

Villa Carlos Paz, 8 de Julio de 2024

Sres. Comisión Académica
Carrera de Posgrado
Especialización en Ingeniería Sanitaria
CIS-FCEIyA-UNR
S/D

Ref: entrega copia del trabajo final estudiante José G. León

Mediante la presente tenemos el agrado de dirigirnos a Ustedes para remitir una copia de la versión final del Trabajo Final de la Carrera de Posgrado Especialización en Ingeniería Sanitaria del estudiante José G. León a fin de cumplimentar los requisitos para la solicitud del correspondiente título, según se estipula en el Art. 14 del Cap. IV de la Ord. N. 752 del Consejo Superior de la Universidad Nacional de Rosario.

Sin más, los saludamos cordialmente,



José Gabriel León
Estudiante



Iván Matías Ragessi
Director



José Manuel Díaz Lozada
Codirector



CARRERA DE POSGRADO DE ESPECIALIZACION EN INGENIERIA SANITARIA

TRABAJO FINAL

Comparación de técnicas experimentales de estimación de caudal para la verificación de una canaleta Parshall en una planta potabilizadora

Estudiante: José Gabriel León, Dr. Biól.

Director: Iván Matías Ragessi, Dr. Mag. Ing.

Co-Director: José Manuel Díaz Lozada, Dr. Mag. Ing.

Año 2024

Tabla de contenidos

1. Introducción	3
1.1. Objetivo general.....	3
1.2. Objetivos específicos	4
2. Metodología	4
2.1. Verificación de la curva altura-caudal ($h-Q$)	5
2.1.1. Descripción de la cP.....	5
2.1.2. Estimación de Q por medición de la dilución de sal	5
2.1.3. Estimación de Q por velocimetría acústica Doppler (ADV).....	6
2.1.4. Estimación de Q por modelado numérico.....	6
2.1.5. Comparación de las curvas $h-Q$	8
2.2. Valoración de la operación de mezcla rápida	8
3. Resultados	8
3.1. Verificación de la curva altura-caudal ($h-Q$)	8
3.1.1. Descripción de la cP.....	8
3.1.2. Estimación de Q por medición de la dilución de sal	10
3.1.3. Estimación de Q por velocimetría acústica Doppler	11
3.1.4. Estimación de Q por modelado numérico.....	12
3.1.5. Comparación de las curvas $h-Q$	12
3.2. Valoración de la operación de mezcla rápida	14
4. Discusión.....	14
5. Bibliografía	15
6. Anexo I.....	17

1. Introducción

La falta de precisión en la estimación del caudal (Q) del agua cruda es una problemática difundida en plantas potabilizadoras de baja tecnificación. Esta situación se observa con frecuencia debido a la utilización de métodos de medición inadecuados, la falta de mantenimiento de los equipos o la inexistencia de personal capacitado para la correcta operación y calibración de los instrumentos. En un proceso de potabilización, es fundamental llevar a cabo estimaciones confiables de Q de agua cruda que ingresa a la planta dado que esta variable, permite valorar la cantidad del recurso extraída de la fuente, controla parámetros básicos de operación como son la concentración de productos químicos dosificados, el tiempo de residencia y la intensidad de agitación en dispositivos hidráulicos (McCabe *et al.*, 2005). En este sentido, dado un diseño determinado, la eficiencia de dichas operaciones depende de Q , por lo tanto, su correcto y continuo monitoreo es condición básica para optimizar el rendimiento general del sistema.

Un dispositivo ampliamente utilizado para medir Q en sistemas de tratamiento de agua es la canaleta Parshall (cP), cuyo funcionamiento se basa en la medición de la carga hidráulica (h) producida por un estrechamiento en un canal, el cual es proporcional al flujo volumétrico en una sección aguas arriba de dicho estrechamiento (Hendricks, 2011). La cP comprende un tramo de canal de proporciones específicas entre sus dimensiones (sistema primario), que produce la mencionada carga hidráulica y un instrumento de medición de nivel del agua (sistema secundario), que registra el valor de h (Davis, 2019). Además de su relativa simplicidad de construcción, operación y mantenimiento, el uso de dispositivos de este tipo otorga ventajas, entre las que se pueden mencionarse una pérdida de carga moderada, un amplio rango de estimación y la posibilidad de servir como dispositivo de mezcla rápida hidráulica. Sin embargo, existen antecedentes que documentan imprecisiones en la estimación de Q derivadas de instalaciones que no respetan la hipótesis de diseño del dispositivo, sus longitudes estandarizadas y/o las características del flujo de aproximación (ref. en Khosronejad *et al.* 2021). Por lo tanto, para obtener un desempeño adecuado, es necesario que el dispositivo respete cuidadosamente las dimensiones preestablecidas y también que sea sujeto de acciones periódicas de control y de verificación que los pares de valores h, Q obtenidos mediante el ajuste a la curva estándar (USEPA, 2017). Si las medidas de obra de la cP no se corresponden con las de un dispositivo estándar, el sistema puede calibrarse aplicando técnicas experimentales de estimación de Q para construir una nube de pares h, Q y calcular una medida de la divergencia entre los valores obtenidos experimentalmente y los estimados a partir de la curva estándar (ASTM, 2001; Khosronejad *et al.* 2021).

Como se indicó arriba, los procesos de mezcla en los reactores que componen un sistema de potabilización son dependientes de Q . En este sentido, debido a su incidencia en las operaciones ubicadas aguas abajo, es de particular importancia el proceso de mezcla rápida, el cual consiste en la dispersión instantánea de productos químicos en agua de tratamiento para desestabilizar eléctricamente partículas coloidales, permitiendo su agregación y posterior separación por diferencia de densidad (Arboleda Valencia, 2000). La evaluación de la eficiencia de este proceso generalmente se realiza considerando el tiempo de mezcla (T) y el gradiente de velocidad (G). Estos parámetros tienen en cuenta tanto la duración como la intensidad de agitación calculadas a partir de las dimensiones del dispositivo y del flujo volumétrico a través del mismo. Por este motivo, una vez calibrada la curva $h-Q$ en una cP no estándar, es necesario verificar que los valores de T y G se encuentren dentro del rango considerado óptimo.

Este trabajo se estudió una cP que *a priori* no cumple con las recomendaciones de construcción, en la cual se realizaron estimaciones de Q utilizando tres técnicas experimentales: i) dilución de sal (Moore, 2005); ii) velocimetría acústica Doppler (Rehmel, 2007); y iii) dinámica de fluidos computacional (Heyrani *et al.*, 2022). Los resultados fueron analizados evaluando la utilidad de dichas técnicas en la verificación de la curva $h-Q$ y la intensidad de agitación en la mezcla rápida.

1.1. Objetivo general

Verificar la concordancia con la curva estándar de las curvas $h-Q$ obtenidas mediante tres técnicas de estimación de Q en la canaleta Parshall ubicada en la toma de agua cruda de la planta potabilizadora Cuesta Blanca (Córdoba, Argentina). Adicionalmente, evaluar el desempeño del dispositivo en la operación de mezcla rápida.

1.2. Objetivos específicos

- 1.2.1. Verificar la curva altura-caudal comparando la curva estándar de la cP con curvas ajustadas a partir de aforo por dilución de sal, velocimetría acústica Doppler y mediante el uso de la dinámica de fluidos computacional.
- 1.2.2. Valorar el funcionamiento de la operación de mezcla rápida mediante, cálculo numérico y modelado numérico.

2. Metodología

En el presente trabajo, se estudió el desempeño de una cP que mide el Q de ingreso de agua cruda a la planta potabilizadora de agua de Cuesta Blanca (PCB). Esta planta abastece al área urbana de la ciudad de Villa Carlos Paz y localidades del sur del Valle de Punilla (ca. 100.000 habitantes permanentes que llegan a triplicarse durante la temporada estival). El tipo de tratamiento es convencional (Figura 1) y cuenta con las siguientes operaciones unitarias: mezcla rápida hidráulica en cP; floculación con agitación mecánica de eje vertical e impulsor de paletas inclinadas a 45°; sedimentación lamelar de módulos hexagonales; filtración rápida de flujo descendente con pérdida de carga y velocidad de filtración variables y desinfección en línea.

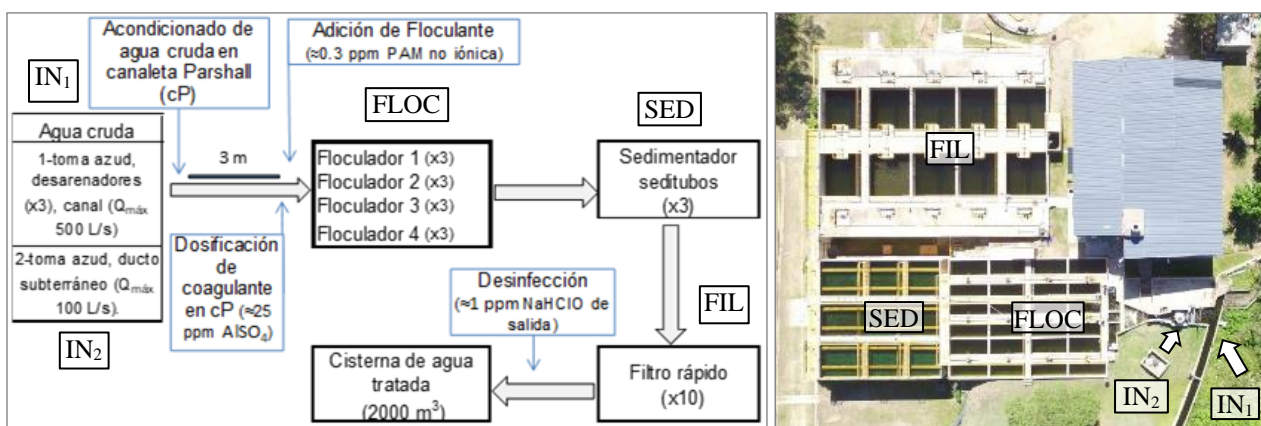


Figura 1. Diagrama y vista en planta y de unidades de la planta potabilizadora de Cuesta Blanca.

($Q_{\text{máx}}$: caudal máximo; cP: canaleta Parshall; PAM: poliacrilamida; IN_n: ingreso de agua cruda por canal ($n=1$) o por conducto subterráneo ($n=2$); FLOC: floculación; SED: sedimentación; FIL: filtración).

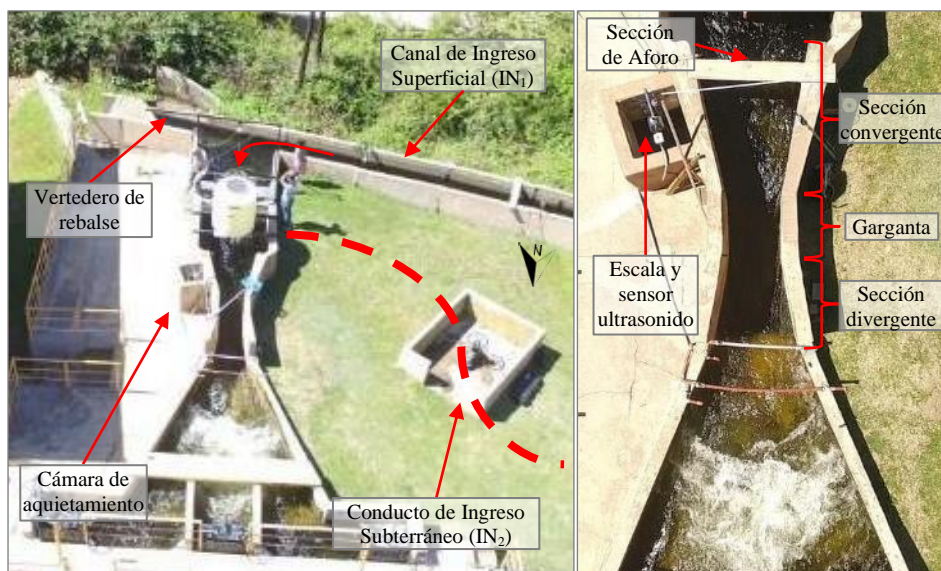


Figura 2. Imagen de detalle de la configuración del dispositivo de aforo.

2.1. Verificación de la curva altura-caudal ($h-Q$)

2.1.1. Descripción de la cP

Se analizaron los sistemas primario y secundario y su operación conjunta (ASTM, 2001; ENOHSa, 2001; EPA, 2017). Se evaluó: 1) características del flujo aguas arriba del dispositivo; 2) dimensiones y estado de los materiales; 3) flujo libre en la descarga; y 4) verificación del dispositivo de medición de nivel.

Según informó el personal de la PCB, la curva $h-Q$ utilizada actualmente es diferente a la curva estándar y fue obtenida ajustando una función a un conjunto de pares h, Q habiéndose realizado estimaciones de Q mediante molinete hidrométrico.

2.1.2. Estimación de Q por medición de la dilución de sal

Se estimó el Q en la cP por el método de medición de la dilución de sal de inyección instantánea (Moore, 2005). Este método se basa en el principio de continuidad y supone la incorporación y mezcla completa de una solución de un trazador en una corriente de agua para estimar su Q mediante ecuaciones de balance de masa (Boiten, 2003). El trazador utilizado fue cloruro de sodio (NaCl) en solución y su concentración fue estimada mediante mediciones de conductividad eléctrica (CE) utilizando un coeficiente que relaciona ambas variables determinado experimentalmente (Richardson *et al.*, 2017). Se utilizó un dispositivo de cálculo de Q y análisis de incertidumbre equipado con tres sondas de medición de CE con resolución de $0.001 \mu\text{S}/\text{cm}$ y una estabilidad del 0.01% (QiQuac, Fathom Scientific, Ltd.). Este instrumento calcula la incertidumbre de la estimación de Q de forma independiente para cada sonda de medición, así como también la diferencia entre los Q estimados por cada una de ellas. Debido a que el método se basa en la estimación del total de la masa de trazador que atraviesa la sección, el uso de tres sensores puede determinar la calidad independiente de cada estimación y cualquier incertidumbre debida a la mezcla incompleta u otros problemas, como la existencia de un perfil de velocidades no uniforme en la sección.

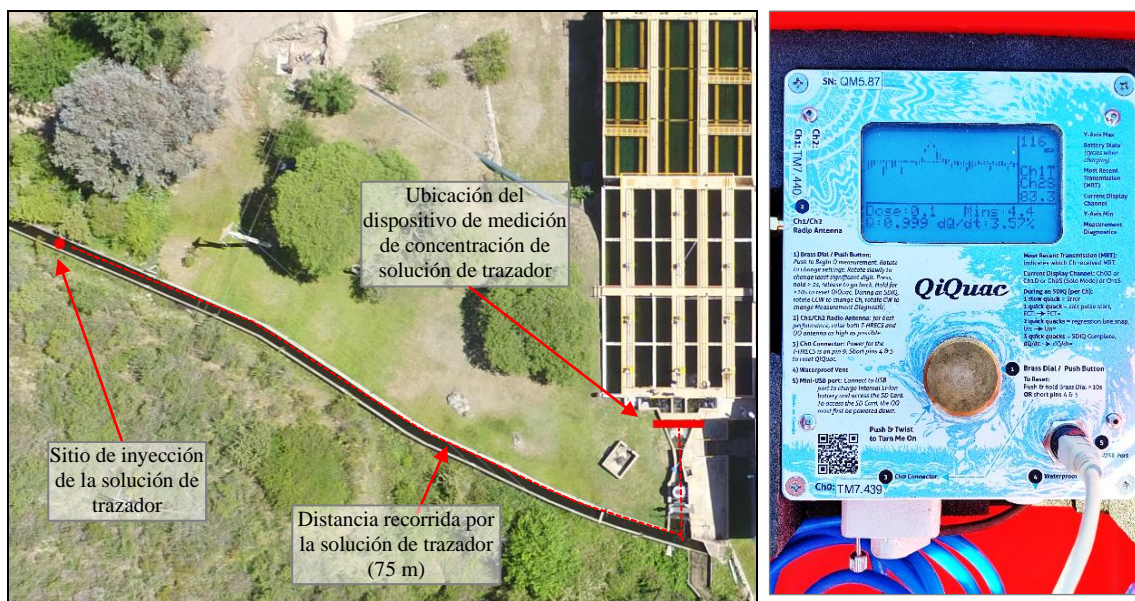


Figura 3. Estimación de caudal por medición de la dilución de sal. En la imagen izquierda se muestra el diseño de inyección y medición de conductividad eléctrica. En la imagen derecha se muestra un detalle del dispositivo de colección y análisis de datos.

Cabe suponer que el resalto asegura la mezcla completa que requiere este método de aforo, sin embargo, con el fin de contar con más información al respecto, se calculó la distancia mínima de mezcla de la solución con el agua del canal mediante fórmulas empíricas (Pant *et al.*, 2016) obteniéndose valores entre 9.1 y 10.7 m. Tomando en cuenta estas dimensiones se procedió a realizar la inyección de la solución de NaCl en el punto medio del canal de ingreso de agua cruda en un sitio ubicado 75 m aguas arriba de la cP (Figura 3).

Se realizaron 14 aforos en un período de cuatro horas durante el cual no se dosificó coagulante. Las sondas de medición de CE se ubicaron 4 m aguas abajo del resalto hidráulico, una en cada canal que conduce el agua coagulada a

cada una de las tres líneas de tratamiento. La CE del agua al inicio del experimento fue *ca.* 100 $\mu\text{S}/\text{cm}$ y se utilizaron inyecciones de 100 g de NaCl diluidas en 2 L de agua del canal, la cual produjo picos entre 120 y 180 $\mu\text{S}/\text{cm}$.

2.1.3. Estimación de Q por velocimetría acústica Doppler (ADV)

Se estimó el Q por el método de velocidad-área en la sección convergente de la cP (Figura 2 y Figura 4). Se utilizó un instrumento de ADV que calcula Q a partir de mediciones puntuales de velocidad en una sección de aforo (FlowTracker2, Xylem Inc.), siguiendo las recomendaciones indicadas por Rehmel, (2007). Se utilizó el método de la sección media, el cual se basa en división de la sección de medición en un número de estaciones conformadas por polígonos de área específica creados para cada estación a través de la sección. La velocidad en cada polígono se asume igual a la velocidad promedio de la vertical calculada a partir de una medición puntual de velocidad. En el dispositivo estudiado, la sección de aforo mide 1.03 m de ancho y se realizaron mediciones cada 0.10 m definiéndose 11 verticales. Se aseguró que el volumen de control donde se registra la velocidad del flujo estuviera libre de burbujas de aire, ya que el mismo afecta la medición del instrumento. Para obtener un valor representativo de la velocidad media en la vertical, se colocó el sensor a una altura equivalente al 60 % del tirante en la sección cuando éste fue ≤ 0.50 m y en dos puntos, a 20 % y 80 % de dicha altura, para valores > 0.50 m. Conociendo la velocidad media de cada vertical junto a su ancho y profundidad se puede determinar el Q de cada vertical lo cual sumado con el Q de todas las verticales permite obtener el Q total de la sección.



Figura 4. Estimación de caudal por velocimetría acústica Doppler. En la imagen izquierda se muestra el sitio de medición. En la imagen derecha se muestra un detalle del instrumento de medición.

2.1.4. Estimación de Q por modelado numérico

Se utilizó la fluidodinámica computacional (CFD, por sus siglas en inglés) que permite modelar los procesos de transporte que controlan el flujo en la cP. Se utilizaron las aplicaciones de uso gratuito y código abierto Gmsh (Geuzaine y Remacle, 2009) y el paquete de librerías de OpenFOAM (Open Field Operation and Manipulation; Greenshields, 2015). Esta última, ofrece la libertad de crear o modificar un solver o código de resolución específico, así como herramientas de pre y post-procesamiento. En este caso se utilizó el post-procesador, llamado paraView, que permite la visualización y análisis de datos.

Este trabajo utilizó recursos computacionales del Centro de Computo de Alto Desempeño de la Universidad Nacional de Córdoba (CCAD-UNC), que forma parte del SNCAD-MinCyT, Argentina. En particular, se utilizó el clúster Serafín perteneciente al CCAD-UNC y el tiempo de procesamiento fue aproximadamente de 10 horas para cada caudal simulado

con el propósito de reconstruir la curva altura-caudal. Los modelos, cuyo objetivo era modelar el resalto hidráulico, tienen una mayor resolución del mallado y el cálculo demoró aproximadamente 2 días.

2.1.4.1. Descripción del modelo: geometría y mallado

En la Figura 5 se presenta la geometría a resolver. Se consideró un tramo del canal de agua cruda, la zona de ingreso y la cP hasta el punto previo al ingreso a los floculadores. Las dimensiones de la geometría (ancho, profundidad, pendiente de los canales) se obtuvieron a partir de planos digitalizados y un relevamiento realizado con estación total y luego procesados informáticamente. En base a este trabajo de campo se confeccionaron los planos conforme a obra, los cuales fueron utilizados para definir la geometría y resolver la malla de volúmenes finitos en Gmsh (Geuzaine y Remacle, 2009) y con la aplicación snappyHexMesh de OpenFOAM(R). Se discretizó el dominio con hexaedros de tamaño variable, priorizando la mayor resolución en la zona cercana a las paredes y en la zona de interfaz agua-aire (Figura 5). En total el dominio cuenta con 365.410 celdas de tamaño variable de 2 a 10 cm, aumentándose la resolución en las zonas cercanas a las paredes para que las leyes de pared utilizadas sean válidas.

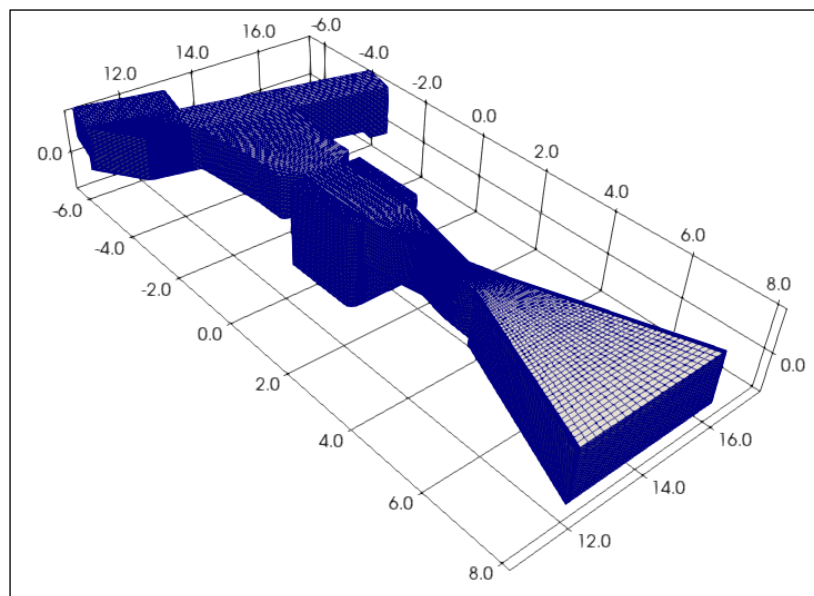


Figura 5. Malla de volúmenes finitos. Incluye una zona del canal de agua cruda, el ingreso a la planta, la canaleta Parshall y la sección divergente donde se forma el resalto.

2.1.4.2. Esquema numérico y modelo de turbulencia

Se utilizó el código interFoam, que se aplica para una malla de volúmenes finitos y dos fluidos incompresibles, isotérmicos y no miscibles, con un enfoque de captura de la interfaz basada en la fracción de fase. Se utilizó el algoritmo “Pressure Implicit with Splitting of Operators” (Issa, 1986), como esquema de cálculo para la presión y la velocidad, el cual se adapta con éxito para la solución iterativa de problemas de estado estacionario (Versteeg y Malalasekera, 2007). El cierre turbulento utilizado es un modelo de dos ecuaciones $k-\omega$ SST (Shear-Stress-Transport) que se describe en Menter y Esch (2001), considerando el término adicional F3 (Hellsten, 1998) igual a cero.

2.1.4.3. Condiciones iniciales y de borde

El esquema numérico requiere establecer las siguientes condiciones iniciales y de borde para las variables fundamentales: presión (p), velocidad media (\underline{U} , en sus tres componentes), energía cinética turbulenta (k), tasa específica de disipación de energía cinética turbulenta (ω) y viscosidad turbulenta (ν_t). En todo el dominio se establecieron valores iguales a cero como condición inicial. En la Tabla 1 se indican las condiciones de borde para las secciones de entrada, salida, paredes del dominio. En la sección de entrada se estableció un valor de las tres componentes del vector velocidad \underline{U} de forma de lograr un Q constante de interés. Esto constituye una condición de borde tipo Dirichlet. El modelo de turbulencia $k-\omega$ SST requiere valores en la sección entrada para k , ω y ν_t . Estos valores se estimaron en función de parámetros medios del flujo: velocidad media, área de la sección de entrada e intensidad de la turbulencia. En este caso se utilizó la calculadora de propiedades de la turbulencia de CFD-online (<https://www.cfd-online.com/Tools/turbulence.php>). Luego el modelo calcula el valor de ν_t utilizando los valores proporcionados para el

vector velocidad \underline{U} , k y ω (condición de borde calculada). En la sección de salida se utilizó una condición de borde tipo Neumann para todas las propiedades, es decir, el gradiente en la dirección normal a la superficie de salida es igual a cero. En las celdas de la paredes y solera del canal el vector velocidad tiene valores nulos $\underline{U} = (0, 0, 0)$, mientras que para las propiedades de la turbulencia se utilizaron funciones de pared estándares de la librería de OpenFOAM.

Tabla 1. Condiciones de borde del modelo numérico $k-\omega$ SST – RANS. Nombres según la librería de OpenFOAM.

Superficie	\underline{U}	p	k, ω, V_t
Entrada	fixedValue	zeroGradient	$k = 1e - 5 \text{ m}^2/\text{s}^2$ $\omega = 0.012 \text{ s}^{-1}$ $V_t = \text{calculado}$
Salidas	zeroGradient	zeroGradient	zeroGradient
Paredes	fixedValue $\underline{U} = (0 \ 0 \ 0)$	zeroGradient	kqRWallFunction omegaWallFunction nutWallFunction

2.1.5. Comparación de las curvas $h-Q$.

Se realizó una comparación de la curva $h-Q$ estándar con la curva actualmente utilizada en la PCB, y con las ajustadas a partir de los datos obtenidos mediante de estimación de Q por dilución de sal, ADV y modelado numérico. Se calcularon las diferencias de Q para diferentes valores de h . Como parámetro de comparación se calculó la diferencia porcentual entre valores de Q (D_{i-j}) estimados a partir de h definidos,

$$D_{i-j} = \frac{Q_i - Q_j}{Q_j} * 100 \quad (\text{Ec. 1})$$

donde D es la diferencia porcentual entre un valor de Q estimado con la curva i (Q_i) y otro valor de Q estimado con la curva j (Q_j).

2.2. Valoración de la operación de mezcla rápida

Se calculó el gradiente medio de velocidad (G) y el tiempo de residencia (T) en la cP (ENOHSa, 2001; Arboleda Valencia, 2000; Bratby, 2016) considerando las medidas estándar y las obtenidas del plano conforme obra. Asimismo, se estimó G mediante el modelo numérico, el cual permite calcular parámetros del flujo turbulento, entre ellos la energía cinética turbulenta (k) y su tasa de disipación (ϵ). En función de ellos y la viscosidad del fluido (ν) se puede estimar el valor del gradiente de velocidad como $G = (\epsilon/\nu)^{1/2}$ (Ragessi *et al.*, 2019). Estos resultados se compararon con aquellos obtenidos mediante cálculo numérico computando la diferencia porcentual utilizando la Ec.1 pero reemplazando los valores de Q por valores de G .

3. Resultados

3.1. Verificación de la curva altura-caudal ($h-Q$)

3.1.1. Descripción de la cP

3.1.1.1. Características del flujo aguas arriba del dispositivo

La inspección visual de las características del flujo aguas arriba del dispositivo permitió identificar flujo no uniforme. Previo a la sección convergente de la cP, se observaron los siguientes obstáculos al flujo que generan su movimiento turbulento: i) inmediatamente aguas arriba del inicio de la sección convergente, una depresión de 1 m de profundidad y 2 m de largo en la solera del canal (Figura 6) en donde ingresa un conducto de DN600 correspondiente a la admisión secundaria de agua cruda (IN₂ en Figura 1); ii) una constricción en el canal en donde está montada una compuerta de regulación de Q ; iii) una reja para filtrar el material grueso; y iv) una curva a *ca.* 80° en el canal de transporte de agua cruda a < 5 m del inicio de la sección convergente (α en la Figura 6).

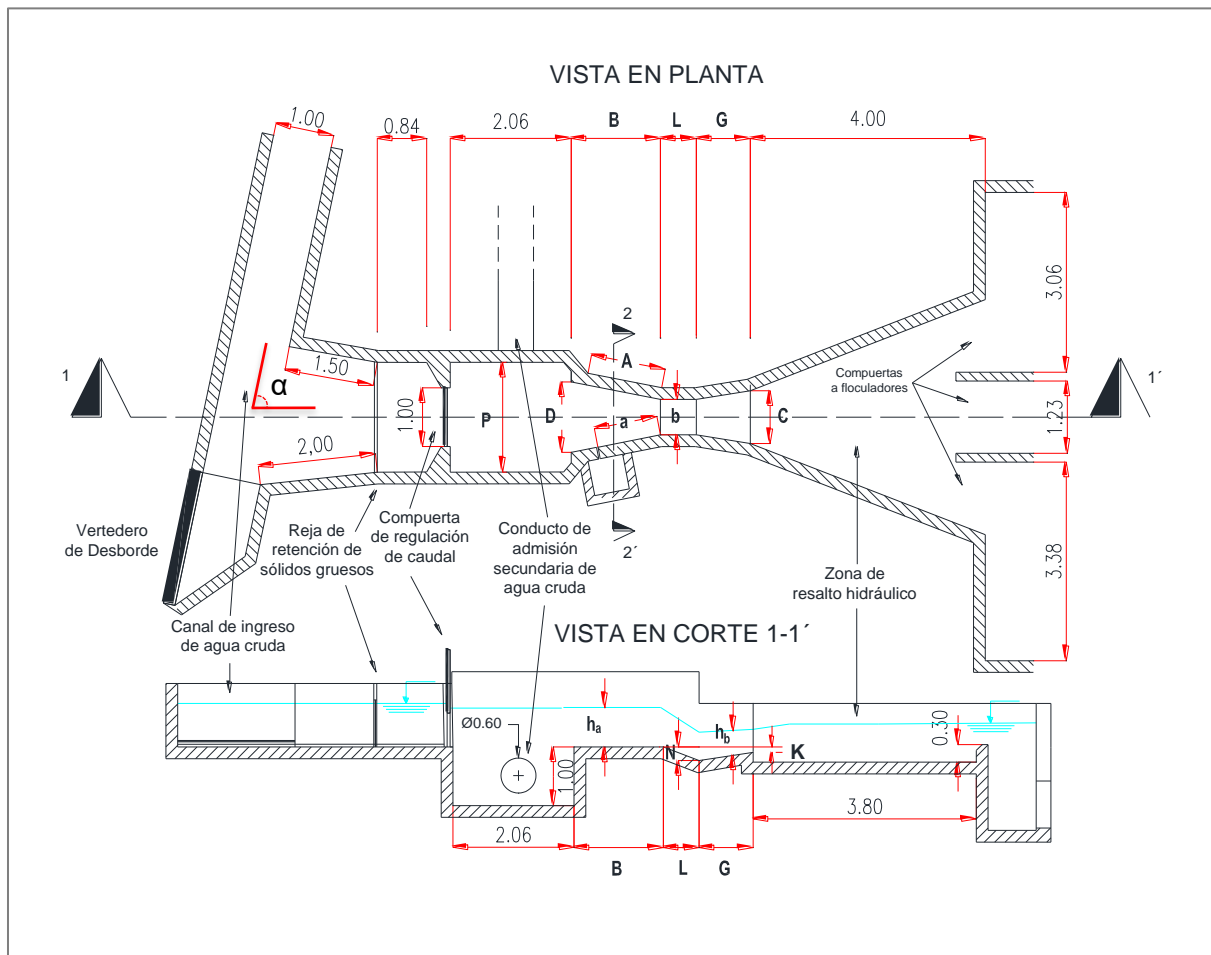


Figura 6. Plano conforme obra de la cP de la PCB. Las distancias referenciadas con letras se detallan en la Tabla 2. El ángulo indicado como α muestra la curvatura en el canal de ingreso de agua cruda (ver texto). El ángulo (α) representa la curva del canal de ingreso de agua cruda.

Tabla 2. Comparación entre las medidas de una cP estándar y las de la cP de la PCB.

	b	A	a	B	C	D	L	G	K	P
cP estándar (mm)	610	1524	1016	1495	914	1206	610	914	76	1854
cP PCB (mm)	608	1550	1005	1520	900	1200	608	920	93	1870
Diferencia (%)	-0.3	1.7	-1.1	1.7	-1.5	-0.5	0.3	0.7	23.0	0.9

3.1.1.2. Dimensiones y estado de los materiales

En el proyecto original de la PCB se adoptó una cP de 0.61 m de ancho de garganta, la cual es adecuada para aforar caudales entre 12 y 900 L/s a descarga libre (ISO, 1992; ASTM, 2001). El sistema primario fue construido en 1987 en mampostería de ladrillo con revoque fino de concreto y en el cual se observan signos de desgaste y aumento de rugosidad. Las diferencias entre las dimensiones de la cP-PCB y la cP estándar se encuentran en general dentro de $\pm 2\%$ que indica la respectiva norma ASTM (2001). La mayor diferencia se observó en la altura del escalón del final de la sección divergente (Tabla 2, K), el cual es 23 % más alto que el indicado en el diseño estándar.

En este mismo sentido, otra diferencia con un dispositivo estándar se registró en la transición del canal de ingreso a la sección convergente, donde no existen muros guía, *i.e.* los muros están ubicados perpendicularmente al flujo, generando turbulencia (Figura 6). Asimismo, la cP estudiada no cuenta con una rampa de aproximación previo al inicio de la sección convergente, la cual debería tener una pendiente del 25% (ASTM, 2001). Ambas diferencias respecto del diseño estándar pueden ser consideradas en la estimación de Q mediante el uso del coeficiente de corrección propuesto por Heiner *et al.* (2011). Estos autores, utilizando un modelo físico de una cP de 0.61 m de ancho de garganta, generaron un grupo de ecuaciones para establecer un coeficiente de corrección que se aplica al Q estimado a partir de la curva $h-Q$ estándar. Se realizó el cálculo de dicho coeficiente, utilizando la fórmula definida para dispositivos sin muros guía ni rampa de aproximación:

$$C_{sw} = 1.691 \alpha^5 - 7.052 \alpha^4 + 11.01 \alpha^3 - 8.444 \alpha^2 + 3.571 \alpha + 0.212 \quad (\text{Ec. 2})$$

donde C_{sw} es el coeficiente de corrección y α es el cociente de ubicación del ducto de ingreso a la cámara de aquietamiento respecto de la ubicación de diseño (2/3 del largo del muro de la sección convergente). El coeficiente C_{sw} se utiliza mediante la siguiente fórmula

$$Q_{corr} = \frac{Q_d}{C_{sw}} \quad (\text{Ec. 3})$$

donde Q_{corr} es el valor de Q corregido y Q_d es el valor de Q obtenido mediante la curva $h-Q$. El valor de C_{sw} calculado fue de 0.9883, es decir que Q_{corr} es aproximadamente un 1 % mayor al Q estimado mediante la curva $h-Q$.

3.1.1.3. Flujo libre en la descarga

Se comprobó la condición de flujo libre en la garganta mediante el cociente entre la profundidad en la sección de medición (h_a) y la profundidad antes del resalto (h_b) (Figura 6). En el dispositivo estudiado esta relación fue < 0.50 para los caudales dentro del intervalo de operación. Para una cP de estas dimensiones existe flujo libre en la descarga si $h_a/h_b < 0.66$ (Hendricks, 2011), por lo tanto, no sería necesario utilizar la técnica de corrección de Q considerando los tirantes en la garganta y en la sección divergente.

3.1.1.4. Verificación del dispositivo de medición de nivel

El sistema secundario está compuesto por una cámara de aquietamiento cuyo canal de ingreso se ubica a 2/3 de la distancia total del largo del muro de la sección convergente, como en una cP estándar. Esta cámara está equipada con una escala limnimétrica y un sensor ultrasónico de nivel asociado a esta. Estos dispositivos registran los valores de h , a partir de los cuales se estima Q utilizando la correspondiente curva $h-Q$. Por lo tanto, es clave asegurar que el nivel cero de la escala sea idéntico al nivel de la solera de la sección de aforo.

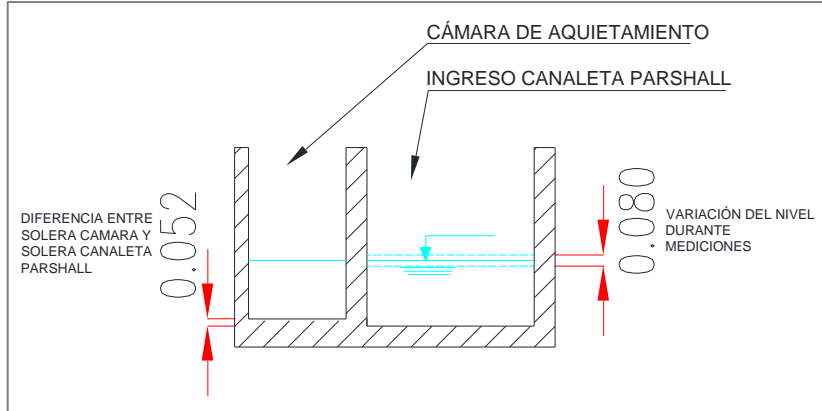


Figura 7. Croquis de corte (2-2' en Figura 6) transversal del sector de la canaleta Parshall en la sección convergente y cámara de aquietamiento en donde se ubica la escala limnimétrica. Medidas expresadas en metros.

En la PCB, utilizando un nivel óptico (TI Asahi Co., Ltd., Saitama), se determinó que el cero de la escala se encuentra 0.052 metros por encima del nivel de la solera de la sección de aforo (Figura 7). Por este motivo, la medición obtenida de dicha escala estaría subestimando el Q en aproximadamente 46 L/s, los cuales constituyen *ca.* el 9 % del Q máximo de tratamiento informado por el personal de la planta de 500 L/s.

3.1.2. Estimación de Q por medición de la dilución de sal

Se configuró el equipo para obtener una serie temporal con una frecuencia de 1 Hz para la medición de CE, la cual, conjuntamente con la alta resolución de medición de esta variable, permiten aumentar el cociente señal/ruido y disminuir la incertidumbre de la estimación. (Figura 8).

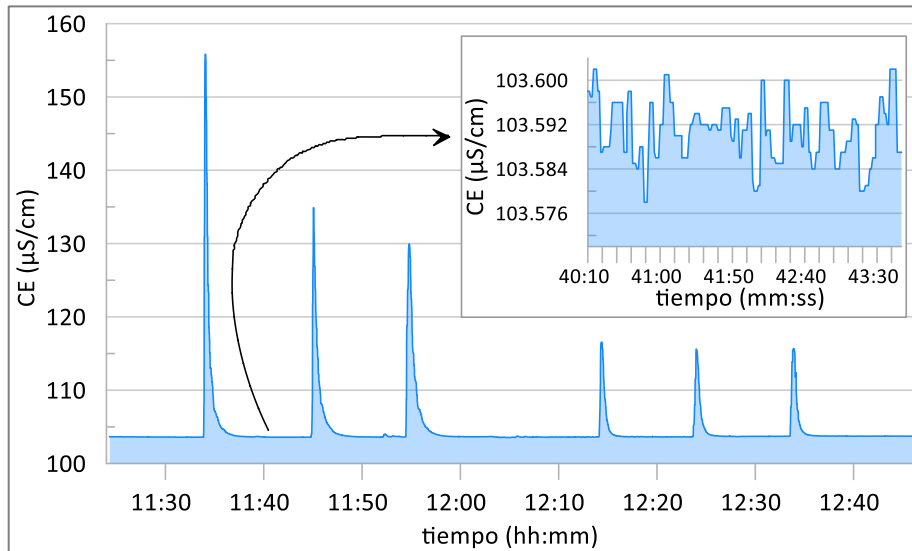


Figura 8. Registro de variación temporal de la conductividad eléctrica (CE) en uno de los canales durante los ensayos de estimación de Q mediante medición de dilución de sal. La figura principal muestra seis picos consecutivos correspondientes a sendas inyecciones de solución salina. El gráfico inserto muestra una sección aparentemente homogénea de la serie temporal en una menor escala temporal donde puede notarse la alta resolución del equipamiento.

Las estimaciones de Q realizadas con esta metodología se realizaron en los valores medio, mínimo y máximo de h dentro del rango usual de operación de la cP. Los valores de Q determinados se muestran en la Tabla 3. Se realizó mayor número de estimaciones en el rango medio debido a que las mismas se realizaron durante la operación normal de la planta y esta situación sólo permitió variar el Q de ingreso de agua cruda de manera circunstancial.

Tabla 3. Estimaciones de caudal realizadas por el método de medición de dilución de sal en la canaleta Parshall de la Planta de Cuesta Blanca.

h (m)	0.26			0.47								0.55		
Q (L/s)	168	196	192	431	460	421	413	446	445	434	423	573	548	527
duración (m:ss)	7:59	9:14	8:34	3:20	6:10	8:03	9:03	19:09	6:11	7:13	6:43	8:36	5:13	4:40

3.1.3. Estimación de Q por velocimetría acústica Doppler

Se realizaron 14 aforos en un rango de h de 0.11 – 0.57 m. Las mediciones de velocidad utilizadas para la estimación de Q se realizaron en la sección de la cP en donde se ubica la tubería que comunica la columna de agua en la sección convergente y la cámara de aquietamiento (Figura 2). Los pares h, Q de valores registrados mediante ADV se muestran en la Tabla 4.

Tabla 4. Estimaciones de caudal realizadas con ADV en la sección de medición de h de la cP. Fr: Número de Froude; incertidumbre calculada mediante estimador de varianza interpolada (Cohn *et al.*, 2013); U: velocidad en la sección.

h (m)	Q (L/s)	Área (m ²)	U (m/s)	incertidumbre		Fr	Fecha	hora
				%	(L/s)			
0.11	21	0.12	0.18	12.3	3	0.17	02/nov/21	10:22
0.15	85	0.19	0.45	7.3	6	0.37	02/nov/21	7:12
0.36	361	0.42	0.86	2.0	7	0.46	20/abr/21	9:20
0.42	380	0.43	0.88	3.2	12	0.43	22/ago/22	12:58
0.47	404	0.44	0.92	3.4	14	0.43	14/dic/21	6:59
0.47	466	0.48	0.97	6.6	31	0.45	24/nov/22	10:20
0.48	438	0.47	0.94	3.2	14	0.43	18/mar/21	11:30
0.48	461	0.48	0.96	1.4	6	0.44	25/oct/21	11:10
0.48	425	0.46	0.93	3.2	14	0.43	10/nov/22	11:30
0.48	394	0.43	0.92	3.1	12	0.42	14/nov/22	11:19
0.49	438	0.47	0.94	3.0	13	0.43	28/ene/22	9:31
0.53	500	0.50	1.00	2.3	12	0.44	16/jun/21	12:00
0.53	527	0.51	1.03	2.5	13	0.45	26/nov/21	10:33
0.57	562	0.53	1.06	2.1	12	0.45	28/ene/22	10:21

En general, se observaron mayores valores de incertidumbre porcentual para caudales bajos. Esta situación está relacionada con el método de cómputo de esta magnitud, que considera para cada una de las verticales el desvío estándar de la velocidad media y el cual es frecuentemente mayor en una sección de menor tirante debido al efecto de la turbulencia en la columna de agua (Cohn *et al.*, 2013).

3.1.4. Estimación de Q por modelado numérico

En base a los resultados del modelo CFD se ajustó la ecuación para determinar el caudal en función de la altura de agua que pasa por la cP. En la Figura 9 se observa que en la garganta de la cP la velocidad tiene una distribución no uniforme, situación que se mantiene a lo largo de la canaleta. Este fenómeno también se observó en los aforos con ADV. El modelo numérico permitió visualizar que se desarrolla un flujo tridimensional producto de la curva 80°, ubicada aguas arriba de la canaleta y también de la cámara del ingreso secundario de agua cruda.

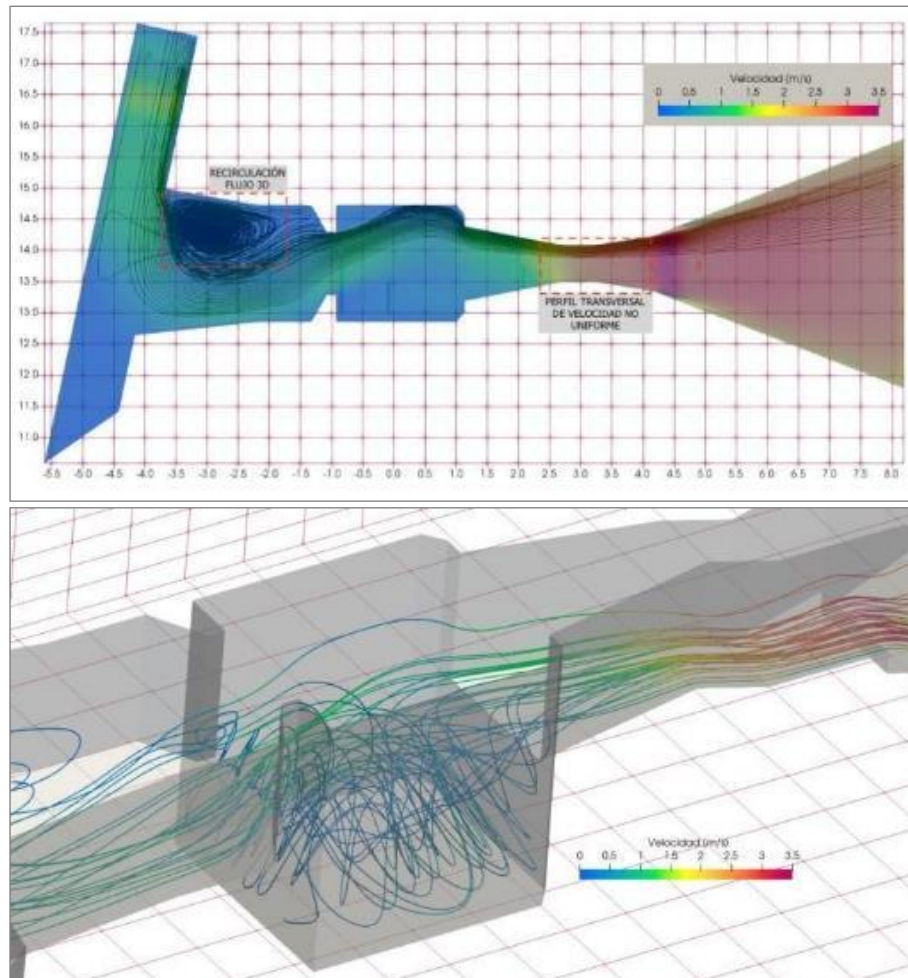


Figura 9. Simulación del campo de velocidades y trayectoria de partículas en el dispositivo de aforo de la PCB.

3.1.5. Comparación de las curvas $h-Q$.

Se compararon con la curva estándar para una cP de 0.61 m de ancho de garganta, un total de cuatro curvas: i) la curva actualmente utilizada en la PCB; ii) la curva obtenida a partir de las estimaciones de Q por medición de la dilución de sal; iii) la curva obtenida a partir de las estimaciones de Q por ADV; y la curva obtenida del modelo CFD (Tabla 5, Figura 10).

Tabla 5. Diferencia de valores de caudal (Q) estimados a partir de altura (h) en la canaleta Parshall. Los Q son estimados a partir de cinco curvas h - Q . std: 1-curva estándar; 2-PCB: curva actualmente utilizada en la planta; 3-dil.sal: curva obtenida de aforo por dilución de sal; 4-ADV: curva obtenida de aforo con velocímetro acústico Doppler; y 5-CFD: curva obtenida de modelo numérico. Se muestran los Q y su diferencia relativa con la curva estándar para el rango habitual de operación de h .

h	Q_{1-std}	Q_{2-PCB}	$Q_{3-dil.sal}$	Q_{4-ADV}	Q_{5-CFD}	$D_{PCB-std}$	$D_{dil.sal-std}$	$D_{ADV-std}$	$D_{CFD-std}$	
m	L/s					%				
0.25	169	185	173	139	167	8.7	2.5	-21.1	-1.2	
0.30	224	229	225	193	222	2.3	0.8	-16.1	-0.7	
0.35	284	275	282	254	283	-3.4	-0.7	-12.0	-0.2	
0.40	349	321	342	322	350	-8.7	-2.0	-8.6	0.1	
0.45	419	369	407	397	421	-13.5	-3.1	-5.7	0.4	
0.50	494	418	474	479	497	-18.1	-4.2	-3.1	0.7	
0.55	572	468	544	567	578	-22.3	-5.1	-0.8	1.0	
0.60	655	518	618	662	663	-26.3	-6.0	1.2	1.2	
Promedio	-	-	-	-	-	-10.2	-2.2	-8.3	0.2	

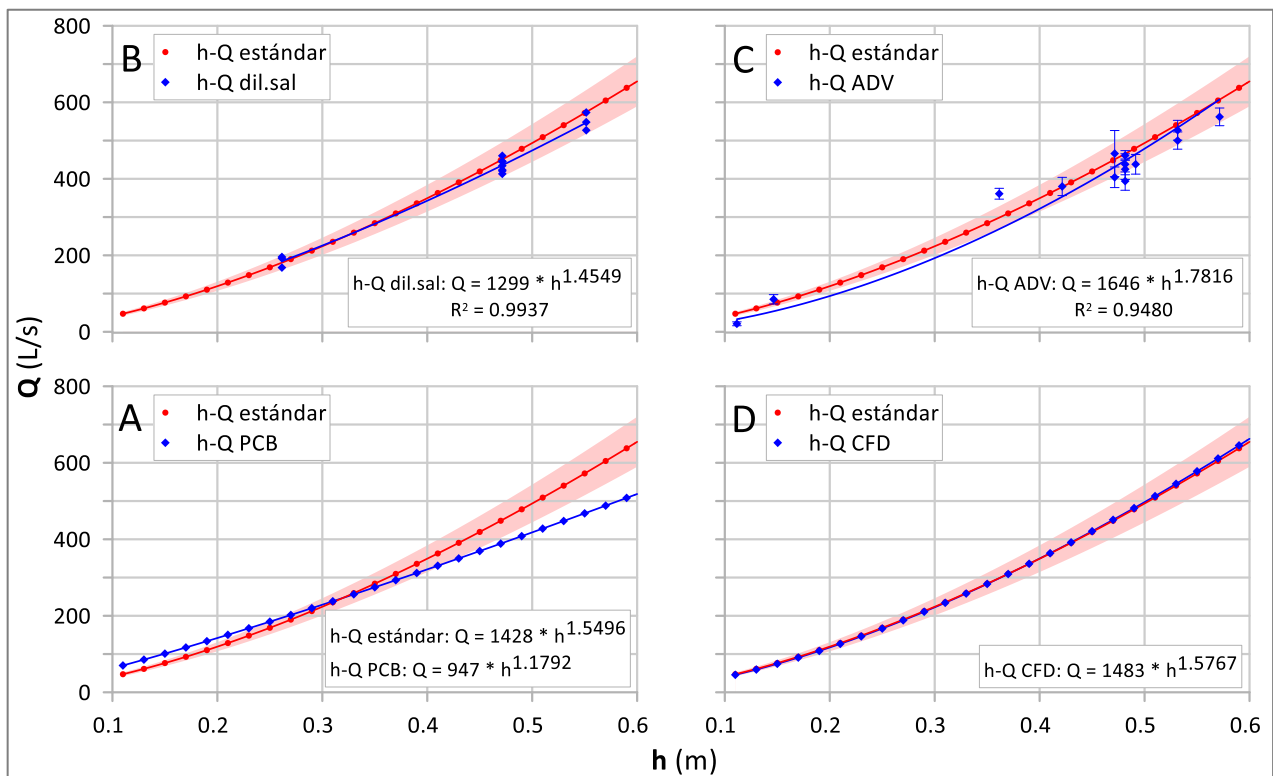


Figura 10. Curvas altura (h) – caudal (Q) para la canaleta Parshall (cP) de ingreso de agua cruda a la planta potabilizadora de Cuesta Blanca y su ajuste a respectivas funciones potenciales. Se muestra la curva la curva estándar corregida (ver texto) para una cP de 0.61 m de ancho de garganta (h - Q estándar) y en sombreado rojo el intervalo $\pm 10\%$. A: curva actualmente utilizada en la PCB (h - Q PCB); B: curva ajustada a los aforos realizados mediante dilución de sal (h - Q dil.sal), en donde se incluyen las barras de error; C: curva ajustada a los aforos realizados mediante velocimetría acústica Doppler (h - Q ADV), en donde también se incluyen las barras de error; y D: curva obtenida de modelo numérico (h - Q CFD).

La comparación muestra que la curva h - Q actualmente utilizada en la PCB se aleja de la curva estándar, subestimando Q para $h > 0.35$ m, es decir, para la mayor parte del tiempo de operación. Al respecto de las estimaciones realizadas (dilución de sal y ADV), se observa buen ajuste para ambas curvas con la curva estándar siendo la metodología de aforo por dilución de sal la que mayor coeficiente de correlación mostró con los valores de h ensayados. Finalmente, la curva obtenida del modelo numérico tuvo un ajuste casi idéntico con la curva estándar manteniéndose dentro del intervalo $\pm 10\%$ para los valores de Q .

3.2. Valoración de la operación de mezcla rápida

Se realizaron cálculos de tiempo de residencia hidráulico (T), número de Froude (F_r) y gradiente de velocidad (G) para el resalto hidráulico en una cP estándar (ASTM, 2001) y de la cP en estudio (Tabla 6; Anexo 1). Se observa que los valores son prácticamente iguales, sugiriendo que las diferencias observadas en las dimensiones constructivas no estarían afectando a estos parámetros.

Tabla 6. Valores de los parámetros de mezcla rápida en una canaleta Parshall estándar y en el dispositivo estudiado a $Q = 400$ L/s. Se muestran las proporciones estándar a construidas..

	Dispositivo estándar	Dispositivo estudiado	Relación estándar a estudiado
Tiempo de residencia	0.97 s	1.00 s	97%
Número Froude	2.20	2.25	97%
Gradiente de velocidad	910 s^{-1}	936 s^{-1}	97%

A partir de los resultados del modelo CFD se obtuvieron valores de G en una grilla que abarca el volumen comprendido entre la sección convergente de la cP hasta el partidor de flujo de ingreso a los floculadores. Los resultados muestran que los valores de G fueron más altos en el salto hidráulico y disminuyeron en la dirección del flujo (Figura 11). Los valores de G oscilaron entre 500 y 3000 s^{-1} , siendo el rango predominante en el salto 1200 - 1300 s^{-1} .

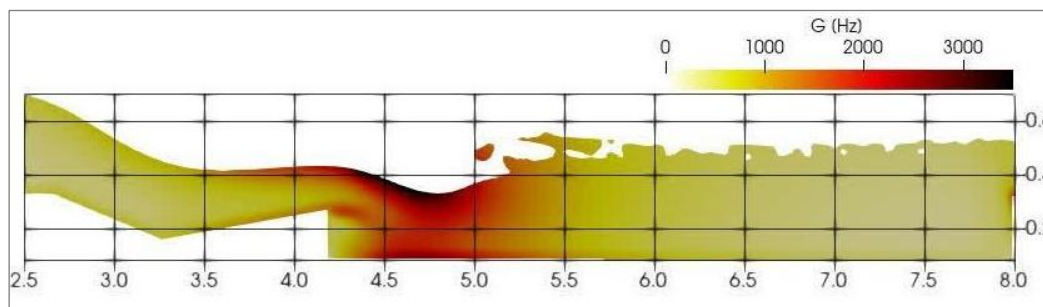


Figura 11. Corte longitudinal de la garganta y la sección divergente de la cP de la PCB en donde se observan los valores de gradiente de mezcla (G) en el resalto hidráulico estimados mediante modelación CFD. Valores de las etiquetas de los ejes en metros. Eje x comenzando en la sección convergente y eje y en el piso del canal de salida.

4. Discusión

La construcción de una cP, como cualquier dispositivo de medición, requiere condiciones específicas para asegurar su correcto funcionamiento de acuerdo a las hipótesis teóricas de la Mecánica de los Fluidos. En relación al flujo de aproximación, las normas establecen que debe ser tranquilo y ordenado (ISO, 1992; ASTM, 2001; USBR, 2001). Por lo tanto, aguas arriba del dispositivo no debe haber obstrucciones ni cambios bruscos en la sección del canal de ingreso. En el análisis inicial de la cP en la PCB, se identificaron singularidades hidráulicas aguas arriba del dispositivo que podrían generar diferencias entre los Q medidos y los calculados utilizando la curva $h-Q$ estándar. A pesar de que se observó flujo turbulento en la sección de medición debido a estas singularidades, la similitud entre las curvas $h-Q$ obtenidas a través de los diferentes métodos ensayados y la curva estándar (Figura 10; Tabla 5) sugiere que esta turbulencia no afecta significativamente la relación $h-Q$ en la cP examinada. Con excepción de la curva actualmente en uso, la mayoría de los puntos experimentales caen dentro del intervalo de $\pm 10\%$, lo que respalda la conclusión de que las estimaciones y los modelos son estadísticamente similares y confiables. Khosronejad *et al.* (2021) llegaron a una conclusión similar en un estudio enfocado en la influencia de la turbulencia en las fluctuaciones del nivel del agua en una cP con medición de la altura en el centro del canal. En el presente caso de estudio, se espera una influencia aún menor debido a que la medición de la altura se realiza en una cámara de aquietamiento, donde las fluctuaciones instantáneas del nivel son prácticamente imperceptibles.

Al examinar la estructura de la cP en sí misma, se destacan las pautas de instalación y construcción del sistema primario. Estas pautas establecen que las discrepancias entre las dimensiones estándar y las dimensiones de la obra deben ser inferiores al 2% según ASTM (2001) o al 0.2% según ISO (1992). En el caso de la cP analizada, se observaron discrepancias promedio del 1% entre las medidas estándar y las medidas de obra (Tabla 2). Sin embargo, surgieron dos

excepciones: en primer lugar, la diferencia de altura entre las crestas de las secciones convergente y divergente, que registró 0.093 m la cP estudiada en contraposición a la norma de 0.076 m; en segundo lugar, la ausencia de muros guía adecuadamente proporcionados en el ingreso a la sección convergente. Con respecto a la primera discrepancia, es probable que, mientras se cumpla la condición de descarga libre, las diferencias no afecten de manera substancial el flujo en la sección de aforo. Un ejemplo de esto es la canaleta Montana, un tipo de cP construida sin sección divergente y que es ampliamente utilizada en sistemas que disponen de carga hidráulica suficiente (USBR, 2001). No obstante, en la cP analizada, debe asegurarse que el resalto hidráulico se ubique aguas abajo de la porción media de la sección divergente para mantener la descarga libre. De no cumplirse esta condición, debería ajustarse el sistema secundario para medir el tirante en la garganta y la sección divergente, y calcular el correspondiente coeficiente de corrección (ENOHSa, 2001). La segunda discrepancia con una cP estándar está relacionada con la disposición de los muros guía que conectan el canal y la sección convergente. En el dispositivo estudiado, estos muros están ubicados perpendicularmente al flujo, lo que genera ondas estacionarias en la entrada de la cP y puede afectar la precisión de la estimación de Q (Savage *et al.*, 2014). Estudios experimentales han demostrado que esta perturbación puede reducirse mediante modificaciones en los muros guía, creando una convexidad con un radio de 0.51 m (Xu *et al.*, 2022). En caso de no ser posible una modificación de la obra, pueden utilizarse coeficientes de corrección de Q , como se realizó en este trabajo siguiendo las recomendaciones de Heiner *et al.* (2011).

Cuando se consideran las particularidades del sistema secundario, es importante destacar que su precisión se ve influida por la incertidumbre asociada a la medición del nivel (USEPA, 2017). Al comparar los resultados obtenidos de modelos físicos y numéricos, Savage *et al.* (2014) notaron que las mediciones de h realizadas en el centro la sección convergente o en una escala ubicada en la pared, producen errores en la estimación de Q cercanos al 5%; en contraste con valores de h medidos en una cámara de quietamiento que producen errores cercanos al 2% en la estimación de Q . Sin embargo, un problema que influye en la estimación de Q es la discrepancia entre el nivel de referencia de la cámara de quietamiento y el fondo de la cP en la sección de aforo, como se observó en la cP que estamos examinando. En este estudio, al utilizar la curva h - Q ajustada según las recomendaciones de Heiner *et al.* (2011), esta discrepancia resulta en una subestimación del caudal de aproximadamente 46 L/s, lo que representa casi el 9% del caudal máximo de tratamiento.

En cuanto a la capacidad de la cP para producir un valor de G apropiado para la mezcla rápida, las recomendaciones de ENHOSA (2001) establecen que, para un dispositivo con una garganta de 0.61 m por donde fluye un caudal entre 400 y 600 L/s, se estima que los valores de G , F_r y T deben estar en el rango de 905 a 790 s^{-1} , de 2.2 a 1.9 y de *ca.* 1.0 s, respectivamente. Además, Arboleda Valencia (2000) sugiere que el valor de F_r debe estar dentro de los intervalos de 1.7 a 2.5 o de 4.5 a 9.0, evitando valores entre 2.5 y 4.5, ya que esto puede dar lugar a un resalto inestable que cambia de posición y dificulta la aplicación de coagulantes. Estas estimaciones se acercan a los resultados obtenidos en este estudio a través de cálculos y modelado numérico (Tabla 6).

La precisión en la determinación de Q y la estimación de G son claves para optimizar el proceso de potabilización. El análisis de los resultados del presente estudio demuestra que las técnicas empleadas constituyen una alternativa eficaz y viable para determinar la incertidumbre en la estimación de estas variables. Las metodologías utilizadas son precisas, confiables y de bajo costo, lo que las convierte en una opción atractiva para mejorar el control del proceso.

5. Bibliografía

- Arboleda Valencia. (2000). Teoría y práctica de la purificación del agua. Santa Fe de Bogota DC: McGraw-Hill.
- ASTM. (2001). Standard Test Method for Open Channel Flow Measurement of Water with the Parshall Flume, American Society for Testing and Materials, ASTM D1941-01.
- Boiten, W. (2020). Hydrometry: IHE Delft lecture note series. CRC press.
- Bratby, J. (2016). Coagulation and flocculation in water and wastewater treatment. IWA publishing.
- Cohn, T. A., Kiang, J. E., & Mason Jr, R. R. (2013). Estimating discharge measurement uncertainty using the interpolated variance estimator. *Journal of Hydraulic Engineering*, 139(5), 502-510.
- Davis, M. L. (2019). Water and wastewater engineering: design principles and practice. McGraw-Hill Education.
- ENOHSa (Ente Nacional de Obras Hídricas de Saneamiento). (2001). Guías para la presentación de proyectos de agua potable. Ministerio de Obras Públicas. Presidencia de la Nación. Buenos Aires.

- Geuzaine, C. & Remacle, J. F. (2009). Gmsh: a 3-D element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 79 (11), 461–477. Versteeg, 2007.
- Greenshields, C. J. (2015). *OpenFOAM user guide*. OpenFOAM Foundation Ltd, version, 3(1), 47.
- Hellsten, A. 1998. Some Improvements in Menter's k-omega-SST turbulence model. 29th AIAA Fluid Dynamics Conference, AIAA-98-2554.
- Heiner, B. J., Barfuss, S. L., & Johnson, M. C. (2011). Flow rate sensitivity due to Parshall flume staff gauge location and entrance wing wall configuration. *Journal of irrigation and drainage engineering*, 137(2), 94-101.
- Hendricks, D. (2011). *Fundamentals of water treatment unit processes: physical, chemical, and biological*. CRC Press.
- Heyrani, M., Mohammadian, A., Nistor, I., & Dursun, O. F. (2022). Application of Numerical and Experimental Modeling to Improve the Efficiency of Parshall Flumes: A Review of the State-of-the-Art. *Hydrology*, 9(2), 26.
- Issa, R. I. (1986). Solution of the implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting. *Journal of computational physics*, 62(1), 40-65.
- ISO (International Standards Organization). (1992). *Measurement of liquid flow in, Open Channels – Parshall and SANIRI Flumes*, ISO 9826 – International Standardization Organization, Geneva, 1992.
- Khosronejad, A., Herb, W., Sotiropoulos, F., Kang, S., & Yang, X. (2021). Assessment of Parshall flumes for discharge measurement of open-channel flows: A comparative numerical and field case study. *Measurement*, 167, 108292.
- McCabe, W. L., Smith, J. C., & Harriot, P. (2005). *Unit operations of chemical engineering*. McGraw-Hill. New York.
- Menter, F.R. y Esch, T. (2001). *Elements of industrial heat transfer predictions*. 16th Brazilian Congress of Mechanical Engineering (COBEM), Nov. 2001, Uberlandia, Brazil.
- Moore, R. D. (2005). Slug injection using salt in solution. *Streamline Watershed Management Bulletin*, 8(2), 1-6.
- Pant, H. J., Goswami, S., Biswal, J., Samantray, J. S., & Sharma, V. K. (2016). Discharge rate measurements in a canal using radiotracer methods. *Applied Radiation and Isotopes*, 112, 89-97.
- Ragessi, I. M., García, C. M., Márquez Damián, S., Pozzi Piacenza, C., & Cantero, M. I. (2019). Detailed experimental and numerical characterization of turbulent flow in components of a water treatment plant. *Water Science and Technology*, 80(11), 2117-2130.
- Rehmel, M. (2007). Application of acoustic Doppler velocimeters for streamflow measurements. *Journal of Hydraulic Engineering*, 133(12), 1433-1438.
- Richardson, M., Sentlinger, G., Moore, R. D., & Zimmermann, A. (2017). Quantifying the relation between electrical conductivity and salt concentration for dilution gauging via dry salt injection. *Confluence: Journal of Watershed Science and Management*, 1(2).
- Savage, B. M., Heiner, B., & Barfuss, S. L. (2014). Parshall flume discharge correction coefficients through modelling. In *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Water Management* (Vol. 167, No. 5, pp. 279-287).
- USBR (US Bureau of Reclamation). (2001). *Water Measurement Manual; A Water Resources Technical Publication*. https://www.usbr.gov/tsc/techreferences/mands/wmm/WMM_3rd_2001.pdf.
- USEPA (US Environmental Protection Agency). (2017). *NPDES Compliance Inspection Manual*. US Environmental Protection Agency, Office of Water, Office of Water Enforcement and Permits. EPA 305-K-17-001
- Xu, H., Li, Z., Wu, W., Liu, T., Hu, Y., & Ma, M. (2022). Hydraulic characteristics of the Parshall flume entrance wingwall: Numerical simulation and test. *Irrigation and Drainage*.

6. Anexo I.

Cálculo de gradiente de velocidad en el resalto de la canaleta Parshall. cP-std: canaleta Parshall estándar de 0.61 m de ancho de garganta; cP-PCB: canaleta Parshall de la planta potabilizadora Cuesta Blanca.

Símbolo	Cantidad	Unidad	Descripción	Fórmula
W	0.610	m	ancho de garganta de cP-std	estándar
W _m	0.608	m	ancho de garganta de cP-PCB	medida
T	17.5	° C	temperatura del agua	adoptada
ρ	998.68	kg/m	densidad	
μ	0.001071	N s/m	viscosidad dinámica	
g	9.807	m/s ²	aceleración de la gravedad	
Q	0.500	m ³ /s	caudal	adoptada
C	0.915	m	dimensión de cP-std	estándar
C _m	0.900	m	dimensión de cp-PCB	medida
D	1.207	m	dimensión de cP-std	estándar
D _m	1.200	m	dimensión de cp-PCB	medida
K	0.076	m	dimensión de cP-std	estándar
K _m	0.093	m	dimensión de cp-PCB	medida
N	0.229	m	dimensión de cP-std	estándar
N _m	0.229	m	dimensión de cp-PCB	adoptada (no hay 2 ^{da} cámara de quietamiento)
k	0.795	m	coeficiente hQ cP-std	adoptada
n	0.640	m	coeficiente hQ cP-std	adoptada
Cálculo de la profundidad y velocidad del agua en la sección de aforo				
H ₀	0.510	m	profundidad en la sección de aforo	=kQ ⁿ
D ₀	1.008	m	ancho de la cP-std en la sección de aforo	=(2/3)*(D-W)+W
D _{0m}	1.003	m	ancho de la cP en la sección de aforo	=(2/3)*(D _m -W _m)+W _m
U ₀	0.972	m/s	velocidad del agua estimada en la sección de aforo	=Q/D ₀ H ₀
U _{0m}	1.034	m/s	velocidad del agua medida en la sección de aforo	medida con ADV
Caudal específico en la garganta de la Parshall				
q	0.820	m ³ /s m	Q específico en W	=Q/W
q _m	0.822	m ³ /s m	Q específico en W	=Q/W _m
Carga hidráulica disponible				
E ₀	0.787	m	carga hidráulica disponible cP-std	=(U ₀ ² /2g)+H ₀ +N
E _{0m}	0.794	m	carga hidráulica disponible cP-PCB	=(U _{0m} ² /2g)+H ₀ +N _m
Cálculo de la velocidad y de la profundidad del agua inmediatamente antes del resalto				
cosθ	-0.688			=(g*q)/((2/3)*g*E ₀) ^{1.5}
cosθ _m	-0.682			=(g*q _m)/((2/3)*g*E _{0m}) ^{1.5}
U ₁	3.237	m/s	velocidad antes del resalto cP-std	=2*(2*g*E ₀ /3) ^{1.5} *(cos(acos(θ)/3))
U _{1m}	3.258	m/s	velocidad antes del resalto cP-PCB	=2*(2*g*E _{0m} /3) ^{1.5} *(cos(acos(θ _m)/3))
h ₁	0.253	m	profundidad antes del resalto cP-std	=q/U ₁
h _{1m}	0.252	m	profundidad antes del resalto cP-PCB	=q _m /U _{1m}
Número de Froude				
F ₁	2.05		Número de Froude cP-std	=U ₁ /(g*h ₁) ^{1.5}
F _{1m}	2.07		Número de Froude cP-PCB	=U _{1m} /(g*h _{1m}) ^{1.5}
Cálculo de la altura conjugada del resalto				
h ₂	0.620	m	altura conjugada del resalto cP-std	=(h ₁ /2)*(1+(8*F ₁ ²)-1) ^{1.5}
h _{2m}	0.624	m	altura conjugada del resalto cP-PCB	=(h _{1m} /2)*(1+(8*F _{1m} ²)-1) ^{1.5}

Profundidad y velocidad del agua en la sección de salida				
h_3	0.467	m	profundidad en la sección de salida cP-std	$=h_2-(N-K)$
h_{3m}	0.488	m	profundidad en la sección de salida cP-PCB	$=h_{2m}-(N_m-K_m)$
U_3	1.171	m/s	velocidad en la sección de salida cP-std	$=Q^*(C^*h_3)$
U_{3m}	1.138	m/s	velocidad en la sección de salida cP-PCB	$=Q^*(C_m^*h_{3m})$
Extensión del resalto y pérdida de carga				
L	2.199	m	extensión del resalto cP-std	$=6*(h_2-h_1)$
L_m	2.228	m	extensión del resalto cP-PCB	$=6*(h_{2m}-h_{1m})$
h	0.078	m	pérdida de carga cP-std	$=((h_2-h_1)^3)/(4*h_1*h_2)$
h_m	0.081	m	pérdida de carga cP-PCB	$=((h_{2m}-h_{1m})^3)/(4*h_{1m}*h_{2m})$
Tiempo de mezcla y gradiente de velocidad				
T	1.00	s	tiempo de mezcla cP-std	$=L/((U_1+U_2)/2)$
T_m	1.01	s	tiempo de mezcla cP-PCB	$=L_m/((U_{1m}+U_{2m})/2)$
G	848	1/s	gradiente de velocidad cP-std	$=(g*\rho)/\mu)*(h)T^{1.5}$
G_m	857	1/s	gradiente de velocidad cP-PCB	$=(g*\rho)/\mu)*(h_m)T_m^{1.5}$