

REPUBLICA



ARGENTINA

UNIVERSIDAD NACIONAL DE ROSARIO
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS E INGENIERIA
Avenida Pellegrini 250

INSTITUTO DE FIOGRAFIA Y GEOLOGIA
"Dr. ALFREDO CASTELLANOS"

Directora Dra. PIERINA PASOTTI

SERIE A

Nº. 10

NOTAS

**ANALISIS PLANIMETRICO
DE CUENCAS HIDROGRAFICAS
UTILIZANDO LA
LEMNISCATA ASOCIADA**

Por

JUAN MANUEL RACCA



ROSARIO
REPUBLICA ARGENTINA

1980

ANALISIS PLANIMETRICO DE CUENCAS HIDROGRAFICAS UTILIZANDO LA LEMNISCATA ASOCIADA

RESUMEN

Siguiendo la idea de Chorley, Malm y Pogorzelski (1957) de aproximar la forma de las cuencas hidrográficas a la de la lemniscata $\rho = L \cdot \cos k \theta$ se proponen dos nuevos parámetros relacionados con ella y un método para obtener gráficamente el ajuste entre ambas que permite señalar pautas para la individualización de anomalías en sectores de dichas cuencas.

ABSTRACT

Following the idea of Chorley, Malm and Pogorzelsky (1957) to approximate the shape of drainage basins to the lemniscate $\rho = L \cdot \cos k \theta$, two new parameters and a method of obtaining graphically the fitting of them are proposed, wich allows the appointment of guides to individualize anomalies in sectors of those basins.

INTRODUCCION

Chorley, Malm y Pogorzelski (1957) proponen dos parámetros para caracterizar la forma de las cuencas hidrográficas asociándola con la de la lemniscata $\rho = L \cdot \cos k \theta$ (Figura 1).

El primero es k , constante mayor o igual que la unidad, que

controla la forma de la lemniscata y del que depende la relación entre la longitud de su eje y ancho máximo.

$$k = \frac{L^2 \cdot \pi}{4 A}$$

L: largo del eje longitudinal de la lemniscata.

A: área de la lemniscata.

Para obtenerlo se utilizan en el cálculo el largo del eje longitudinal y la superficie de la cuenca en estudio.

Cuando este parámetro es la unidad, la curva obtenida es la circunferencia. A medida que crece, la forma de la lemniscata se va angostando.

El segundo parámetro propuesto por dichos autores (P/Pm) es la relación entre el perímetro de la lemniscata caracterizada por el valor de k calculado anteriormente (P) y el perímetro de la cuenca medido con curvímeter (Pm), expresando en cierta medida el grado de ajuste entre ambas.

El perímetro P de la lemniscata se calcula por medio de la ecuación

$$P = 2.L. \int_0^{\pi/2} \sqrt{(1 - K^2 \sin^2 \psi)} d\psi = 2.L.E(w)$$

L: largo del eje longitudinal de la lemniscata.

$$K = \frac{\sqrt{k^2 - 1}}{k} \quad (*)$$

$$\psi = \frac{\pi}{2} - k\theta$$

E(w): integral elíptica completa de segunda especie.

Prácticamente P se determina de la siguiente manera:

- 1° Con el valor conocido de k se calcula K por medio de la ecuación (*).
- 2° Se obtiene $w = \text{arc. sin } K$.
- 3° Con w se entra en la tabla de integrales elípticas completas de 2a. especie (Tabla III), interpolando linealmente si fuese necesario, y se obtiene el valor de E(w).
- 4° $P = 2.L.E(w)$.

PARAMETROS PROPUESTOS

Considerando que el pétalo de lemniscata es la forma ideal de equilibrio dinámico o "steady state" de las cuencas hidrográficas, el

ancho máximo y su posición sobre el eje longitudinal en ambas debe coincidir o aproximarse en buena medida.

Teniendo en cuenta este razonamiento, se definen dos nuevos parámetros:

1. Diferencia entre anchos máximos de cuenca y lemniscata, tomando como unidad de medida el largo del eje longitudinal (ΔW).

$$\Delta W = W_c - W_L$$

W_c : ancho máximo de la cuenca/largo del eje longitudinal.

W_L : ancho máximo de la lemniscata/largo del eje longitudinal.

De acuerdo a la experiencia adquirida a través del estudio de distintas cuencas, valores de ΔW tomados en valor absoluto mayores que 0,03 ya señalan algún rasgo particular o anomalía en el sector correspondiente al ancho máximo de la cuenca.

2. Diferencia de posición entre anchos máximos de cuenca y lemniscata sobre el eje longitudinal, tomando como unidad de medida el largo de este último ($\Delta \text{Pos.}W$).

$$\Delta \text{Pos.} W = \text{Pos.} W_c - \text{Pos.} W_L$$

$\text{Pos.}W_c$: Posición del ancho máximo de la cuenca.

$\text{Pos.}W_L$: Posición del ancho máximo de la lemniscata.

Este parámetro ($\Delta \text{Pos.}W$) teóricamente debe ser cero, por lo que valores distintos también indican anomalías o características relacionadas con causas estructurales, litológicas, de erosión, etc., en el sector de localización del ancho máximo de la cuenca.

El origen para considerar las posiciones de los anchos se toma en el extremo del eje longitudinal que corresponde a la desembocadura de la cuenca u origen de coordenadas en el trazado del pétalo de lemniscata.

Estos parámetros al ser referidos a la longitud del eje de la cuenca se tornan adimensionales. Los anchos se tomarán siempre perpendiculares al eje longitudinal.

El eje longitudinal de la cuenca, a los efectos del presente trabajo, se define de la siguiente manera:

- 1° Su dirección es la dirección promedio (o del mayor tramo) del curso de mayor longitud de la cuenca (generalmente el de orden mayor de acuerdo con el ordenamiento propuesto por Horton).
- 2° En ciertos casos, especialmente en cuencas de orden superior a

- 4, suele ocurrir que existan dos o más cursos de similar longitud o jerarquía, y en consecuencia para definir la dirección del eje longitudinal, habrá que considerar la dirección promedio entre ellos.
- 3° La longitud se obtiene bajando normales al eje desde los puntos extremos de la divisoria de aguas (en la zona de las nacientes y en la zona de la desembocadura).

Debido a que la ecuación de la lemniscata está dada en coordenadas polares y no es simple expresar elementos de ella en coordenadas cartesianas ortogonales, se han confeccionado tablas de dichos elementos utilizando métodos de aproximación por iteración usando computadora.

La Tabla I provee para la lemniscata valores de ancho máximo (WL) y su posición (Pos.WL) sobre el eje longitudinal. Se entra con el valor de k , interpolando linealmente si fuera necesario.

METODO GRAFICO PARA RECONOCER DIFERENCIAS LOCALES ENTRE CUENCA Y LEMNISCATA

A pesar que los parámetros expuestos anteriormente indican características planimétricas de las cuencas, lo hacen en forma general o localizada parcialmente.

Para tener una visión total y de localización de variaciones en el ajuste a lo largo de toda la extensión de la cuenca, se propone el método que a continuación se describe.

Habiendo definido dirección y largo del eje longitudinal de la cuenca en el punto anterior, se lo divide en diez partes iguales y se trazan perpendiculares en dichos puntos hasta interceptar la divisoria de aguas.

Se miden los anchos obtenidos de esta forma, anotando también las longitudes parciales a uno y otro lado del eje longitudinal. Estos valores se dividen por la longitud del eje, el que, como se dijera anteriormente, será considerado unidad de medida (Figura 2).

Por otra parte, con el valor de k hallado para la cuenca en estudio, se obtienen de Tabla II los valores de los anchos de la lemniscata asociada situados a décimos del eje longitudinal, interpolando linealmente en caso de ser necesario.

Con todos estos valores se confeccionarán dos diagramas (Figuras 3, 5, 9 y 10):

- (A) *Diagrama de variación de anchos*: Se trazan las curvas de ancho para la cuenca (línea llena) y para la lemniscata (línea de trazos). Los anchos se consideran paralelos al eje de las ordenadas y

el eje longitudinal se considerará coincidente con el de las abscisas. Teóricamente las dos curvas deben coincidir, pudiendo estudiarse en esta gráfica la diferencia de ancho entre cuenca y lemniscata a lo largo del eje longitudinal (exceso, defecto, concavidades, convexidades, inflexiones y linealidad de la curva correspondiente a la cuenca).

En general, zonas tectónicamente hundidas o de débil litología transversales al eje de la cuenca generan ensanchamientos, mientras que aquellas elevadas o de litología más resistente originan angostamientos en dichas zonas. Líneas de debilidad (estructural o litológica) concidentes o paralelas al eje longitudinal en sectores de la cuenca, darán como consecuencia defectos de ancho respecto de los teóricos.

- (B) *Diagrama de simetrías*: Se confecciona debajo y en correspondencia con el anterior. Se trazan las plantas de la cuenca y lemniscata con sus ejes longitudinales coincidentes, utilizando los semianchos parciales medidos en el caso de la primera y los anchos tabulados divididos por dos (con el objeto de ser colocados en posición simétrica respecto del mencionado eje) en el caso de la segunda.

Este diagrama permite observar asimetrías o desplazamientos de las divisorias respecto de la curva teórica (lemniscata) y correlacionarlos con las variaciones de ancho y características del diagrama (A).

El presente método y los parámetros descritos permiten señalar pautas para individualizar características o anomalías en sectores de las cuencas. Si se complementan y correlacionan con los resultados obtenidos por medio de análisis de aspectos tridimensionales de ellas, como ser perfiles, curva de pendientes medias, curva hipsométrica (Strahler 1952), análisis de la energía potencial (Yang 1971), etc., se logran los mejores resultados.

EJEMPLOS DE APLICACION DEL METODO

Se han escogido tres cuencas estudiadas anteriormente por integrantes del Instituto de Fisiografía y Geología y/o el autor.

La primera, de gran amplitud de relieve (1.364 m., pendiente media 24°), pequeña superficie (35 Km².) y de relativa simplicidad.

Las dos últimas, vecinas en la llanura, complejas, cuyas amplitudes de relieve son del orden de los 50 m. (pendiente media 0,2%) y

que poseen superficie mayor que la primera (580 y 800 Km². respectivamente).

1. *Cuenca del Arroyo San Lorenzo* (Sierra de Gracián, Provincia de Catamarca). (Pasotti et al. 1975).

Se transcriben algunos conceptos expresados en dicho trabajo:

"...El dominio tectónico Gracián presenta numerosas fallas que siguen las direcciones regionales, las que delimitan pequeños bloques alargados NNW - SSE volcados hacia el E, cortados casi normalmente por fracturas muy numerosas igualmente definidas, regularmente distanciadas y continuas a través de todos los bloques..."

"...En el dominio Gracián las redes están regidas por la intensa fracturación y también por la litología, lo que se refleja en dos formas distintas. En unos casos la red típica presenta numerosísimas sinuosidades que llegan a ser verdaderos meandros encajonados de pequeños radios de curvatura, lo que se traduce en el modelado cloqué. En otros (entre los que se incluye el A^o San Lorenzo - ver figura 4) pertenecientes al sector meridional que es el más densamente fracturado, la red asume características similares al diseño anterior, pero al ajustarse al fracturamiento, adquiere además el modelo ortogonal..."

En la figura 3 se pueden observar los diagramas correspondientes a esta cuenca.

En el de variación de anchos (A) se pueden observar dos zonas perfectamente definidas que difieren notablemente en el ajuste: exceso de ancho en el sector de la desembocadura como consecuencia de la fractura transversal existente en dicha zona (Figura 4), y defecto en los dos tercios superiores de la cuenca debido a la falla coincidente con el eje longitudinal.

En el diagrama de simetrías (B) también se aprecia dicha situación, pero además se pone de manifiesto la asimetría longitudinal originada por la falla y el vuelco hacia el E del bloque alargado en dirección NNW - SSE.

Lo expresado anteriormente ya es insinuado por los valores de los parámetros ΔW y $\Delta Pos.W$.

2. *Cuenca del Arroyo San Lorenzo* (Provincia de Santa Fe). (Racca 1978 y 1979).

Se trata de una cuenca hidrográfica compleja cuya génesis se debe a la neotectónica y en la que pueden distinguirse vestigios de una paleorred de edad pleistocénica de modelo colinear. En la actualidad presenta el modelo flabeliforme (Pasotti 1969).

Se encuentra localizada en la "pampa levantada" o "pampa on-

dulada", al norte linda con el río Carcarañá y al sur con el arroyo Ludueña, desembocando en el río Paraná a los 32°43' de latitud sur.

El zócalo ha sido fracturado con dirección predominante NW - SE y con relativa menor frecuencia en dirección SW - NE, originando bloques alargados según el primer rumbo (cubiertos por una capa sedimentaria cuya potencia es del orden del Km.), uno de los cuales ha descendido diferencialmente respecto de los otros dando como consecuencia las cinco zonas anegadizas de las cuencas del área de influencia del Gran Rosario y que otorga a éstas el típico modelo flabeliforme.

Además, el ascenso, descenso y basculamiento de otros bloques han generado características particulares en esta cuenca (Figura 6). Dos de ellos han originado una segunda zona anegadiza en forma de abanico, semiencajada en la primera. Posteriormente, el basculamiento hacia el SE de un tercero (bloque de "Ibarlucea") ha hecho desaparecer morfológicamente una parte de esa segunda zona en abanico, siendo anexada a la cuenca del A° Ludueña.

Por último, se tiene el bloque de "Granadero Baigorria", elevado, donde el curso del San Lorenzo se encaja girando 45° con quiebre de rumbo bien definido, posiblemente por la existencia de una fractura menor de dirección amazónica en el mencionado bloque.

En la figura 5 se presentan los diagramas de variación de ancho y simetrías correspondientes a esta cuenca.

En el primero (A) se pueden observar varias zonas de defecto y exceso de ancho que se corresponden con la localización supuesta de los bloques tectónicos, situación que se ve algo enmascarada en la parte inferior de la cuenca debido al basculamiento del de "Ibarlucea" y la consiguiente pérdida del segundo semiabanico.

La zona de exceso correspondiente a la ubicación del ancho máximo de la cuenca corresponde al bloque descendido de "las cinco cuencas".

En el sector de la desembocadura se advierte un exceso de ancho (correspondería un defecto por ser el bloque de "Granadero Baigorria" elevado) atribuible a parte del semiabanico remanente y especialmente al quiebre de dirección del curso. De cualquier manera, la sinuosidad de la curva de anchos de la cuenca se corresponde con las zonas originadas por la tectónica.

El diagrama (B) corrobora las hipótesis anteriores y pone en evidencia particularmente la asimetría longitudinal existente en su parte inferior, tema que se tratará con más detalle en el ejemplo siguiente.

Los valores de los parámetros ΔW y $\Delta Pos.W$ difieren de los teóricos, y a pesar que el primero lo hace en muy poca medida, indican la localización del bloque de "las cinco cuencas".

La figura 7 muestra los resultados del análisis de Yang (1971), los que se corresponden estrechamente con los obtenidos por medio del análisis precedente.

3. *Cuenca del Arroyo Ludueña* (Provincia de Santa Fe). (Pasotti et al. 1978 y 1979).

Posee la misma génesis, modelo y complejidad de la anterior, como asimismo la presencia de la mencionada paleorred de modelo colinear. Desemboca en el Paraná en la parte norte de la ciudad de Rosario (Figura 8). Los bloques tectónicos descriptos precedentemente se continúan en ella.

Al sur linda con el A° Saladillo, cuyo curso coincide con una dislocación (de edad posterior a las que originaron los bloques) que posee dirección SW - NE, con descenso del labio SE (Pasotti 1969), situación que condiciona la divisoria de aguas entre ambos.

Se ha dividido el análisis en dos etapas:

La figura 9 exhibe la primera, correspondiente a la denominada "cuenca total" del A° Ludueña. El diagrama (A) presenta dos zonas que difieren grandemente en el ajuste y que se compensan entre ambas.

La anomalía principal es la dada por la zona de exceso de ancho motivada por la ya mencionada incorporación de parte de la cuenca del A° San Lorenzo a raíz del basculamiento del bloque de "Ibarlucea" (la denominada subcuenca "B"), y en menor medida, por el condicionamiento de la divisoria con el Saladillo generado por la dislocación coincidente con su curso.

El diagrama (B) y los valores de ΔW y $\Delta Pos.W$ ponen de manifiesto dichas situaciones.

La segunda etapa del análisis (Figura 10) se ha efectuado en la denominada subcuenca "A" o del A° Ludueña propiamente dicho ("cuenca total" menos subcuenca "B").

En los diagramas se pueden notar dos zonas de exceso de ancho en los extremos y una de defecto que corresponde a la parte media.

La que se encuentra en el extremo de la desembocadura es motivada por la presencia de una zona elevada de muy poca pendiente que corresponde al bloque que sigue al de "las cinco cuencas" hacia el Paraná, en la que se origina otra pequeña subcuenca cuyas aguas provocan problemas de inundación en la parte SW de la ciudad de Rosario.

El ancho máximo de la cuenca se encuentra situado ahora en el sector del bloque de "las cinco cuencas".

Si se observan los diagramas de simetrías (B) correspondientes a esta subcuenca y a la del San Lorenzo (zona de las cabeceras), se puede apreciar en el primero una parte que excede la curva teórica y que se corresponde con una de defecto en el segundo. Si se suman a lo dicho algunos otros elementos de juicio (Racca 1978 y 1979), se puede suponer la existencia de una cuenca intermedia en una etapa temprana de la evolución.

Por último, en la figura 10 también se observa asimetría en la desembocadura debido a que al elevarse el bloque de "Granadero Baigorria" desvió el tramo final del curso del Ludueña hasta su actual salida en el Paraná (en rigor, hoy día la última parte del mencionado tramo ha sido entubada).

AGRADECIMIENTOS

Se expresa reconocimiento a las autoridades del Centro de Cómputos de la U.N.R. y a su respectivo personal por el procesamiento de los programas LEMF y WIDTH elaborados por el autor para la confección de las tablas I y II, a la Dra. Pierina Pasotti e Ing. Carlos Canoba por las sugerencias aportadas luego de la lectura del primer manuscrito, y al Anal. Oscar Arozena por la formación brindada.

BIBLIOGRAFIA

- CHORLEY R. J., MALM D. y POGORZELSKY H. A., 1957. *A new standard for estimating drainage basins shape*. Amer. J. Science 255, págs. 138-141.
- HORTON R. E., 1945. *Erosional developement of streams and their drainage basins, hydro-physical approach to quantitative morphology*. Bull. Geol. Soc. Amer., Vol. 56, Nro. 3, págs. 275-370.
- PASOTTI P., 1969. *Interpretación de algunos rasgos morfológicos de la llanura pampeana en la Provincia de Santa Fe (sector oriental)*. Nota Nro. 3, serie A, Instituto de Fisiografía y Geología, Rosario.
- PASOTTI P., CANOBA C. y ALBERT O., 1975. *Aporte a la geología de las sierras pampeanas de la Provincia de Catamarca (Ambato, Gracián, Ancastí)*. Publicación LIX, Instituto de Fisiografía y Geología, Rosario.
- PASOTTI P., ALBERT O., CANOBA C. y RACCA J. M., 1978. *Rasgos geológicos-geomorfológicos de la cuenca del arroyo Ludueña*. Comité de Cuenas Hídricas del Gran Rosario (inédito).
1979. *La cuenca del arroyo Ludueña, aporte para su estudio hidrológico*. IX Congreso Nacional del Agua (San Luis).
- RACCA J. M., 1978. *La cuenca del arroyo San Lorenzo (Pcia. de Santa Fe), rasgos geológicos-geomorfológicos*. Instituto de Fisiografía y Geología, Rosario (inédito).
1979. *Geomorfología cuantitativa de la cuenca del arroyo San Lorenzo (Pcia. de Santa Fe)*. Instituto de Fisiografía y Geología, Rosario (inédito).
- STRAHLER A. N., 1952. *Hypsometric (area-altitude) analysis of erosional topography*. Bull. Geol. Soc. Amer. 67, págs. 597-646.
- YANG C., 1971. *Potencial energy and stream morphology*. Water Resources Research, Vol. 7 Nro. 2, págs. 311-322.

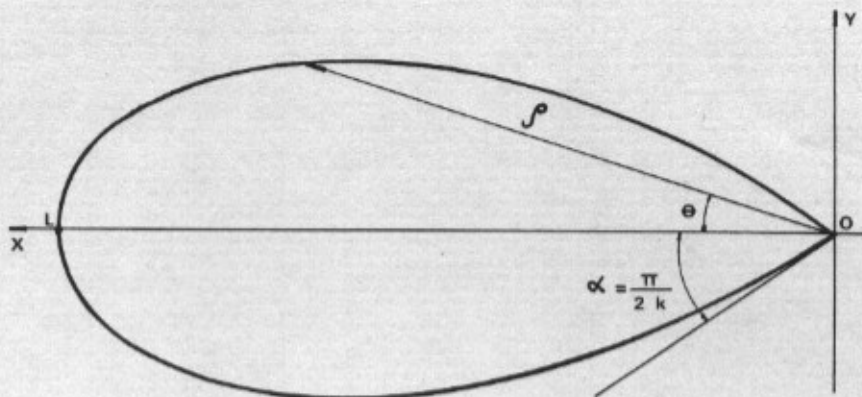


FIG. 1 - GRAFICA DE LA LEMNISCATA DE ECUACION $\rho = L \cos. k \theta$

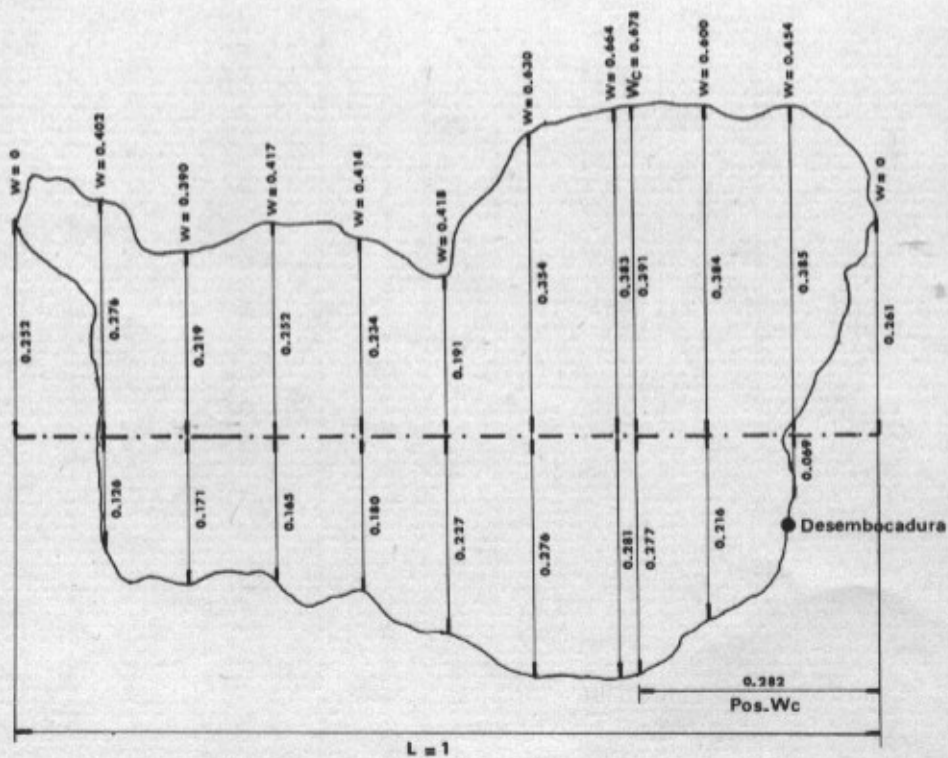


FIG. 2 - METODO DE MEDICION DE ELEMENTOS DE LAS CUENCAS

ARROYO SAN LORENZO (CATAMARCA)

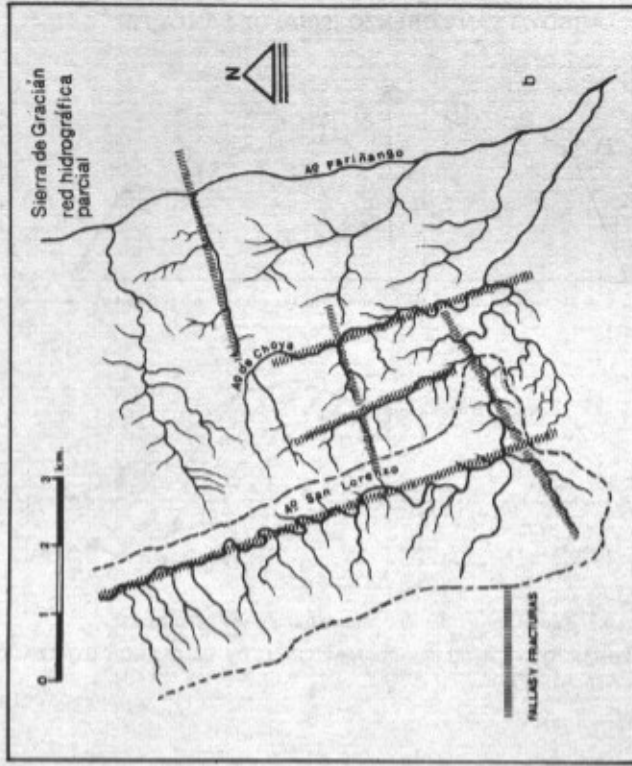
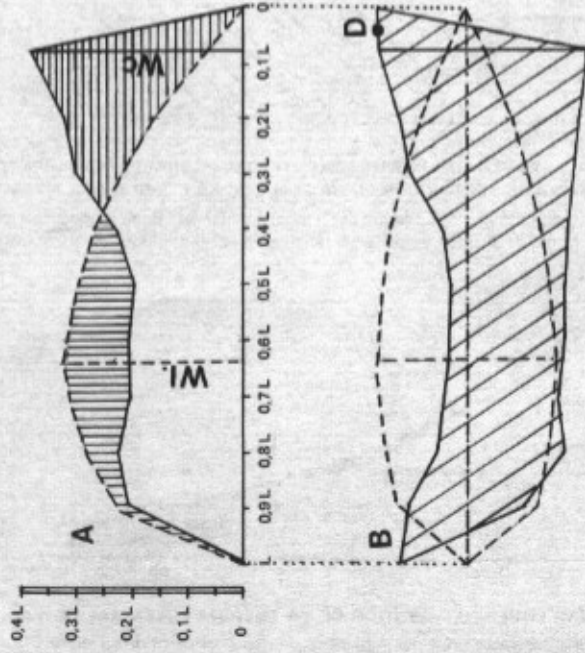


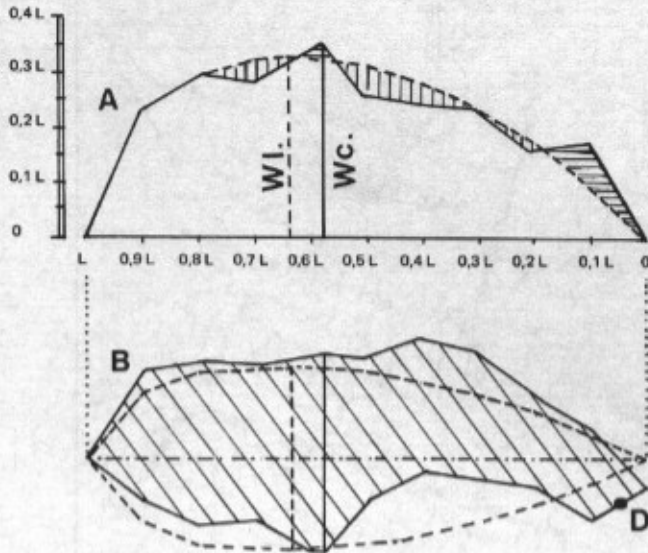
FIG. 4 - RED HIDROGRAFICA PARCIAL DE LA SIERRA DE GRACIAN
 (Tomada de "Aporte a la geología de las Sierras Pampeanas de la Provincia de Catamarca" - Pasotti et al. 1975)



$k = 3,537$; $P/P_m = 0,773$; $\Delta W = 0,065$; Δ pos. $W = -0,563$

FIG. 3 - A: SAN LORENZO - ANALISIS PLANIMETRICO DE LA CUENCA
 UTILIZANDO LA LENNISCATA ASOCIADA.

ARROYO SAN LORENZO (PCIA. DE SANTA FE)



$k = 3,400$; $P/Pm = 0,958$; $\Delta W = 0,017$; $\Delta \text{ pos. } W = -0,062$

FIG. 5 - A° SAN LORENZO - ANALISIS PLANIMETRICO DE LA CUENCA UTILIZANDO LA LEMNISCATA ASOCIADA

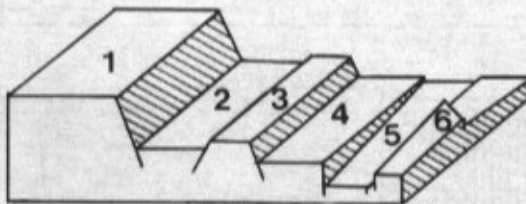


FIG. 6 - ESQUEMA IDEAL, EXAGERADO VERTICALMENTE, DEL PROBABLE MOVIMIENTO DIFERENCIAL DE LOS BLOQUES TECTONICOS EN LA ZONA DE LA CUENCA DEL A° SAN LORENZO
 1. Bloque de "Pujato - Uranga" - 2. Bloque de "Las cinco cuencas" 3 - 4. Bloques que originan la segunda cuenca en forma de abanico - 5. Bloque de "Ibarluces" - 6. Bloque de "Granadero Baigorria".

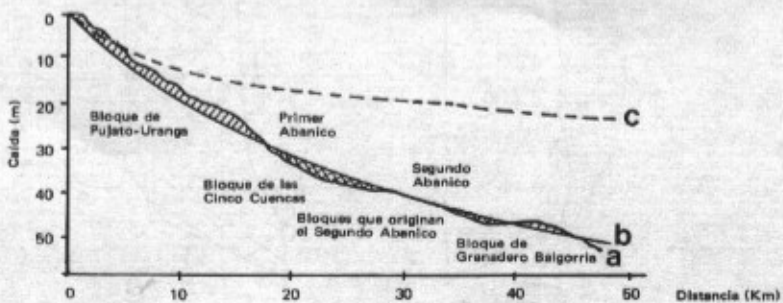


FIG. 7 - A° SAN LORENZO - METODO DE LA ENERGIA POTENCIAL DE YANG
 a) perfil del cauce principal - b) perfil teórico - c) perfil de equilibrio

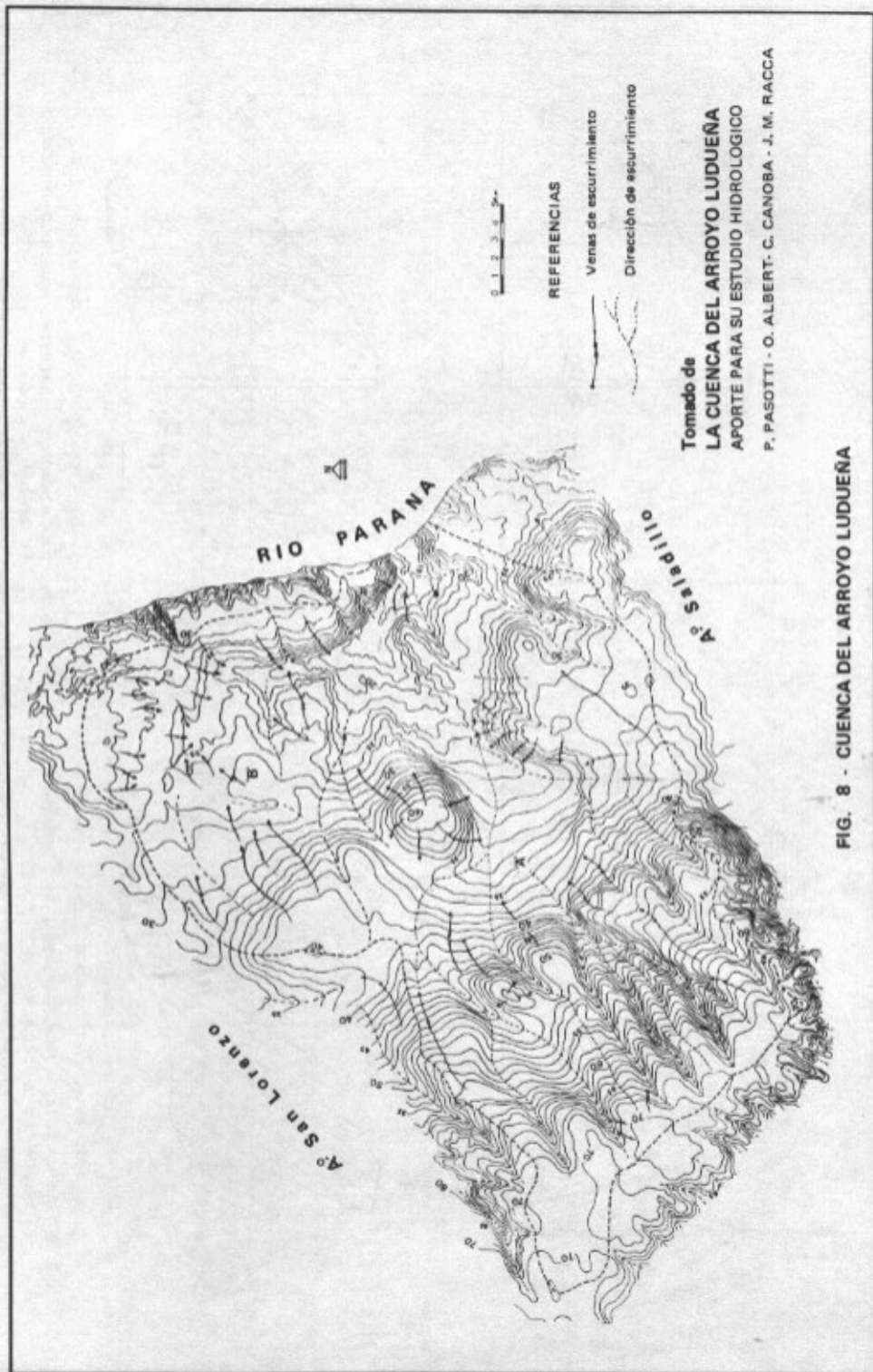
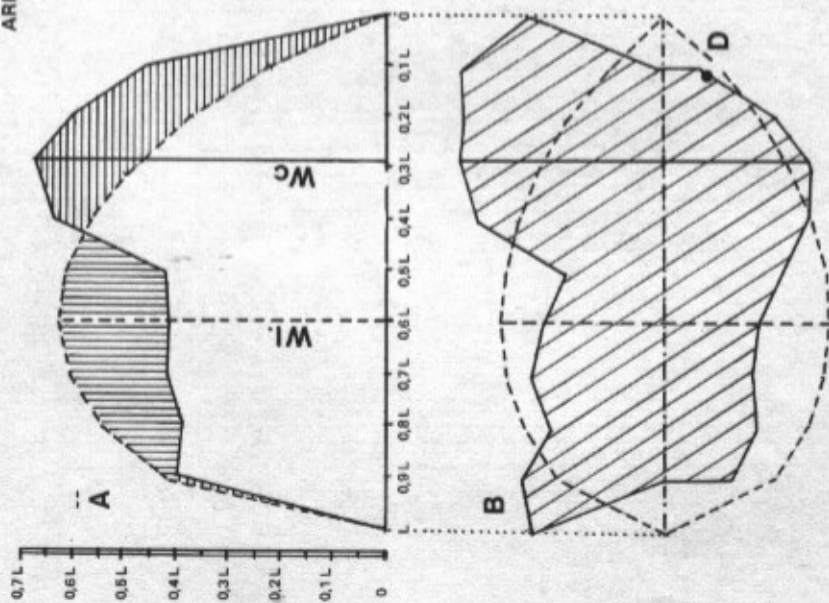


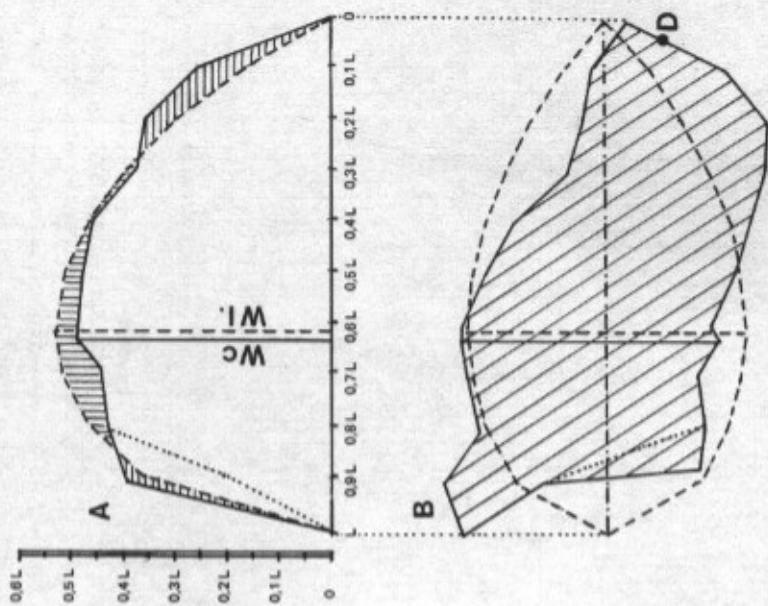
FIG. 8 - CUENCA DEL ARROYO LUDUEÑA

ARROYO LUDUEÑA



$k = 1,725$; $P/P_m = 0,767$; $\Delta W = 0,052$; Δ pos. $W = -0,312$

FIG. 9 - CUENCA TOTAL -- ANALISIS PLANIMETRICO UTILIZANDO LA LEMNISCATA ASOCIADA



$k = 2,066$; $P/P_m = 0,813$; $\Delta W = -0,038$; Δ pos. $W = 0,018$

FIG. 10 - SUBCUENCA "A" -- ANALISIS PLANIMETRICO UTILIZANDO LA LEMNISCATA ASOCIADA

**ANALISIS PLANIMETRICO DE CUENCAS HIDROGRAFICAS
UTILIZANDO LA LEMNISCATA ASOCIADA**

Se terminó de componer en las Máquinas MT/72 de composición en frío,
procesado e impreso en offset en los talleres del Servicio de
Publicaciones de la Universidad Nacional de Rosario
(Urquiza 2060 / 2000 Rosario / República Argentina)
en la segunda quincena del mes de abril de 1980.