** La probabilidad de falla, es decir situaciones donde se superen 60 Km/h, resulta:
  - 0,33 a 0,44 (  $V_{min}$  – Dispersión: 10 a 15 % y Correlación: 0 a -0,9)
  - 0,81 a 0,99 (  $V_{max}$  – Dispersión: 10 a 15 % y Correlación: 0 a -0,9)

### Segunda Parte.

#### Modelo 3:

#### **4.5 - Resolución de un choque por alcance en base a la aplicación de un Modelo Estocástico y Función de falla. [Simón R., et al., 2014]**

Se seleccionó el modelo determinístico, que relaciona la aplicación del principio de conservación de la energía en un sistema ideal.

La aplicación del mismo expresa que la energía cinética pre impacto, suponiendo la inexistencia de fuerzas exteriores, es igual a la energía cinética remanente en el instante final de la colisión, más el trabajo mecánico de deformación:

$$E = E' + Ld \quad (4.63)$$

Dónde:

E: representa la energía inicial del sistema,

E': es la energía del sistema posterior al impacto

Ld: representa el trabajo de deformación de los vehículos intervinientes

A su vez, la energía remanente post colisión, no considerando otras formas de disipación, es equivalente al trabajo de fricción realizado desde el punto de colisión en adelante por ambos vehículos.

En el cual el grado de certeza que se tiene en la determinación de la velocidad depende del error con que se obtuvieron: la distancia de frenado, desplazamiento posterior de los rodados, de la exactitud en la adopción del coeficiente de rozamiento calzada-neumático y del coeficiente de restitución.

Por su naturaleza determinística el valor que arroja es absoluto y no se especifica el error. Luego, se propone un modelo estocástico basado en la Función de Falla:

$$G(x) = C - D(x) \quad (4.64)$$

De esta forma se pudo determinar la velocidad de circulación del vehículo embistente con los parámetros estadísticos asociados.

## CAPITULO 4

Donde es:

- **C: *Vlim***: Capacidad del sistema (velocidad Limite)
- **D** : Demanda del sistema (modelo estocástico en estudio)
- **G**: Función de falla (de modo que la solución permita conocer la probabilidad de exceder el estado límite).

### 4.5.1 - Metodología de Análisis:

La utilización de modelos determinísticos, indican como resultado un valor absoluto de la velocidad de circulación, en la cual el principal inconveniente, es la incerteza que plantea el coeficiente de rozamiento neumático-pavimento “ $\mu$ ”, el coeficiente de restitución del impacto “ $e$ ” que se estima de tabla o gráficos; y lo mismo sucede con la planimetría que surgen de los sumarios, donde se introducen errores de medición.

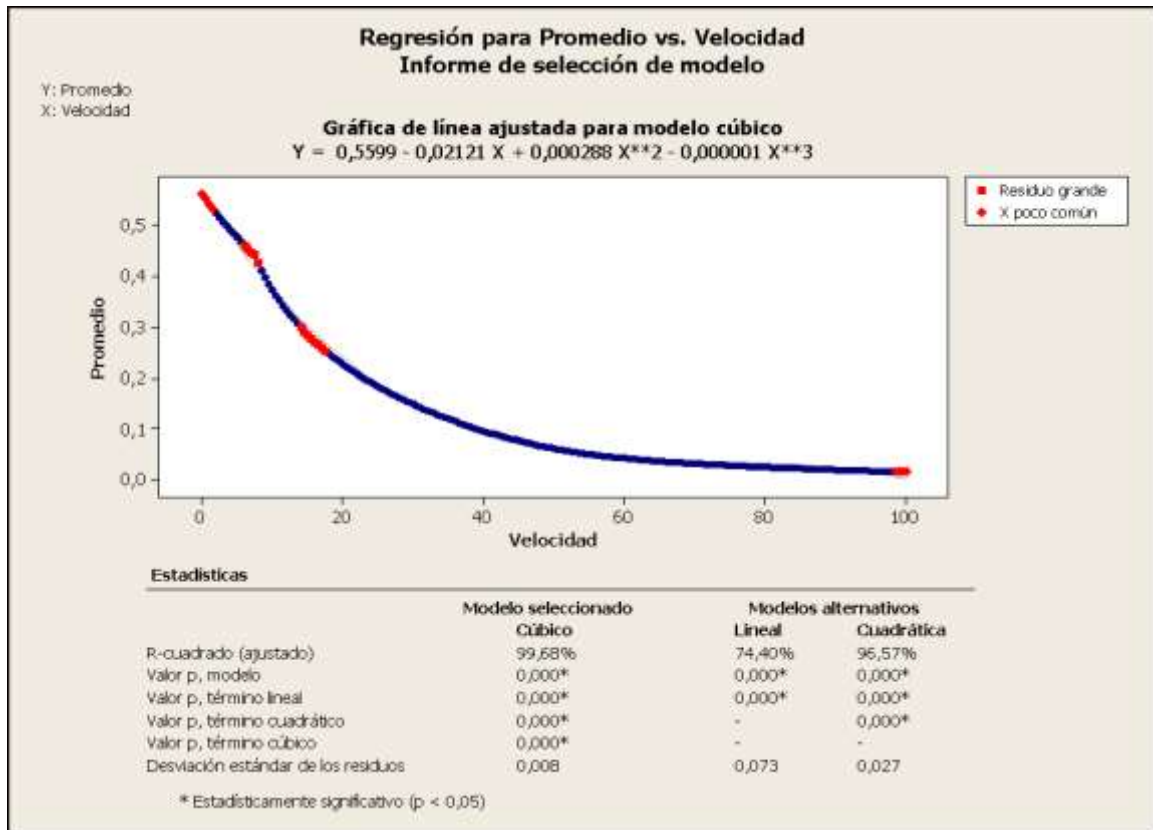
En estudios recientes [García Aníbal, 2011], y en relación con el empleo de modelos dinámicos en el análisis de colisiones, se ha sugerido una corrección de la ecuación, que resulta atractiva y de fácil manejo en las estimaciones analíticas, por su simplicidad.

Ver comentarios de la página 54 y Figura 2.21 sobre coeficiente de restitución “ $e$ ” vs velocidad de impacto (Km/h) rango 0 a 100.

La zona de muy baja velocidad de impacto (menos de 10 km/h) con una gran dispersión de los criterios de estimación, la zona de baja velocidad (entre 10 y 60 km/h) y la zona de alta velocidad, (mayor a 60 km/h).

En el modelo para estimación del coeficiente de restitución en colisiones vehiculares [Bersano V., Simón R., et al. 2019] se combinan los valores que brindan las cuatro formulas citadas y se logra elaborar una nueva fórmula que brinde resultados más confiables y aplicables a la expresión propuesta para poder determinar el valor de la restitución en un choque de tipo frontal con las limitaciones planteadas. Esta nueva ecuación presenta un valor de R-cuadrado (ajustado) del 99,68% y un valor de  $p < 0,05$  con un desvío estándar de los residuos de 0,008. Ver Figura 4.15.

## CAPITULO 4



**Figura 4.15**

Modelo Coef. Restitución promedio vs Velocidad de impacto (Km/h)

[Bersano C. – Simón R. , et al. , 2019]

Los inconvenientes mencionados son técnicamente salvables. Para ello es necesario poder acotar la incertidumbre en las mismas, utilizando como herramientas: la probabilidad y la técnica de simulación de Montecarlo, para lo cual se debe conocer los parámetros estadísticos de las variables independientes (en este caso: los coeficientes “ $\mu$ ”, “ $e$ ” y los datos de planimetría), con los valores medios, desvíos estándar y el tipo de distribución estadística.

Con la misma, se puede generar una cantidad posible de diferentes soluciones o escenarios posibles, pero siempre dentro del entorno de los valores dados a las variables relevantes utilizadas en la modelización.

Se puede así obtener un resultado expresado por su valor medio, su desvío estándar y su distribución estadística.

## CAPITULO 4

### 4.5.2 - Caso Planteado:

Un automóvil 1, impacta a otro vehículo 2 de masa similar (detenido), embistiéndolo en la parte trasera, luego de tratar de frenar. Vidrios y plásticos esparcidos, e improntas típicas de roce metálico sobre el pavimento se localiza en una zona, cuyo epicentro se encuentra a unos 6 metros medidos desde las ruedas traseras del primer automóvil, en la posición de reposo.

A su vez el segundo de los vehículos, que de acuerdo a ciertos testimonios presenciales se encontraba detenido, se ha desplazado describiendo una trayectoria rectilínea como la indicada en el dibujo, dejando improntas de arrastre o derrape en el pavimento de una longitud total de 18 metros.

Determinaciones realizadas experimentalmente permiten considerar como valor medio de rozamiento de los neumáticos del rodado 1, deslizando con las ruedas bloqueadas, es  $\mu = 0,7$  (frenado) y para el derrape o arrastre del rodado 2 sería de  $\mu = 0,3$ . Se considera un coeficiente de restitución de 0,3 (valor medio). Ver Figura 4.16.

**Con los rastros relevados se requiere:** determinar la velocidad de impacto por aplicación directa del principio de conservación de energía, se considera la colisión como un sistema ideal aislado.

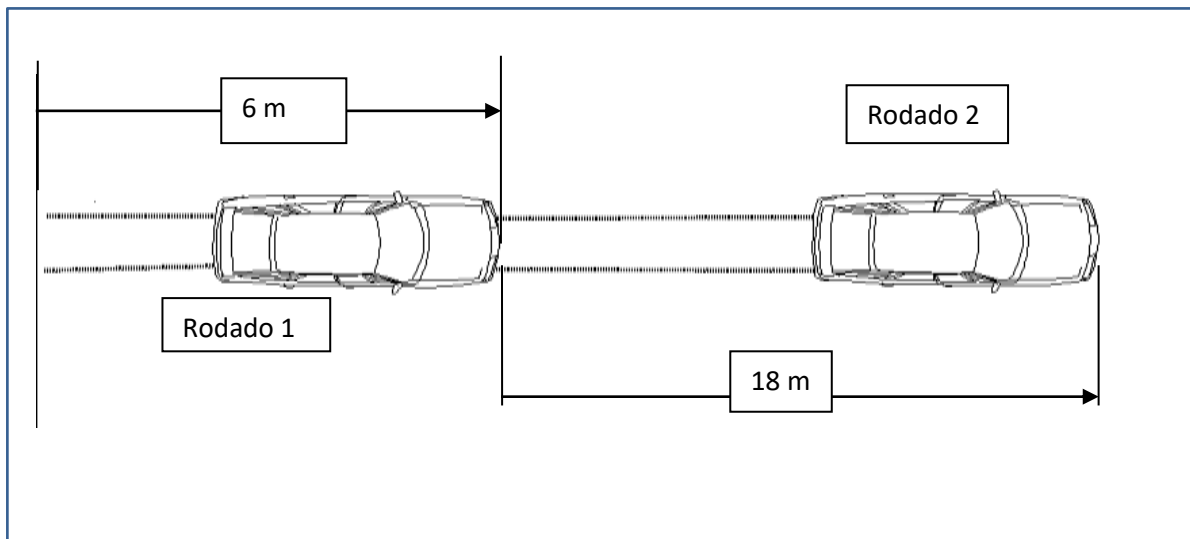


Figura 4.16 – Esquema del escenario en estudio

## CAPITULO 4

### 4.5.3 - Resolución con Modelo Determinístico

Mediante la aplicación del principio de conservación de la energía en un sistema ideal a partir de la Ecuación (4.63) se resuelve el problema con el modelo determinístico:

$$E = E' + Ld \quad (4.65)$$

$$\frac{1}{2} m_1 \cdot V_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot V_2^2 = \frac{1}{2} m_1 \cdot V_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot V_2'^2 + Ld \quad (4.66)$$

$$m_1 (V_1^2 - V_1'^2) - m_2 (V_2^2 - V_2'^2) = 2 \cdot Ld \quad (4.67)$$

$$Ld = \frac{1}{2} m_1 \cdot V_1^2 \cdot (1 - e) \quad (4.68)$$

Se reemplaza en las fórmulas anteriores, para el cálculo de  $V_1'$  y  $V_2'$ , el modelo determinístico (4.69) que relaciona la velocidad del vehículo con la longitud de las huellas de frenada (o derrape) visible en el pavimento:

$$V = \sqrt{2 \cdot \mu \cdot g \cdot d} \quad (4.69)$$

Dónde:

$V_1$ : velocidad previa al impacto

$V_1'$ : velocidad del rodado 1 disipada durante la frenada hasta detenerse

$V_2$ : 0 (automóvil 2 detenido)

$V_2'$ : velocidad del rodado 2 ganada durante el arrastre

$g$  : 9,8 m/seg<sup>2</sup>

$\mu_1$ : coeficiente de rozamiento calzada- neumático seco y buenas condiciones: 0,7

$\mu_2$ : coeficiente de arrastre o derrape del segundo rodado: 0,3

$d_1$ : huellas de frenadas sobre la calzada de 6 m (valor medio)

$d_2$ : distancia de arrastre o derrape de 18 m (valor medio)

$e$ : coeficiente de restitución : 0,3 (valor promedio p/velocidad entre 20 a 70 Km/h – ver Figura 4.15)

## CAPITULO 4

Se emplea en la fórmula (4.69) y se obtiene las velocidades  $V'_1$  y  $V'_2$ :

$$V'_1 = 9,07 \frac{m}{seg} \quad (4.70)$$

$$V'_2 = 10,29 \frac{m}{seg} \quad (4.71)$$

Se opera las ecuaciones (4.68) , (4.70) y (4.71) y se determina la velocidad  $V_I$  del rodado 1, previa al impacto, se asume que las masas de ambos rodados son iguales. Luego con las velocidades obtenidas anteriormente se establece la velocidad  $V_I$ :

$$V_1 = \sqrt{\frac{V_1'^2 + V_2'^2}{(1 - 2 \cdot e)}} = 21,688 \frac{m}{seg} = 78 \frac{Km}{h} \quad (4.72)$$

Por lo tanto las respuestas a las preguntas planteadas por el Juez en la Litis:

- El vehículo circulaba antes de la colisión a una velocidad de 78 Km/h.
- La velocidad máxima permitida en la zona es de 80 km/h, por lo cual el automóvil **nunca sobrepaso la velocidad máxima permitida.**

### 4.5.4 - Resolución con Modelo Estocástico y Función de Falla:

Dentro de las posibilidades que se puede plantear con esta nueva técnica de análisis, surge el estudio estocástico. Donde las variables aleatorias ( $\mu_1, \mu_2, d_1, d_2, e$ ) se tipifican como una probabilidad de distribución normal con sus correspondientes parámetros de valor medio ( $\mu$ ) y desvió estándar ( $\sigma$ ).

Se utilizan los siguientes Coeficiente de Variación de las variables intervinientes según información relevada por la preventora en el lugar del hecho. Ver tabla 4.44.

## CAPITULO 4

**Tabla 4.44 – CV Adoptados**

Variable	CV
$x(1) = \mu_1$ coeficiente de rozamiento calzada- neumático	<b>14 %</b>
$x(2) = \mu_2$ coeficiente de rozamiento arrastre o derrape	<b>10 %</b>
$x(3) = d_1$ huellas de frenadas sobre la calzada	<b>10 %</b>
$x(4) = d_2$ distancia de arrastre o derrape	<b>11 %</b>
$x(5) = e$ coeficiente de restitución	<b>10 %</b>

**Tabla 4.45 – Datos para el cálculo de  $G(x)$**

Variable	Distribución	$\bar{x}_i$	$\sigma_i$
$x(1) = \mu_1$ coeficiente de rozamiento calzada- neumático seco	normal	0,7	0,1
$x(2) = \mu_2$ coeficiente de rozamiento coeficiente de arrastre o derrape	normal	0,3	0,03
$x(3) = d_1$ huellas de frenadas sobre la calzada	normal	6	0,6
$x(4) = d_2$ distancia de arrastre o derrape	normal	18	2
$x(5) = e$ coeficiente de restitución	normal	0,3	0,03

## CAPITULO 4

Se define la siguiente función de falla o función de estado límite:

$$G(x) = V_{lim} - V_1(x) \quad (4.73)$$

$$G(x) = 22,22 - \sqrt{\frac{V_1'^2 + V_2'^2}{(1-2.e)}} \quad (4.74)$$

$$G(x) = 22,22 - \sqrt{\frac{(2.g.\mu_1.d_1)^2 + (2.g.\mu_2.d_2)^2}{(1-2.e)}} \quad (4.75)$$

Donde es:

$V_{lim}$  : Velocidad límite permitida : 80 Km/h o 22,22 m/seg

Se relaciona a un contador de falla, se observa la simulación y cuando es  $G(x) \leq 0$ , es decir cuando  $V_{lim} \leq V_1(x)$ , se suma 1 al contador de falla:

$$n = n + 1$$

Dónde:

$n$ : Contador de Fallas.

Se repite el proceso para otros valores aleatorios, un número  $NS$  de veces, y se verifica la probabilidad de falla ( $p_f$ ):

$$p_f = \frac{n}{NS} \quad (4.76)$$

Dónde:

$n$ : Es el número de veces que ocurrió ( $G(x) \leq 0$ ).

$NS$ : Es el número total de simulaciones

$$p_f = \frac{n [(G(X_i) \leq 0)]}{NS} \quad (4.77)$$

Siendo:

$n[(G(X_i) \leq 0)]$  : corresponde al número de simulaciones para las cuales el resultado es una falla del sistema.

## CAPITULO 4

Luego se analizarán cómo evolucionan los resultados en función del número de simulaciones  $NS$ , y se detiene la simulación cuando la probabilidad de falla tiende a estabilizarse.

**Tabla 4.46 – Probabilidad de Falla para  $V_1(x)$**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	386	0,386	3,98
5.000	1965	0,393	1,757
10.000	3936	0,394	1,24
100.000	39848	0,398	0,388
1.000.000	397109	0,397	0,123

**COV:** coeficiente de variación de la probabilidad de falla.

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla resulte:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,397 \quad (4.78)$$

**4.5.5** - Considerando mayor dispersión en las variables, utilizando los siguientes coeficientes de variación (CV):

**Tabla 4.47 – CV Adoptados**

Variable	CV
$x(1) = \mu_1$ coeficiente de rozamiento calzada- neumático	15 %
$x(2) = \mu_2$ coeficiente de rozamiento arrastre o derrape	15 %
$x(3) = d_1$ huellas de frenadas sobre la calzada	15 %
$x(4) = d_2$ distancia de arrastre o derrape	15 %
$x(5) = e$ coeficiente de restitución	15 %

## CAPITULO 4

**Tabla 4.48 – Datos para el cálculo de  $G(x)$**

Variable	Distribución	$\bar{x}_i$	$\sigma_i$
$x(1) = \mu_1$ coeficiente de rozamiento calzada- neumático seco	normal	0,7	0,105
$x(2) = \mu_2$ coeficiente de rozamiento coeficiente de arrastre o derrape	normal	0,3	0,045
$x(3) = d_1$ huellas de frenadas sobre la calzada	normal	6	0,9
$x(4) = d_2$ distancia de arrastre o derrape	normal	18	2,7
$x(5) = e$ coeficiente de restitución	normal	0,3	0,045

**Tabla 4.49 – Probabilidad de Falla para  $V_1(x)$  para CV 15 %**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	432	0,432	3,62
5.000	2126	0,425	1,64
10.000	4292	0,429	1,15
100.000	42751	0,427	0,36
1.000.000	426805	0,427	0,116

**COV:** coeficiente de variación de la probabilidad de falla.

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla resulte:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,427 \text{ (4.79)}$$

## CAPITULO 4

**4.5.6** - Considerando mayor dispersión en las variables, utilizando los siguientes coeficientes de variación (CV):

**Tabla 4.50 – CV Adoptados**

Variable	CV
$x(1) = \mu_1$ coeficiente de rozamiento calzada- neumático	<b>20 %</b>
$x(2) = \mu_2$ coeficiente de rozamiento arrastre o derrape	<b>30 %</b>
$x(3) = d_1$ huellas de frenadas sobre la calzada	<b>20 %</b>
$x(4) = d_2$ distancia de arrastre o derrape	<b>20 %</b>
$x(5) = e$ coeficiente de restitución	<b>20 %</b>

**Tabla 4.51 – Datos para el cálculo de  $G(x)$**

Variable	Distribución	$\bar{x}_i$	$\sigma_i$
$x(1) = \mu_1$ coeficiente de rozamiento calzada- neumático seco	normal	0,7	0,14
$x(2) = \mu_2$ coeficiente de rozamiento coeficiente de arrastre o derrape	normal	0,3	0,09
$x(3) = d_1$ huellas de frenadas sobre la calzada	normal	6	1,2
$x(4) = d_2$ distancia de arrastre o derrape	normal	18	3,6
$x(5) = e$ coeficiente de restitución	normal	0,3	0,06

## CAPITULO 4

**Tabla 4.52 – Probabilidad de Falla para  $V_1(x)$  para CV 20 %**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	438	0,438	3,58
5.000	2215	0,443	1,58
10.000	4451	0,445	1,11
100.000	44326	0,443	0,35
1.000.000	445588	0,446	0,11

**COV:** coeficiente de variación de la probabilidad de falla.

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla resulte:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = \mathbf{0,446} \quad (4.80)$$

### 4.5.7 – Síntesis:

**Tabla 4.53 - Resumen de la  $p_f$  para  $V_1(x)$  según CV**

NS	$V_1(x)$ - CV 10 %	$V_1(x)$ - CV 15%	$V_1(x)$ - CV 20%
1.000	0,386	0,432	0,438
5.000	0,393	0,425	0,443
10.000	0,394	0,429	0,445
100.000	0,398	0,427	0,443
1.000.000	0,397	0,427	0,446

## CAPITULO 4

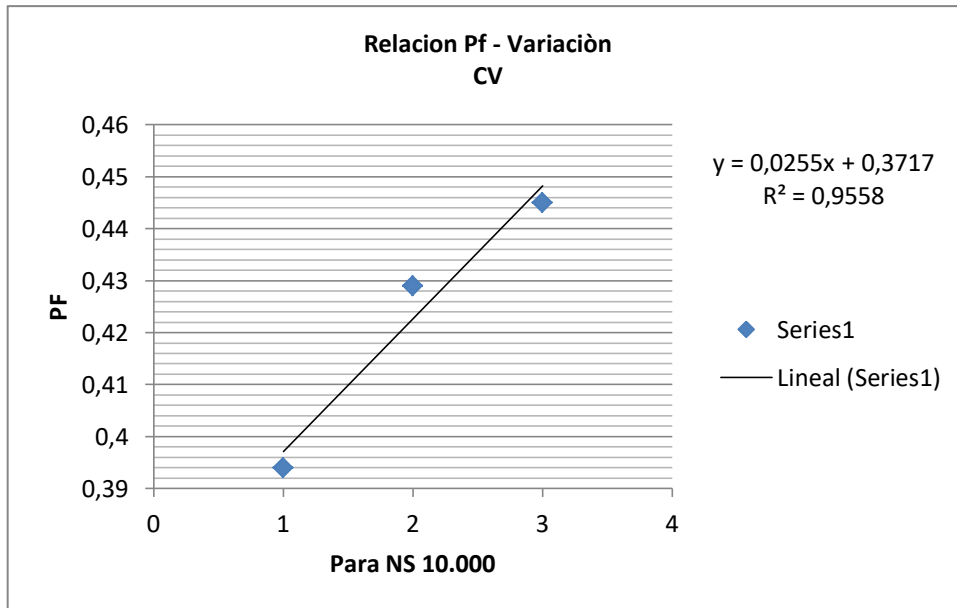


Figura 4.17 – Relación Pf con la Modificación CV

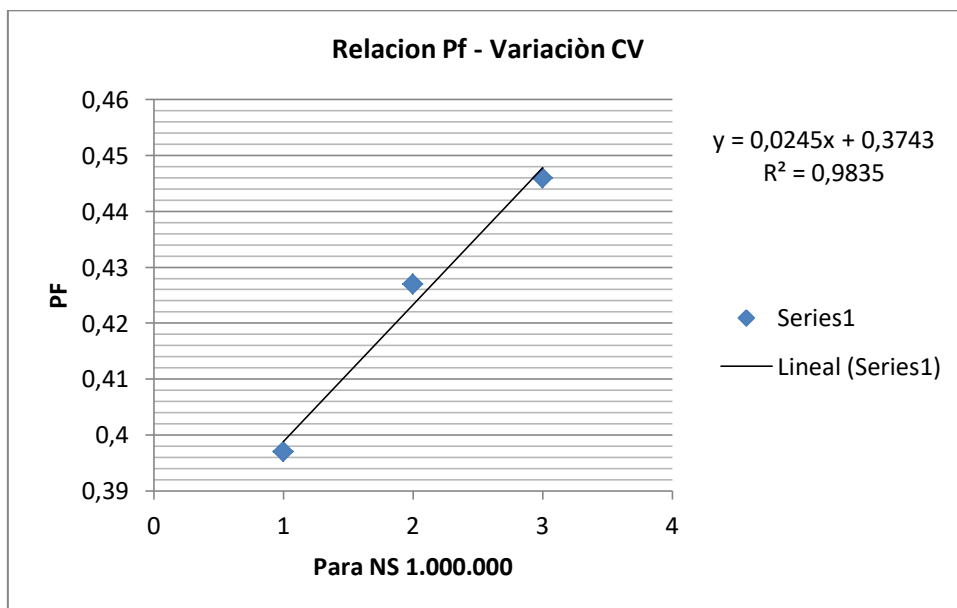


Figura 4.18 – Relación Pf con la Modificación de CV

## CAPITULO 4

**Tabla 4.54 – Diferencias de  $V_1(x)$  con la Variación CV de 10 a 15 %**

NS	$V_1(x)$ - CV 10 %	$V_1(x)$ - CV 15%	Diferencias
1.000	0,386	0,432	0,046
5.000	0,393	0,425	0,032
10.000	0,394	0,429	0,035
100.000	0,398	0,427	0,029
1.000.000	0,397	0,427	0,03

**Tabla 4.55 – Diferencias de  $V_1(x)$  con la Variación CV de 15 a 20 %**

NS	$V_1(x)$ - CV 15%	$V_1(x)$ - CV 20%	Diferencias
1.000	0,432	0,438	0,006
5.000	0,425	0,443	0,018
10.000	0,429	0,445	0,016
100.000	0,427	0,443	0,016
1.000.000	0,427	0,446	0,019

### 4.5.8 – Conclusiones con coeficiente de correlación (0) entre $\rho_{13}$ y $\rho_{24}$ :

#### 4.5.8.1 – Según Coeficiente de Variación de las variables:

Cuanto mayor sea el coeficiente de variación (CV) entre las variables, es decir aumenten del 10 % al 20 %, mayor será la probabilidad de falla ( $p_f$ ).

Se observa una relación aprox. lineal del incremento de la  $p_f$  respecto al incremento del CV, con  $R^2$  entre 0,96 a 0,98 según el número de NS.

Al ir aumentando el rango de CV 10-15 % a 15-20 %, se advierte que las diferencias entre la  $p_f$  son menores respectivamente, de 0,03 a 0,019 en promedio.

#### 4.5.8.2 – Comparación de Resultado:

Por lo tanto, de acuerdo a las preguntas planteadas por el Juez, con el uso del modelo estocástico, la función de falla y del análisis se deduce que:

## CAPITULO 4

- **Resultado determinístico:** La velocidad límite en la zona es de 80 km/h, por lo cual el automóvil n° 1 nunca sobrepaso la velocidad máxima permitida.
- **Resultado aplicando la teoría de la probabilidad:** La probabilidad de falla, es decir situaciones donde se superen 80 Km/h, resulta para  $V_I(x)$ :
  - 0,397 (dispersión 10 %)
  - 0,427 (dispersión 15 %)
  - 0,446 (dispersión 20 %)

### 4.5.9 – Análisis de Probabilidad de Falla de $V_1(x)$ considerando el coeficiente de correlación entre las variables:

$$x(1) = \mu_1 \text{ y } x(3) = d_1 - \textit{para la Velocidad } V^1$$

$$x(2) = \mu_2 \text{ y } x(4) = d_2 - \textit{para la Velocidad } V^2$$

**Tabla 4.56 – Probabilidad de Falla  $V_1(x)$  - CV 10 % -  $\rho_{13} = -0,3$  y  $\rho_{24} = -0,3$**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	382	0,382	4,02
5.000	1928	0,386	1,78
10.000	3770	0,377	1,28
100.000	38340	0,383	0,40
1.000.000	383630	0,383	0,12

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla resulte:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,383 \quad (4.81)$$

**Tabla 4.57 – Probabilidad de Falla  $V_1(x)$  - CV 10 % -  $\rho_{13} = -0,9$  y  $\rho_{24} = -0,9$**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	352	0,351	4,3
5.000	1737	0,347	1,94
10.000	3562	0,356	1,34
100.000	35232	0,352	0,43
1.000.000	352419	0,352	0,14

## CAPITULO 4

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla resulte:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,352 \quad (4.82)$$

**Tabla 4.58 – Probabilidad de Falla  $V_1(x)$  - CV 15 % -  $\rho_{13} = -0,3$  y  $\rho_{24} = -0,3$**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	410	0,41	3,79
5.000	2052	0,41	1,69
10.000	4194	0,419	1,17
100.000	41486	0,415	0,37
1.000.000	414301	0,414	0,12

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla resulte:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,414 \quad (4.83)$$

**Tabla 4.59 – Probabilidad de Falla  $V_1(x)$  - CV 15 % -  $\rho_{13} = -0,9$  y  $\rho_{24} = -0,9$**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	373	0,373	4,09
5.000	1922	0,384	1,79
10.000	3863	0,386	1,26
100.000	38903	0,39	0,39
1.000.000	389057	0,39	0,12

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla resulte:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,39 \quad (4.84)$$

**Tabla 4.60 – Probabilidad de Falla  $V_1(x)$  - CV 20 % -  $\rho_{13} = -0,3$  y  $\rho_{24} = -0,3$**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	400	0,4	3,87
5.000	2143	0,428	1,63
10.000	4257	0,426	1,16
100.000	42094	0,42	0,37
1.000.000	423798	0,423	0,11

## CAPITULO 4

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla resulte:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,42 \quad (4.85)$$

**Tabla 4.61 – Probabilidad de Falla  $V_1(x)$  - CV 20 % -  $\rho_{13} = -0,9$  y  $\rho_{24} = -0,9$**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	382	0,382	4,02
5.000	1894	0,378	1,81
10.000	3827	0,382	1,27
100.000	38887	0,388	0,39
1.000.000	386927	0,387	0,12

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla resulte:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,387 \quad (4.86)$$

### 4.5.9.1 - Síntesis:

**Tabla 4.62 - Resumen de la  $p_f$  para  $V_1(x)$  según CV y Coeficiente de correlación**

NS	$V_1(x)$ - CV 10 %		$V_1(x)$ - CV 15%		$V_1(x)$ - CV 20%	
	$\rho_{13} = -0,3$ $\rho_{24} = -0,3$	$\rho_{13} = -0,9$ $\rho_{24} = -0,9$	$\rho_{13} = -0,3$ $\rho_{24} = -0,3$	$\rho_{13} = -0,9$ $\rho_{24} = -0,9$	$\rho_{13} = -0,3$ $\rho_{24} = -0,3$	$\rho_{13} = -0,9$ $\rho_{24} = -0,9$
1.000	0,382	0,351	0,41	0,373	0,4	0,382
5.000	0,386	0,347	0,41	0,384	0,428	0,378
10.000	0,377	0,356	0,419	0,386	0,426	0,382
100.000	0,383	0,352	0,415	0,39	0,42	0,388
1.000.000	0,383	0,352	0,414	0,39	0,423	0,387

### 4.5.9.2 - Conclusiones considerando el coeficiente de correlación entre $\rho_{13}$ y $\rho_{24}$ :

Cuanto mayor sea el coeficiente de variación (CV) entre las variables de  $V_1(x)$ , mayor será la  $p_f$ .

## CAPITULO 4

Para el mismo CV se va reduciendo la  $p_f$ , a medida que aumenta el valor de  $\rho_{13}$  y  $\rho_{24}$ . Esto es debido a que a medida que va reduciendo desviación típica con el aumento de  $\rho_{13}$  y  $\rho_{24}$ , hace que disminuya la dispersión de la variable  $V_I(x)$  y por lo tanto aumenta la tendencia que se presenten escenarios o situaciones donde a ser  $V_{lim} > V_I(x)$ .

### 4.5.9.3 – Comparación de Resultado:

Por lo tanto, de acuerdo a las preguntas planteadas por el Juez, con el uso del modelo estocástico, la función de falla y del análisis se deduce que:

- **Resultado determinístico:** La velocidad límite en la zona es de 80 km/h, por lo cual el automóvil n° 1 nunca sobrepaso la velocidad máxima permitida.
- **Resultado aplicando la teoría de la probabilidad:** La probabilidad de falla, es decir situaciones donde se superen 80 Km/h, resulta para  $V_I(x)$ :
  - 0,352 a 0,383 para: CV 10 % y  $\rho_{13}$  y  $\rho_{24}$  de -0,3 a -0,9
  - 0,390 a 0,414 para: CV 15 % y  $\rho_{13}$  y  $\rho_{24}$  de -0,3 a -0,9
  - 0,387 a 0,423 para: CV 20 % y  $\rho_{13}$  y  $\rho_{24}$  de -0,3 a -0,9.-

### Modelo 4.

#### **4.6 - Cálculo Estocástico de la distancia total de detención de un vehículo en función de su velocidad. [Simón R., et al., 2014]**

El propósito de este modelo, fue acceder a soluciones más confiables de las que se pueden obtener utilizando modelos matemáticos y determinísticos.

Es necesario para ello, acotar la incertidumbre al utilizando esta nueva herramienta en la reconstrucción de accidentes viales: la probabilidad y la técnica de simulación de Montecarlo.

La simulación de Montecarlo se realizó a través del software de análisis de riesgos, donde los valores de las variables relevantes estarán expresados por su valor medio, su desvío estándar y tipo de distribución estadística.

##### **4.6.1 - Metodología:**

Con la utilización de modelos determinísticos se obtienen valores absolutos de la velocidad de circulación. Pero el coeficiente de rozamiento  $\mu$  se obtiene de tablas o de datos estadísticos. Sucede lo mismo con la determinación de los tiempos de percepción y reacción, donde se estiman los mismos en forma subjetiva. Los dos inconvenientes mencionados son técnicamente superables.

Las variables  $\mu$  y tiempos de percepción y reacción  $t_{pr}$  pueden ser definidos por una función de distribución de probabilidad y luego generar una cantidad posible de diferentes soluciones o escenarios posibles, siempre dentro del entorno de los valores dados.

##### **4.6.2 - Aplicación del Modelo:**

El caso que se utilizó para ejemplificar el método de análisis propuesto, se trató de un atropellamiento de un peatón. Según las propias declaraciones del conductor del rodado, manifiesta que vio al peatón a aprox. **25 m antes de llegar la esquina**, pero no pudo evitar atropellarlo.

Las preguntas solicitadas por el Juez en la Litis son:

- ¿Cuántos metros se necesita para detener el vehículo, a distintas velocidades?
- ¿Se pudo evitar el accidente, circulando a una velocidad precautoria?

## CAPITULO 4

Por lo tanto, se deberá establecer la distancia de detención ( $D_t$ ) de un rodado a diferentes velocidades.

Luego en función de la planimetría del lugar del hecho, se podrá establecer la inviabilidad del siniestro.

### 4.6.3 - Resolución Determinística:

Se utilizó el modelo determinístico que relaciona el tiempo de percepción, reacción y frenado con la velocidad de circulación, que permite obtener la distancia de detención ( $D_t$ ) total del rodado.

Se define como Distancia de Detención ( $D_t$ ) a la distancia total recorrida por un vehículo obligado a detenerse tan rápidamente como le sea posible, medida desde su situación en el momento de aparecer el objeto que motiva la detención.

Comprende la distancia recorrida durante los tiempos de percepción y reacción, más el trayecto durante el frenado:

$$\text{Distancia de detención } (D_t) = t_{pr} \cdot V_c + \frac{V_c^2}{2 \cdot \mu \cdot g} \quad (4.87)$$

Dónde:

$t_{pr}$ : tiempo de percepción y reacción (promedio) = 1,5 seg. (para una conducción atenta)

$V_c$ : velocidad de circulación (m/seg)

$\mu$ : coeficiente de rozamiento neumático- calzada (promedio) = 0,6

$g$ : aceleración de la gravedad = 9,8 m/seg<sup>2</sup>

En la Tabla 4.63 se indicó el cálculo de la distancia de detención ( $D_t$ ) para distintas velocidades de circulación:

## CAPITULO 4

Tabla 4.63

Velocidad circulación (m/seg)	Distancia de detención $D_t$ (m)
5,55 (20 Km/h)	10,94
6,94 (25 Km/h)	14,50
8,33 (30Km/h)	18,39
9,72 (35 Km/h)	22,61
11,11 (40 Km/h)	27,16
12,5 (45 Km/h)	32,03
13,88(50 Km/h)	37,20
16,66 (60 Km/h)	48,59

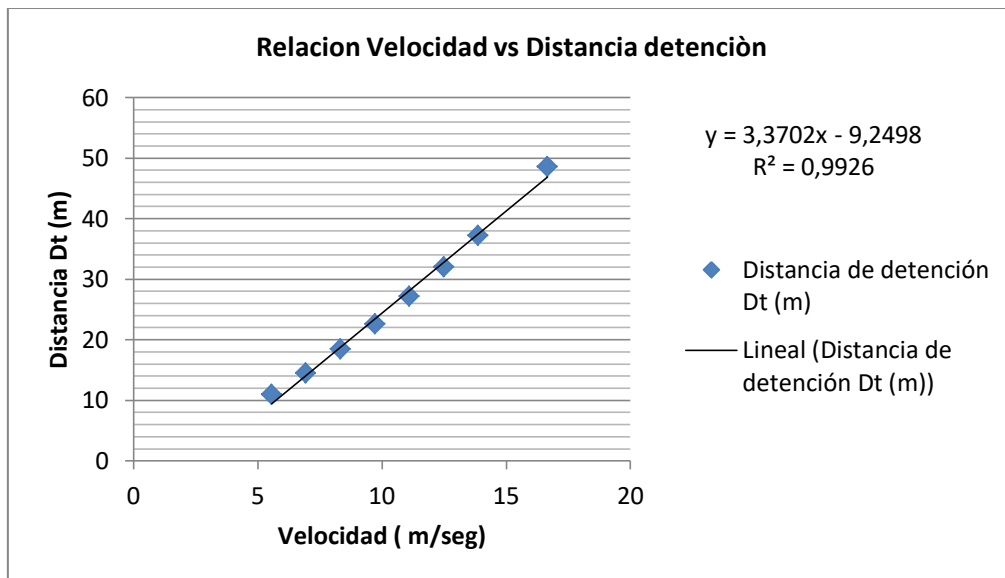


Figura 4.19 – Relación Velocidad – Distancia de Detención

Se observa una relación aproximadamente lineal entre la velocidad de circulación y distancia de detención, con un  $R^2$ : 0,99, implicaría que se pueden predecir los resultados para valores intermedios de la velocidad de circulación.

## CAPITULO 4

Las respuestas al Juez:

- Si el rodado circulaba a 30 Km/hora necesitó 18,39 m para detener el vehículo.
- Si el rodado circulaba a 35 Km/hora necesitó 22,61 m para detener el vehículo.
- Si el rodado circulaban a 40 Km/hora necesitó 27,16 m para detener el vehículo.

Si se traslada estas distancias al del lugar del siniestro, resulta indiscutible que el conductor del vehículo, **debió circular a una velocidad próxima a 40 km/h**, porque al necesitar 27,16 m para detener su rodado, no pudo evitar atropellar al peatón.

### 4.6.4 - Resolución con Modelo Estocástico - Simulación de Montecarlo:

Se utilizó el programa de análisis de riesgos y el algoritmo que modifica el ingreso de fórmulas en hojas de cálculo permitiendo introducirle la probabilidad de distribución de las variables y el posterior cálculo empleando la técnica de Monte Carlo.

Dentro de las posibilidades que se puede plantear con esta nueva técnica de análisis, surge el estudio estocástico. Donde las variables aleatorias ( $\mu, t_{pr}$ ) se tipifican como una probabilidad de distribución normal con sus correspondientes parámetros de valor medio ( $\mu$ ) y desvío estándar ( $\sigma$ ).

Se define la siguiente función de falla o función de estado límite:

$$G(x) = D_{25} - D_t \quad (4.88)$$

$$G(x) = 25 - \left( t_{pr} \cdot Vc + \frac{Vc^2}{2 \cdot \mu \cdot g} \right) \quad (4.89)$$

## CAPITULO 4

Donde es:

$D_{25}$ : distancia de detención de 25 m

Se relaciona a un contador de falla, se observa la simulación y cuando es  $G(x) \leq 0$ , es decir cuando  $D_{25} \leq D_t$ , se suma 1 al contador de falla:

$$n = n + 1$$

Dónde:

$n$ : Contador de Fallas.

Se repite el proceso para otros valores aleatorios, un número  $NS$  de veces, y se verifica la probabilidad de falla ( $p_f$ ):

$$p_f = \frac{n}{NS} \quad (4.90)$$

Dónde:

$n$ : Es el número de veces que ocurrió ( $G(x) \leq 0$ ).

$NS$ : Es el número total de simulaciones

$$p_f = \frac{n [(G(X_i) \leq 0)]}{NS} \quad (4.91)$$

Siendo:

$n[(G(X_i) \leq 0)]$  : corresponde al número de simulaciones para las cuales el resultado es una falla del sistema.

Luego se analizarán cómo evolucionan los resultados en función del número de simulaciones  $NS$ , y se detiene la simulación cuando la probabilidad de falla tiende a estabilizarse.

**Tabla 4.64 – CV Adoptados**

Variable	CV
$x(1) = \mu$ coeficiente de rozamiento calzada- neumático	17 %
$x(2) = t_{pr}$ Tiempo de percepción y reacción	33 %

## CAPITULO 4

**Tabla 4.65 – Datos para el cálculo de  $G(x)$**

Variable	Distribución	$\bar{x}_i$	$\sigma_i$
$x(1) = \mu$ coeficiente de rozamiento calzada- neumático seco	normal	0,6	0,1
$x(2) = t_{pr}$ Tiempo de percepción y reacción	normal	1,5	0,5
$V_c : 25$ a $40$ Km/h	determinístico	-	-

Se define la siguiente función de falla:

$$G(x) = 25 - \left( t_{pr} \cdot 6,94 + \frac{6,94^2}{2 \cdot 9,8 \mu} \right) \quad (4.92)$$

**Tabla 4.66 – Probabilidad de Falla para  $G(x)$  para  $25$  m y  $6,94$  m/seg ( $25$  Km/h):**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	0	0	-
5.000	0	0	-
10.000	0	0	-
100.000	0	0	-
1.000.000	0	0	-

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla resulte:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0 \quad (4.93)$$

Se define la siguiente función de falla:

$$G(x) = 25 - \left( t_{pr} \cdot 8,33 + \frac{8,33^2}{2 \cdot 9,8 \mu} \right) \quad (4.94)$$

**Tabla 4.67 – Probabilidad de Falla para  $G(x)$  para  $25$  m y  $8,33$  m/seg ( $30$  Km/h):**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	61	0,061	12,4
5.000	330	0,066	5,32
10.000	685	0,0685	3,68
100.000	6839	0,0683	1,16
1.000.000	68221	0,0682	0,37

## CAPITULO 4

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla resulte:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,068 \quad (4.95)$$

Se define la siguiente función de falla:

$$G(x) = 25 - \left( tpr \cdot 9,72 + \frac{9,72^2}{2 \cdot 9,8 \cdot \mu} \right) \quad (4.96)$$

**Tabla 4.68 – Probabilidad de Falla para G(x) para 25 m y 9,72 m/seg (35 Km/h):**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	324	0,324	4,56
5.000	1644	0,332	2,00
10.000	3371	0,337	1,4
100.000	33449	0,334	0,44
1.000.000	335477	0,335	0,14

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla resulte:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,335 \quad (4.97)$$

Se define la siguiente función de falla:

$$G(x) = 25 - \left( tpr \cdot 11,11 + \frac{11,11^2}{2 \cdot 9,8 \cdot \mu} \right) \quad (4.98)$$

**Tabla 4.69 – Probabilidad de Falla para G(x) para 25 m y 11,11 m/seg (40 Km/h):**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	655	0,655	2,29
5.000	3298	0,659	1,01
10.000	6577	0,657	0,72
100.000	66159	0,661	0,23
1.000.000	661451	0,661	0,07

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla resulte:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,66 \quad (4.99)$$

## CAPITULO 4

**Tabla 4.70 – Síntesis de PF considerando CV para x(1): 17 % y x(2): 33 %**

NS	Probabilidad de Falla			
	V : 6,94 m/seg	V: 8,33 m/seg	V: 9,72 m/seg	V: 11,11 m/seg
1.000	0	0,061	0,324	0,655
5.000	0	0,066	0,332	0,659
10.000	0	0,0685	0,337	0,657
100.000	0	0,0683	0,334	0,661
1.000.000	0	0,0682	0,335	0,661

**4.6.4.1 – En función de los datos de las Tabla 4.43 a 4.46 las respuestas al Juez se expresaron:**

- Para 30 Km/h, existe la probabilidad falla de 0,068 que se superan los 25 m.
- Para 35 Km/h, existe la probabilidad falla de 0,335 que se superan los 25 m.
- Para 40 Km/h, existe la probabilidad falla de 0,66 que se superan los 25 m.
- Por lo tanto, **no es condición necesaria y suficiente** establecer que se superen los 40 Km/h reglamentarios, **ya que circulando a menor velocidad** (30 o 35 Km/h) hay posibilidades de que la distancia de detención ( $Dt$ ), fuese superior a 25 m.
- Y según lo manifestado por el conductor del rodado que vio al peatón a aprox. 25 m antes de llegar a la esquina, hay probabilidades físicas y de planimetría que circulando a velocidades entre 30 a 35 Km/h, **tampoco se podría haber impedido el atropello.**

## CAPITULO 4

### 4.6.5 – Cálculo de la Probabilidad de Falla variando los valores de medios y desvíos estándar de $x(1)$ y $x(2)$ :

**Nota:** Tiempos  $t_{pr}$  medidos en laboratorio, permiten establecer que para aproximadamente el 90% de los conductores, el tiempo de percepción y reacción adecuado era de 2,5 seg. [Lerner, et al, 2000].

**Tabla 4.71 – Valores Medios y CV Adoptados**

Variable	Incremento de $\bar{x}_i$	CV para $\sigma_i$
$x(1) = \mu$ coeficiente de rozamiento calzada- neumático	17 %	14 %
$x(2) = t_{pr}$ Tiempo de percepción y reacción	34 %	25 %

**Tabla 4.72 – Datos para el cálculo de  $G(x)$**

Variable	Distribución	$\bar{x}_i$	$\sigma_i$
$x(1) = \mu$ coeficiente de rozamiento calzada- neumático seco	normal	0,7	0,1
$x(2) = t_{pr}$ Tiempo de percepción y reacción	normal	2	0,5
$V_c$ : 25 a 40 Km/h	determinístico	-	-

Se define la siguiente función de falla:

$$G(x) = 25 - \left( t_{pr} \cdot 6,94 + \frac{6,94^2}{2,9,8,\mu} \right) \quad (4.83)$$

**Tabla 4.73 – Probabilidad de Falla para  $G(x)$  para 25 m y 6,94 m/seg (25 Km/h):**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	16	0,016	24,80
5.000	77	0,0154	11,30
10.000	157	0,0157	7,91
100.000	1655	0,0165	2,44
1.000.000	16044	0,0160	0,78

## CAPITULO 4

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla resulte:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,016 \quad (4.84)$$

Se define la siguiente función de falla:

$$G(x) = 25 - \left( tpr \cdot 8,33 + \frac{8,33^2}{2.9,8,\mu} \right) \quad (4.85)$$

**Tabla 4.74 – Probabilidad de Falla para G(x) para 25 m y 8,33 m/seg (30 Km/h):**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	229	0,229	5,80
5.000	1143	0,229	2,59
10.000	2306	0,230	1,83
100.000	22688	0,226	0,58
1.000.000	227170	0,227	0,18

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla resulte:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,227 \quad (4.86)$$

Se define la siguiente función de falla:

$$G(x) = 25 - \left( tpr \cdot 9,72 + \frac{9,72^2}{2.9,8,\mu} \right) \quad (4.87)$$

**Tabla 4.75 – Probabilidad de Falla para G(x) para 25 m y 9,72 m/seg (35 Km/h):**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	596	0,596	2,60
5.000	3096	0,619	1,10
10.000	6156	0,616	0,79
100.000	61483	0,615	0,25
1.000.000	616153	0,616	0,07

## CAPITULO 4

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla resulte:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,616 \quad (4.88)$$

Se define la siguiente función de falla:

$$G(x) = 25 - \left( tpr \cdot 11,11 + \frac{11,11^2}{2 \cdot 9,8 \cdot \mu} \right) \quad (4.89)$$

**Tabla 4.76 – Probabilidad de Falla para G(x) para 25 m y 11,11 m/seg (40 Km/h):**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	871	0,871	1,22
5.000	4354	0,870	0,54
10.000	8740	0,874	0,38
100.000	86876	0,868	0,12
1.000.000	868295	0,868	0,04

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla resulte:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,868 \quad (4.90)$$

Considerando los incrementos de los valores medios de x(1):17% y x(2):34 % y adoptando los valores de CV de x(1):14 % y x(2):25 %, se obtiene:

**Tabla 4.77 – Síntesis de la PF**

NS	Probabilidad de Falla			
	V: 6,94 m/seg	V: 8,33 m/seg	V: 9,72 m/seg	V: 11,11 m/seg
1.000	0,016	0,229	0,596	0,871
5.000	0,0154	0,229	0,619	0,870
10.000	0,0157	0,230	0,616	0,874
100.000	0,0165	0,226	0,615	0,868
1.000.000	0,0160	0,227	0,616	0,868

## CAPITULO 4

**4.6.5.2 - En función de los datos de las Tabla 4.73 a 4.77 las respuestas al Juez se expresaron:**

- Para 25 km/h, existe la probabilidad falla de 0,016 que se superen los 25 m
- Para 30 Km/h, existe la probabilidad falla de 0,227 que se superen los 25 m.
- Para 35 Km/h, existe la probabilidad falla de 0,616 que se superen los 25 m.
- Para 40 Km/h, existe la probabilidad falla de 0,868 que se superen los 25 m.
- Por lo tanto, **no es condición necesaria y suficiente** establecer que se superen los 40 Km/h reglamentarios, **ya que circulando a menor velocidad** (25 o 35 Km/h) hay probabilidades de que la distancia de detención (*Dt*), fuese superior a 25 m.
- Y según lo manifestado por el conductor del rodado que vio al peatón a aprox. 25 m antes de llegar a la esquina, hay posibilidades físicas y de planimetría que circulando a velocidades entre 25 a 35 Km/h, **tampoco se podría haber impedido el atropello.-**

### Tercera Parte.

#### Modelo 5:

#### **4.7 - Resolución Estocástica de un choque frontal aplicando la conservación de la cantidad de movimiento y la Teoría de la Confiabilidad [Simón R., et al. , 2015].**

Actualmente se utiliza ecuaciones determinísticas basadas en la conservación de la cantidad de movimiento y que son aplicadas a un hecho accidental real, dentro del ámbito de la Ingeniería Forense.

Para la determinación de la velocidad de impacto de un rodado que embiste a otro en forma frontal, para luego recorrer juntos una distancia determinada.

Éstas dependen principalmente, del coeficiente de rozamiento neumático- calzada, de la longitud de frenada en común y de las masas de los rodados intervinientes, que muchas veces son obtenidas de la ficha técnica del fabricante y se le adiciona el peso promedio de un sujeto o más, según la cantidad de ocupantes en el mismo, suponiendo que no hay cargas adicionales.

Como se aprecia con el modelo determinístico, no se determina el error en que se incurre, el valor arrojado es un valor absoluto.

El grado de certeza que se tiene en la determinación de la velocidad, depende del error con que se obtuvieron cada una de las variables que intervienen.

Se propone un modelo estocástico combinado con la teoría de la confiabilidad mediante funciones de falla, donde algunas de las variables se consideran aleatorias, se tiene en cuenta sus valores medios y sus desvíos estándar, así como el tipo de distribución estadística que asumen.

##### **4.7.1 - Metodología:**

Con la utilización de modelos determinísticos se obtienen valores absolutos de la velocidad de circulación, pues depende del error con que se obtuvieron cada una de las variables que intervienen.

Ejemplo, el coeficiente de rozamiento  $\mu$  se obtiene de tablas o de datos empíricos, la longitud de las huellas de arrastre o de frenada, se logran con errores de medición y en forma inadecuada.

Sucede lo mismo con la determinación de las masas de los rodados intervinientes, que muchas veces son obtenidas de las fichas técnicas del fabricante en forma subjetiva.

## CAPITULO 4

Las variables intervinientes, pueden ser definidas por una función de distribución de probabilidad y luego generar una cantidad posible de diferentes soluciones o escenarios posibles, siempre dentro del entorno de los valores dados.

El caso utilizado para ejemplificar el método de análisis propuesto, es un choque central de dos vehículos impactando en forma frontal.

### 4.7.2 - Aplicación del Modelo a un Caso Práctico:

Un automóvil con masa  $M_1 = 150 \text{ Kg}$  y  $V_1 = 15 \text{ m/seg}$  (obtenida por video cámara de vigilancia) es impactado por otro rodado de masa  $M_2 = 100 \text{ Kg}$  y  $V_2 = \text{desconocida}$ . Ver Figura 4.20.

Tipo de Impacto central directo: cuando sus centros de masa se localizan sobre la línea de impacto y sus velocidades dirigidas a lo largo de la línea de impacto.

Al impactar, frenan, quedan unidos y se desplazan juntos una distancia  $x = 10 \text{ m}$ .

Hallar la velocidad del automóvil 2 embistente.

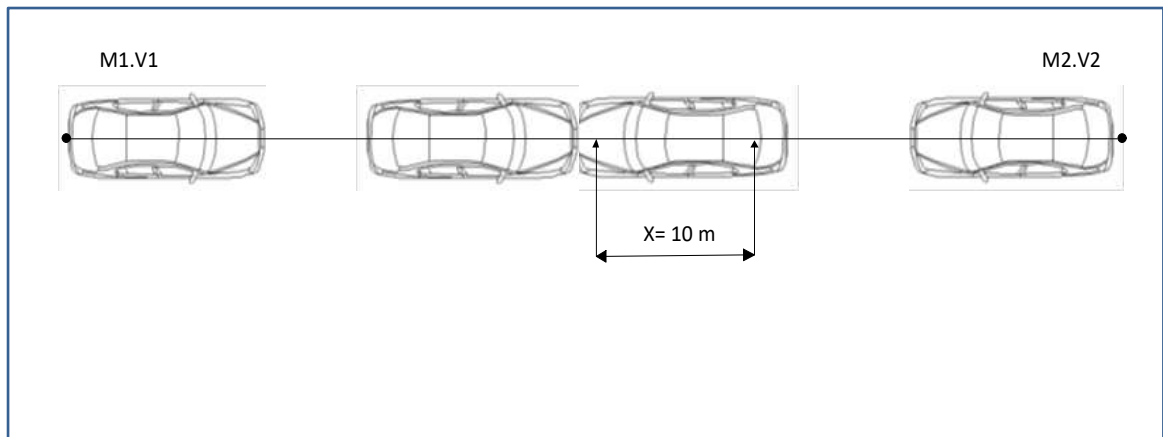


Figura 4.20 – Caso en estudio

La pregunta solicitada por el Juez en el Expediente es: ¿Cuál es la velocidad del vehículo 2 embistente?

### 4.7.3 - Resolución con Modelo Determinístico - Cálculo de la velocidad común:

Se utiliza el modelo determinístico, que permite determinar la velocidad a partir de las huellas de frenada:

$$V_f' = \sqrt{(V_f - 2 \cdot a \cdot x)} \quad (4.91)$$

## CAPITULO 4

Dónde:

$$a = \mu \cdot g = 0,8 \cdot 9,8 \frac{m}{seg^2}$$

$$V_f = 0$$

$$x = 10 m$$

$$\mu = \text{coeficiente rozamiento calzada-neumático} = 0,8$$

Se sustituye por los valores anteriores:

$$V_f' = \sqrt{(V_f - 2 \cdot a \cdot x)} = 12,52 \frac{m}{seg} \quad (4.92)$$

### 4.7.3.1 - Cálculo de la velocidad $V_2$ :

Se aplicó la teoría que postula que la Cantidad de Movimiento total antes del impacto es igual a la cantidad de movimiento total después del impacto (siempre y cuando no actúen fuerzas externas) considerando que ambos rodados recuperan en parte sus formas originales sin deformaciones permanentes:

$$\sum M_i \cdot V_i = Cte = M_1 \cdot V_1 - M_2 \cdot V_2 = M_1 \cdot V_1' - M_2 \cdot V_2' \quad (4.93)$$

$$M_1 \cdot V_1 - M_2 \cdot V_2 = (M_1 + M_2) \cdot V_f' \quad (4.94)$$

$$V_2 = \frac{(M_1 + M_2) \cdot V_f' - M_1 \cdot V_1}{M_2} \quad (4.95)$$

Establecer las cotas de error sencillamente reemplazando los valores extremos de los parámetros que varían, no es suficiente para apreciar el rango del desvío.

Se reemplaza los valores:

$$150 \cdot 15 - 100 \cdot V_2 = 2.250 \frac{Kgm}{seg} - 100 \cdot V_2 \quad (4.96)$$

$$(M_1 + M_2) \cdot V_f' = (150 + 100) \cdot 12,52 = 3.130 \frac{Kgm}{seg} \quad (4.97)$$

Se equipararon las fórmulas (4.96) y (4.97) y se despejó  $V_2$ :

$$V_2 = \frac{(M_1 + M_2) \cdot V_f' - M_1 \cdot V_1}{M_2} = 8,8 \text{ m/seg o bien } 31,68 \text{ Km/h} \quad (4.98)$$

## CAPITULO 4

Por lo tanto, la respuesta a la pregunta planteada por el Juez en la Litis:

- El vehículo 2 circulaba antes de la colisión a una velocidad de 31,68 Km/h.
- La velocidad máxima permitida en la zona es de 40 km/h, por lo cual, **el automóvil 2 nunca sobrepasa la velocidad máxima permitida.**

### 4.7.4 - Resolución con Modelo Estocástico:

Por otro lado, se verifica que la sensibilidad del sistema responde a las variables principales como lo son la diferencia de las masas y los valores de coeficiente de fricción.

Mediante el uso del software estadístico se puede obtener la velocidad de circulación común durante el impacto, junto a sus parámetros estadísticos, considerando la incertidumbre de origen.

Por lo tanto, las variables aleatorias  $(\mu, x)$  se tipifican como una probabilidad de distribución normal con su correspondiente valor medio  $(\mu)$  y desvió estándar  $(\sigma)$ .

Decidir cuál era el peso (masa) de los vehículos de la colisión analizada, es una cuestión que normalmente se puede resolver mirando la ficha técnica de cada rodado y agregándole el peso promedio de un sujeto o de más, según la cantidad de ocupantes en el mismo; se supone que no hay cargas adicionales.

El valor que se le asignó a esta variable, se sabe que no es el real y que en realidad es un valor “aproximado”.

La idea de que los vehículos no pesan (Peso = Masa x g) exactamente 1.470 y 980 Kgf, parece ser muy coherente. La estadística, trató de eliminar o minimizar, esta cuota de subjetividad.

Se utilizan los siguientes Coeficiente de Variación de las variables intervinientes según información relevada por la preventora en el lugar del hecho. Ver tabla 4.71.

## CAPITULO 4

**Tabla 4.78 – CV Adoptados**

Variables	CV
$x(1) = \mu$ Coef. rozamiento calzada- neumático	<b>14 %</b>
$x(2) = x$ Distancia de desplazamiento	<b>10 %</b>
$x(3) = V_1$ Velocidad vehículo 1	<b>10 %</b>
$x(4) = M_1$ Masa vehículo 1	<b>10 %</b>
$x(5) = M_2$ Masa vehículo 2	<b>10 %</b>

**Tabla 4.79 – Datos para el cálculo de  $G(x)$**

Variable	Distribución	$\bar{x}_i$	$\sigma_i$
$x(1) = \mu$ coeficiente de rozamiento calzada- neumático seco	Normal	0,7	0,1
$x(2) = x$ distancia desplazamiento	Normal	10	1
$x(3) = V_1$ Velocidad vehículo 1	Normal	15	1,5
$x(4) = M_1$ Masa vehículo 1	Normal	150	15
$x(5) = M_2$ Masa vehículo 2	Normal	100	10

## CAPITULO 4

Se define la siguiente función de falla o función de estado límite:

$$G(x) = V_{lim} - V_2(x) \quad (4.99)$$

$$G(x) = 11,11 - \left[ \frac{(M_1 + M_2) \cdot V_f - M_1 \cdot V_1}{M_2} \right] \quad (4.100)$$

$$G(x) = 11,11 - \left[ \frac{(M_1 + M_2) \cdot (\sqrt{2 \cdot \mu \cdot g \cdot x}) - M_1 \cdot V_1}{M_2} \right] \quad (4.101)$$

Donde es:

$V_{lim}$  : Velocidad límite permitida : 40 Km/h o 11,11 m/seg

Se relaciona a un contador de falla, se observa la simulación y cuando es  $G(x) \leq 0$ , es decir cuando  $V_{lim} \leq V_2(x)$ , se suma 1 al contador de falla:

$$n = n + 1$$

Dónde:

$n$ : Contador de Fallas.

Se repite el proceso para otros valores aleatorios, un número  $NS$  de veces, y se verifica la probabilidad de falla ( $p_f$ ):

$$p_f = \frac{n}{NS} \quad (4.102)$$

Dónde:

$n$ : Es el número de veces que ocurrió ( $G(x) \leq 0$ ).

$NS$ : Es el número total de simulaciones

$$p_f = \frac{n [G(X_i) \leq 0]}{NS} \quad (4.103)$$

Siendo:

$n[G(X_i) \leq 0]$  : corresponde al número de simulaciones para las cuales el resultado es una falla del sistema.

## CAPITULO 4

Luego se analizarán cómo evolucionan los resultados en función del número de simulaciones  $NS$ , y se detiene la simulación cuando la probabilidad de falla tiende a estabilizarse.

**Tabla 4.80 – Probabilidad de Falla de  $V_2(x)$  para CV: 10 %**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	94	0,094	9,82
5.000	495	0,099	4,27
10.000	910	0,091	3,16
100.000	9803	0,098	0,96
1.000.000	97611	0,097	0,30

**COV:** coeficiente de variación de la probabilidad de falla.

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla resulte:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = \mathbf{0,097} \text{ (4.104)}$$

**4.7.5 – Probabilidad de Falla de  $V_2(x)$  considerando los siguientes CV:**

**Tabla 4.81 – CV Adoptados**

Variables	CV
$x(1) = \mu$ Coef. rozamiento calzada- neumático	<b>18 %</b>
$x(2) = x$ Distancia de desplazamiento	<b>15 %</b>
$x(3) = V_1$ Velocidad vehículo 1	<b>15 %</b>
$x(4) = M_1$ Masa vehículo 1	<b>15 %</b>
$x(5) = M_2$ Masa vehículo 2	<b>15 %</b>

## CAPITULO 4

**Tabla 4.82 – Datos para el cálculo de  $G(x)$**

Variable	Distribución	$\bar{x}_i$	$\sigma_i$
$x(1) = \mu$ coeficiente de rozamiento calzada- neumático seco	Normal	0,7	0,13
$x(2) = x$ distancia desplazamiento	Normal	10	1,5
$x(3) = V_1$ Velocidad vehículo 1	Normal	15	2,25
$x(4) = M_1$ Masa vehículo 1	Normal	150	22,5
$x(5) = M_2$ Masa vehículo 2	Normal	100	15

**Tabla 4.83 – Probabilidad de Falla de  $V_2(x)$  para CV: 15 %**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	183	0,183	6,68
5.000	879	0,176	3,06
10.000	1815	0,181	2,12
100.000	17793	0,178	0,68
1.000.000	178747	0,178	0,21

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla resulte:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,178 \text{ (4.105)}$$

### 4.7.6 - Simulación de Montecarlo considerando la correlación lineal entre el coeficiente de rozamiento y la distancia de desplazamiento:

Para la estimación de la correlación entre el coeficiente de rozamiento " $\mu$ " y la distancia de desplazamiento " $x$ " se tomarán los valores extremos del Coeficiente de

## CAPITULO 4

Correlación ( $\rho_{12}$ ) entre: - 0,3 y - 0,9 y luego se analizarán los resultados y la variación de la probabilidad de falla ( $p_f$ ).

**Tabla 4.84 – Probabilidad de Falla para  $V_2(x)$  para CV: 10 % y  $\rho_{12} = - 0,3$**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	82	0,082	10,58
5.000	406	0,081	4,76
10.000	787	0,078	3,42
100.000	7805	0,078	1,08
1.000.000	78103	0,078	0,34

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla resulte:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = \mathbf{0,078} \text{ (4.106)}$$

**Tabla 4.85 – Probabilidad de Falla para  $V_2(x)$  para CV: 10 % y  $\rho_{12} = - 0,9$**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	30	0,03	17,98
5.000	162	0,032	7,73
10.000	318	0,031	5,52
100.000	3404	0,034	1,68
1.000.000	34703	0,034	0,53

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla resulte:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = \mathbf{0,034} \text{ (4.107)}$$

**Tabla 4.86 – Probabilidad de Falla para  $V_2(x)$  para CV: 15 % y  $\rho_{12} = - 0,3$**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	150	0,150	7,53
5.000	785	0,157	3,27
10.000	1544	0,154	7,4
100.000	15565	0,155	2,33
1.000.000	154454	0,154	0,74

## CAPITULO 4

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla resulte:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,154 \text{ (4.108)}$$

**Tabla 4.87 – Probabilidad de Falla para  $V_2(x)$  para CV: 15 % y  $\rho_{12} = -0,9$**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	99	0,099	9,53
5.000	481	0,096	4,33
10.000	972	0,097	3,04
100.000	9634	0,096	0,97
1.000.000	97546	0,097	0,30

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla resulte:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,097 \text{ (4.109)}$$

### 4.7.7 – Síntesis:

**Tabla 4.88 - Resumen de la  $p_f$  para  $V_2(x)$  según CV y Coeficiente de correlación:**

NS	$V_2(x)$ - CV 10 %			$V_2(x)$ - CV 15%		
	$\rho_{12} = 0$	$\rho_{12} = -0,3$	$\rho_{12} = -0,9$	$\rho_{12} = 0$	$\rho_{12} = -0,3$	$\rho_{12} = -0,9$
1.000	0,094	0,082	0,03	0,183	0,150	0,099
5.000	0,099	0,081	0,032	0,176	0,157	0,096
10.000	0,091	0,078	0,031	0,181	0,154	0,097
100.000	0,098	0,078	0,034	0,178	0,155	0,096
1.000.000	0,097	0,078	0,034	0,178	0,154	0,097

## CAPITULO 4

### 4.7.8 – Conclusiones:

#### 4.7.8.1 – Según Coeficiente de Variación y Correlación de las variables:

Cuanto mayor sea el coeficiente de variación ( $CV$ ) entre las variables, es decir aumenten del 10 % al 15 %, mayor será la probabilidad de falla ( $p_f$ ).

Para el mismo  $CV$ , al aumentar el coeficiente de correlación ( $\rho_{12}$ ) se advierte una disminución de la  $p_f$ .

Esto se debe a que a medida que va disminuyendo desviación típica con el aumento de  $\rho_{12}$ , hace que disminuya la dispersión de la variable  $V_2(x)$  y por lo tanto aumenta la tendencia que se presenten escenarios o situaciones donde  $V_{lim} > V_2(x)$ .

#### 4.7.8.2 - Comparación de Resultado:

Por lo tanto, de acuerdo a las preguntas planteadas por el Juez, con el uso del modelo estocástico, la función de falla y del análisis se deduce que:

- **Resultado determinístico:** La velocidad máxima permitida en la zona es de 40 km/h, por lo cual, **el automóvil 2 nunca sobrepasa la velocidad máxima permitida.**
- **Resultado aplicando la teoría de la probabilidad:** La probabilidad de falla, es decir situaciones donde se superen 40 Km/h, resulta para  $V_2(x)$ :
  - 0,034 - 0,097 (CV: 10 % y correlación entre -0,3 y -0,9)
  - 0,097 - 0,178 (CV: 15 % y correlación entre -0,3 y -0,9) .-

### Modelo 6.

#### **4.8 - Cálculo Estocástico de la velocidad de pre impacto en un siniestro sin huellas de frenado aplicando la Teoría de la Confiabilidad [Simón R., et al. , 2016].**

Se presentó el cálculo de la velocidad pre impacto en un contexto pericial del caso de un automóvil, que luego de impactar a una motocicleta, se detiene a 46 metros del punto de impacto, sin dejar huellas de neumático en su trayectoria. Se parte del uso del modelo determinístico de movimiento uniformemente desacelerado que relaciona la distancia recorrida en función de la desaceleración y del tiempo.

El grado de certeza que se tiene en la determinación de la velocidad pre-impacto depende del error con que se obtuvieron el desplazamiento posterior del rodado y de la adopción de la variación de la desaceleración.

Por su naturaleza determinística el valor que arroja la velocidad, es absoluto y no se especifica el error ni el rango probable. El modelo estocástico propuesto utiliza la fórmula citada, como punto de partida.

Las diferencias radican en que las variables se analizan como variables aleatorias, teniendo en cuenta sus valores medio y sus desvíos estándar, así como el tipo de distribución estadística que asumen. Se aplica la teoría de la confiabilidad mediante la función de falla (capacidad menos demanda).

La capacidad (velocidad máxima) se relaciona con la demanda del sistema (modelo estocástico), de modo que los valores positivos corresponden a situaciones seguras y los negativos a situaciones de falla.

Se analizó el siniestro en el cual un automóvil se detuvo a 46 m luego de haber embestido a la motocicleta, lo cual implica un proceso de desaceleración. Tenía cierta velocidad en el instante cuando colisionó a la moto, y se detuvo luego de recorrer la distancia señalada.

Por lo tanto, hubo plena evidencia de un proceso de frenado. Pero no ocurrió bloqueo de ruedas (evidencia que no hay rastros de huellas sobre el pavimento).

Las preguntas que dispusieron en el Expediente de la Causa fueron:

- ¿se puede estimar la velocidad del automóvil al momento del impacto, con los datos que se tienen?

## CAPITULO 4

- y de hacerse, ¿con qué grado de precisión?
- ¿cuál es el rango posible?

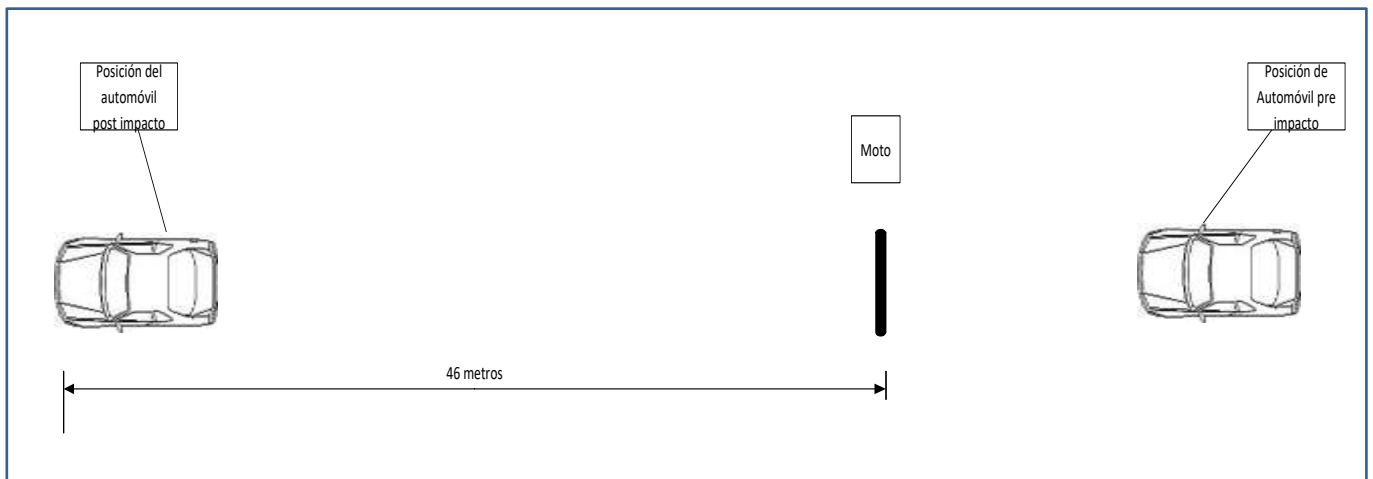
### 4.8.1 - Aplicación al Caso Práctico:

Se analizó desde el punto de vista pericial, el siniestro, donde un automóvil impacta a una motocicleta, luego recorre 46 metros y se detiene. Ver Figura 4.21.

Las preguntas del Juez de la Litis fueron:

- Cuál sería el rango probable de la velocidad de circulación del automóvil?
- Se superaron los 40 Km/hora?

Esquema del siniestro es:



**Figura 4.21 – Diagrama del escenario en estudio**

El análisis pericial de un siniestro requiere del desarrollo de modelos físico-matemáticos, en este caso particular, se aplica el movimiento uniformemente desacelerado:

$$d = V_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad (4.110)$$

$$t = \frac{V_0}{a} \quad (4.111)$$

## CAPITULO 4

Dónde:

$d = \text{distancia recorrido post-impacto} = 46 \text{ m}$

$V_0 = \text{velocidad pre-impacto ( m/seg)}$

$a = \text{desaceleración ( m/seg}^2\text{)}$

$t = \text{tiempo durante la desaceleración (seg)}$

Se reemplazó en la ecuación (4.110) la ecuación (4.111) y se obtuvo:

$$d = V_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = V_0 \cdot \left( \frac{V_0}{a} \right) - \frac{1}{2} \cdot a \cdot \left( \frac{V_0}{a} \right)^2 \quad (4.112)$$

$$d = \left( \frac{V_0^2}{a} \right) - \frac{1}{2} \left( \frac{V_0^2}{a} \right) = 46 \text{ m} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{V_0^2}{a} \right) \quad (4.113)$$

### 4.8.2 - Análisis y Resolución Determinística:

De acuerdo a las distintas fuentes consultadas y analizadas (que se indican a continuación), el rango de la desaceleración pudo variar **entre 1,1 a 2,8 m/seg<sup>2</sup>**, ya que no hay evidencia de huellas de frenada, no hubo bloqueo de las ruedas, no se efectuó una frenada brusca y se pudo mantener el dominio del vehículo durante la frenada:

- A.A.S.H.T.O (American Association of State Highway and Transportation Officials) define a los fines de diseño geométrico dos calidades de frenado: Frenado lento: con desaceleraciones menores a 1,1 m/seg<sup>2</sup> - Frenado Normal: con desaceleraciones del orden de 1,7 a 2,8 m/seg<sup>2</sup>.
- Manual de la técnica del automóvil de Bosch – 3rs. Edición - editorial Reverte sa. , desaceleración: 3,75 m/seg<sup>2</sup>.
- Según la NHTSA – año 2011: Frenada normal genera una desaceleración de 0,1 a 0,2 g = 0,98 a 1,96 m/seg<sup>2</sup> - Frenada brusca llega hasta 0,4 g = 3,92 m/seg<sup>2</sup>.
- H. Bruno – Investigación accidentes de tránsito - Seguridad vial - 1 a 2 m/seg<sup>2</sup> para frenadas corrientes - 4 a 6 m/seg<sup>2</sup> para frenadas violentas.
- Determination of Stopping sight Distances, de la NCHRP Report n° 400, Transportation Research Board, 1977, una desaceleración confortable para que los pasajeros no sufran daños es de: 1,64 a 2,49 m/seg<sup>2</sup> - máximo 0,32 g = 3,14 m/seg<sup>2</sup>.

## CAPITULO 4

Se despejó de la ecuación (4.113), la velocidad  $V_0$  y se sustituyeron los valores estimados de la desaceleración:

$$V_0 = \sqrt{2.46.a} \quad (4.114)$$

$$V_0 \text{ para } 1,1 = \sqrt{2.46.a} = 10,09 \frac{m}{seg} = 36,21 \frac{Km}{h} \quad (4.115)$$

$$V_0 \text{ para } 2,8 = \sqrt{2.46.a} = 16,02 \frac{m}{seg} = 57,72 \frac{Km}{h} \quad (4.116)$$

Por lo tanto, las respuestas al Juez en la Causa serían:

- La velocidad del rodado puede variar **entre 36,21 a 57,72 km/h**
- Hay ocasiones que se **superen los 40 Km/hora y otros no** (esta indeterminado).

### 4.8.3 - Análisis y Resolución Estocástica o Probabilística:

Es posible determinar un límite de la velocidad probable, a pesar de la evidencia con alto grado de incertidumbre de origen.

Dentro de las posibilidades que se puede plantear con la técnica de análisis, es la posibilidad de determinar la curva de probabilidad acumulada de la velocidad  $V_0$  del rodado pre - impacto, obteniendo el valor medio de la velocidad, su desvío estándar y el tipo de distribución.

Se planteó con esta nueva técnica de análisis el estudio estocástico. Donde las variables aleatorias ( $a$  ,  $d$ ) se tipifican como una probabilidad de distribución normal con su correspondiente parámetro de valor medio ( $\mu$ ) y desvío estándar ( $\sigma$ ).

Se utiliza el siguiente Coeficiente de Variación ( $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} .100 \%$ ) según relevamiento y datos disponibles realizados por la preventora:

- 2,2 % para  $x(1)$  – distancia recorrido post-impacto
- 43,5 % para  $x(2)$  – desaceleración

## CAPITULO 4

**Tabla 4.89 – Datos para el cálculo de  $G(x)$**

Variable	Distribución	$\bar{x}_i$	$\sigma_i$	Correlación $\rho_{12}$ Variable
$x(1) = d$ distancia recorrido post-impacto	normal	46	1	0 - 0,5 , -0,7 , -0,9
$x(2) = a$ desaceleración	normal	1,95	0,85	

Se define la función de falla o función de estado límite:

$$G(x) = V_{lim} - V_0(x) \quad (4.117)$$

$$G(x) = V_{lim} - \sqrt{2 \cdot x(1) \cdot x(2)} \quad (4.118)$$

$$G(x) = 11,11 - \sqrt{2 \cdot 46 \cdot a} \quad (4.119)$$

Donde es:

$V_{lim}$  : Velocidad límite permitida : 40 Km/h o 11,11 m/seg

A los efectos de realizar la simulación de  $G(x)$  se utiliza software (comercial, bajo licencia) diseñado para ejecutar funciones estadísticas y se aplica el método Montecarlo.

Se relaciona a un contador de falla, se observa la simulación y cuando es  $G(x) \leq 0$ , es decir cuando  $V_{lim} \leq V_0(x)$ , se suma 1 al contador de falla:

$$n = n + 1$$

Dónde:

$n$ : Contador de Fallas.

Se repite el proceso para otros valores aleatorios, un número  $NS$  de veces, y se verifica la probabilidad de falla ( $p_f$ ):

$$p_f = \frac{n}{NS} \quad (4.120)$$

## CAPITULO 4

Dónde:

$n$ : Es el número de veces que ocurrió ( $G(x) \leq 0$ ).

$NS$ : Es el número total de simulaciones

$$p_f = \frac{n [(G(X_i) \leq 0)]}{NS} \quad (4.121)$$

Siendo:

$n[(G(X_i) \leq 0)]$  : corresponde al número de simulaciones para las cuales el resultado es una falla del sistema.

Para la situación que se considere la Correlación (0) entre (a) y (d), se analiza cómo evolucionan los resultados en función del número de simulaciones  $NS$ , y se detiene la simulación cuando los resultados se han estabilizado, es decir cuando la probabilidad de falla tiende a estabilizarse.

**Tabla 4.90 - Correlación (0) entre (a) y (d)**

Correlación	NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
0	1.000	770	0,77	1,73
0	5.000	3793	0,76	0,79
0	10.000	7630	0,76	0,56
0	100.000	76448	0,76	0,17
0	1.000.000	762759	0,76	0,05

**COV**: coeficiente de variación de la probabilidad de falla.

$$p_f = \frac{n (G \leq 0)}{NS} = 0,76 \quad (4.122)$$

Por lo tanto, las respuestas a las preguntas planteadas por el Juez, con el uso del modelo estocástico y la función de falla, resulta:

- Probabilidad de falla es de 0,76, donde la Velocidad  $V_{lim} \leq V_0(x)$ , es decir situaciones donde se supere 11,11 m/seg o 40 km/h.

## CAPITULO 4

### 4.8.4 - Simulación de Montecarlo considerando la correlación lineal entre la desaceleración y la distancia recorrido post -impacto:

**Situación 1:** Considerando una misma velocidad, variando el valor de la desaceleración  $a$ , se obtiene la correlación siguiente con la distancia  $d$  post-impacto.

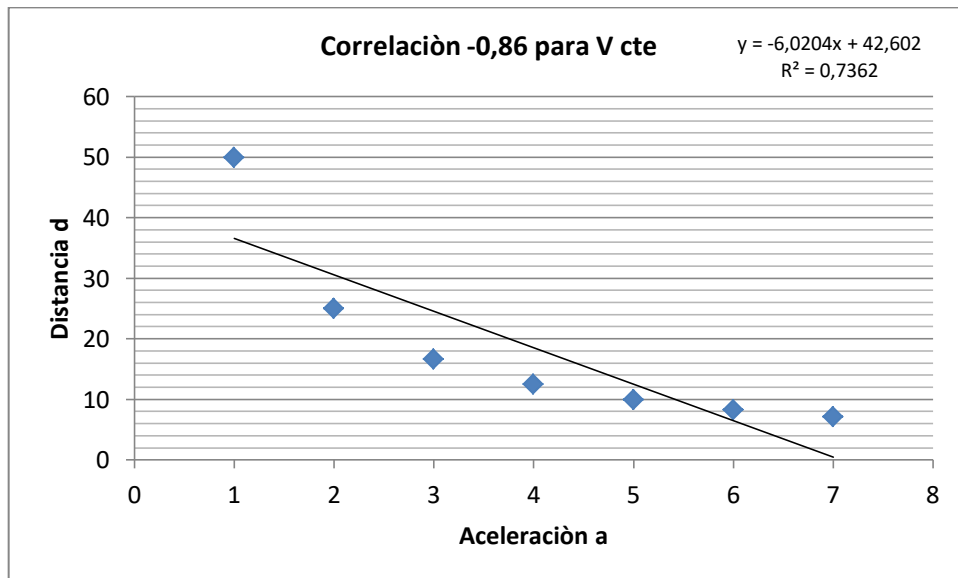


Figura 4.22 - Correlación Negativa y Perfecta entre a y d

**Situación 2:** Variando la velocidad, alterando el valor de la desaceleración  $a$ , se obtiene la correlación siguiente con la distancia  $d$  post-impacto.

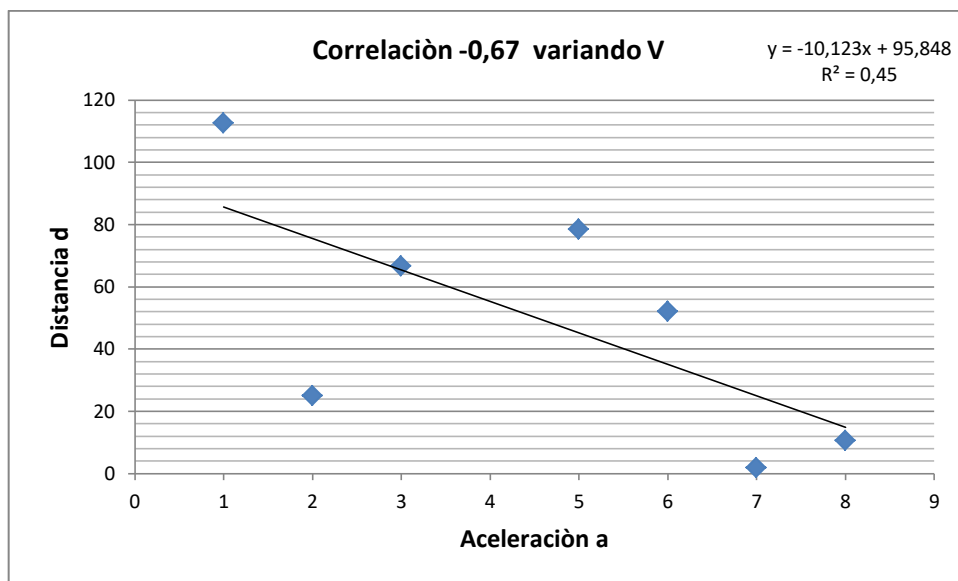
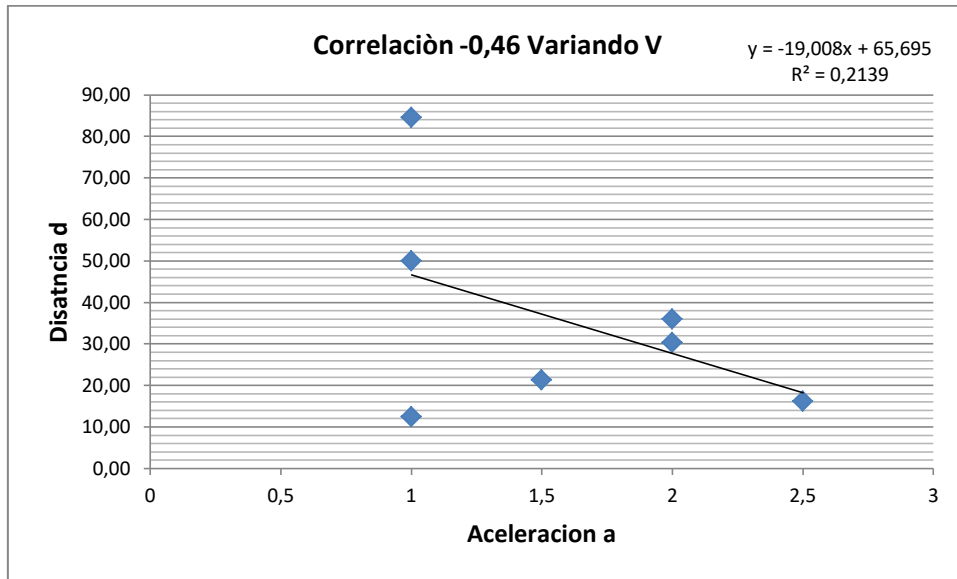


Figura 4.23 - Correlación Negativa y Significativa entre a y d

## CAPITULO 4

**Situación 3:** Variando la velocidad, alterando el valor de la desaceleración  $a$ , se obtiene la correlación siguiente con la distancia  $d$  post-impacto.



**Figura 4.24 - Correlación Negativa y Moderada entre a y d**

Como conclusión se puede decir que para el Modelo 6, se tomará el entorno para el Coeficiente de Correlación ( $\rho_{12}$ ) para: - 0,5, - 0,7 y - 0,9 y luego se analizarán los resultados y la variación de la probabilidad de falla ( $p_f$ ).

**4.8.5** – Se considera  $\rho_{12}$ : - 0,5, para el cálculo estocástico y se estudiará la probabilidad de falla.

**Tabla 4.91- Correlación (- 0,5) entre (a) y (d)**

Correlación	NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
- 0,5	1.000	756	0,756	1,80
- 0,5	5.000	3780	0,756	0,80
- 0,5	10.000	7487	0,748	0,58
- 0,5	100.000	75227	0,752	0,18
- 0,5	1.000.000	749617	0,749	0,06

De la simulación, para el coeficiente de correlación  $\rho_{12}$ : - 0,5, se obtiene que la probabilidad de falla es:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,75 \quad (4.123)$$

## CAPITULO 4

**4.8.6** – Se considera  $\rho_{12}$ : - 0,7, para el cálculo estocástico y se estudiará la probabilidad de falla.

**Tabla 4.92- Correlación (- 0,7) entre (a) y (d)**

Correlación	NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
- 0,7	1.000	749	0,749	1,83
- 0,7	5.000	3769	0,754	0,80
- 0,7	10.000	7475	0,747	0,58
- 0,7	100.000	75115	0,751	0,18
- 0,7	1.000.000	750673	0,750	0,06

De la simulación, para el coeficiente de correlación  $\rho_{12}$ : - 0,7, se obtiene que la probabilidad de falla es:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,75 \quad (4.124)$$

**4.8.7** – Se considera  $\rho_{12}$ : - 0,9, para el cálculo estocástico y se estudiará la probabilidad de falla.

**Tabla 4.93 - Correlación (- 0,9) entre (a) y (d)**

Correlación	NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
- 0,7	1.000	749	0,749	1,83
- 0,7	5.000	3769	0,753	0,80
- 0,7	10.000	7519	0,751	0,57
- 0,7	100.000	75056	0,750	0,18
- 0,7	1.000.000	752152	0,752	0,06

De la simulación, para el coeficiente de correlación  $\rho_{12}$ : - 0,9, se obtiene que la probabilidad de falla es:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,75 \quad (4.125)$$

**Nota:** Se observa de las Tablas 4.91 a 4.93, como el CV de la desaceleración es muy superior al CV de la distancia post-impacto, a pesar que aumente el coeficiente de correlación  $\rho_{12}$  y se reduce desviación típica, no hay diferencias estadísticamente significativa en la  $p_f$ .

## CAPITULO 4

### 4.8.8 - Conclusión:

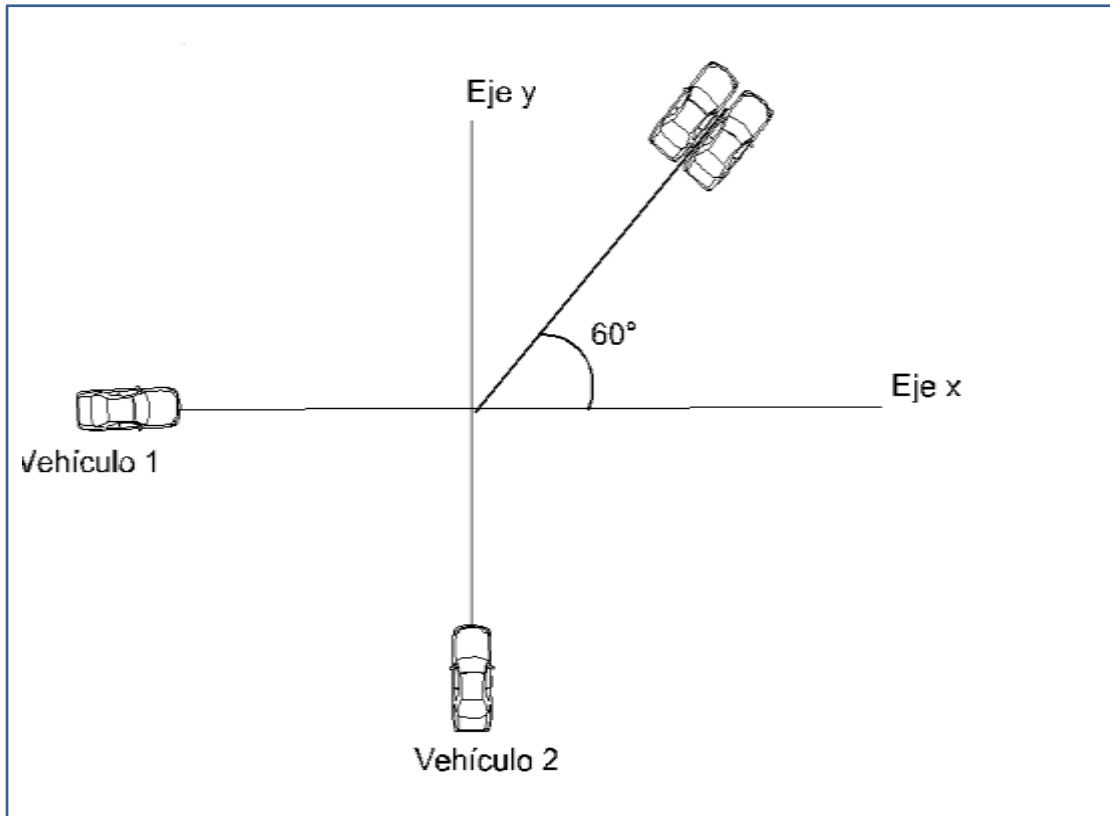
Las respuestas a las preguntas planteadas por el Juez, con el uso del modelo estocástico y considerando la correlación  $\rho_{12}$ , resulta:

- Probabilidad de falla es de 0,75, donde la Velocidad  $V_{lim} \leq V_0(x)$ , es decir situaciones donde se supere 11,11 m/seg o 40 km/h.
- Pues de lo que se trata de establecer que además de ser el conductor del automóvil el agente embistente, el mismo transitaba a una velocidad precaucional para evitar el atropello, dada la **prioridad de paso** del motociclista en la encrucijada.-

Cuarta Parte.

Modelo 7:

4.9 - Resolución Estocástica de la colisión en una intersección aplicando la conservación de la cantidad de movimiento y la Teoría de la Confiabilidad [ Simón , R, et al., 2017].



**Figura 4.25 – Esquema de la colisión pre y post impacto**

**Caso planteado:**

Dos automóviles de igual masa ( $M_1 = M_2 = M$ ) se aproximan a un cruce. Un vehículo viaja con una velocidad de aprox.  $V_1 = 8,33 \text{ m/seg}$  (30 Km/h) hacia el este (determinada por testigos y controles de radares previos) y el otro viaja hacia el norte con rapidez  $V_2$ . Ver Figura 4.25.

Los vehículos chocan en el cruce y se quedan unidos. Dejan marcas paralelas de frenada, a un ángulo de aprox.  $60^\circ$  al norte-este.

El límite de velocidad para ambas calles es de 60 Km/h y el conductor del vehículo 2 que se dirige al norte dice que él estaba dentro del límite de velocidad cuando ocurrió el choque. Dice la verdad.?

## CAPITULO 4

### 4.9.1 - Cálculo Determinístico:

- **Sumatoria de la cantidad de movimiento en el eje x antes del choque.**

$$\sum P_{ix} = \sum \text{cantidad de movimiento en el eje x antes del choque}$$

$$\sum P_{ix} = M_1 \cdot V_1 = M \cdot 8,33 \frac{m}{seg} - \text{Ecuación 4.126}$$

- **Sumatoria de la cantidad de movimiento en el eje x después del choque.**

Como la colisión es inelástica, quiere decir que los autos quedan unidos después del choque.

$V_{fx}$  = Velocidad final en el eje x de los dos autos después del choque.

$$V_{fx} = V_f \cdot \cos \theta$$

$$\sum P_{fx} = \text{Sumatoria de la cant. movimiento en el eje x despues del choque}$$

$$\sum P_{fx} = (M + M) \cdot V_{fx}$$

$$\sum P_{fx} = (2M) \cdot V_f \cdot \cos 60^\circ - \text{Ecuación 4.127}$$

Se iguala la Ecuación 4.126 y la Ecuación 4.127 (La cantidad de movimiento se conserva antes y después del choque en el eje x):

$$8,33 \cdot M = 2 \cdot M \cdot V_f \cdot \cos 60^\circ - \text{Ecuación 4.128}$$

- **Sumatoria de la cantidad de movimiento en el eje y antes del choque.**

$$\sum P_{iy}$$

= Sumatoria de la cantidad de movimiento en el eje y antes del choque

$$\sum P_{iy} = M \cdot V_{2i} - \text{Ecuación 4.129}$$

- **Sumatoria de la cantidad de movimiento en el eje y después del choque.**

Como la colisión es inelástica, quiere decir que los autos quedan unidos después del choque.

$V_{fy}$  = velocidad final en el eje y de los dos rodados después del choque

$$V_{fy} = V_f \cdot \sin \theta$$

## CAPITULO 4

$\sum P_{fy}$  = sumatoria de la cant. de movimiento en el eje y después del choque

$$\sum P_{fy} = (M + M) \cdot V_{fy}$$

$$\sum P_{fy} = (2M) \cdot V_f \cdot \text{sen } 60^\circ - \text{Ecuación 4.130}$$

Se iguala la Ecuación 4.129 y la Ecuación 4.130 (La cantidad de movimiento se conserva antes y después del choque):

$$M \cdot V_{2i} = (2M) \cdot V_f \cdot \text{sen } 60^\circ - \text{Ecuación 4.131}$$

Se divide Ecuación 4.131 y la Ecuación 4.128:

$$\frac{M \cdot V_{2i} = 2 \cdot M \cdot V_f \cdot \text{sen } 60^\circ}{8,33 \cdot M = 2 \cdot M \cdot V_f \cdot \text{cos } 60^\circ} \quad (4.132)$$

Se cancelan los términos semejantes:

$$\frac{V_{2i}}{8,33} = \text{tg } 60^\circ = 1,732 \quad (4.133)$$

Se reemplazan valores y se obtiene:

$$V_{2i} = 14,43 \frac{m}{seg} = 52 \frac{Km}{h} \quad (4.134)$$

**Por lo tanto, de la expresión (4.134), se consiguió decir que el conductor del vehículo 2, que viaja al norte, nunca supero la velocidad límite de 60 Km/h.**

### 4.9.2 – Análisis y Cálculo Estocástico:

Es posible determinar un límite de la velocidad del auto  $V_{2i}$ , a pesar de la evidencia de alto grado de incertidumbre.

Dentro de las posibilidades que se pueden plantear con este tipo de práctica es posible determinar la curva de probabilidad acumulada de la velocidad del rodado 2, obteniendo el valor medio de la velocidad, su desvío estándar y el tipo de distribución normal.

## CAPITULO 4

Se planteó el estudio estocástico, donde las variables aleatorias ( $V_1, tg\theta$ ) se tipificaron como probabilidad de distribución normal con su correspondiente valor medio ( $\mu$ ) y desvió estándar ( $\sigma$ ).

Se define la siguiente función de falla o función de estado límite:

$$G(x) = V_{lim} - V_{2i}(x) \quad (4.135)$$

$$G(x) = V_{lim} - (V_1 \cdot tg \theta) \quad (4.136)$$

Donde es:

$V_{lim}$ : *velocidad límite de 60 Km/h o 16,67 m/seg*

Se relaciona a un contador de falla, se observa la simulación y cuando es  $G(x) \leq 0$ , es decir cuando  $D_{25} \leq D_t$ , se suma 1 al contador de falla:

$$n = n + 1$$

Dónde:

$n$ : Contador de Fallas.

Se repite el proceso para otros valores aleatorios, un número  $NS$  de veces, y se verifica la probabilidad de falla ( $p_f$ ):

$$p_f = \frac{n}{NS} \quad (4.137)$$

Dónde:

$n$ : Es el número de veces que ocurrió ( $G(x) \leq 0$ ).

$NS$ : Es el número total de simulaciones

$$p_f = \frac{n [(G(X_i) \leq 0)]}{NS} \quad (4.138)$$

Siendo:

$n[(G(X_i) \leq 0)]$  : corresponde al número de simulaciones para las cuales el resultado es una falla del sistema.

## CAPITULO 4

Luego se analizarán cómo evolucionan los resultados en función del número de simulaciones  $NS$ , y se detiene la simulación cuando la probabilidad de falla tiende a estabilizarse.

**Tabla 4.94 – CV Adoptados**

Variable	CV
$x(1) = V_1$ Velocidad del Rodado 1	<b>10 %</b>
$x(2) = tg\theta$ Angulo de salida	<b>10 %</b>

**Tabla 4.95 – Datos para el cálculo de  $G(x)$**

Variable	Distribución	$\bar{x}_i$	$\sigma_i$
$x(1) = V_1$ Velocidad Rodado 1	normal	8,33	0,833
$x(2) = tg\theta$ Angulo de salida	normal	1,732	0,1732

**Tabla 4.96 – Probabilidad de Falla para  $V_{2i}(x)$  para CV: 10 %**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	142	0,142	7,77
5.000	692	0,138	3,53
10.000	1398	0,139	2,49
100.000	13770	0,138	0,79
1.000.000	138078	0,138	0,25

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla resulte:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = \mathbf{0,138} \quad (4.139)$$

## CAPITULO 4

### 4.9.3 - La respuesta de la pregunta planteada por el Juez en la Litis, con el uso del modelo estocástico y CV: 10 % resulta:

Se obtiene que la probabilidad de falla es **0,138** de que la  $V_{2i}$  haya sido mayor a 60 Km/h o 16,67 m/seg o que valores simulados o escenarios que hacen que la  $V_{lim} \leq V_{2i}(x)$

### 4.9.4 – Considerando los siguientes CV para las variables:

**Tabla 4.97 – CV Adoptados**

Variable	CV
$x(1) = V_1$ Velocidad del Rodado 1	15 %
$x(2) = tg\theta$ Angulo de salida	15 %

**Tabla 4.98 – Datos para el cálculo de  $G(x)$**

Variable	Distribución	$\bar{x}_i$	$\sigma_i$
$x(1) = V_1$ Velocidad Rodado 1	normal	8,33	1,25
$x(2) = tg\theta$ Angulo de salida	normal	1,732	0,26

**Tabla 4.99 – Probabilidad de Falla para  $V_{2i}(x)$  para CV: 15 %**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	210	0,21	6,13
5.000	1129	0,225	2,61
10.000	2242	0,224	1,86
100.000	22659	0,226	0,58
1.000.000	225792	0,226	0,18

## CAPITULO 4

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla resulte:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,226 \quad (4.140)$$

### 4.9.5 - La respuesta de la pregunta planteada por el Juez en la Litis, con el uso del modelo estocástico y CV 15 % resulta:

Se obtiene que la probabilidad de falla es **0,226** de que la  $V_{2i}$  haya sido mayor a 60 Km/h o 16,67 m/seg o que valores simulados o escenarios que hacen que la  $V_{lim} \leq V_{2i}(x)$

### 4.9.6 – Conclusión:

**Tabla 4.100 – Resumen PF según CV**

NS: Número de Simulaciones	PF – CV 10 %	PF - CV 15 %	Diferencias
1.000	0,142	0,21	0,068
5.000	0,138	0,225	0,087
10.000	0,139	0,224	0,085
100.000	0,138	0,226	0,088
1.000.000	0,138	0,226	0,088

Cuanto mayor sea el coeficiente de variación (**CV**) entre las variables, es decir aumenten del 10 % al 15 %, mayor será la probabilidad de falla ( $p_f$ ). A pesar del 5 % de incremento en el valor del CV, prácticamente se mantiene la diferencia entre las  $p_f$ .

#### 4.9.6.1 – Comparación de resultados:

Por lo tanto, de acuerdo a las preguntas planteadas por el Juez, con el uso del modelo estocástico, la función de falla y del análisis se deduce que:

- **Resultado determinístico:** La velocidad máxima permitida en la zona es de 60 km/h, por lo cual, el conductor del vehículo 2, que viaja al norte, *nunca supera la velocidad límite de 60 Km/h.*

## CAPITULO 4

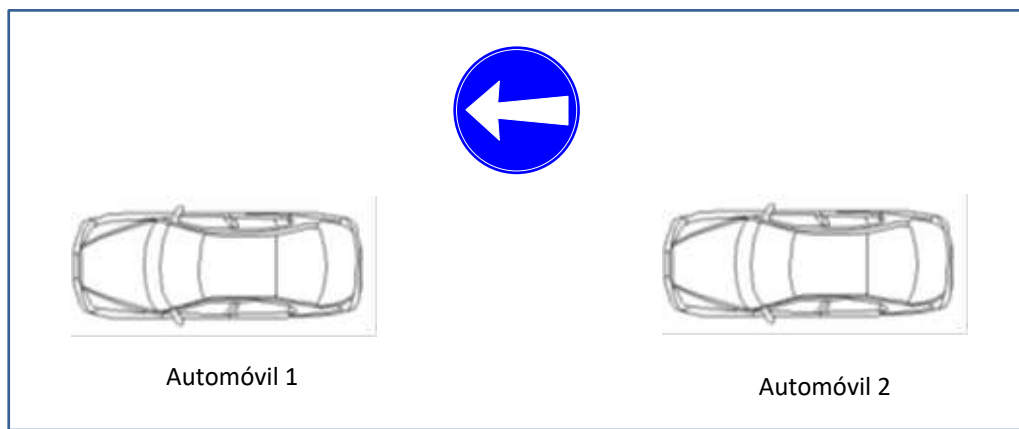
- **Resultado aplicando la teoría de la probabilidad:** La probabilidad de falla, es decir escenarios donde *se superen 60 Km/h*, resulta:
  - 0,138 (CV: 10 %)
  - 0,226 (CV: 15 %)

**Modelo 8.**

**4.10 - Análisis Estocástico del modelo de distancia prudente. [Simón R. , et al. , 2018 ]**

Se consideró el caso de dos vehículos, denominados 1 y 2 respectivamente que circulan en la misma dirección a una velocidad  $V_0$ ; en determinado momento el vehículo 1 comienza a desacelerar en forma constante con un valor  $a_1$ . Ver Figura 4.26.

Con cierto retardo  $r$ , expresado en segundos, el vehículo 2 comienza a hacerlo con una aceleración constante  $a_2$ .



**Figura 4.26 – Esquema del contexto en análisis**

El retardo  $r$  representa el tiempo de reacción que necesita el conductor de 2 para accionar y hacer efectiva la maniobra de frenado que conduzca a la desaceleración 2.

La distancia ( $e$ ) que recorrerán ambos vehículos hasta detenerse, se supone el caso extremo de frenada con desaceleración constante hasta velocidad final nula, esta expresada por las siguientes ecuaciones:

$$e_1 = \frac{v_0^2}{2.a_1} \quad (4.141)$$

$$e_2 = V_0 . r + \frac{v_0^2}{2.a_2} \quad (4.142)$$

La **distancia mínima  $d$** , que deben guardar ambos vehículos para evitar el contacto en el instante final será:

## CAPITULO 4

$$d > e_2 - e_1 = \frac{V_0^2}{2} \left( \frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1} \right) + V_0 \cdot r \quad (4.143)$$

La ecuación (4.143) expresó el valor de la **distancia prudente** en forma general.

La norma establece (distancia prudente) que todo vehículo que circule detrás de otro habrá de hacerlo a una distancia que le permita detenerse en caso de frenado brusco, sin colisionar con él, teniendo en cuenta especialmente la velocidad, las condiciones de frenado y adherencia.

Depende de la velocidad de circulación  $V_0$ , de las diferencias de capacidad de frenado de ambos vehículos, expresadas en la diferencia entre  $a_1$  y  $a_2$ , y el tiempo de reacción del conductor  $r$  que marcha detrás.

Para el caso particular de igual capacidad de frenado en ambos vehículos (altamente frecuente):

$$(a_1 = a_2)$$

La ecuación (4.143) se simplifica a la expresión (4.144):

$$d > V_0 \cdot r \quad (4.144)$$

Para el rango de coeficientes de fricción entre 0,7 y 1 (desaceleraciones críticas entre  $7$  y  $10 \text{ m/seg}^2$ ), el espectro de aceleraciones indica un valor de  $a_1 = 3 \text{ m/seg}^2$  para más del 50 % de los casos, y  $a_1 = 6 \text{ m/seg}^2$  hasta por lo menos el 75 % de los casos esperados.

Dentro de los límites mencionados, todos los vehículos con el sistema de freno en buen estado pueden desarrollar **la misma desaceleración de frenado**.

Esto equivale a decir que por lo menos el 75 % de las situaciones esperadas, se cumple la condición necesaria para que el modelo pueda resolverse con la ecuación simplificada (4.144).

Se plantea la ecuación  $d > V_0 \cdot r$ , para distintas velocidades de circulación y se considera un tiempo de reacción ( $r$ ) promedio de 1,5 segundos:

## CAPITULO 4

- Si circula a 60 Km/h o sea 16,67 m/seg para un tiempo de reacción de 1,5 seg. será:  $d > 16,67 \cdot 1,5 = 25,01 \text{ m}$
- Si circula a 80 Km/h o sea 22,22 m/seg para un tiempo de reacción de 1,5 seg. será:  $d > 22,22 \cdot 1,5 = 33,33 \text{ m}$
- Si circula a 100 Km/h o sea 27,78 m/seg para un tiempo de reacción de 1,5 seg. será:  $d > 27,78 \cdot 1,5 = 41,67 \text{ m}$

Por lo tanto, se pudo decir que disponiendo una distancia prudente entre vehículos:

- mayor a 26 m para 60 Km/hora
- mayor a 34 m para 80 Km/hora
- mayor a 42 m para 100 Km/hora, nunca los rodados impactarían entre ellos.

### 4.10.1 - Resolución Determinística:

Se consideró la situación de dos rodados separado por una distancia  $d = 24 \text{ m}$ , con un tiempo de reacción  $r = 1,5 \text{ seg}$ , y circulando a 50 Km/h (13,89 m/seg). Ver Figura 4.27.

Pregunta: Según análisis anterior, podrían encontrarse en algún punto los rodados?

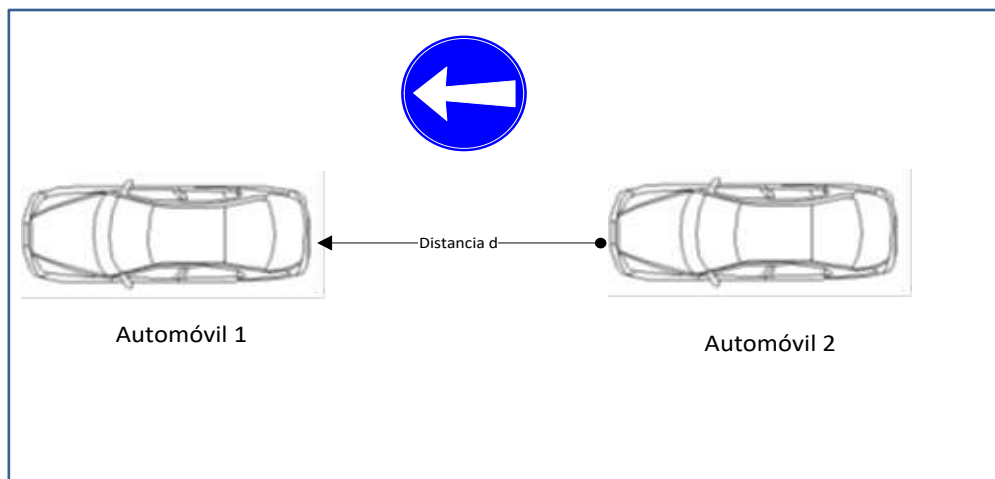


Figura 4.27 – Esquema de la ubicación y contexto en estudio

## CAPITULO 4

Se reemplazó valores:

$$d = V_o \cdot r = 13,89 \times 1,5 = 20,84 \text{ m. (4.145)}$$

Por lo tanto, los rodados nunca se encontrarían.

### 4.10.2 - Cálculo Estocástico:

Dentro de las posibilidades que se puede plantear con esta nueva técnica de análisis, surge el estudio estocástico. Donde las variables aleatorias ( $V_o$ ,  $r$ ) se tipifican como una probabilidad de distribución normal con su correspondiente valor medio ( $\mu$ ) y desvío estándar ( $\sigma$ ).

Se utiliza el siguiente Coeficiente de Variación ( $CV = \frac{\sigma_i}{\bar{x}_i} \cdot 100 \%$ ) según relevamiento y datos disponibles:

- 10 % para  $x(1)$  – Velocidad de circulación
- 10 % para  $x(2)$  – Tiempo de reacción

**Tabla 4.101 – Datos para el cálculo de  $G(x)$**

Variable	Distribución	$\bar{x}_i$	$\sigma_i$
$x(1) = V_o$ Velocidad de circulación	Normal	13,89	1,389
$x(2) = r$ Tiempo de reacción	Normal	1,5	0,15

Se define la función de falla o función de estado límite:

$$G(x) = d_{lim} - d_0(x) \quad (4.146)$$

$$G(x) = d_{lim} - V_o \cdot r \quad (4.147)$$

$$G(x) = 24 - V_o \cdot r \quad (4.148)$$

## CAPITULO 4

Donde es:

$d_{lim}$  : distancia 24 m

A los efectos de realizar la simulación de  $G(x)$  se utiliza software (comercial, bajo licencia) diseñado para ejecutar funciones estadísticas y se aplica el método Montecarlo.

Se relaciona a un contador de falla, se observa la simulación y cuando es  $G(x) \leq 0$ , es decir cuando  $d_{lim} \leq d_0(x)$ , se suma 1 al contador de falla:

$$n = n + 1$$

Dónde:

$n$ : Contador de Fallas.

Se repite el proceso para otros valores aleatorios, un número  $NS$  de veces, y se verifica la probabilidad de falla ( $p_f$ ):

$$p_f = \frac{n}{NS} \quad (4.149)$$

Dónde:

$n$ : Es el número de veces que ocurrió ( $G(x) \leq 0$ ).

$NS$ : Es el número total de simulaciones

$$p_f = \frac{n [(G(X_i) \leq 0)]}{NS} \quad (4.150)$$

Siendo:

$n[(G(X_i) \leq 0)]$  : corresponde al número de simulaciones para las cuales el resultado es una falla del sistema.

Se analiza cómo evolucionan los resultados en función del número de simulaciones  $NS$ , y se detiene la simulación cuando los resultados se han estabilizado, es decir cuando la probabilidad de falla tiende a estabilizarse.

## CAPITULO 4

**Tabla 4.102 – Probabilidad de Falla para G(x)**

Correlación	NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
0	1.000	141	0,141	7,80
0	5.000	722	0,144	3,44
0	10.000	1429	0,142	2,44
0	100.000	14377	0,143	0,77
0	1.000.000	142730	0,143	0,24

COV: coeficiente de variación de la probabilidad de falla.

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,143 \quad (4.151)$$

Se determina que probabilidad de falla es 0,143, es decir que la *distancia*  $d_o$  sea superior a 24 m o escenarios simulados que hacen que la  $d_{lim} \leq d_o(x)$  y por lo tanto los rodados chocarían.

**4.10.3** - Se define la función de falla o función de estado límite:

$$G(x) = d_{lim}(x) - d_o(x) \quad (4.152)$$

Donde es:

$$d_{lim}(x) = 25 \pm 1,5 m$$

**Tabla 4.103 – Probabilidad de Falla para G(x)**

Correlación	NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
0	1.000	107	0,107	9,13
0	5.000	534	0,106	4,09
0	10.000	1078	0,107	2,87
0	100.000	10628	0,106	0,91
0	1.000.000	106387	0,106	0,29

COV: coeficiente de variación de la probabilidad de falla.

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,106 \quad (4.153)$$

## CAPITULO 4

De la ecuación 4.153, se obtiene que la probabilidad de falla es **0,106**, es decir que la distancia " $d_o(x)$ " sea superior a  $25 \pm 1,5 m$  o escenarios simulados que hacen que la  $d_{lim}(x) \leq d_o(x)$  , y por lo tanto los rodados chocarían.

### 4.10.3.1 - Verificación utilizando índice de confiabilidad: $\beta$

Como  $G(x)$  es una variable aleatoria, entonces es posible usar el Índice de confiabilidad  $\beta$  definido por la expresión siguiente (para verificar la simulación MC), ver Capítulo3 –ítem 3.8.2:

$$\beta = \frac{\mu_{G(x)}}{\sigma_{G(x)}} \quad (4.154)$$

Se puede verificar el valor obtenido de la ecuación (4.153), al ser la capacidad y la demanda variables y la función de falla lineal, aplicando  $\beta$ :

$$\beta = \frac{C - D}{\sqrt{\sigma_c^2 + \sigma_D^2}} = \frac{25 - 20,88}{\sqrt{1,5^2 + 2,94^2}} = \frac{4,12}{3,3} = 1,248 \rightarrow Pf = \Phi(-\beta) = 1 - 0,894 = 0,106$$

Valor similar al obtenido por la simulación Monte Carlo de 0,106.

**4.10.4** - Se define la función de falla o función de estado límite:

$$G(x) = d_{lim}(x) - d_o(x) \quad (4.155)$$

Donde es:

$$d_{lim}(x) = 26 \pm 1,5 m$$

**Tabla 4.104 – Probabilidad de Falla para G(x)**

Correlación	NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
0	1.000	61	0,061	12,40
0	5.000	311	0,062	5,49
0	10.000	618	0,061	3,89
0	100.000	6138	0,061	1,24
0	1.000.000	62624	0,062	0,38

## CAPITULO 4

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,061 \quad (4.156)$$

De la ecuación 4.156, se obtiene que la probabilidad de falla es **0,061**, es decir que la distancia  $d_o(x)$  sea superior a **26 ± 1,5 m** o escenarios simulados que hacen que la  $d_{lim}(x) \leq d_o(x)$  y por lo tanto los rodados chocarían.

### 4.10.4.1 - Verificación utilizando Índice de confiabilidad: $\beta$ :

Se puede verificar el valor obtenido de la ecuación (4.156), al ser la capacidad y la demanda variables y la función de falla lineal, aplicando  $\beta$ :

$$\beta = \frac{C - D}{\sqrt{\sigma_C^2 + \sigma_D^2}} = \frac{26 - 20,88}{\sqrt{1,5^2 + 2,94^2}} = \frac{5,12}{3,3} = 1,55 \rightarrow Pf = \phi(-\beta) = 1 - 0,939 = 0,061$$

Valor similar al obtenido por la simulación MC de 0,061.

**4.10.5** - Se define la función de falla o función de estado límite:

$$G(x) = d_{lim}(x) - d_o(x) \quad (4.157)$$

Donde es:

$$d_{lim}(x) = 27 \pm 1,5 m$$

**Tabla 4.105 – Probabilidad de Falla para G(x)**

Correlación	NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
0	1.000	40	0,040	15,49
0	5.000	177	0,035	7,38
0	10.000	359	0,035	5,18
0	100.000	3552	0,035	1,65
0	1.000.000	35182	0,035	0,52

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,035 \quad (4.158)$$

## CAPITULO 4

De la ecuación 4.158, se obtiene que la **probabilidad de falla es 0,035**, es decir que la **distancia  $d_o(x)$  sea superior a  $27 \pm 1,5$  m** o escenarios simulados que hacen que  **$d_{lim}(x) \leq d_o(x)$  y por lo tanto los rodados chocarían**

### 4.10.5.1 –Verificación utilizando Índice de confiabilidad: $\beta$ :

Se puede verificar el valor obtenido de la ecuación (4.158), al ser la capacidad y la demanda variables y la función de falla lineal, aplicando  $\beta$ :

$$\beta = \frac{C - D}{\sqrt{\sigma_c^2 + \sigma_D^2}} = \frac{27 - 20,88}{\sqrt{1,5^2 + 2,94^2}} = \frac{6,12}{3,3} = 1,82 \rightarrow Pf = \Phi(-\beta) = 1 - 0,965 = 0,035$$

Valor similar al obtenido por la simulación MC de 0,035

### 4.10.6 – Conclusión Final:

Si se considera el siguiente escenario:

- dos rodados **circulando a 50 Km/h** (13,89 m/seg)
- **tiempo de reacción ( $r$ )** para accionar y hacer efectiva la maniobra de frenado de **aprox. 1,5 segundos**
- separado por una **distancia ( $d$ )** entre **24 m. a 27 m.** (con los respectivos errores de discernimiento y falta de atención de cada conductor), existe la probabilidad de falla desde **0,143 a 0,035** respectivamente que los mismos puedan chocar.

Por lo tanto, esta eventualidad implica el principio de imprecisión y se desprende la necesidad de lograr una incertidumbre más acotada de los resultados que se obtienen con los cálculos y análisis deterministas.

La posibilidad de generar informes periciales más confiables y de mayor utilidad para las autoridades encargadas de impartir justicia, como la famosa “**regla de los dos segundos**”, ya que se puede generar una regla más confiable al respecto que podría ser la diferencia entre la culpabilidad o la inocencia.-

**Quinta Parte.**

**Modelo 9:**

**4.11 - Análisis Estocástico del cálculo de la velocidad de circulación considerando los trayectos de Reacción Mecánica del freno y Trayectos con y sin huellas de Frenada.**

**4.11.1 - Caso en Estudio:**

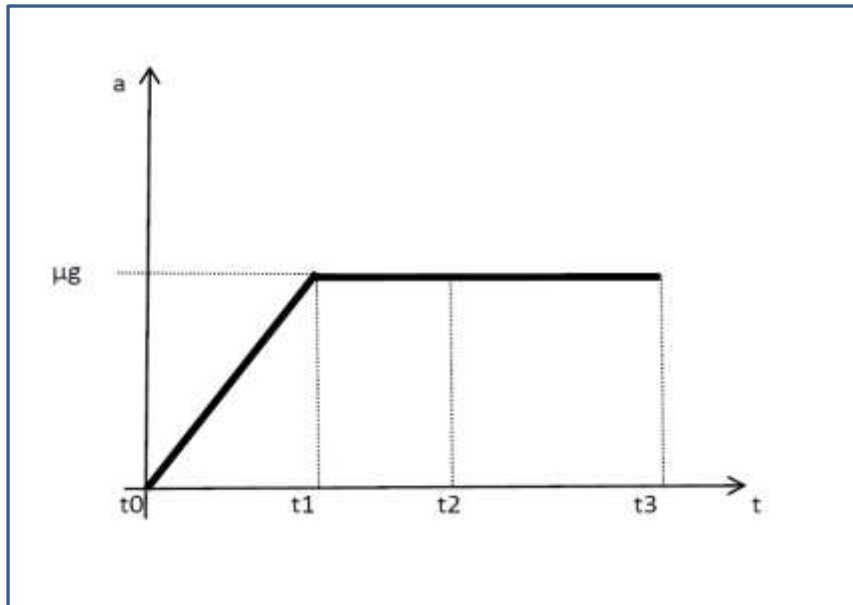
Un automóvil impacta contra un poste, sin tener deformaciones en su frente y deja huellas marcas de frenada de 9 m.

La consulta del Juez en la Litis es: circulaba el automóvil a una velocidad mayor a la precaucional de la zona de 50 Km/h?

Para hallar la velocidad de circulación ( $V_c$ ), se deben considerar los siguientes períodos:

- trayecto durante la respuesta mecánica del freno ( desaceleración media )
- trayecto sin dejar huellas visibles de frenada
- trayecto con marcas de huellas de frenada ( ruedas bloqueadas)

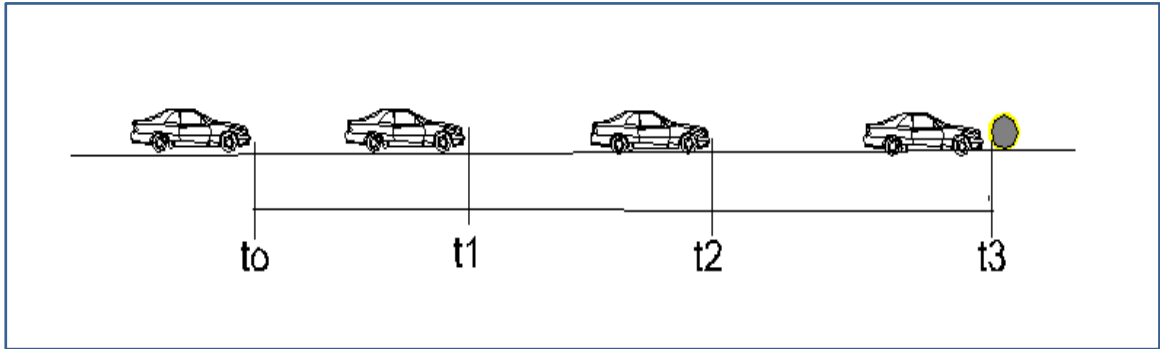
La Figura 4.28, muestra la gráfica la desaceleración vs tiempo:



**Figura 4.28 – Grafica desaceleración vs tiempo [García A. O., 2011].**

## CAPITULO 4

La Figura 4.29, indica la secuencia de tiempos y distancias:



**Figura 4.29 – Sucesión temporal del impacto**

Donde es.

$t_0$ : comienzo frenado

$t_1$ : respuesta del freno 100%

Periodo  $t_1 - t_2 - t_3$  : desaceleración constante

En la Tabla 4.106, se señala para cada período el suceso técnico que define el mismo:

<b>Tabla 4.106</b>		
<b>Periodo <math>t_0-t_1</math></b>	<b>Periodo <math>t_1-t_2</math></b>	<b>Periodo <math>t_2-t_3</math></b>
Respuesta mecánica freno	Tramo sin huellas de frenada	Distancia de huellas de frenada
03, - 0,6 seg	Variación $E_c$ 15 – 30 %	9 m

En la Tabla 4.107, se señala para cada período la fórmula determinística a utilizar de acuerdo a la energía o el suceso físico que lo caracteriza:

## CAPITULO 4

<b>Tabla 4.107</b>			
<b>Periodo</b>	<b>Fórmula Aplicada</b>	<b>Observación</b>	<b>Referencia</b>
$t_0-t_1$	$V_1 = \frac{\mu \cdot g}{2} \cdot t_{mec}$	0,3 a 0,6 seg. respuesta mecánica freno para autos	Área triangular diagrama a-t
$t_1-t_2$	$V_2 = 7 \text{ a } 14 \% V_3$	Frenado sin marcas de huellas en el piso	Estudio SAE 15 a 30 % Energía Cinética
$t_2-t_3$	$V_3 = \sqrt{2 \cdot \mu \cdot g \cdot d}$	Energía Rozamiento	huellas de frenado $d = 9 \text{ m}$

### 4.11.2 – Cálculo Determinístico:

Para calcular la velocidad de circulación ( $V_c$ ), se utilizó la ecuación (4.159) considerando la disipación de las energías cinéticas de cada tramo y la relación entre las velocidades:

$$V_c^2 = V_1^2 + V_2^2 + V_3^2 \quad (4.159)$$

Para cada trayecto se utilizó las siguientes expresiones:

$$V_1 = a \cdot t = \frac{\mu \cdot g}{2} \cdot t_{mec} \quad (4.160)$$

$$V_2 = 7 \text{ a } 14 \% \text{ de } V_3 \quad (4.161)$$

$$V_3 = \sqrt{2 \cdot \mu \cdot g \cdot d} \quad (4.162)$$

Dónde:

$g$  : 9,8 m/seg<sup>2</sup>

$\mu$  : coeficiente de rozamiento calzada- neumático seco y buenas condiciones : 0,76

$a$  : desaceleración constante :  $\mu \cdot g$

$d$  : huellas de frenadas sobre la calzada de 9 m (valor medio)

$tm$  : del tiempo de respuesta mecánica del freno: 0,45 seg ( valor medio)

## CAPITULO 4

Según estudios realizados por Reed W. y Keskin T. (SAE 890736 - 1989) se ha demostrado que desde que se empieza a accionar el freno hasta que los neumáticos se deja huellas de frenado visibles, se disipa entre el **15 al 30 %** de la energía cinética inicial.

$$\frac{\frac{1}{2}M.v_i^2}{\frac{1}{2}M.v_f^2} = 1,15 \text{ a } 1,30 \text{ o } V_i = \sqrt{1,15} \text{ a } \sqrt{1,3} V_f = 7 \% \text{ a } 14 \% V_f \quad (4.163)$$

Si se admite para el análisis determinístico, el uso de los siguientes datos:

- valor promedio de  $\mu = 0,76$  rozamiento calzada – neumático
- valor medio del tiempo de respuesta mecánica del freno de 0,45 segundos
- un incremento promedio del 10 % de la velocidad final respecto de la inicial según Reed y Keskin ( en este caso entre  $V_2$  y  $V_3$ )

Se sustituyó con los valores precedentes en las fórmulas (4.160), (4.161) y (4.162) y se obtuvo:

$$V_1 = a \cdot t = \frac{\mu \cdot g}{2} \cdot t_{mec} = 1,68 \frac{m}{seg} \quad (4.164)$$

$$V_3 = \sqrt{2 \cdot \mu \cdot g \cdot d} = 11,58 \frac{m}{seg} \quad (4.165)$$

$$V_2 = V_3 \times 0,10 \frac{m}{seg} \quad (4.166)$$

En resumen la velocidad estimada por el cálculo determinista sería:

$$V_c = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + V_3^2} = \sqrt{\left(\frac{\mu \cdot g}{2} \cdot t_{mec}\right)^2 + (2 \cdot \mu \cdot g \cdot d) \cdot 1,1} = 12,26 \frac{m}{seg} = 44,13 \frac{Km}{h} \quad (4.167)$$

**Conclusión:** La respuesta al Juez en la Causa, según resultado de la ecuación (4.167) sería el rodado **nunca supero el valor de 50 Km/h.**

## CAPITULO 4

### 4.11.3 – Resolución con Modelo Estocástico:

Mediante el uso de un software de análisis de riesgos se puede llegar a obtener la velocidad de circulación  $V_c$  antes del impacto, junto a sus parámetros estadísticos, dada la incertidumbre de origen.

Se consideró los valores utilizados como variables aleatorias, teniendo en cuenta sus valores medio y sus desvíos estándar, así como el tipo de distribución estadística que asumen:

Se define la siguiente función de falla o función de estado límite:

$$G(x) = V_{lim} - V_c(x) \quad (4.168)$$

$$G(x) = V_{lim} - (\sqrt{V_1^2 + V_2^2 + V_3^2}) \quad (4.169)$$

$$G(x) = V_{lim} - \left( \sqrt{\left(\frac{\mu \cdot g}{2} \cdot t_{mec}\right)^2 + (2 \cdot \mu \cdot g \cdot d) \cdot 1,105} \right) \quad (4.170)$$

Donde es:

$V_{lim}$ : velocidad límite de 50 Km/h o 13,89m/seg

Se relaciona a un contador de falla, se observa la simulación y cuando es  $G(x) \leq 0$ , es decir cuando  $V_{lim} \leq V_c(x)$ , se suma 1 al contador de falla:

$$n = n + 1$$

Dónde:

$n$ : Contador de Fallas.

Se repite el proceso para otros valores aleatorios, un número  $NS$  de veces, y se verifica la probabilidad de falla ( $p_f$ ):

$$p_f = \frac{n}{NS} \quad (4.171)$$

Dónde:

$n$ : Es el número de veces que ocurrió ( $G(x) \leq 0$ ).

$NS$ : Es el número total de simulaciones

## CAPITULO 4

$$p_f = \frac{n [(G(X_i) \leq 0)]}{NS} \quad (4.172)$$

Siendo:

$n[(G(X_i) \leq 0)]$  : corresponde al número de simulaciones para las cuales el resultado es una falla del sistema.

Luego se analizarán cómo evolucionan los resultados en función del número de simulaciones  $NS$ , y se detiene la simulación cuando la probabilidad de falla tiende a estabilizarse.

**Tabla 4.108 – CV Adoptados**

Variable	CV
$x(1) = \mu$ Coeficiente de rozamiento	8 %
$x(2) = t_{mec}$ tiempo respuesta mecánica del freno	34 %
$x(3) = 0,10$ incremento promedio 10 % velocidad	3 %
$x(4) = d$ distancia huella de frenada	11 %

**Tabla 4.109 – Datos para el cálculo de  $G(x)$**

Variable	Distribución	$\bar{x}_i$	$\sigma_i$
$x(1) = \mu$ Coeficiente de rozamiento	normal	0,76	0,06
$x(2) = t_{mec}$ tiempo respuesta mecánica del freno	normal	0,45	0,156
$x(3) = 0,10$ incremento promedio 10 % velocidad	normal	1,105	0,035
$x(4) = d$ distancia huellas de frenada	normal	9	1

## CAPITULO 4

**Tabla 4.110 – Probabilidad de Falla para  $V_c(x)$**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	28	0,028	18,63
5.000	106	0,021	9,60
10.000	242	0,024	6,35
100.000	2183	0,022	2,11
1.000.000	22294	0,022	0,66

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla resulte:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,022 \quad (4.173)$$

La respuesta al Juez, con la utilización del modelo estocástico y la función falla:

De la ecuación 4.173, se observa que existe una **probabilidad de falla de 0,022**, es decir que la velocidad de circulación  $V_c(x)$  del rodado supere los 50 Km/h o escenarios simulados donde:  $V_{lim} \leq V_c(x)$

**4.11.4 - Simulación de Montecarlo considerando la correlación lineal ( $\rho$ ) entre el coeficiente de rozamiento  $x_1(x)$  y la distancia de frenado  $x_4(x)$ :**

**Tabla 4.111 – Probabilidad de Falla para  $V_c(x)$  : Correlación: -0,3**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	8	0,008	35,21
10.000	72	0,0072	11,74
100.000	758	0,0075	3,61
1.000.000	7525	0,0075	1,15

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla resulte:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,0075 \quad (4.174)$$

## CAPITULO 4

**Tabla 4.112 – Probabilidad de Falla para  $V_c(x)$  : Correlación: -0,5**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	3	0,003	57,64
10.000	35	0,0035	16,87
100.000	286	0,0028	5,90
1.000.000	2971	0,0029	1,83

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla resulte:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,003 \quad (4.175)$$

**Tabla 4.113 – Probabilidad de Falla para  $V_c(x)$  : Correlación: -0,7**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	0	0	-
10.000	6	0,0006	40,81
100.000	45	0,00045	14,90
1.000.000	471	0,00047	4,60

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla resulte:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,0004 \quad (4.176)$$

**Tabla 4.114 – Probabilidad de Falla para  $V_c(x)$  : Correlación: -0,9**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	0	0	-
10.000	0	0	-
100.000	0	0	-
1.000.000	5	0,000005	44,72

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla resulte:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0 \quad (4.177)$$

## CAPITULO 4

### 4.11.4.1 – Conclusión:

La respuesta al Juez, con la utilización del modelo estocástico, considerando la correlación entre el coeficiente de rozamiento  $x_1(x)$  y la distancia de frenado  $x_4(x)$ :

De las ecuaciones 4.111 a 4.114, se observa que según la modificación del coeficiente de correlación ( $\rho$ ) existe una probabilidad de falla que resulta:

- *0,0075 – para  $\rho = -0,3$*
- *0,003 – para  $\rho = -0,5$*
- *0,0004 – para  $\rho = -0,7$*
- *0 - para  $\rho = -0,9$*

Es decir situaciones donde la velocidad de circulación  $V_c(x)$  del rodado supere los 50 Km/h o escenarios simulados donde:  $V_{lim} \leq V_c(x)$ .-

### Modelo 10.

#### 4.12 - Análisis Estocástico de una huella de frenada sobre distintas superficies y distintos coeficientes de fricción. [Simón R., et al., 2018].

Es común encontrar huellas que se desarrollan sobre superficies de distinto coeficiente de fricción, en estos casos se aplica la fórmula determinística:

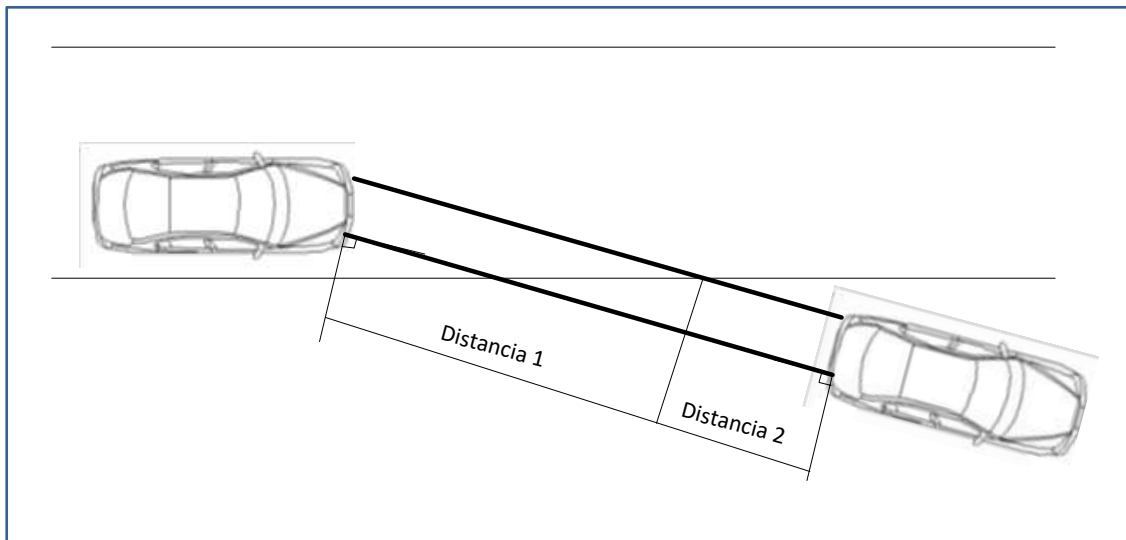
$$V_i = \sqrt{V_f^2 + 2 \cdot a \cdot d} \quad (4.178)$$

Las longitudes de las huellas sobre las distintas superficies quedan definidas por la trayectoria desde la posición final hacia atrás, en sentido contrario a la trayectoria hasta llegar al punto de inicio de la maniobra de frenado.

La velocidad inicial para cada tramo es la velocidad final obtenida para la sección siguiente, según el sentido del análisis, contrario a la trayectoria de rodado.

##### 4.12.1 - Caso planteado:

Como ejemplo se analizó la situación de la Figura 4.30:



**Figura 4.30 – Esquema del escenario a analizar**

Se observó que:

- Distancia de huellas  $d_1 = 20$  m sobre pavimento y banquina
- Distancia de huellas  $d_2 = 10$  m sobre pasto

**4.12.2 - Resolución Determinística del Problema Planteado:**

**4.12.2.1 - Tramo sobre pasto:**

$$V_{ips} = \sqrt{Vf^2 + 2 \cdot a \cdot d_2} \quad (4.179)$$

Dónde:

$$Vf = 0$$

*Desaceleración  $a = \mu \cdot g$*

*$\mu_2 = 0,40$  coeficiente de fricción para neumático - pasto*

*$g =$  aceleración de la gravedad  $9,8 \text{ m/seg}^2$*

*$d_2 = 10 \text{ m}$  longitud de huellas sobre el pasto*

Se reemplazó en la fórmula (4.188) con los valores anteriores:

$$V_{ips} = \sqrt{2 \cdot a \cdot d_2} = 8,8543 \text{ m/seg} \quad (4.180)$$

$$V_{ips} = 8,8543 \text{ m/seg} \quad (4.181)$$

Esta velocidad inicial  $V_{ips}$ , es la velocidad final de la ecuación determinística del tramo siguiente de  $d_1 = 20 \text{ m}$  sobre el pavimento:

**4.12.2.2 - Tramo sobre pavimento:**

$$V_{ipa} = \sqrt{Vf^2 + 2 \cdot a \cdot d_1} \quad (4.182)$$

Dónde:

$$Vf = V_{ips} = 8,8543 \text{ m/seg}$$

*Desaceleración  $a = \mu \cdot g$*

*$\mu_1 = 0,76$  : coeficiente de fricción para neumático - calzada*

*$g =$  aceleración de la gravedad  $9,8 \text{ m/seg}^2$*

*$d_1 = 20 \text{ m}$  longitud de huellas sobre el pavimento*

## CAPITULO 4

Se reemplazó en la fórmula (4.182) con los valores precedentes:

$$V_{ipa} = \sqrt{V_{ips}^2 + 2 \cdot a \cdot d_1} \quad (4.183)$$

$$V_{ipa} = 19,399 \text{ m/seg} = 69,84 \text{ Km/h} \quad (4.184)$$

Entonces a igualdad de longitud de huellas sobre las diferentes superficies, la velocidad inicial será mayor para la superficie que brinda mayor coeficiente de fricción.

Además, no se puede tomar ninguna decisión respecto a posibles interrogantes respecto a si el vehículo circulando a distintas velocidades, pueda desarrollar huellas de frenada en las distintas superficies en sentido contrario a la trayectoria hasta llegar al punto de inicio de la maniobra de frenado.

Si la velocidad precautoria del sitio del siniestro hubiera sido **70 Km/h o 75 Km/h**, entonces el rodado según el resultado de la ecuación (4.184) **nunca hubiera excedido el límite de velocidad.**

### 4.12.3 - Resolución Estocástica del Problema Planteado:

Dentro de las posibilidades que se puede plantear con esta nueva técnica de análisis, surge el estudio estocástico.

Donde las variables aleatorias  $(\mu_2, d_2)$  tramos sobre el pasto y las variables  $(\mu_1, d_1)$  tramo sobre pavimento, se tipifican como una probabilidad de distribución normal con su correspondiente valor medio  $(\mu)$  y desvió estándar  $(\sigma)$ .

Se define la siguiente función de falla o función de estado límite:

$$G(x) = V_{lim} - V_{ipa}(x) \quad (4.185)$$

$$G(x) = V_{lim} - \left( \sqrt{V_{ips}^2 + 2 \cdot a \cdot d_1} \right) \quad (4.186)$$

$$G(x) = V_{lim} - \left( \sqrt{(2 \cdot g \cdot \mu_2 \cdot d_2)^2 + (2 \cdot g \cdot \mu_1 \cdot d_1)} \right) \quad (4.187)$$

## CAPITULO 4

Donde es:

$V_{lim}$ : velocidad límite de 65 Km/h

$V_{lim}$ : velocidad límite de 70 Km/h

$V_{lim}$ : velocidad límite de 75 Km/h

Se relaciona a un contador de falla, se observa la simulación y cuando es  $G(x) \leq 0$ , es decir cuando  $V_{lim} \leq V_{ipa}(x)$ , se suma 1 al contador de falla:

$$n = n + 1$$

Dónde:

$n$ : Contador de Fallas.

Se repite el proceso para otros valores aleatorios, un número  $NS$  de veces, y se verifica la probabilidad de falla ( $p_f$ ):

$$p_f = \frac{n}{NS} \quad (4.188)$$

Dónde:

$n$ : Es el número de veces que ocurrió ( $G(x) \leq 0$ ).

$NS$ : Es el número total de simulaciones

$$p_f = \frac{n [G(X_i) \leq 0]}{NS} \quad (4.189)$$

Siendo:

$n[G(X_i) \leq 0]$  : corresponde al número de simulaciones para las cuales el resultado es una falla del sistema.

Luego se analizarán cómo evolucionan los resultados en función del número de simulaciones  $NS$ , y se detiene la simulación cuando la probabilidad de falla tiende a estabilizarse.

## CAPITULO 4

**Tabla 4.115 – CV Adoptados**

Variable	CV
$x(1) = \mu_1$ Coeficiente de rozamiento sobre pavimento	8 %
$x(2) = \mu_2$ Coeficiente de rozamiento sobre pasto	12,5 %
$x(3) = d_1$ Huellas de frenada sobre pavimento	10 %
$x(4) = d_2$ Huellas de frenada sobre pasto	10 %

**Tabla 4.116 – Datos para el cálculo de  $G(x)$**

Variable	Distribución	$\bar{x}_i$	$\sigma_i$
$x(1) = \mu_1$ Coeficiente de rozamiento sobre pavimento	normal	0,76	0,06
$x(2) = \mu_2$ Coeficiente de rozamiento sobre pasto	normal	0,4	0,05
$x(3) = d_1$ Huellas de frenada sobre pavimento	normal	20	2
$x(4) = d_2$ Huellas de frenada sobre pasto	normal	10	1

**Para  $V_{lim}$ : velocidad límite de 65 Km/h**

**Tabla 4.117 – Probabilidad de Falla para  $V_{ipa}(x)$**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	890	0,89	1,11
10.000	8971	0,89	0,39
100.000	89768	0,89	0,11
1.000.000	898185	0,89	0,03

## CAPITULO 4

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla resulte:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,89 \quad (4.190)$$

Para  $V_{lim}$ : velocidad límite de 70 Km/h

**Tabla 4.118 – Probabilidad de Falla para  $V_{ipa}(x)$**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	489	0,48	3,23
10.000	4838	0,48	1,03
100.000	47366	0,47	0,33
1.000.000	474015	0,47	0,10

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla resulte:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,47 \quad (4.191)$$

Para  $V_{lim}$ : velocidad límite de 75 Km/h

**Tabla 4.119 – Probabilidad de Falla para  $V_{ipa}(x)$**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	85	0,085	10,37
10.000	790	0,079	3,41
100.000	7942	0,079	1,07
1.000.000	78867	0,079	0,34

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla resulte:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,079 \quad (4.192)$$

**4.12.4 - Considerando el coeficiente de correlación entre las variables  $\rho_{13}$  y  $\rho_{24}$ , se calculará la probabilidad de falla para las distintas  $V_{lim}$ :**

- $x(1) = \mu_1$  - Coeficiente rozamiento sobre pavimento y  $x(3) = d_1$  Huellas de frenada sobre pavimento

## CAPITULO 4

- $x(2) = \mu_2$  - Coeficiente rozamiento sobre pasto y  $x(4) = d_2$  Huellas de frenada sobre pasto

Para  $V_{lim}$ : velocidad límite de 65 Km/h

**Tabla 4.120 – Probabilidad de Falla para  $V_{ipa}(x)$  para  $\rho_{13}$ : - 0,3 y  $\rho_{24}$ : - 0,3**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	927	0,927	0,88
10.000	9376	0,937	0,26
100.000	93399	0,933	0,084
1.000.000	934769	0,934	0,026

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla resulte:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,934 \quad (4.193)$$

Para  $V_{lim}$ : velocidad límite de 65 Km/h

**Tabla 4.121 – Probabilidad de Falla para  $V_{ipa}(x)$  para  $\rho_{13}$ : - 0,9 y  $\rho_{24}$ : - 0,9**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	999	0,99	0,10
10.000	9995	0,99	0,022
100.000	99972	0,99	0,0053
1.000.000	999587	0,99	0,0020

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla resulte:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,99 \quad (4.194)$$

## CAPITULO 4

Para  $V_{lim}$ : velocidad límite de 70 Km/h

**Tabla 4.122 – Probabilidad de Falla para  $V_{ipa}(x)$  para  $\rho_{13}$ : - 0,3 y  $\rho_{24}$ : - 0,3**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	453	0,453	3,47
10.000	4537	0,453	1,09
100.000	45671	0,456	0,35
1.000.000	458825	0,458	0,10

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla resulte:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,45 \quad (4.195)$$

Para  $V_{lim}$ : velocidad límite de 70 Km/h

**Tabla 4.123 – Probabilidad de Falla para  $V_{ipa}(x)$  para  $\rho_{13}$ : - 0,9 y  $\rho_{24}$ : - 0,9**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	390	0,39	3,95
10.000	3781	0,37	1,28
100.000	37826	0,37	0,40
1.000.000	375582	0,37	0,13

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla resulte:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,37 \quad (4.196)$$

Para  $V_{lim}$ : velocidad límite de 75 Km/h

**Tabla 4.124 – Probabilidad de Falla para  $V_{ipa}(x)$  para  $\rho_{13}$ : - 0,3 y  $\rho_{24}$ : - 0,3**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	32	0,032	17,39
10.000	408	0,040	4,84
100.000	4229	0,042	1,50
1.000.000	41991	0,042	0,47

## CAPITULO 4

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla resulte:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0,042 \quad (4.197)$$

Para  $V_{lim}$ : velocidad límite de 75 Km/h

**Tabla 4.125 – Probabilidad de Falla para  $V_{ipa}(x)$  para  $\rho_{13}$ : - 0,9 y  $\rho_{24}$ : - 0,9**

NS: Número de Simulaciones	$n [(G(X_i) \leq 0)]$	$p_f$	COV %
1.000	0	0	-
10.000	0	0	-
100.000	2	0,00002	22,36
1.000.000	42	0,000042	15,34

De la simulación Monte Carlo, se obtiene que la probabilidad de falla resulte:

$$p_f = \frac{n(G \leq 0)}{NS} = 0 \quad (4.198)$$

### 4.12.5 – Síntesis:

**Tabla 4.126 – Resumen  $p_f$  para Velocidad  $V_{ipa}(x)$**

NS	<i>Probabilidad de Falla (<math>p_f</math>) para Velocidad <math>V_{ipa}(x)</math></i>								
	<i>Vlim: 65 Km/h</i>			<i>Vlim: 70 Km/h</i>			<i>Vlim: 75 Km/h</i>		
	$\rho: 0$	$\rho: -0,3$	$\rho: -0,9$	$\rho: 0$	$\rho: -0,3$	$\rho: -0,9$	$\rho: 0$	$\rho: -0,3$	$\rho: -0,9$
<b>1.000</b>	0,89	0,927	0,99	0,48	0,453	0,39	0,085	0,032	0
<b>10.000</b>	0,89	0,937	0,99	0,48	0,453	0,37	0,079	0,040	0
<b>100.000</b>	0,89	0,933	0,99	0,47	0,456	0,37	0,079	0,042	0
<b>1.000.000</b>	0,89	0,934	0,99	0,47	0,458	0,37	0,079	0,042	0

### 4.12.6 – Conclusiones Modelo 10:

#### 4.12.6.1 – Variación de la $p_f$ según coeficiente de correlación y velocidad límite:

- **Para la Velocidad Limite 65 Km/h:** Cuanto mayor sea el coeficiente de correlación ( $\rho$ ) entre las variables mayor será la  $p_f$ . Esto se debe a que a medida que se va reduciendo la desviación típica con el aumento de  $\rho$ , hace que disminuya la dispersión de la variable  $V_{ipa}(x)$  y por lo tanto aumenta la tendencia que se presenten escenarios o situaciones donde  $V_{lim} \leq V_{ipa}(x)$ .
- **Para la Velocidad Limite 70 Km/h:** Cuanto mayor sea el coeficiente de correlación ( $\rho$ ) menor será la  $p_f$ . Esto se debe a que a medida que va disminuyendo desviación típica con el aumento de  $\rho$ , hace que reduzca la dispersión de la variable  $V_{ipa}(x)$  por lo tanto aumenta la tendencia que se presenten escenarios o situaciones donde  $V_{lim} > V_{ipa}(x)$ .
- **Para la Velocidad Limite 75 Km/h:** Cuanto mayor sea el coeficiente de correlación ( $\rho$ ) menor será la  $p_f$ . Esto se debe a que a medida que va disminuyendo desviación típica con el aumento de  $\rho$ , hace que reduzca la dispersión de la variable  $V_{ipa}(x)$  por lo tanto aumenta la tendencia que se presenten escenarios o situaciones donde  $V_{lim} > V_{ipa}(x)$ .

#### 4.12.6.2 – Según variación del COV de la $p_f$ :

Cuando el coeficiente de variación (COV) de la probabilidad de falla ( $p_f$ ) es menor al 3 %, se tiene una muy aceptable confianza en el resultado numérico de la simulación de Monte Carlo, indicando que el tamaño de la muestra es adecuado.

#### 4.12.6.3 – Comparación de Resultado:

Por lo tanto, de acuerdo a las preguntas planteadas por el Juez, con el uso del modelo estocástico, la función de falla y del análisis se deduce que:

## CAPITULO 4

- **Resultado determinístico:** Si la velocidad precautoria del sitio del siniestro hubiera sido *70 Km/h o 75 Km/h*, entonces el rodado *nunca hubiera excedido el límite de velocidad*.
- **Resultado aplicando la teoría de la probabilidad:** La probabilidad de falla resulta:
  - 0,89 a 0,99 ( Vlim : 65 Km/h – Correlación: 0 a -0,9)
  - 0,37 a 0,47 ( Vlim : 70 Km/h – Correlación: 0 a -0,9)
  - 0 a 0,079 ( Vlim : 75 Km/h – Correlación: 0 a -0,9)

## CAPITULO 4

### 4.13 – Discusión de los Resultados:

#### 4.13.1 – Sobre el Modelo Determinístico:

Como se puede observar en la aplicación de los modelos deterministas en la resolución de accidentes viales, a pesar de establecer el rango de la velocidad de circulación del vehículo interviniente, en algunos modelos estudiados, no se pudo comparar con la velocidad precautoria o límite del lugar del evento.

En otras ocasiones, el resultado determinístico, exime de responsabilidad al conductor o queda indeterminada su velocidad de circulación.

En el modelo matemático las mismas entradas o condiciones iniciales producen invariablemente las mismas salidas o resultados, no contemplándose la existencia de azar ni la incertidumbre en el proceso.

Los modelos determinísticos supone que los datos se conocen, es decir, se admite que cuando el modelo sea analizado se tiene disponible toda la información cierta y necesaria para tomar decisiones.

En las ecuaciones matemáticas utilizadas en la resolución tienen incertidumbre no permitiendo la toma de decisiones, sólo brindan valores absolutos y no se indica el error obtenido.

La inclusión de mayor complejidad en las relaciones con una cantidad mayor de variables y elementos imprecisos al modelo determinista no hará posible que éste se aproxime a un modelo probabilístico ni de enfoque estocástico.

#### 4.13.2 – Sobre el Modelo Estocástico:

Hay dos componentes que explican la incapacidad para predecir en forma precisa un evento:

- Riesgo: es el efecto aleatorio del sistema bajo análisis.
- Incertidumbre: es el nivel de ignorancia acerca de los parámetros que caracterizan el sistema bajo análisis.

La *Variabilidad Total* es la combinación de riesgo e incertidumbre. Tanto el riesgo como la incertidumbre se describen mediante distribuciones de probabilidad.

## CAPITULO 4

*Por lo tanto, una distribución de probabilidad puede reflejar en parte el carácter estocástico del sistema analizado y en parte la incertidumbre del comportamiento de las variables.*

Con el uso de los Modelos Estocásticos se permite siempre, a pesar de la alta incertidumbre de origen, establecer un rango de probabilidad de ocurrencia del siniestro, tomar decisiones según cada caso planteado y cuantificar la incertidumbre con el tipo de distribución y sus parámetros.

Aporta así una herramienta muy útil para el decisor que entrelazados con los demás elementos probatorios (declaraciones de testigos, fotografías, informe policial, etc.) se pueda tomar decisiones con mayor claridad a la hora de establecer el grado de responsabilidad de los intervinientes en una Litis.

En la Tabla 4.127, se realiza Checklist / Hoja de Verificación del Modelo Estocástico propuesto en forma conceptual, se lo utiliza para la revisión de la investigación realizada y constatar la teoría empleada:

**Tabla 4.127 – Checklist de revisión conceptual**

<b>Hoja de Verificación del Modelo Estocástico</b>	<b>SI</b>	<b>NO</b>
Había incertidumbre de origen	X	
Se cuantifica la incertidumbre	X	
Se estableció rango de ocurrencia	X	
Se efectuó análisis de sensibilidad	X	
Se disminuyó del grado de irresolución	X	
Se aplicó coeficiente de variación	X	
Se empleó coeficiente de correlación	X	
Se pudo tomar decisiones	X	

En la Tabla 4.128, se realiza la realiza Checklist / Hoja de Verificación del Modelo Estocástico propuesto en forma metodología:

## CAPITULO 4

**Tabla 4.128** – Checklist de revisión metodológico

Hoja de Revisión del Modelo Estocástico	SI	NO
Se logra los objetivos de la investigación	X	
Se acepta la hipótesis	X	
El análisis de enfoque cuantitativo confirma resultados	X	
No hay diferencias entre la teoría y el contexto	X	
Se justifica la utilización del razonamiento estocástico	X	
Se logra demostrar el beneficio de la nueva técnica de análisis	X	
Se deja un nueva base para futuras investigaciones	X	
Se plasma nuevas prácticas de reconstrucciones de accidentes viales	X	

### 4.13.3 - Resumen Preliminar:

1 - Al usar modelos probabilísticos se puede reducir significativamente la incertidumbre, se pudo cuantificar el grado de incertidumbre de origen, permitiendo tomar decisiones con mayor nivel de certitud dentro del rango de ocurrencia estimado.

2 - Además, el modelo permite variar la Capacidad C, conservar o modificar la Demanda D entre diferentes valores y así verificar la probabilidad de ocurrencia en distintos escenarios siniestrales.

3 - Cuando el rango de la probabilidad pericial se transforma en evidencia, sirve de apoyo a la resolución del Juez, en ese sentido la certidumbre y la probabilidad resultan comparables. Esto redundará en la posibilidad de generar informes periciales más confiables y de mayor utilidad para las autoridades encargadas de impartir justicia que podría ser la diferencia *entre la culpabilidad o la inocencia*.

### 4.13.4 - Lo que el análisis estocástico puede y no puede:

En los últimos años, las técnicas de análisis cuantitativas se han ganado la confianza a la hora de tomar decisiones. Desafortunadamente, muchos han creído que estas técnicas son misteriosas *bolas de cristal*.

## CAPITULO 4

Ninguna técnica de análisis, incluyendo las que se utilizaron es esta tesis puede hacer eso.

Estas técnicas no son más que herramientas que sirven de ayuda para tomar decisiones y sacar ciertas conclusiones. Y como cualquier herramienta, pueden ser utilizadas positivamente por manos expertas, o pueden hacer estragos en manos inexpertas.

En el contexto del análisis estocástico, estas herramientas de análisis cuantitativo nunca deben sustituir al juicio o experiencia personal. Las distribuciones de probabilidad permiten la especificación de casi cualquier tipo de incertidumbre.

El uso de las estimaciones de las variables de un modelo se hace necesario porque los valores que realmente se obtendrán no se conocen con certeza.

Se debería saber que ningún análisis estocástico puede garantizar que la decisión que se tome, aunque se la tome minuciosamente y siguiendo su criterio personal, resulte ser la mejor cuando se hace un análisis retrospectivo.

Los análisis retrospectivos siempre se hacen con la información perfecta, algo de lo que nunca se dispone cuando se ha de tomar la decisión en Ingeniería Forense, mucho menos en la Reconstrucción de Accidentes viales, dada las incertidumbres planteadas en el desarrollo de esta Tesis.

Lo que sí se correspondería garantizar es que se deberá seleccionar la mejor estrategia posible para resolver el hecho accidental, dado la información disponible en el momento de la decisión.-

## CAPITULO 5

### CAPITULO 5: Conclusiones

De acuerdo a los objetivos planteados, la nueva metodología de trabajo permite aplicar el análisis probabilístico para caracterizar las variables intervinientes en la reconstrucción de siniestros viales.

Al caracterizar la variable aleatoria y asignarle una distribución de probabilidad constituye una importante herramienta para la toma de decisiones.

En el Capítulo 2 se demuestra la gran variabilidad y dispersión de datos que se utilizan en la reconstrucción de eventos y la falta de datos precisos incluso para los parámetros fundamentales como por ejemplo: tiempo de reacción del conductor, coeficientes de rozamiento, huellas de frenadas, etc.

En el Capítulo 3 se establece la metodología de trabajo seleccionada para el estudio de cada una de las situaciones planteadas en el Capítulo 4.

El Capítulo 4, permitió con el uso de la función de estado límite, la probabilidad de falla y la intervención de los coeficientes de correlación y coeficiente de dispersión de las variables, poder comparar y analizar los resultados obtenidos en forma determinística y los resultados conseguidos aplicando la teoría de la probabilidad.

Se complementa esta tesis con las diez aplicaciones de los modelos desarrollados y casos de estudio, aportando una nueva metodología de análisis que contribuya para el ámbito forense una guía de estudio.

Además fue factible cuantificar la incertidumbre de origen que presentaron los modelos determinísticos.

Con el cumplimiento de los objetivos de la tesis, ofrece sustento a la resolución del sentenciador o juez que sea relevante la necesidad de la evaluación probabilística de los siniestros viales.

*El cambio de paradigma en la Ingeniería Forense es necesario, ya que de seguir con los modelos tradicionales, en los escenarios donde existe incertidumbre, como se ha demostrado en el desarrollo de la tesis, se seguirán cometiendo iniquidades y la pérdida de calidad pericial.*

*El cambio conceptual de paradigma y el uso de los modelos probabilístico para abordar los peritajes de siniestros viales es significativo.*

Los conceptos probabilísticos deberían incrementarse y mejorar las habilidades estadísticas que permitan recolectar, analizar e interpretar los rastros e indicios y posteriormente la formación de evidencia para solucionar una diversidad de problemas,

## **CAPITULO 5**

agregar soporte técnico a las decisiones y conclusiones con menor nivel de incertidumbre.

Queda para futuros estudios, determinar nuevas modelizaciones de ecuaciones determinísticas utilizadas para la resolución de accidentes de tránsito, esperando que la Tesis sirva de punto de partida para que los peritos tomen decisiones más confiables y poder así cuantificar la incertidumbre a través de la utilización del análisis probabilístico.-

## REFERENCIAS

### Referencias Bibliográficas:

- AASHTO (1971, 1973 y 1975) - American Association of State Highway and Transportation Officials de EEUU.
- Azarang Mahammad, Garcia Dunna Eduardo (2017) - Simulación y análisis de modelos estocásticos – Editorial Mc. Graw Hill. México.
- Avalle Massimiliano, Giovanni Belingardi y Andrea, Ibba (2007) - Politecnico di Torino – Italy – Kambiz Kayvantash - Franck Delcroix y Altair Development – France- Paper Number 07- 0335 - Stochastic Crash Analysis of vehicle models for Sensitivity Analysis and Optimization.
- Ball Jeffrey, Danaher David, Ziernicki Richard (2007) - Consideraciones para la aplicación e interpretación de los análisis de Simulación de Monte Carlo en reconstrucción de accidentes - SAE Paper 2007-01-0741.
- Bartlett, Wade, Wright William, Masory Oren, Brach Raymond, Al Baxter, Schmidt Bruno, Navin Frank, Stanard Terry (2002) - Evaluación de la incertidumbre en diversas tareas de medición común para la reconstrucción del accidente - SAE Paper 2002-01-0546.
- Bartlett, Wade D. (2003 - 2007) - La realización de análisis de Monte Carlo con programas de hoja de cálculo - SAE Paper 2003-01-0487.
- Bartlett, Wade y D. Albert Fonda (2003) - La incertidumbre en la evaluación de la reconstrucción del accidente con diferencias finitas - SAE Paper 2003-01-0489.
- Bartlett, Wade, Albert Baxter, Ed Livesay, Bruno Schmidt, Terry Stanard, William Wright. (2006) - Factores Rozamiento en seco - Las vías de acceso. SAE. Paper 2006-01-1398.
- Beltrán Lobo, Oscar Armando, Troncoso Pino, Francisco Javier (2010), Análisis de Confiabilidad de la Metodología NSR-98 para Columnas Uniaxiales y Vigas Estructurales - Universidad de Sucre - Facultad de Ingeniería - Departamento de Ingeniería Civil – Sincelejo.

## REFERENCIAS

- Berardo, Maria Graciela (2004) – Accidentes de Tránsito – Análisis pericial científico – mecánico - Editorial Mediterránea – 2da Edición - Páginas 173 a 181.
- Bersano C., Simon R., Medina M. (2019) - Modelo para estimación del coeficiente de restitución en colisiones vehiculares - Laboratorio de Ingeniería Mecánica Forense. Escuela de Posgrado y Educación Continua - Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura – UNR - XIII Jornada de Ciencia y Tecnología – Octubre 2019 - Rosario.
- Blanco A. O. , Enciso G. A. (2004) - Simulaciones numéricas en modelos de colisión - Encuentros de investigación de accidentes de tránsito – Paraná – Argentina.
- Brach, Raymond M. (1994) - La incertidumbre en los cálculos de reconstrucción de accidentes - SAE Paper 940722.
- Brach, R. M. , Donald F. Rudny, David W. Sallmann (1998) - Comparación de las metodologías de prueba de fricción de neumáticos utilizados en la reconstrucción de accidente - Sociedad de Ingenieros Automotrices. SAE Paper 980367.
- Bolívar A. – Bolívar S. – López D. (2006) – Modelos físicos aplicados al análisis de accidentes de tránsito – Publicado en la Revista Colombiana de Física, Volumen 38, n°. 4.
- Carballo, Hugo A. (2002) - Pericias técnico – mecánicas - Ediciones La Rocca – Páginas 125 y siguientes.
- Christian P. Robert y George Casella (2004) - Monte Carlo Métodos Estadísticos - 2<sup>a</sup> edición, Springer Verlag Publishers - ISBN-10: 0387212396, ISBN-13: 9780387212395.
- Chin-Hsu Lin, Ruth Gao, Yi-Pen Cheng (2011) - General Motors, USA - Paper ID 307 - A stochastic approach for the simulation of an integrated vehicle and occupant model.
- Delanne, Y., G. Schaefer, D. Lechner, V. Schmitt, G. Beurier ( 2001) - La dinámica del vehículo y modelos de rendimiento de fricción de los neumáticos de carretera - 2do. Coloquio Internacional sobre Interacción vehículo - carretera. Florencia Italia. Febrero.

## REFERENCIAS

- Duchene M . y Charlotheaux M . (1979) – Libro : Frenos – Serie técnica del Automóvil - Editado por Marcombo, S.A .
- Enciso G.A. - Imbeth Luna A. L. - Zuluaga Quintero J.J. (2011) - Error en el cálculo de la energía por deformación residual– Publicado en revista colombiana de física, vol. 43, n° 3.
- Enciso Gustavo A. (2002) - Institute of Sciences Criminallistics and Criminology – University National of the Northeast - Custidiano Ernesto - Faculty of Exact, Natural Sciences and Surveying – University National of the Northeast - SAE Paper - 2002-01-2230 - Propagación del error en la estimación de la velocidad de circulación.
- Echaveguren, T. (2001) - Análisis empírico del criterio de distribución de peralte para el diseño de alineamientos horizontales - Memorias del Primer Congreso de Ingeniería Vial: La Importancia de los Estudios de Preinversión en el Diseño Vial. (DIVIAL)
- Fishman, George (2003) - Monte Carlo Conceptos, algoritmos y aplicaciones – 1ra. Edición Springer Verlag, ISBN: 978-0-387-94527-9.
- Fonda, Albert G. (2004) - Los efectos de la incertidumbre de la medición en la reconstrucción de colisiones vehiculares diferentes - SAE Paper 2004-01-1220.
- Francis A., Espiner R., Edwars A.M. (2000) – Guidelines for the use of structural reliability and risk . Technology United Kingdom.
- González Costa, Zacarías (2016) – Universidad Da Coruña – UDC - Escuela Universitaria de Arquitectura Técnica - Departamento de Tecnología de la Construcción – Galicia - España
- Gallardo Ortiz , Miguel Ángel ( 2010) - Texto transcripto del trabajo: Una teoría (muy) general para la reconstrucción pericial de siniestros – Accidentología - Publicado en la Revista Española del Daño Corporal N° 7.
- García Aníbal O. (2011, 2016) - Reconstrucción e investigación de accidentes de tránsito - Editorial Nueva Librería.

## REFERENCIAS

- García Aníbal O. (2003) - Con la colaboración de los Ings. Daniel Bertoldi , Rubén Debenedetti y Daniel Ivaldi GIP- Buenso Aires - Grupo de Investigación Pericial de Buenos Aires.
- García G. L. Joanna - Rivera J. H. (2009) - Formulación matemática de algunos modelos físicos utilizados en la reconstrucción de un evento de tránsito y las consideraciones para su implementación. - Scientia Et Técnica año xv, n° 43 - Universidad Tecnológica de Pereira.
- García Aníbal O. - José Pablo Cebreiro (2003) - UBA - Modelo Dinámico de la colisión - Laboratorio de control de accionamientos, tracción y potencia – Congreso Iberoamericano de Accidentología Vial – Octubre - Avellaneda (Argentina).
- Garber, N. J. – Wu, Lei (2001) - Reporter de Investigation n° Uvacts-15-5-54 - Stochastic models relating crash probabilities with geometric and corresponding traffic characteristic.
- Gil S. y Rodriguez E. (2001) - Teoría de errores – Incerteza de la medición – Física Recreativa Prentice Hall, Buenos Aires.
- Goudie, DW, J.J. Bowler, Cabrown, B. E. Heinrichs (2000) - La fricción del neumático durante el boqueo de la rueda - SAE Paper 2000-01-1314.
- Hassan J. , Marlon F. y Ke Ding – Riha D. S. ( 2003) - Document n° 04m -105 Chrysler group - Stochastic approach for vehicle crash models southwest research Institute – Daimler Chrysler Corporation - copyright SAE International.
- Howard Richard P.- Bomar John and Bare Cleve (1993) - Vehicle Restitution Response in Low Velocity Collisions- Paper SAE 931842.
- Hernández J. (2005) - Los Accidentes de Tráfico - México, Página 204 y siguientes.
- Huerta Palau, M. Pedro (2015) – 2da. Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística y Probabilidad - Universidad de Valencia – Abril.
- Ingrid Marisol Flores Estrada (2008) - Asesorado por el Lic. Amahán Sánchez Álvarez Guatemala - Determinación de la responsabilidad en un accidente automovilístico, por medio de principios físico - Universidad de San Carlos de Guatemala. Noviembre.

## REFERENCIAS

- JCGM (2008) - Guía para la Expresión de la Incertidumbre de Medida – Edición Digital 1 - Primera edición Septiembre 2008 - Centro Español de Metrología - Nipo Edición Digital 1: 706-10- 001- 0.
- Koppa , Rodger J. (1983) - Manual Factores Humanos - Profesor Asociado - Texas A&M Universidad College Station - TX 77843. Estudio de Hooper y McGee.
- Kost, Garrison, y Stephen M. Werne (1994) - La utilización de técnicas de simulación de Monte Carlo en la reconstrucción del accidente - SAE Paper 940719.
- Layton, Robert and Dixon, José (2012) - Stopping Sight Distance - Discussion Paper - Departamento de Transporte de Oregón - Salem, OR.
- Laurel Richl (2005) - Universidad de British Columbia Tarek Sayed, Documento preparado para la presentación en la Gestión de Riesgos en Diseño Geométrico - Sesión de la Conferencia Anual - Canadá Calgary, Alberta.
- Lerner y Asociados (2000) - Referidas al trabajo de T. Neuman de 1989 - Nueva aproximación al Diseño para la Visión de Distancias de Detención.
- Marko Thiele, Martin Liebscher, Wolfgang Graf - Dynamore (2005) - Fuzzy analysis as alternative to stochastic methods – A comparison by means of a crash analysis . Actas de la cuarta alemán Is-dyna Forum , Editado por Dynamore - Dynamore, Bamberg, pág. di-45 - di-63 - Gmbh, Stuttgart, tu Dresden, Germany.
- Maroto, Alicia, Ricard Boqué, Jordi Riu, F. Xavier Rius (2001) - Estrategias para el cálculo de la incertidumbre - Departamento de química analítica y química orgánica instituto de estudios avanzados Universitat Rovira I Virgili - Pl. Imperial Tàrraco, 1. 43005- Tarragona.
- Martínez Gómez, Mónica Marí Benlloch, Manue (2008) - Utilización Práctica del Teorema Central del Límite - Universidad de Valencia.
- Martínez H.M., Landínez D.A (2006) - Determinación de la velocidad de colisión de un vehículo a un peatón a partir de la distancia de lanzamiento del peatón - Instituto Nacional de Medicina Legal y ciencias forenses. Bogotá, Colombia. - Depto. de Física, Universidad Nacional de Colombia.

## REFERENCIAS

- Martínez E N. (1994 – 2003) - Instituto Balseiro - Universidad Nacional de Cuyo - Cálculo de cotas de error en Accidentología usando técnica de Monte Carlo - ciencia energética, 25:25.
- Marczyk J., Holzner M. (2006) - Simulación estocástica para el ensayo de crash test de automóviles.
- Mecánica Forense Engineering Services (2017) - LLC - Via Ground-Mail: Mechanical Forensics Engineering Services, LLC - 179 Cross Road - Rochester NH 03867. Publication Summaries.
- Meyer, Paul L. (2016) - Probabilidad y Aplicaciones Estadísticas, Capítulo 11, Addison - Wesley Iberoamericana – Apuntes de Luna Ana Eugenia - Teoría de la Confiabilidad.
- Morales, Luis Baringo (2009) - Reparto de Cargas Probabilista con generación no Gestionable - Proyecto fin de Carrera N° 09-05-200901 - Universidad de Castilla - La Mancha - Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales - Ciudad Real
- Moser, A., H. Steffan, Spek A., Makkinga W. (2003) - La aplicación de los métodos de Monte Carlo para el análisis de la estabilidad en el software de reconstrucción de accidentes PC-CRASH - SAE Paper 2003-01-0488.
- Neus, Canal Díaz (2006) - Técnicas de Muestreo - Revista Seden. - Vol. 9. Núm. 4.
- Overgaard, R., R. Johal, M. Araszewski, A. Toor. (2001) - Las relaciones entre los valores pre-deslizamiento y la velocidad antes de la frenada - SAE Paper 2001-01-1281.
- Pagola, Marta (2012) – Tesis de Doctorado - Modelos de comportamiento de adherencia neumático calzada – FCEIA - UNR.
- Pavel Marek, Milán Gustar, Sánchez Silvia Mauricio (2000) - La Confiabilidad en el diseño Estructural – Revista Internacional de Desastres Naturales, Accidentes e Infraestructura Civil - Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental, Universidad de los Andes. Bogotá, Colombia.

## REFERENCIAS

- Pride R. , Giddings D. , Richens D. , McNally D.S. (2013) - The sensitivity of the calculation of  $\Delta V$  to vehicle and impact parameters - Accident Analysis and Prevention - Faculty of Engineering, University of Nottingham - University Park - Nottingham NG7 2RD, UK - Contents lists available at SciVerse Science Direct.
- Quaglino Marta y Pagura José (2008) - Curso de Posgrado Estadística – UNR – FCEIA.
- Reed, Ws, At Keskin. (1988) - Comparación de las características de frenado de emergencia de los vehículos de pasajeros - SAE Paper 880231.
- Richl L. , Sayed T. ( 2005) - Universidad de British Columbia - Conferencia Anual - Asociación de Transporte de Canadá - Calgary – Alberta.
- Sato, T. (1967) . T. Sato et al - Dynamic Consideration on Automobile Collision.- Citado por Russel A. SMITH and Thomas J. NOGA – Accuracy and Sensivity of CRASH -Paper SAE 821169.
- Schlaifer, Robert (1969) - Análisis de Decisiones Bajo Incertidumbre (Capítulo 13), McGraw-Hill, Biblioteca del Congreso Número de tarjeta de catálogo 69-19203.
- Schuëller, G. I. y Spanos, P. D. (ed.) (2000). Proceedings of MCS 2000 – Monte Carlo, MCS 2000, Mónaco.
- Searle John A., Searle Angela (1983) - The Trajectories of Pedestrians, Motorcycles, Motorcyclists, etc, - Following a Road Accident. SAE Paper No. 831622.
- Sørensen John Dalsgaard (2004) - Structural Reliability Theory And Risk Analysis - Institute of Building Technology and Structural Engineering - Aalborg University - Sohngaardsholmsvej 57, DK-9000 - Aalborg, Denmark Aalborg
- Stannard Baker J. ( 1990) - Investigación de Accidentes de Tránsito Manual - Publicado por la Northwestern Instituto Tráfico Universidad (ahora conocido como el NUCPS que se reproduce en esencia en la edición de 1975 escrito por Lynn Fricke)

## REFERENCIAS

- Simón Raúl , Bersano Claudio , Mattara Mario, Ponso Ricardo (2013) - Modelo estocástico para el cálculo de la velocidad a partir de las huellas de frenado aplicando la teoría de la confiabilidad - Argentina. La Plata . Revista. Artículo completo. Congreso. XI Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica: Trabajos completos/Norberto Nigro [et al.]; con colaboración de Marianela Lara. - 1ra ed. - La Plata: Universidad Nacional de la Plata.
- Simón Raúl , Bersano Claudio, Mattara Mario, Medina Mabel (2013) - Cálculo estocástico de la velocidad de proyección de una persona impactada por un vehículo - Argentina. Rosario. Revista. Artículo Completo. Jornada. VII Jornadas de ciencia y tecnología. UNR. Ciencia y tecnología: Divulgación de la producción científica /coordinado por Clara Eder López. Universidad Nacional Rosario.
- Simón R. , Bersano C., Mattara M. , Medina M , Ponso, R. (2014) - Resolución de un choque por alcance en base a la aplicación de un modelo estocástico y función falla - 4to. Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica - CAIM 2014. - IV CAIM - SBN 978-987-45571-0-0 Septiembre Editorial Universidad Nacional Nordeste Resistencia.
- Simón R., Bersano C., Mattara, M., Medina M., Ponso, R. (2014) - Cálculo estocástico de la distancia total de detención de un vehículo en función de su velocidad. Análisis de correlación de sus variables - VIII Jornadas de Ciencia y Tecnología UNR. UNR. Ciencia y Tecnología: divulgación de la producción científica de la UNR / Clara Eder López coordinado por Claudio Pairoba. – 1ra ed. – Rosario: UNR Editora. E Book ISBN 978-987-702-123-3, pág. 557 a 563.
- Simón Raúl , Bersano Claudio, Mattara Mario, Medina Mabel (2015) - Resolución Estocástica de un choque frontal aplicando la conservación de la cantidad de movimiento y la Teoría de la Confiabilidad - Argentina. Rosario. Revista. Artículo completo. Jornada. IX Jornadas de Ciencia y Tecnología. UNR. Universidad Nacional Rosario.
- Simón Raúl , Bersano Claudio , Medina Mabel (2016) - Cálculo estocástico de la velocidad de pre impacto en un siniestro sin huellas de frenado aplicando la teoría

## REFERENCIAS

de la confiabilidad - Artículo (Aprobado). Congreso - V Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica. CAIM 2016 – 5 al 7 de Octubre - Universidad Nacional de Santiago del Estero.

Simón R. , Bersano C. , Medina M. (2017) - Resolución Estocástica de la Colisión en una Intersección Aplicando la Conservación de la Cantidad de Movimiento y la Teoría de la Confiabilidad - XI Jornadas de Ciencia y Tecnología. UNR. Secretaria de Ciencia y Tecnología – UNR Argentina. Rosario. Libro: Ciencia y Tecnología : Divulgación de la producción científica y tecnológica de la UNR/ Bulacio, Lucía; Pairoba, Claudio; coordinado por Elena Orellano, Lucía Bulacio, Claudio Pairoba, Patricia Ponce de León, Jorge Molero. 1a ed. Rosario: UNR Editora. Editorial de la Universidad Nacional de Rosario, 2018. ISBN 978-987-702-304-6 pag. 724 a 730.

Simón R., Bersano C., Medina M. (2018) - Análisis Estocástico del Modelo de Distancia Prudente - XII Jornadas de Ciencia y Tecnología. UNR. Secretaria de Ciencia y Tecnología – UNR Argentina - Rosario. Libro. Ciencia y Tecnología 2018: Divulgación de la producción científica y tecnológica de la UNR/ Bulacio, Lucía; Pairoba, Claudio; coordinado por Elena Orellano, Lucía Bulacio, Claudio Pairoba, Patricia Ponce de León, Jorge Molero. 1ra. ed. Rosario: UNR Editora. Editorial de la Universidad Nacional de Rosario.

Simón R. , Medina M. , Zocchi María V. (2018) - Análisis estocástico de huella de frenada sobre distintas superficies y distintos coeficientes de fricción aplicando la teoría de la confiabilidad - Eje Temático: Siniestralidad en el Tránsito - 2º Congreso Argentino de Ingeniería Forense - Copime - Del Carmen 776, C.P. 1019, Ciudad de Buenos Aires, Argentin - Junio - E-mail: congresoingforense@copime.org.ar - Página web: www.copime.org.ar.

Teoría de la Confiabilidad (1996) - Revista de Divulgación Científica y Tecnológica de la Asociación “Ciencia Hoy”. Volumen 5, N°35.

Thiele M., Liebscher y W. Graf ( 2005) - Fuzzy analysis as alternative to stochastic methods—a comparison by means of a crash analysis - Actas de la 4ta. alemán LS-

## REFERENCIAS

- DYNA Forum - Editado por Dynamore. DYNAmore, Bamberg, páginas DI-45 - DI-63.
- Triggs Thomas J. - Harris Walter G. (1982) - Informe sobre Factores Humanos número HFR-12 - ISBN 0 86746 147 0 - Factores Humanos del Grupo - Departamento de Psicología.
- Terroba Garcia, Antonio (1999) - Artículo publicado en Marzo en la revista "Pericia" de la Asociación de Peritos de Seguros y Comisarios de Averías. Instituto Catalá de Seguridad Vial dependiente de la Generalitat de Catalunya.
- Vincent Antonetti (1988) - Ensayos con 23 tipos de vehículos diferentes, en velocidades de impacto entre vehículos con y sin amortiguadores de impacto.
- Vrouwenvelder T. (2000) – Realiability based code calibration – Zurich – Alemania.
- Wach, Wojciech, y Jan Unarski (2006) - Determinación de velocidades Automotriz Ubicación colisión mediante el método de simulación de Monte Carlo - SAE Paper 2006-01-0907.
- Wallingford, JG, W. Greenlees, S. Christoffersen (1990) - Coeficientes de fricción de neumático-carretera sobre superficies de concreto y de asfalto aplicables para la reconstrucción de accidentes - SAE Paper 900103.
- Wood, P. Denis, y O'Riordain Sean (1994) - Monte Carlo métodos de simulación aplicada a la reconstrucción del accidente y el análisis de evitación - SAE Paper 940720.
- Wood, Denis (1999) - Consideration of the Elastic Compressive Properties of Cars in Frontal Impact- Paper SAE 1999-01-0095
- Wolfgang Hugemann (2002) - Los estudios del tiempo de reacción del conductor - Publicado en Alemania.
- Yamazaki, Shunichi (1998) - El coeficiente de fricción calzada - neumáticos y de marcas dejadas por los neumático - Taller Internacional sobre Reconstrucción de Accidentes de Tránsito - Instituto Nacional de Investigación de Ciencias Policiales. Kashiwa, Chiba, Japón. Noviembre.-