Instituto Politécnico

Universidad Nacional de Rosario

Universidad Nacional de

Técnico Universitario en Óptica

Mediciones

Cód. 7001-19

Germán Blesio - Silvia Belletti
Emanuel Benatti- María Eugenia Godino
Lisandro Duri- Matías Cadierno

Dpto. de Física

Física

Masterización: RECURSOS PEDAGOGICOS

MEDICIONES

Concepto de Medición, ¿Qué es Medir?

El proceso de medición, se puede definir intuitivamente como la acción de **comparar** una característica cuantitativa de un objeto o proceso, con un patrón estándar previamente determinado, a través del uso de un **instrumento de medición** diseñado a tal fin.

Todo proceso de medición define operacionalmente una magnitud física y da como resultado el valor de dicha magnitud. El valor es un número real y representa el número de veces que la unidad está contenida en la cantidad de magnitud medida.

Así por ejemplo, la longitud de un objeto surge y se define por la comparación de éste con otro elegido arbitrariamente (patrón), cuya longitud se adoptó como unidad. El instrumento posibilita esta operación y el número medida se lee en la denominada **escala**.

En una medición intervienen **cuatro elementos**:

- Aquello que se quiere medir
- La unidad de medida
- El instrumento de medición
- El observador

Este último es quien será el encargado de aplicar la técnica adecuada para obtener los resultados requeridos.

Veamos un ejemplo. Se necesita saber cuál es el alumno más alto de una escuela y para ello se le pide a todos que se pongan en fila de mayor a menor y se elige el de mayor altura. Se ha satisfecho la necesidad de determinar el alumno de mayor altura pero no se ha medido, se ha comparado.

Otro modo de averiguarlo podría ser haciendo nudos a distancias equidistantes en un hilo y contar cuantos “nudos” se corresponden con la altura de cada uno de los alumnos. En este caso se cumplen las condiciones necesarias para tener un proceso de medición ya que está el objeto a medir (los alumnos), el instrumento de medición (el hilo con nudos), la unidad de medida (la distancia entre dos nudos del hilo) y el observador (la persona que coloca el hilo al lado de cada alumno y cuenta la cantidad de “nudos” que mide cada uno). Con esto el proceso de medición queda finalizado.

Claro que si lo que se quiere es hacer un concurso entre los alumnos más altos de varias escuelas será necesario reunirlos a todos ya que es imposible que en las demás escuelas sepan que es eso de la distancia en “nudos”. Por este motivo, y para facilitar la transmisión de la información es que se emplean en estos procesos instrumentos con unidades de medida consensuadas como el metro.

Unidades

Como ya se dijo, una medición es el resultado de una operación de observación mediante la cual se compara una magnitud con un patrón de referencia arbitrario.

Desde la antigüedad, se evidenció la necesidad de unificar criterios para realizar mediciones. A través de los años se realizaron muchos intentos para que la comunidad internacional adoptara un único sistema de unidades que pudiera ser utilizado en todos los campos de la ciencia y la tecnología, en las relaciones comerciales, en la producción, los servicios, la investigación.

El sistema que utilizamos actualmente tiene su origen en la Revolución Francesa, donde la Asamblea Nacional propone unificar el sistema de unidades a todo lo largo del país por, entre otros motivos, los abusos que ejercían los nobles al redefinir las unidades a sus plebeyos (y por consecuencia los impuestos a pagar!). Luego de una década de debates, en 1801 se establece el Sistema Métrico Decimal, el cual definió al metro y al kilogramo como unidades de referencia, y los definieron en base a una varilla de un metro de longitud, y un cilindro de un kilogramo de masa, que hicieron de patrón. Varios países lo adoptaron luego, y con la expansión de la Francia napoleónica el sistema fue ganando terreno en Europa. Luego de idas y vueltas, y con un constante esfuerzo de la comunidad científica, en 1875 se realiza la Convención del Metro con 17 miembros fundadores (entre ellos Argentina, Brasil, Perú, Venezuela y Estados Unidos de nuestro continente) donde se crea la Conferencia General de Pesas y Medidas (CGPM) que definió los estándares del actualmente llamado Sistema Internacional de Unidades (SI) en su primera reunión en 1879, creando nuevos patrones para reemplazar a los de principios del siglo XIX.

Actualmente el SI es adoptado por la mayoría de los países del mundo, con la excepción de Birmania, Liberia y Estados Unidos. Desde esa primera reunión de la CGPM, hasta la vigesimosegunda celebrada a fines de 2018, las unidades fueron sufriendo varias reformas en cuanto a cómo definirlas. Por ejemplo, en 1967, en la 13° reunión de la CGPM, se definió al segundo en función de la radiación que emite un átomo, de forma que no se necesitaba comparar con un patrón guardado en unas bóvedas de las afueras de París. Esto se debe a que las medidas de los prototipos no se mantienen inalterables, y por ejemplo la masa del prototipo del kilogramo ha variado en el último siglo, y ahora es unos 50 microgramos (como un pequeño grano de arena) inferior a cuando fue fabricado en 1889. El objetivo de que las unidades no dependan de objetos físicos sino que puedan ser reproducidas en cualquier laboratorio del mundo, llevó a la gran reforma del SI de 2018 que establece la redefinición de 4 de 7 unidades desde mayo de 2019.

Argentina adhiere al SI a través del **Sistema Métrico Legal Argentino (SIMELA),** establecido por la ley 19.511 de 1972 como único sistema de unidades de uso autorizado en el país. El **Instituto Nacional de Tecnología Industrial (INTI)** actúa como referente nacional en el ámbito de las mediciones.

Sistema Internacional de Unidades (SI)

El Sistema Internacional está conformado por las unidades de base o fundamentales, las unidades derivadas y los prefijos.

- ***Unidades de base o fundamentales***

El SI se fundamenta en un conjunto de siete unidades llamadas de base, que por convención se consideran como dimensionalmente independientes.

Magnitud	Unidad	Símbolo
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	kg
Tiempo	segundo	s
Intensidad de corriente eléctrica	Ampere	A
Temperatura	Kelvin	K
Intensidad luminosa	candela	cd
Cantidad de sustancia	mol	mol

- ***Unidades SI derivadas***

Son las que resultan de productos, cocientes, o productos de potencias de las unidades SI de base, y tienen como único factor numérico el 1, formando un sistema coherente de unidades, como el m^2, m^3, etc. Algunas unidades derivadas tienen nombres especiales y símbolos particulares. Ello permite simplificar la expresión de otras unidades derivadas.

Ejemplos:

Magnitud	**Unidad**	**Símbolo**	**Equivale a**
Superficie	metro cuadrado	m^2	$m \cdot m$
Volumen	metro cúbico	m^3	$m \cdot m \cdot m$
Frecuencia	Hertz	Hz	1 / s
Ángulo plano	Radián	rad	m / m
Potencia Óptica	Dioptría	m^{-1}	1 / m
Energía	Joule	J	$kg \cdot m^2 / s^2$
Potencia	Watt	W	$kg \cdot m^2 / s^3$

- ***Prefijos: Múltiplos y submúltiplos***

Una de las ventajas del SI es que se trata de un sistema decimal, es decir, de base 10. Esto implica que es posible expresar el valor de una medida multiplicándola o dividiéndola, por potencias de 10, dando origen a los llamados múltiplos y submúltiplos de dicha unidad. Estos múltiplos y submúltiplos se indican anteponiendo un prefijo a la unidad correspondiente, ya sea de base o derivada. Por ejemplo: 0,001s es 1ms (milisegundo), 6 400 000 m es 6,4 Mm (megametro) y 720 000 Hz es 720 kHz (kiloHertz).

Existen normas que rigen la forma de escribir las unidades, múltiplos y submúltiplos:

1) Los símbolos de las unidades que proceden del nombre de científicos se escribe con mayúscula su primer letra. Por ejemplo: Volt (V) en homenaje al físico italiano Volta, Ampere (A) en recuerdo de Ampère, o Hertz (Hz) en honor a Heinrich Hertz.
2) Los múltiplos mayores o iguales a mega tienen su símbolo en mayúscula. Ejemplo: terametro (Tm), megasegundo (Ms) o gigahertz (GHz)
3) El nombre de la unidad, sus múltiplos y submúltiplos que no están contemplados en las reglas 1 y 2 se escriben siempre con minúscula. Ejemplo: metro(m), kilómetro (km) o centímetro (cm)
4) Los símbolos no se ponen en plural.
5) No se pone punto después del símbolo.

En la tabla de la página siguiente se presentan una lista reducida de algunos múltiplos y submúltiplos de unidades del SI y sus prefijos correspondientes:

Múltiplos y submúltiplos de Unidades		
Prefijo	**Símbolo**	**Factor de conversión**
tera	T	10^{12}
giga	G	10^{9}
mega	M	10^{6}
kilo	k	10^{3}
hecto	h	10^{2}
deca	da	10^{1}
deci	d	10^{-1}
centi	c	10^{-2}
mili	m	10^{-3}
micro	µ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
pico	p	10^{-12}

Unidades que no pertenecen al SI, pero cuyo uso se acepta dentro del mismo

Existen ciertas unidades de uso cotidiano que si bien no pertenecen al SI, son admitidas para ser empleadas en convivencia con el SI. Sin embargo debe aclararse que el uso de estas unidades anula algunas de las ventajas del SI, ya que por ejemplo no pueden usarse los prefijos en algunas de estas unidades.

- Masa: el SI tiene como unidad al kilogramo, pero es aceptada la tonelada métrica (símbolo t, 1 t = 1 Mg = 1000 kg)
- Tiempo: el SI tiene como unidad al segundo, pero son aceptados el minuto (símbolo min, 1 min = 60 s), la hora (símbolo h, 1 h = 60 min = 3 600 s), el día (símbolo d, 1 d = 24 h = 86 400 s)
- Ángulo plano: el SI tiene como unidad al radián, pero es aceptado el grado sexagesimal (símbolo °, 1° = π/180 rad), el minuto de arco (símbolo ’, 1’ = (1/60)° = (π/10 800) rad) y el segundo de arco (símbolo ’’, 1” = (1/60)’ = (π/648 000) rad). A pesar de observarse en la vía pública, el símbolo ’ **no representa la unidad minuto del tiempo**. A pesar de compartir el nombre (al igual que pasa con el segundo) los diferentes símbolos explicitan que están midiendo distintas magnitudes (min y s para tiempo; ’ y ’’ para ángulo plano).
- Superficie: el SI tiene como unidad al metro cuadrado, pero es aceptada la hectárea (símbolo ha, 1 ha = 10 000 m^2)

- Volumen: el SI tiene como unidad al metro cúbico, pero es aceptado el litro (símbolo l o L, 1 l = 1 dm^3 = 0.001 m^3) y sus múltiplos y submúltiplos (ml, cl, hl por ejemplo).

Redondeo

Deben considerarse dos reglas sencillas que rigen el proceso de eliminar los dígitos no deseados en un resultado.

Regla 1: Si el primer dígito que se va a eliminar es menor que 5, ese dígito y todos los dígitos que le siguen simplemente se eliminan.

Ejemplos:

12,943 redondeado a dos cifras decimales se convierte en 12,94.

74,345 al ser redondeado a una cifra decimal queda como 74,3.

134 redondeado a la cifra de las decenas resulta 130.

Regla 2: Si el primer dígito que se va a eliminar es 5 o mayor que 5, todos los dígitos siguientes se suprimen y el valor del último dígito que se conserva se aumenta en una unidad.

Ejemplos:

83,38, 83,379 y 83,3798 al ser redondeados a una cifra decimal quedan todos como 83,4.

60,439 redondeado a dos cifras decimales se convierte en 60,44.

135,7 al ser redondeado al entero resulta 136.

Notación científica

En el quehacer científico existen ocasiones en que se debe tratar con números muy grandes o muy pequeños. Consideremos que el radio de un átomo de hidrógeno es igual a 0,000 000 005 cm, o que una célula tiene cerca de 2 000 000 000 000 de átomos. Es muy difícil manejar tantos dígitos e incluso compararlos porque estos valores están muy distantes de los valores que nuestros sentidos están acostumbrados a percibir, en consecuencia están fuera de nuestro cuadro de referencias.

Por otra parte, el enunciado escrito u oral de tales números es bastante incómodo. Para facilitar su comunicación, lo usual es presentar estos números empleando potencias de 10, como veremos enseguida.

¿Cómo se expresan las cantidades con notación de potencias de 10?

Consideremos un número cualquiera. Por ejemplo, el número 451. Nuestros conocimientos de álgebra elemental nos permitirán comprender que este número se puede expresar de la siguiente manera:

$451\ g = 4{,}51 \cdot 100\ g = 4{,}51 \cdot 10^2\ g$

Observemos que el número 451 se expresó como producto de 4,51 por una potencia de 10 (en este caso, 10^2)

Consideremos el caso de un número menor que uno; por ejemplo, 0,000658 se puede escribir como:

$0{,}000658\ A = 6{,}58/10000\ A = 6{,}58/10^4\ A = 6{,}58 \,.\, 10^{-4}\ A$

Se ha expresado el número 0,000658 como producto de 6,58 por una potencia de 10 (en este caso 10^{-4})

A partir de este ejemplo podemos afirmar que cualquier número puede expresarse como el producto de un número, mayor o igual que 1 y menor que 10, y una potencia de 10.

Una regla práctica para obtener la potencia de 10 adecuada es la siguiente:

a) Se cuenta el número de lugares que debe correrse el punto decimal para colocarlo a la izquierda; este número nos proporciona el exponente positivo de 10. Así pues:

$$4\underbrace{50\,000}_{\text{5 lugares}}\ s = 4{,}5 \,.\, 10^5\ s$$

b) Se cuenta el número de lugares que debe correrse el punto decimal hacia la derecha hasta llegar al primer dígito distinto de cero; este número nos proporciona el exponente negativo de 10. Así:

$$0{,}\underbrace{00002}_{\text{5 lugares}}53\ kg = 2{,}53 \,.\, 10^{-5}\ kg$$

Observación:

Este nuevo tipo de notación, además de ser más compacto facilita la realización de las operaciones matemáticas ya que la concreción de estas operaciones también es dificultosa.

Por su parte, en la actualidad, la mayoría de las calculadoras científicas cuentan con teclas específicas destinadas a ingresar números en notación científica de manera sencilla. Estas teclas suelen estar identificadas como **"EXP"** o **"x10^"**.

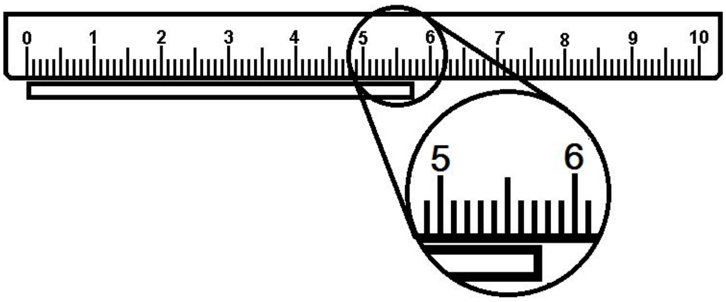
Por ejemplo, el número **$2{,}53 \,.\, 10^{-5}$** se ingresaría a partir de la siguiente secuencia: "**2,53" "EXP" "-5"** o bien **"2.53" "x10^" "-5"**

Calidad de las mediciones

Toda vez que alguien usa expresiones del tipo: "caminamos casi veinte cuadras", "estudiamos como tres horas", "cuesta alrededor de cien pesos", sabemos que nos está brindando cierta información, pero cuando nos dicen: "el recorrido del móvil es de 12,5 cm", "el viaje dura 4 horas 17 minutos", "cuesta 15,32 pesos" también nos están dando información pero de otra calidad. En nuestra vida cotidiana toda vez que nos brindan una información cuantitativa simultáneamente nos dan indicaciones, aunque de manera informal, de la calidad de esa información.

En las ciencias experimentales es necesario dar información sobre la calidad de las mediciones que hacemos.

Imaginemos el siguiente experimento: tenemos que medir la longitud de una varilla de hierro con una regla escolar calibrada en milímetros. La lectura de la escala indica que la longitud de la varilla está entre 57 mm y 58 mm, pero no sabemos cuál de los muchos valores intermedios entre esas dos divisiones corresponde a dicha longitud. Debemos conformarnos con saber dentro de que intervalo se encuentra la cantidad a medir. Este intervalo nos da una idea de la incerteza de la medición.



A veces ocurre que saber que el valor del objeto a medir se encuentra entre dos valores conocidos es suficiente para resolver el problema. Pero, ¿qué ocurre si la naturaleza de nuestro problema es tal que necesitamos mejorar la calidad de la medición? Indudablemente no podemos hacerlo con la regla graduada en milímetros, necesitamos otro tipo de instrumento y en el curso veremos algunos de ellos que mejoran la calidad de la medición.

La pregunta que surge de inmediato es ¿se puede mejorar la calidad de los instrumentos indefinidamente hasta llegar a eliminar la incerteza? Sigamos imaginando este experimento y pensemos que tenemos una "regla" tan buena como queramos y pensemos en que en definitiva la varilla está constituida por átomos de hierro. Estos átomos están en permanente movimiento alrededor de una posición de equilibrio. ¿Sobre cuál de los átomos apoyamos nuestra "regla" ideal para asignar la longitud a la varilla? y si con algún criterio elegimos uno de esos átomos, cuando se mueve ese átomo, que lo hace a gran velocidad, ¿cambia la longitud de la varilla?; y si cambia ¿cómo indicamos que la longitud de la varilla es cambiante? Con esto vemos que la incerteza no sólo es resultado de la limitación de los instrumentos o de la capacidad del operador sino, fundamentalmente, es una propiedad de la naturaleza.

Si aceptamos que toda medición involucra un intervalo de incerteza nuestro problema será establecer precisamente el valor de dicho intervalo.

Las fuentes de incerteza en una medición son diversas y existen distintos criterios para clasificarlas. Una de las clasificaciones más comunes es:

- **De apreciación**: Estas incertezas se producen cuando la magnitud a medir se encuentra entre dos marcas consecutivas en la escala del instrumento, con lo cual es imposible discernir cuál es el valor exacto de la medición. Estas incertezas se producen como consecuencia de las limitaciones en la escala del instrumento de medición, y son totalmente inevitables.
- **Sistemáticas**: son incertezas producidas por una falla recurrente en el método de medición, en el instrumento de medición, en la forma de utilización del instrumento de medición, o en una interpretación incorrecta permanente de la misma. Esta clase de incertezas pueden detectarse y disminuirse, estudiando y corrigiendo los errores cometidos.

- **Accidentales o Casuales**: son incertezas cometidas por un accidente fortuito, el cual hace que la medición sea incorrecta. Entre las fuentes de incerteza más frecuentes de este tipo, se encuentran: los cambios de temperatura que influyen en el objeto a medir o en el funcionamiento del instrumento de medición; los movimientos de la mesa de trabajo; etc. Estas incertezas no siempre se pueden evitar.
- **De Paralaje**: Se producen cuando el ángulo de visión del observador no se encuentra perpendicular a la escala del instrumento, con lo que se comete un error en la interpretación correcta de la posición en la escala.

Esta clasificación facilita el análisis de los factores que influyen en una medición para tratar las incertezas adecuadamente.

Incerteza de Apreciación

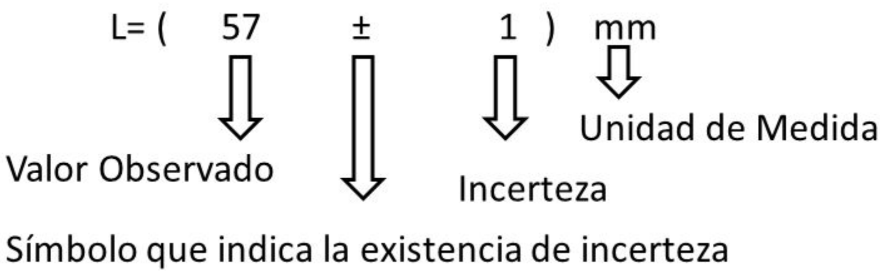
En todos los procesos de medición nos encontramos con la incerteza de apreciación, en particular cuando se realizan mediciones cuyos valores se deben leer en una escala (como el caso de la varilla ya analizado). En esos casos asignamos el valor de la incerteza igual a la menor división de la escala, es decir, la apreciación de la escala o del instrumento. Un operador **muy experimentado** puede asignar el valor de la apreciación igual a la mitad del menor valor de la escala o incluso a la cuarta parte. Para determinar la apreciación de instrumentos digitales, resulta necesario conocer las especificaciones del instrumento (leyendo el manual).

Expresión Correcta de una Medición

Para que la medición realizada sea expresada correctamente, se debe indicar el valor observado, la unidad en la que se está midiendo, y su incerteza indicada en la misma unidad. Por ejemplo, si una medición de longitud se realiza con una regla, de 1 mm de apreciación, y arroja un resultado entre 57 mm y 58 mm, entonces la expresión correcta del resultado es la siguiente:

$$\mathbf{L = (57 \pm 1)\ mm}$$

Donde,



O simbólicamente

$$\mathbf{X = (X' \pm \Delta X)\ mm}$$

X: Medición X': Valor observado ΔX: Incerteza

Aunque es una convención, se acuerda en asignar al valor de la incerteza una sola cifra significativa (es decir una sola cifra distinta de cero). Además, la última cifra significativa del resultado debe ser del mismo orden de magnitud (estar en la misma posición decimal) que la incerteza.

Los valores correspondientes a los intervalos de incerteza se expresan con una sola cifra significativa distinta de cero, redondeando por exceso o por defecto.

Ejemplos:
Si del cálculo de una incerteza resultan los siguientes valores:

Δa = 0,081258326 m	Corresponde Δa = 0,08 m
Δb = 5,2258 m	Corresponde Δb = 5 m
Δc = 0,966580 m	Corresponde Δc = 1 m
Δd = 35,26580 m	Corresponde Δd = 40 m

La determinación de las cifras de la medición está determinada por el valor de su incerteza. Cuando expresamos el resultado de una medición primero redondeamos la incerteza y **luego** el valor medido, de forma que si los valores observados anteriormente fueron:

Valor observado	La expresión correcta del resultado es
a' = 0,79643 m	a = (0,80 ± 0,08) m
b' = 68,507 m	b = (69 ± 5) m
c' = 685,24 m	c = (685 ± 1) m
d' = 4980,42 m	d = (4980 ± 40) m

Transportador

Un transportador es un instrumento que se utiliza para medir y dibujar ángulos. En general miden ángulos empleando el sistema sexagesimal. Los hay con un alcance de 180° (transportador semicircular) y de 360° (transportador circular). Ambos suelen tener una apreciación de 1°.

Para medir un ángulo en grados, se alinea el lado inicial del ángulo con el radio derecho del transportador (semirrecta de 0°, como se muestra en la Fig 1) y se determina, en sentido contrario al de las manecillas del reloj, la medida que tiene, prolongando en caso de ser necesario los brazos del ángulo por tener mejor visibilidad.

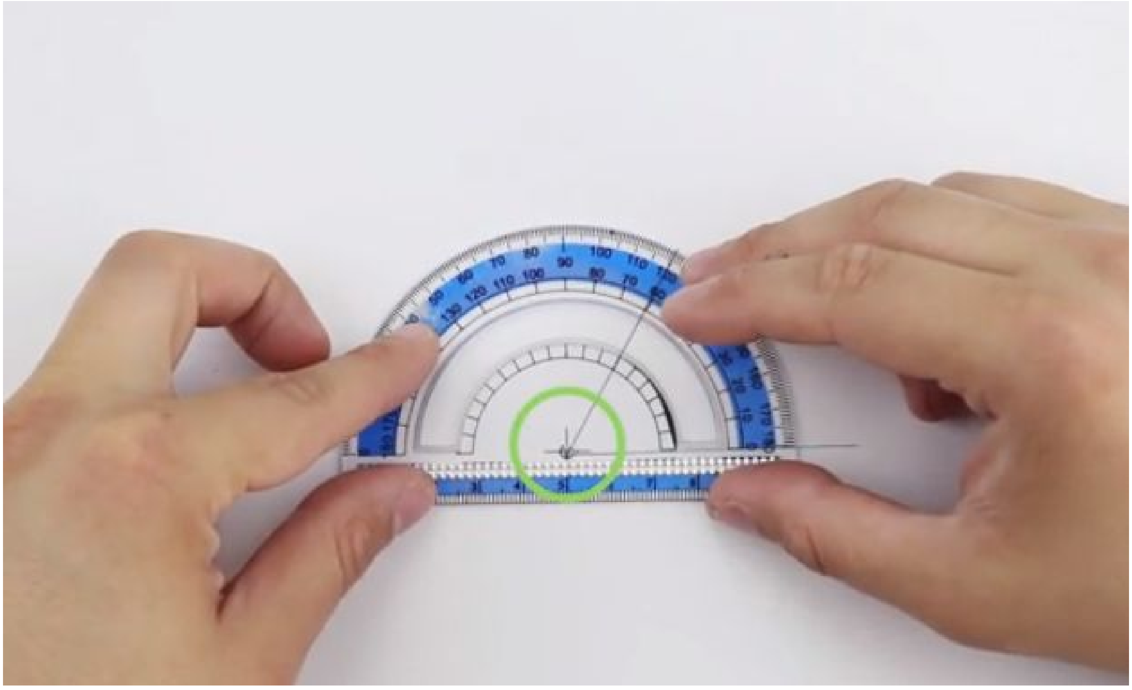


Figura 1 Medición de un ángulo con un transportador. En la imagen del ejemplo, el ángulo es de 60º, con lo que la forma correcta de expresar el resultado sería $\alpha = (60 \pm 1)^{\circ}$. Imagen obtenida de https://es.wikihow.com

Para trazar un ángulo en grados, se sitúa el centro del transportador en el vértice del ángulo y se alinea la parte derecha del radio (semirrecta de 0º) con el lado inicial. Enseguida se marca con un lápiz el punto con la medida del ángulo deseada. Finalmente se retira el transportador y se traza con la regla desde el vértice hasta el punto previamente establecido o un poco más largo según se desee el lado terminal del ángulo.

Mediciones Directas e indirectas

Una medición se considera **directa** cuando su resultado se puede leer directamente en la escala del instrumento de medición utilizado. Es decir, cuando el alcance del instrumento de medición es mayor que la dimensión medida, o cuando no es necesario realizar operaciones matemáticas para obtener el resultado final de la medición.

Una medición se considera como **indirecta** cuando el valor de la medición final se obtiene como resultado de una operación matemática, como por ejemplo la suma de tres mediciones, para determinar el perímetro de un triángulo o una multiplicación de mediciones como en el cálculo de la superficie de un rectángulo.

Cuando se realizan mediciones indirectas, el resultado final va acompañado de una incerteza que resulta de la propagación de las incertezas pertenecientes a cada una de las mediciones que forman parte de la operación matemática.

Propagación en suma y resta

Supongamos el siguiente problema: debemos determinar el perímetro de un triángulo, para eso medimos cada uno de los lados y en consecuencia tenemos tres valores medidos que indicaremos con L_1', L_2' y L_3' y sus respectivas incertezas ΔL_1, ΔL_2 y ΔL_3. Se puede demostrar que, el valor medido del perímetro es igual a la suma de los valores medidos de los intervalos, y que el intervalo de incerteza a asignar al perímetro es igual a la suma de los intervalos e incerteza de cada medición:

$$P' = L_1' + L_2' + L_3'$$

$$\Delta P = \Delta L_1 + \Delta L_2 + \Delta L_3$$

Por otro lado, si la operación a realizar es una resta, se puede comprobar que el intervalo de incerteza a asignar a la medición indirecta también es igual a la suma de las incertezas de cada medición.

$$R' = L_1' - L_2'$$

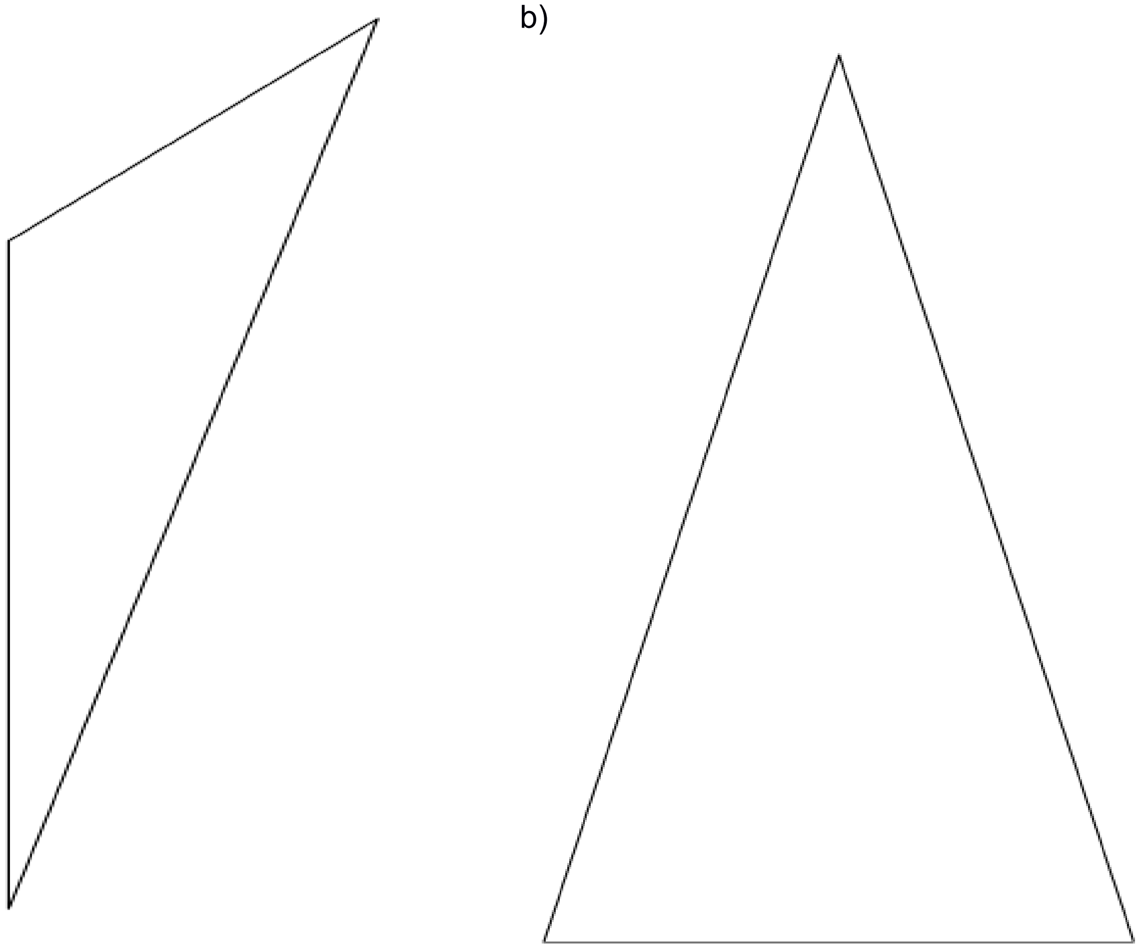
$$\Delta R = \Delta L_1 + \Delta L_2$$

Generalizando a partir de este ejemplo, diremos que ***en el caso de mediciones indirectas donde solo intervienen sumas y restas el intervalo de incerteza a asignar será la suma de los intervalos de incerteza de las mediciones directas realizadas, independientemente que se trate de sumas o restas o de la combinación de ambas***.

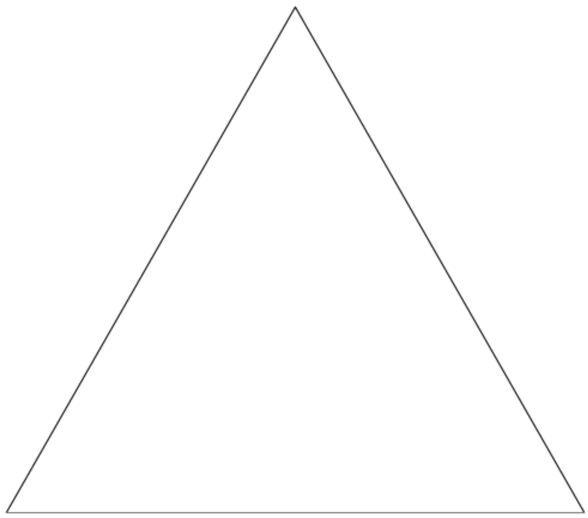
Actividad Nº 6:

1- Para los siguientes triángulos, medir cada uno de sus lados, y corroborar que dentro de la incerteza de la medición, la suma de los ángulos interiores de los mismos es de 180°.

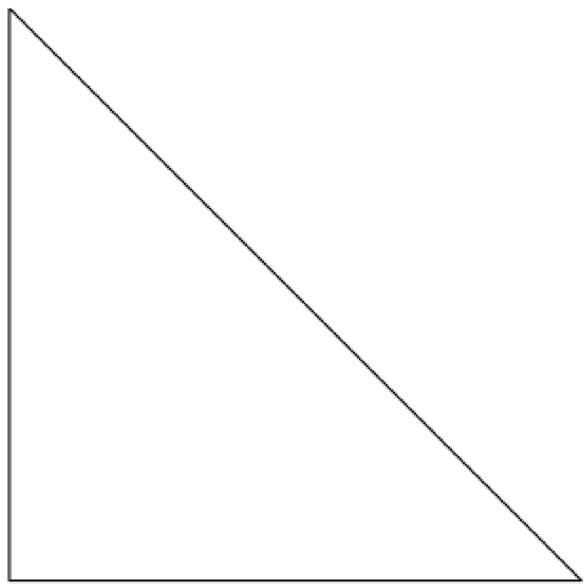
a) b)



c)



d)



2- Un trapecio irregular tiene por lados L_1=(35,0 ± 0,5) mm, L_2=(4,71 ± 0,01) mm, L_3=(28,3 ± 0,1) mm y L_4=(6,35 ± 0,05) mm. Calcule su perímetro.

3- Se tiene que medir el espesor de un caño hueco. Para esto, con el uso de un calibre, se determina que el diámetro externo es D=(22,35 ± 0,05) mm y el diámetro interno d=(16,80 ± 0,05) mm.

Incerteza relativa

Si se da el caso de tener dos mediciones L_1 y L_2, puede ser necesario comparar las calidades de estas mediciones:

L_1 = (17,5 ± 0,5) cm y L_2 = (26 ± 1) mm

Se trata de comparar las calidades de las mediciones, no los valores, todos sabemos de la diferencia entre 17,3 cm y 26 mm, pero ¿cómo decidimos si la medición de L_1 es mejor o peor que la de L_2?. Para eso lo que definimos es el concepto de incerteza relativa como el cociente entre la incerteza y el valor medido.

$$\varepsilon = \frac{\Delta X}{X'}$$

o el valor porcentual de incerteza relativa

$$\varepsilon\,\% = \frac{\Delta X}{X'} \cdot 100$$

De esta manera los valores correspondientes a las distintas mediciones son rápidamente comparables, resultando:

$$\varepsilon_1 = 0,029 \qquad \varepsilon_1\% = 2,9$$

$$\varepsilon_2 = 0,038 \qquad \varepsilon_2\% = 3,8$$

Como la incerteza relativa en el primer caso es menor que en el segundo la calidad de esta primera medición es mejor que la segunda.

Actividad Nº 8:

1. Compara las siguientes mediciones: t = (28,3 ± 0,1) s; m = (153,7 ± 0,1) g

2. Se tiene que medir una longitud de 5cm con una incerteza relativa porcentual del 2% y se dispone para ello de tres reglas calibradas: la primera en milímetros, la segunda en centímetros y la tercera en decímetros, ¿con cuál de ellas es adecuado trabajar y por qué?
3. Se mide la amplitud de un ángulo con transportador graduado y se obtiene α = 120º y la incerteza es $\Delta \alpha$ = 0,5º

   a- Expresa correctamente el resultado.

   b- Determina la incerteza relativa porcentual.

2. Se midieron los lados de un triángulo con una regla milimetrada y se obtuvieron los siguientes resultados:

   a = (136,5 ± 0,5) mm

   b = (65,5 ± 0,5) mm

   c = (78,0 ± 0,5) mm

   a) Calcula el perímetro con su correspondiente incerteza. Indica la calidad de la medición.

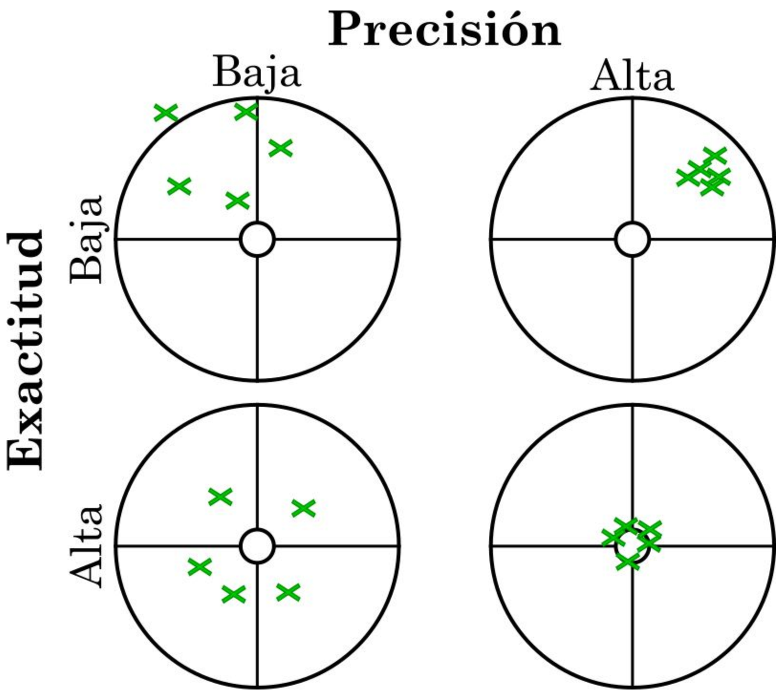
   b) Si es necesario pasar tres vueltas de hilo alrededor de un triángulo determine el valor del mismo y su incerteza.

Exactitud y precisión

La exactitud de un instrumento o método de medición está asociada a la calidad de la calibración del mismo con respecto a patrones de medida aceptados internacionalmente, es decir, el valor verdadero de la magnitud a medir. Así, una medición será más exacta cuanto más cerca esté del valor verdadero.

Por su parte, la precisión de un instrumento o un método de medición es la mayor o menor capacidad de repetir los mismos valores en las mismas condiciones. Esto quiere decir que si uno realiza múltiples mediciones (bajo las mismas condiciones) de una magnitud y los valores son cercanos entre sí, esa medición será precisa.

Como ejemplo, en la Figura que se encuentra debajo pueden observarse mediciones con diferentes grados de exactitud y precisión, considerando que el centro del círculo representa el valor verdadero de la magnitud que se mide.



Una forma de cuantificar la precisión y exactitud de una medición es a partir de los conceptos de incerteza relativa y discrepancia relativa. La incerteza relativa fue definida previamente, y es una cantidad que está asociada a la precisión de una medición, ya que estima cuánto se puede apartar una medición futura, realizada en igualdad de condiciones que la original, de la medición que se está considerando.

La discrepancia relativa D_r de una medición es una cantidad asociada a la exactitud, que sale de comparar el valor observado X' con un valor de referencia o aceptado X_{ac}, y se define como:

$$D_r = \frac{X_{ac} - X'}{X_{ac}}$$

Es importante notar que no se puede hablar de discrepancia a menos que se posea un valor de referencia con el que comparar la medición realizada, mientras que para cuantificar la precisión de una medición, sólo se requieren conocer el valor observado y la incerteza absoluta de la misma.

Por otro lado, también es importante destacar que tanto los valores de incerteza relativa como de discrepancia relativa no presentan una información significativa hasta que los usamos para comparar nuestra medición con otra, es decir, que no se puede pensar en la calidad de una medición como un parámetro absoluto, sino como una cantidad que permite comparar diferentes mediciones entre sí.

De esta forma, los conceptos de exactitud y de precisión hacen referencia a dos cuestiones muy diferentes, pero ambas importantes del proceso de medición.

Naturalmente lo que se espera es que el operador de laboratorio organice el proceso de medición eligiendo los instrumentos donde concurran niveles aceptables de exactitud y de precisión.

Propagación en el caso del producto y el cociente.

Imaginemos un rectángulo del que se desea medir su superficie, una manera de hacerlo es medir la longitud de sus lados y encontrar el valor de su superficie como resultado del producto de ambos lados. Se puede demostrar que, si indicamos con a’ y b’ los lados del rectángulo y con Δa y Δb sus respectivas incertezas, tenemos que la superficie del mismo es:

$$S' = a'\,b'$$

$$\frac{\Delta S}{S'} = \frac{\Delta a}{a'} + \frac{\Delta b}{b'}$$

Es decir que en el caso del producto la incerteza relativa del mismo es igual a la suma de las incertezas relativas de los factores.

De este modo,

$$S' = a'\,b'\ \Delta S = S'\left(\frac{\Delta a}{a'} + \frac{\Delta b}{b'}\right)$$

En el caso del cociente la incerteza relativa también es el resultado de la suma de las incertezas relativas, resultando:

$$C' = \frac{a'}{b'}$$

$$\frac{\Delta C}{C'} = \frac{\Delta a}{a'} + \frac{\Delta b}{b'} \Rightarrow \Delta C = C'\left(\frac{\Delta a}{a'} + \frac{\Delta b}{b'}\right)$$

Generalizando, diremos que ***en el caso de mediciones indirectas donde sólo intervengan multiplicaciones y divisiones la incerteza relativa a asignar será la suma de las incertezas relativas de las mediciones directas realizadas, independientemente que se trate del producto, cociente o de la combinación de ambas***.

Actividad Nº 9:

1. Se desea calcular la superficie de una lámina rectangular. Se dispone para tal fin de una regla milimetrada y se admite que quién realiza la medición es un operador avezado, cuya incerteza de apreciación es de 0,2 mm. Las dimensiones obtenidas son:

   a = (13,54 ± 0,02) cm

   b = (1,22 ± 0,02) cm

Determina la superficie de la lámina rectangular.

2. Con un calibre de 0,02 mm de apreciación se ha medido la arista de un cubo, resultando: a = (36,22 ± 0,02) mm

Calcula el volumen.

3. Un triángulo tiene por base b = (12,3 ± 0,1) cm y altura h= (5,9 ± 0,1) cm. Calcula su superficie.

4. Con una probeta se mide un volumen V = (46 ± 2) cm^3 de mercurio. La masa de ese volumen de mercurio es m = (630 ± 1) g. Calcula la densidad del mercurio.
5. Con un calibre de apreciación 0,05 mm se ha medido que un trapecio tiene una base mayor B = (10,70 ± 0,05) mm, base menor b = (9,85 ± 0,05) mm y altura (4,35 ± 0,05) mm. Calcula su superficie.

Incerteza de funciones trigonométricas

Un caso particular de una medición indirecta es aquella en la que interviene alguna de las funciones trigonométricas **seno, coseno** y **tangente**. Cuando se trabaja con funciones matemáticas, el cálculo de las incertezas involucra el uso de la operación matemática conocida como derivada, cuyo desarrollo se encuentra fuera de los alcances de este curso, por lo que cuando se desee estimar las incertezas relacionadas a senos, coseno y tangentes de ángulos, se utilizará un enfoque alternativo, que es el método de la determinación de la máxima cota.

Supóngase que se ha medido un ángulo α que tiene un valor de 47° con una incerteza de 2°, y se quiere determinar el seno de dicho ángulo con su correspondiente incerteza. En la situación mencionada, la medición del ángulo debe expresarse como:

$$\alpha = (47 \pm 2)°$$

El resultado de arriba significa que el ángulo α se encuentra comprendido entre 45° (47° - 2°) y 49° (47° + 2°). Como el seno es una función continua de α, es evidente que el seno de α se encuentra acotado por abajo por el valor $sen(45°) \approx 0.7071$ y por arriba por el valor $sen(49°) \approx 0.7547$. Teniendo en cuenta esto, para determinar la incerteza asociada a $sen(\alpha)$, lo que se va a hacer es determinar cuál de esos dos valores se encuentra **más alejado** del seno del ángulo observado. Tal valor constituye entonces la **máxima cota** para el seno del ángulo observado. Ahora bien, como $sen(47°) \approx 0.7314$, tenemos que:

$$|sen(47°) - sen(45°)| = |0.7314 - 0.7071| = 0.0242$$

$$|sen(47°) - sen(49°)| = |0.7314 - 0.7547| = 0.0234$$

Las barras de valor absoluto son necesarias para asegurar que la incerteza sea un número positivo. Al observar los dos valores, queda claro que el primero es el mayor, por lo tanto la incerteza buscada es $\Delta(sen\,\alpha) = 0.0242$ debiéndose redondear a $\Delta(sen\,\alpha) = 0.02$. Finalmente, el resultado es:

$$sen\,\alpha = 0.73 \pm 0.02$$

El mismo procedimiento se puede aplicar a las funciones trigonométricas coseno y tangente, así como a cualquier función matemática compleja, siempre y cuando la misma se pueda evaluar en los valores obtenidos.

Actividad Nº 10:

Ejercicios con senos, cosenos y tangentes de ángulos

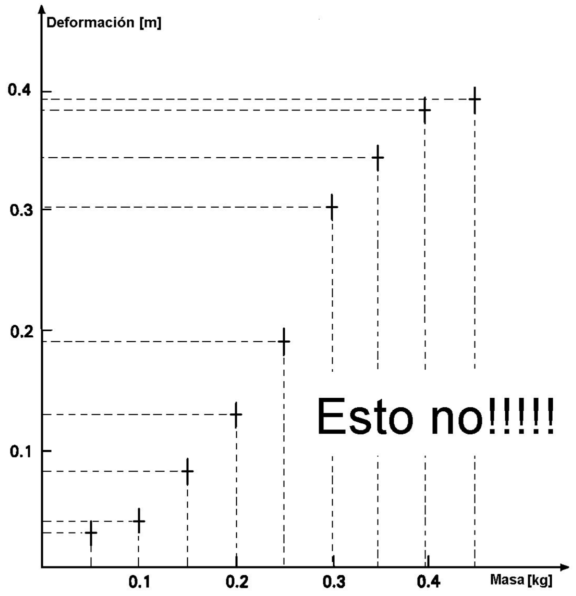
Relación entre magnitudes físicas

Las magnitudes consideradas en la descripción cuantitativa de un fenómeno físico constituyen las variables intervinientes. Nuestro problema consiste en determinar o verificar la ley que las vincula y su formulación matemática. Generalmente, el análisis del fenómeno se realiza limitando a dos el número de variables y manteniendo las restantes constantes. De una de estas dos variables se eligen cantidades arbitrarias (variable independiente) y se mide la otra en función de la primera (variable dependiente).

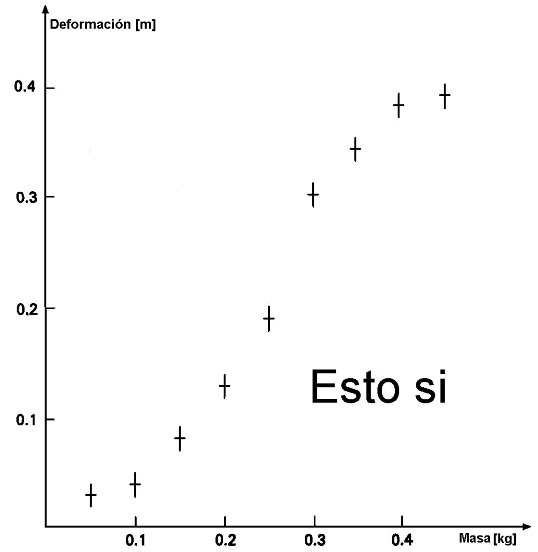
Las gráficas se emplean para permitir una fácil y rápida interpretación de los datos obtenidos en los experimentos por eso deben cumplir con las siguientes características generales:

1) Deben hacerse en papel cuadriculado o milimetrado.
2) Deben llevar un título explícito.
3) Deben tener en cada uno de los ejes el símbolo de la magnitud representada y las correspondientes unidades
4) La variable independiente se representa en el eje de las abscisas y la variable dependiente en el eje de las ordenadas.
5) Deben elegirse escalas adecuadas, para ello, la relación entre la unidad de la magnitud representada y la unidad de la escala del papel milimetrado deben ser un factor entero sencillo (1, 2, 5, 10^n, donde n es cualquier número entero).
6) Sobre los ejes dibujados sólo se indican los valores correspondientes a divisiones enteras y suficientemente espaciadas de la escala elegida; no se escriben los valores de las medidas tomadas.
7) Las escalas de ambos ejes no necesariamente deben ser iguales. Debe buscarse que la escala de cada eje ocupe todo el papel disponible y cubra tan sólo los intervalos dentro de los cuales se encuentran las medidas tomadas. Esto quiere decir que en algunos casos, el cero de la escala no coincidirá con el origen de coordenadas. De esta forma se consigue que la gráfica ocupe todo el papel.
8) Los datos experimentales se representan trazando una cruz centrada en el punto de coordenadas correspondiente al valor obtenido en la medición, cuyos brazos tienen una longitud igual a la incerteza respectiva.
9) La línea representativa de la función cuyos puntos se han representado, debe ser continua y debe promediar todos los puntos experimentales.

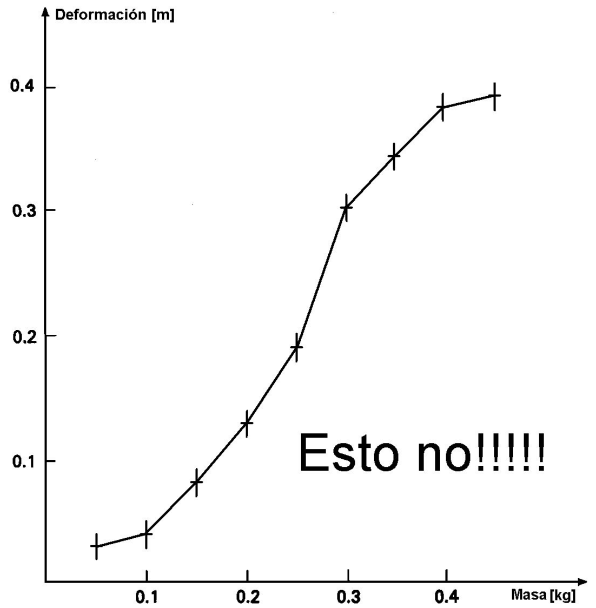
En la página siguiente se muestran algunos ejemplo de algunas de las cosas que deben hacerse y de otras que nunca se deben hacer.



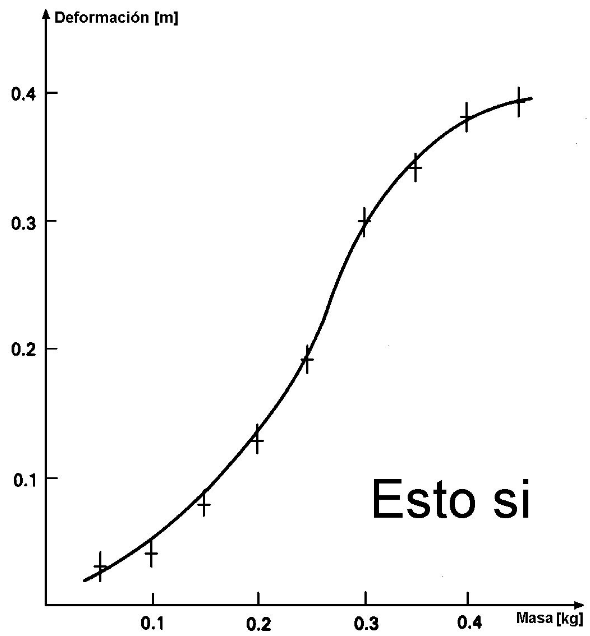
Cuando se dibujan los puntos en la gráfica **no** se deben trazar las líneas de referencia a los ejes



En los ejes sólo se deben indicar valores sencillos de pocos dígitos suficientemente espaciados.



Los puntos de la gráfica no se deben unir con una poligonal.



La curva debe ser suave y debe pasar dentro del intervalo de incerteza correspondiente a cada punto.

APÉNDICE 1

Pautas Para la Elaboración de Informes

Un informe de trabajo práctico es un relato ordenado según el esquema que se detalla a continuación, y que debe estar redactado de forma tal que cualquier persona ajena al tema, pueda comprenderlo a través de su lectura. Algunas preguntas que el escritor de un informe debe hacerse antes de empezar a escribir son: ¿Qué información se quiere presentar? ¿Para qué grupo de lectores se está escribiendo? ¿Qué información de base manejan éstos? ¿Cuál es la secuencia más lógica de presentación?

Una vez hecha la reflexión sobre estas cuestiones, se puede empezar a diagramar el informe, pensando cuáles son las figuras y tablas necesarias, cuál es el orden en que deben sucederse, qué expresiones matemáticas se necesitan desarrollar, etc.

Una regla básica a la hora de pensar la redacción del texto es la de cumplir con la triple C (Claro, Conciso, Completo). Se debe poner énfasis en la claridad de transmisión de los conceptos (la idea es que lo pueda leer y entender alguien que no haya visto qué es lo que se hizo).

Yendo a la cuestión del formato, es conveniente que los informes se presenten escritos con algún procesador de texto en formato de una sola columna.

Se debe mantener el modo de conjugación a lo largo de todo el informe. En general se usa el impersonal (ej.: se midió, se armó, se encontró, se intentó, ...), aunque también es aceptable la primera persona del plural (medimos, armamos, encontramos, intentamos, ...). Es imprescindible observar la ortografía.

Los siguientes ítems, son los que deberán de modo imprescindible constar en el informe:

Título: está relacionado con el tema que se desarrollará en el trabajo.

Objetivo: es la finalidad para la que se realiza el trabajo. Debe ser claro y conciso.

Materiales: son todos los elementos utilizados en el trabajo práctico. Se puede acompañar al listado de materiales con fotografías de alguno de los elementos o equipos empleados, si es que esto ayuda a la comunicación.

Procedimiento: son los pasos a seguir durante el desarrollo del experimento, donde pueden figurar esquemas paso a paso, que ayudarán a interpretar el procedimiento descripto.

Observaciones: es lo que vamos a poder registrar a través de nuestros sentidos, estas observaciones pueden ser de dos tipos:

- *Cualitativas:* Estas se centran en la forma, textura, color, olor o apariencia del sistema a observar.
- *Cuantitativas:* Estas se centran en todas aquellas características "medibles" de los objetos, como por ejemplo, su peso, sus dimensiones, su temperatura, etc. Para el

registro de estas observaciones se utilizan instrumentos de medición, y se expresan a través de un valor numérico, su correspondiente unidad y su incerteza.

En las observaciones, es donde deben figurar las tablas de registro de datos, gráficos, esquemas.

Conclusiones: las conclusiones deben dar respuesta al objetivo planteado en el trabajo, no deben confundirse con las observaciones, ni con el procedimiento.

Deben incluir una breve síntesis de lo realizado: qué se midió qué resultado se encontró, qué se demostró, etc, junto con afirmaciones que estén basadas en las evidencias presentadas en el trabajo, o que surjan lógicamente del material mencionado en el trabajo.

Referencias: en caso que para la elaboración del trabajo se hayan consultado textos, páginas web u otro tipo de material, se debe incluir un listado de las citas a los mismos. En el texto solo se pone un número entre corchetes [1], y se numera por orden de aparición. El formato en este apartado debe ser el siguiente:

[1] Guía para preparar informes de Experimental I, página WEB de la materia (2004).

[2] **Telescopios y estrellas,** *Malacara, D. and Doblado, J.M.M. and de la Herrán***, J.,** Fondo de Cultura Económica (2015).

[3] **Astronomía elemental,** *Feinstein A.***,** Kapeluz (1969).