



Facultad de Ciencias Agrarias
UNIVERSIDAD NACIONAL DE ROSARIO



F Í S I C A

para Ingeniería Agronómica y Licenciatura en Recursos Naturales

Cátedra de Física – Dpto. Instrumental Básico

- Lic. Biot (Dra.) Paula Almirón
- Lic. Biot (Dra.) Clara Victoria Colombo
- Prof. Hugo Lanas



F Í S I C A

Cap. I

“Mecánica”

I.1 Cantidad de Movimiento Lineal. Conservación del Momento Lineal. Impulso Lineal.

Cantidad de Movimiento Lineal o Momento Lineal

Para Isaac Newton (1642-1727), el Universo está compuesto por: materia, vacío y “Fuerzas”. Estas fuerzas son el resultado de interacciones entre los demás componentes del Universo pensado por Newton. Éste, utilizando el cálculo diferencial e integral, elabora un esquema racional (no más racional que otros intentos) para “explicar” el movimiento de los cuerpos y establece las Leyes de la Dinámica que no se cuestionarían hasta principio de siglo XX. Newton, unifica las leyes del movimiento de Galileo y de Kepler (leyes del movimiento planetario) bajo el esquema de la Teoría de la Gravitación Universal.

Las tres Leyes de Newton definen la **Fuerza** como el resultado de una interacción (3^{ra} Ley de Newton) entre cuerpos (partícula) que tiende a provocar el **cambio de estado de movimiento de uno de esos cuerpos** (cambio de la velocidad, o sea tiende a acelerarlo). Esta fuerza es la Resultante de “fuerzas aplicadas al cuerpo” y le provoca una aceleración proporcional a esa Fuerza y en la misma dirección y sentido:

$$\vec{F}_{RES} = \sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad (2^{\text{da}} \text{ Ley de Newton})$$

Puede observarse que, si la $\vec{F}_{RES} = \sum \vec{F} = \vec{0}$, entonces la aceleración será nula ($\vec{a} = \vec{0}$) y por lo tanto el movimiento del cuerpo no será alterado (1^{ra} Ley de Newton).

La 2^{da} ley de Newton, define la magnitud masa (m) como una constante que depende del cuerpo y que se interpreta como la medida de la propiedad “inercia” del mismo. La inercia es una propiedad de la materia que representa la oposición que ésta brinda a cambiar su estado de movimiento. Estamos acostumbrados a decir solo “masa”, pero debemos interpretar que es “masa inercial”.

La aceleración es una magnitud cinemática ya que da cuenta de la rapidez con que varía la velocidad de un cuerpo. Definimos una magnitud dinámica llamada “*cantidad de movimiento lineal*” o “*momento lineal*” y lo simbolizamos \vec{p} para expresar la fuerza resultante (o sea la 2^{da} Ley de Newton) como la rapidez de cambio instantánea del momento lineal \vec{p} .

Definición de momento lineal para una partícula:

Si una partícula de masa m se mueve con una velocidad \vec{v} , **definimos momento lineal** \vec{p} , al producto entre la masa de la partícula (m) y el vector velocidad (\vec{v}). Resultando \vec{p} una *magnitud vectorial*. O sea:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

Como \vec{p} es una magnitud vectorial:

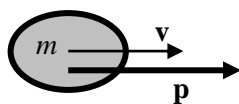
Módulo: $|\vec{p}| = m \cdot |\vec{v}|$ El módulo del momento lineal es proporcional al módulo de la velocidad.

Dirección y Sentido de \vec{p} coincide con dirección y sentido de \vec{v}

Unidades: $[p] = [M] \cdot [L] \cdot [T]^{-1}$

En es SI: $[m] = \text{kg}$, $[v] = \text{m/s}$, entonces: $[p] = \text{kg m/s}$

Determinemos el cambio instantáneo de momento lineal para una partícula (derivemos el momento lineal respecto del tiempo):



$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{dm}{dt}\vec{v} + m\frac{d\vec{v}}{dt} \quad (1)$$

Como la masa m es constante, $\frac{dm}{dt} = 0$, y la expresión (1) nos queda: $\frac{d\vec{p}}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$ (2).

Recordando (por cinemática) que la aceleración es: $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$, la ecuación (2) resulta:

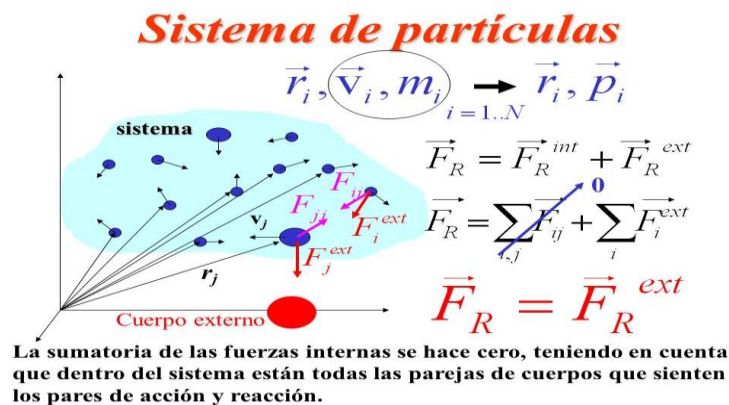
$$\frac{d\vec{p}}{dt} = m\vec{a} \quad (3).$$

Por la 2^{da} ley de Newton, $\vec{F}_{RES} = \sum \vec{F} = m\vec{a}$. Y obtenemos la ecuación (3) en forma diferencial:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_{RES} \quad (4)$$

Definición de momento lineal para un sistema de partículas.

Durante el curso de nivelación, hemos estudiado el movimiento de una partícula (punto material). A partir de ahora comenzaremos a estudiar el movimiento de un **sistema de partículas**, o sea el movimiento conjunto de un sistema constituido por dos o más partículas que interactúan entre sí. Si bien, el movimiento de un sistema de partículas es muy complejo, deduciremos ecuaciones en base a las Leyes de Newton que nos permitirán abordar el problema de manera general. Las ecuaciones que encontraremos vinculan las Fuerzas Externas que actúan sobre el sistema con el movimiento del mismo. Esto es, no describiremos el movimiento de cada partícula del sistema, sino el movimiento del sistema como un todo. Para el caso de un **cuerpo rígido**, estas ecuaciones son suficientes para describir el movimiento completo del sistema.



Un cuerpo extenso es un sistema de muchas partículas. Decimos que, si esas partículas no cambian sus posiciones relativas, el sistema responde a un modelo de cuerpo rígido. Ahora bien, entre las partículas que componen el sistema aparecen fuerzas de interacción que, de acuerdo a la 3^{ra} Ley de Newton, su sumatoria resultará nula: $\vec{f}_{int} = \sum \vec{f}_{ij} = \vec{0}$ (5) (ya que $\vec{f}_{ij} = -\vec{f}_{ji}$).

Para un sistema de partículas, podemos **definir** el **momento lineal total del sistema de partículas**, como la suma vectorial de los momentos lineales de cada una de las partículas que componen el sistema:

$$\vec{P}_{tot} = \sum \vec{p}_i$$

donde \vec{P}_{tot} es el vector momento lineal total del sistema de partículas y \vec{p}_i es el vector momento lineal de cada una de las partículas del sistema. Tenemos en cuenta que esta suma es vectorial por lo que podemos obtener cada una de las componentes cartesianas de $\vec{P}_{tot} = (P_x, P_y, P_z)$

donde: $P_x = \sum p_{xi}$; $P_y = \sum p_{yi}$; $P_z = \sum p_{zi}$

Como en un sistema de partículas podemos tener fuerzas externas \vec{F}_{ext} y tenemos fuerzas internas \vec{f}_{int} , podemos llamar \vec{R} a la resultante de las fuerzas externas y las fuerzas internas:

$$\vec{R} = \sum (\vec{F}_{ext} + \vec{f}_{int}) \quad (6)$$

Ahora bien, por lo visto en (5): $\vec{f}_{int} = \sum \vec{f}_{ij} = \vec{0}$

entonces la expresión (6) nos queda: $\vec{R} = \sum \vec{F}_{ext}$

Por lo tanto, para un sistema de partículas, la resultante de las fuerzas externas aplicadas al sistema cambia el momento lineal del sistema de partículas: $\frac{d\vec{P}_{tot}}{dt} = \sum \vec{F}_{ext} \quad (7)$

Principio de Conservación del Momento Lineal para un sistema de partículas

Cuando en un sistema de partículas la Resultante de las fuerzas exteriores (fuerzas aplicadas) son nulas, $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$, la ecuación (7) es $\frac{d\vec{P}_{tot}}{dt} = \vec{0}$. Por lo tanto, concluimos que la *cantidad de movimiento lineal* o *momento lineal* \vec{P}_{tot} del sistema de partículas se conserva; $\vec{P}_{tot} = cte$

Enunciado del Principio de Conservación del Momento Lineal para un sistema de partículas:

Si la resultante de las fuerzas externas aplicadas al sistema es nula ($\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$), entonces el Momento Lineal Total del Sistema de Partículas no varía ($\vec{P}_{tot} = cte$).

Esto permite estudiar situaciones para un sistemas de partículas en las que, dado un evento en el que puede considerarse que la resultante de las fuerzas externas al sistema es nula; el Momento Lineal Total del Sistema **antes** de ese evento será igual al Momento Lineal del Sistema **después** del evento.

Si para un evento la $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$ en un sistema de partículas, tenemos que $\vec{P}_{tot} = cte$, entonces podemos establecer dos instantes en que determinamos: un instante antes, un $\vec{P}_{total \text{ antes}}$ y un instante después, un $\vec{P}_{total \text{ después}}$, y estos son iguales. $\vec{P}_{total \text{ antes}} = \vec{P}_{total \text{ después}}$

Por ejemplo: Decimos que el Momento Lineal Total del Universo se mantiene constante en el tiempo. Así, al igual que la energía, la cantidad de movimiento es una magnitud que se conserva en un **sistema aislado**.

Centro de Masa de un sistema de partículas.

Para un sistema de partículas, se puede determinar un punto del sistema (que no necesariamente debe ser un punto material) llamado **Centro de Masa (CM)**. La posición del **Centro de Masa** se determina mediante el *vector posición centro de masa*:

$$\vec{R}_{CM} = \frac{\sum m_i \cdot \vec{r}_i}{\sum m_i}$$

Para un sistema de partículas considerado en el **plano XY**, las componente escalares cartesianas del vector posición Centro de Masa serán: $X_{CM} = \sum (m_i \cdot x_i) / \sum m_i$ $Y_{CM} = \sum (m_i \cdot y_i) / \sum m_i$

En esas expresiones: $\sum (m_i \cdot x_i)$ es la suma de los productos entre la masa de cada partícula del sistema y la abscisa de su posición; $\sum (m_i \cdot y_i)$ es la suma de los productos entre la masa de cada partícula del sistema y la ordenada de su posición y, $\sum m_i$ es la suma de las masas de las partículas del sistema, o sea que $\sum m_i = M_{sistema}$

Para el movimiento de traslación, el movimiento del sistema queda perfectamente determinado por el movimiento de su centro de masa. Entonces: $\vec{v}_{CM} = \frac{d\vec{R}_{CM}}{dt}$

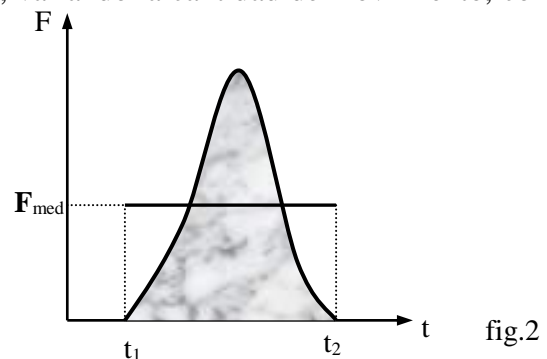
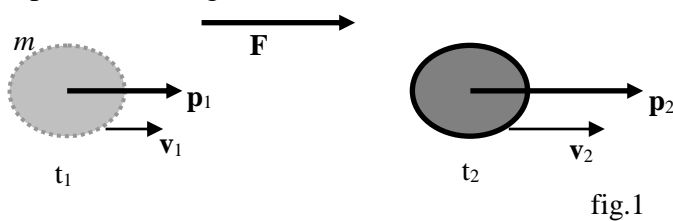
El momento lineal total del sistema será el momento lineal de su centro de masa: $\vec{P}_{total} = M \cdot \vec{v}_{CM}$ donde M es la masa total del sistema de partículas, o sea: $M = m_1 + m_2 + \dots + m_n = \sum m_i$

Por lo tanto, $\sum \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{P}_{total}}{dt} = M \cdot \frac{d\vec{v}_{CM}}{dt}$ es la resultante de las fuerzas exteriores aplicadas al sistema de partículas. Por todo lo dicho, si esa resultante es nula, entonces el vector momento lineal total del sistema permanece constante, lo que significa que el **centro de masa del sistema no altera su movimiento**.

Impulso Lineal

Hay situaciones en que un sistema se encuentra en movimiento o en reposo; como ejemplos: un martillo y un clavo; una pelota de tenis y una raqueta; un choque de dos vehículos; una bala disparada por un cañón; etc. En estos casos pueden observarse interacciones entre los componentes del sistema en un breve intervalo de tiempo.

Supongamos un sistema de masa m , al que, en un intervalo de tiempo Δt , se le aplica una fuerza \vec{F} , la cual aumenta rápidamente hasta alcanzar una intensidad máxima muy grande y luego disminuye (rápidamente) hasta anularse según se indica en la figura 2, variando la cantidad de movimiento, como se aprecia en la figura 1.



En virtud de la 2^{da} ley de Newton, la fuerza media que actúa es igual a la masa del cuerpo por la aceleración media:

$$\vec{F}_{Med} = m \cdot \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F}_{Med} \cdot \Delta t = m \cdot \Delta \vec{v} \quad (A)$$

Pero:

$$\vec{F}_{Med} \cdot \Delta t = m \cdot (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) \Rightarrow \vec{F}_{Med} \cdot \Delta t = m \cdot \vec{v}_2 - m \cdot \vec{v}_1$$

Definimos Impulso de una fuerza al **producto de la fuerza media por el intervalo de tiempo en que actúa; y lo indicaremos con \vec{J}** . Por lo tanto:

$$\vec{J} = \vec{F}_{Med} \cdot \Delta t = \Delta \vec{p} \quad (B)$$

De esta forma el impulso ejercido sobre un sistema (cuerpo) es igual al cambio en la cantidad de movimiento de ese sistema (cuerpo). A la expresión (B) se la conoce como teorema del **impulso y la cantidad de movimiento**.

El impulso tiene unidades: $[J] = N \cdot s$, ó según la última expresión observamos:

$$[J] = [p]$$

NOTA: La fuerza de un impulso varía con el tiempo; es, en general, una fuerza variable y no constante como fue expresado en la ecuación (A). Sin embargo, las áreas que representan ambas fuerzas (gráfico de fig. 2) deben ser iguales en el mismo intervalo de tiempo.

I.2 Aplicación del Principio de Conservación del Momento Lineal.

El movimiento de un sistema de partículas, como un cuerpo rígido, puede ser muy complicado para describirlo, pero su centro de masa se mueve siempre de forma sencilla.

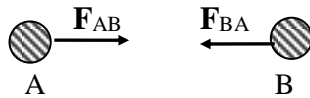
De la conservación de la cantidad de movimiento y con la definición de centro de masa, vamos a mostrar que el centro de masa se mueve con velocidad constante ($V_{CM} = cte$), para el caso que la resultante de las fuerzas externas al sistema sea nula.

Vamos a estudiar un sistema formado por dos partículas A y B:

La resultante \vec{F} de un sistema de fuerzas, que actúan sobre un sistema, se puede en general dividir en dos: fuerzas internas \vec{F}_{int} y fuerzas externas \vec{F}_{ext}

$$\vec{R} = \vec{F}_{int} + \vec{F}_{ext}$$

Para el caso de un sistema de dos partículas que interactúan entre sí; veamos primeramente el caso de fuerzas de interacción internas al sistema \vec{F}_{int}



que no es más que la 3^{ra} ley de Newton, es decir: $\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA} \Rightarrow \vec{F}_{AB} + \vec{F}_{BA} = \vec{0}$ (1)

$$\Rightarrow \frac{d\vec{p}_A}{dt} + \frac{d\vec{p}_B}{dt} = \frac{d(\vec{p}_A + \vec{p}_B)}{dt} = \frac{d\vec{P}_{tot}}{dt} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} = cte ; \text{ en módulo, dirección y sentido.}$$

En nuestro caso: $\vec{P}_{total} = M_{total} \cdot \vec{V}_{CM} = cons \Rightarrow \vec{V}_{CM} = cte$ (en módulo, dirección y sentido).

Esto significa que, las fuerzas internas en el sistema de partículas no pueden cambiar el momento lineal total del sistema.

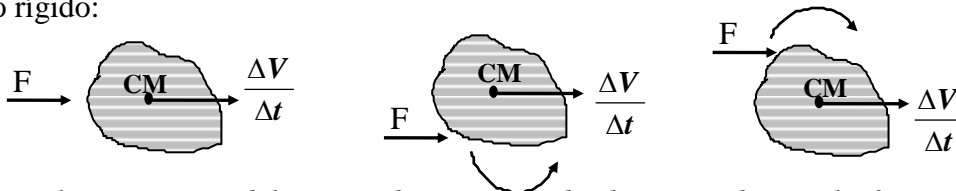
Si ahora aplicamos una fuerza externa \vec{F}_{ext} al sistema de partículas, y si tomamos un intervalo de tiempo finito Δt : tenemos que:

$$\Delta \vec{P}_{total} = M_{total} \cdot \Delta \vec{V}_{CM}$$

Decimos: *el cambio del momento lineal total del sistema de partículas es el producto entre la masa del sistema de partículas y el cambio de la velocidad del centro masa del sistema.*

Entonces: **si la fuerza resultante externa que actúa sobre el sistema de partículas es nula $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$, el momento lineal total del sistema de partículas no varía $\vec{P}_{tot} = cte$ y por lo tanto, la velocidad del centro de masa del sistema no cambia $\vec{V}_{CM} = cte$**

Para un cuerpo rígido:



Concluimos que el movimiento del centro de masa queda determinado por la fuerza exterior \vec{F}_{ext} , independiente de su punto de aplicación. Y que las fuerzas externas al sistema de partículas son las únicas que pueden cambiar el momento lineal del sistema.

Choque o Colisiones

Entendemos, como “choque” o “colisión” a un evento que tiene una muy corta duración (o sea Δt es muy pequeño) durante la que actúa (sobre cada partícula) una fuerza muy grande. Si el sistema está constituido por todas las partículas que interactúan durante el choque, esas fuerzas son internas y por lo tanto no cambian el momento lineal del sistema de partículas.

Si suponemos que la resultante de las fuerzas externas que actúan sobre el sistema durante la colisión son nulas: $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0}$; por un lado el Momento Lineal Total del sistema será constante y por lo que hemos desarrollado más arriba, su centro de masa no cambiará su estado de movimiento.

Por mantenerse constante el Momento Lineal Total del sistema (tomando como ejemplo dos partículas), se cumple que:

$$\vec{p}_A + \vec{p}_B = \vec{p}'_A + \vec{p}'_B \Rightarrow m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B = m_A \vec{v}'_A + m_B \vec{v}'_B$$

Teniendo en cuenta que las ecuaciones son vectoriales, ya que \vec{p} y \vec{v} son vectores. Si el choque ocurre en dos o tres direcciones, se debe conservar el Momento Lineal total del sistema para cada dirección; o sea trabajando con las componentes rectangulares del vector Momento Lineal Total del sistema:

$$P_{\text{total antes}}(x) = P_{\text{total después}}(x)$$

$$P_{\text{total antes}}(y) = P_{\text{total después}}(y)$$

$$P_{\text{total antes}}(z) = P_{\text{total después}}(z)$$

Cuando chocan cuerpos rígidos de forma arbitraria, se trasladan y giran al mismo tiempo y el choque puede ser muy complicado de predecir, pero, como se ha visto, el centro de masa se mueve con velocidad constante:

$$\vec{V}_{CM} = \text{cte}$$

Esto nos permite explicar los choques desde la posición de su centro de masa. Así podemos clasificarlos teniendo en cuenta que: “*en todo choque (o colisión) el momento lineal total del sistema de partículas que interactúan en el choque permanece constante*”

Clasificación de Choques: “En todo tipo de choque, el Momento Lineal del Sistema de Partículas se mantiene constante.

a.- Choque perfectamente elástico: En este choque, la energía cinética del sistema de partículas permanece constante, o sea: $E_{c \text{ total antes del choque}} = E_{c \text{ total después del choque}}$.

O expresado como que la variación de la energía cinética del sistema de partículas, es nula:

$$\Delta E_c = 0$$

b.- Choque totalmente inelástico: En este choque, las partículas que chocan quedan unidas después del choque, por lo tanto cada partícula del sistema tiene la misma velocidad después del choque.

En este caso, la energía cinética del sistema después del choque es menor que la energía cinética del sistema antes del choque. O sea, la energía cinética del sistema NO se conserva.

$$E_{c \text{ total antes del choque}} > E_{c \text{ total después del choque}}$$

$$\Delta E_c \text{ total} < 0$$

c.- Choque inelástico: En este caso, la energía cinética del sistema después del choque es menor que la energía cinética del sistema antes del choque. O sea, la energía cinética del sistema NO se conserva.

$$E_{c \text{ total antes del choque}} > E_{c \text{ total después del choque}}$$

$$\Delta E_c \text{ total} < 0$$

d.- Choque explosivo: En este caso, la energía cinética del sistema después del choque es mayor que la energía cinética del sistema antes del choque. O sea, la energía cinética del sistema NO se conserva.

$$E_{c \text{ total antes del choque}} < E_{c \text{ total después del choque}}$$

$$\Delta E_c \text{ total} > 0$$

Conclusiones:

1.- La Energía Cinética es una magnitud **escalar**, todo lo desarrollado plantea una única ecuación o inecuación y es válido para colisiones en cualquier dimensión.

2.- La otra consideración importante es que, en ausencia de fuerzas externas o bien su resultante nula, en todos los tipos de choque se conserva el Momento Lineal Total del sistema de partícula, expresión **vectorial**.

I.3 Movimiento Circular.

Cinemática del Movimiento Circular

El movimiento circular está en todas partes: en átomos y galaxias, en flagelos y en ruedas de un tractor. Como se muestra en la fotografía, con un tiempo de exposición largo, las estrellas siguen trayectorias circulares. Esto, desde luego, se debe a la rotación de la Tierra alrededor de su eje. Al mismo tiempo, la Tierra está girando en una órbita aproximadamente circular alrededor del Sol. En general, decimos que un objeto rota (rotación) cuando el eje de rotación queda dentro de su cuerpo y que gira (traslación) cuando el eje está fuera de él. Así, la Tierra rota sobre su eje y gira alrededor del Sol.

Cuando un cuerpo rota sobre su eje, todas sus partículas giran, esto es, se mueven (se trasladan) en trayectorias circulares alrededor del eje de rotación del cuerpo. Por ejemplo, las partículas que forman la rueda de un auto se mueven en trayectorias circulares alrededor del eje de ella; además, como una “partícula” sobre la Tierra de acuerdo a la latitud en que se encuentra, usted describe una trayectoria circular con respecto a un punto que pertenece al eje de rotación terrestre.

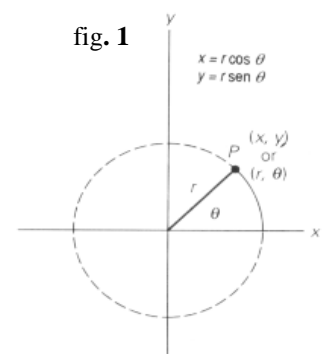
El movimiento circular es un movimiento en dos dimensiones cuya trayectoria es la curva denominada circunferencia y por lo tanto se puede describir por sus componentes rectangulares, como un movimiento en el plano. No obstante, es más conveniente describir el movimiento circular en términos de las **magnitudes angulares**, que presentaremos en esta unidad.

El estudio del movimiento circular permitirá entender la manera en que se transmiten las fuerzas desde un tractor a la maquinaria acoplada a él, así como comprender las **causas de las estaciones producidas durante el giro anual de la Tierra alrededor del Sol y debido a la inclinación del eje terrestre respecto de la eclíptica (plano de la trayectoria de la Tierra en torno al Sol)**.

Medición angular. Desplazamiento angular.

El movimiento se describe como un cambio de posición respecto al tiempo. La rapidez y la velocidad angulares comprenden el grado de cambio de posición angular (expresado como ángulo) respecto al tiempo. Considere una partícula que se mueve en una trayectoria circular, como se muestra en la fig.1.

En un instante particular, la posición de la partícula (P) se puede designar por las coordenadas cartesianas x e y . No obstante, la posición se puede designar también por las coordenadas polares r y θ . La distancia r se extiende a partir del origen y el ángulo θ se mide comúnmente en sentido opuesto a las manecillas del reloj (antihorario) a partir del semieje positivo



de las x . Las ecuaciones de transformación que relacionan un conjunto de coordenadas entre sí son:

$$x = r \cdot \cos \theta$$

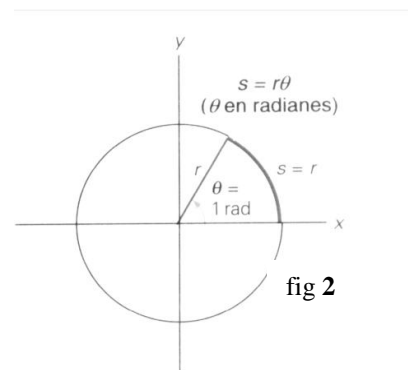
$$y = r \cdot \sin \theta$$

El valor de r es la misma para cualquier punto de una circunferencia dada. A medida que una partícula se mueve en la circunferencia, el valor de r es constante y sólo θ cambia con el tiempo. Así, el movimiento circular se puede describir mediante una sola coordenada polar (θ) que cambia con el tiempo, en lugar de dos coordenadas cartesianas (x e y).

Definimos el Desplazamiento Angular como la *diferencia entre la posición angular final y la posición angular inicial*; resultando: $\Delta\theta = \theta - \theta_0$ o simplemente $\Delta\theta = \theta$ cuando $\theta_0 = 0^\circ$.

Una unidad utilizada para expresar el desplazamiento angular (o los ángulos) es el grado ($^\circ$); en un círculo completo, o revolución, hay 360° . Cada grado está dividido en 60 minutos y cada minuto en 60 segundos.

Es importante relacionar la descripción angular del movimiento circular con la descripción orbital, esto es, relacionar el desplazamiento angular $\Delta\theta$ con la longitud del arco s (fig.2). **La longitud del arco es la distancia recorrida a lo largo de la trayectoria circular**, y se dice que el ángulo θ está subtendido por la longitud del arco s . Otra unidad para relacionar el desplazamiento angular con la longitud del arco es el **radián (rad)**, que se define como la medida del ángulo subtendido por un arco s cuya longitud es igual a la longitud del radio r .



Como la longitud de la circunferencia $c = 2\pi r$, se puede decir que el radio entra 2π veces a lo largo de la circunferencia. Entonces hay 2π radianes subtendidos en un arco cuya longitud es la longitud (perímetro) de la circunferencia, o sea:

$$2\pi \text{ rad} = 360^\circ$$

El número de radianes subtendidos por un arco de longitud arbitraria s es igual al número de radios que cabrían en s ; o sea que el ángulo en radianes $\theta = s / r$. Así, podemos escribir:

$$s = r \theta$$

que es una relación importante entre la longitud del arco y su radio.

Como $\theta = s / r$, el ángulo en radianes es la relación de dos longitudes. Esto significa que una medición en radianes es sólo una cifra; es decir, es *adimensional*.

Velocidad angular

La descripción del movimiento circular en forma angular es análoga a la descripción del movimiento lineal, con magnitudes angulares. En efecto, se notará que las ecuaciones son casi idénticas. Se emplean símbolos diferentes para indicar que las magnitudes tienen significado diferente. Por lo general, para notar las magnitudes angulares se utilizan letras del alfabeto griego.

Velocidad angular media

Se define **velocidad angular media** como la relación entre el desplazamiento angular y el tiempo transcurrido, o sea:

$$\omega_M = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

Las unidades en el SI para la velocidad angular son **rad/s** o s^{-1} (dado que rad es adimensional).

Velocidad angular instantánea

Se define **velocidad angular instantánea (velocidad angular)** como el límite al que tiende la velocidad angular media cuando el intervalo de tiempo tiende a cero. Esto es lo mismo que decir que la

velocidad angular instantánea es la *derivada de la posición angular respecto del tiempo*; o sea es la rapidez con que cambia la posición angular.

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$

Cinemática del Movimiento circular uniforme (MCU)

En el caso que el desplazamiento angular sea proporcional al tiempo transcurrido, tenemos que la velocidad angular es constante. A este movimiento se lo llama **Movimiento Circular Uniforme - MCU**. Es un movimiento **periódico** porque se repite a intervalos regulares de tiempo, y por lo tanto podemos definir:

- Período (T): como el tiempo que una partícula (o cuerpo) tarda en dar una vuelta completa (o una revolución). El período se mide en segundos (s): $T = \frac{t}{n}$, donde n es el número de vueltas y t es el tiempo.
- Frecuencia (f): como la cantidad de vueltas (o de revoluciones) que una partícula (o cuerpo) cumple en una unidad de tiempo: $f = \frac{n}{t}$. La unidad de f es $1/s = s^{-1} = \text{Hz}$ (hertz). Otra unidad descriptiva común para la frecuencia es **rpm** (revoluciones por minuto);
 $1 \text{ rpm} = (1/60) \text{ Hz} = 2\pi \text{ rad}/60 \text{ s}$

Dado que las unidades descriptivas para la frecuencia y el período son inversas una de la otra (ciclos/s y s/ciclo), podemos deducir que las dos magnitudes están relacionadas por:

$f = \frac{1}{T}$ También puede establecerse, utilizando solo la componente z : $\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$ y teniendo en cuenta que el tiempo, que una partícula (o cuerpo) tarda en cumplir una revolución ($2\pi \text{ rad}$), es un período (T), tenemos: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ Estas relaciones son válidas solamente en el MCU.

Entonces, en el MCU, la velocidad angular es constante: $\omega = cte$

Por lo tanto,
$$\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \Rightarrow \Delta \theta = \omega \cdot \Delta t \Rightarrow \theta_t - \theta_0 = \omega \cdot (t - t_0)$$

Para el caso que consideremos $t_0 = 0$, entonces:

$$\theta_t = \theta_0 + \omega \cdot t \quad \text{Esta expresión es la Ley Horaria del MCU.}$$

Relación entre velocidad angular y velocidad tangencial.

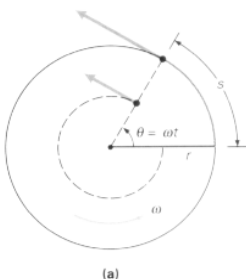
Una partícula que se mueve describiendo una trayectoria circular tiene una **velocidad \vec{v} instantánea tangencial** a su trayectoria circular (recuerde que una recta tangente a cualquier punto de una circunferencia, resulta perpendicular al radio de la misma). Para una **velocidad angular constante $\omega = cte$** , la **velocidad \vec{v}** de la partícula es **un vector que cambia instantáneamente de dirección,**

pero su módulo se mantiene constante $|\vec{v}| = v = cte$, fig.2. El modo en que se relacionan los módulos de la velocidad angular y de la velocidad tangencial se revela partiendo de las ecuaciones:

$$\Delta s = r \cdot \Delta \theta \quad \text{y} \quad \Delta \theta = \omega \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta s = r \cdot \Delta \theta = r \cdot \omega \cdot \Delta t$$

La longitud del arco, o distancia recorrida sobre la trayectoria, también está dada por $\Delta s = v \cdot \Delta t$. Si combinamos las ecuaciones, tenemos que: (en módulos)

Fig.1
 $v = r \omega$ (ω en rad/s)



$$v = \omega \cdot r \quad (1)$$

en donde $[\omega] = \text{rad/s}$. La ecuación (1) nos indica que si la velocidad angular es constante (MCU), entonces el módulo de la velocidad \vec{v} también resulta constante $|\vec{v}| = v = \text{cte}$. La dirección del vector velocidad \vec{v} , ya dijimos, es siempre tangente a la trayectoria.

Todas las partículas de un objeto en rotación con velocidad angular constante tienen la misma rapidez angular, pero las rapidez tangenciales son diferentes para distancias diferentes al eje de rotación.

Movimiento circular uniforme y aceleración centrípeta

Ya dijimos que el movimiento circular uniforme (MCU) es el movimiento de una partícula que describe una **trayectoria circular** con **velocidad angular constante** y que el **módulo de su velocidad tangencial (velocidad sobre la trayectoria) también es constante**. Un ejemplo de esto es un auto que va alrededor de una curva circular, manteniendo la misma lectura del velocímetro. El movimiento de la Luna alrededor de la Tierra y el de algunos electrones alrededor del núcleo de un átomo; son aproximaciones al movimiento circular uniforme.

Como se sabe, al tener una trayectoria circular (o curva cualquiera, no recta) la **dirección del vector velocidad (al ser tangencial a la trayectoria) estará cambiando instante a instante su dirección**; de modo que **debe haber una aceleración**. Pero, ¿cuál es su módulo y dirección?

Aceleración centrípeta o radial

Obviamente, la aceleración no tiene la misma dirección que la velocidad instantánea (que es tangente a la trayectoria circular en cualquier punto). Si así fuera, el módulo de la velocidad tangencial cambiaría y el movimiento no sería uniforme. Recuerde que **la aceleración es el cambio de velocidad mientras transcurre el tiempo**, y la **velocidad (vector) tiene módulo y dirección**. En el movimiento circular uniforme, la dirección de la velocidad está cambiando continuamente, lo cual es una clave para la dirección de la aceleración.

Los vectores velocidad, al principio y al final de un intervalo de tiempo, dan el cambio en la velocidad $\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$. **Todos los vectores velocidad tienen el mismo módulo (rapidez constante), pero difieren en la dirección**. Observe que dado que $\Delta \vec{v}$ no es nulo,

$$\text{debe haber una aceleración} \quad \vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

A medida que Δt (o $\Delta \theta$) se hace más pequeño $\Delta t \rightarrow 0$, \vec{a} apunta más hacia el centro de la trayectoria circular. A medida que Δt se aproxima a cero, el **cambio instantáneo de la velocidad**, y por consiguiente la **aceleración**, se dirige hacia el centro de la circunferencia. Como resultado, la aceleración en el movimiento circular uniforme se llama **aceleración centrípeta o radial o central** (la dirección coincide con el radio y su sentido es hacia el centro), lo cual significa que la aceleración “busca” el centro (en latín *centri* significa “centro” y *petere* significa “moverse hacia”).

Para intervalos de tiempo muy cortos $\Delta t \rightarrow 0$, la longitud del arco de Δs se aproxima al módulo del vector desplazamiento $\Delta t \rightarrow 0 \Rightarrow \Delta s \rightarrow |\Delta \vec{r}|$. Para hacer una aproximación mediante intervalos cortos de tiempo, $\Delta s \cong v \Delta t$, de modo que:

$$\Rightarrow \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}$$

Así, a medida que Δt se aproxima a cero, $\Delta v/\Delta t$ se aproxima a v^2/r ,

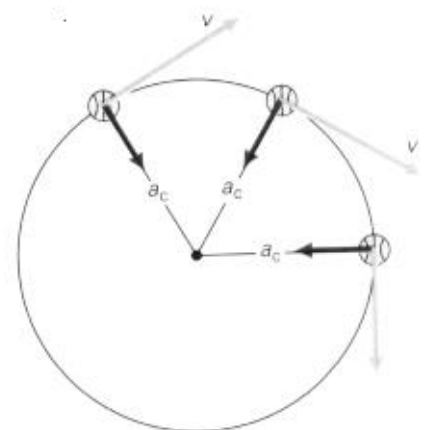


fig. 2) Aceleración centrípeta Para un objeto en movimiento circular uniforme, la aceleración centrípeta está dirigida radialmente hacia adentro. No hay ningún componente de la aceleración en la dirección tangencial, de otro modo, la magnitud de la aceleración cambiaría.

tal que en el límite, esa aproximación se hace exacta:

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

Usando $v = \omega \cdot r$ la ecuación de la aceleración centrípeta se puede escribir en términos de la velocidad angular:

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(\omega \cdot r)^2}{r} = \omega^2 \cdot r \quad (\text{ver fig. 2})$$

En un MCU de radio r , el vector aceleración tiene dirección radial, sentido hacia el centro de la circunferencia y módulo v^2/r . Por esta razón se la llama aceleración centrípeta, radial o normal.

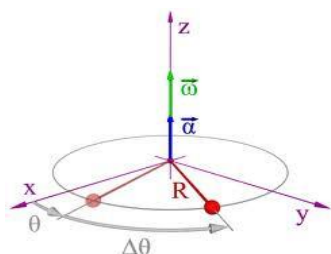
Aceleración angular.

Aceleración angular media

Se define la **aceleración angular media** como la relación entre la variación de la velocidad angular entre dos instantes de tiempo y el intervalo de tiempo transcurrido.

$$\alpha_M = \frac{\Delta\omega_{1-2}}{\Delta t}$$

Aceleración angular instantánea



Se define **aceleración angular instantánea (aceleración angular)** como el límite al que tiende la aceleración angular media cuando el intervalo de tiempo tiende a 0. O sea, la aceleración angular es la *rapidez con la que cambia la velocidad angular; esto es la derivada de la*

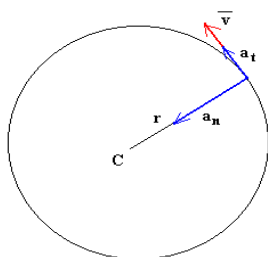
velocidad angular respecto del tiempo. $\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}$

En el gráfico adjunto se muestran las características vectoriales de la aceleración angular y de la velocidad angular. La unidad de la aceleración angular en el SI es **rad/s² o s⁻²**.

De esto se desprende que en el MCU, al ser $\omega = cte$, tendremos: $\alpha = 0$

Movimiento Circular Uniformemente Acelerado (MCUA)

Si ahora planteamos un movimiento circular en el que $\alpha = cte$, lo llamaremos **Movimiento Circular Uniformemente Acelerado – MCUA** y se puede comprobar que (en módulo), con $t_0 = 0$ s



$\omega = \omega_0 + \alpha \cdot t$ y $\theta = \theta_0 + \omega \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2$ Esta es la **Ley Horaria para el MCUA**.

Para un movimiento circular **NO uniforme**, además de *cambiar la dirección del vector velocidad tangencial, también cambiará el módulo del vector velocidad tangencial*. O sea que, además de existir una aceleración radial, deberá existir una aceleración tangencial (dirección tangente a la trayectoria)

que provoque el cambio del módulo de la velocidad.

Teniendo en cuenta la definición de aceleración y solo considerando los módulos, obtenemos:

$$a_T = \frac{dv}{dt} \Rightarrow a_T = \frac{d(\omega \cdot r)}{dt}$$

Como en un movimiento circular, el radio es constante será:

$$a_T = r \cdot \frac{d\omega}{dt} = r \cdot \alpha$$

El subíndice “T” indica que esta aceleración tiene dirección tangente a la trayectoria y la expresión determina el módulo de esa aceleración. A esta aceleración, la llamamos **aceleración tangencial**.

Esto nos permite asegurar que en un movimiento circular se tiene una aceleración resultante:

$\vec{a} = \vec{a}_c + \vec{a}_T$. El módulo de esta aceleración resultante es: $a = \sqrt{a_c^2 + a_T^2}$. Las direcciones de la aceleración centrípeta y de la aceleración tangencial son perpendiculares.

Hemos demostrado que la componente centrípeta de la aceleración está asociada a la variación instantánea de la dirección del vector velocidad y la componente tangencial de la aceleración está asociada al cambio en el módulo del vector velocidad.

I.4 Dinámica del Movimiento Circular Uniforme

Analizaremos ahora el movimiento de una masa “m” que tiene como trayectoria una circunferencia de radio “r”, con velocidad angular constante “ ω ”, alrededor de un eje fijo vertical (z). El movimiento es entonces circular (sobre un plano XY).

La energía cinética en un punto cualquiera de la trayectoria será:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_t^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (\omega \cdot r)^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 \cdot \omega^2$$

Definimos $I_0 = m \cdot r^2$ como el momento de inercia rotacional de la partícula de masa m respecto de su eje de giro, por lo tanto resulta:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot I_0 \cdot \omega^2$$

Si en lugar de una masa puntual se tiene un cuerpo rígido (o sea no podemos usar el modelo de partícula), el momento de inercia del cuerpo se expresa:

$$I = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2$$

Recordemos la definición de cuerpo rígido: las partes del cuerpo mantienen siempre las mismas posiciones y distancias entre sí.

Por lo tanto, para un cuerpo rígido que rota respecto de un eje fijo, la energía cinética será:

$$E_c = \sum_{i=1}^n E_{c_i} = \sum \frac{1}{2} m_i r_i^2 \omega^2 = \omega^2 \cdot \sum \frac{1}{2} m_i r_i^2 = \frac{1}{2} I \omega^2$$

Unidades de I: en el SI: $[I] = [m] \cdot [r]^2 = \text{kg} \cdot \text{m}^2$

Unidades de E: en el SI: $[E] = [I] \cdot [\omega]^2 = \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{m} = \text{N} \cdot \text{m} = \text{J}$

Hemos dicho que en MCU la aceleración centrípeta (o radial o normal) se relaciona con el cambio instantáneo del vector velocidad. Ahora bien, la 2^{da} Ley de Newton del movimiento, nos enseña que toda aceleración debe ser provocada por una Fuerza Resultante que es proporcional a esa aceleración y que actúa en la misma dirección y sentido. Escribiendo módulos:

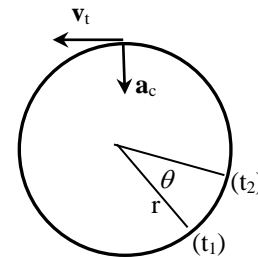
$$F_{RES} = \sum F_{ext} = F_c = m \cdot a_c = m \cdot \frac{v^2}{r} = m \cdot \omega^2 r$$

Esta expresión nos dice que la Fuerza Resultante externa que actúa sobre una partícula (o cuerpo) que tiene un MCU es la **Fuerza Centrípeta o Fuerza Central que provoca ese movimiento**. El módulo de esa fuerza es el indicado, su dirección es *radial* y su sentido es *hacia el centro de la circunferencia que contiene la trayectoria*.

Trabajo de la Fuerza Centrípeta

Recordando la definición del trabajo de una fuerza constante como el producto escalar entre el vector fuerza y el vector desplazamiento:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r}$$



Ahora bien, en la expresión anterior la fuerza tiene que ser constante en todo el desplazamiento, y eso solo se puede asegurar cuando ese desplazamiento es muy pequeño (infinitesimal). Entonces, por definición de trabajo, y teniendo en cuenta *diferenciales*, definimos el *diferencial de trabajo* como el producto escalar entre el *vector fuerza* (en este caso la fuerza centrípeta) y el *vector diferencial de desplazamiento*:

$$dW_{F_c} = \vec{F}_c \cdot d\vec{r}$$

En un desplazamiento infinitesimal, podemos asegurar que: $|d\vec{r}| = ds$, esto es que el módulo del vector desplazamiento coincide con el diferencial de arco recorrido. Además la dirección del vector fuerza centrípeta es perpendicular a la dirección del vector $d\vec{r}$.

Por definición de producto escalar: $dW_{F_c} = |\vec{F}_c| \cdot ds \cdot \cos 90^\circ = 0J$

Entonces, concluimos que **la Fuerza Centrípeta (o central) no realiza trabajo**. Por lo tanto si esa fuerza no realiza trabajo no puede cambiar la energía cinética de la partícula (o cuerpo). Recuerde que: $W_{F_{RES}} = \Delta E_C$

Como en el MCU, la Fuerza Resultante ES la fuerza centrípeta, tenemos que en este movimiento la energía cinética de la partícula (o cuerpo) permanece constante:

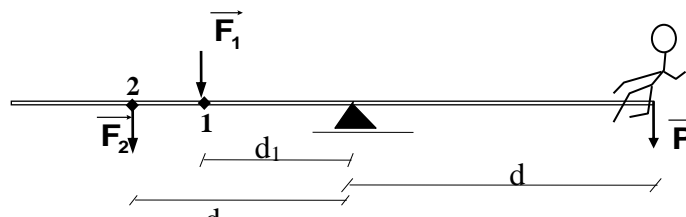
En el MCU: $W_{F_c} = W_{F_{RES}} = 0 \Rightarrow \Delta E_C = 0 \Rightarrow E_C = cte \Rightarrow |\vec{v}| = cte$

Dinámica del Movimiento Circular no uniforme. (No se realiza Práctica de Problemas)

Definición de Momento de una Fuerza Respecto de un punto. 2da. Condición de Equilibrio.

Conviene presentar una nueva magnitud: el *Momento de una fuerza F respecto de un punto o*, que simbolizaremos \vec{M}_F^o . En algunos casos, el efecto de una fuerza sobre un cuerpo depende de la ubicación de la misma.

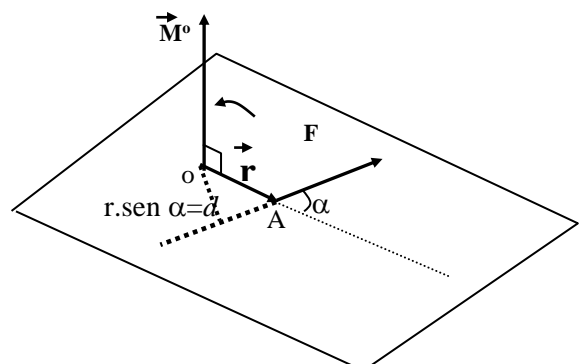
Piensa en un sube y baja, con un niño en un extremo, que puede ser equilibrado con otro de distinta masa, según se lo ubique. Así, será necesario una mayor masa ubicada en el punto 1, que en el punto 2. Lo que deberá cumplirse es que el producto de la fuerza ubicada en 1 por la distancia d_1 ($F_1 \cdot d_1$), o el de la ubicada en 2 por la distancia d_2 ($F_2 \cdot d_2$) deben ser iguales entre sí, e igual al producto del peso **P** del niño por la distancia d ($P \cdot d$).



Definimos: *Momento de una fuerza respecto de un punto O*, al producto vectorial del vector posición (del punto **O** al punto **A**, donde actúa la fuerza) por la **fuerza** \vec{F} : $\vec{M}_F^o = \vec{r} \times \vec{F}$

Como ya vimos, el producto vectorial, en este caso \vec{M}_F^o tendrá:

- **Módulo:** $M_F^o = r \cdot F \cdot \sin \alpha$
- **dirección:** será perpendicular al plano formado por los vectores \vec{r} y \vec{F}
- **sentido:** está dado por la regla de la mano derecha o del tirabuzón.



Como se observa en la figura:

$$r \cdot \sin \alpha = d$$

$$M_F^o = F \cdot d$$

Resulta que el módulo de \vec{M}_F^O será el producto de la fuerza por la distancia (d) de la recta de acción de la fuerza al punto O.

Para indicar una diferencia según el sentido de la fuerza de determinada dirección, damos un signo al momento:

(+) cuando el giro de la fuerza alrededor del punto O es antihorario,

(-) cuando el giro es horario.

La definición de momento se puede extender a la acción de varias fuerzas. Dadas $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ se define el momento de ellas respecto de un punto O como la suma de los momentos de cada una de las fuerzas respecto de O:

$$\vec{M}_{\text{total}}^O = \vec{M}_1^O + \vec{M}_2^O + \vec{M}_3^O + \dots + \vec{M}_n^O = \sum_{i=1}^n \vec{r}_i \times \vec{F}_i$$

Para el caso en que las fuerzas sean concurrentes, resulta el momento total:

$\vec{M}_{\text{total}}^O = \vec{M}_R^O$ que es el momento de la resultante \vec{R} respecto del punto O.

Si las fuerzas no son concurrentes, este resultado sólo es válido cuando la resultante no es nula, y en este caso, podremos obtener un punto de paso de la resultante de las fuerzas no concurrentes.

2da. Condición de Equilibrio

Según lo visto en el curso de nivelación, sobre el cuerpo en equilibrio pueden no actuar fuerzas y si actúan, deberán componerse de manera tal que la resultante sea nula.

Supongamos un *sistema de fuerzas concurrentes (coplanares)*.

La condición de equilibrio será:

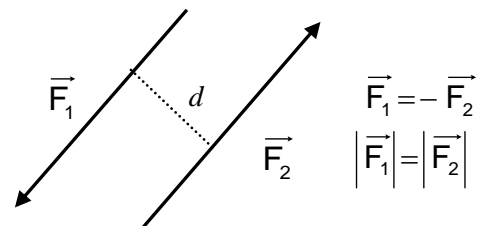
Esta condición es necesaria y suficiente para los sistemas de fuerzas concurrentes, y es llamada: **Primera condición de equilibrio**.

$$\left. \begin{array}{l} R_x = 0 \Rightarrow \sum F_x = 0 \\ R_y = 0 \Rightarrow \sum F_y = 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \vec{R} = \vec{0}$$

Supongamos ahora un *sistema de fuerzas no concurrentes*. El más sencillo es el formado por dos fuerzas de igual módulo, sentido contrario y direcciones paralelas, separadas una distancia d , que se llama *cupla* o *par de fuerzas*.

En este caso se cumple la 1^{ra} condición de equilibrio, pero el cuerpo sobre el que actúa gira, por lo tanto no está en equilibrio (nótese que las fuerzas no son concurrentes). En una **cupla**, el **momento del sistema** respecto de un punto cualquiera es:

$F_1 \cdot d = F_2 \cdot d$ (demuéstrelo).

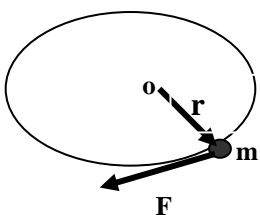


Para que un sistema de fuerzas no concurrentes no se reduzca a una cupla, deberá ser:

2da Condición de Equilibrio

$$\sum_{i=1}^n \vec{M}_{F_i}^O = \vec{0}$$

Los sistemas de fuerzas no concurrentes deben cumplir las dos condiciones para estar en equilibrio. En el caso de una cupla se cumple la primera condición, pero no la segunda.



Vamos a considerar un sistema sencillo que consiste en una masa m obligada a seguir una trayectoria circular de radio r , y supongamos que actúa sobre la partícula una fuerza F perpendicular a r y, por tanto, tangente a la circunferencia. Esta fuerza F (**tangencial**) hará que varíe el módulo del vector velocidad.

De acuerdo a la 2^{da} Ley de Newton y considerando solo los módulos (ya que la dirección es tangencial, perpendicular al radio)

$$F = m \cdot a = m \cdot r \cdot \alpha, \text{ ya que: } a = r \cdot \alpha$$

Multiplicando por r ambos miembros tenemos

$$r \cdot F = m \cdot r^2 \cdot \alpha$$

El primer miembro de la ecuación es el **módulo momento de la fuerza F respecto al punto O**,

$M_{Fo} = r \cdot F \cdot \text{sen } 90^\circ$. Por lo tanto:

$$\left| \overrightarrow{M_{F^o}} \right| = m \cdot r^2 \cdot \left| \overrightarrow{\alpha} \right|$$

Recordando α es la aceleración angular. Además $m \cdot r^2$ es una propiedad del cuerpo (su masa) por la distancia al cuadrado a su eje de rotación. Y, como ya vimos, a este producto se lo denomina **momento de Inercia I**:

$$I = m \cdot r^2$$

El momento de inercia es una medida de la resistencia del cuerpo a variar su movimiento de rotación, depende de la distribución de la masa respecto del eje de rotación, así como lo era la masa m (principio de inercia), que mide su resistencia a variar el movimiento de traslación.

Resultando que el momento de la fuerza, en nuestro ejemplo, se puede expresar ahora de la forma:

$$\overrightarrow{M_{F^o}} = I \cdot \overrightarrow{\alpha}$$

Si tenemos un conjunto de partículas de un cuerpo rígido (un cilindro, un disco, etc.), podremos aplicar la ecuación a cada parte del cuerpo y sumar sobre todas ellas. Para la partícula n ésima podemos escribir:

$$\sum \overrightarrow{M_{F^o}} = \sum (m_i \cdot r_i^2) \cdot \overrightarrow{\alpha}$$

En la que aparece el momento de inercia total del sistema de partículas (cuerpo rígido)

$$I_C = \sum m_i \cdot r_i^2$$

La $\sum \overrightarrow{M_{F^o}}$, la podemos pensar como el **Momento Resultante de las Fuerzas Externas** ($\overrightarrow{M_R^o}$) al Sistema de Partículas (cuerpo rígido)

$$\overrightarrow{M_R^o} = I_C \cdot \overrightarrow{\alpha}$$

Esta expresión nos dice que **la aceleración angular adquirida por un sistema de partículas (cuerpo rígido) es directamente proporcional al momento resultante externo aplicado al sistema de partículas, y tiene la misma dirección (eje z) y sentido (regla de la mano derecha) si la trayectoria se encuentra en el plano XY. La constante de proporcionalidad es el momento de inercia del cuerpo. Esta expresión es la 2^{da} Ley de Newton para las rotaciones.**

En el caso de un cuerpo rígido, la aceleración angular α es la misma para todo el cuerpo, R es el radio de giro y M la masa total.

I.5 Momento Angular. Conservación del Momento Angular

Momento Angular (No se realiza Práctica de Problemas)

Por lo que hemos visto, si una partícula (o cuerpo) cumple un movimiento circular NO uniforme, existe una aceleración que deberá tener dos componentes (una *centrípeta* o *radial* y otra *tangencial*).

En la dinámica del movimiento circular nos encontramos con una fuerza hacia el centro (fuerza central), llamada fuerza centrípeta \mathbf{F}_c relacionada con el cambio en la dirección del vector velocidad. Ahora bien, si también varía el módulo del vector velocidad, necesitamos una *fuerza* que provoque la **aceleración tangencial** relacionada con el cambio del módulo del vector velocidad. Por lo tanto, para el movimiento de una partícula en una trayectoria curva cualquiera (la circular es un caso particular) tendremos una **Fuerza Resultante** que tendrá dos componentes (*radial* o *centrípeta* y *tangencial*) como se muestra en la fig. 1.

Si observamos en la fig.1, la fuerza F puede descomponerse en una componente tangencial F_t y otra componente radial F_r o F_c es decir:

$$\overrightarrow{F} = \overrightarrow{F_T} + \overrightarrow{F_c} \quad (1)$$

Teniendo presente la 2^{da} Ley de Newton, F_c y F_T se pueden escribir como:

$$\overrightarrow{F_c} = m \cdot \overrightarrow{a_c} \quad \text{y} \quad \overrightarrow{F_T} = m \cdot \overrightarrow{a_T}$$

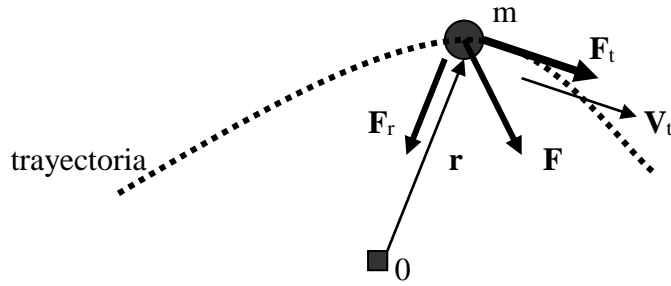


fig. 1

Los módulos de las velocidades angular y tangencial, en el movimiento circular son, respectivamente:

$$\omega = d\theta / dt \quad \text{y} \quad v_t = r \cdot \omega \quad (2)$$

Resulta que la aceleración se expresa como:

$$a_c = v^2 / r = \omega^2 \cdot r \quad (3a) \quad \text{y} \quad a_t = dv_t / dt = r \cdot d\omega / dt \quad (3b)$$

Como ya hemos visto, la relación $d\omega/dt$ se la denomina aceleración angular (α), resultando la *aceleración tangencial*, expresión (3b), igual a:

$$a_t = r \cdot \alpha \quad (4)$$

Si retomamos la ecuación (1), y le aplicamos el **producto vectorial**, con el vector posición \mathbf{r} , respecto al punto O, resulta:

$$\vec{r} \times \vec{F} = \vec{r} \times (\vec{F}_T + \vec{F}_c) \quad (5)$$

resulta:

$$\vec{r} \times \vec{F} = \vec{r} \times \vec{F}_T + \vec{r} \times \vec{F}_c \quad (6)$$

$\vec{r} \times \vec{F}_c$ resulta ser el momento de una fuerza respecto de un punto O, es decir \vec{M}_F^O , y observando que \vec{r} y \vec{F}_c son vectores paralelos, entonces $\vec{r} \times \vec{F}_c = \vec{0}$, y la ecuación (6) queda:

$$\vec{M}_F^O = \vec{r} \times \vec{F}_T \quad (7)$$

Expresión utilizada en el estudio de equilibrio de los cuerpos rígidos.

$$\text{Como: } \vec{F}_T = m \cdot \vec{a}_T ; \quad \text{reemplazando en (7): } \vec{M}_F^O = \vec{r} \times m \vec{a}_T \quad (8)$$

Recordando que $\vec{a}_T = \frac{d\vec{v}_T}{dt}$ y reemplazando en la anterior queda: $\vec{M}_F^O = \vec{r} \times m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt}$

$$\vec{M}_F^O = \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (9)$$

Definimos **momento angular o momento cinético** de una partícula, al *producto vectorial entre el vector posición y el vector momento lineal*. (fig.2)

$$\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p} \quad (10)$$

Unidades del SI: $[l] = [r] \cdot [p] = \text{m} \cdot \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1} = \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$

El módulo del vector momento angular será:

$$|\vec{l}| = |\vec{r}| \cdot m \cdot |\vec{v}| \cdot \text{sen } \phi$$

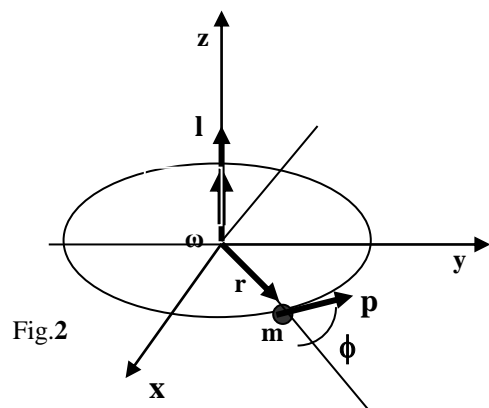


Fig.2

Como se observa en la fig. 2 la dirección del momento angular es perpendicular al plano en el que se encuentran los vectores posición y momento lineal. Y el sentido se determina con la regla de la mano derecha. Para nuestro caso, como \vec{r} y \vec{p} están en el plano XY, entonces la dirección de \vec{l} es el eje z. Ahora estudiemos que sucede con el cambio instantáneo del momento angular, esto es, hagamos la derivada de la expresión (10) respecto del tiempo:

$$\vec{M}_F^o = \frac{d(\vec{r} \times \vec{p})}{dt} = \frac{d\vec{l}}{dt} \quad (11)$$

Si bien hemos hecho el cálculo del momento angular para una partícula, el razonamiento lo podemos generalizar para un **sistema de partículas** (cuerpo rígido), siendo \vec{L}_{total} en este caso

$$\vec{L}_{total} = \sum \vec{l}_i = \vec{l}_1 + \vec{l}_2 + \dots + \vec{l}_n \quad \text{Suma vectorial.}$$

siendo $\vec{l}_1, \vec{l}_2, \dots, \vec{l}_n$, los momentos angulares de cada partícula.

Retornando a la expresión (13), y extendiéndola a un sistema de partículas, podemos escribir:

$$\sum \vec{M}_F^o = \vec{M}_R^o = \frac{d\vec{L}_{total}}{dt}$$

Esta última expresión dice que *la sumatoria de los momentos de las fuerzas externas aplicadas a un sistema de partículas (cuerpo rígido), esto es el Momento Resultante externo al sistema de partículas, coincide con el cambio instantáneo del momento angular (o cinético) total del sistema de partículas (cuerpo rígido).*

Por lo dicho, la única manera que el **momento angular de un sistema de partículas cambie**, es que **exista un momento resultante externo NO nulo aplicado al sistema de partículas.**

Principio de conservación del momento angular para un sistema de partículas

Cuando sobre el sistema no se ejerce momento resultante externo, éste resulta nulo $\vec{M}_R^o = \vec{0}$; por lo que:

$$\vec{L}_{total} = cte$$

Si $\vec{L} = cte$ en un sistema de partículas, implica que $\vec{L}_{antes} = \vec{L}_{después}$, entonces \vec{L} **Se conserva.**

Trabajo y potencia en el movimiento circular

Recordamos que siempre tenemos que: $\vec{F} = \vec{F}_T + \vec{F}_c$

Como ya hemos demostrado, la componente de \vec{F} en dirección del radio (F_c) **no realiza trabajo** y ahora analizaremos el trabajo de la fuerza tangencial F_T .

Para un desplazamiento infinitesimal de la partícula que describe una trayectoria curva, el diferencial de trabajo de la fuerza tangencial viene dado por el producto escalar entre el vector fuerza tangencial y el vector diferencial de desplazamiento. $dW_{F_T} = \vec{F}_T \cdot d\vec{r}$

En un desplazamiento infinitesimal, podemos asegurar que: $|d\vec{r}| = ds$, esto es que el módulo del vector desplazamiento coincide con el diferencial de arco recorrido. Por otra parte, la dirección del vector fuerza tangencial y del vector diferencial de desplazamiento es colineal, por lo que el producto escalar es:

$$dW_{F_T} = |\vec{F}_T| \cdot ds \cdot \cos 0^\circ = F_T \cdot ds$$

Para un movimiento circular tenemos que: $ds = r \cdot d\theta$

Entonces: $dW = F_T \cdot ds = F_T \cdot r \cdot d\theta$

Por todo lo visto anteriormente, la fuerza tangencial hace un momento respecto del centro de giro, que podemos escribir usando la expresión del módulo de producto vectorial y teniendo en cuenta que la dirección de esta fuerza es perpendicular al vector posición (cuyo módulo es el radio de la trayectoria circular) como:

$$M_{F_T} = F_T \cdot r$$

Por lo tanto;

$$dW = M_{F_T} \cdot d\theta$$

Si el $M_{F_T} = \text{cte.}$, trabajando para un desplazamiento angular cualquiera, tendremos que:

$$W = M_{F_T} \cdot \Delta\theta$$

expresión del **trabajo en el movimiento circular**, que indica que la fuerza que realiza trabajo es la fuerza tangencial. Y deberá cumplirse que:

$$W = \Delta E_c \quad \text{y} \quad W = M_{F_T} \cdot \Delta\theta = \frac{1}{2} I \omega_f^2 - \frac{1}{2} I \omega_0^2$$

Como es de esperar, el trabajo de la fuerza tangencial produce la variación de la energía cinética (ya que varía el módulo del vector velocidad). Este resultado es válido para un sistema de partículas.

Como la potencia es la rapidez con la que se realiza trabajo, tendremos:

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{F_T \cdot r \cdot d\theta}{dt} = F_T \cdot r \cdot \omega$$

I.6 Teorema de Conservación de la Energía

Hemos visto, en capítulos anteriores (Curso de Nivelación), algunas fuerzas a las que se le puede asociar una energía potencial (gravitatoria, elástica). En varios de los ejemplos vistos, la variación de la energía potencial depende exclusivamente de las posiciones final e inicial, sin importar el camino recorrido en el que esa fuerza actúa. Se denomina **fuerza conservativa** si el trabajo que realiza dicha fuerza, no depende del camino recorrido en que la fuerza actúa, sino que depende única y exclusivamente de las posiciones inicial y final. Puede generalizarse que: si F es una fuerza conservativa, entonces la derivada (con signo opuesto) de la energía potencial respecto de la posición coincide con la ley de esa fuerza. $F = -\frac{dU}{dr}$ Cuando hace trabajo una fuerza conservativa, se

acumula energía potencial, que puede convertirse nuevamente en trabajo útil. Como las interacciones conservativas dependen de la ubicación en el espacio, se dice que existe un "Campo de energía potencial". Por ejemplo: en el "campo gravitatorio terrestre", la energía potencial depende de la altura sobre un plano de referencia horizontal. Cada plano horizontal tendrá el mismo valor U para masas similares. Se los llama planos equipotenciales. Cualquier variación de U entre dos planos equipotenciales es independiente del camino recorrido por la masa para pasar de uno a otro. Si pensamos en la superficie terrestre, que es una esfera, debemos pensar en "esferas" equi-potenciales en lugar de planos.

Las fuerzas que no cumplen con lo mencionado arriba, se las llama: **fuerzas no conservativas** que son aquellas cuyo trabajo depende del camino recorrido por ella.

A su vez es útil clasificar a las **fuerzas no conservativas** en **disipativas** y **aplicadas**. Se denominan **fuerzas disipativas** a aquellas del tipo de rozamiento y resistencia del aire que por lo general, hacen un trabajo negativo. Las fuerzas aplicadas son aquellas fuerzas externas que actúan sobre un cuerpo.

De acuerdo a lo expresado, el trabajo de las fuerzas conservativas es igual al opuesto de la variación de la energía potencial (de cualquier campo conservativo):

$$W_{F_{cons}} = -\Delta U \quad (I)$$

Por otro lado, también vimos que, siendo \mathbf{R} la fuerza resultante de las fuerzas externas aplicadas a un cuerpo, el trabajo de \mathbf{R} es igual a la variación de la energía cinética que experimenta el cuerpo:

$$W_R = \Delta E_c \quad (2)$$

Si ampliamos a que sobre un sistema de partículas (cuerpo) pueden actuar cualquier tipo de fuerzas (conservativas y no conservativas) resulta:

$$W_R = W_{Fcons} + W_{Fno\ cons}$$

Reemplazando por las ecuaciones (1) y (2):

$$\Delta E_c + \Delta U = W_{Fno\ cons} \quad (3)$$

El primer miembro de la última ecuación ($\Delta E_c + \Delta U$) ya es conocido, como la variación de la Energía Mecánica Total ΔE_M del sistema de partículas.

Es útil, como dijimos, clasificar a las fuerzas no conservativas en *disipativas* y *aplicadas*. Se denominan fuerzas disipativas a aquéllas del tipo de rozamiento y resistencia del aire que, por lo general, hacen un trabajo negativo. Este trabajo disipativo produce un aumento de la energía interna ΔI del sistema:

$$- W_{F\ dis} = \Delta I$$

La energía interna I es la cinética y potencial asociada con las partículas que componen el sistema (en vez de considerar al sistema como un todo). Por ejemplo: cuando un bloque resbala sobre una superficie, el trabajo negativo hecho por el rozamiento aumenta la energía de los átomos del bloque y de la superficie en la zona de contacto, aumentando la temperatura.

Volviendo a la ecuación (3) :

$$\Delta E_c + \Delta U = - \Delta I + W_{F\ apl}$$

Por lo tanto:

$$\Delta E_c + \Delta U + \Delta I = W_{F\ apl}$$

Llamando **energía total E** a la suma de la Energía Mecánica y la Energía Interna, resulta:

$$\Delta E = W_{F\ apl} \quad (4)$$

El trabajo W_{Fapl} se lleva a cabo mediante dispositivos llamados *máquinas*, **que convierten energía interna en trabajo útil** (el motor de un automóvil o los músculos de un animal).

Sin entrar en detalle sobre el funcionamiento de una máquina, escribimos:

$$- \Delta I_{maq} = W_{F\ apl} + \Delta I_{med}$$

Donde ΔI_{maq} , es la variación de la energía interna de la máquina (de su **combustible**) que es negativa (-) cuando hay un $W_{F\ apl}$ mayor que cero y ΔI_{med} es la variación de la energía interna del medio ambiente de la máquina.

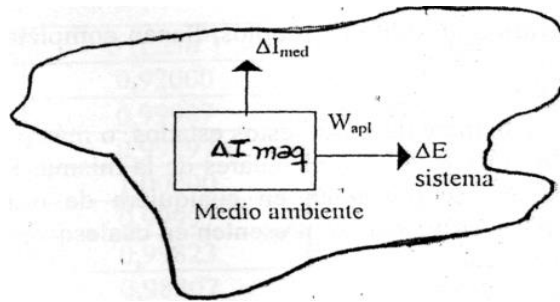
$$\text{Reemplazando en la ecuación (4): } \Delta E = - \Delta I_{maq} - \Delta I_{med} \quad \Longrightarrow \quad \Delta E + \Delta I_{maq} + \Delta I_{med} = 0$$

Esta ecuación es la expresión matemática del **PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA**.

Esto significa que el trabajo realizado por las fuerzas aplicadas (trabajo útil) cambia la energía total del sistema. Ahora bien, ese trabajo se realiza a expensas de una pérdida en la energía interna de la máquina que realiza ese trabajo que siempre es mayor que el útil. El trabajo que falta provoca el cambio de la energía interna del medio (ambiente del sistema y de la máquina).

De aquí se puede decir: **La energía no se crea ni se destruye, sólo se transforma.**

Así, en un sistema aislado (no entra ni sale energía, ni masa) la energía total es una constante.



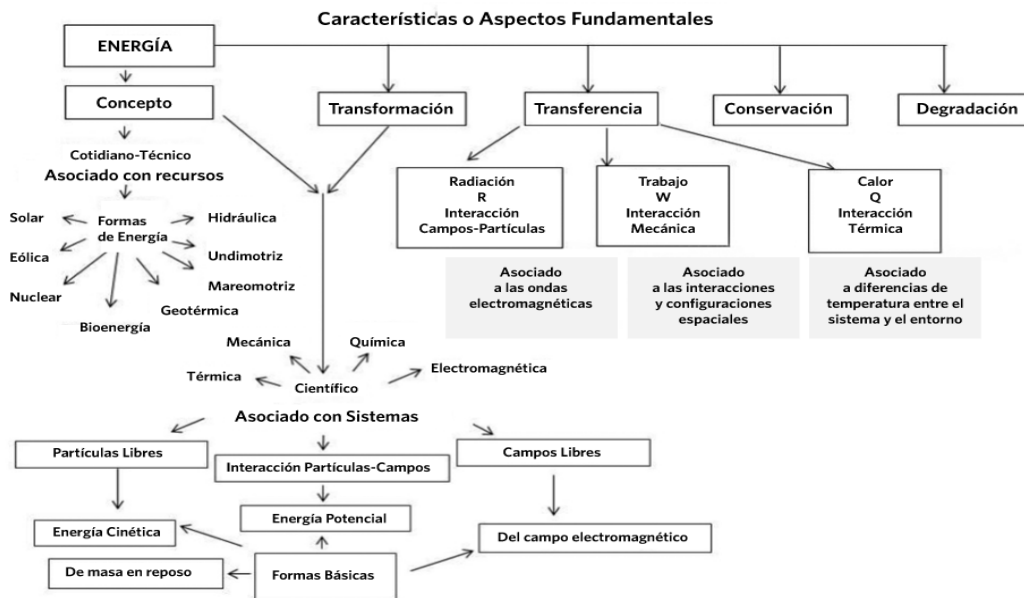
Hasta el momento solo hemos visto una forma de transferir energía a un sistema: *trabajo*. Pero, como seguiremos viendo en el transcurso de la cátedra, existen otras formas de transferencia de energía entre el sistema y el medio. En resumen y, sin entrar ahora en el desarrollo de cada una en particular, esas formas de transferencia pueden ser:

Trabajo: transferencia de energía a un sistema debido a la acción de una fuerza actuante que provoca el desplazamiento (o deformación) del mismo.

Calor: transferencia de energía debida a la diferencia de temperatura entre el medio y el sistema.

Radiación electromagnética: transferencia de energía a través de ondas electromagnéticas.

En el cuadro de la figura siguiente se muestra algunos aspectos relevantes del concepto de Energía; asociada a los recursos (de los que se puede extraer energía); asociada a los sistemas (partículas, campos e interacción entre campos y partículas); las formas de transferencia de energía y las características (propiedades) asociadas a la energía.



Juan Manuel Martínez – *Energía: Características y Contextos* – Escritura en Ciencias

Entonces, podemos describir (simbólicamente) como puede variar la Energía Total de un sistema de partículas (supuesto cerrado), teniendo en cuenta la Energía Propia del Sistema (energía mecánica del centro de masa + energía interna), como:

$$\Delta E_{M-CM} + \Delta I = W + Q + R$$

En la que ΔE_{M-CM} es la variación de la energía mecánica (cinética + potencial) del sistema asociada a su **Centro de Masa**, ΔI es la variación de la energía interna del sistema, W es la transferencia de energía como trabajo, Q es la transferencia de energía como calor y R es la transferencia de energía como radiación electromagnética.

I.7 Rendimiento

Se define rendimiento η de un sistema a la relación entre el trabajo producido (entregado por el sistema) y la energía (o trabajo) consumida (absorbida del medio (entregada al sistema):

$$\eta = \frac{W_{util}}{W_{abs}} = \frac{E_{util}}{E_{abs}}$$

El rendimiento varía entre 0 y 1 ($0 \leq \eta \leq 1$), llegando a la unidad para un sistema ideal, sin pérdida de energía al medio ambiente por rozamiento u otra forma disipativa.

Corrientemente se expresa el rendimiento en porcentaje, siendo entonces: $0\% \leq \eta \leq 100\%$

En las máquinas, que realizan trabajo a costa de su energía interna, se usa a veces el término eficiencia:

$$e = \frac{W_{apl}}{-\Delta I_{maq}}$$

En las máquinas térmicas, por ejemplo, los motores de combustión, la eficiencia no llega a ser mayor que el 40%.

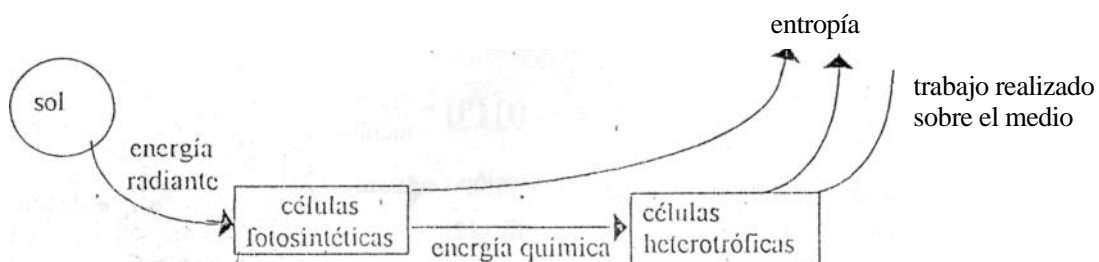
I.8 Trabajo Biológico

Por lo visto anteriormente podemos decir que todos los procesos físicos son, en última instancia, resultado de la transmisión o de la transformación de energía.

Los intercambios de energía en la materia inanimada se estudian en la termodinámica. En el mundo biológico se cumplen todas las leyes de la física y los fenómenos relacionados con la transformación de la energía forman el campo de la Bioenergética.

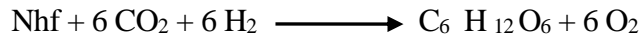
Si se siguiera la pista a la fuente original de energía usada por un organismo cualquiera en su habitat, por ejemplo un zorro en un dominio dado del bosque, encontraríamos toda una jerarquía de organismos, llamada cadena alimentaria o trófica que provee al zorro de la energía y materiales necesarios para sustentar su vida. Esta red está formada por varias cepas de organismos, los productores o autotróficos, que pueden utilizar las formas más simples del carbono (como el CO_2) para elaborar sus componentes celulares. La mayor parte de estos organismos usa la energía solar para estos procesos en la fotosíntesis. Luego se tienen los consumidores o heterotróficos que se alimentan de otros porque no pueden obtener energía ni usar formas simples del carbono, por sí mismos, sino a partir de células orgánicas más complejas (glucosa, etc.) de los productores que ellos consumen. Este proceso generalmente requiere oxígeno (respiración) liberando energía. Como etapa final aparecen los desintegradores (bacterias, hongos) que provocan la descomposición de los organismos muertos, devolviendo al suelo y a la atmósfera las formas más simples del carbono.

Analícemos ahora las fases del flujo de energía en el mundo biológico (figura): fotosíntesis, respiración, realización de trabajo biológico.



a) Fotosíntesis: la luz solar (parte visible del espectro electromagnético) es una forma de energía denominada radiante que, en última instancia, surge de la energía nuclear, y es absorbida, en la fotosíntesis, por la clorofila y otros pigmentos que la convierten en energía química para reducir el CO_2 del aire formando glucosa u otros compuestos.

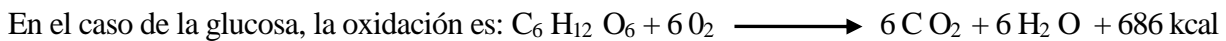
La formación de glucosa responde a una ecuación como:



donde nhf (nhf es la energía transportada por n fotones) es la cantidad de energía solar utilizada que se puede expresar también en términos de calor ($AG = 686 \text{ kcal}$).

El proceso no es sencillo: comprende más de un centenar de pasos químicos consecutivos, y pueden ser sintetizados otros productos, como ser glucosa, proteínas, lípidos, todas sustancias ricas en energía, utilizadas luego por los consumidores de las plantas verdes.

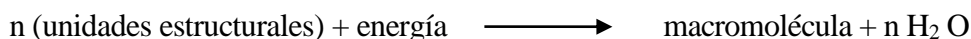
b) Respiración: es el consumo de la energía de los carbohidratos, grasas, etc., productos de la fotosíntesis, por los organismos heterótrofos que oxidan estas sustancias por medio del O_2 . Estos organismos necesitan de los complejos citados para obtener energía química y para usar las estructuras para sintetizar sus propios componentes celulares, ya que no pueden sintetizar CO_2 para tal fin.



Vemos que es el proceso inverso al de la formación de glucosa y, en este caso, se liberan 686 kcal de energía química útil; pero que no es necesariamente igual al trabajo realizado por la célula, sino que depende del rendimiento.

c) Trabajo biológico: es la última fase del flujo de energía, en la que ésta se utiliza para realizar distintos tipos de trabajos celulares. Básicamente son tres tipos de trabajo realizado por los organismos vivos: trabajo químico, trabajo de concentración y trabajo mecánico.

i) Trabajo químico: para crecimiento y mantenimiento de las células, sintetizando los componentes macromoleculares a partir de otros más simples, mediante la acción de las enzimas. Es el proceso llamado BIOSÍNTESIS y de él surgen moléculas como los polisacáridos, con centenares de moléculas de glucosa, o los aminoácidos. La operación puede indicarse:



ii) Trabajo de concentración: es el necesario para transportar y concentrar sustancias en las soluciones; generalmente en contra de gradientes de concentración. Se lo llama también trabajo osmótico. Produce el transporte activo compuesto por el ingreso o acumulación de sustancias necesarias en la célula, y la excreción de las desechables.

iii) Trabajo mecánico: el más destacado (visible) es el trabajo muscular de los animales superiores, fácilmente medible. Sin embargo, dicho trabajo es consecuencia de una propiedad generalizada de las células, la de ejercer fuerzas intracelulares de tracción por medio de filamentos contráctiles.

Estos tres tipos de trabajo realizado por los seres vivos conducen finalmente a la disipación de la energía y a su dispersión en el medio ambiente. Como hay degradación en cada paso de transformación de energía, una gran fracción de la originalmente proporcionada por la radiación solar a la célula de las plantas verdes se pierde en el medio en forma de calor. Incluso el trabajo celular produce disipación. Por ejemplo: un hombre levanta ladrillos para construir un muro. Realizando trabajo sobre el medio; con el tiempo, el muro se derrumbará y sus componentes se desordenarán. En el mundo biológico hay una inevitable e irreversible degradación de la energía que, una vez dispersada no puede nunca volver a producir un trabajo biológico.

I.9 Potencia y velocidad metabólica

En la definición de trabajo no interviene el concepto de tiempo. El trabajo no varía si se tarda 5 minutos o un año en realizarlo. Como ya hemos explicado en otros párrafos, en muchos casos es necesario conocer la rapidez con la que se realiza un trabajo, es decir la relación entre el trabajo y el tiempo que se tarda en hacerlo. Esta relación se denomina Potencia media P_m

$$P_m = \frac{W}{\Delta t}$$

Y recordando que $W = F \Delta d \cos \alpha \Rightarrow P_m = F \frac{\Delta d}{\Delta t} \cos \alpha = F v_m \cos \alpha$

Si el intervalo de tiempo es muy pequeño, Δt tiende a cero ($\Delta t \rightarrow 0$), definimos la Potencia instantánea P_i

$$P_i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{W}{\Delta t} = F \cdot v_i \cdot \cos \alpha$$

En el sistema M.K.S., la unidad de potencia es :

$$[P] = \frac{[W]}{[t]} = \frac{J}{s} = W (\text{vatio, del inglés watt})$$

de donde $1 \text{ kW} = 1000 \text{ W} = 1000 \text{ J/s}$

Relaciones útiles:

$$1 \text{ CV} = 735 \text{ W} = 0,735 \text{ kW}$$

$$1 \text{ HP} = 745,7 \text{ W} = 0,7457 \text{ kW}$$

De las deducciones anteriores, tenemos otra unidad de trabajo de uso corriente

$$P = W/t \rightarrow W = P \cdot t \rightarrow [W] = [P][t] \rightarrow [W] = kWh (\text{kilovatio - hora})$$

En el caso de una máquina que consume trabajo para producir energía interna, la potencia es:

$$P = \frac{-\Delta I_{maq}}{\Delta t}$$

En los animales, la velocidad de consumo de energía se denomina *velocidad metabólica*. Es mínima durante el sueño y crece a medida que aumenta la actividad que desarrolla (caminar, correr, etc.). Está relacionada con el consumo de oxígeno en la respiración que, al reaccionar con las grasas, hidratos de carbono o proteínas, libera energía (aproximadamente $2,0 \cdot 10^4 \text{ J/litro O}_2$).



Facultad de Ciencias Agrarias
UNIVERSIDAD NACIONAL DE ROSARIO



F Í S I C A

Cap. II

“Mecánica de los
Fluidos”

II.1 Caracterización de un Fluido

Introducción

Los sistemas que nos dedicaremos a estudiar a partir de esta unidad son *sistemas de muchas partículas*. En estos casos, no podremos hacer abstracción a una partícula, por lo que el modelo de partícula que habíamos utilizado en algunos temas de la Mecánica, no podrá ser usado en este nuevo enfoque.

El modelo que utilizaremos ahora se refiere a los *medios continuos*, y nos ocuparemos de su mecánica. O sea que estudiaremos la MMC (**Mecánica de los medios continuos**). Con este modelo se pueden unificar los *sólidos deformables*, los *sólidos rígidos* y los *fluidos*. A los *fluidos* se los clasifica como *líquidos* y *gases*. El término *medio continuo* se utiliza tanto para designar un *modelo matemático*, como cualquier porción de material cuyo comportamiento puede describirse adecuadamente con este modelo.

Actualmente, las propiedades y la mecánica de los fluidos son tratadas en una rama de la Física conocida como **Física de la materia condensada** (y con la teoría conocida como *Mecánica Cuántica*), que se ocupa de las características físicas *macroscópicas* de la materia. En particular, se refiere a las fases “*condensadas*” que aparecen siempre en que el número de constituyentes en un sistema sea extremadamente grande y que las interacciones entre los componentes sean fuertes. Los ejemplos más comunes de fases condensadas son los sólidos y los *líquidos*, que surgen a partir de los enlaces y uniones causados por interacciones electromagnéticas entre los átomos componentes. Entre las fases condensadas más exóticas se cuentan las fases super-fluidas (un fluido con viscosidad casi nula) y el condensado de Bose-Einstein, que se encuentra en ciertos sistemas atómicos sometidos a temperaturas extremadamente bajas.

Tradicionalmente se divide a la materia en tres *estados de agregación* o *fases* de presentación:

- a) **SÓLIDOS**: tienen forma y volumen determinado
- b) **LÍQUIDOS**: tienen volumen determinado pero adoptan la forma del recipiente que los contiene.
- c) **GASES**: sin forma ni volumen propios, llenan completamente el volumen del recipiente que los contiene.

Las diferencias fundamentales entre estos estados de agregación, o más propiamente **FASES** de la materia, se deben buscar a nivel de propiedades moleculares de la misma que se manifiestan en propiedades que pueden determinarse *macroscópicamente*. La variación de estas propiedades permite que las sustancias se presenten en cualquiera de esas fases. Ejemplo: el agua en sus fases: líquida, hielo (sólida), vapor (gaseosa).

Existe una cuarta y quinta fases de presentación de la materia que son menos conocidas:

d) PLASMA: se denomina **plasma** al cuarto estado de agregación de la materia, un estado fluido similar al estado gaseoso pero en el que determinada proporción de sus partículas, están **cargadas eléctricamente (ionizadas)** y no poseen equilibrio electromagnético y sus partículas responden fuertemente a las **interacciones electromagnéticas**. *En cierta forma y de manera sintética, el plasma se puede caracterizar como un gas ionizado*. Esta fase de la materia, aparentemente artificial, **existe de manera natural** y resulta ser la presentación más abundante en el Universo. Alguna parte de las atmósferas de los planetas (incluido el nuestro, por ejemplo, la ionosfera), el gas de las estrellas y de las galaxias; es plasma. El “viento solar”, que provoca que partículas cargadas del Sol penetren en nuestra atmósfera es “plasma”. Los “rayos” en una tormenta eléctrica es plasma. Pantallas de monitores y televisores y el gas de los tubos fluorescentes (encendidos) es plasma. Este estado de la materia se produce bajo gran presión y temperatura, la cual puede ser aprovechada para generar energía, mediante los reactores de fusión, pero la tecnología necesaria para confinar el plasma mediante campos magnéticos, y para alcanzar las temperaturas del estado plasma está aún en desarrollo.

e) **CONDENSADO DE BOSE-EINSTEIN**: el **condensado de Bose-Einstein** es el estado de la materia que se da en ciertos materiales a temperaturas cercanas a $0\text{ K} = -273,16\text{ °C}$. La propiedad que lo caracteriza es que una cantidad macroscópica de las partículas del material pasan al nivel de mínima energía, denominado estado fundamental. El condensado es una propiedad cuántica que no tiene análogo clásico.

Abordaremos este capítulo acerca de la Mecánica de los Fluidos teniendo en cuenta la Mecánica Clásica y describiendo el comportamiento a través de las propiedades macroscópicas de la materia. Este enfoque responde a lo explicado anteriormente como *modelo de la Mecánica de los medios continuos*. Los gases y líquidos se suelen agrupar bajo el nombre de **fluidos** porque pueden fluir (deslizarse, cambiar de forma sin necesidad de ejercer fuerzas sobre ellos).

El desarrollo de esta unidad trata del comportamiento mecánico de los fluidos, especialmente de los **líquidos**. Clásicamente este tema se divide en:

a) **HIDROSTÁTICA** o **ESTÁTICA DE FLUIDOS**: estudio de los fluidos en reposo.

b) **HIDRODINÁMICA** o **DINÁMICA DE FLUIDOS**: estudio de los fluidos en movimiento. Y, como parte de ésta, específicamente dedicada al movimiento de los gases aparece la **AERODINÁMICA**.

Una de las diferencias más notables entre líquidos y gases es su compresibilidad. Los líquidos son prácticamente incompresibles, mientras que en los gases el volumen que ocupan está relacionado con la presión que soportan.

II.2 Densidad. Densidad Relativa.

Densidad

La *densidad* de una sustancia homogénea (una única fase en la que las propiedades son las mismas en cualquier porción de volumen de materia) se define como la *relación entre su masa y el volumen que ocupa o lo que es lo mismo, la masa por unidad de volumen*. Se representará la densidad por la letra griega δ (delta minúscula).

$$\delta = \frac{m}{V}$$

Las unidades resultan:	en el S.I.	$[\delta] = [M] / [L^3] = \text{kg/m}^3$
	en el c.g.s.	$[\delta] = \text{g/cm}^3$
	en el técnico	$[\delta] = \text{u.t.m./m}^3$

Como muchos materiales se dilatan al ser calentados (aumento de volumen), resulta que su densidad varía con la temperatura:

$$\delta = \delta (t^\circ)$$

expresión que significa que la *densidad de una sustancia es función dependiente de la variable temperatura*. Generalmente la **función es decreciente con el aumento de temperatura**, pero en algunas sustancias, como en el agua entre 0°C y 4°C , resulta creciente. Se dice entonces que la **dilatación es anómala**. Más notable aún es la disminución de densidad cuando se “congela”, lo que provoca que el hielo flote en la superficie del agua. Este fenómeno permite mantener la vida de los seres acuáticos en las regiones de inviernos crudos. Una información más completa sobre este fenómeno será abordada en el capítulo correspondiente a *propiedades térmicas de la materia*.

En la tabla que se inserta a continuación se dan algunos valores de la densidad del agua y del volumen que ocupa por unidad de masa para temperaturas dadas:

t°C	δ (g/cm ³)	V (cm ³) de 1 g
0	0,92000 sólido	1,08695
0	0,99987 líquido	1,00013
2	0,99997	1,00003
4	1,00000	1,00000
6	0,99997	1,00003
20	0,99823	1,00177
50	0,98807	1,01207
100	0,95838	1,04343

Densidad Relativa

Se define la *densidad relativa* (δ_r) como la relación entre la densidad de una sustancia y la de otra que se utiliza como patrón. En general se usa como patrón la densidad del agua a 4°C que es de 1 g/cm³.

$$\delta_r = \frac{\delta_{material}}{\delta_{H_2O}}$$

La δ_r es adimensional y tiene el mismo valor cualquiera sea el sistema de unidades en que se mide la $\delta_{material}$ y la δ_{H_2O} .

A continuación, se indican valores de la densidad relativa (δ_r) de algunas sustancias (materia):

t(°C)	material	δ_r
20	acero	7,8
20	aluminio	2,7
20	madera	0,8
20	mercurio	13,6
0	aire	$1,3 \cdot 10^{-3}$
0	CO ₂	$19 \cdot 10^{-3}$
0	H ₂	$0,9 \cdot 10^{-3}$
	Tierra	5,5
	Sol	1,4
	Estrellas enanas blancas (aprox.)	$1 \cdot 10^6$
	Estrellas de neutrones (aprox.)	$5 \cdot 10^{14}$

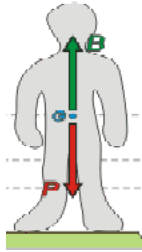
II.3 Concepto de Presión

En mecánica hemos estudiado fenómenos que se producen cuando existen *fuerzas* que actúan sobre un sistema de partículas (cuerpo). En algunos casos, como en el movimiento de traslación, ese cuerpo puede tratarse como una partícula, o sea que la fuerza está aplicada *en un "punto"*. En otros casos, como en el movimiento de rotación, la fuerza debe estar aplicada también *en un "punto"*, aunque este no puede ser por donde pasa el eje de rotación. O sea, hemos analizado fenómenos en los que *la/s fuerza/s actúan en un punto*.

Ahora bien, pensemos estas situaciones:

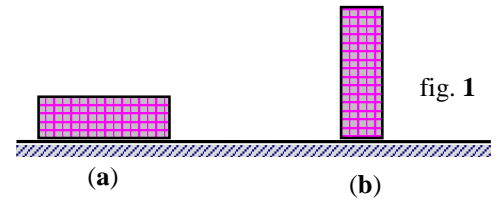
a) Usted está "de pie" (en reposo) sobre el suelo. Tenemos actuando la *fuerza de interacción gravitatoria* **P** (vertical hacia abajo) y la *fuerza normal* **B** (vertical hacia arriba), ambas actuando en su centro de masa G. (Ver figura).

b) Usted está "acostado" (en reposo) sobre el suelo. Tenemos actuando la *fuerza de interacción gravitatoria* (vertical hacia abajo) y la *fuerza normal* (vertical hacia arriba), ambas actuando en su centro de masa G.



La fuerza gravitatoria P será la misma pues es el resultado de la interacción entre el planeta Tierra y Ud. En ambos casos (a y b); la fuerza B es la misma, pues Ud. está en equilibrio y por lo tanto la sumatoria de las fuerzas actuantes debe ser nula. Sin embargo, los *efectos de la fuerza B* (interacción entre Ud. y la superficie de apoyo) no serán los mismos. Por esa razón, no es lo mismo estar de pie que acostado. **La fuerza B se distribuye en superficies de áreas diferentes.**

Suponga un prisma apoyado sobre un plano horizontal, como se indica en la fig.1: La fuerza N que el plano hace sobre el prisma será igual a la fuerza gravitatoria (peso), cualquiera sea la posición del cuerpo: Sin embargo, el efecto final puede variar; por ejemplo, se puede hundir (la superficie) más en el caso (b) que en el (a).



Se hace necesario definir una nueva magnitud que describa esta nueva situación.

Esta nueva magnitud es la **PRESIÓN**, *relación entre una fuerza (cuya dirección es perpendicular a la superficie de apoyo) y el área de la superficie sobre la cual se ejerce:*

$$p = \frac{F}{A}$$

Consideraremos a la presión como una **magnitud escalar**.

Aplicando esta relación a los casos (a) y (b) de la figura 1, resultará $p(b) > p(a)$, y el efecto sobre la superficie dependerá de la resistencia a la presión que ésta ofrezca.

Las unidades de presión son, según el sistema de unidades:

en el sistema S.I. $[p] = \frac{[F]}{[L^2]} = \frac{N}{m^2}$ denominado **Pascal (Pa)**; en el técnico: $[p] = \frac{kgf}{m^2}$

en el sistema c.g.s.: $[p] = \frac{dina}{cm^2}$ denominado **baria**.

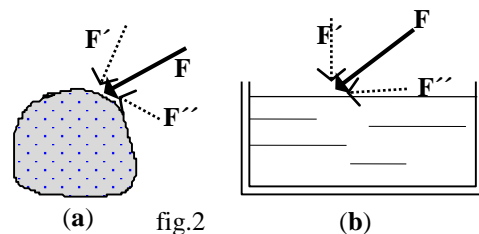
Las relaciones entre las mismas son: $1 \text{ Pa} = 10 \text{ barias} = 0,102 \frac{kgf}{m^2}$

La presión, siempre, es no negativa.

Se usan además otras unidades: *atmósfera, mmHg, libras/pulg²*, cuyas equivalencias daremos oportunamente.

La *presión atmosférica normal* (a nivel del mar) es la presión que ejerce la masa de aire sobre la superficie terrestre, su valor es: **$1 \text{ atm} = 101300 \text{ Pa} = 760 \text{ mmHg}$**

Supongamos ahora una fuerza F aplicada a la superficie de un sólido, fig.2(a), o a la de un líquido, fig.2(b). Esta fuerza puede descomponerse en otras dos: una paralela a la superficie F'' y otra perpendicular a la misma F' .



En el caso del sólido, F' produce una presión, que es provocada por la fuerza normal N , y F'' lo será por rozamiento entre el elemento que ejerce F y la superficie del cuerpo. No hay restricción, en general, a la dirección de la fuerza aplicada.

En el líquido, en cambio, F'' no tiene reacción porque las moléculas de la capa superficial se pueden desplazar libremente sobre las que están debajo, fluyen. En cuanto a F' , que haya o no reacción dependerá de la forma del elemento que ejerce F . Si es de poca superficie, se hundirá; pero si la superficie es suficiente, se mantendrá flotando, piense en una balsa de madera sobre la cual se puede

colocar una carga importante, pero que se puede mover sobre la superficie del agua aplicando fuerzas pequeñas. La reacción del líquido será una reacción hacia arriba tal que: $p = \frac{F'}{A}$

Se verá más adelante que esta presión se transmite a las paredes y al fondo del recipiente que contiene al líquido.

El fluido ejerce presiones sobre las paredes del recipiente que lo contiene. Para demostrar esto basta pensar en un recipiente elástico (de goma, por ejemplo) al cual se le coloca un líquido; por efecto de la presión que ejerce el líquido, el recipiente se deformará. A la vez, de acuerdo a la tercera ley de Newton, el recipiente ejercerá sobre el líquido una presión provocada por una fuerza de igual módulo y sentido contrario.

Supongamos ahora una bolsa de papel vacía, cerrada herméticamente. El aire encerrado ejerce presión hacia afuera, el exterior hacia adentro, de manera que se mantiene la forma. Si se extrae aire del interior, la presión exterior aplastará la bolsa. Si, en cambio, eleváramos la bolsa unos centenares de metros, como la presión exterior (la atmosférica) disminuye con la altura, sería más importante la presión interior y el volumen de la bolsa aumentaría hasta estallar.

II.4 Variación de la presión en un fluido. Manómetros y Barómetros

Variación de la presión en un fluido – Principio General de la Hidrostática

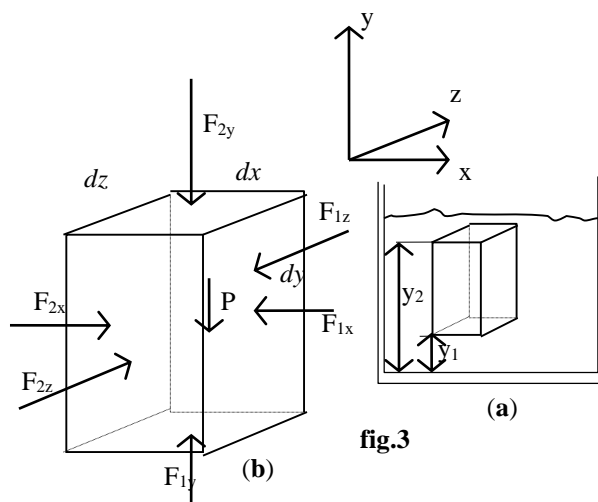


fig.3

Se plantea el problema de calcular cuánto vale la presión en el seno de una masa líquida (o de un fluido en general), en reposo e incompresible.

Imaginemos un recipiente con líquido en reposo, como el indicado en la figura 3(a). Este fluido es incompresible (su densidad δ es constante)

Tomemos **una parte de este fluido**, el contenido en un paralelepípedo de lados dx , dy , dz , separado del resto y analicemos el diagrama de cuerpo libre del mismo tal como se indica en la figura 3(b). Como está en reposo, deberán equilibrarse las fuerzas que tengan las mismas direcciones.

En la dirección x : $-F_{1x} + F_{2x} = 0$ (1)

En la dirección z: $-F_{1z} + F_{2z} = 0$ (2)

En la dirección y : $F_{1y} - F_{2y} - P = 0$ (3), donde P es la fuerza de interacción gravitatoria (peso), es el “peso del paralelepípedo de fluido” de masa “m”.

Las fuerzas indicadas provocan presiones sobre cada cara. Teniendo en cuenta la definición de presión:

$$F_{2y} = p_2 dx dz \quad ; \quad F_{1y} = p_1 dx dz$$

Además:

$$P = m g = \delta V g = \delta dx dy dz g$$

Haciendo los reemplazos correspondientes, de las ecuaciones (1) y (2) resulta que las presiones sobre las caras laterales son iguales. De la ecuación (3):

$$p_1 dx dz - p_2 dx dz = P = \delta V g = \delta dx dy dz g$$

Reordenando esta última ecuación, llegamos a expresar:

$$p_1 = p_2 + \delta g dy$$

PRINCIPIO GENERAL DE LA HIDROSTÁTICA

La presión en el seno de un fluido incompresible p_1 , en reposo, es igual a la presión en un punto por encima p_2 del mismo, más la presión que genera la columna de fluido entre esos dos puntos ($\delta \cdot g \cdot dy$)

Conclusiones de esta ecuación:

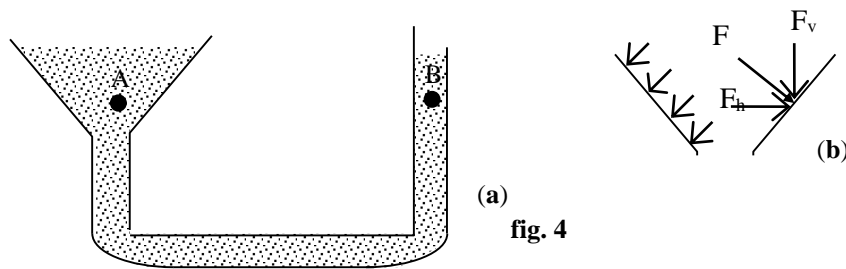
- la presión es uniforme para puntos que están a la misma altura (en un mismo plano horizontal)
- la presión varía con la altura: a mayor altura (menor profundidad) menor presión. Por ejemplo, en la atmósfera la presión disminuye a medida que nos elevamos sobre la superficie terrestre o bien en un lago a mayor profundidad mayor presión.

Aplicaciones del Principio General de la Hidrostática

I. Si llevamos el punto 2 a la superficie, resulta $p_2 = p_{atm}$ y, si el punto 1 es un punto a profundidad h , resulta:

$$p_1 = p_{atm} + \delta g h$$

II. Paradoja hidrostática: ¿Por qué es la presión igual en los puntos A y B si la masa de líquido que está por encima de cada punto es diferente? (fig.4)

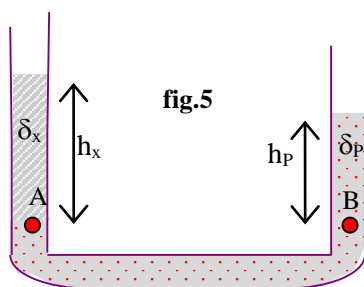


Las presiones en A y en B son iguales ($p_A = p_B$) por el principio general de la hidrostática y se confirma experimentalmente al no haber movimiento entre A y B.

La explicación se obtiene analizando la fig.4(b). La presión es perpendicular a las paredes del recipiente y las fuerzas pueden descomponerse en componentes horizontales y verticales; las horizontales tienden a aumentar el diámetro (lo harían si el recipiente fuera, por ejemplo, de goma); las verticales son soportadas por la pared. Sobre la base *pesa* sólo el cilindro central.

III. Caso de líquidos de distinta densidad no miscibles

El principio general de la hidrostática permite calcular la densidad de un líquido cuando se conoce la de otro líquido (tomado como patrón), siempre que ambos no se mezclen (fig.5).



Se toma como nivel de referencia el que corresponde a la superficie de separación (A). Por estar A, a la misma altura que B, será:

$$p_A = p_B$$

A está en la superficie de separación entre el líquido patrón y el líquido problema. Será para el punto A:

$$p_A = p_{atm} + \delta_x g h_x \quad (4)$$

mientras que para el punto B será:

$$p_B = p_{atm} + \delta_p g h_p \quad (5)$$

Igualando los segundos miembros de las ecuaciones (4) y (5), ya que lo son los primeros, resulta:

$$p_{atm} + \delta_x g h_x = p_{atm} + \delta_P g h_P$$

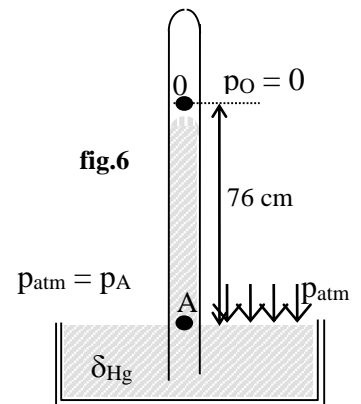
Simplificando y reagrupando se obtiene:

$$\delta_x = \delta_P \frac{h_P}{h_x}$$

Medida de la Presión: Manómetros y Barómetros

Se designa como *manómetro* al aparato usado para medir la presión manométrica, esto es la que ejerce la columna de fluido por encima del punto de determinación ($\delta_{fluido} \cdot g \cdot h$) y se reserva el nombre de *barómetro* para el usado para determinar la presión atmosférica.

En 1643, Torricelli, tratando de medir la presión atmosférica, inventó el **barómetro de mercurio**. Consiste en un tubo de vidrio, cerrado en un extremo, de aproximadamente un metro de largo, que se llena de mercurio (Hg) y luego se coloca invertido en una cubeta que contiene la misma sustancia. Se observa que la columna de mercurio desciende hasta tener una altura aproximada de 76 cm (760 mm).



Sobre el nivel libre del mercurio de la cubeta actúa la presión atmosférica, que debe ser igual a la existente en la base de la columna (punto A) a la misma altura.

Resulta: $p_{atm} = p_A = p_0 + \delta_{Hg} g h$ donde: $p_0 = 0$ (pues se supone vacío)

Por lo tanto $p_{atm} = \delta_{Hg} g h$ (6)

Siendo la densidad del mercurio: $\delta_{Hg} = 13600 \text{ kg/m}^3$

Reemplazando en (6) y en condiciones normales:

$$p_{atm} = 13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,76 \text{ m} = 101300 \text{ Pa} = 1013 \text{ hPa} = 1 \text{ atm}$$

Y, por equivalencias: $p_{atm} = 13,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 980 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2} \cdot 76 \text{ cm} = 1013000 \frac{\text{dinas}}{\text{cm}^2}$

Se denomina **presión atmosférica normal** a la presión del aire sobre la superficie terrestre que equilibra a la columna de 76 cm de mercurio. Este valor se usa como nueva unidad de presión y es la unidad denominada **atmósfera (atm)**.

También se suele expresar la presión en mmHg (milímetros de mercurio).

Resulta, entonces, que la *presión normal* es:

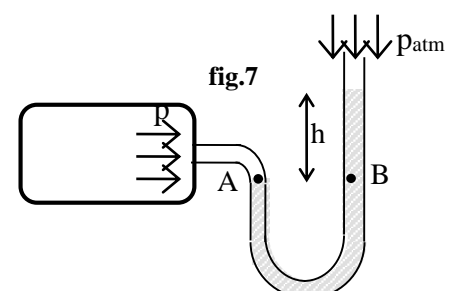
$$1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg} = 1013 \text{ hPa} = 1013000 \frac{\text{dinas}}{\text{cm}^2} = 1,033 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

Pasando ahora a los **manómetros**, describiremos el más sencillo, graficado en la fig.7. Es un tubo en U que contiene un determinado líquido (manométrico); uno de los extremos (A) (un gas) se encuentra a la presión p , que es la que se quiere medir y el otro extremo abierto está a la presión atmosférica.

Será: $p_A = p_B$

Y donde: $p = p_A$ y $p_B = p_{atm} + \delta g h$

Igualando, resulta: $p = p_{atm} + \delta g h \Rightarrow p - p_{atm} = \delta g h$

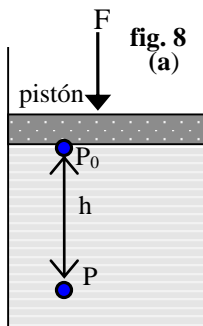


La diferencia entre p y p_{atm} resulta proporcional a la altura h . Esta diferencia $p - p_{atm}$ se denomina **presión manométrica**, mientras que la presión p es la **presión absoluta**. δ es la densidad del fluido usado en el tubo.

II.5 Principio de Pascal y de Arquímedes

Principio de Pascal

Supóngase un líquido encerrado en un recipiente sobre cuya superficie se puede ejercer una presión mediante un pistón, como indica la fig.8(a).

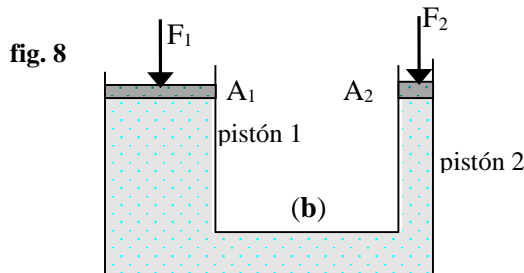


Al aumentar p_0 aumentando F , como los líquidos son incompresibles, aumenta la presión a la profundidad h en el mismo valor:

$$p = p_0 + \delta g h$$

Es decir que p_0 se transmite totalmente en todo el volumen de líquido.

Si se hace la experiencia con un recipiente con dos pistones, como en la fig.8(b), es evidente que de aumentar la presión en el pistón 1 aumentando la fuerza F_1 , el otro pistón deberá elevarse lo suficiente como para igualar la presión en el plano horizontal del pistón 1; o será necesario provocar una fuerza F_2 que produzca una presión p_2 que equilibre la presión p_1 . Resultará:



$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \Rightarrow F_2 = F_1 \frac{A_2}{A_1}$$

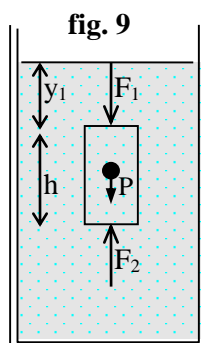
Por lo tanto, la fuerza aplicada resulta **directamente proporcional al área del pistón**.

Las experiencias anteriores fueron estudiadas y conocidas mucho tiempo antes de que se determinara el principio general de la hidrostática por el científico francés Blas Pascal quien enunció el principio hoy conocido con el nombre de **PRINCIPIO DE PASCAL**:

La presión ejercida en el seno de un fluido incompresible y en reposo, encerrado en un recipiente se transmite íntegramente a cada punto del fluido y a las paredes del recipiente que lo contiene.

Principio de Arquímedes

Otro histórico principio, el de Arquímedes, es también deducible a partir del principio general de la hidrostática. Cuando un cuerpo se sumerge (total o parcialmente) en un fluido, el fluido ejerce sobre cada punto de la superficie de aquél presiones perpendiculares a dicha superficie que dependerán de la profundidad de cada punto (fig.9).



Analizando las fuerzas que actúan sobre el cuerpo (sólo las verticales pues las horizontales se anulan), se obtiene:

$$F_1 = p_1 A$$

$$F_1 = (\delta_L g y_1 + p_{atm}) A$$

$$F_2 = p_2 A$$

$$F_2 = [\delta_L g (y_1 + h) + p_{atm}] A$$

$$P = m_C g = \delta_C V g$$

$$P = \delta_C A h g$$

A = área de la base del cuerpo

δ_L = densidad del líquido

δ_C = densidad del cuerpo

V = volumen del cuerpo

La resultante que actuará es:

$$R = - P - F_1 + F_2.$$

$$\text{Luego: } R = -\delta_C \cdot A \cdot h \cdot g - (\delta_L \cdot g \cdot y_1 + p_{\text{atm}}) \cdot A + [\delta_L \cdot g \cdot (y_1 + h) + p_{\text{atm}}] \cdot A$$

$$\text{Reagrupando y cancelando: } R = -\delta_C \cdot A \cdot h \cdot g + \delta_L \cdot g \cdot h \cdot A \quad (7)$$

El término: $E = \delta_L \cdot g \cdot h \cdot A = \delta_L \cdot g \cdot V$ se denomina **Empuje Hidrostático** o **Empuje** sobre el cuerpo y es igual al valor de la interacción gravitatoria entre el volumen de fluido desalojado y el planeta Tierra (**peso del volumen de fluido desalojado**).

La ecuación (7) puede escribirse $R = E - P$ que hace evidente que el cuerpo sumergido se “siente más liviano” en un valor igual al empuje hidrostático. El signo de R está dado por el que corresponde al de la diferencia (E – P) En este caso siempre el valor absoluto de R es menor que el valor absoluto de P.

Si el cuerpo no está totalmente sumergido, como se indica en la fig.10, resulta $E = \delta_L \cdot g \cdot h \cdot A$, donde $h \cdot A = V_D$ es el volumen de fluido desalojado en este caso.

La fuerza Empuje tiene dirección vertical, sentido hacia arriba y su módulo corresponde al “peso de volumen de fluido desalojado”

$$E = \delta_L \cdot g \cdot V_D$$

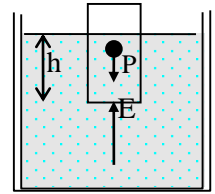


fig.10

Las conclusiones anteriores se resumen en el **PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES**:

Un cuerpo sumergido en un fluido recibe una fuerza denominada Empuje vertical, dirigida hacia arriba e igual al “peso del volumen” del fluido desalojado.

$$E = \delta_L \cdot g \cdot V_D$$

El empuje es una fuerza que actúa en el centro de masa del volumen de fluido desplazado. De acuerdo a las densidades del cuerpo δ_C y del fluido δ_L , puede ocurrir:

a) $\delta_C > \delta_L$, con lo cual la resultante R (ecuación 7), que tiene el mismo sentido que el “peso del cuerpo”, lo acelera hacia abajo (el cuerpo se hunde).

b) $\delta_C = \delta_L$, resulta R nula, y el cuerpo, totalmente sumergido, queda flotando bajo la superficie, en equilibrio indiferente.

c) $\delta_C < \delta_L$, en este caso el empuje E iguala al “peso” antes de que el cuerpo se sumerja totalmente y queda flotando en la superficie con una porción de volumen sin sumergir. Si el cuerpo es obligado a sumergirse totalmente, como cuando se hunde una pelota en una pileta con agua, al dejarlo libre la resultante, que es opuesta al peso, acelera al cuerpo hacia arriba, pudiendo emerger totalmente del agua y volverá a caer hasta llegar a su posición de equilibrio.

Nota: En los casos que se dice “peso” o “peso del cuerpo”; debe entenderse que NO se refiere a una propiedad del cuerpo; sino al resultado de la interacción gravitatoria entre el cuerpo y el planeta Tierra.

II.6 Hidrodinámica. Caudal. Ecuación de Continuidad

Caudal

La hidrodinámica trata el estudio de los fluidos (sistema de muchas partículas) en movimiento y es una de las ramas más complicadas de la mecánica, como puede comprobarse al pensar en ejemplos como el movimiento de las aguas de un río desbordado o los remolinos del humo de un cigarrillo. Cada partícula cumplirá las leyes de Newton pero resulta complicado estudiar el movimiento del conjunto de partículas. Sin embargo, cuando se cumplen determinadas condiciones, el estudio del movimiento del fluido es relativamente sencillo; esto ocurre cuando el movimiento es laminar o estacionario, indicado en la fig.11(a).

Cada partícula que pasa por un punto tal como el A sigue exactamente la misma trayectoria que las que pasaron antes por el mismo punto. Estas trayectorias constituyen las llamadas *líneas de flujo* o *líneas de corriente*.

La velocidad de todas las partículas que pasan por “una” sección es la misma, lo que hace que las líneas de flujo resulten trayectorias paralelas, entonces, estamos en presencia de un *flujo laminar* o *estacionario*.

Si no se cumplen las condiciones anteriores, cosa que ocurre cuando aumenta mucho la velocidad o el tubo es muy estrecho o cuando varía bruscamente la sección, el movimiento es *turbulento* (se representa en la fig.11(b)). Las líneas de flujo no se mantienen en trayectorias paralelas y las partículas del fluido chocan entre sí.

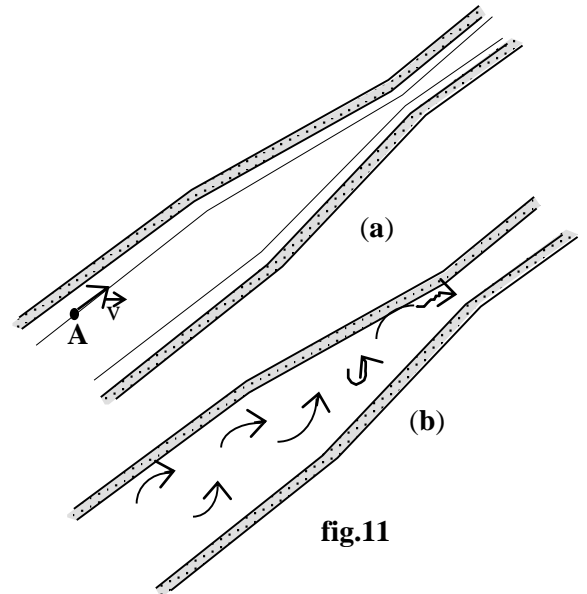


fig.11

Definición de Caudal (Q): Se define al *caudal* como la *relación* entre el volumen de líquido que pasa por una sección transversal y el tiempo que tarda en pasar. O lo que es lo mismo *caudal* es el volumen de fluido que atraviesa una sección transversal por unidad de tiempo.

$$Q = \frac{V}{t}$$

La unidad de caudal para el SI es:

$$[Q] = \frac{[L^3]}{[T]} = \frac{m^3}{s}$$

Ecuación de Continuidad

Analizaremos ahora un movimiento de *tipo laminar*. Un líquido escurre en un tubo de sección variable tal como se indica en la figura 12.

Supongamos un tramo de sección constante A_1 , donde tiene una velocidad v_1 . Si en un momento determinado todas las partículas que estaban en la sección A_1 con v_1 son identificadas, podremos observarlas luego de un tiempo t en otra sección A_2 . La distancia entre ambas secciones será igual a la que recorren en ese tiempo t , con velocidad constante por ser flujo laminar, y será igual a $v_1 \cdot t$.

Por consiguiente, en el tiempo t habrá pasado por la sección A_1 un volumen de líquido $V = A_1 \cdot v_1 \cdot t$.

El caudal Q_1 que atraviesa la sección A_1 será:

$$Q_1 = \frac{V_1}{t} \rightarrow Q_1 = v_1 \cdot A_1$$

En esta expresión v_1 es la velocidad del fluido que pasa por la sección y A_1 es el área de esa sección.

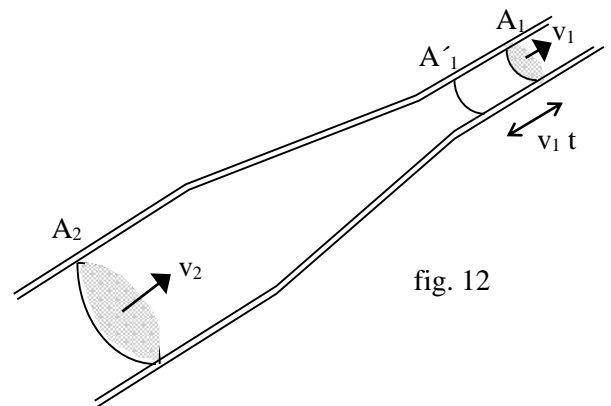


fig. 12

Si ahora tomamos otra sección A_2 , siguiendo el mismo razonamiento:

$$Q_2 = \frac{V_2}{t} \rightarrow Q_2 = v_2 \cdot A_2$$

En esta expresión v_2 es la velocidad del fluido que pasa por la sección y A_2 es el área de esa sección

Definimos **flujo de masa a la relación entre la masa de fluido que pasa por una sección transversal y el tiempo que demora en hacerlo**. O lo que es lo mismo, *flujo de masa es la masa de fluido que pasa por una sección transversal por unidad de tiempo*.

$$\Phi = \frac{m}{t}$$

La unidad para flujo de masa en el SI: $[\Phi] = \frac{[M]}{[T]} = \frac{kg}{s}$

Recordando que la masa es: $m_1 = V_1 \cdot \delta_1$, donde V_1 es el volumen de fluido que atraviesa esa sección, el flujo de masa Φ_1 en la sección A_1 será:

$$\Phi_1 = \frac{m_1}{t} \Rightarrow \Phi_1 = \frac{V_1 \delta_1}{t} = \frac{A_1 v_1 t \delta_1}{t} \Rightarrow \Phi_1 = A_1 \cdot v_1 \cdot \delta_1$$

Si ahora hacemos el mismo análisis para otra sección transversal A_2 , tendremos:

$$\Phi_2 = \frac{m_2}{t} \Rightarrow \Phi_2 = \frac{V_2 \delta_2}{t} = \frac{A_2 v_2 t \delta_2}{t} \Rightarrow \Phi_2 = A_2 \cdot v_2 \cdot \delta_2$$

Nuestro sistema (el fluido) lo consideramos un **sistema cerrado**, esto es que no intercambia materia con el medio, por lo que el **flujo de masa resultará constante**, por lo tanto: $\Phi_1 = \Phi_2 = \text{cte}$.

Además, consideramos que el fluido (el sistema) es **incompresible**, esto significa que la **densidad del fluido es la misma en todo su volumen**, por lo que: $\delta_1 = \delta_2 = \text{cte}$.

Entonces, por ser un sistema cerrado: $\Phi_1 = \Phi_2$ o bien $A_1 \cdot v_1 \cdot \delta_1 = A_2 \cdot v_2 \cdot \delta_2$

Y como el fluido es incompresible: $\delta_1 = \delta_2$, por lo que: $A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$

Pero habíamos visto que el caudal podía escribirse como: $Q = A \cdot v$, entonces de esto último surge que: **si el sistema es cerrado y el fluido es incompresible y el régimen es laminar, el caudal permanece constante:**

$$Q = \text{cte}$$

La relación: $A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 = \text{cte}$ recibe el nombre de **ECUACIÓN DE CONTINUIDAD**.

Para un sistema cerrado, fluido incompresible y con régimen laminar; la velocidad del fluido es inversamente proporcional al área de la sección por donde se mueve.

II.7 Energía en los Fluidos. Ecuación de Bernoulli

Ecuación de Bernoulli

Este principio es fundamental en la hidrodinámica y relaciona la presión, la velocidad y la altura (respecto de una referencia arbitraria) en distintos puntos situados a lo largo de una línea de corriente (línea de flujo). Es esencialmente el principio de conservación de la energía aplicado a un fluido en movimiento.

Para su deducción y utilización debemos considerar condiciones iniciales (condiciones de contorno) para que este principio sea válido:

- el sistema (fluido) es **cerrado**;
- el flujo es **laminar**;
- el fluido es **incompresible** ($\delta = \text{cte}$); y

- el fluido es **no viscoso** ($\eta = 0$).

Las condiciones iniciales mencionadas nos permiten asegurar que, mientras el fluido se mueve por diferentes secciones de un conducto, **el caudal permanece constante**.

En la **fig.13** se indica una porción de tubo y la dirección del movimiento del fluido en estudio. Para mantenerlo deberá existir una bomba o un depósito elevado del lado desde donde avanza.

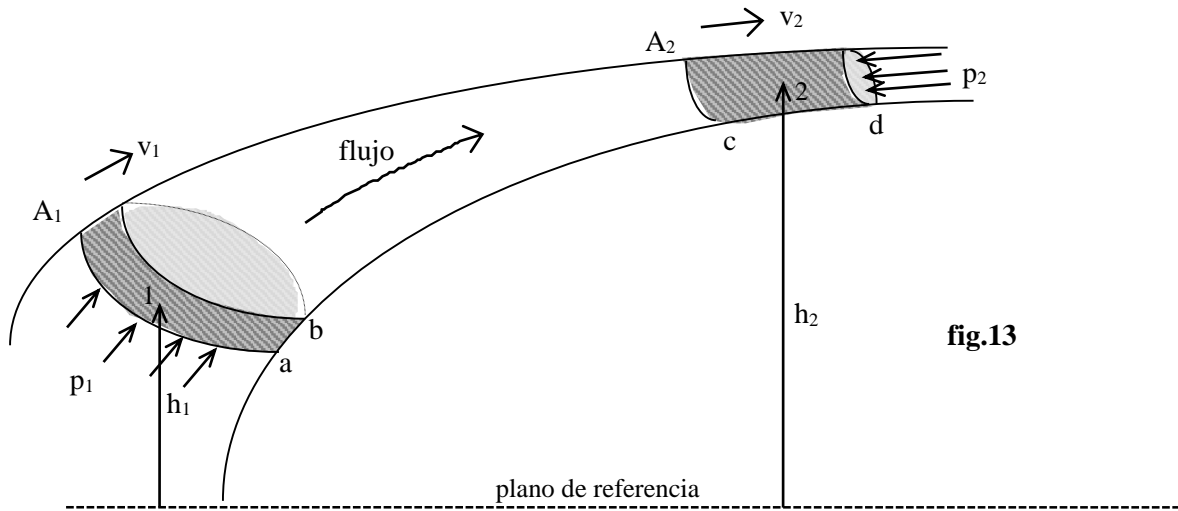


fig.13

Seguiremos el movimiento de una porción (diferencial) de fluido (rayada en la fig13) desde la posición inicial 1 a la posición final 2. La posición 1 se encuentra a una altura h_1 respecto de un plano de referencia horizontal y; la posición 2 se encuentra a una altura h_2 respecto del mismo plano. En la posición 1, el diferencial de fluido se mueve con velocidad v_1 atravesando la sección A_1 y; en la posición 2, el diferencial de fluido se mueve con velocidad v_2 atravesando la sección A_2 . En la posición 1 el volumen diferencial de fluido está sometido a una presión p_1 y en la posición 2 el volumen diferencial de fluido está sometido a una presión p_2 siendo ($p_1 \neq p_2$).

El líquido que es empujado por la acción externa al sistema (por ejemplo, una bomba) realiza un trabajo sobre el elemento diferencial de fluido desde la sección 1 hasta la 2. Este trabajo, por comodidad, será identificado en dos partes:

$$W_{\text{sobre el elemento}} = W_{ab} + W_b$$

$$W = (p_1 - p_2) \cdot V$$

Este trabajo externo al diferencial de volumen (realizado por algún agente exterior al sistema), se realiza a expensas de esa diferencia de presión. A su vez este trabajo externo será igual al incremento de la energía mecánica total del elemento.

$$W = \Delta E = \Delta E_c + \Delta U$$

$$\text{Reemplazando: } (p_1 - p_2) V = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 + m g h_2 - m g h_1$$

Si se dividen a ambos miembros por V , y recordando que $\frac{m}{V} = \delta$; $V = m/\delta$

$$\text{La ecuación queda: } p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \delta v_2^2 - \frac{1}{2} \delta v_1^2 + \delta g h_2 - \delta g h_1$$

Reagrupando: $p_1 + \frac{1}{2} \delta v_1^2 + \delta g h_1 = p_2 + \frac{1}{2} \delta v_2^2 + \delta g h_2$ o, lo que es lo mismo:

$$\boxed{p + \frac{1}{2} \delta v^2 + \delta g h = \text{constante}} \quad \text{denominada } \textit{ECUACIÓN DE BERNOULLI}.$$

La suma de: la presión del fluido en una sección de la vía líquida, la energía cinética por unidad de volumen en esa sección y la energía potencial gravitatoria por unidad de volumen en esa sección, permanece constante.

Las unidades de estos términos son las de presión, que puede expresarse como la energía por unidad de volumen que se mueve:

$$[p] = \frac{[F]}{[L]^2} \Rightarrow \frac{[F]}{[L]^2} \cdot \frac{[L]}{[L]} = \frac{[Energía]}{[L]^3} \Rightarrow \text{Energía por unidad de Volumen}$$

Para el SI, esto sería:

$$[p] = Pa = \frac{J}{m^3}$$

Concluimos que la ecuación de Bernoulli, afirma que, para un sistema cerrado de un fluido incompresible y no viscoso que se mueve con régimen laminar, la energía por unidad de volumen que atraviesa cualquier sección transversal de la tubería permanece constante.

II.9 Aplicaciones

1. Bombas

Supongamos un tramo de cañería entre dos secciones 1 y 2, en el cual se intercala una bomba que ayuda a incrementar la velocidad de salida o a mayor altitud. La energía total en 1 más la que incorpora la bomba (ambas por unidad de volumen) será igual a la que se dispondrá al final, en la sección 2 (fig.14).

Será entonces:

$p_1 + \frac{1}{2} \delta v_1^2 + \delta g h_1 + E_B = p_2 + \frac{1}{2} \delta v_2^2 + \delta g h_2$ La bomba entrega energía, por unidad de volumen, al sistema. O sea es un *generador* de energía.

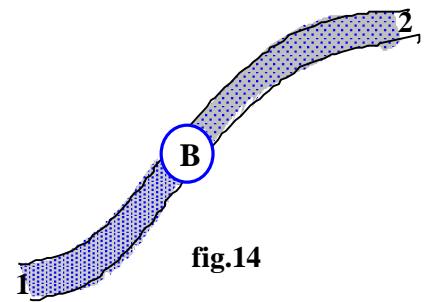


fig.14

2. Turbinas

Si, en lugar de una bomba, tuviésemos una turbina (“quita” energía del líquido circulante, fig.15), al final sería en este caso:

$p_1 + \frac{1}{2} \delta v_1^2 + \delta g h_1 = E_T + p_2 + \frac{1}{2} \delta v_2^2 + \delta g h_2$ La turbina quita energía por unidad de volumen, al sistema. O sea es un *sumidero* de energía.

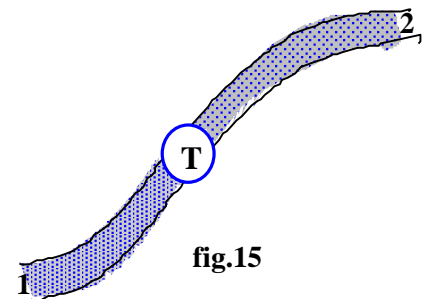


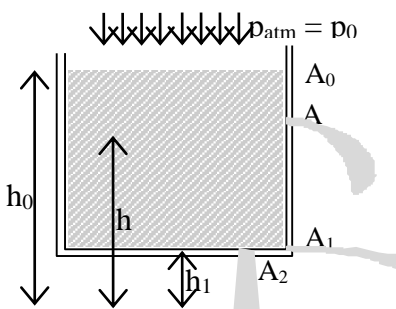
fig.15

3. Ppio. Gral. de la Hidrostática

Supongamos que el líquido está en reposo en la tubería $\Rightarrow v_1 = v_2 = 0$.

Resulta: $p_1 + \delta g h_1 = p_2 + \delta g h_2 \Rightarrow p_1 = p_2 + \delta g (h_2 - h_1)$

que es *el Principio General de la Hidrostática* deducido aquí como caso particular de Bernoulli.



4. Teorema de Torricelli.

Se trata de determinar la velocidad de salida de un líquido a través de un orificio practicado en la pared o en el fondo de un depósito abierto de gran diámetro.

Consideramos sección 0 de área A_0 a la correspondiente a la superficie libre del líquido.

Determinaremos la velocidad de salida del líquido por una sección 1 de área A_1 de la superficie del orificio practicado en la pared o en el fondo del recipiente, que llamaremos v_1 .

Debido que el área de la superficie de la sección 0 es mucho mayor que el área de la superficie de la sección 1, por la ley de continuidad se debe cumplir que la velocidad del fluido en la sección 0 es mucho menor que la velocidad del fluido en la sección 1:

Como $A_0 \gg A_1$ entonces $v_0 \ll v_1$. Por esto podemos hacer que la velocidad del fluido en la sección 0 sea casi nula ($v_0 \approx 0$)

La presión en A_1 , *del lado de afuera de la pared*, es también la presión atmosférica. Planteamos Bernoulli entre ambas secciones:

$$p_0 + \frac{1}{2} \delta v_0^2 + \delta g h_0 = p_1 + \frac{1}{2} \delta v_1^2 + \delta g h_1$$

Pero $p_0 = p_1$ y $v = 0$ m/s, entonces, reordenando:

$$\delta g h_0 = \frac{1}{2} \delta v_1^2 + \delta g h_1 \Rightarrow \frac{v_1^2}{2} = g (h_1 - h_0)$$

despejando: $v_1 = \sqrt{2g(h_0 - h)}$ ecuación conocida como **TEOREMA DE TORRICELLI**.

Vemos que la velocidad depende sólo de la profundidad y no del líquido del que se trate. Esta velocidad es la misma que tiene un cuerpo en caída libre al descender una distancia ($h_0 - h$) desde donde fue arrojado, como se puede verificar comparando con las leyes de la CAÍDA LIBRE.

Otra conclusión interesante es que la velocidad en las secciones A_1 y A_2 , por estar a la misma profundidad **son iguales**, independientemente de la dirección del orificio.

5. Contador Venturi.

Es un dispositivo utilizado para calcular el caudal que circula por una tubería, sin recurrir a la medición de la cantidad de líquido evacuada por las salidas.

Es de uso común en sistemas de riego o de distribución de agua.

Planteamos Bernoulli:

$$p_1 + \frac{1}{2} \delta_L v_1^2 + \delta_L g h_1 = p_2 + \frac{1}{2} \delta_L v_2^2 + \delta_L g h_2$$

Como el dispositivo es horizontal, resulta $h_1 = h_2$.

agrupando nos queda: $p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \delta_L (v_2^2 - v_1^2)$ (10)

Esta última expresión arroja un resultado muy interesante: *Para una tubería horizontal, por la que se mueve un fluido incompresible, no viscoso y con régimen laminar; en la sección donde la velocidad del fluido es mayor, la presión que soporta el fluido es menor. Observando el ejemplo tenemos que la $S_1 > S_2$, por lo tanto $v_1 < v_2$ y por lo dicho se cumple que: $p_1 > p_2$*

Haciendo desarrollos matemáticos, resulta entonces:

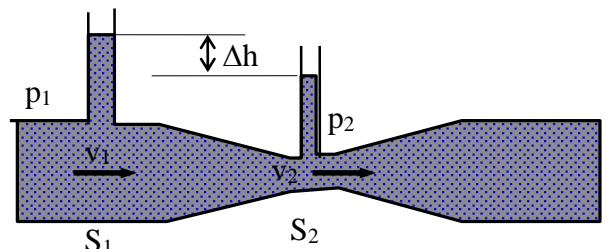
$$Q = K_2 \sqrt{\Delta h}$$

Por lo tanto, para determinar el caudal por la tubería solo es necesario medir la diferencia de altura Δh , cuya raíz resulta proporcional al caudal Q . El coeficiente K_2 depende de las secciones del tubo y de la densidad del líquido.

6. Tubería horizontal con distintas secciones

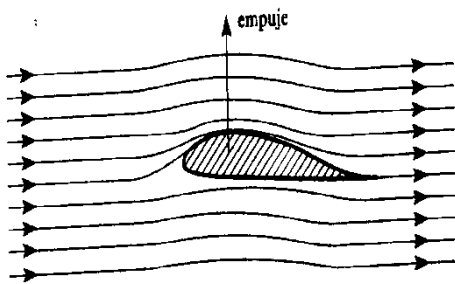
Para un conducto horizontal (como el caso anterior), en el que se mueve un fluido incompresible, no viscoso y con régimen laminar; de la ecuación (10) tenemos: $p + \frac{1}{2} \delta_L v^2 = \text{cte}$ que nos dice, si no existen desniveles, la **presión p en un conducto líquido ideal es mayor donde la velocidad es menor, es decir, en los lugares de mayor sección.**

Cuando el fluido se introduce en la región de menor diámetro, al ser menor el área A , la velocidad v deberá ser mayor, para que se mantenga constante el producto $A \cdot v$ (Ecuación de Continuidad). Pero de acuerdo con la ecuación (10) si la velocidad aumenta, la presión debe disminuir, puesto que debe



permanecer constante esa suma. Por consiguiente, se reduce la presión en la parte estrecha. Esta ecuación es un resultado importante que se aplica en muchos casos en los que se pueda no tener en cuenta los cambios de altura.

7. Sustentación

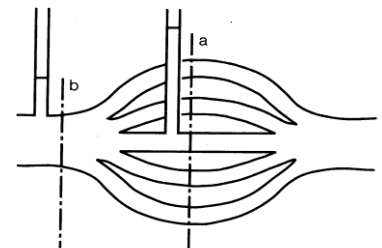


Usando el resultado anterior, se puede comprender el empuje ascensional que actúa sobre el ala de un avión y la trayectoria curva que sigue una pelota lanzada con efecto. El ala de los aviones se proyecta de forma que el aire se mueve con más rapidez sobre la parte superior de la misma que el que circula por su parte inferior, haciendo así que la presión del aire sea menor en la parte de arriba del ala que la existente en su parte inferior.

Esta diferencia de presión da como resultado una fuerza neta sobre el ala dirigida hacia arriba.

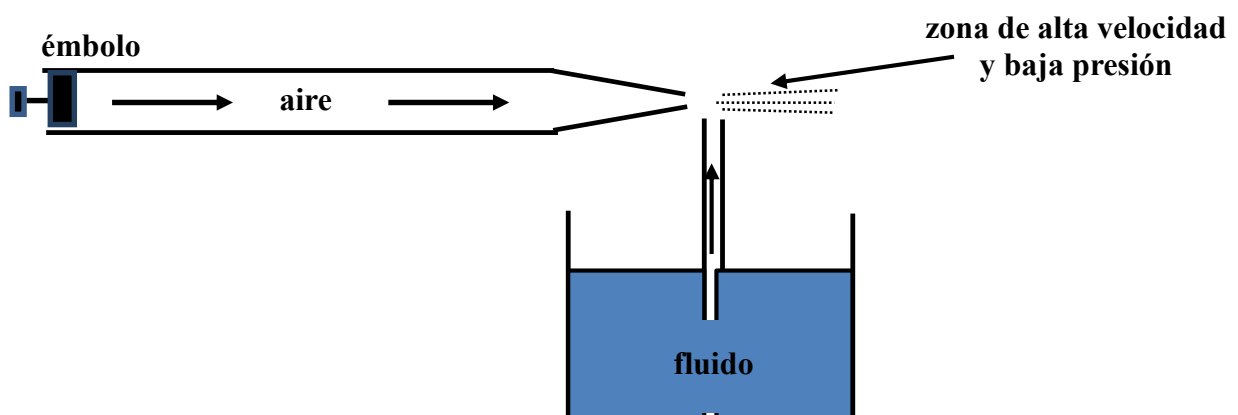
8. Ramificaciones

Las conclusiones del teorema de Bernoulli, como la Ecuación de Continuidad son válidas, aunque el tubo se ramifique; por ejemplo, en el esquema representado en la figura siguiente la velocidad en la sección "a" (es la suma de todas las secciones ramificadas) es menor que en la "b", por lo cual la presión en la primera es mayor que en la segunda.



9. Pulverizador

En figura, abajo, se observa un esquema simplificado de pulverizador, el funcionamiento responde a los principios que hemos desarrollado en este capítulo. Al empujar el émbolo el aire dentro del tubo sale por el orificio del extremo derecho que es mucho más pequeño su sección que la sección del tubo, saliendo de esta manera con muy alta velocidad, generándose en las inmediaciones una zona de baja presión, por lo tanto, el fluido contenido en el recipiente asciende por el caño vertical y al derramarse por el extremo superior, el aire a alta velocidad lo pulveriza generando así muy pequeñas gotas proyectadas a la derecha del aparato.



F Í S I C A

Cap. III

“Fenómenos de Volumen y Superficie”

III.1 Fases de la Materia - Interfases

Fases de la Materia

Para comprender mejor las causas de los fenómenos que trataremos en esta unidad es necesario algún conocimiento sobre la estructura de la materia a nivel molecular, como ser: tamaño de las moléculas, distancia intermolecular y fuerzas entre las mismas. Sin embargo, el desarrollo histórico de la Física ha seguido la dirección opuesta, y así, buena parte del conocimiento actual sobre las moléculas procede del estudio de los fenómenos que consideraremos macroscópicamente.

Por distintas experiencias se sabe que el tamaño de una molécula común (de un **gas** por ejemplo) es del orden de $2 \text{ o } 3 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$. Sabemos que 1 mol de cualquier gas contiene $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ moléculas (Número de Avogadro) y que, a 0°C (273 K) y a una atmósfera de presión, ocupa un volumen de 22,4 litros.

Recordemos que 1 mol de sustancia es el N_A de moléculas (iones o átomos) que contiene una masa de esa sustancia coincidente con su masa molecular expresada en gramos. Por ejemplo: 1 mol de H_2O contiene $6,02 \cdot 10^{23}$ moléculas de agua y su masa es de 18 g.

El volumen disponible (en un determinado espacio) para cada molécula de **gas**, será de $\frac{22400 \text{ cm}^3}{6 \cdot 10^{23}} = 37 \cdot 10^{-21} \text{ cm}^3$

Este volumen **corresponde a un cubo de $3,4 \cdot 10^{-7} \text{ cm}$, es decir, aproximadamente 10 veces el tamaño de una molécula.**

Haciendo un análisis similar para un **líquido**, por ejemplo, agua y recordando que la densidad del agua es (a 4°C) de 1 g/cm^3 , tenemos que 1 mol de agua tiene una masa de 18 g, entonces en fase líquida, 1 mol de agua ocupa un volumen de 18 cm^3 .

El volumen por molécula (de líquido) en este caso será: $\frac{18 \text{ cm}^3}{6 \cdot 10^{23}} = 3 \cdot 10^{-23} \text{ cm}^3$ y **esto corresponde a un cubo de $3 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$ que es del orden del tamaño molecular.**

De lo expuesto, podemos deducir que: las moléculas de un líquido están muy cercanas entre sí (distancias del orden del tamaño de la molécula) mientras que en un gas las moléculas están más espaciadas entre sí y su interacción se da únicamente por choques entre ellas.

Respecto de las fuerzas intermoleculares, llamadas también fuerzas de Van der Waals, es poco lo que puede decirse. Su tratamiento excede la complejidad de este curso.

.El conjunto de moléculas que conforma un sistema puede presentarse en tres FASES: sólida, líquida y gaseosa. Llamamos **Fase a una parte del sistema en la que sus propiedades físicas son las mismas (sistema homogéneo).**

Sólidos: tienen una estructura molecular cristalina. En los cristales, las moléculas se mantienen agrupadas en formas perfectamente ordenadas mediante fuerzas moleculares intensas, por lo que (los sólidos) tienen forma y volumen definido. Se deforman bajo la aplicación de fuerzas, volviendo a su forma original cuando las mismas dejan de actuar. El movimiento de las moléculas queda reducido a vibraciones en torno a un punto fijo.

Gases: se expanden indefinidamente (si se destapa una botella con amoníaco, el olor se percibe a bastante distancia o una garrafa de gas). Las moléculas prácticamente no interactúan entre sí (solo lo hacen en colisiones prácticamente elásticas) y se desplazan al azar. Como las fuerzas intermoleculares son de atracción, es fácil comprimirlo. A pesar de que las fuerzas son pequeñas y la velocidad de las distintas moléculas es variable, la velocidad media es grande. Para el oxígeno a temperatura (0°C o 273 K) y presión normal (1 atm), la velocidad media de las moléculas es del orden de 425 m/s. Esta

velocidad, que se relaciona con la energía cinética de las moléculas, depende de la temperatura del gas.

Líquidos: adoptan el volumen del recipiente que los contiene; pero bajo la acción de una fuerza fluyen (se deforman) adoptando la forma del recipiente que los contiene. Sus moléculas se mueven, como los gases, pero sin alejarse demasiado. Como la mayor parte de los sólidos se dilatan al licuarse (el agua es una excepción cuando su temperatura cambia entre 0°C y 4°C), se supone que las moléculas de los líquidos están más distanciadas, con fuerzas intermoleculares más débiles.

Los gases se mezclan muy fácilmente, los sólidos no se mezclan; en el caso de los líquidos, algunos se mezclan (ej: alcohol y agua) y otros no (ej: aceite y agua).

Existen algunos materiales que suelen clasificarse como **sólidos amorfos** (un trozo de brea puede romperse en trozos a golpes; pero si se deja un cierto tiempo, fluye hasta adoptar la forma del recipiente que lo contiene; un trozo de vidrio apoyado en sus extremos puede deformarse por acción de la gravedad; etc). Si bien presentan volumen definido, pueden deformarse con cierta facilidad, su estructura molecular **no es cristalina**, o sea las moléculas no están agrupadas formando arreglos regulares. Estrictamente se debieran considerar como **fluidos de muy alta viscosidad**.

Interfases

Observemos un recipiente cerrado que contiene agua en sus tres fases: líquida, hielo y vapor (figura 1).

Cada par de fases están separadas por una superficie que recibe el nombre de interfase. Se tienen así las interfases sólido-líquido, sólido-gas y líquido-gas.

Si se reúnen dos líquidos no miscibles, se observará una interfase líquido-líquido. En una soldadura por contacto de dos materiales distintos, aparece una interfase sólido-sólido.

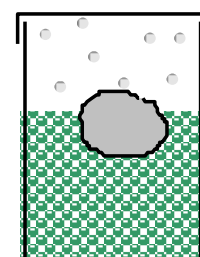


fig.1

Dos gases en contacto no forman interfases porque se difunden uno en el otro hasta que ambos ocupan todo el volumen disponible, veremos esto cuando tratemos el fenómeno de difusión.

Definición: La *interfase*, es una superficie que responde a un concepto geométrico bidimensional, útil a nivel macroscópico que permite separar regiones de un sistema con diferentes propiedades (no homogéneo).

III.2 Viscosidad. Coeficiente. Unidades – Viscosímetros

Viscosidad

Cuando cae una gota de lluvia a través el aire, cuando asciende la savia por los vasos, cuando cuesta extender la miel (o la crema de leche) en una superficie, cuando circula agua por una tubería de riego; etc.; podemos pensar en la acción de fuerzas que se oponen al movimiento del fluido.

El concepto que nos permitirá describir y explicar estos (y otros fenómenos similares), es la **viscosidad**.

Las fuerzas de cohesión intermoleculares hacen que parte de la energía se disipe en una **fricción intermolecular** entre las sucesivas capas de fluido que se van poniendo en movimiento.

Definición de viscosidad: la *viscosidad* de un fluido es una propiedad macroscópica asociada a la fricción intermolecular (fenómeno microscópico) cuando capas de fluido se deslizan unas sobre otras (líquidos) o en los choques entre moléculas (gases).

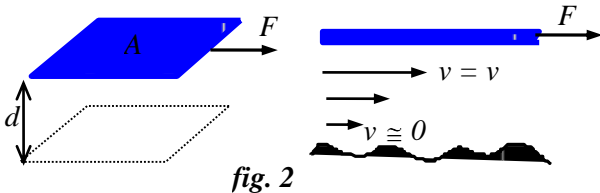
Todos los **fluidos reales** presentan la propiedad de **viscosidad**:

- en los **líquidos** se debe a las fuerzas de cohesión;
- en los **gases** se debe a las colisiones intermoleculares.

Coefficiente de Viscosidad – Unidades

Si quisiéramos estudiar este fenómeno con una visión microscópica (molecular en este caso), para cuantificarlo deberíamos recurrir a la “mecánica estadística” que presenta un formalismo matemático que excede la complejidad requerida para este curso.

Por lo tanto, a los efectos de **cuantificar la propiedad viscosidad** lo debemos hacer desde una **visión macroscópica**. Esta forma de proceder ya la hemos utilizado cuando desarrollamos el rozamiento entre superficies, el cual también es un fenómeno microscópico producido por la interacción electromagnética entre las moléculas de las superficies en contacto, y lo hemos tratado con una visión macroscópica definiendo el coeficiente de rozamiento (μ).



Supongamos una balsa de madera, plana, sobre un estanque de poca profundidad, al moverse la balsa aparecerá una fuerza F_v debida a la viscosidad del fluido actuando sobre la balsa (que interactúa con la capa de fluido en contacto). La capa de agua en contacto con la balsa se mueve con ella e irá

arrastrando las capas de fluido por debajo de ella. La capa de agua del fondo se mantiene en reposo. Entre ellas, las distintas capas resbalan unas sobre otras, como ocurre con las cartas de una baraja cuando la de arriba es empujada horizontalmente (fig.2). Este movimiento estratificado corresponde a un flujo laminar.

Si la balsa tiene un área A , se mueve con una velocidad v y el estanque tiene una profundidad d , se corrobora **experimentalmente** que la fuerza F_v (**fuerza viscosa**) es:

- proporcional al área A de la superficie que se mueve;
- proporcional a la velocidad v e;
- inversamente proporcional a la separación de las placas (respecto de la que considerada en reposo) d :

En símbolos: $F_v \propto A \frac{v}{d}$, y planteando como igualdad: $F_v = \eta A \frac{v}{d}$

El factor de proporcionalidad η se denomina **coeficiente de viscosidad**, o simplemente **viscosidad**, y resulta ser en este caso:

$$\eta = \frac{F d}{A v}$$

La unidad para η en el SI es:

$$[\eta] = \frac{[F][d]}{[A][v]} = \frac{N \cdot m}{m^2 \cdot \frac{m}{s}} = \frac{N \cdot s}{m^2} = \text{Pa} \cdot s \text{ (Pascal por segundo)}$$

Por lo general, el coeficiente de viscosidad se suele expresar en unidades del sistema cgs, esto es:

$$[\eta] = \frac{\text{dina} \cdot \text{cm}}{\text{cm}^2 \cdot \frac{\text{cm}}{\text{s}}} = \text{Poise}$$

Puede probarse la equivalencia, resultando: **1 Pa.s = 10 Poise**

La viscosidad, como la fricción, no es un concepto atómico (microscópico) estadístico, sino esencialmente colectivo (macroscópico). El tipo de expresiones, como la del coeficiente de viscosidad se denominan **empíricas o fenomenológicas** (pues se obtienen a través de experiencias).

La viscosidad depende de la **temperatura**:

Líquido	Viscosidad (N s/m ²)*
Acetona (C ₃ H ₆ O)	3.16 × 10 ⁻⁴
Benceno (C ₆ H ₆)	6.25 × 10 ⁻⁴
Tetracloruro de carbono (CCl ₄)	9.69 × 10 ⁻⁴
Etanol (C ₂ H ₅ OH)	1.20 × 10 ⁻³
Eter etílico (C ₂ H ₅ OC ₂ H ₅)	2.33 × 10 ⁻⁴
Glicerina (C ₃ H ₈ O ₃)	1.49
Mercurio (Hg)	1.55 × 10 ⁻¹
Agua (H ₂ O)	1.01 × 10 ⁻³
Sangre	4 × 10 ⁻³

* Unidades en el SI, las viscosidades se expresan en newton-segundo por metro cuadrado.

a) en los **líquidos**, cuando aumenta la temperatura, disminuye la atracción molecular, y **disminuye** la viscosidad;

b) en los **gases**, al aumentar la temperatura, aumenta la energía cinética de las moléculas, el movimiento se hace más desordenado, aumenta la cantidad de choques entre las moléculas y **aumenta** la viscosidad.

En la tabla se muestran los valores de viscosidad para algunos fluidos, para la temperatura de 20°C.

Los fluidos que cumplen con la relación $F_v \propto v$, se denominan newtonianos. En general, aquellos líquidos con material suspendido o disperso (savia, sangre) son no newtonianos, y la velocidad aumenta más que la fuerza viscosa; es decir: $F_v \propto v^n$, con $n > 1$, y se denominan no newtonianos.

Viscosímetros - Medición de la viscosidad

Explicaremos, a continuación, tres métodos para determinar la viscosidad de líquidos, a saber:

1.- Caída de una esfera en el seno de un fluido; ley de Stokes.

2.- Viscosímetro de Ostwald.

1.- Caída de una Esfera en el seno de un Fluido - Ley de Stokes

Cuando un fluido se mueve alrededor de un cuerpo cualquiera, o cuando un cuerpo se mueve en el interior de un fluido en reposo, se debe considerar la propiedad viscosidad del fluido. Entonces aparecerá la fuerza (**Fuerza viscosa**) de interacción entre el cuerpo y las capas de fluido en contacto con él.

El cálculo de esta fuerza es complicado, salvo en el caso de un cuerpo regular como la **esfera**, para la cual Stokes demostró que esa fuerza (F_v) es:

$$F_v = 6 \pi \eta R v$$

Ecuación conocida como **Ley de Stokes**, donde **R** es el radio de la esfera, **η** es la viscosidad del fluido y **v** es su velocidad.

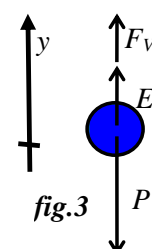
Las características del movimiento de un cuerpo en el interior de un fluido real depende de: la forma del cuerpo, el tamaño del cuerpo, la velocidad con la que se mueve y la viscosidad del fluido.

Supongamos que en un líquido (en reposo) de densidad δ_L cae una esfera de densidad $\delta_E > \delta_L$. Sobre la esfera de radio R y volumen V_E actúan tres fuerzas, fig.3:

“el peso” $P = V_E \delta_E g$

el empuje (Principio de Arquímedes) $E = V_L \delta_L g$

la fuerza viscosa es $F_v = 6 \pi \eta R v$.



Si la esfera se deposita suavemente sobre la superficie del líquido, la velocidad inicial es nula y la fuerza viscosa también. Una vez que comienza a caer, la esfera aumenta su velocidad y por lo tanto también lo hace la fuerza viscosa.

En cualquier instante, la resultante de las fuerzas aplicadas será:

$$\sum F = - P + E + F_v = m \cdot a$$

Como la F_v (fuerza viscosa) aumenta al aumentar la velocidad (el cuerpo cae); la aceleración de la esfera va disminuyendo (cada vez se acelera menos). Llegará un instante en que el módulo de la fuerza viscosa (F_v) haga que $\sum F = 0$, entonces también la aceleración $a = 0$ y la velocidad se hace **constante**. A esta velocidad se la llama **velocidad límite v_L** o también velocidad de sedimentación, alcanzada esta velocidad límite, la esfera cae con MRU.

Reexplicando, cuando la esfera va cayendo con una aceleración (no es constante, va disminuyendo), por lo que en algún momento se hará nula ($a = 0$) y a partir de allí la velocidad de la esfera será constante (MRU)

Cuando $\sum F = 0$, resulta:

$$F_V = P - E \Rightarrow 6 \pi \eta R v_L = V_E \delta_E g - V_L \delta_L g.$$

Como la esfera es maciza: $V_E = V_L$

Siendo el $V_E = \frac{4}{3} \pi R^3$, reemplazando, se obtiene:

$$6 \pi \eta R v_L = \frac{4}{3} \pi R^3 g (\delta_E - \delta_L).$$

Y despejando:

$$\eta = \frac{2}{9} \frac{R^2 g}{v_L} (\delta_E - \delta_L)$$

O sea, conocidos: δ_E ; δ_L , y midiendo R y v_L se puede determinar η .

2.- Viscosímetro de Ostwald

Este método utiliza la ley de Poiseuille: $Q = \frac{P_1 - P_2}{8\eta L} \pi R^4$ donde $Q = \frac{V}{t}$ (V es el volumen que pasa por el tubo capilar CD, y t es el tiempo que tarda).

Se hace pasar un volumen determinado V, contenido entre los enrrases A y B del viscosímetro indicado en la fig.6, por un tubo capilar (tramo C-D) y se mide el tiempo que demora en hacerlo. Como el capilar es vertical, tenemos que la diferencia de presión es: $p_D - p_C = \delta g L$, entonces:

$$\frac{V}{t} = \frac{\delta g L}{8\eta L} \pi R^4 = \frac{\pi R^4 g \delta}{8 \eta} \Rightarrow \frac{V}{t} = K \frac{\delta}{\eta}$$

donde agrupamos los factores π , R y g en el coeficiente K y despejando obtenemos:

$$V = K \frac{\delta}{\eta} t \quad (1)$$

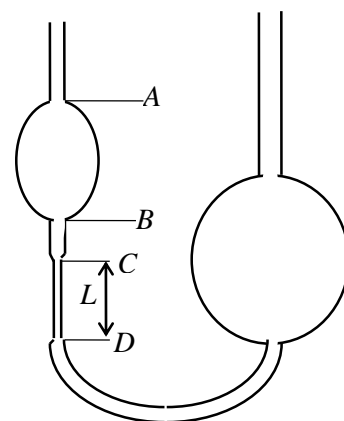
Al repetir la experiencia, con el mismo viscosímetro, con un líquido patrón cuya viscosidad η_{patr} sea conocida, resulta:

$$V = K \frac{\delta_{patr}}{\eta_{patr}} t_{patr} \quad (2)$$

Como usamos el mismo viscosímetro, el volumen V de ambos líquidos es el mismo y pueden igualarse los segundos miembros de la ecuaciones (1) y (2) :

$$K \frac{\delta}{\eta} t = K \frac{\delta_{patr}}{\eta_{patr}} t_{patr}$$

$$\Rightarrow \boxed{\eta = \frac{\delta t}{\delta_{patr} t_{patr}} \eta_{patr}} \quad \text{expresión de la viscosidad}$$



III.3 Regímenes Laminar y Turbulento - Número de Reynolds

Regímenes Laminar y Turbulento

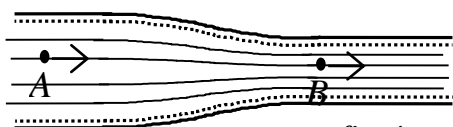


fig. 4

En el ejemplo del apartado anterior, la balsa moviéndose sobre el agua, producía un movimiento supuesto como el de *capas que resbalan unas sobre otras*. Este movimiento se denomina **laminar**. Fig. (4)

Pero si se aumenta la fuerza y, por consiguiente, la velocidad de la balsa, el movimiento se desordena, se forman remolinos, y aumenta la resistencia por fricción en forma considerable. Este movimiento se denomina **turbulento**. Se hace notar que, en la interfase, en un pequeño espesor, existe una capa que mantiene siempre el movimiento laminar; se denomina capa límite.

Otro ejemplo que puede darse es el movimiento del líquido en un tubo cilíndrico de sección constante o variable. Cuando el fluido se mueve sin cambios repentinos, las capas se comportan como cilindros concéntricos que resbalan unos sobre otros.

Una partícula de líquido que pasa por un punto A cualquiera sigue el mismo camino que todas las que le precedieron por ese punto (fig.4). La trayectoria de esa partícula se denomina línea de flujo o línea de corriente. En el régimen laminar estas líneas de corriente se mantienen paralelas, no se cortan nunca. Se dice que el **fluido es irrotacional**.

Si la sección del tubo varía, la velocidad de la partícula variará en cada sección respecto de la otra ($v_A \neq v_B$), pero se mantendrá constante en cada sección ($v_A = \text{cte}$ y $v_B = \text{cte}$). Ésto es un **flujo laminar**. Como la velocidad del fluido no varía (en la misma sección), por esto se le llama también flujo estacionario.

Si la velocidad aumenta o la sección varía, en forma brusca, obliga a hacer lo mismo a las líneas de corriente, y el movimiento se hace turbulento (el fluido ya no es irrotacional) (fig.5). Las líneas de corriente no se mantienen paralelas, las partículas avanzando chocan entre sí. Aún así, la capa límite en la interfase se mantiene en movimiento laminar.

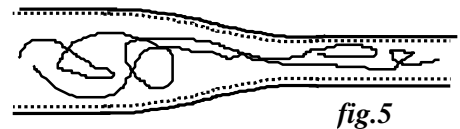


fig.5

En el régimen turbulento la fuerza viscosa se hace proporcional al cuadrado (o más) de la velocidad y es muy difícil hallar relaciones matemáticas para expresarla, por lo tanto se pierde posibilidad de predicción.

Número de Reynolds

Definición: En forma experimental se determina una relación entre cuatro factores que permite establecer si el régimen de un fluido que circula por el interior de una tubería circular recta y llena, es laminar o turbulento. Esta relación se denomina **número de Reynolds** N_R :

$$N_R = \frac{\delta v D}{\eta}$$

δ : densidad del fluido (en SI, kg/m^3)

v : velocidad media de escurrimiento (en SI, m/s)

D : diámetro del tubo (en SI, m)

η : viscosidad del fluido (en SI, $\text{Pa}\cdot\text{s}$)

El N_R es adimensional cuyo valor se debe calcular con unidades homogéneas.

- si $N_R < 2000$, el régimen es laminar;
- si $N_R > 3000$, el régimen es turbulento.
- para valores intermedios, $2000 < N_R < 3000$, deberían agregarse otros factores empíricos.

III.4 Flujo de un fluido Viscoso en Tuberías - Ley de Poiseuille - Pérdida de Carga

Flujo de un fluido Viscoso en Tuberías y Ley de Poiseuille

Dada la naturaleza de los efectos de la viscosidad, es evidente que la velocidad de un fluido que se mueve por una tubería varía desde cero, sobre la pared del tubo, hacia el centro del mismo donde la velocidad es máxima. El régimen es laminar.

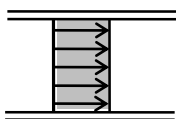


fig. 6

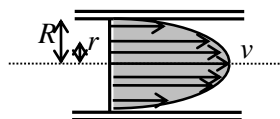


fig. 7

En la figura se grafica la distribución de las capas que componen una sección: en el caso de la fig.6, con un líquido **no viscoso**; en el caso de la fig. 7, con un **líquido viscoso** (real). En este último caso, la distribución de velocidades es parabólica y mediante el cálculo diferencial se demuestra que la velocidad de cada capa está relacionada con el gradiente de presión $\Delta p/L$ y la distancia r al centro de éste por la siguiente ecuación

se demuestra que la velocidad de cada capa está relacionada con el gradiente de presión $\Delta p/L$ y la distancia r al centro de éste por la siguiente ecuación

$$v = \frac{P_1 - P_2}{4\eta L} (R^2 - r^2)$$

en la que $p_1 - p_2$ es la diferencia de presión entre dos secciones del tubo separadas una distancia L .

Cuando $r = R$ resulta $v = v_{\min} = 0$ (en la pared del tubo).

Cuando $r = 0$ resulta $v = v_{\max} = \frac{P_1 - P_2}{4\eta L} R^2$ (centro del tubo).

Su aplicación en el movimiento de un fluido viscoso implica determinar una velocidad representativa de ese movimiento, que es la velocidad media:

$$v_{\text{media}} = \frac{v_{\max} + v_{\min}}{2}$$

reemplazando: $v_{\text{media}} = \frac{P_1 - P_2}{8\eta L} R^2$.

Recordemos la expresión de caudal $Q = A v$.

La sección del tubo es $A = \pi R^2$, obteniendo que el caudal en un líquido viscoso es:

$$\boxed{Q = \frac{P_1 - P_2}{8\eta L} \pi R^4} \quad \text{Ley de Poiseuille (1)}$$

$$\text{al factor } R_F = \frac{8\eta L}{\pi R^4} \quad \mathbf{R_F \text{ (Resistencia al flujo)}} \Rightarrow \boxed{Q = \frac{\Delta p}{R_F}}$$

La **Ley de Poiseuille** permite calcular el caudal de escurrimiento de un flujo laminar de un fluido viscoso.

Enunciado de la **Ley de Poiseuille**: *el caudal Q de un fluido viscoso que se mueve por una tubería (con flujo laminar), es directamente proporcional a la diferencia de presión Δp entre dos secciones y es inversamente proporcional a la resistencia al flujo R_F .*

La resistencia al flujo R_F es una propiedad del sistema que depende de la viscosidad del fluido y de las características de la tubería (la longitud L entre dos secciones y el radio R del tubo).

Analizando la expresión (1) se deduce que el caudal Q es:

- directamente proporcional a la diferencia de presión $p_1 - p_2$;
- inversamente proporcional a la longitud L entre dos secciones;
- inversamente proporcional a la viscosidad del fluido; y
- directamente proporcional a la cuarta potencia del radio de la tubería (R^4).

Un caso muy importante que se puede plantear es el siguiente: la arteria del sistema circulatorio de un mamífero (la aorta), si su radio se reduce a la mitad (por ejemplo debido a una obstrucción provocada por una acumulación de colesterol); a efectos de mantener constante el caudal sanguíneo se deberá aumentar 16 veces = 2^4 veces la diferencia de presión $p_1 - p_2$. Esta diferencia de presión la provee el trabajo que realiza el corazón (recordemos que $Pot = Q \cdot \Delta p$), que al aumentar la presión debe consumir mayor potencia y por ser un músculo, al realizar un mayor trabajo para el que está naturalmente diseñado, se termina atrofiando.

Pérdida de Carga

Al deducir la expresión de Bernoulli se supuso, entre otras condiciones, que el fluido en movimiento no era viscoso, con lo cual la velocidad era **constante en la misma sección**.

En ese caso resulta: $p_1 + \frac{1}{2} \delta v_1^2 + \delta g h_1 = p_2 + \frac{1}{2} \delta v_2^2 + \delta g h_2$ donde los subíndices 1 y 2 hacen referencia a la ubicación de dos puntos en dos secciones cualesquiera del tubo. Si se divide a ambos miembros de la igualdad dada por (δg), la expresión de Bernoulli queda expresada así:

$$\frac{P_1}{\delta g} + \frac{1}{2g} v_1^2 + h_1 = \frac{P_2}{\delta g} + \frac{1}{2g} v_2^2 + h_2 \quad (2)$$

en la que cada término se expresa en unidad de longitud (para el SI: m)

$\frac{P_1}{\delta g}$ representa la altura manométrica a la que llegará el líquido en un tubo abierto vertical colocado en la sección 1.

$\frac{P_2}{\delta g}$ representa la altura manométrica a la que llegará el líquido en un tubo abierto vertical, colocado en la sección 2.

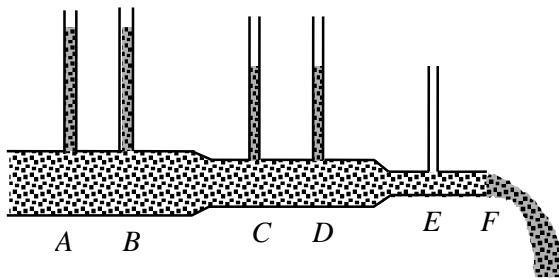


fig.8 (a)

En la fig.8(a) se representa la circulación de un fluido **no viscoso** (ideal) por un tubo horizontal de sección variable.

En los tramos de sección constante, la presión es constante, y cuando disminuye la sección, aumenta la velocidad y disminuye la presión.

Resulta así que $p_A = p_B$; $p_C = p_D$; y como p_F es la p_{atm} (salida) y el último tramo es de sección constante, resulta $p_E = p_F = p_{atm}$ y el líquido no sube en el tubo sobre la sección E.

Reagrupando términos en la ecuación (2), resulta: $\frac{P_1}{\delta g} - \frac{P_2}{\delta g} = h_2 - h_1 + \frac{1}{2g} v_2^2 - \frac{1}{2g} v_1^2$

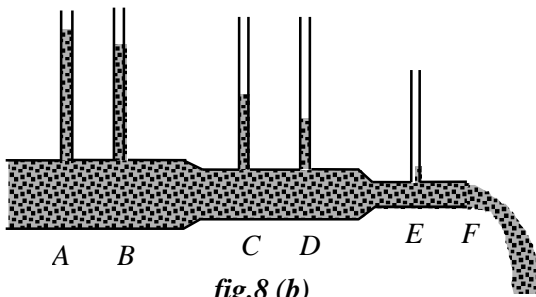


fig.8 (b)

El primer miembro de esta última igualdad se denomina pérdida de carga entre las secciones 1 y 2. En los tramos de **sección constante**, este resultado, es **nulo**.

Veamos ahora qué pasa con el flujo de un **líquido viscoso**, fig.8(b). Se deberá hacer un trabajo para vencer la fuerza viscosa, por lo cual la diferencia de presiones entre dos secciones cualesquiera deberá ser mayor que en el caso anterior, sin viscosidad, aún en el caso de tubo horizontal y sección constante. La pérdida de carga es ahora:

$$\frac{P_1}{\delta g} - \frac{P_2}{\delta g} = h_2 - h_1 + \frac{1}{2g} v_2^2 - \frac{1}{2g} v_1^2 + \frac{\Delta P}{\delta g}$$

El primer miembro de esta igualdad **nunca será nulo**, por lo que en el caso que se trate de la misma sección y la tubería sea horizontal, tenemos: $\frac{P_1}{\delta g} - \frac{P_2}{\delta g} = \frac{\Delta P}{\delta g}$ que es la pérdida de carga entre dos secciones de la tubería, no nula.

Definimos: pérdida de carga entre dos secciones separadas una distancia L como la pérdida de energía por unidad de volumen (debido a la viscosidad del fluido): $\Delta p = \delta \cdot g \cdot J \cdot L$

δ es la densidad del fluido en kg/m^3

g es la aceleración debida a la gravedad (para la Tierra) = $9,8 m/s^2$

J es la pérdida unitaria de carga en m/m (adimensional)

L es la longitud entre las secciones en m

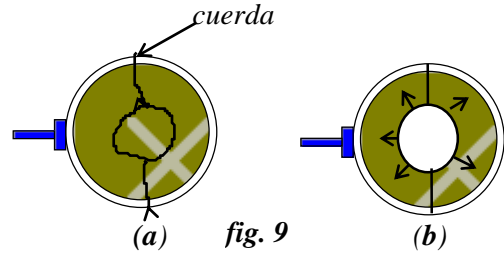
Por lo que Δp es la pérdida de energía por unidad de volumen en J/m^3 , debida a la viscosidad del fluido.

III. 5 Tensión Superficial (en líquidos) – Coeficiente de Tensión Superficial

Tensión Superficial

Un líquido en reposo colocado en un recipiente tiene una superficie horizontal plana. Si escurre por el extremo de un cuentagotas, no lo hace en forma de chorro continuo, sino en forma de pequeñas gotas esféricas (si las gotas son de mayor tamaño, por efecto de la resistencia del aire, pueden achatarse). Una aguja colocada cuidadosamente sobre la superficie del agua puede flotar, aunque la densidad de ésta sea unas diez veces mayor que la densidad del líquido. Cuando se introduce un tubo fino de vidrio en agua, ésta sube por el tubo, mientras que si se lo introduce en mercurio, éste desciende.

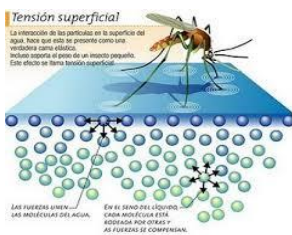
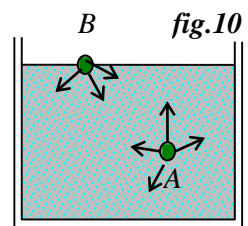
Cuando se introduce un marco (por ejemplo un anillo) metálico en agua jabonosa, al extraerlo queda adherida una membrana a ese anillo. Si dentro del anillo se tiene una cuerda como la indicada en la fig.9, flota libremente dentro de esa membrana (a). Si se pincha el interior del perímetro cerrado por la cuerda, ésta toma forma circular, como si la membrana restante tirara de la cuerda radialmente hacia afuera (b).



Todos estos fenómenos se relacionan con la interfase y pueden ser explicados por medio de las fuerzas de Van der Waals, que ya dijimos quedaban fuera del alcance de este curso.

Una molécula como la A de la fig.10 en el seno de la masa líquida es atraída por todas sus vecinas, en todas direcciones, por lo que es válido pensar que la fuerza resultante aplicada sobre ella es nula. La molécula se mueve por su energía cinética y, cambia continuamente de dirección como resultado de la interacción con otras moléculas.

Otra molécula, como la B, en la superficie libre (interfase) del líquido es atraída sólo por moléculas que están debajo de ella, por lo que experimentará una resultante hacia el interior del líquido. Como los líquidos no pueden resistir esfuerzos cortantes, la resultante deberá ser perpendicular a la superficie líquida, o viceversa, **la superficie líquida se deberá adaptar hasta ser perpendicular a la resultante de estas fuerzas aplicadas a las moléculas superficiales**. Esto es importante cuando se estudian las moléculas de la superficie cercanas a las paredes del recipiente, donde veremos que la superficie se curva.



Como consecuencia de lo descrito, si se quiere aumentar la superficie libre (interfase) del fluido, para lo cual algunas moléculas del interior pasarán a la interfase, costará una cierta cantidad de energía. Para diferentes sustancias, esa energía es diferente y depende del valor de las fuerzas de cohesión entre las moléculas del líquido. Gracias a la tensión superficial, muchos insectos pueden apoyarse sobre la superficie del agua.

Definición: Existe una propiedad de la superficie libre (interfase), característica para cada líquido, que refiere al trabajo necesario para aumentar la superficie, por unidad de área, con el menor gasto de energía. Esta propiedad de la superficie de los líquidos se llama **Tensión Superficial**.

El concepto de esa energía (potencial) superficial permite una explicación sencilla del hecho de que una gota de líquido adopte la forma esférica. Resulta que la gota, como sistema, estará en equilibrio estable cuando sea mínima su energía potencial (se realiza menor trabajo) y esto ocurrirá cuando tenga la menor superficie posible para un determinado volumen, cosa que ocurre en la forma esférica.

Eventualmente algunas moléculas, en la superficie, tienen suficiente energía cinética como para alejarse hasta zonas donde el efecto de la fuerza atractiva (hacia el interior del fluido) de cohesión desaparece, y se produce la evaporación.

Por último, replanteamos el concepto de interfase dado al comienzo de esta unidad. No se trata de un concepto bidimensional con una brusca discontinuidad entre el líquido y el gas, sino que es una

zona de transición, ocupada por algunas moléculas que se alejan más o menos según su energía potencial y son obligadas a retornar por las fuerzas de las moléculas inferiores. Es una capa entre una zona de gran densidad molecular y otra de baja densidad molecular.

Coefficiente de Tensión Superficial - Unidades

Al igual que cuando tratamos la viscosidad; el fenómeno de tensión superficial debiera ser tratado con una visión microscópica (molecular en este caso) y, para cuantificarlo deberíamos recurrir a la “mecánica estadística” que presenta un formalismo matemático que excede la complejidad requerida para este curso.

Por lo tanto, a los efectos de **cuantificar la propiedad tensión superficial** lo debemos hacer desde una **visión macroscópica**. La tensión superficial no es un concepto atómico (microscópico) estadístico, sino esencialmente colectivo (macroscópico).

Como sucedió con la viscosidad, podemos definir un coeficiente de tensión superficial (γ), para cada fluido, como resultado de un proceso experimental (definición empírica o fenomenológica).

Definición: El trabajo (W) necesario para incrementar la superficie libre del fluido es directamente proporcional al cambio de área de superficie (ΔA). La constante de proporcionalidad se denomina **coeficiente de Tensión Superficial (γ)**, típica para cada fluido.

Simbólicamente:

$$\gamma = \frac{W}{\Delta A}$$

En el SI, γ se expresa como: $[\gamma] = \frac{[\text{Trabajo}]}{[\text{superficie}]} = \frac{J}{m^2} = \frac{N}{m} = \frac{kg}{s^2}$

Generalmente se expresa γ en N/m

Otra manera de expresar la **definición:** el **coeficiente de Tensión Superficial (γ)**, como el trabajo necesario para aumentar la superficie libre del fluido por unidad de área de cambio de superficie.

Una sencilla experiencia permite calcular γ de un líquido cualquiera. Para ello se usa una pieza de alambre en forma de U, por la que puede deslizarse otro trozo de alambre, formando con el anterior un marco cerrado rectangular con un lado móvil.

Cuando se sumerge este aparato en un líquido, y luego se lo extrae de él, se forma una película (capa). Como la película tiende a disminuir su superficie, el lado móvil se desplaza hacia la derecha, según la fig.11.

Si se quiere aumentar el área, se deberá aplicar una fuerza F hacia el lado contrario.

Supongamos que el deslizador se desplaza una distancia x .

La fuerza F realiza un trabajo que se utiliza para aumentar la energía (potencial) superficial, es decir para conseguir que pasen más moléculas desde el interior a la superficie (interfase) con la membrana.

Al contrario de lo que sucedería con una membrana elástica (una de goma, por ejemplo) la fuerza F tiene en este caso un valor constante.

El trabajo realizado será: $W = F \cdot x$. El incremento de área conseguido será $\Delta S = 2 \cdot x \cdot L$ (la membrana tiene dos superficies que limitan con el medio ambiente). El coeficiente γ será:

$$\gamma = \frac{W}{\Delta S} = \frac{Fx}{2xL} = \frac{F}{2L}$$

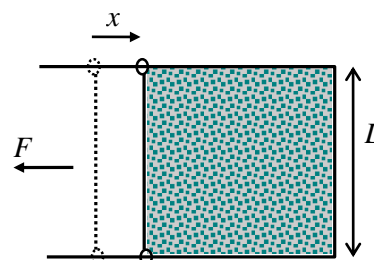


fig11

Una experiencia como la vista permite suponer que una superficie se comporta como una membrana tensa (como el parche de un tambor) y que la tensión superficial puede expresarse como **la fuerza ejercida por unidad de longitud de su perímetro**. Sin embargo, se debe tener presente que la fuerza es, en el caso de la membrana tensa, proporcional al incremento de superficie, mientras que la tensión superficial es constante.

Líquido	Temperatura	γ (N/m)
etanol	20	0.022
Benceno	20	0.029
Aceite de oliva	20	0.033
agua	20	0.073
agua	60	0.062
agua	100	0.059
Agua con jabón	20	0.025

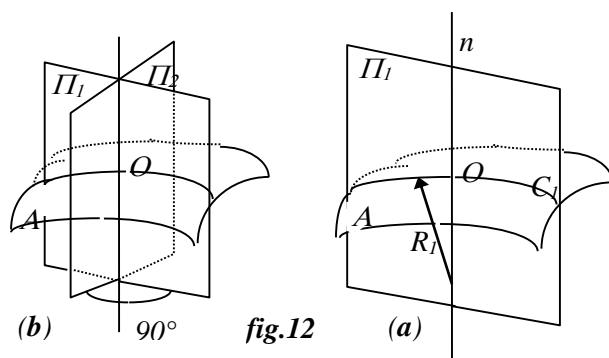
En la tabla se muestran la tensión superficial de algunas sustancias.

La tensión superficial varía con la temperatura. Al aumentar la temperatura, disminuye la tensión superficial. Observe la tabla, en el caso del agua. Observe que si al agua se le agrega jabón (a 20°C)

disminuye la tensión superficial.

III. 6 Diferencia de Presión entre las Caras de una Lámina Líquida. Ley de Laplace - Aplicaciones

Diferencia de Presión entre las Caras de una Lámina Líquida. Ley de Laplace



Una propiedad de las superficies que resulta útil para explicar fenómenos como la formación de la gota de agua, y su ascenso o descenso en capilares, es la diferencia de presiones entre las caras cóncava y convexa de una lámina curva.

Una superficie curva puede describirse mediante 2 radios de curvatura correspondientes a dos direcciones perpendiculares entre sí.

Supongamos analizar una pequeña porción de superficie de valor A, alrededor de un punto O. Por O se traza una recta n perpendicular a la superficie A, fig.12(a).

Un plano que contenga a n, como el Π_1 , corta a la superficie en la curva C_1 , cuyo radio R_1 se llama radio de curvatura de la superficie A, en la dirección del plano Π_1 . Si se hace lo mismo para un plano Π_2 , fig.12(b)), se obtiene un radio R_2 que, junto al R_1 anterior, describen la superficie.

Para que una superficie adopte la forma curva, debe existir una diferencia de presiones entre sus caras (cóncava y convexa) que está relacionada con los radios R_1 y R_2 y con la tensión superficial de la sustancia que forma la superficie. Esa diferencia de presiones está dada por:

$$p_1 - p_2 = \gamma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

en la que p_1 es la presión del lado cóncavo (interior), y p_2 es la presión del lado convexo (exterior).

Enunciado de la Ley de Laplace: *la diferencia de presión para provocar una lámina curva, en la superficie de un líquido, es directamente proporcional a la tensión superficial del líquido y es inversamente proporcional al radio de curvatura.*

Aplicaciones

a) en el caso de una **superficie esférica**, fig.13(a), como $R_1 = R_2 = R$

$$\text{resulta: } p_i - p_e = \frac{2\gamma}{R}$$

Si es una “**gota**”, el interior de la esfera es líquido y su exterior gas.

Si es una “**burbuja**” su interior es gas y su exterior líquido.

b) en el caso de una **superficie cilíndrica**, fig.13(b):

$R_1 =$ radio del cilindro

$R_2 \rightarrow \infty$ la recta generatriz es considerada una curva de radio infinito:

$$p_i - p_e = \frac{\gamma}{R}$$

c) en el caso de una “**pompa**” (interior gas – lámina líquida – exterior gas) esférica, fig.13(c): existen dos superficies, una interior (entre los puntos 2 y 3), y una exterior (entre los puntos 1 y 2). Las presiones serán $p_3 > p_2 > p_1$. Y como la lámina es muy fina, puede suponerse $R_{int} = R_{ext} = R$, entonces, con $p_3 = p_{int}$ y $p_1 = p_{ext}$:

$$\text{entre los puntos 2 y 3: } p_3 - p_2 = \frac{2\gamma}{R}$$

$$\text{entre los puntos 1 y 2: } p_2 - p_1 = \frac{2\gamma}{R}$$

$$\text{sumando m. a m.: } p_i - p_e = \frac{4\gamma}{R}$$

Expresión que da la relación entre el radio de la pompa y la diferencia de presión. Se deduce que cuanto mayor sea el radio, menor será la diferencia de presión.

En los tres casos puede comprobarse que, tal como lo expresa Laplace:

- **La diferencia de presión es directamente proporcional a la tensión superficial del líquido.**
- **La diferencia de presión es inversamente proporcional al radio.**

Para el caso de formar una “pompa”, la diferencia de presión resulta doble de la necesaria para formar una esfera.



Un fenómeno importante que puede justificarse con la Ley de Pascal es que la Tensión (Fuerza por unidad de longitud) que debe soportar la pared de un recipiente cilíndrico es proporcional a la presión interna y al radio del recipiente. En el globo de la figura, tenemos que la presión interior del fluido es la misma en cada punto del interior del globo (Principio de Pascal). Sin embargo la **tensión en la pared, depende del radio, por lo que en la región en la que el radio es muy pequeño, la tensión de la pared también es muy pequeña.**

III.7.1 Ángulo de contacto. Agentes Tensoactivos

Ángulo de contacto

Si se introduce una varilla de vidrio limpia en agua y luego se saca, algo del agua quedará adherida a ella, y se dice que el agua moja el vidrio, pero si se introduce la misma varilla en mercurio, se sacará limpia, se dice, el mercurio no moja el vidrio.

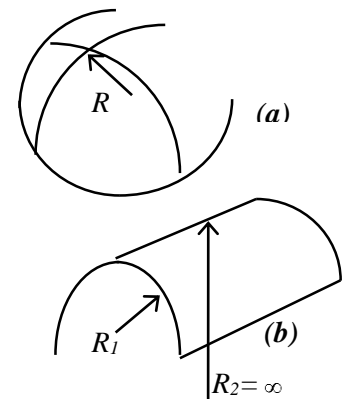
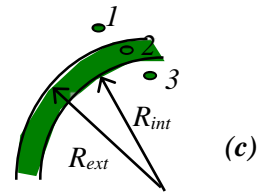


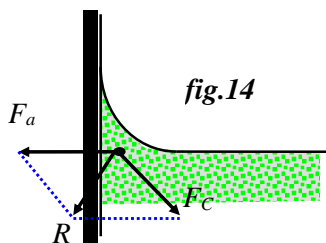
fig.13



Para diferenciar estos dos tipos de fuerzas intermoleculares adoptaremos el nombre de **cohesión** para la atracción entre moléculas del mismo material, y el de **adherencia**, para la que existe entre moléculas de distinto material.

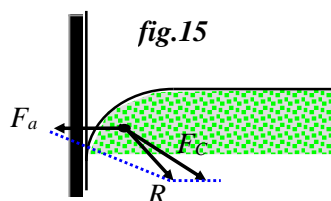
Definición: Las fuerzas de **adherencia** son producto de la interacción entre las moléculas del líquido y del sólido en la interfase (superficie de contacto). Las fuerzas de **cohesión** son producto de la interacción entre las moléculas del líquido.

Estudiemos una molécula cualquiera de la interfase sólido-líquido.

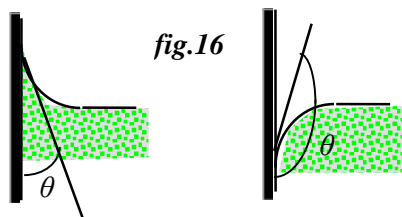


En este caso el sólido es una varilla de vidrio y el líquido en contacto es agua. fig.14

Se indican las fuerzas de adherencia F_a , dirigida hacia el vidrio, y las de cohesión F_c , hacia el seno del líquido, y la resultante R de las mismas. Como la tangente a la superficie del líquido debe ser perpendicular a esa resultante, la superficie se curva hacia arriba, **mojando al vidrio**.



En la fig.15 se indica el caso de vidrio y mercurio, con fuerzas de cohesión F_c mayores que las adhesivas F_a , que produce una curvatura de la superficie que se retira del vidrio, **no mojando al vidrio**.



con una resultante R finalmente una superficie líquida que **no mojando** vidrio.

Definición: La superficie del sólido y la tangente a la superficie del líquido en dicha interfase, forman un ángulo dentro del líquido que se denomina **ángulo de contacto θ** , fig.16.

Cuando el ángulo de contacto es menor que 90° , el **líquido moja al sólido** (caso vidrio-agua) y si es mayor que 90° **no moja** (caso vidrio-mercurio).

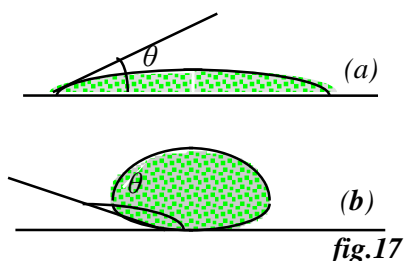
Este ángulo de contacto es una propiedad de la interfase líquido-sólido, y es una manifestación de la propiedad tensión superficial del fluido:

para agua - vidrio es casi nulo, $\theta = 0^\circ$
 para agua - plata es $\theta = 90^\circ$;

para vidrio - mercurio es $\theta = 140^\circ$;
 para agua - parafina es $\theta = 107^\circ$.

Agentes Tensoactivos

Los valores relativos entre las fuerzas de cohesión y adhesión causan otro fenómeno de observación frecuente: la forma que adopta una gota líquida cuando es depositada sobre una superficie sólida plana horizontal.



Supongamos un vidrio horizontal sobre el que se deposita una gota de agua. Vemos que ésta se extiende mojando la superficie y adoptando un ángulo de contacto muy pequeño, fig. 17(a).

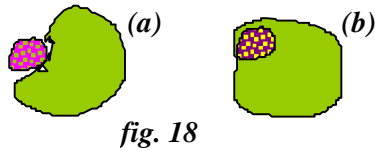
Si en lugar de agua se coloca mercurio, éste mantiene una forma cuasi esférica, fig.17(b).

Si el vidrio se frota con parafina (interpuesta entre el vidrio y la gota), el agua mantiene una forma esférica, ya que el ángulo de contacto entre agua y parafina es mayor que 90° , semejante a la fig.17(b).

Hay sustancias que al disolverse en un líquido pueden modificar la tensión superficial del líquido. Por ejemplo, cuando se disuelve un detergente en agua se forma una capa de moléculas del detergente sobre la superficie del agua (en la interfase). Estas moléculas son menos atraídas hacia el interior del líquido que las propias del agua y, por lo tanto, disminuye la tensión superficial del agua que, como consecuencia moja más.

Definición: Se denominan **agentes tensoactivos**, a las sustancias que modifican la tensión superficial de un líquido

El detergente (o el jabón) son agentes tensoactivos porque disminuyen la tensión superficial del agua, haciendo que “moje más”. Por esta razón, si las manos están sucias es conveniente lavarlas con **agua caliente** (a mayor temperatura la tensión superficial disminuye) y usando **jabón** porque es un agente tensoactivo (disminuye la tensión superficial del agua).



Los detergentes o humectantes disminuyen la tensión superficial, y el líquido se dispersa en gotas con más facilidad. Esto es importante en el lavado, porque así penetra más fácilmente en las fibras que se lavan. Además, esas gotitas capturan mejor a las partículas extrañas, al mojarlas, enviándolas al interior del líquido.

En la fig.18(a) se indica una partícula en contacto con una gota que no la moja, y en la fig.18(b), el caso de líquido que sí la moja, y termina arrastrándola. Otra consecuencia de la disminución de la tensión superficial es la facilidad de producir burbujas (aumento de superficie).

Otro ejemplo de agente tensoactivo es el de un impermeabilizante aplicado a un tejido: el impermeabilizante hace que aumente el ángulo de contacto con el agua, impidiendo que el agua lo moje.

La actividad que requiere una cuidadosa estimación de la tensión superficial es la **pulverización de cultivos**. Es necesario que los productos empleados a tal fin sean **humectantes** (tensoactivos) para:

- obtener gotas de menor tamaño;
- conseguir que moje las hojas, para su mejor y más económica distribución.

El caso de los alvéolos pulmonares: (interesante para entender la adherencia del Corona-Virus), la membrana mucosa que los recubre tiene una tensión superficial relativamente alta, de unos **0,050 N/m**. En estas condiciones sería muy difícil respirar: los músculos respiratorios tendrían que hacer un gran trabajo y los alvéolos tenderían a vaciarse completamente de aire, porque la presión en su interior sería muy grande (Ley de Laplace).

Pero los pulmones disponen de una **secreción tensoactiva** que reduce el valor de γ a unos **0,002 N/m**. Esta secreción tiene propiedades muy especiales:

- Su tensión superficial γ no es constante, sino que disminuye con el radio del alvéolo. Entonces, cuando se ha expirado una cierta cantidad de aire, la presión en el interior se estabiliza, antes que el alvéolo colapse.
- Algunos recién nacidos carecen de esta sustancia (especialmente cuando son prematuros) debido a que el desarrollo del surfactante pulmonar se produce en los últimos meses de gestación. Esto puede resultar fatal, pues al respirar los alvéolos colapsan y los músculos respiratorios del bebé no pueden sostener el trabajo que demanda tenerlos abiertos.

Por lo descripto, la presencia de este tensoactivo es esencial para la mecánica de la respiración:

- Al inspirar, el alveolo está desinflado y la concentración de tensoactivo es elevada de forma que γ es **muy baja** y el alveolo se dilata sin dificultad.
- Al dilatarse, la concentración de tensoactivo disminuye y γ **aumenta** hasta el máximo de dilatación. Al espirar, el incremento de tensión superficial ayuda a desinflar el alveolo y a expeler el aire.

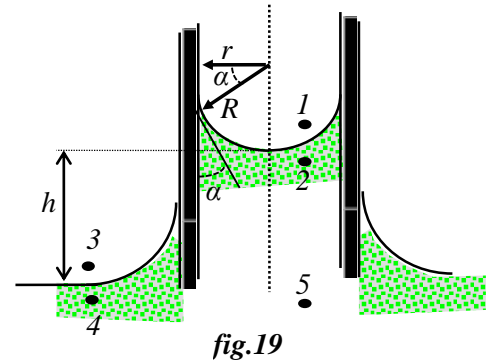
III.7.2 Fenómenos Capilares: Ley de Jurin

Capilaridad – Ley de Jurin

Definición: Se denomina *capilaridad* a la tendencia de los líquidos a penetrar en poros o aberturas pequeñas.

El término se debe a uno de los fenómenos de este tipo: es el ascenso (o descenso) del nivel de un líquido en tubos capilares (de pequeño diámetro, del tamaño de un cabello). Son ejemplos: el ascenso en el suelo del agua desde las capas más profundas; el de un líquido en papel secante; el petróleo en la mecha de una lámpara; la cera por el pabilo de una vela, etc.

Supongamos un tubo capilar de radio r ($< 1.10^{-3}$ m) introducido en un líquido que lo moje. Se observará que la superficie del líquido dentro del tubo toma una forma curva (menisco) como se muestra en la fig.19, y que asciende dentro del tubo hasta alcanzar una altura h a la cual corresponde un estado de equilibrio. Llamaremos R al radio del menisco. En la figura se tiene que, si α es el ángulo de contacto, entonces $r = R \cos \alpha$.



Se indican además los puntos 1 a 5, para los cuales evaluaremos la presión.

En el punto 1: $p_1 = p_{atm} = p_3$

Como los puntos 3 y 4 están a ambos lados de una superficie plana, será: $p_3 = p_4$,

Además 4 y 5 están sobre un plano horizontal, por lo tanto $p_4 = p_5$.

$$\therefore p_1 = p_3 = p_4 = p_5 = p_{atm}$$

Los puntos 1 y 2 están a ambos lados de una superficie curva y, por la ley de Laplace, será:

$$p_1 - p_2 = \frac{2\gamma}{R}, \text{ o bien: } p_1 - p_2 = \frac{2\gamma \cos \alpha}{r}$$

Como $p_1 = p_{atm}$

$$\Rightarrow p_{atm} = p_2 + \frac{2\gamma \cos \alpha}{r} \quad (1)$$

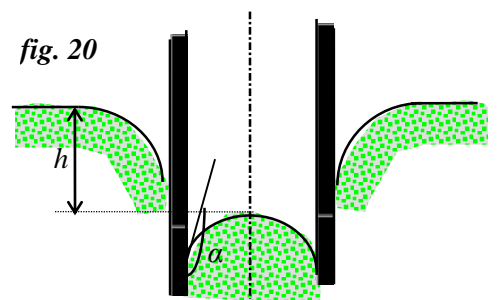
p_2 y p_5 se pueden relacionar por la ecuación general de la hidrostática:

$$p_5 = p_2 + \delta g h, \text{ o bien: } p_{5tm} = p_2 + \delta g h \quad (2)$$

Igualando (1) y (2) y despejando h :

$$h = \frac{2\gamma \cos \alpha}{\delta g r} \quad \text{Ley de Jurin}$$

Realizando una experiencia similar con un líquido que no moje la pared del tubo, se observa un descenso del líquido dentro del capilar, fig.20, y este descenso también se calcula con la **ley de Jurin**.



Enunciado de la Ley de Jurín: La altura h de ascenso (o descenso) de un líquido por un tubo capilar es directamente proporcional a la tensión superficial γ del líquido y al coseno del ángulo de contacto $\cos \alpha$ y es inversamente proporcional a la densidad del fluido δ , el radio del capilar r y la aceleración debida a la gravedad g .

Analicemos el signo en la expresión de la Ley de Jurin

Si el líquido moja, $\alpha < 90^\circ$ y $\cos \alpha > 0$, con lo que resulta $h > 0$ (ascenso en el capilar).

Si el líquido no moja, $\alpha > 90^\circ$ y $\cos \alpha < 0$, obteniéndose $h < 0$ (descenso en el capilar).

El ascenso o descenso lo determina si el ángulo de contacto $\alpha < 90^\circ$ ó $\alpha > 90^\circ$ respectivamente.

$$[\eta] = \frac{N}{m}$$

En unidades del SI: $[\delta] = \frac{kg}{m^3}$ resulta: $[h] = m$

$$[r] = m$$

$$[g] = \frac{m}{s^2}$$

III.8 Adsorción - Difusión: Ley de Fick

Adsorción y Absorción

La **adsorción** es otra propiedad de las interfases (fenómeno de superficie) y consiste en la existencia de una sustancia particular con mayor concentración en la superficie de un líquido, o de un sólido, que la que se observa en el resto del sistema.

La **absorción**, que es un fenómeno de volumen que consiste en la penetración, más o menos uniforme, de una sustancia en todo el volumen de un sólido.

La fijación de las partículas del adsorbato (sustancia adsorbida) sobre la superficie del adsorbente (la que adsorbe) puede ser el resultado de atracciones intermoleculares (del tipo de las fuerzas de Wan der Waals) y se denomina **adsorción física**, o el resultado de verdaderas ligaduras químicas: **adsorción química**.

Difusión: Ley de Fick

Cuando una sustancia se disuelve en un líquido (ej: azúcar en agua), las moléculas del soluto se difunden uniformemente en todo el volumen del solvente (salvo lo que ocurra en superficies, según vimos en el apartado anterior). La mezcla obtenida, en fase líquida, se llama **solución** o disolución si el tamaño de las partículas del soluto es del orden molecular (si no, pueden ser suspensiones o coloides). En lo que sigue haremos referencia a las soluciones.

El estado de equilibrio de la concentración es uniforme en todos los puntos de la solución, pero a ese estado se llega después de un cierto tiempo de colocar el soluto en el solvente.

Supongamos un recipiente con un tabique en el medio, indicado en la fig.21(a), que lo separa en dos comportamientos: en A hay una solución, supongamos azúcar en agua, de concentración C_1 y en el B solvente puro.

Si se retira el tabique, algunas moléculas de azúcar comenzarán a pasar hacia la derecha disminuyendo la concentración en A, fig.21(b). Este proceso se llama difusión.

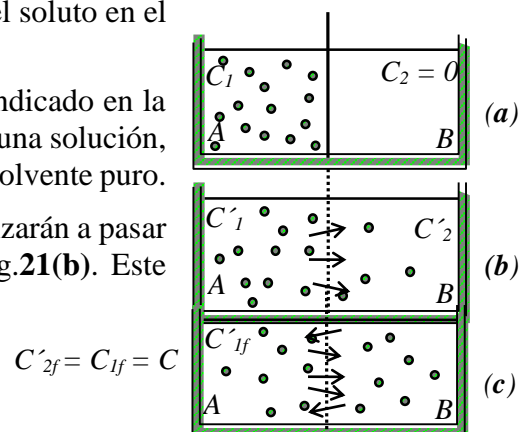


fig. 21

Definición: *difusión* es el movimiento de soluto en una solución que tiende a igualar las concentraciones en todo el volumen de la solución.

A medida que aumenta la concentración en B, algunas moléculas retornarán hacia A, pero será mayor el número de las que se mueven de A hacia B. Esto se produce hasta que se igualan las concentraciones en todos los puntos de la solución. El movimiento se mantiene, pero el transporte en uno y otro sentido estará equilibrado.

Se denomina flujo de soluto \bar{m} a la cantidad de éste, expresado en moles, que atraviesa una superficie unitaria en la unidad de tiempo:

$$\bar{m} = \frac{\Delta n}{A \Delta t}$$

donde Δn es el número de moles; S es la superficie que atraviesan, y Δt es el tiempo que tarda en atravesar la superficie. El flujo \bar{m} (en el SI) se expresa en $\frac{mol}{m^2 \cdot s}$.

Flujo de soluto es la cantidad de moles de soluto (en la solución) que atraviesan una unidad de superficie por unidad de tiempo.

En 1885, el fisiólogo Adolf Fick encontró experimentalmente que el flujo neto de soluto J es:

- directamente proporcional al gradiente de concentraciones $\frac{C_1 - C_2}{\Delta x}$
- directamente proporcional al área A atravesada por el flujo.

$$\bar{J} = D.A. \frac{C_1 - C_2}{\Delta x} \Rightarrow \boxed{\bar{J} = -D.A. \frac{C_2 - C_1}{\Delta x}} \text{ Ley de Fick}$$

Esta expresión se conoce como **Ley de Fick** y la misma establece que la difusión en una solución es un proceso que se produce por el cambio del gradiente de concentraciones (de mayor a menor).

Donde:

- A es el área de la superficie que atraviesa el flujo en m^2 ;
- $\frac{C_2 - C_1}{\Delta x}$ es el gradiente de concentración en $\frac{mol}{m^3 \cdot s}$;
- D es una constante llamada constante de difusión que es característica de cada sustancia (y depende de la temperatura) en $\frac{m^2}{s}$; y
- el signo (-) aparece porque se indica $C_{final} - C_{inicial}$
- \bar{J} es el flujo neto de soluto en $\frac{mol}{s}$

Ejemplos cotidianos de difusión son los observados cuando:

- se echa una gota de tinta en un vaso con agua;
- se echa leche en el té o en el café;
- se destapa un frasco con perfume y el aroma se “difunde” en la habitación; etc.

Las soluciones presentan un conjunto de propiedades (que no están dentro del alcance de nuestro curso) denominadas coligativas que, dependen del número de partículas disueltas en mayor medida que de las características del soluto; y son:

- a) descenso de la presión de vapor;
- b) descenso crioscópico;
- c) ascenso ebulloscópico.

III.9 Ósmosis - Presión Osmótica

Ósmosis

Supongamos ahora un recipiente separado en dos compartimientos por una membrana semipermeable. Estas **membranas tienen la propiedad de permitir el paso de moléculas pequeñas pero no el de las de mayor tamaño**. Como ejemplo se pueden citar: el papel celofán, permeable al

agua pero no al azúcar; las paredes de las células, que permiten el paso de determinados compuestos en uno y otro sentido y que son esenciales para mantener las concentraciones adecuadas en las soluciones celulares.

Continuamos con el recipiente descripto. Colocamos en cada compartimiento, hasta el mismo nivel, los siguientes líquidos: en A, una solución de azúcar en agua, y en B, agua pura, fig.22(a).

Si la membrana permitiera el paso del azúcar, ésta se difundiría hacia B, tendiendo a igualar la concentración (proceso de difusión). Pero eso **no puede ocurrir**, y lo que observamos es que el agua comienza a pasar desde B hacia A, hecho que tiende a disminuir la concentración en A. Por lo tanto, se mantiene la tendencia del sistema a igualar su concentración. En este proceso, las moléculas de agua pasan de la zona de menor concentración a la de mayor concentración.

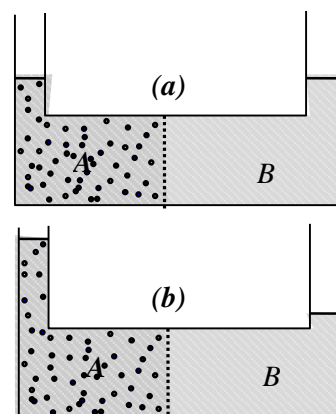


fig.22

Si en el compartimiento B, originalmente se hubiera colocado otra solución azucarada, más diluida, pasando de B hacia A, aumenta la concentración en B, disminuye la de A, y el proceso sigue hasta equilibrar ambas concentraciones.

En el caso de agua pura en B, teóricamente el proceso debería seguir hasta que toda el agua pasara al A. Pero al pasar agua de B a A, **aumenta el nivel en este último compartimiento**, y, por consiguiente, la presión hidrostática.

Resulta que el agua debe pasar desde una zona de menor presión hacia una de mayor presión; y esta diferencia de presiones, al aumentar, termina limitando el proceso.

Presión Osmótica

Si en el comportamiento A adaptamos un pistón, y sobre él ejercemos una fuerza F (fig.23) se puede variar la presión que soporta el líquido en A. Al aumentar la presión $p = F/S$, disminuye el flujo de agua de B hacia A.

Existe una presión, denominada **presión osmótica** (p_{osm}), a la cual cesa el paso de agua. Si la presión aumenta sobre esta p_{osm} , ocurrirá el caso inverso: al agua pasará de A hacia B, aumentando la concentración en A.

Para el caso propuesto de una solución de agua y azúcar: El **valor de la presión osmótica** resulta una medida de la tendencia del agua a difundirse en la solución azucarada, y depende de la concentración de la solución.

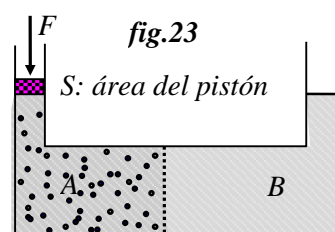


fig.23

Nótese que el efecto de tener una sustancia disuelta que no puede atravesar la membrana, es hacer **entrar** solvente **desde afuera hacia adentro**. Esto es fundamental en procesos biológicos.

Definición: La *ósmosis* es el proceso que mantiene el equilibrio entre las osmolaridades externa e interna.

Se denominan soluciones **isotónicas** aquéllas que tienen la misma osmolaridad, por lo que se mantienen en equilibrio cuando están separadas por una membrana semipermeable.

Aplicación: Transporte de Agua en los Árboles.

Como aplicación de algunos de los temas desarrollados en esta unidad y en la anterior de Mecánica de los Fluidos, analizamos el fenómeno de ascenso de la savia a la copa de los árboles.

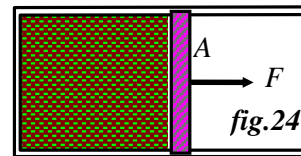
Antes de entrar directamente en el tema, revisemos con algún detalle el concepto de presión en un fluido. En general se considera la presión como una magnitud positiva, igual a la fuerza por unidad de área, que ejerce un fluido sobre el medio (hacia afuera) o el medio sobre el fluido (hacia adentro). Eso significa que si el fluido tirase del medio hacia adentro o el medio, del fluido hacia afuera (como si el líquido se comportase como una cuerda tensa), la presión sería negativa.

Supongamos un fluido encerrado en un recipiente provisto de un émbolo sobre el que se ejerce una fuerza F , siendo A el área del émbolo. Si se comprime el fluido, la presión será $p = F/A$.

Pero si se tira del émbolo hacia afuera, como se indica en la fig.24, el fluido se expande, disminuyendo la presión.

Si el fluido encerrado en el recipiente es un gas, sus moléculas se separarán rápidamente pero siempre habrá alguna que, chocando con el émbolo, producirá una presión que será siempre positiva.

Si el fluido es un líquido (cuyo volumen es fijo) casi seguramente se separará del émbolo, que se desplazará fácilmente, mientras que dentro del recipiente la presión es nula (en realidad, como parte del líquido se evapora, tampoco puede ser nula, sino que será ligeramente positiva).



Pero si la experiencia se hace con suficiente cuidado, impidiendo que el émbolo se separe del líquido, éste finalmente quedará sometido a una presión negativa, oponiéndose a su expansión y tirando del pistón hacia adentro. Usando técnicas de laboratorio muy refinadas, se han llegado a obtener presiones en agua del orden de - 300 atm.

Volvamos ahora al tema del ascenso de la savia, una solución acuosa más o menos concentrada, se mueve por conductos denominados xilemas, formados por células muertas. Son capilares de diámetros comprendidos entre 0,05 mm y 0,5 mm. En algunos árboles el ascenso debe llegar a alturas de 75 metros o más (las cequias californianas llegan a los 100 m).

¿Cómo se produce esa circulación? Tratemos de contestar esta pregunta planteando posibles soluciones:

a) Un mecanismo similar al usado para subir agua desde un pozo, reduciendo la presión en el extremo superior de una cañería, de manera que la presión atmosférica actuando sobre el agua ubicada en la parte superior la obligue a subir. Si se llega a producir vacío en la parte superior, la diferencia de presión haría subir el agua una altura:

$$h = \frac{P_{atm}}{\delta g} \cong 10 \text{ m}$$

Este proceso (por sí solo) no explica cómo puede llegar a mayor altura.

b) Podría ser por capilaridad. Aplicando la ley de Jurin:

$$h = \frac{2\gamma \cos \alpha}{\delta g r}$$

Suponiendo $\gamma_{H_2O} = 0,073 \text{ N/m}$; $\theta = 0^\circ$ (con lo cual se da el mayor valor del $\cos \theta$); y un radio $r = 0,05 \text{ mm}$ (el menor radio capilar del xilema), resulta $h \cong 0,30 \text{ m}$, mucho menor que la altura necesaria en el caso discutido.

c) Otra posibilidad es que sea por presión osmótica, cuando la concentración de sales disueltas en la savia es grande respecto a la del agua del suelo. En este caso, la altura a la que puede subir corresponderá, para un árbol de 30 m, una $p_{osm} = \delta g h \cong 3 \text{ atm}$, y esto requiere una osmolaridad:

$C = \frac{P_{osm}}{RT} \cong 0,12 \frac{osm}{lt}$ Esta concentración es posible al principio de la primavera, pero no en el verano.

Incluso se da el caso de árboles en los que el agua ingresa venciendo una barrera de presión osmótica, como en los mangles y otros árboles de zonas salinas. En los manglares (árboles que crecen en islas marinas) la savia es prácticamente agua pura, mientras que el agua de mar tiene una presión osmótica de alrededor de 25 atm. Esto implica que la presión del agua de mar debe estar 25 atm por encima de la presión en los xilemas. Pero la presión hidrostática en el mar es de 1 atmósfera, por lo tanto la presión en el interior del árbol deberá ser, como máximo, - 24 atm.

En general la presión en los xilemas es negativa, el agua es forzada hacia arriba como si se tirara de ella. A medida que el agua se evapotranspira de la superficie de las hojas (en los estomas), otras

moléculas de agua la reemplazan, y así se mantiene unida la columna de agua por las fuerzas de cohesión entre sus moléculas.

Por lo tanto, el ascenso de savia no se puede explicar utilizando un único fenómeno de los que hemos estudiado en estos capítulos. Más bien, este ascenso puede ser descrito como una multiplicidad de fenómenos relacionados con los fluidos.

III.10 Propiedades Mecánicas de los Sólidos - Módulo de elasticidad

Propiedades Mecánicas de los Sólidos. Elasticidad

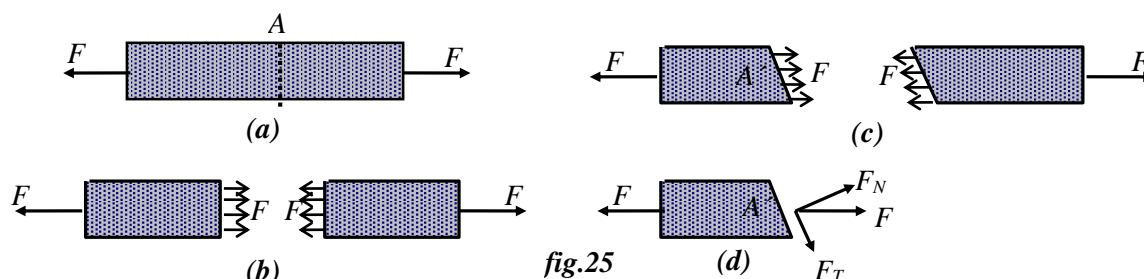
Hasta ahora hemos analizado fenómenos que, molecularmente o microscópicamente, son causados por las fuerzas de Van der Waals entre las moléculas en los fluidos. Veamos qué ocurre en los sólidos.

Un sólido no es absolutamente rígido. Su forma y tamaño se modifica ligeramente cuando es sometido a esfuerzos. Estas variaciones no son detectables a simple vista, pero sí con instrumentos adecuados. Al principio de la unidad hemos resumido las características de la fase sólida como una de las formas de presentación de la materia.

Definición: Cuando deja de actuar la fuerza causante de la deformación, el cuerpo puede volver a su forma y tamaño originales, y se lo denomina **elástico**, o puede quedar deformado y se dice que es **plástico**.

En general los **cuerpos elásticos** (mientras los esfuerzos deformantes se mantengan dentro de cierto límite o por debajo de determinados valores que se conocen como límite elástico) al cesar la acción del esfuerzo que tiende a deformarlos, recuperan su forma y dimensiones originales.

Supongamos una barra de sección transversal uniforme, sometida en sus extremos a fuerzas iguales y opuestas de tracción (tratan de “alargar” la barra), como se muestra en la fig.25(a). Se dice que la barra está sometida a una tensión o esfuerzo de tracción.



Como cualquier parte de la barra está en equilibrio, la parte derecha de una sección A cualquiera, como la indicada en línea de puntos, deberá tirar de la parte izquierda de la misma con una fuerza F, y viceversa.

Si la sección no está muy cerca de los extremos, esta fuerza F estará distribuida uniformemente en toda la sección, como se indica en la fig. 25(b). El **esfuerzo** o **tensión** en esa sección A se define como:

$$\phi = \frac{F}{A} \Rightarrow [\text{esfuerzo}] = \frac{N}{m^2} = Pa$$

con las mismas unidades que se usaron en presión (Pa o las correspondientes en otros sistemas de unidades).

Si consideramos una sección cualquiera no perpendicular al eje de la barra, como la indicada con A' en la fig. 25(c), también ocurrirá lo mismo pero la fuerza estará distribuida sobre un área mayor. Sin embargo es posible descomponer la fuerza F en otras dos, fig.25(d): una normal (perpendicular) a la sección FN, y otra tangencial a la misma FT.

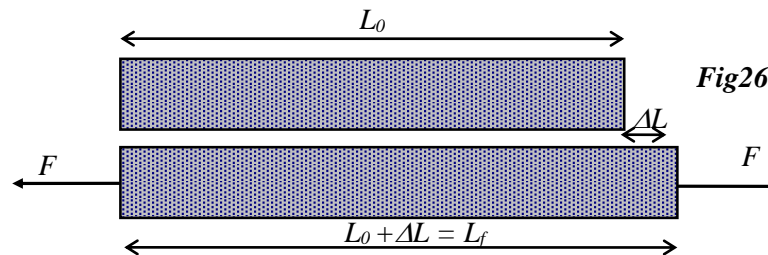
Se define como **esfuerzo normal** o **tensión normal** ϕ a la relación:
$$\phi = \frac{F_N}{A'}$$

Y como **esfuerzo tangencial**, cortante o **tensión tangencial** τ a la relación: $\tau = \frac{F_T}{A'}$

Como consecuencia de las fuerzas aplicadas en los ejemplos anteriores, los cuerpos se **deforman**, es decir que experimentan un **cambio relativo de formas**. Cada tipo de esfuerzo produce una determinada deformación.

Ejemplo:

Un esfuerzo de tracción (fig.26) produce un alargamiento ΔL en una barra cuya longitud inicial es L_0 , y finalmente llega a una longitud final $L_f = L_0 + \Delta L$.



Definición: llamamos **deformación unitaria por tensión** ε , (deformación específica), que puede ser producida por tensiones de tracción o de compresión a la relación:

$$\varepsilon = \frac{L - L_0}{L_0} = \frac{\Delta L}{L_0}$$

La deformación unitaria es el cambio longitudinal por unidad de longitud inicial. Como es un cociente de longitudes, la deformación específica ε es **adimensional**.

Las relaciones entre tensiones y deformaciones de los distintos materiales sólidos es toda una rama de la Física, denominada Teoría de la Elasticidad, y en la ingeniería es la base de la Resistencia de Materiales.

Módulo de elasticidad

Definición de módulo: Un **módulo** es la relación entre el esfuerzo aplicado para provocar una deformación y la deformación que ese esfuerzo provoca.

Esto significa que, por cada uno de los casos que hemos desarrollado podemos definir un módulo característico.

Definición de módulo de elasticidad o módulo de Young: Es la relación entre la tensión o esfuerzo normal σ y la deformación unitaria ε , en el período elástico del material (para tensiones de tracción o de compresión)

$$\gamma = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{F/A}{\Delta L/L} = \frac{FL}{A\Delta L}$$

La unidad del módulo de Young es la misma que la del esfuerzo (o tensión): $\text{Pa} = \text{N/m}^2$

Dentro de la zona de proporcionalidad, donde se cumple la ley de Hooke, el módulo γ es una **propiedad característica de cada material**.



Facultad de Ciencias Agrarias
UNIVERSIDAD NACIONAL DE ROSARIO



F Í S I C A

Cap. IV

“Termodinámica”

IV.1. Introducción.

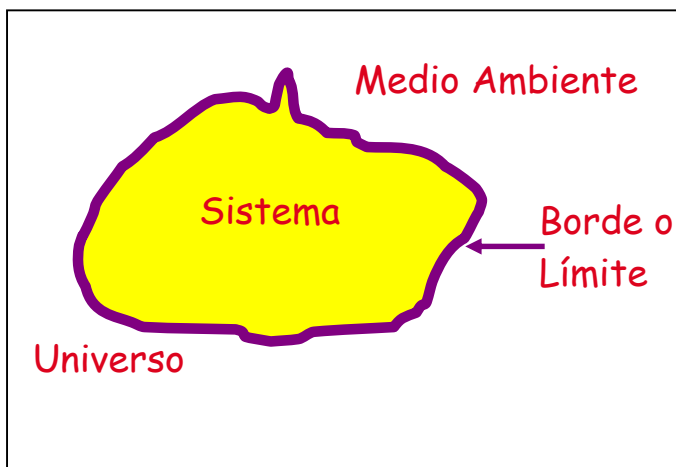
Uno de los problemas centrales y ancestrales de la humanidad fue el manejo de la energía. Como parte de la revolución industrial, Europa necesitó estimar y comparar la eficiencia de las máquinas: ¿es más económica la combustión del carbón o una turbina impulsada por la caída de agua? Así como la economía va computando los balances de dinero en distintos procesos; *la termodinámica se ocupa de las reglas y los balances que rigen las transformaciones de una forma de energía en otra*. Las observaciones de franceses, alemanes e ingleses sobre sus cañones y máquinas industriales (como los telares) fueron resultando en postulados cada vez más amplios y más profundos, hasta que conformaron lo que se conoce como “*Principios de la Termodinámica*”

La termodinámica es la rama de la Física que se ocupa de las condiciones que puede asumir y de los cambios que pueden ocurrir en un sistema, ya sea espontáneamente o como producto de interacciones; y que no pueden ser descriptos por las leyes de la mecánica.

En esta unidad nos ocuparemos de la Termodinámica y analizaremos una nueva forma de energía: el *calor*. Veremos cómo se mide, cómo se transmite y cómo está relacionado con los cambios de fase. Daremos un enunciado más amplio del Principio de Conservación de la Energía (o Primer Principio de la Termodinámica), enunciaremos el Segundo Principio de la Termodinámica e introduciremos nuevas magnitudes relacionadas con los intercambios de energía.

IV. 2. Sistema Termodinámico. Descripciones macroscópica y microscópica

Sistema Termodinámico



Un sistema termodinámico es una porción de materia del Universo, separada del resto (medio ambiente) por medio de una superficie real o imaginaria (borde) que puede ser rígida o deformable. A través del borde el sistema interactúa con el medio, intercambiado materia y/o energía.

Existen 3 (tres) tipos de sistemas diferentes:

a) Sistema abierto: Puede intercambiar, con el medio ambiente, materia (masa) y energía. Ejemplo: seres vivos.

b) Sistema cerrado: Puede intercambiar energía con el medio ambiente, pero no

materia (masa). Ejemplo: cilindro de un motor.

c) Sistema aislado: No puede intercambiar ni materia (masa), ni energía con el medio ambiente. Ejemplo: termo.

Cabe destacar que no existe un sistema “perfectamente” cerrado o aislado. En realidad, el único sistema perfectamente aislado es el Universo (porque es el todo). Más adelante daremos una clasificación del borde.

Descripciones macroscópica y microscópica

Para poder estudiar las diversas interacciones que pueden darse entre el sistema y el medio ambiente, debemos escoger *cantidades o variables observables* (magnitudes) adecuadas para describir y caracterizar el sistema. Reconocemos a esas *variables* (cantidades), propiedades del sistema determinadas por el proceso de medición, como *macroscópicas*. Para procesos en los cuales, una de las posibles interacciones es el *calor*, las leyes que relacionan las variables macroscópicas que incluyen: presión, volumen, temperatura, densidad, etc., forman la base de la *ciencia de la*

termodinámica. La mayoría de las variables macroscópicas (como presión, volumen y temperatura, por ejemplo) están directamente relacionadas con nuestras *percepciones sensoriales*.

Otra forma de describir (caracterizar) el sistema (constituido por muchas partículas) es considerando variables (cantidades) que describen átomos y moléculas (partículas) que lo constituyen; por ejemplo: sus velocidades, energía, masa, momento lineal y angular, comportamiento durante los choques, etc. Estas **variables** (que no están relacionadas con nuestros sentidos) se reconocen como **microscópicas**. Estas variables y algoritmos matemáticos fundados en ellas, constituyen la base de la **ciencia de la mecánica estadística**.

Para un sistema cualquiera, las variables macroscópicas y microscópicas deben estar relacionadas porque son simplemente diferentes formas de describir la misma situación. En particular, podremos expresar a las primeras (macroscópicas) en función de las segundas (microscópicas). Un ejemplo, la presión de un gas, considerada macroscópicamente, se define operacionalmente mediante un manómetro. Considerada microscópicamente, se relaciona con la rapidez media por unidad de área con que las moléculas del gas intercambian momento lineal al fluido manométrico, al chocar contra su superficie.

IV. 3. Temperatura. Ley Cero de la Termodinámica. Escalas Termométricas

Temperatura

En los sistemas estudiados en las primeras unidades (mecánicos), las variables (mecánicas) velocidad, tiempo, momento angular, etc., permitieron definir la *energía mecánica* del sistema.

En los sistemas termodinámicos las **variables macroscópicas** (termodinámicas) permitirán definir una nueva forma de energía, llamada **Energía Interna** del sistema.

Entre las variables termodinámicas hay algunas que permiten definir el *estado* del sistema: volumen, presión, temperatura, densidad, etc. Son las llamadas *variables de estado*. Cuando estas variables se mantienen (no se modifican) a través del tiempo, se dice que el sistema está en *Equilibrio Termodinámico*.

Entre las variables termodinámicas (*macroscópicas*) mencionamos la *temperatura*, de la cual todos tenemos una idea intuitiva. El sentido del tacto es la forma más sencilla de distinguir los cuerpos más “calientes” de los más cuerpos “fríos”. Este es un procedimiento muy “subjetivo” y de esta manera no se puede determinar la temperatura de un cuerpo y no es muy útil para fines científicos y académicos. Un experimento sencillo, sugerido en 1690 por John Locke, muestra la indefinición de este método: una persona introduce sus manos, una en agua fría y la otra en agua caliente, luego coloca ambas manos en agua en condiciones intermedias (tibia), esta aparecerá más caliente para la primera mano y más fría para la segunda. El juicio acerca de la temperatura puede estar muy equivocado. Además, los límites dentro de los cuales nuestro sentido de temperatura puede utilizarse, son limitados. Para fines científicos o académicos necesitamos una medida de temperatura que sea *objetiva*, numérica (que permita cuantificarla).

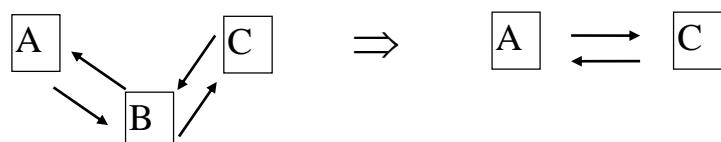
Cuando se ponen en contacto dos cuerpos, que tienen temperaturas distintas, ocurre un *flujo de “energía” del más caliente al más frío* hasta que se equilibran las **temperaturas**; se dice entonces que los cuerpos están en *equilibrio térmico*.

Definición: La temperatura es la propiedad (variable termodinámica) de un sistema que determina si el mismo está en equilibrio térmico (o no) con otro/s sistema/s. Esta definición corresponde a una descripción macroscópica del sistema.

Principio o Ley Cero de la Termodinámica:

Enunciado: Dos sistemas en equilibrio térmico con un tercero están en equilibrio térmico entre sí.

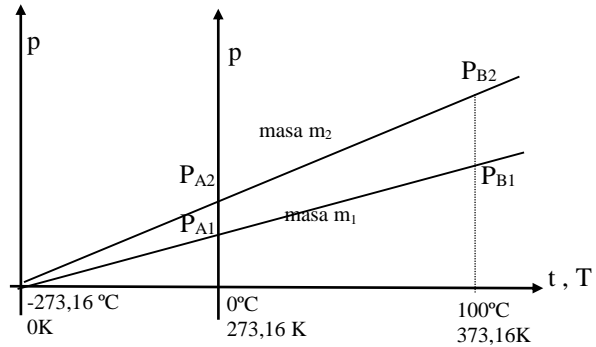
Gráficamente se podría indicar:



El Principio Cero de la Termodinámica define una variable de estado (del sistema) llamada temperatura.

Como la *temperatura* es una magnitud de la cual no se puede aislar una porción para utilizar como patrón (como ocurre con la longitud o la masa), se debe recurrir a alguna propiedad de los cuerpos que varíe con ella. Esta propiedad recibe el nombre de *propiedad termométrica*. Como ejemplo se mencionan: la longitud de una varilla o de una columna líquida, el volumen de un gas encerrado en un recipiente a presión constante, la presión de un gas encerrado en un recipiente de volumen constante, la resistencia eléctrica de un conductor, etc. Estas características son aprovechadas para construir *dispositivos* que permiten “medir” la *temperatura*; llamados *termómetros*.

La temperatura t medida será función de la *propiedad termométrica usada* (x): $t = t(x)$ y de alguna referencia adoptada. Especialmente convienen aquellas propiedades que son funciones lineales (*proporcionales*) de la temperatura. El gráfico (p, T) muestra el cambio de presión (de un gas encerrado a volumen constante) en función de la **temperatura absoluta T en K (kelvin)**



Utilizando diferentes propiedades termométricas, se puede obtener (experimentalmente) las siguientes relaciones:

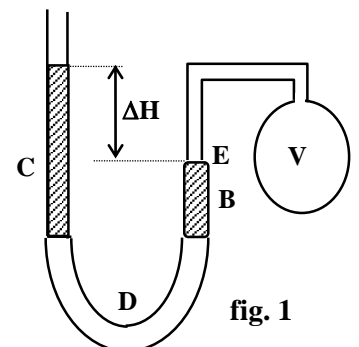
- a) con volumen a presión constante $T_V = (273,16 \text{ K}) V / V_A$
- b) con la longitud de una columna líquida $T_L = (273,16 \text{ K}) L / L_A$
- c) con la resistencia eléctrica $T_R = (273,16 \text{ K}) R / R_A$
- d) con presión a volumen constante $T_p = (273,16 \text{ K}) p / p_A$

Termómetros

Definición: *Un termómetro es un dispositivo construido con una propiedad medible (propiedad termométrica) que varía en determinada forma con la temperatura.*

Se describirán a continuación algunos termómetros:

I) de gas a volumen constante: El esquema de este termómetro se indica en la **fig.1**. Un recipiente V contiene gas (generalmente helio) y, mediante un tubo, conecta con la columna de mercurio B. Para efectuar una medición se coloca el recipiente V en contacto con el sistema cuya temperatura se quiere medir, hasta conseguir el equilibrio térmico. Una vez conseguido éste, se mantiene constante el volumen subiendo o bajando el tubo C, movimiento posible por el tramo de tubo flexible D, hasta que la columna de mercurio enrase nuevamente en el punto E. La presión del gas será en este caso :

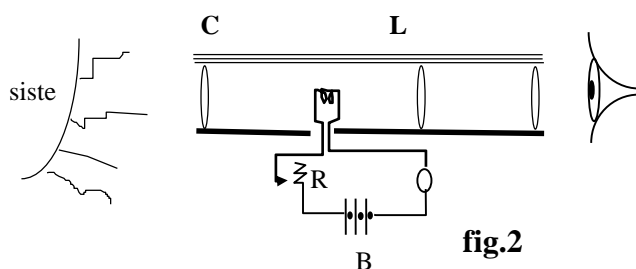


$$p = p_{at} + \delta_{Hg} g \Delta h \quad \text{conocida } p, \text{ se obtiene la temperatura.}$$

II) de columna líquida: Consta de un depósito, o bulbo que contiene una cierta masa de líquido (generalmente alcohol o mercurio); y de un tubo capilar por el que se produce la dilatación. Cuando aumenta la temperatura del bulbo, se dilatan tanto el líquido como el vidrio que forma el bulbo. Si la dilatación de ambos fuera similar no variaría el nivel del líquido, pero no es así y puede medirse la temperatura sobre una escala graduada en el tubo. A este tipo pertenece el conocido termómetro clínico.

III) Termocupla o par termoeléctrico: Aprovecha la propiedad que tiene una soldadura de dos metales distintos, que al variar su temperatura se origina una débil corriente de electrones (corriente eléctrica). Esta corriente puede detectarse con un amperímetro. El aparato está formado por dos barras de metales distintos m_1 y m_2 , soldadas en un extremo, mientras los otros extremos se mantienen en un baño a temperatura constante. Estos extremos libres están conectados al aparato de medición de intensidad eléctrica (amperímetro).

IV) Pirómetro óptico: tiene como ventaja que no necesita ponerse en contacto con el sistema cuya temperatura se desea conocer, con lo cual se pueden medir valores por encima de los puntos de fusión de los materiales del termómetro.



Una lámpara L se intercala en un sistema óptico formado por dos lentes C y D, y un filtro F. La lámpara está conectada a un circuito eléctrico formado por una batería B, un amperímetro A y una resistencia eléctrica variable o reóstato R. El antejo se dirige hacia el sistema cuya temperatura se quiere medir. Se observará el sistema, y el filamento de la

lámpara recortándose sobre el mismo. Variando la intensidad de la corriente mediante el reóstato se consigue que el filamento deje de ser visible, confundándose con el fondo. El instrumento debe ser previamente tarado con materiales a temperaturas conocidas, y así puede relacionarse la lectura del amperímetro con la temperatura medida. El filtro evita efectos nocivos de la radiación sobre el ojo del observador.

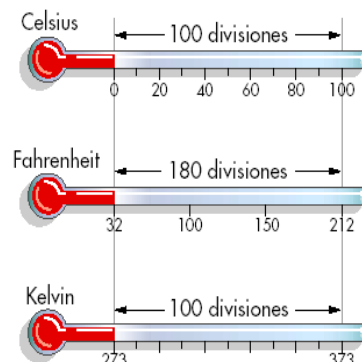
Escalas Termométricas y sus relaciones.

Para obtener una escala termométrica se deben adoptar: a) una sustancia de prueba; b) puntos fijos de temperatura como característicos de esa sustancia de prueba y c) una propiedad termométrica.

Anders Celsius (1701-1744) inventó una escala termométrica (utilizada en la mayoría de los países, salvo en los países sajones) en la que usó:

- a) como sustancia de prueba: agua;
- b) como puntos fijos: las temperaturas de fusión (coexistencia de la fase sólida y líquida) y ebullición (coexistencia de la fase líquida y gaseosa) de esa sustancia; a presión atmosférica normal;
- c) como propiedad termométrica: el cambio de longitud L de una columna de mercurio encerrada en tubo de vidrio capilar.

Celsius sabía que, mientras una sustancia cambia de fase (cambio de estado de agregación), su temperatura permanece constante (durante todo el proceso de cambio de fase). Entonces, preparó una mezcla de agua (líquida) y hielo (agua sólida) y la puso en contacto con la varilla con mercurio. Cuando la longitud del mercurio no varía es porque la mezcla de hielo y agua líquida está a temperatura constante (*temperatura de fusión*) y habrá equilibrio térmico entre agua-hielo-mercurio. En estas condiciones, Celsius le asignó el **0 (cero)**. Luego obtuvo una mezcla de agua líquida y vapor de agua (agua en fase gaseosa) y colocó el sistema en contacto con la columna de mercurio. Cuando la columna de mercurio no cambia su longitud, significa que la mezcla agua-vapor está a temperatura constante (*temperatura de ebullición*) y habrá equilibrio térmico entre agua-vapor-mercurio. En estas condiciones, Celsius le asignó el **100 (cien)**. Entre ambas marcas, 0 y 100, Celsius dividió la columna en 100 partes iguales y a cada división la llamó 1°C y por esto la escala se llama **escala Celsius o Centígrada**.



En los países anglosajones se utiliza una escala diferente de temperatura, la escala Fahrenheit, debida al desarrollo (muy diferente al de Celsius) realizado por Daniel Fahrenheit (1686-1736). Este asignó el valor **0 (cero)** de su escala a la temperatura de una mezcla de hielo, agua y cloruro de amonio (mezcla frigorífica) y le dió el valor de **96 (noventa y seis)** a la temperatura del cuerpo humano. Si con un termómetro graduado en esta escala se miden los puntos fijos usados por Celsius, obtenemos para el agua en fusión una temperatura de **32°F** y para el agua en ebullición una temperatura de **212°F**. Se puede corroborar que las divisiones de la escala Fahrenheit son diferentes a las de la escala Celsius (unidades), entre estas dos medidas, la escala Celsius tiene 100 divisiones y la escala Fahrenheit 180. Entonces:

$$0^{\circ}\text{C} = 32^{\circ}\text{F} \quad \text{y} \quad 100^{\circ}\text{C} = 212^{\circ}\text{F}$$

Ya hemos mostrado que para una escala absoluta, como la escala Kelvin (William Thomson, 1824-1907, más conocido por su título Lord Kelvin), tenemos que el 0 absoluto (0 K) equivale a -273°C y corroboramos que:

$$0^{\circ}\text{C} = 273 \text{ K} \quad \text{y} \quad 100^{\circ}\text{C} = 373 \text{ K}$$

Nota: aclaremos que no se dice “grado kelvin”, solo “kelvin (K)”.

En el SI, la temperatura es una de las magnitudes fundamentales. y el kelvin (K) es la unidad física fundamental.

Definición: Un kelvin (K) es la temperatura correspondiente a la fracción $1/273,16$ de la temperatura del punto triple del agua. El **punto triple** es aquel en el cual coexisten en equilibrio la fase sólida, la fase líquida y la fase gaseosa de una sustancia. Se define con respecto a una temperatura y una presión de vapor. La temperatura del **punto triple del agua**, es de 273,16 K (0,01 °C) y a una presión de 611,73 Pa. **Nueva definición (2019):** El kelvin (K) es la unidad de temperatura termodinámica que se establece mediante la fijación del valor de la constante de Boltzmann, que es exactamente igual a $1,38065 \cdot 10^{-23} \text{ s}^{-2} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{K}^{-1}$ (que se puede expresar como $\text{J} \cdot \text{K}^{-1}$).

Tomemos tres termómetros idénticos, graduados en cada una de las tres escalas, sumergidos en un mismo baño a la misma temperatura. ¿Qué se leerá en cada uno? (**fig.3**).

En primer lugar, relacionaremos las unidades de cada escala. Para ello compararemos los tramos de escala entre los puntos de fusión del hielo y de ebullición del agua.

$$373 \text{ K} - 273^{\circ}\text{K} = 100^{\circ}\text{C} - 0^{\circ}\text{C} = 212^{\circ}\text{F} - 32^{\circ}\text{F}$$

$$100 \text{ K} = 100^{\circ}\text{C} = 180^{\circ}\text{F}$$

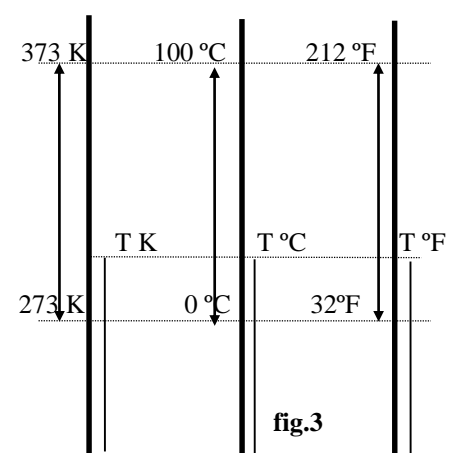
$$1 \text{ K} = 1^{\circ}\text{C} = 9/5^{\circ}\text{F}$$

Lo que comparamos es una **diferencia de temperaturas** (o tramo de la escala) y no las temperaturas. 100 divisiones de escala centígrada son equivalentes a 100 divisiones de la escala Kelvin y a 180 divisiones de Fahrenheit, pero, una temperatura de 100 K no equivale a una de 100 °C.

Veamos ahora la equivalencia de las temperaturas. Para ello relacionaremos segmentos de escala, con las siguientes fracciones:

$$\frac{t\text{K} - 273\text{K}}{373\text{K} - 273\text{K}} = \frac{t^{\circ}\text{C} - 0^{\circ}\text{C}}{100^{\circ}\text{C} - 0^{\circ}\text{C}} = \frac{t^{\circ}\text{F} - 32^{\circ}\text{F}}{212^{\circ}\text{F} - 32^{\circ}\text{F}}$$

o bien:



$$\frac{tK - 273K}{100K} = \frac{t^{\circ}C}{100^{\circ}C} = \frac{t^{\circ}F - 32^{\circ}F}{180^{\circ}F} \quad (1)$$

De esta igualdad entre los términos primero y segundo, despejando, obtenemos:

$$tK = t^{\circ}C \frac{K}{^{\circ}C} + 273 K \quad \Rightarrow \quad t^{\circ}C = (tK - 273 K) \frac{^{\circ}C}{K}$$

Y de la misma igualdad entre los términos segundo y tercero operando resulta:

$$t^{\circ}C = (t^{\circ}F - 32^{\circ}F) \cdot \frac{100^{\circ}C}{180^{\circ}F} \quad \Rightarrow \quad t^{\circ}F = t^{\circ}C \cdot \frac{180^{\circ}F}{100^{\circ}C} + 32^{\circ}F$$

Quedando:

$$t^{\circ}C = (t^{\circ}F - 32^{\circ}F) \cdot \frac{5^{\circ}C}{9^{\circ}F} \quad \Rightarrow \quad t^{\circ}F = t^{\circ}C \frac{9^{\circ}F}{5^{\circ}C} + 32^{\circ}F$$

IV. 4. Calor. Unidades. Equivalente Mecánico del Calor. Caloría

Calor

Cuando se ponen en contacto dos cuerpos con distinta temperatura cada uno de ellos, se produce un *flujo de energía* desde el *más caliente al más frío* (proceso espontáneo). Esa energía en tránsito se denomina *calor*.

Definición: *Calor es una forma de energía en tránsito, entre dos sistemas, debido exclusivamente a la diferencia de temperatura entre ellos.*

Antiguamente se creía que el calor era un fluido que se liberaba de la materia cuando ésta se quemaba o se dividía muy finamente (teoría del *calórico*). Hacia comienzos del siglo XIX, un inglés, el Conde de Rumford (Benjamín Thompson, 1753-1814) era encargado de una fábrica de cañones en Baviera. Los cañones se construían taladrando el conducto de un bloque cilíndrico de bronce macizo y para evitar el calentamiento excesivo de la mecha del taladro, se mantenía sumergida en agua. Como el agua hervía, debía reponerse constantemente, por lo que se pensaba que, para hervir el agua, ésta debía recibir *calórico* que debía provenir del material que se taladraba. Pero Rumford observó que el agua refrigerante *continuaba hirviendo* aun cuando la herramienta estaba tan desafilada que ya no cortaba. O sea que la herramienta desafilada aparecía como un proveedor inextinguible de *calórico*, mientras se realizaba el trabajo de mover la herramienta.

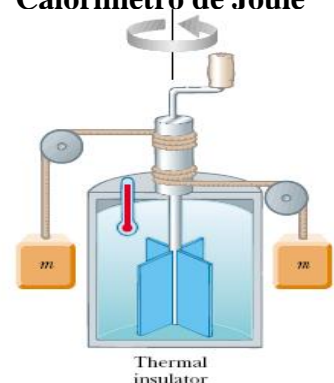
Aparentemente dos magnitudes *no obedecían al principio de conservación*: se gastaba *trabajo* (la energía mecánica no se conservaba) y se producía *calórico* de la nada.

Benjamín Thompson vio la oportunidad de eliminar simultáneamente estos dos casos de no conservación y ampliar el principio de conservación tal como era entendido entonces, enunciando que lo que se había interpretado hasta ese momento como “materia”, el “*fluido calórico*”, no era otra cosa que una *forma de manifestación de energía*. Para corroborar esta afirmación hizo una serie de mediciones; pero las condiciones en que las hizo no permitieron obtener resultados precisos.

Equivalente Mecánico del Calor

Recién en 1843, otro inglés, *James Prescott Joule (1818-1889)*, perfeccionó un aparato, posteriormente denominado *calorímetro de Joule*. Está compuesto por un recipiente de paredes que no permite la transferencia de calor (pared adiabática), que contiene agua. Dentro de él se ubica un agitador formado por un eje y una serie de paletas adosadas. El agitador puede girar por la acción de un par de masas (*m*) que, al caer atadas de una cuerda, mueve un carrete ubicado en el

Calorímetro de Joule



extremo del agitador. Un termómetro se coloca en contacto con el sistema (agua). El agua constituye un *sistema cerrado*. Joule realizó un experimento que puede describirse como sigue:

Al caer ambas masas, aparece una fuerza no conservativa que realiza trabajo provocando un cambio en la energía mecánica de las masas:

$$\Delta E = W_{FNC}$$

Por otra parte, la caída de las masas provoca un giro de las paletas que hacen agitar el agua (sistema) y Joule observó un cambio en el termómetro (aumento de la longitud de la columna de mercurio), entendiéndolo que se produjo un aumento en la energía interna del agua (sistema). Por lo tanto: *la variación de la energía mecánica de las masas coincide con el aumento de la energía interna del agua (corroborado al aumentar su temperatura):*

$$\Delta E = \Delta I_{\text{agua}}$$

Si la misma masa de agua (sistema) se colocara en contacto con una fuente de calor (por ejemplo, un mechero) y se podría observar la misma variación de temperatura (aumento de la longitud de la columna de mercurio), entenderíamos que se produjo un aumento en la energía interna del agua (sistema). Como el agua (sistema) y la llama del mechero están a diferente temperatura, según la definición, calor es la energía en tránsito entre el mechero y el agua. Por lo tanto: *el calor (energía en tránsito desde la fuente al agua) coincide con el aumento de la energía interna del agua (corroborado al aumentar su temperatura):*

$$Q = \Delta I_{\text{agua}}$$

Analizando los dos procedimientos entendemos que; en ambos casos aumentó la energía interna del agua (porque aumentó la variable de estado temperatura) solo que esto ocurrió con **dos procesos diferentes de intercambiar energía**: en el primer caso fue el **trabajo** de la fuerza no conservativa al caer las masas y, en el segundo caso fue el **calor** cedido por una fuente al sistema.

Experimentalmente se puede concluir que: *si el trabajo que realiza la fuerza no conservativa (al caer las masas) es de 4,186 J; entonces la temperatura de una masa de agua de 1 g aumenta en 1°C.*

Caloría

Si bien, la energía (y el trabajo) en el SI se expresa en J (joule), es conveniente definir una nueva unidad de energía para aquellos procesos en los que interviene el calor como energía en tránsito. Esta nueva unidad se denomina **caloría (cal)**.

Definición: una caloría es el calor que debe “entregarse” a una masa de 1 g de agua para que su temperatura aumente en 1°C, desde 14,5°C a 15,5°C.

Se especifica desde 14,5 °C a 15,5 °C porque no es la misma cantidad de calor la necesaria para calentar un gramo de agua, en 1 °C, en otros puntos de la escala. Así, de 0 °C a 1 °C se requieren 1,008 calorías, y de 40 °C a 41 °C se requieren 0,997 calorías. *A los fines prácticos, sin embargo, se puede suponer que los valores son de 1 cal para un $\Delta t = 1^\circ\text{C}$ en cualquier parte de la escala mientras el agua esté en estado líquido.*

De la experiencia de Joule, descrita anteriormente, se establece la relación entre trabajo y calor conocida como **equivalente mecánico del calor**:

$$1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J} \quad \text{o bien} \quad 1 \text{ J} = 0,24 \text{ cal}$$

Notas: 1) La teoría del calórico, segunda mitad del siglo XVIII, explicaba al calor como un fluido que impregnaba la materia. El calor se entendía como sustancia (no como forma de energía), prueba de esto, son las expresiones tan usadas como: “tengo calor...”, “el calor que tiene un cuerpo...”, etc; que no pueden sostenerse con la definición de calor establecida.

2) Siempre que se exprese “calor entregado o cedido” o “calor absorbido” se debe entender como una simplificación del lenguaje, esto es, un sistema *cede energía* y otro sistema *absorbe energía* y **calor** es el nombre de la energía con que se *transfiere*. No debe entenderse que el sistema que cede

energía pierde calor porque el calor no se almacena, ni el que absorbe energía gana calor porque no se acumula.

IV. 5. Capacidad Calorífica. Calor Específico

Capacidad Calorífica

Cuando se entrega una cierta cantidad de calor Q a un sistema, se obtiene un incremento Δt de su temperatura. Y si el sistema cede una cierta cantidad de calor Q , se obtiene una disminución de la temperatura del mismo.

Definición: Se llama capacidad calorífica (C) al cociente entre la cantidad de calor (absorbida o cedida) por una sustancia y la variación de temperatura (aumento o disminución) de la sustancia. También puede definirse como la cantidad de calor (absorbida o cedida) por unidad de cambio de temperatura.

$$C = \frac{Q}{\Delta t}$$

La capacidad calorífica es no negativa, entonces:

Si $\Delta t > 0$ tendremos que $Q > 0$, el sistema absorbe calor

Si $\Delta t < 0$ tendremos que $Q < 0$, el sistema cede calor.

Unidad de C en el SI:

$$[C] = \frac{[Q]}{[\Delta t]} = \frac{J}{K}$$

Otras unidades muy usadas son: $\frac{cal}{^{\circ}C}$; $\frac{kcal}{^{\circ}C}$

Se debe tener en cuenta que $1 \text{ kcal} = 1000 \text{ cal}$ y que la variación de temperatura en escala Kelvin coincide con la variación de temperatura en la escala Celsius.

$$[\Delta t] = ^{\circ}C = K$$

La capacidad calorífica es diferente para distintos cuerpos, aun cuando sean *del mismo material*. O sea que la capacidad calorífica *depende de la masa del cuerpo*.

Calor Específico o Capacidad Calorífica Específica

Conviene tener un valor que sea *independiente de la masa del cuerpo*; y sea *característica de la sustancia*, por eso se define como *capacidad calorífica específica* o simplemente *calor específico* (c).

Definición: calor específico es la cantidad de calor (Q) (absorbida o cedida) por una sustancia por unidad de masa (m) y por unidad de cambio de temperatura, de la sustancia.

$$c = \frac{Q}{m \cdot \Delta t}$$

Y las unidades resultan, para el SI:

$$[c] = \frac{J}{kg \cdot K} \quad \text{o también: } [c] = \frac{cal}{g \cdot ^\circ C}$$

Para el caso del agua, su calor específico es:

$$c_{agua} = 1 \frac{cal}{g \cdot ^\circ C} = 4186 \frac{J}{kg \cdot K}$$

El agua (en fase líquida) es una de las sustancias de mayor calor específico, lo que la hace importante regulador térmico y acumulador de energía. En general, la *temperatura del suelo* y *del aire* está muy relacionada con la *humedad* de los mismos.

Sustancia	cal/g °C	J/kg °C
Agua	1.00	4200
Hielo	0.50	2100
Vapor	0.48	2016
Hierro	0.113	475
Cobre	0.093	391
Aluminio	0.217	911
Plata	0.056	235
Vidrio	0.199	836
Mercurio	0.033	139
Plomo	0.031	130

Si queremos saber la cantidad de calor que el sistema (sustancia) debe intercambiar para que su temperatura cambie de t_1 a t_2 ; tenemos que:

$$Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1)$$

Si $t_2 > t_1$, entonces $Q > 0$, significa que el sistema “*absorbió*” calor.

Si $t_2 < t_1$, entonces $Q < 0$, significa que el sistema “*cedió*” calor.

Esta expresión es válida mientras la sustancia *no cambie de fase* al pasar de la temperatura inicial t_1 a la final t_2 .

Nota: el calor específico de una sustancia depende tanto de la naturaleza del sistema, como del proceso particular que el sistema experimenta. El calor específico en un proceso durante el cual el sistema se somete a una presión externa constante, se denomina *calor específico a presión constante* y se representa por c_p . Si el sistema se mantiene a volumen constante mientras se le suministra calor, el calor específico correspondiente se denomina *calor específico a volumen constante* y se representa por c_v . Debido a las grandes tensiones que se producen cuando se calienta un sólido o un líquido al que se le impide su expansión, las determinaciones experimentales de c_v en sólidos y líquidos son difíciles y por ello se mide generalmente la magnitud c_p (por lo que c es el *calor específico del sólido o del líquido, a presión constante*).

IV.6. Calor Latente. Calor de Combustión

Calor Latente

Describimos a continuación una experiencia realizada (a presión atmosférica normal) con una masa (m) de agua, inicialmente en fase sólida (hielo), a la que entregamos calor hasta obtener la misma masa (sistema cerrado) de agua pero en fase gaseosa (vapor de agua). Extraemos la masa (m) de hielo de un refrigerador a una temperatura de -10°C , se lo tritura rápidamente y se lo coloca en un recipiente en contacto con una fuente de calor de potencia constante (entrega idénticas cantidades de calor en los mismos intervalos de tiempo). Con un termómetro dentro del recipiente registramos la *variación de temperatura* (t). Durante la experiencia se debe agitar la masa para garantizar uniformidad (la temperatura es la misma en todo el volumen del sistema).

Observamos que la temperatura crece en forma proporcional al tiempo, o sea proporcional al calor, ya que la potencia es constante, hasta que el sistema alcanza 0°C . A partir de ese momento, el hielo comienza a fundirse y se observa que la temperatura se mantiene en 0°C (tramo **a-b** en la **fig.4**) mientras en el sistema *coexisten hielo y agua líquida*. Cuando todo el hielo se ha fundido (**b**), la temperatura del sistema (agua líquida) comienza de nuevo a ascender proporcionalmente al tiempo, hasta llegar a los 100°C (**c**). Aquí nuevamente la temperatura se mantiene constante (tramo **c-d**), coexistiendo *agua líquida-vapor*, hasta que se evapora toda el agua. Si se recoge el vapor, y se sigue calentando, la variación de temperatura será otra vez, proporcional al tiempo transcurrido. Veamos de esta experiencia:

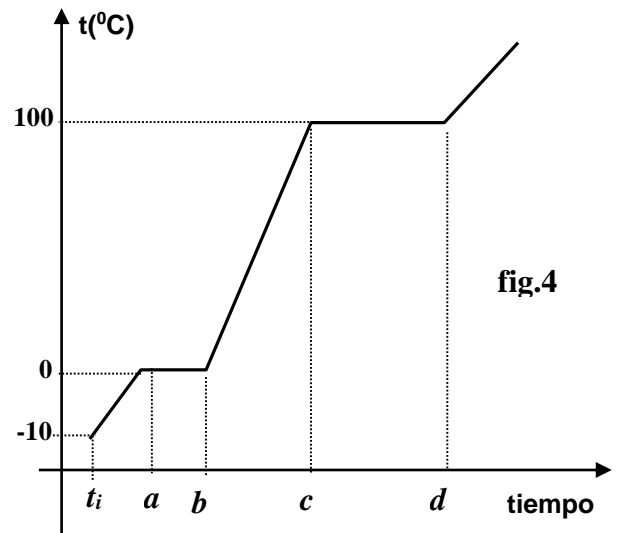


fig.4

- La *temperatura constante* durante el cambio de fase **sólida a líquida** se llama **temperatura del punto de fusión**; y es *característica para cada sustancia* (cantidad intensiva). Para el caso del agua la temperatura del punto de fusión es $0^{\circ}\text{C} = 273\text{ K} = 32^{\circ}\text{F}$ (a presión atmosférica normal).
- La *temperatura constante* durante el cambio de fase **líquida a gaseosa** se llama **temperatura del punto de ebullición**; y es *característica para cada sustancia* (cantidad intensiva). Para el caso del agua la temperatura del punto de ebullición es $100^{\circ}\text{C} = 373\text{ K} = 212^{\circ}\text{F}$ (a presión atmosférica normal).

Si el experimento relatado se realiza a la inversa, es decir: se parte de una masa (m) de vapor de agua y se le *quita* calor:

- La *temperatura constante* durante el cambio de fase **gas a líquida** se llama **temperatura del punto de condensación**; y es *característica para cada sustancia* (cantidad intensiva). La temperatura del punto de condensación coincide con la del punto de ebullición. Para el caso del agua $100^{\circ}\text{C} = 373\text{ K} = 212^{\circ}\text{F}$ (a presión atmosférica normal).
- La *temperatura constante* durante el cambio de fase **líquida a sólida** se llama **temperatura del punto de solidificación**; y es *característica para cada sustancia* (cantidad intensiva). La temperatura del punto de solidificación coincide con la del punto de fusión. Para el caso del agua $0^{\circ}\text{C} = 273\text{ K} = 32^{\circ}\text{F}$ (a presión atmosférica normal).

Las temperaturas mencionadas dependen de la presión atmosférica existente durante los cambios de fase. Si la presión atmosférica es menor que la normal, como sucede en lugares a gran altura (montañas), la temperatura del punto de fusión-solidificación *aumenta*, y la temperatura del punto de ebullición-condensación *disminuye* (en este caso el agua hierve a menos de 100°C).

Definición: Se define **Calor Latente (L)** de una sustancia a la cantidad de calor que se debe entregar (o extraer), a la temperatura de cambio de fase, por unidad de masa de sustancia para que se produzca el cambio de fase. El calor latente es característico de cada sustancia y depende de la presión a la que se produce el cambio de fase.

$$L = \frac{Q}{m}$$

Unidades en el SI: $[L] = \frac{[Q]}{[m]} = \frac{J}{kg}$ también es válida: $[L] = \frac{[Q]}{[m]} = \frac{cal}{g}$

Calores Latentes en distintos cambios de fase

En virtud de los posibles cambios de fase podemos definir:

Sustancia	Punto de fusión (°C)	L_f		Punto de ebullición (°C)	L_v	
		kJ/kg	kcal/kg		kJ/kg	kcal/kg
Etanol	-114	104	24.9	78.3	854	204
Amoníaco	-75	332	79.3	-33.4	1370	327
Mercurio	-38.9	11.8	2.82	357	272	65.0
Agua	0.00	334	79.8	100.0	2256	539
Azufre	119	38.1	9.10	444.6	326	77.9
Piomo	327	24.5	5.85	1750	871	208
Antimonio	631	165	39.4	1440	561	134
Aluminio	660	380	90	2450	11400	2720
Plata	961	88.3	21.1	2193	2336	558
Oro	1063	64.5	15.4	2660	1578	377
Cobre	1083	134	32.0	2595	5069	1211
Uranio	1133	84	20	3900	1900	454
Tungsteno	3410	184	44	5900	4810	1150

- **calor latente de fusión L_f** : es la cantidad de calor que se debe entregar, a la temperatura del punto de fusión, por unidad de masa de sustancia para que pase (totalmente) de la fase sólida a líquida;

- **calor latente de vaporización L_v** : es la cantidad de calor que se debe entregar, a la temperatura del punto de ebullición, por unidad de masa de sustancia para que pase (totalmente) de la fase líquida a gaseosa;

- **calor latente de condensación L_c** : es la cantidad de calor que se debe extraer, a la temperatura del punto de condensación, por unidad de masa de sustancia para que pase (totalmente) de la fase gaseosa a líquida;

- **calor latente de solidificación L_s** : es la cantidad de calor que se debe extraer, a la temperatura del punto de solidificación, por unidad de masa de sustancia para que pase (totalmente) de la fase líquida a sólida.

Para el **agua**, a presión atmosférica normal, los valores de estos calores latentes son:

$$L_f = L_s = 80 \text{ cal/g} = 334000 \text{ J/kg} \quad ; \quad L_v = L_c = 540 \text{ cal/g} = 2260000 \text{ J/kg}$$

En la tabla precedente se muestran los calores latentes y temperaturas de cambio de fase para algunas sustancias.

Calor de Combustión

Algunas sustancias se denominan combustibles porque, en determinadas condiciones, liberan calor al quemarse totalmente.

Definición: *Calor de Combustión C_c es la cantidad de calor que libera por una unidad de masa de sustancia, cuando ésta se quema completamente; a veces se lo expresa por unidad de volumen.*

$$C_c = \frac{Q}{m}$$

Ejemplos: para el carbón: $C_c = 6000$ a 7000 cal/g ;

para el gas natural: $C_c = 9000$ a 20000 kcal/m^3

IV. 7. Equilibrio Térmico. Calorimetría. Ley de la Calorimetría

Calorimetría

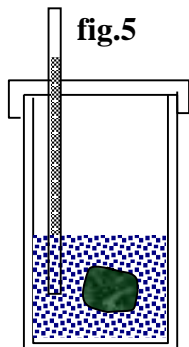
Se denomina **calorimetría** a la medición del *calor*. Los aparatos que miden el calor que se intercambia en un proceso cualquiera se denominan **calorímetros** y se basan en el principio de conservación de la energía. Uno de los más comunes es el utilizado para determinar el calor específico

de un material cualquiera. Es un recipiente de masa conocida, aislado del medio ambiente, y con un termómetro que permite medir la variación de la temperatura (**fig.5**).

Ley de la Calorimetría y Equilibrio Térmico

Ley de la Calorimetría: Si tenemos varios cuerpos conformando un sistema aislado, inicialmente a diferentes temperaturas, espontáneamente evolucionarán hacia un estado de equilibrio térmico, en el que todos los cuerpos tendrán la misma temperatura. En ese instante la suma de los calores intercambiados de todos los cuerpos será cero.

No es más que el Principio de Conservación de la Energía.



$$\sum_1^n Q_i = 0$$

Queremos determinar el *calor específico de un material* (c_x) cualquiera. Para ello se calienta una masa de ese material (m_x) a una temperatura t_1 conocida, y se lo introduce dentro del calorímetro que contiene agua a una temperatura t_2 (el agua y el calorímetro están en equilibrio térmico), también conocida. Habrá una *transferencia de calor* desde la sustancia más caliente (el material cuya masa es m_x) a la más fría (el agua y el calorímetro), hasta que se llega a un estado de equilibrio térmico del conjunto a una temperatura t_3 .

Estimamos que la masa del termómetro es despreciable respecto del conjunto calorímetro-agua-material.

Los datos son:

- t_1 temperatura inicial del cuerpo;
- t_2 temperatura inicial del agua y del recipiente (calorímetro);
- t_3 temperatura final del conjunto;
- m_c masa del calorímetro;
- c_c calor específico del material del calorímetro;
- m_{ag} masa de agua en el calorímetro;
- c_{ag} calor específico del agua;
- m_x masa del cuerpo introducido;
- c_x calor específico del cuerpo, a determinar.

Una vez que se llega al estado de equilibrio térmico (temperatura t_3) podemos plantear todos **los calores intercambiados** por los cuerpos que componen el sistema. Agua y calorímetro inicialmente a la temperatura t_2 y el cuerpo introducido en el calorímetro a la temperatura t_1 .

El sistema estará en **equilibrio térmico** a una temperatura t_3 , tal que $t_1 > t_3 > t_2$

Calor intercambiado por la masa m_x $Q_x = m_x \cdot c_x \cdot (t_3 - t_1) < 0$

Calor intercambiado por el agua $Q_{ag} = m_{aa} \cdot c_{ag} \cdot (t_3 - t_2) > 0$

Calor intercambiado por el calorímetro $Q_c = m_c \cdot c_c \cdot (t_3 - t_2) > 0$

Sumando todos los calores intercambiados e igualando a cero:

$$Q_x + Q_{ag} + Q_c = m_x \cdot c_x \cdot (t_3 - t_1) + m_{aa} \cdot c_{ag} \cdot (t_3 - t_2) + m_c \cdot c_c \cdot (t_3 - t_2) = 0$$

$$\Rightarrow m_x \cdot c_x \cdot (t_1 - t_3) = m_{aa} \cdot c_{ag} \cdot (t_3 - t_2) + m_c \cdot c_c \cdot (t_3 - t_2)$$

Despejando de esta expresión obtenemos c_x :

$$c_x = \frac{(m_{ag} \cdot c_{ag} + m_c \cdot c_c) \cdot (t_3 - t_2)}{m_x \cdot (t_1 - t_3)}$$

Mediante procedimientos esencialmente similares, pero operativamente mucho más complicados, se determinan los calores de combustión o la energía liberada en los procesos de oxidación de los sistemas biológicos.

IV. 8. Sistema Termodinámico. Propiedades y Procesos

Sistema Termodinámico

Al comenzar esta unidad mencionamos los *sistemas termodinámicos* definiéndolos como: *porción de materia (objeto de estudio) que, mediante un límite o frontera o borde, real o ideal, se separa del ambiente (o del resto del universo) para su estudio (fig.6).*

También dijimos que este sistema puede *intercambiar materia y/o energía* con el medio ambiente, a través de la *frontera (o borde)*. Las maneras de este intercambio de energía son “*formas de energía en tránsito*”; a saber:

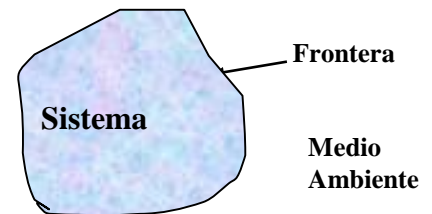


fig. 6

a) **Trabajo W** , como la energía que se “intercambia” entre el medio y el sistema; por la acción de una *fuerza que provoca un desplazamiento*;

b) **Calor Q** , como la energía que se “intercambia” entre el medio y el sistema; debido a la *diferencia de temperatura entre ellos*.

Existe una tercera forma de “energía en tránsito” como intercambio de energía entre el sistema y el medio, llamado Radiación (R). Esta forma de energía será tratada en el **Capítulo 7**, razón por la cual por ahora solo consideramos los intercambios de energía en forma de **calor y trabajo**.

Clasificación de sistema termodinámico:

- **Sistema abierto:** *intercambia materia* (el sistema varía su masa) $\Delta M \neq 0$; e *intercambia energía* en forma de: calor $Q \neq 0$ y de trabajo $W \neq 0$.
- **Sistema cerrado:** *no intercambia materia* (el sistema no varía su masa) $\Delta M = 0$; e *intercambia energía* en forma de: calor $Q \neq 0$ y de trabajo $W \neq 0$.
- **Sistema aislado:** *no intercambia materia* (el sistema no varía su masa) $\Delta M = 0$; y *no intercambia energía* en forma de: calor $Q = 0$ y de trabajo $W = 0$.

También podemos establecer una clasificación de las **paredes (borde o frontera)** que separan el sistema del medio ambiente. El tipo de *pared* (borde) determina los posibles intercambios de materia y energías. Tenemos **pared**:

- **impermeable:** **no permite** el intercambio de *materia* entre el sistema y el medio;
- **permeable:** **permite** el intercambio de *materia* ente el sistema y el medio;
- **rígida:** **no permite** el cambio de volumen del sistema, por lo que no permite el intercambio de *trabajo* entre el sistema y el medio;
- **móvil:** **permite** el cambio de volumen del sistema, por lo que permite el intercambio de *trabajo* entre el sistema y el medio;
- **adiabática:** **no permite** el intercambio de *calor* entre el sistema y el medio
- **diaterma:** **permite** el intercambio de *calor* entre el sistema y el medio.

Por ejemplo, puede considerarse (con buena aproximación) que las *paredes de un termo* son **rígida, impermeable y adiabática**; por lo que la sustancia/s que contenga puede considerarse un *sistema aislado*.

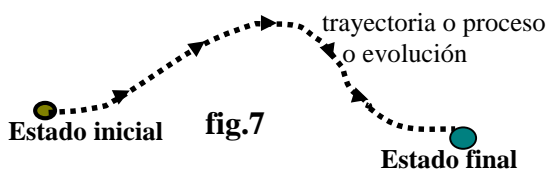
Propiedades y Procesos

Todo sistema *está caracterizado* por sus propiedades: presión, volumen, temperatura, densidad, viscosidad, tensión superficial, etc. Algunas de estas propiedades son **extensivas**, es decir que dependen de la masa considerada, como el volumen. Otras, en cambio, como la temperatura o la presión, no dependen de la masa y se denominan **intensivas**.

Cuando las propiedades del sistema se mantienen constantes, el sistema *está en equilibrio termodinámico*; pero cuando se modifican algunas o todas, se dice que el sistema está sometido a un **proceso** o una **evolución** o que **cambia de estado**. Por ejemplo, si se calienta un gas dentro de un recipiente cerrado (pared **impermeable, rígida y diaterma**) aumentan la presión y la temperatura, pero se mantienen constantes la masa y el volumen.

Los términos “proceso”, “transformación”, “evolución”, “trayectoria” se deben considerar como **sinónimos**.

En los procesos (o evoluciones) aparecen magnitudes, como el **calor** o el **trabajo**, que no caracterizan el estado del sistema. El **calor** y el **trabajo** son formas de **intercambio de energía** entre el sistema y el medio (a través de la pared). Por lo tanto, **el calor Q y el trabajo W dependen del proceso a la que se somete el sistema**.



Las magnitudes que *caracterizan el estado del sistema* (presión, volumen, temperatura) se las denomina **variables de estado**.

Durante cierto proceso, el sistema va pasando por estados que no son de equilibrio (pues las variables de estado van cambiando durante el proceso). Para que un

sistema cambie de estado pueden pensarse varios **procesos (trayectorias)** que lo lleven de un estado inicial a otro final. Esos procesos pasan por distintos *estados de no equilibrio* del sistema y eso complica el análisis de estos procesos.

Podemos elegir un proceso (**fig.7**) formado por una sucesión de estados de equilibrio, que se denomina **proceso cuasi-estático**, y que debe ser “infinitamente” lento.

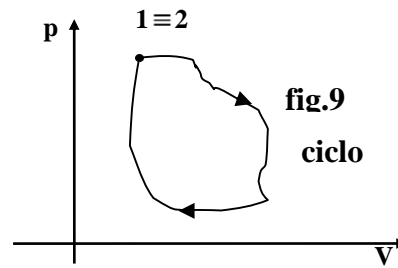
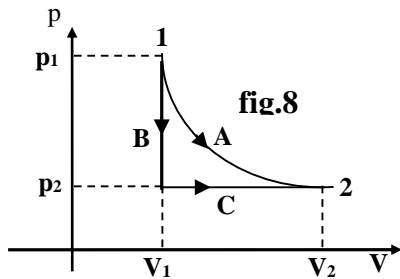
Definición: Se denomina **proceso reversible** a los procesos que hacen evolucionar a un sistema desde un estado de equilibrio inicial a otro nuevo estado de equilibrio final, pasando a través de infinitos estados de equilibrio termodinámico (proceso cuasi-estático).

Se puede decir que un proceso reversible es aquel que, después de llevar el sistema de un estado inicial a otro final, puede retomar sus propiedades iniciales (variables de estado iniciales), de manera como si no hubiese existido tal proceso. Estos *procesos reversibles* son procesos ideales, ya que el tiempo necesario para que se establezcan los infinitos estados de equilibrio intermedios, sería infinito. El cambio de las variables de estado del sistema, entre uno de esos estados de equilibrio y el sucesivo, es un *cambio infinitesimal*.

En caso contrario a esas condiciones el sistema cambia de estado mediante un **proceso irreversible**, que son los procesos reales que ocurren, en todos los procesos espontáneos en la Naturaleza. En el desarrollo de este capítulo y del próximo, trabajaremos con *procesos reversibles* que aproximan muy bien los fenómenos que estudiaremos.

El sistema puede pasar de un estado inicial a otro final siguiendo distintos procesos, tal como se indica en la **fig.8**. En este caso, pasa del estado 1 al estado 2 siguiendo el proceso A, donde se modifican la presión y el volumen; o siguiendo los procesos: B a volumen constante V_1 o C a presión constante p_2 . Los tres procesos (trayectorias) representados son **procesos reversibles**, pues la trayectoria dibujada es la que pasa por los infinitos sucesivos estados de equilibrio del sistema sometido a estos procesos.

Cuando el proceso se realiza de forma que el estado inicial del sistema coincide con su estado final, se dice que el proceso constituye un **ciclo (fig.9)**. La trayectoria indicada corresponde a un proceso reversible.



Los procesos pueden representarse utilizando el par de ejes coordenado. La representación más común es utilizando los ejes p-V (presión en función de volumen). El volumen V se representa en el eje de abscisas y la presión p se representa en el eje de ordenadas.

Los puntos indicados en las **fig. 8 y 9**, indican el *estado del sistema* (caracterizan el sistema) y cada uno de ellos puede representarse por una **terna de variables de estado** (p, V, T) *presión absoluta, volumen y temperatura absoluta*. Cada una de estas magnitudes con sus unidades correspondientes. En los **procesos reversibles** se producen los *intercambios de cantidades de calor y trabajo* entre el medio y el sistema (también con sus unidades correspondientes).

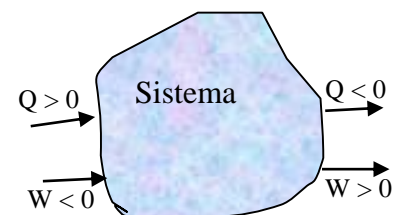
IV. 9. Primer Principio de la Termodinámica. Interpretación. Trabajo por cambio de volumen. Aplicaciones

Primer Principio de la Termodinámica

El *Primer Principio de la Termodinámica* es una generalización del principio de conservación de la energía (la energía no se crea ni se destruye; sólo se transforma) en los sistemas termodinámicos. Este principio establece que, para cambiar la *energía interna del sistema* (I), éste intercambia *trabajo* (W) y/o *calor* (Q) con el medio ambiente. También el primer principio de la termodinámica es una generalización del principio de conservación de la cantidad de materia.

Convenimos en establecer una **regla de signos** para indicar el sentido de los intercambios de energía entre el sistema y el medio ambiente: *calor* Q y *trabajo* W:

- La *cantidad de calor "intercambiada"* Q es **positiva** cuando el *sistema absorbe calor del medio*; y es **negativa** cuando el *sistema cede calor al medio*.
- La *cantidad de trabajo "intercambiada"* W es **positiva** cuando el *sistema hace trabajo sobre el medio* (trabajo de expansión); y es **negativa** cuando el *medio hace trabajo sobre el sistema* (trabajo de compresión).



En el caso que el sistema se encuentre en reposo ($v_{CM} = 0$) o que se mueva con MRU ($v_{CM} = cte$) y que no varíe su posición respecto de una referencia con cierta energía potencial; la variación de la energía cinética y de la energía potencial del centro de masa del sistema será *nula*. Esto es:

$$\Delta E_C = \Delta E_P = 0.$$

Por lo tanto, tomando estas consideraciones para los casos que planteamos, tenemos que: *el cambio de la energía total del sistema, coincide con el cambio de la energía interna del sistema*. Esto es, en lo que sigue, será lo mismo decir energía del sistema o energía interna.

$$\Delta E = \Delta I.$$

Esta expresión indica que el *cambio en la energía total del sistema se da en el cambio de su energía interna*.

Dijimos que la energía interna (**I**) es una propiedad macroscópica del sistema, relacionada con su estructura interna como sistema de muchas partículas. En nuestro desarrollo establecemos que la energía interna del sistema depende de la temperatura del mismo (o sea que **I** es función de **T**), entonces:

- Si la variación de la energía interna aumenta ($\Delta I > 0$) concluimos que la *temperatura del sistema aumenta*.
- Si la variación de la energía interna disminuye ($\Delta I < 0$) concluimos que la *temperatura del sistema disminuye*.

Durante el cursado de esta asignatura, centramos la atención en sistemas cerrados, por lo tanto la pared que limita al sistema del medio ambiente es *impermeable*, *móvil* y *diaterma*. Al ser impermeable la pared, el sistema no puede intercambiar materia con el medio, por lo que el sistema no gana ni pierde masa. Esta situación permite el siguiente enunciado.

Enunciado del Primer Principio de la Termodinámica para sistemas cerrados: *En todo proceso al que se expone un sistema cerrado; el calor intercambiado (entre el sistema y el medio durante el proceso) es igual a la suma del trabajo intercambiado (entre el sistema y el medio durante el proceso) y del cambio de la energía interna del sistema a causa de ese proceso.*

$$Q = W + \Delta I$$

Interpretación del Primer Principio de la Termodinámica

El Primer Principio de la Termodinámica nos permite definir la propiedad (macroscópica) del sistema llamada **Energía Interna (I)**. Por lo tanto, la *energía interna es una variable de estado* porque caracteriza al sistema. No nos interesa saber cuál es el valor de la energía interna de un sistema, solo *nos importa conocer el cambio de la energía interna (ΔI)* como resultado de un proceso en el que se intercambia energía entre el sistema y el medio.

Por eso insistimos que, el calor Q y el trabajo W, no son variables de estado pues sus valores dependen del proceso (trayectoria) en el que se intercambia energía entre el medio y el sistema.

Podemos considerar la energía total intercambiada (calor y trabajo) entre el sistema y el medio que provoca un cambio de energía interna del sistema ΔI entre un estado inicial “i” y un estado final “f” (**fig.10**).

Existen diferentes procesos reversibles que permiten llevar el sistema desde el estado inicial i hasta el estado final f. En cada proceso se intercambia (entre el medio y el sistema) distintas cantidades de calor Q y de trabajo W. De esta manera tenemos:

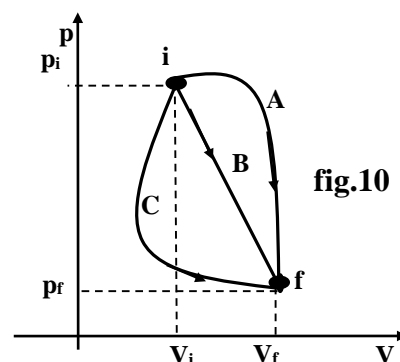
en el proceso A, la energía total intercambiada es: $Q_A - W_A$;

en el proceso B, la energía total intercambiada es: $Q_B - W_B$

en el proceso C, la energía total intercambiada es: $Q_C - W_C$

Como en los 3 procesos, el estado inicial y final del sistema es el mismo, nos permite concluir, aplicando el *Primer Principio de la Termodinámica* que:

$$Q_A - W_A = Q_B - W_B = Q_C - W_C = \Delta I$$



En acuerdo con un gran número trabajos experimentales, esto puede generalizarse diciendo que: *mientras el calor neto intercambiado y el trabajo neto intercambiado dependen del proceso, su diferencia $Q - W$ no depende del proceso, y sólo es función de los estados inicial y final. Es más, la variación de la Energía Interna solo depende de la temperatura inicial y final.*

Por esto, la expresión correspondiente al Primer Principio de la Termodinámica en sistemas cerrados resulta:

$$Q - W = \Delta I$$

*En un sistema cerrado para un proceso determinado, la **diferencia** entre el calor neto intercambiado y el trabajo neto intercambiado es **igual** a la variación de energía interna del sistema.*

Trabajo efectuado al cambiar el volumen

Tenemos un recipiente cuyo volumen puede modificarse por medio de un pistón (**fig.11**). El gas en el interior soporta una presión p . Si, por efecto de la presión, el pistón tiene un *desplazamiento diferencial* dx para asegurar que la presión p sea *constante* (durante el proceso); el gas *ha realizado un trabajo diferencial* dW sobre el medio, tal que:

$$dW = F \cdot dx = p \cdot A \cdot dx,$$

siendo A el área del pistón. El producto $A \cdot dx$ representa un cambio diferencial de volumen:

$$dV = A \cdot dx \quad \Rightarrow \quad \boxed{dW = p \cdot dV}$$

Entonces, el trabajo efectuado al cambiar el volumen del sistema desde un *volumen* V_1 a un *volumen* V_2 (en un intervalo finito) debe determinarse con *la integral definida del producto entre la presión en función del volumen por el diferencial de volumen desde un volumen V_1 a un volumen final V_2* . Es decir:

$$\boxed{W_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p(V) \cdot dV}$$

La **fig.12** representa una evolución cualquiera en la que el sistema experimenta un cambio de volumen. Como se observa en ella:

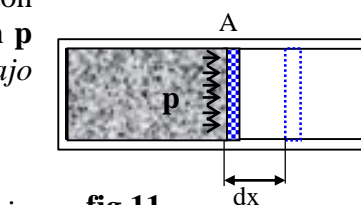


fig.11

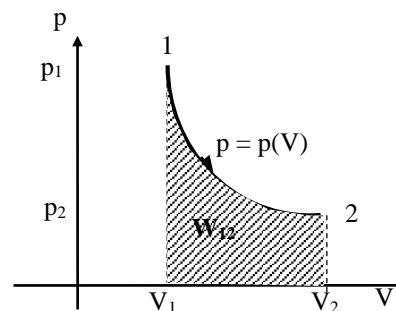


fig.12

el área encerrada bajo la gráfica de la presión en función del volumen $p(v)$ es el resultado de la integral.

Si $V_1 < V_2 \Rightarrow W_{12} > 0$, trabajo de expansión

Si $V_1 > V_2 \Rightarrow W_{12} < 0$, trabajo de compresión. .

Si $V_1 = V_2 = V = \text{cte}$, $\Rightarrow W_{12} = 0$, el resultado de la integral es nulo o sea no hay trabajo, en toda *evolución Isocórica*, el trabajo es cero:

Aplicaciones del Primer Principio de la Termodinámica en sistemas cerrados

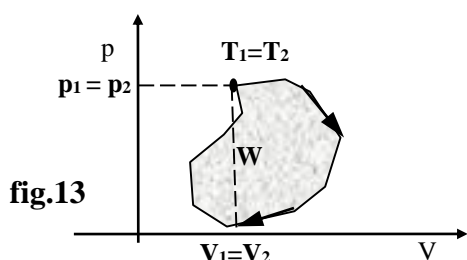


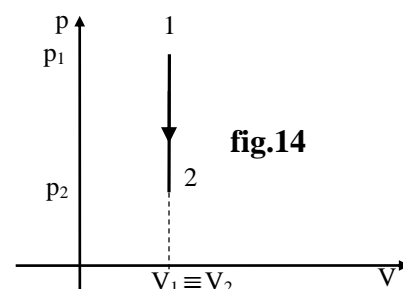
fig.13

a) Proceso Cíclico: en un proceso cíclico el estado final 2 coincide con el estado inicial 1, todas las variables de estado (p, V, T) coinciden. Por lo tanto, como la temperatura del estado inicial coincide con la del estado final $T_1 = T_2$ y dijimos que la energía interna es función solo de la temperatura, tenemos que la energía interna inicial y final es la misma, entonces: $\Delta I = 0$ y por lo tanto: $Q = W$.

En el ciclo de la **fig.13**, el área encerrada en el ciclo representa el trabajo intercambiado durante el proceso cíclico.

Significa que: *el calor intercambiado durante el ciclo coincide con el trabajo intercambiado durante el ciclo.*

b) Proceso Isócoro (o isométrico): durante este proceso, el volumen del sistema permanece constante $V = \text{cte}$, lo que significa que el volumen del estado inicial V_1 , coincide con el volumen del estado final V_2 . La pared que limita al sistema es **rígida**. Por lo tanto en este proceso *no hay cambio en el volumen del sistema* y por lo tanto lo dicho anteriormente, el sistema *no intercambia trabajo con el medio*. El resultado de la integral da $W_{12} = 0$. El primer principio resulta:



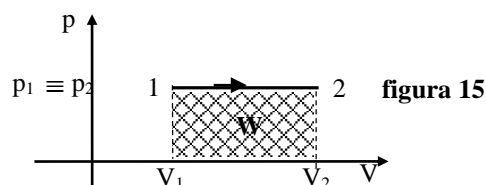
$$Q = \Delta I$$

Significa que: *el calor intercambiado durante el proceso isócoro provoca un cambio en la energía interna del sistema.*

Si $Q > 0$ entonces $\Delta I > 0$ y por lo tanto aumenta la temperatura del sistema $T_1 < T_2$

Si $Q < 0$ entonces $\Delta I < 0$ y por lo tanto disminuye la temperatura del sistema $T_1 > T_2$

c) Proceso Isobárico: durante este proceso la presión permanece constante $p = \text{cte}$, lo que significa que la presión del estado inicial p_1 coincide con la presión del estado final p_2 . En este caso, el resultado de la integral da $W_{12} = p(V_2 - V_1)$. El primer principio resulta:



$$Q = \Delta I + p.(V_2 - V_1)$$

Significa que: *el calor intercambiado durante el proceso isobárico es la suma del trabajo intercambiado durante el proceso isobárico con el cambio en la energía interna del sistema provocado por el proceso a presión constante.*

d) Proceso Adiabático: durante este proceso, *no hay intercambio de calor* entre el sistema y el medio. $Q = 0$. La pared que limita al sistema es **adiabática**. (El resultado de la integral para encontrar el trabajo intercambiado en este proceso se resolverá en el capítulo V). El primer principio resulta:

$$0 = \Delta I + W \Rightarrow \Delta I = -W$$

Significa que: *el trabajo intercambiado durante el proceso adiabático coincide con el opuesto de la variación de la energía interna del sistema.*

Si $W > 0$ (expansión) entonces $\Delta I < 0$ y por lo tanto disminuye la temperatura del sistema $T_1 > T_2$

Si $W < 0$ (compresión) entonces $\Delta I > 0$ y por lo tanto aumenta la temperatura del sistema $T_1 < T_2$

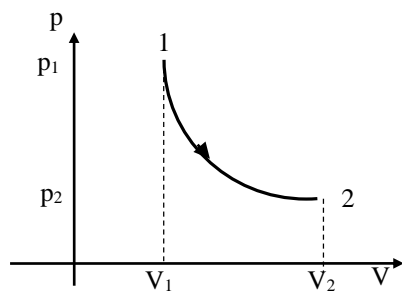


figura 16

e) Proceso Isotérmico: durante este proceso la temperatura del sistema permanece constante, por lo que la temperatura del estado inicial coincide con la del final $T_1 = T_2$. Como la energía interna es función solo de la temperatura, la energía interna del sistema se mantiene constante durante el proceso, esto es: $\Delta I = 0$. El primer principio resulta:

$$Q = W$$

Significa que: *el calor intercambiado durante el proceso isotérmico coincide con el trabajo intercambiado durante el proceso isotérmico. O sea:*

Si se ha hecho trabajo sobre el sistema $W < 0$, el sistema “cede” calor $Q < 0$

Si el sistema ha hecho trabajo sobre el medio $W > 0$, el sistema “absorbe” calor

Este resultado es similar al del primer principio obtenido en el *proceso cíclico*, en el proceso isotérmico la *temperatura del sistema no cambia durante todo el proceso*; mientras que en un ciclo las temperaturas del sistema *solo coinciden en el estado inicial y final*.

f) **Caso de sistemas aislados:** La pared que limita estos sistemas es impermeable, rígida y adiabática. En estos sistemas no se intercambia materia ni energía con el medio: $Q = W = 0$, por lo que resulta $\Delta I = 0$ (*la temperatura del sistema permanece constante*), y como la energía interna es solo función de la temperatura debe ser $\Delta T = 0$.

Nota: El resultado de la integral para obtener el **trabajo** intercambiado en un proceso isotérmico y en un proceso adiabático se resolverán en el próximo capítulo.

IV. 10. Segundo Principio de la Termodinámica. Máquinas Térmicas

Introducción

El primer principio de la termodinámica establece la conservación de la energía en cualquier proceso que ocurra en la naturaleza. Pero no dice si el proceso puede ocurrir o no, realmente. No permite deducir el sentido de la ocurrencia de un proceso, de manera que se podrían imaginar infinitos procesos que verifican este principio, pero que la experiencia indica que no pueden ocurrir *espontáneamente*. Por ejemplo:

- un arco tensado se puede descargar *espontáneamente*; pero no puede tensarse de manera *espontánea*;
- la hoja de un árbol se puede caer (*espontáneamente*) al suelo desde una rama; pero no puede volver (*espontáneamente*) del suelo a la rama;
- un cuerpo con temperatura T_1 se pone en contacto con otro con temperatura T_2 tal que $T_1 > T_2$; *espontáneamente* el primero disminuye su temperatura y el segundo la aumenta; pero no es *espontáneo* que el primero aumente su temperatura y el otro la disminuya.
- un gas encerrado en un recipiente se expande espontáneamente al comunicar un recipiente con otro. Pero: ¿podría volver por sí solo al recipiente original?

Vemos que hay procesos que *espontáneamente* ocurren en una dirección, pero **no ocurren espontáneamente** a la inversa. Sin embargo, la aplicación del Primer Principio de la Termodinámica no se viola en ninguno de los casos, ni en los que ocurren espontáneamente, ni en los que es imposible que ocurran espontáneamente.

Se plantea entonces el problema de *predecir* si un proceso *puede ocurrir o no* de manera *espontánea*. Para ello se deberán analizar los cambios que acompañan a estos procesos; y las restricciones.

El **Segundo Principio de la Termodinámica** es el que expresa los mecanismos que siguen los fenómenos físicos, y las restricciones que impiden determinados procesos.

Hay numerosos enunciados del **Segundo Principio** que son equivalentes. Antes de mencionar algunos de ellos definiremos qué son máquinas térmicas

Máquinas Térmicas

Las Máquinas Térmicas son de dos tipos: motores térmicos y máquinas frigoríficas.

Definición: Una *máquina térmica* es una máquina (sistema) que, cumpliendo un proceso cíclico, intercambia energía (calor y trabajo) con en el medio. Esta máquina intercambia calor con dos **focos**: uno llamado *caliente* a temperatura T_1 y otro llamado *frío* a temperatura T_2 , tal que $T_1 > T_2$.

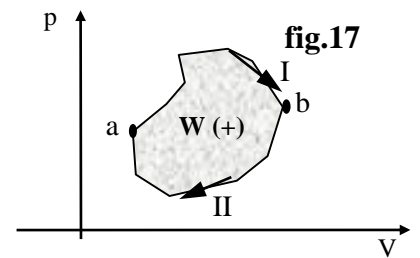
Se debe entender un *foco* (o *fuerza*) como una parte del medio ambiente que, al intercambiar calor con el sistema, *su temperatura permanece constante*.

Si tenemos un sistema al que se aplica un **proceso cíclico** ($Q = W$) como el indicado en la **fig.17**. Llamamos:

Q_1 : calor “absorbido” por el sistema (de un foco a temperatura T_1)

Q_2 : calor “cedido” por el sistema (a un foco a temperatura T_2)

Si $Q_1 > Q_2$ resulta que $W > 0$ y el *trabajo es realizado por el sistema sobre el medio (trabajo de expansión)*, a esta máquina térmica se la llama **motor térmico**. Dijimos que el área encerrada en el ciclo representa el trabajo neto intercambiado. En este caso el ciclo se recorre en *sentido horario*



Recordando que el rendimiento es el cociente entre el trabajo útil realizado y la energía (calor) absorbida $\eta = \frac{W}{Q_1}$ y que por el primer

principio, en un ciclo, el trabajo neto que el sistema hace sobre el medio (W) coincide con el calor neto absorbido por el sistema ($Q_1 - Q_2$), tenemos que: $W = Q_1 - Q_2$ y por lo tanto:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

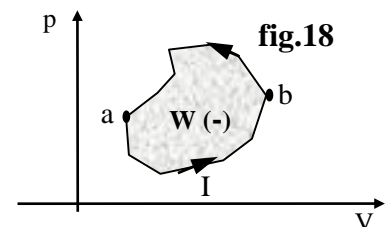
Para que $\eta = 100\%$, debería ser $Q_2 = 0$ y esto *no puede ocurrir porque no habría fuente fría*.

Si, ahora, tenemos un sistema al que se aplica un proceso cíclico ($Q = W$) como el indicado en la **fig.18**, tenemos:

Q_1 : calor “cedido” por el sistema (a un foco a temperatura T_1)

Q_2 : calor “absorbido” por el sistema (de un foco a temperatura T_2)

Si $Q_1 > Q_2$ resulta $W < 0$, y *el trabajo es realizado por el medio sobre el sistema (trabajo de compresión)*, a esta máquina se la llama **máquina frigorífica**. Dijimos que el área encerrada en el ciclo representa el trabajo neto intercambiado. En este caso el ciclo se recorre en *sentido antihorario*.



Se denomina eficiencia de una máquina frigorífica a:

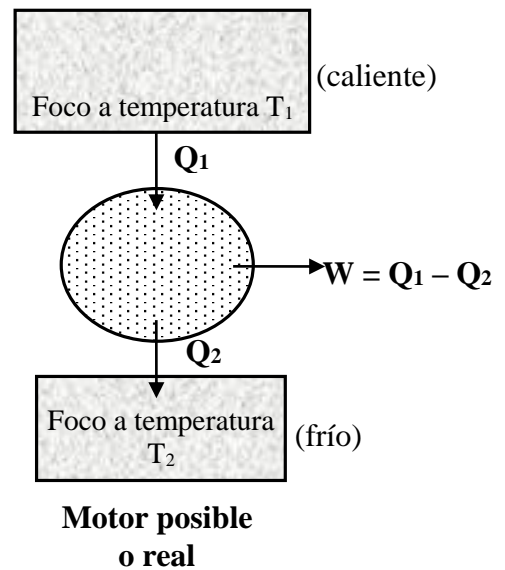
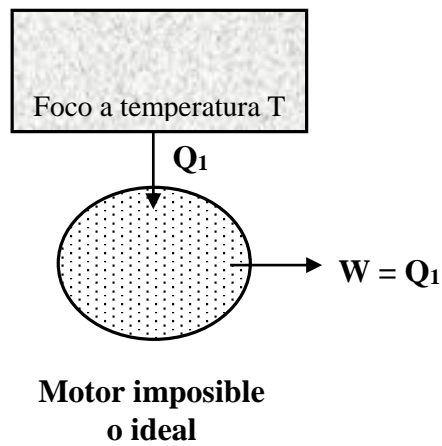
$$e = \frac{\text{calor absorbido por el sistema}}{\text{trabajo entregado al sistema}} = \frac{Q_2}{-W} = \frac{Q_2}{Q_2 - Q_1}$$

La eficiencia de una máquina frigorífica puede ser mayor que el 100 %.

Nota: En los dos ciclos analizados: Q_1 es la cantidad de calor que se intercambia entre el sistema y el foco caliente a temperatura T_1 , y Q_2 es la cantidad de calor intercambiada entre el sistema y el foco frío a temperatura T_2 . Tal que $T_1 > T_2$ y $Q_1 > Q_2$

Segundo Principio de la Termodinámica (Enunciados de Kelvin y Clausius)

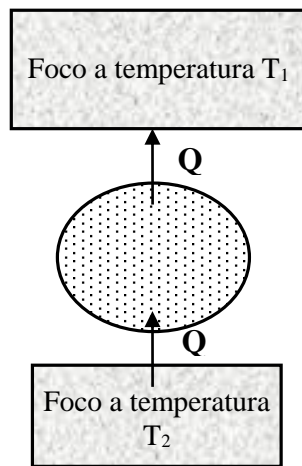
Enunciado de Kelvin: “No es posible ningún proceso cíclico cuyo único resultado sea la absorción de calor de un foco a una determinada temperatura y su conversión completa en trabajo útil”.



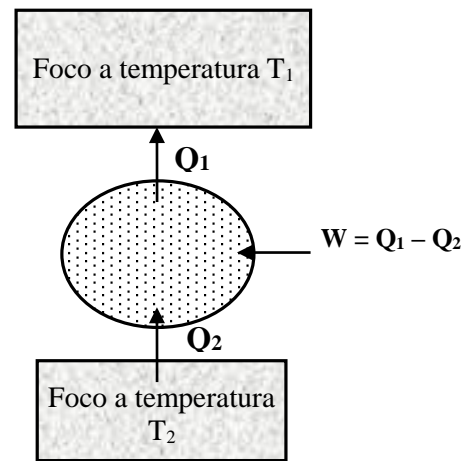
Como no puede ser que $Q_2 \neq 0$, no puede conseguirse $\eta = 100\%$.

Es decir que *no se puede* construir un motor térmico que transforme todo el calor absorbido en trabajo útil (mecánico).

Enunciado de Clausius: “No es posible ningún proceso cíclico cuyo único resultado sea la transferencia de calor de un foco frío a un foco caliente”.



Máquina Frigorífica imposible o ideal



Máquina Frigorífica posible o real

No se puede construir una máquina frigorífica que extraiga calor de un foco a una determinada temperatura y lo lleve a otro foco a temperatura mayor que la anterior sin consumir energía exterior.

Para cuantificar el *Segundo Principio de la Termodinámica*, éste define una nueva propiedad (macroscópica) como *variable de estado del sistema*: la **Entropía (S)**, que la desarrollaremos en el próximo capítulo.

Mientras el primer principio establece la imposibilidad de crear o destruir energía, pues la *energía total del Universo siempre se conserva*; el segundo principio establece la imposibilidad de que toda esa energía sea *utilizable*. El *Primer Principio* asegura: “**No se le puede ganar a la Naturaleza**” y el *Segundo Principio* le agrega: “**Ni siquiera se le puede igualar a la Naturaleza**”.



Facultad de Ciencias Agrarias
UNIVERSIDAD NACIONAL DE ROSARIO



F Í S I C A

Cap. V

“Propiedades Térmicas de la Materia”

V.1. Introducción

En esta unidad nos ocuparemos de analizar algunas experiencias que permitieron establecer una serie de leyes para describir el comportamiento de *sistemas gaseosos*, cuando se los somete a procesos que implican *cambios en algunas de sus variables de estado* (macroscópicas), presión, volumen y temperatura. El análisis de los resultados de esas experiencias permitirá encontrar una *ecuación de estado para caracterizar un gas* que vamos a llamar *gas ideal*.

Analizaremos un ciclo teórico, el *Ciclo de Carnot*, y definiremos la función de estado (*Entropía*) que nos permitirá enunciar el Segundo Principio de la Termodinámica de manera cuantitativa.

Así mismo, describiremos los fenómenos de *Propagación del Calor* a través de la materia (*Conducción y Convección*) y también del vacío (*Radiación*). Así como describiremos el fenómeno de *Dilatación en sólidos y líquidos* cuando se produce un cambio en la temperatura de los mismos.

Finalizaremos este capítulo dando una breve descripción del *modelo cinético de un gas ideal* con la intención de abordar una *interpretación microscópica* de la temperatura y de la presión.

V.2. Leyes de los Gases Ideales

Leyes de los Gases Ideales - Introducción

Abordaremos una serie de leyes que describen el comportamiento de ciertos entes, llamados *gases ideales*, ante cambios en algunas de sus variables de estado como la *presión*, el *volumen*, la *temperatura* o la *masa*. El sistema considerado *gas ideal* es una construcción teórica, no tiene existencia real, que obedece a una serie de leyes (*Leyes de los Gases Ideales*) y que, cualquier estado de ese sistema, puede establecerse a través de una ecuación que relaciona las variables macroscópicas: presión, volumen, temperatura y masa. Esta ecuación se conoce con el nombre de *Ecuación de Estado de un Gas Ideal*.

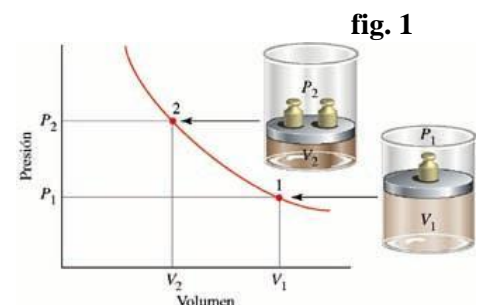
Las Leyes de los Gases Ideales se obtuvieron de manera experimental (leyes empíricas), ensayando algunos gases reales en determinadas condiciones como: baja densidad (volumen grande de gas), baja presión (del orden de la presión atmosférica) y alta temperatura (menores a la temperatura de ebullición del agua). En esas condiciones, estos gases reales se comportan como gases ideales obedeciendo las leyes que desarrollaremos. Las leyes se obtienen controlando la constancia de algunas de las variables de estado del sistema (gas ideal) y estudiando la evolución de las otras variables, buscando algún tipo de relación funcional que permita describir su comportamiento.

Ley de Boyle

Robert Boyle (1627–1691) realizó experiencias con una masa (m) de gas, con muy buena aproximación observó que el volumen (V) ocupado por el gas es inversamente proporcional a la presión absoluta (p) que soporta el mismo, cuando la temperatura (T) del gas permanece *constante*. O sea, Boyle (en 1662) estudió los cambios de las variables presión y volumen del sistema cerrado (gas) sometido a una *evolución isotérmica*. Para lograr esto, la experiencia debe hacerse *muy lentamente* de manera que haya tiempo para que toda la masa de gas se encuentre sucesivamente en equilibrio térmico, en todo proceso.

En símbolos, si T se mantiene constante, tenemos que: $p \propto \frac{1}{V}$

Como p y V son inversamente proporcionales: $p \cdot V = cte$



La línea representada en los ejes $p(V)$ (presión en función de volumen de **fig.1** se denomina *hipérbola*. Dados dos estados cualesquiera del gas que evoluciona isotérmicamente (T constante), se tiene que: $p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$

Enunciado de la **Ley de Boyle**: *En una masa constante de gas ideal que evoluciona isotérmicamente, las presiones absolutas que soporta el gas están en relación de proporcionalidad inversa con los volúmenes que ocupa.*

$$p \cdot V = cte$$

Recordando que densidad es: $\delta = \frac{m}{V}$ sabemos que, si la masa de gas permanece constante durante la evolución isotérmica; la *densidad* del gas es *inversamente proporcional* al *volumen* que ocupa y, como la *presión* del gas está en relación *inversa* con el *volumen*, se concluye que la **densidad del gas es directamente proporcional a la presión absoluta que soporta**. O sea: $\delta \propto p$ por lo que: $\frac{\delta}{p} = cte$, siempre que la temperatura y la masa de gas permanezcan constante.

Cabe destacar que, de manera independiente, en 1670 el botánico Edme Mariotte (1620-1684) llegó a los mismos resultados que Boyle. Por esta razón, en algunas bibliografías suele mencionarse la Ley de Boyle-Mariotte.

Ley de Gay-Lussac

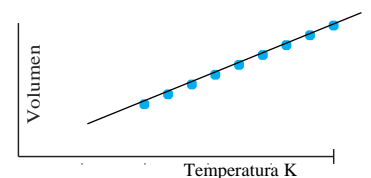
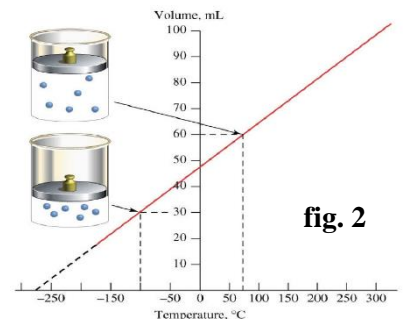
La temperatura de un gas también influye en los cambios de presión y en los volúmenes que ocupa. Sin embargo, no se encontró una relación cuantitativa entre V y T o entre p y T hasta un siglo después de los trabajos de Boyle. Joseph Gay-Lussac (1778-1850) realizó experiencias con una cierta masa (m) de gas, obteniendo (con muy buena aproximación) que el volumen (V) ocupado por el gas es directamente proporcional a la temperatura absoluta (T) del gas, cuando la presión (p) que soporta permanece *constante*. O sea, Gay-Lussac estudió los cambios de las variables temperatura y volumen del sistema cerrado (gas) sometido a una *evolución isobárica*. Para lograr esto, la experiencia debe hacerse rápidamente de manera que la presión permanezca constante durante el proceso (muy corto tiempo).

En símbolos, si p se mantiene constante, tenemos que $V \propto T$

Como V y T son directamente proporcionales, $\frac{V}{T} = cte$

La línea representada en los ejes $V(T)$, volumen en función de la temperatura de la **fig.2** es una *recta*. Dados dos estados cualesquiera del gas que evoluciona isobáricamente (p constante), se tiene que:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$



Enunciado de la **Ley de Gay-Lussac**: *En una masa constante de gas ideal que evoluciona isobáricamente, los volúmenes que ocupa el gas están en relación de proporcionalidad directa con las temperaturas absolutas que soporta el gas.*

$$\frac{V}{T} = cte$$

Recordando que densidad es: $\delta = \frac{m}{V}$ sabemos que, si la masa de gas permanece constante durante la evolución isobárica; la *densidad* del gas es *inversamente proporcional* al *volumen* que ocupa y, como la *temperatura absoluta* del gas está en relación *directa* con el *volumen que ocupa*, se concluye que la *densidad del gas es inversamente proporcional a la temperatura absoluta*. O sea: $\delta \propto \frac{1}{T}$ por lo que: $\delta \cdot T = cte$, siempre que la presión que soporta el gas y la masa de gas permanezcan constante.

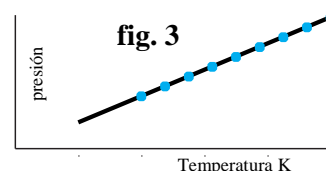
Ley de Charles:

En la misma época de los trabajos de Gay-Lussac, el francés Jacques Charles (1746-1823) realizó experiencias con una cierta masa (m) de gas, obteniendo (con muy buena aproximación) que la presión absoluta (p) que soporta el gas es directamente proporcional a la temperatura absoluta (T) del gas, cuando el volumen (V) del gas permanece *constante*. O sea, Charles estudió los cambios de las variables temperatura y presión del sistema cerrado (gas) sometido a una *evolución isocora o isométrica*. Esta ley la utilizamos cuando definimos la escala absoluta de temperatura (escala Kelvin) en el capítulo IV.

En símbolos, si V se mantiene constante, tenemos que $p \propto T$

Como V y T son cantidades directamente proporcionales, $\frac{p}{T} = cte$

La línea representada en los ejes $p(T)$, presión en función de la temperatura en **fig.3** es una *recta*. Dados dos estados cualesquiera del gas que evoluciona de manera isócora (V constante), se tiene que:



$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

Enunciado de la **Ley de Charles**: *En una masa constante de gas ideal que evoluciona de manera isócora, las presiones absolutas que soporta el gas están en relación de proporcionalidad directa con las temperaturas absolutas del gas.*

$$\frac{p}{T} = cte$$

Recordando que densidad es: $\delta = \frac{m}{V}$ sabemos que, si la masa de gas permanece constante durante la *evolución isocora*, la *densidad del gas también se mantendrá constante*. Podemos concluir que en una *evolución isocora*, la *densidad del gas se mantiene constante*: $\delta = cte$.

Ley de Avogadro

En 1811, Amedeo Avogadro, conde italiano (1776-1856), también experimentando con diferentes tipos de gases en condiciones de gas ideal, estableció la siguiente hipótesis:

Diferentes gases que ocupan el mismo volumen, estando sometidos a la misma presión absoluta y a la misma temperatura absoluta, contienen el mismo número de moléculas.

Como diferentes gases tienen distinta composición molecular, la masa (m) de los gases será diferente, al ser diferente sus masas moleculares. Avogadro propuso, entonces, que diferentes gases ideales que ocupan el mismo volumen, estando sometidos a la misma presión y temperatura, deben tener el mismo número de moléculas. *Debido que la densidad del gas es proporcional a la masa del mismo, y al ser volúmenes iguales de diferentes gases, tenemos que la densidad es directamente proporcional a la masa molecular (M) del mismo*. O sea: $\delta \propto M$

Un siglo después (en 1910) el químico Jean Perrin (1870-1942), basándose en un trabajo de Albert Einstein de 1905, pudo corroborar la hipótesis de Avogadro encontrando que si la *masa (m)* de gas

ensayada coincide con la masa molecular del gas (M) expresada en gramos, hay encerradas $6,022 \cdot 10^{23}$ moléculas de gas. A ese número de moléculas se le llama Número de Avogadro.

Definimos que **1 mol de cualquier gas contiene $6,022 \cdot 10^{23}$ moléculas y su masa (m) coincide con su masa molecular (M) expresada en gramos g.**

Por lo tanto, el número de moles n que se encuentra en un volumen cualquiera de gas ideal se puede determinar como la relación entre la masa m (del volumen) de gas y la masa molecular M del gas expresada en gramos. Esto es:

$$n = \frac{m}{M}$$

Ecuación de estado de un gas ideal.

Estamos en condiciones, después de haber presentado las leyes de los gases ideales, de obtener una ecuación que contenga todas las leyes enunciadas y nos permita describir el estado del gas.

La Ley de Boyle establece que a T constante: $p \cdot V \propto cte$ (1)

La Ley de Gay-Lussac establece que a p constante: $\frac{V}{T} \propto cte$ (2)

La Ley de Charles establece que a V constante: $\frac{p}{T} \propto cte$ (3)

De la Ley de Avogadro se deduce que para diferentes gases (con T y p ctes.): $\frac{V}{n} \propto cte$ (4)

De (1), (2), (3) y (4) tenemos que: $\frac{p \cdot V}{n \cdot T} \propto cte$

Para escribir la igualdad se necesita definir una constante tal que: $R = \frac{p \cdot V}{n \cdot T}$

La constante R se denomina **constante universal de los gases ideales** y su valor (obtenido experimentalmente) depende de las unidades con las que se trabaje:

$$R = 0,082 \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = 2 \frac{\text{cal}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

Esta expresión se le llama *Ecuación de Estado para un gas ideal* y generalmente se expresa:

$$\boxed{p \cdot V = n \cdot R \cdot T}$$

Esta ecuación expresa que, para un estado cualquiera, los valores de las variables n (número de moles del gas), p (presión absoluta del gas), V (volumen que ocupa el gas) y T (temperatura absoluta del gas) **deben verificar la expresión.**

En el caso de un *sistema cerrado* (masa cte.), tendremos que el número de moles n también es constante, o sea: $\frac{p \cdot V}{T} = n \cdot R = cte$

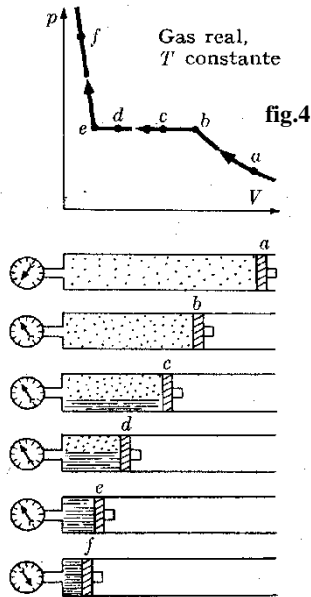
por lo tanto para dos estados cualesquiera se cumplirá: $\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$

La ecuación de estado nos dice que **1 mol** de gas ideal a presión atmosférica $p = 1 \text{ atm}$ y con una temperatura de $T = 273 \text{ K}$, (en condiciones normales de presión y temperatura, CNPT), ocupa un volumen $V = 22,4 \text{ litros}$.

Nota: En todos los casos tratados la presión (p) es **siempre absoluta** ($p > 0$) y la temperatura (T) es **siempre absoluta** ($T > 0$) (escala Kelvin).

V.3. Gases Reales (No aplica en Práctica de Problemas)

En los *gases reales* ocurren fenómenos que llevan a algunas conclusiones diferentes; para aclarar algunos de estos fenómenos analizaremos lo que ocurre con un *gas real* encerrado en un cilindro provisto de un pistón (**fig.4**), originalmente a una presión muy baja y al que sometemos a una compresión muy lenta, en forma *isotérmica* (supongamos vapor de H₂O).

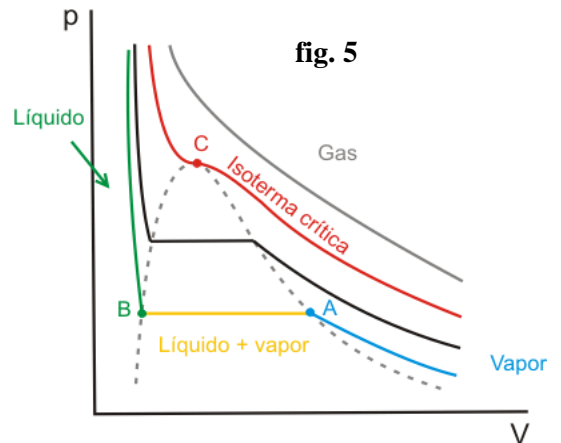


Partimos de la posición “a” del cilindro (volumen encerrando V_a), y comprimimos lentamente, para que el sistema permanezca en equilibrio térmico, de manera que la *temperatura se mantenga constante*. Al comprimir el gas, *aumenta la presión y disminuye el volumen, cumpliendo con la ley de Boyle*, hasta llegar al punto “b” (por tanto, hasta este punto el comportamiento del gas real coincide con el de un gas ideal). En éste punto “b”, comienzan a aparecer gotas de agua en el cilindro (se han condensado algunas moléculas del vapor). Si se sigue comprimiendo se observa que la presión se *mantiene constante*, pero que *aumenta la cantidad de líquido* (punto “c”) y este proceso sigue, a *presión constante hasta “d”*, para el que todo el vapor se condensa, estando el volumen V_d ocupado totalmente por líquido. Si se quiere seguir comprimiendo, será necesario aplicar una *presión muy grande* (en estado líquido es prácticamente incompresible).

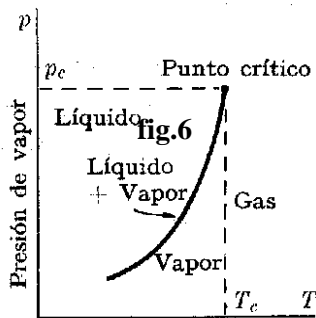
Como todo el proceso se realizó a temperatura constante, queda así graficada una curva *isoterma de un gas real*. Esta curva puede ser recorrida en sentido contrario, si se expande el gas, manteniendo constante la temperatura, desde el punto e al a. (**fig.4**)

Si se repitiera la experiencia a una *temperatura ligeramente mayor*, con la *misma masa de gas encerrada en el cilindro*, el cambio de estado (condensación) comenzaría a una presión mayor y con un volumen menor (punto “b” del diagrama), licuándose totalmente el líquido cuando llega al punto “d”, a mayor volumen y mayor presión que d. Es decir, la diferencia de volumen ($V_b - V_d$) es menor que la diferencia ($V_b - V_d$) anterior.

Ese tramo horizontal del diagrama se realiza a una presión constante, que depende de la temperatura del gas, y es denominada *presión de saturación* para esa temperatura, que es la presión a la cual *coexisten vapor y líquido*.



Si se sigue *elevando la temperatura*, se encuentra que es mayor la presión necesaria para que comience la condensación. Las curvas *isotermas* se indican en la **fig.5**. Se observa que el punto “b” (“A” en **fig.5**) (comienzo de la condensación) se corre hacia la izquierda y el punto “d” (“B” en **fig.5**) se corre hacia la derecha (final de la condensación).



al gas por debajo de la T_c .

Se llegará a una temperatura, indicada como T_c , *temperatura crítica*, para la cual ambos puntos coinciden. Por encima de la T_c , no hay etapas en que el gas cambie de fase. No puede licuarse el gas cuando su temperatura es mayor que la T_c . Por costumbre, se denomina *vapor*

La isoterma correspondiente a la T_C , y la línea de puntos indicada en la **fig.5**, dividen al plano (p , V) en regiones que corresponden a las distintas fases.

Si ahora representamos en un plano (p ; T), ver **fig.6**, las presiones de vapor correspondientes a cada temperatura (tramos horizontales de la **fig.5**), obtenemos la llamada *curva de presiones de vapor*, que termina en el **punto crítico**. Cada sustancia tiene su punto crítico.

Para el *agua* el punto crítico esta dado por:

$$p_C = 218 \text{ atm} \quad T_C = 374 \text{ K} \quad V_C = 3,14 \text{ cm}^3/\text{g} \text{ (Volumen por unidad de masa)}$$

Hecho el análisis de la *compresión isotérmica del gas real*, es evidente que no cumple con la ecuación de los gases ideales. Se han realizados muchas tentativas para encontrar una ley que permita expresar los procesos de los gases reales. Consideraremos la llamada **Ley de Van der Waals**. Se basa en el siguiente razonamiento, de tipo microscópico: debido al volumen pequeño (no nulo) de las moléculas del gas, éstas no disponen de todo el volumen del recipiente para moverse, por lo que dicho volumen disminuye en un cierto valor b .

Además, por existir fuerzas atractivas entre las moléculas, el término que expresa la presión debe exceder a la presión medida. La corrección de la presión deberá ser mayor cuanto menor sea el volumen, ya que las moléculas estarán más próximas.

Teniendo ambas consideraciones en cuenta, Van der Waals propone:

$$\left(p + \frac{a}{V^2} \right) \cdot (V - b) = nRT \quad \text{Ecuación de Van der Waals}$$

donde a y b son constantes que dependen del gas considerado.

Cuando los volúmenes son grandes, el término $\frac{a}{V^2}$ se hace despreciable, lo mismo que b respecto de V y queda directamente:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

Por lo tanto, en estas condiciones (volúmenes grandes y bajas presiones), el gas real se comporta como ideal, tal como se puede comprobar experimentalmente.

V.4. Calores Específicos de Gases Ideales

Calores Específicos de Gases Ideales

Cuando se definieron calores específicos de cuerpos sólidos o líquidos, no influía el hecho de que el calentamiento (o enfriamiento) se realizara a presión o volumen constante. De hecho, la variación de volumen resulta muy pequeña (despreciable en la mayoría de los problemas prácticos) y la presión generalmente es constante (la presión atmosférica).

Pero en los **gases ideales**, el comportamiento es distinto cuando se intercambia calor a *presión constante* o cuando se intercambia calor a volumen constante.

Calor Específico a Volumen constante ($V = \text{cte}$)

Tengamos un gas encerrado en un recipiente indeformable (el volumen de gas permanece constante), este volumen encierra una masa de gas (m) que depende del número de moles n de gas, según $n = \frac{m}{M}$ donde M es la masa molecular del gas (en gramos). Si el gas intercambia calor Q_V con el medio, experimentará una variación en su temperatura ΔT

$$Q_V = n \cdot c_V \cdot \Delta T \Rightarrow c_V = \frac{Q_V}{n \cdot \Delta T} \Rightarrow [c_V] = \frac{\text{cal}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

c_v se denomina **calor específico a volumen constante**.

Por el Primer Principio de la Termodinámica para un sistema cerrado ($n = cte$)

$$Q_V = \Delta I + W$$

Como el volumen permanece constante (proceso isócoro), la variación de volumen será nula $dV = 0$ y por lo tanto, en este proceso no hay trabajo $W = 0$

La conclusión es que el calor intercambiado en este proceso, es igual al cambio de la energía interna del gas:

$$Q_V = \Delta I. \quad \Rightarrow \quad \Delta I = n \cdot c_v \cdot \Delta T \quad (5)$$

Recordando (del capítulo anterior) que la *energía interna es una función de estado*, por lo que su **variación no depende del proceso o evolución** (solo depende de los estados inicial y final, es más solo de sus temperaturas), esta expresión nos permite determinar el *cambio de energía interna entre dos estados cualesquiera para cualquier trayectoria (cualquier proceso), siempre que se conozca el valor del calor específico a volumen constante del gas (c_v), expresión (5).*

Calor Específico a Presión constante ($p = cte$)

Tengamos ahora, la misma masa de gas (n moles) encerrada en un recipiente *no rígido* y sometemos al gas a un *proceso isobárico* ($p = cte$). En este caso el calor intercambiado entre el gas y el medio produce dos fenómenos:

- cambio de la temperatura del gas ΔT ;
- cambio del volumen que ocupa el gas $\Delta V = V_f - V_i$; por lo que habrá intercambio de trabajo entre el gas y el medio

Si llamamos **calor específico a presión constante** c_p , el calor intercambiado en este proceso será:

$$Q_p = n \cdot c_p \cdot \Delta T$$

Concluimos que:

$$c_p = c_v + R$$

O sea que: para los gases ideales, el calor específico a presión constante del gas resulta de la suma del calor específico a volumen constante del gas y la constante universal de los gases.

Como consecuencia de esto, podemos inferir que, para *dos estados cualesquiera* de un gas ideal, se deberá intercambiar *más calor* con un *proceso a presión constante* que en un *proceso a volumen constante*, para provocar el *mismo cambio de energía interna* del gas.

De la última expresión se desprende que: $c_p > c_v$

Si dividimos ambos miembros por c_v $\frac{c_p}{c_v} - 1 = \frac{R}{c_v}$

Se suele designar por la letra γ a la relación:

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} \Rightarrow \gamma - 1 = \frac{R}{c_v} \Rightarrow \gamma > 1$$

γ se le llama **coeficiente adiabático**, depende de las características moleculares del gas:

si es *monoatómico*: $\gamma = 1,67$ si es *diatómico*: $\gamma = 1,4$ y si es *poliatómico*: $\gamma = 1,3$.

Ecuaciones en Procesos Adiabáticos ($Q = 0$)

Como aplicación vamos a encontrar la ley que rige los *procesos adiabáticos*, no existe intercambio de calor entre el sistema y el medio ($Q = 0$). Utilizaremos el Primer Principio de la Termodinámica en *forma diferencial*. Esto es que los *intercambios de calor y trabajo entre el sistema (gas ideal) y el*

medio se hacen durante un **tiempo muy corto** (tendiendo a cero) y que, por lo tanto, se producen **cambios infinitesimales** (muy pequeños) en la energía interna del sistema:

$$dQ = dI + dW$$

Como estamos tratando un proceso adiabático, $dQ = 0$.

Además, al ser el intercambio de trabajo infinitesimal, podemos asegurar que la presión ejercida se mantiene constante de manera que produce cambios infinitesimales de volumen del gas; esto es:

$$dW = p \cdot dV$$

Entonces reemplazando: $dI + p \cdot dV = 0$

Como el cambio de energía interna del sistema no depende del proceso, podemos escribir:

$$n \cdot c_v \cdot dT + p \cdot dV = 0$$

Realizando desarrollos matemáticos, que no son objetivo de este curso, se llega a:

$$T \cdot V^{\gamma-1} = cte$$

Hemos llegado a la expresión que nos da la *relación entre la temperatura absoluta del sistema y el volumen que ocupa, cuando este evoluciona adiabáticamente*.

Como $T = \frac{pV}{nR}$ resulta: $\frac{pV}{nR} \cdot V^{\gamma-1} = cte$ y finalmente podemos decir que: $\frac{pV^\gamma}{nR} = cte$

Para un sistema cerrado el número de moles n no varía; luego:

$$p \cdot V^\gamma = cte$$

Expresión que indica la relación entre la presión absoluta que soporta el gas y su temperatura absoluta ($\gamma > 1$)

Entonces, para dos estados cualesquiera de un gas ideal que evoluciona adiabáticamente tenemos que:

$$p_1 \cdot V_1^\gamma = p_2 \cdot V_2^\gamma \quad \text{o} \quad T_1 \cdot V_1^{\gamma-1} = T_2 \cdot V_2^{\gamma-1}$$

Tipo Gas	Gas	c_p (cal/mol K)	c_v (cal/mol K)	γ
Monoatómico	He	4,97	2,98	1,67
	Ar	4,97	2,98	1,67
Diatómico	H ₂	6,87	4,88	1,41
	O ₂	7,03	5,03	1,40
	N ₂	6,95	4,96	1,40
Poliatómico	CO ₂	8,83	6,80	1,30
	C ₂ H ₆	12,35	10,30	1,20
	NH ₃	8,80	6,65	1,31

← Tabla en la que se muestran valores de c_p , c_v y γ para algunos gases considerándolos ideales.

V.5. Determinación de la expresión del trabajo en las evoluciones isotérmica y adiabática

El trabajo intercambiado provocado por un cambio en el volumen de un gas desde un estado inicial a otro estado final (Cap. IV), es:

$$W_{if} = \int_{V_i}^{V_f} p \cdot dV$$

Así se determinan las expresiones que permiten el cálculo del trabajo intercambiado en procesos isotérmico y adiabático, debemos proceder a resolver la integral.

Trabajo en una Evolución Isotérmica

Para un gas ideal (sistema cerrado) que evoluciona isotérmicamente ($T = cte$), cada estado del gas puede describirse con la Ecuación de Estado: $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$

En esta ecuación, $n \cdot R \cdot T = cte$.

Por ser sistema cerrado, el número de moles n es cte. y por al tratarse de un proceso isotérmico, la temperatura absoluta del gas permanece constante ($T = cte$). Entonces, de acuerdo a la Ecuación de Estado, despejamos la presión p en función del volumen V :

$$p = \frac{n \cdot R \cdot T}{V}, \text{ donde } n, R \text{ y } T \text{ son constantes.}$$

El resultado de la expresión integral anterior nos da el *trabajo intercambiado durante una evolución isotérmica*:

$$W_{if} = n \cdot R \cdot T \cdot \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) \quad \text{Trabajo en Procesos Isotérmicos}$$

Trabajo en una Evolución Adiabática

Para un gas ideal (sistema cerrado) que evoluciona adiabáticamente ($Q = 0$), el número de moles n es constante y además, sabemos que la relación entre la presión absoluta que soporta el gas y el volumen que ocupa es: $p \cdot V^\gamma = cte \Rightarrow p = \frac{cte}{V^\gamma}$

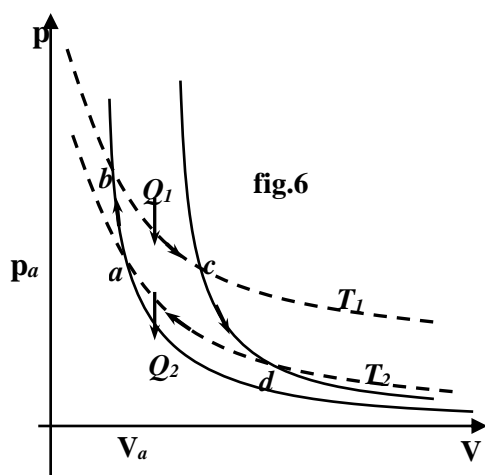
Integrando, nuevamente, de acuerdo a la expresión del trabajo ante un cambio de volumen, nos queda la expresión final para determinar el *trabajo intercambiado entre el gas ideal y el medio durante una evolución adiabática*:

$$W_{if} = \frac{p_i \cdot V_i - p_f \cdot V_f}{\gamma - 1} \quad \text{Trabajo en Procesos Adiabáticos}$$

V.6. Ciclo de Carnot – Entropía

Ciclo de Carnot

En el Capítulo IV enunciamos los tres Principios de la Termodinámica e hicimos énfasis que el Segundo Principio se enuncia para un proceso cíclico. En lo que sigue, desarrollaremos un ciclo teórico (Ciclo de Carnot). Existen otros ciclos, tanto para motores térmicos como para máquinas frigoríficas, que no desarrollaremos en este curso.



Un *ciclo reversible* importante es el **Ciclo de Carnot**, desarrollado por Sadi Carnot (1796-1832) en 1824. Este ciclo determina un *límite de la capacidad para convertir calor en trabajo* y a partir del análisis del mismo podremos definir una nueva función de estado (**entropía S**) que permitirá enunciar el Segundo Principio de la Termodinámica en forma *cuantitativa*.

El *Ciclo de Carnot*, que corresponde a un motor térmico o a una máquina frigorífica, según se recorra el ciclo; está constituido por *dos procesos adiabáticos y dos procesos isotérmicos* (fig.6). **Todos son procesos reversibles**, por lo

que este Ciclo es ideal no corresponde a ninguna máquina real.

Describiremos el ciclo haciendo un recorrido horario, o sea de un *motor térmico* ($W > 0$).

Comenzamos en el estado *a*, caracterizado por la terna (p_a, V_a, T_2) . El proceso reversible *a – b* es una **compresión adiabática** (el sistema no intercambia calor con el medio), el sistema pasa del estado *a* al estado *b*, caracterizado por la terna (p_b, V_b, T_1) , siendo T_1 la temperatura del foco caliente y T_2 la temperatura del foco frío. O sea, en este proceso aumenta la temperatura del sistema de T_2 a T_1 .

El proceso reversible *b – c* es una **expansión isotérmica** (a temperatura T_1 constante del foco caliente), durante el cual el sistema **absorbe calor** Q_1 del foco caliente. El sistema pasa del estado *b* al estado *c*, caracterizado por la terna (p_c, V_c, T_1) .

El proceso reversible *c – d*, es una **expansión adiabática** (el sistema no intercambia calor con el medio) y el sistema pasa del estado *c* al estado *d* caracterizado por (p_d, V_d, T_2) . En este proceso, la temperatura del sistema disminuye de T_1 a T_2 .

El proceso reversible *d – a* es una **compresión isotérmica** (a temperatura T_2 constante del foco frío), durante el cual el sistema **cede calor** Q_2 al foco frío. El sistema pasa del estado *d* al estado *a*, volviendo el sistema las condiciones del estado inicial.

La principal diferencia con cualquier otro ciclo de máquinas térmicas es que el calor es *absorbido* por el sistema a la *misma temperatura* T_1 (temperatura del foco caliente) y es *cedido* por el sistema a la *misma temperatura* T_2 (temperatura del foco frío).

El área encerrada en el ciclo representa el trabajo intercambiado durante todo el proceso, en este caso:

$$W = Q_1 - Q_2 > 0 \text{ (motor térmico).}$$

Por lo visto en el Capítulo IV, definimos *el rendimiento para un motor térmico cualquiera* como:

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

Se puede concluir, para un Ciclo de Carnot (la demostración no se realiza porque no es objeto de este curso) que:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

Este desarrollo nos permite **enunciar** que: *el rendimiento del ciclo de Carnot depende solamente de las temperaturas de los focos caliente (T_1) y frío (T_2).*

Para el ciclo de Carnot \Rightarrow $\eta_C = 1 - \frac{T_2}{T_1}$

Enunciado del *Teorema de Carnot* (no haremos la demostración):

Teorema de Carnot, enunciado: *Ninguna máquina térmica que trabaja entre dos focos, con temperaturas T_1 y T_2 (con $T_1 > T_2$), puede tener un rendimiento mayor al rendimiento de una máquina de Carnot que trabaje entre los mismos focos. $\eta_C \geq \eta_M$*

Entropía (No se desarrolla en la Práctica de Problemas)

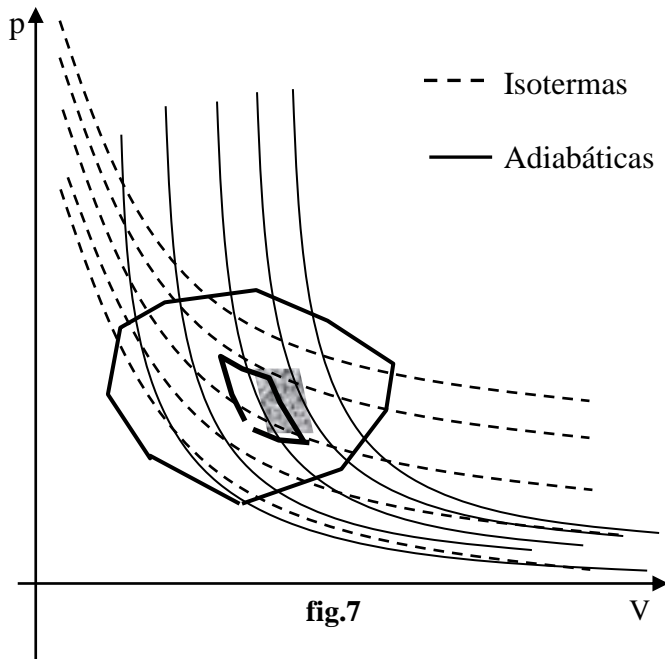
Teniendo en cuenta la definición de rendimiento de un motor térmico cualquiera; podemos asegurar que el rendimiento de un motor de Carnot es tal que cumple:

$$1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}, \text{ y resulta: } \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1}, \text{ de donde: } \frac{Q_2}{T_2} = \frac{Q_1}{T_1} \Rightarrow \frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0.$$

Si convenimos en tomar negativo el *calor que sale del sistema* ($Q_2 < 0$) se llega a: $\frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_1}{T_1} = 0$. Es decir que para un *ciclo de Carnot* es:

$$\boxed{\sum \frac{Q_i}{T_i} = 0} \quad (\text{Procesos reversibles})$$

Teniendo otro *ciclo reversible cualquiera* (**fig.7**), se lo puede considerar formado por un gran número de muy pequeños ciclos de Carnot



Para cada ciclo pequeño se cumple que: $\sum \frac{Q_i}{T_i} = 0$ (procesos reversibles), y se cumplirá para el total.

De esto se desprende que *dicho valor es independiente de la trayectoria (proceso) y por tal hemos encontrado una nueva función de estado*. Esto significa que, para cualquier trayectoria reversible entre dos estados cualesquiera 1 y 2, esa expresión tomará el mismo valor.

Esta nueva variable de estado, cuya variación es independiente del proceso y sólo depende de los estados inicial y final, se denomina Entropía, y se simboliza con la letra S.

Como toda función de estado que hemos estudiado, no nos interesa el valor de la variable para un estado determinado, sino que nos importa conocer su variación. La variación de la entropía, entre dos estados 1 y 2 es:

$$\boxed{\Delta S_{12} = S_2 - S_1 = \sum \frac{Q_i}{T_i} = \int_1^2 \frac{dQ}{T}}$$

En un proceso cíclico reversible (como el ciclo de Carnot) $\Delta S_{12} = 0$

En otras *máquinas térmicas cualesquiera* que trabajan con un ciclo diferente al de Carnot, los **procesos son irreversibles** y el **rendimiento de esa máquina es menor que el de Carnot, trabajando entre los mismos focos**. Luego, en los procesos irreversibles resulta:

$$1 - \frac{Q_2}{Q_1} < 1 - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} > 0 \Rightarrow \sum \frac{Q_i}{T_i} > 0$$

En general, para cualquier ciclo (reversible o irreversible), tenemos:

$$\boxed{\Delta S_{12} = \sum \frac{Q_i}{T_i} = \int_1^2 \frac{dQ}{T} \geq 0}$$

Aplicaciones: (no se desarrolla en la Práctica de Problemas). Algunos procesos (reversibles **a**, **b** y **c**), considerando el sistema como cerrado:

- a) En un proceso adiabático, $Q = 0 \Rightarrow \Delta S = 0$, por lo que la función entropía del sistema permanece constante para un proceso adiabático, o sea que resulta *isoentrópico*.
- b) En un proceso cíclico: $\Delta S_{12} = 0$. En un proceso cíclico, la entropía del estado inicial y final coinciden.
- c) En un proceso isotérmico (temperatura T constante) es:

$$\Delta S_{12} = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \frac{1}{T} \int_1^2 dQ = \frac{Q}{T} = n.R.\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

Si $Q > 0$ (el sistema absorbe calor y se expansión) $\Delta S > 0$.

Si $Q < 0$ (el sistema cede calor y se comprime) $\Delta S < 0$

d) Dilatación libre de un gas (proceso irreversible)

Consideremos que un gas duplica su volumen expandiéndose al penetrar en un espacio vacío.

Supongamos que las paredes del recipiente en el que se encuentra el gas son adiabáticas (por lo que $Q = 0$). Como no se realiza trabajo contra el vacío, se tiene que $W = 0$.

De acuerdo a la Primer Principio de la Termodinámica: $\Delta I = 0$, entonces $I_i = I_f$.

El estado inicial (de equilibrio) coincide con el estado final (de equilibrio). Si el gas es ideal, su *energía interna solo depende la temperatura*, por lo que $T_i = T_f$. Evidentemente la dilatación libre es un **proceso irreversible**, pues el gas no podrá (espontáneamente) recuperar su volumen inicial (antes de expandirse). Por lo tanto, tendremos una *variación de entropía* entre los estados de equilibrio inicial y final, pero no podemos calcularla mediante la expresión (17) porque esta relación solo se aplica a evoluciones reversibles. Obsérvese que enseguida nos encontraremos con $Q = 0$ y no obtendríamos el resultado esperado.

Para determinar el cambio de entropía en la dilatación libre debemos buscar *algún proceso reversible entre los dos estados de equilibrio*. Es fácil pensar en un *proceso isotérmico* en el que se duplica el volumen: $V_2 = 2 \cdot V_1$ y si observamos el resultado del caso c) tenemos:

$$\Delta S_{12} = \frac{1}{T} \int_1^2 dQ = \frac{Q}{T} = n.R.\ln\left(\frac{2.V_1}{V_1}\right) = n.R.\ln 2 > 0$$

La entropía del sistema aumenta en este proceso adiabático irreversible.

Comprendamos la entropía.

Si consideramos que los procesos estudiados se dan por intercambios de energía entre el sistema y el ambiente; podemos considerar la variación de la entropía del universo. En general, la entropía del universo será la suma de los cambios de la entropía del sistema y del ambiente:

$$\Delta S_U = \Delta S_S + \Delta S_A$$

Como el Universo es un *sistema aislado*, los intercambios de energía solo pueden darse entre el sistema y el ambiente. Entonces, si los *procesos que ocurren son reversibles* se tiene que:

- a) Si aumenta la entropía del sistema ($\Delta S_S > 0$), disminuye la entropía del ambiente en la misma cantidad ($\Delta S_A < 0$), o sea: $\Delta S_S = -\Delta S_A$
- b) Si disminuye la entropía del sistema ($\Delta S_S < 0$), aumenta la entropía del ambiente en la misma cantidad ($\Delta S_A > 0$), o sea: $\Delta S_S = -\Delta S_A$

Podemos concluir que, en ambos casos, la entropía del Universo permanece constante. $\Delta S_U = 0$

Ahora bien, en los *procesos irreversibles*, al variar la entropía del sistema también varía la del ambiente, pero *no cambian en la misma cantidad*. Todo ocurre de manera que la entropía del Universo siempre aumenta ($\Delta S_U > 0$). Entonces, si en la *Naturaleza* los procesos que ocurren siempre son *irreversibles*, podemos asegurar que *la entropía del Universo aumenta después de la ocurrencia de cada proceso irreversible*. Por lo que *podemos establecer un orden temporal de cambio del Universo desde un estado de menor entropía a otro estado de mayor entropía*. A este enunciado se lo conoce como *flecha del tiempo*.

En general, **la entropía de un sistema aislado (universo) se mantendrá constante o aumentará:**

$$\Delta S_U \geq 0.$$

Esta expresión constituye otro enunciado del Segundo Principio de la Termodinámica, este principio, *define la variable de estado entropía (S)*

La *entropía* representa la *degradación* del Universo, pues si bien la energía total se conserva en cada proceso, *va perdiendo calidad para ser utilizada*. El *Universo pasa de un estado de mayor orden a otro de menor orden*. Por eso se suele expresar que la *entropía mide el estado de desorden de un sistema*. Un ejemplo sencillo: El agua en fase sólida a 0°C (hielo) se funde si se le entrega calor a presión constante. La temperatura del sistema permanece constante hasta que toda la masa de agua (sólida) se transforma en agua (líquida) a 0°C. En este caso, el sistema tiene un aumento de entropía y por consiguiente el estado líquido es más desordenado que el estado sólido.

Conclusión: *los procesos naturales tienden a moverse hacia un estado de mayor desorden.*

V.7. Entalpía. (No se desarrolla en la Práctica de Problemas)

Definiremos algunas otras *variables de estado* útiles para cuantificar algunos fenómenos termodinámicos. Recordemos que las variables de estado no dependen del proceso y que, no nos interesa conocer su valor para un determinado estado, nos importa conocer los cambios en las variables de estado como resultado de procesos a los que se somete un sistema.

Entalpía

Sea gas ideal sometido a un proceso a presión constante (isobárico). Aplicando el Primer Principio de la Termodinámica resulta:

$$Q_p = \Delta I + p.(V_f - V_i) \quad \Rightarrow \quad Q_p = I_f - I_i + p.V_f - p.V_i = (I_f + p.V_f) - (I_i + p.V_i)$$

Se denomina *Entalpía* (se representa con **H**) para un estado del sistema a la relación entre la energía interna del sistema *I* más la presión absoluta que soporta el sistema *p* por el volumen que ocupa *V*

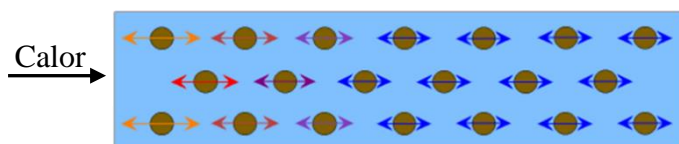
$$\boxed{H = I + p.V}$$

En un proceso a presión constante, el calor intercambiado es igual a la variación de la entalpía del sistema: $Q_p = H_f - H_i = \Delta H$.

Esto es lo que sucede en los procesos físicos y químicos que suceden en la atmósfera, donde la presión se mantiene constante y es la presión atmosférica ($p = p_{atm} = cte$).

V.8. Transmisión del Calor por Conducción – Convección – Radiación

Transmisión del Calor por Conducción



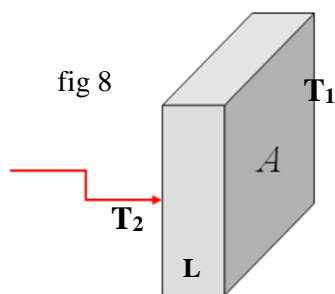
Si sostenemos una barra con la mano desde un extremo de la misma y colocamos el otro extremo sobre una llama, al cabo de un tiempo sentiremos que el extremo sostenido se calentará a pesar de no estar en contacto con la fuente de calor. Se dice que

el “*calor alcanza*” el extremo de menor temperatura por **conducción**. Para que el calor se trasmita

por conducción, tiene que existir *materia como medio para el proceso*. No puede haber conducción en el vacío (dicho de otra manera, el *vacío no permite la conducción de calor*). El proceso de conducción es una **consecuencia de la definición de calor** que dimos en el capítulo anterior, cuando dijimos que se trata de la *energía en tránsito debida exclusivamente a la diferencia de temperatura*. Entonces, si en una barra, un extremo está a mayor temperatura que el otro, el calor se transmitirá espontáneamente desde la zona de mayor temperatura a la de menor temperatura. *Una interpretación microscópica* sería pensar que las moléculas del material, cercanas al extremo caliente al recibir energía *aumentan la violencia de sus vibraciones*, chocan con sus vecinas que se mueven más lentamente, cediéndoles parte de su energía cinética. Estas últimas, a su vez ceden a sus vecinas parte de su variación de energía, y así sucesivamente, hasta llegar al otro extremo. Se transmite energía de una molécula a otras, *sin que exista cambio de la posición de las moléculas*.

Puede probarse experimentalmente que si la barra (del ejemplo inicial) es de metal, el *calor se transmite más rápidamente* que si es de vidrio o cerámica o madera (aislando convenientemente en este caso para que no entre en combustión). Esa característica que tienen los metales se debe a la existencia de electrones libres que ayudan a la propagación del calor por la libertad de movilidad que poseen (por la misma razón se dan las propiedades de conductores de la electricidad). La conducción solo ocurre cuando las distintas partes del cuerpo tiene temperaturas diferentes.

Analicemos empíricamente, de manera que nos permita determinar una expresión para la conducción de calor a través de un cuerpo. Tengamos un bloque de cierto material (**fig.8**) con dos caras paralelas de área transversal de sección A y con un espesor L . Una de las caras del bloque se encuentra a una temperatura T_1 y la otra cara a una temperatura T_2 , donde $T_2 > T_1$. Definimos *flujo de calor Φ* al calor transmitido (Q) por unidad de tiempo (t), que atraviesa una sección transversal de área A desde la cara de mayor temperatura (T_2) a la de menor temperatura (T_1).



$$\Phi = \frac{Q}{t}$$

Experimentalmente, se deduce que este flujo de calor Φ es:

- a) proporcional a la diferencia de temperaturas entre las caras ($T_2 - T_1$);
- b) proporcional al área de la sección transversal de la pared (A);
- c) inversamente proporcional al espesor de la pared (L).

Entonces: $\Phi \propto \frac{A \cdot (T_2 - T_1)}{L}$ Por lo que definimos una constante que depende del material del bloque y se denomina *coeficiente de conductividad térmica (k)*

De todo esto, la expresión que permite calcular el flujo de calor a través de un material es:

$$\Phi = \frac{Q}{t} = k \frac{A \cdot (T_2 - T_1)}{L}$$

Las *unidad de flujo de calor* (S.I) es: $[\Phi] = \frac{J}{s}$

La unidad en el S.I. del *coeficiente de conductividad térmica* es: $[k] = \frac{J}{s \cdot m \cdot K}$

Espuma de poliestireno	0.036
Papel	0.13
Vidrio	0.35-1.3
Hielo	2.2
Plomo	34
Acero	45
Aluminio	204
Cobre	380

Se denomina *gradiente temperatura* a la relación entre la diferencia de temperatura entre dos sección y la distancia que

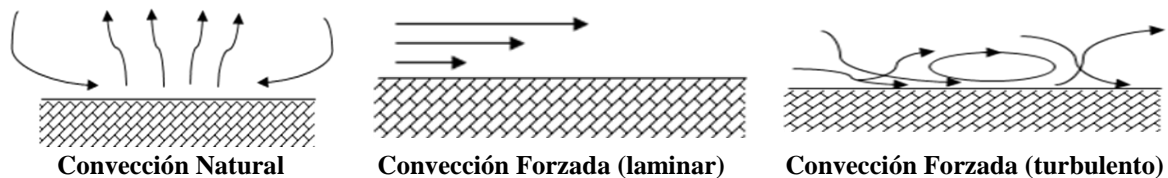
separa esas secciones: $\frac{(T_2 - T_1)}{L} = \frac{\Delta T}{L}$ y su unidad es: $\left[\frac{\Delta T}{L}\right] = \frac{K}{m}$

← Tabla de algunos valores del **Coefficiente de Conductividad Térmica**

Transmisión del Calor por Convección

El término *convección* se aplica a la *transmisión de calor cuando existe un movimiento real de materia debido a diferentes temperaturas en la masa de sustancia*. La transmisión de calor por *convección* se produce siempre a través de *materia*, o sea que en el *vacio no hay transmisión de calor por convección*.

Un ejemplo es el calentamiento de un ambiente mediante un calefactor, o bien el calentamiento de la atmósfera, a partir del suelo. Si la *masa de materia caliente se mueve por diferencia de densidad*, se denomina *convección natural* (solo hacia arriba); en caso que la *masa de materia caliente se mueva mediante la acción de un ventilador o bomba*, se denomina *convección forzada*. Esta forma de propagación es típica en los gases y líquidos.



El *flujo de calor* $\Phi = \frac{Q}{t}$, depende en estos casos, de:

- la *superficie* a través de la cual se mueve la masa, desde la zona caliente hacia la zona fría;
- la *dirección del recorrido*: vertical, inclinada, horizontal;
- la *superficie de contacto* entre la fuente de calor y la sustancia (gas o líquido);
- la *viscosidad*, la *densidad*, c_v , c_p , el coeficiente de conductividad;
- el tipo de movimiento del fluido se realice según un régimen laminar o turbulento;
- que se produzcan *cambios de fase* (ej. se calienta agua, se evapora, el vapor se traslada y cede energía al condensarse nuevamente en otro lado).

En general, el flujo de calor Φ por convección se expresa:

$$\frac{Q}{t} = h \cdot A \cdot (T_2 - T_1)$$

Donde h es el *coeficiente de convección*, depende del tipo y características de la sustancia y, cuyas unidades en el S.I es:

$$[h] = \frac{J}{s \cdot m^2 \cdot K}$$

Convección libre en aire	5-25
Convección libre en agua	500-1000
Convección forzada en aire	10-500
Convección forzada en agua	100-15000
Agua hirviendo	2500-25000
Vapor condensando	5000-100000

← Tabla de algunos valores del **Coefficiente de Convección** en:

$$[h] = \frac{J}{s \cdot m^2 \cdot K}$$

Transmisión del Calor por Radiación

Al poner la mano en contacto con la superficie de un radiador de calefacción de agua caliente, el calor llega por *conducción*. Si colocamos la mano a cierta distancia sobre la vertical que pasa por el calefactor, el calor nos llega por *convección* al subir el aire caliente, si se coloca la mano a un lado del radiador, también se calienta, pero en este caso se dice que la energía nos llega por *radiación*.

La **radiación se refiere a la emisión continua de energía desde la superficie de todos los cuerpos, debido a la temperatura absoluta del cuerpo**. Esta energía se denomina *energía radiante o radiación* y constituye un modo particular de transmitir energía (energía en tránsito) diferentes a *trabajo y calor*.

La radiación es un mecanismo de transferencia de energía debido a la propagación de ondas electromagnéticas. La radiación se puede transmitir en el vacío (no es necesario que exista materia para su transmisión) y viaja a una *velocidad constante* de aproximadamente: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s (en el vacío).

Todo lo referido a ondas electromagnéticas, su propagación y el análisis de fenómenos de intercambio de energía radiante serán tratados en los tres últimos capítulos de este curso de Física.

La energía radiante emitida por un cuerpo depende de la naturaleza de la superficie y de su temperatura. En este capítulo, tratamos la **radiación** como un **mecanismo de “transferencia de calor” en el cual la energía se emite por la superficie de un cuerpo en forma de radiación electromagnética por el hecho de estar, la superficie del cuerpo, a temperatura superior a 0 K**.

La radiación siempre está presente entre cuerpos materiales (un *emisor* y un *absorbente*), estableciéndose un *intercambio radiativo* (que denominamos calor por radiación) entre los cuerpos. El **intercambio radiativo** es predominante cuanto mayor es la diferencia de temperaturas entre el emisor y el absorbente.

Experimentalmente se encuentra que la **cantidad de energía emitida por unidad de área y unidad de tiempo es proporcional a la cuarta potencia de la temperatura absoluta T** .

El enunciado se conoce como Ley de Stefan – Boltzmann:

$$\boxed{I = e \cdot \sigma \cdot T^4}$$
 y sus unidades; [I] = W/m²

La energía emitida por unidad de superficie es directamente proporcional a la cuarta potencia de la temperatura absoluta de la superficie.

Donde: σ es una constante universal denominada constante de Boltzmann $\sigma = 5,6699 \cdot 10^{-8}$ W/m²K⁴

Ludwing Boltzmann (1844-1906) y Josef Stefan (1835-1893)

El valor de e que caracteriza las propiedades de emisión de la superficie recibe el nombre de *poder emisivo* o *emisividad*. $0 \leq e \leq 1$

La energía emitida por un cuerpo depende de su temperatura, pero la absorbida depende del entorno (todo esto en la unidad de tiempo). Entonces, si un cuerpo a la temperatura T_1 está rodeado de otro cuyas paredes interiores están a la temperatura T_2 , se produce un flujo de energía radiante, perdida o ganada, del cuerpo 1 al 2.

El balance se expresa así:

$$I_{neta} = A_1 e_1 \sigma T_1^4 - A_2 e_2 \sigma T_2^4$$

donde A_1 es el área del cuerpo 1 y A_2 es el área del cuerpo 2, si $A_1 = A_2 = A$ y $e_1 = e_2 = e$ resulta:

$$\boxed{I_{neta} = A e \sigma (T_1^4 - T_2^4)}$$

La radiación térmica abarca una zona del *espectro electromagnético* comprendida entre las siguientes longitudes de onda: 10^{-7} m < λ < 10^{-3} m. En el espectro electromagnético, esta longitud de onda corresponde al infrarrojo. Para diferentes temperaturas ocurrirá:

- a) la intensidad aumenta con T;
- b) la longitud de onda a la que corresponde la intensidad máxima emitida disminuye al aumentar la temperatura.

El *poder emisor* e de una superficie se define como la *relación entre la intensidad de radiación emitida por el cuerpo y la intensidad emitida por el cuerpo negro*, para una misma temperatura:

$$e = \frac{I}{I_{negro}}$$

Un buen emisor, es a su vez un buen receptor o absorbente. Un mal emisor (mal absorbente) es un buen reflector. Si se llama *absorbancia* α *la relación entre la energía que puede absorber un cuerpo y la energía que absorbería un cuerpo negro a la misma temperatura*, resulta la:

Identidad de Kirchoff: $\alpha = e$

Para un **cuerpo negro**: $\alpha = e = 1$

Para el caso que: $0 < \alpha < 1$, el cuerpo se denomina gris.

Si $e = 0$, tenemos el mejor reflector (no absorbe ni emite). Suele llamarse *cuerpo blanco*.

El cuerpo negro es el emisor (o absorbente) ideal.

V.9. Dilatación Térmica

Introducción

La *dilatación de un cuerpo* se entiende como el *cambio en sus dimensiones*. Si mencionamos *dilatación térmica*, es porque el cambio de las dimensiones se produce por *cambios en la temperatura del cuerpo*. Los cuerpos en general, aumentan las dimensiones (se agrandan o se dilatan positivamente) al calentarse (hay excepciones).

Podemos encontrar las expresiones para la dilatación térmica de manera experimental. Recordemos que todos los cuerpos ocupan un lugar en el espacio y por lo tanto tienen tres (3) dimensiones lineales (largo, ancho, espesor).

Dilatación Lineal

Si tomamos una varilla (cuerpo en el que una dimensión es mucho mayor que las otras dos) con una longitud inicial L_i a una temperatura inicial T_i , sometida a la acción de una fuente que transmite calor, elevará la temperatura a un valor final T_f y se observará que se ha producido un *aumento de longitud* o *alargamiento*, siendo su longitud final L_f . La variación de longitud experimentada por la varilla será:

$$\Delta L = L_f - L_i$$

Experimentalmente se tiene que el *alargamiento* ΔL es *proporcional a la longitud* L_i y a la *variación de la temperatura* ΔT . La constante de proporcionalidad depende del material de la varilla.

$$\Delta L = \alpha L_i \Delta T$$

α se denomina *coeficiente de dilatación lineal*, es *característico de cada material e indica el alargamiento (dilatación lineal) por unidad de longitud inicial y por unidad de cambio de temperatura*.

$$\alpha = \frac{\Delta L}{L_i \cdot \Delta T} \quad \text{la unidad de } \alpha \text{ será: } [\alpha] = ^\circ\text{C}^{-1} = \text{K}^{-1}$$

La ecuación puede escribirse: $L_f - L_i = \alpha L_i \Delta T$

Despejando de ésta, obtenemos la longitud final de una varilla de determinada longitud inicial y ante un aumento de la temperatura

$$\boxed{L_f = L_i (1 + \alpha \Delta T)}$$

Si $\Delta T > 0 \Rightarrow L_f > L_i$

Si $\Delta T < 0 \Rightarrow L_f < L_i$

Dilatación Superficial

Si ahora tenemos una placa rectangular de lados a y b (dos dimensiones respecto de la tercera que es despreciable) que se calienta de T_i a T_f . cada dimensión sufre una dilatación:

$$a_f = a_i (1 + \alpha \Delta T) \quad b_f = b_i (1 + \alpha \Delta T)$$

siendo la superficie inicial $S_i = a_i \cdot b_i$, y la final:

$$S_f = a_i (1 + \alpha \Delta T) \cdot b_i (1 + \alpha \Delta T) = a_i \cdot b_i \cdot (1 + \alpha \Delta T)^2$$

Desarrollando el cuadrado del binomio: $(1 + \alpha \Delta T)^2 = 1 + 2 \alpha \Delta T + (\alpha \Delta T)^2$
 el término $(\alpha \Delta T)^2$ es despreciable frente a los otros términos, quedando finalmente:

$$S_f = S_i (1 + 2 \alpha \Delta T),$$

llamando como $\gamma = 2 \cdot \alpha$ *coeficiente de dilatación superficial*, resulta:

$$\boxed{S_f = S_i (1 + \gamma \Delta T)}$$

Dilatación Volumétrica o Cúbica

Finalmente, si consideramos las tres dimensiones de un cuerpo, al calentarlo habrá un aumento de volumen en función de la dilatación lineal de cada dimensión, tomemos un paralelepípedo de lados a , b y c .

El volumen inicial será: $V_i = a_i \cdot b_i \cdot c_i$, el volumen final será:

$$V_f = a_i \cdot (1 + \alpha \Delta T) \cdot b_i \cdot (1 + \alpha \Delta T) \cdot c_i \cdot (1 + \alpha \Delta T) = a_i \cdot b_i \cdot c_i \cdot (1 + \alpha \Delta T)^3$$

Desarrollando el cubo del binomio y despreciando los términos con α *elevado al cuadrado y al cubo*, resulta:

$$V_f = V_i (1 + 3 \cdot \alpha \Delta T),$$

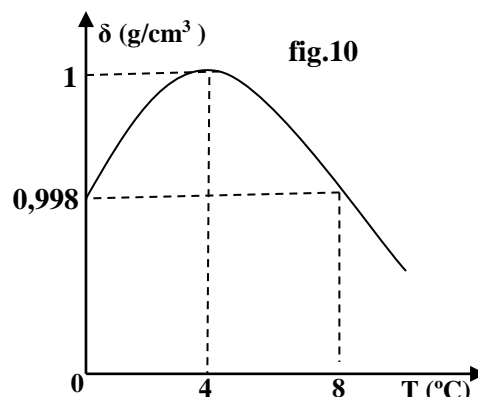
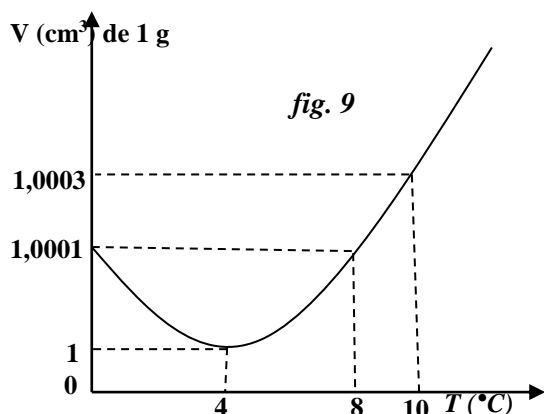
llamando como $\beta = 3 \cdot \alpha$ *coeficiente de dilatación cúbica*, finalmente queda:

$$\boxed{V_f = V_i (1 + \beta \Delta T)}$$

Por lo general las tablas para los elementos sólidos dan el coeficiente de dilatación lineal (α), multiplicando por dos o por tres se obtienen los coeficientes de dilatación superficial y volumétrico respectivamente.

Por lo general, cuando se analizan dilataciones de líquidos, se informa directamente el coeficiente de dilatación cúbica β .

Como ejemplo en particular analizaremos el comportamiento del agua frente a las variaciones de la temperatura (se trata del H₂O en estado líquido). Entre 0°C y 4°C tiene un *comportamiento anómalo*,



ya que *disminuye el volumen* ($\beta < 0$) y luego de 4°C a 100°C *aumenta nuevamente el volumen* ($\beta > 0$).

La **fig.9** grafica la densidad en función de la temperatura, midiendo la máxima para 4°C.

En la **fig.10** se indica el volumen que ocupa una masa de un gramo (obviamente, una curva inversa de la anterior).

Esta propiedad del H₂O hace que lagos y estanques se congelen primero en la superficie, y como el hielo es aislante térmico, el agua se mantiene en estado líquido en el fondo. En caso contrario no vivirían los organismos acuáticos.

V.10. Nociones de la Teoría Cinética de un Gas Ideal (No se desarrolla en Práctica de Problemas)

En el capítulo IV abordamos el estudio de sistemas termodinámicos desde una descripción macroscópica. Comentamos que otra forma de estudiar los sistemas es mediante variables microscópicas relacionadas con las características físicas de las partículas que componen el sistema. Ese estudio es abordado por la Mecánica Estadística. Si bien, en este curso de Física no vamos a profundizar en ese abordaje, deseamos finalizar este capítulo haciendo una muy breve mención a la *interpretación microscópica de la temperatura*. Para un sistema cualquiera, las variables macroscópicas y microscópicas deben estar relacionadas porque son simplemente diferentes formas de describir la misma situación. En particular, podremos expresar a las primeras (macroscópicas) en función de las segundas (microscópicas).

Describiremos a continuación un modelo desarrollado entre 1860 y 1890 (segunda mitad del Siglo XIX) por (entre otros) Rudolf Clausius (1822-1888), James Clerk Maxwell (1831-1879) y Ludwig Boltzmann (1844-1906). El trabajo desarrollado por estos científicos fijó un modelo de Gas Ideal conocido como “Modelo Cinético del Gas Ideal”.

Los **postulados básicos** de este modelo son:

1. *El gas ideal está formado por partículas consideradas esferas rígidas de dimensiones extremadamente pequeñas (masas puntuales).*
2. *Las partículas están en rápido y continuo movimiento al azar, con trayectorias rectilíneas, cuya dirección y velocidad cambian por choques entre ellas y contra las paredes del recipiente.*
3. *Los choques son perfectamente elásticos y de duración insignificante.*
4. *Los choques contra las paredes del recipiente originan la **presión** del gas.*

5. *Las partículas poseen velocidades que varían prácticamente entre cero y valores muy elevados, según distribuciones que varían con la temperatura.*
6. *Las partículas no ejercen entre sí fuerzas atractivas ni repulsivas, salvo como consecuencia del proceso de colisión.*

De este modelo, según el punto 4, surge que la presión (variable macroscópica) se obtiene como resultado de los cambios en el momento lineal de las partículas que componen el gas ideal al chocar contra las paredes del recipiente. Como el sistema es de muchas partículas y, las velocidades de las mismas varían de valores muy pequeños a valores grandes; podemos establecer una **velocidad media** de las partículas del gas ideal (\bar{v})

La mecánica estadística permite hallar la expresión de la presión (variable macroscópica) en función de cantidades asociadas a las moléculas del gas ideal, como su masa m y su velocidad media \bar{v} .

$$p = \frac{1}{3} \frac{m \cdot N \cdot \bar{v}^2}{V}$$

en la que m es la masa de las moléculas del gas ideal, N es la cantidad de moléculas del gas ideal, \bar{v}^2 es el cuadrado de la velocidad media de las moléculas del gas ideal y V es el volumen que ocupa el gas.

La energía cinética promedio para una molécula del gas ideal es:

$$\bar{e}_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \bar{v}^2$$

$$\bar{e}_c = \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} \cdot T$$

Expresión que indica que la **energía cinética media de las moléculas del gas ideal es función (solamente) de la temperatura absoluta del gas**. Por lo que la *temperatura absoluta del gas ideal es una medida de la energía del movimiento molecular*. Esta es la interpretación cinética (microscópica) de la temperatura.

La relación: $k = \frac{R}{N_A} = \frac{8,31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}}{6,022 \cdot 10^{23} \text{ moléculas} \cdot \text{mol}^{-1}} = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{molécula} \cdot \text{K}}$

Por lo tanto: $\bar{e}_c = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T$

De acuerdo al modelo cinético del gas ideal, esta energía cinética es la correspondiente a los movimientos de traslación de las moléculas del gas. Como las partículas se mueven en un espacio tridimensional (x, y, z) se puede inferir que **a cada dirección de traslación** le corresponde:

$$\bar{e}_c = \frac{1}{2} k \cdot T$$



F Í S I C A

Cap. VI

“Fenómenos Ondulatorios”

VI. 1. Introducción

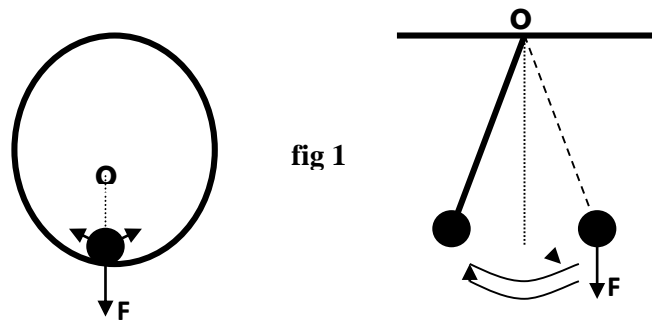
En este capítulo retomaremos la Mecánica con el objeto de estudiar otros movimientos de mucha presencia en la naturaleza y, también, en el mecanismo de varios dispositivos y equipos tecnológicos. Dividiremos el estudio, de estos movimientos, en dos tópicos que están relacionados:

- a) **Movimiento Armónico Simple:** Uno de los movimientos más importantes observados en la naturaleza es el *Movimiento Oscilatorio* (o *Vibratorio*). *Una partícula oscila cuando se mueve periódicamente con respecto a la posición de equilibrio.* Como ejemplos podemos citar: el movimiento de un péndulo; un cuerpo que se mueve en el extremo de un resorte mientras se estira y se comprime; los átomos en la estructura molecular de un sólido; los electrones en los extremos de una antena radiante o receptora; etc. De todos los movimientos oscilatorios, el más importante es el **Movimiento Armónico Simple (MAS)**, debido a que, además de ser el movimiento más simple de describir matemáticamente, constituye una aproximación muy cercana de muchas oscilaciones encontradas en la naturaleza.
- b) **Movimiento Ondulatorio:** Cuando golpeamos una campana o encendemos la radio, el sonido se oye en puntos distantes de ellos; el sonido se ha transmitido a través del aire que los rodea. Si estamos en la playa y un bote pasa a cierta distancia de la orilla sentimos la ola producida por su rápido movimiento. Cuando se enciende la lámpara en una habitación, esta se ilumina. Aunque el mecanismo físico puede ser diferente para cada uno de los procesos mencionados, todos ellos tienen una característica común, *son situaciones físicas producidas en un punto del espacio, que se propagan a través del mismo y se reciben en otro punto.* Todos estos procesos son ejemplos del **Movimiento Ondulatorio**. En este capítulo estudiaremos las características generales del movimiento ondulatorio, para considerar a continuación algunas clases especiales de ondas.

VI. 2. Movimiento Armónico Simple (MAS) - Cinemática y Dinámica del MAS - Energía del MAS – Péndulo

Movimiento Armónico Simple

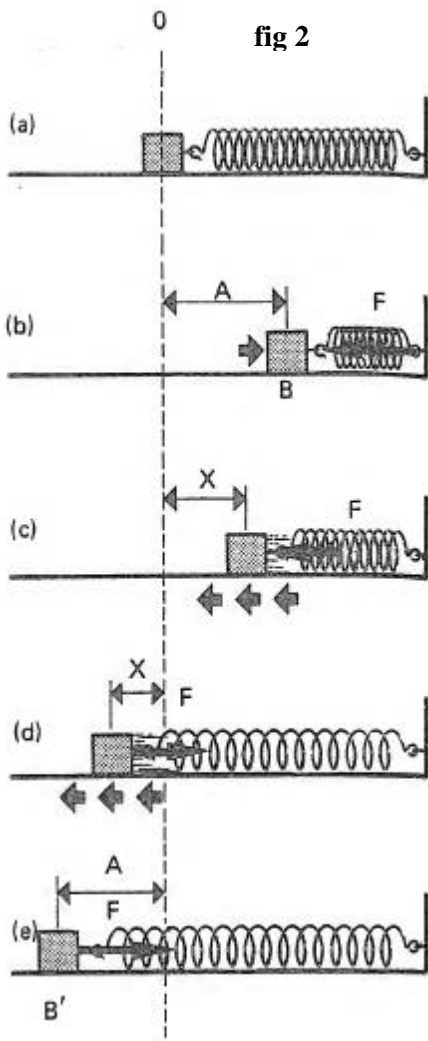
Nos volvemos a ocupar de la dinámica, en especial de ciertos movimientos que se repiten en el tiempo. Comenzaremos nuestro estudio con el fundamento de las *oscilaciones*. En general es el movimiento que se produce al desplazar un objeto de su posición de equilibrio estable (**fig. 1**). Este tipo de movimientos es periódico, ya que la velocidad y posición de las partículas en movimiento se repiten regularmente respecto del tiempo.



Definición: *Movimiento periódico es el que se produce cuando un cuerpo se mueve de un lado a otro en una trayectoria fija, regresando a cada posición y velocidad después de un intervalo de tiempo definido.*

Cinemática y Dinámica del Movimiento Armónico Simple

A continuación, describiremos un movimiento *oscilatorio* de un cuerpo sujeto a un resorte de constante elástica k .



Tengamos un cuerpo apoyado sobre una superficie horizontal sin fricción, que se encuentra sujeto al extremo de un **resorte**, como se indica en la **fig.2a**. El otro extremo del elástico se encuentra fijo a una pared, y el punto O representa la posición de equilibrio del cuerpo; es decir, en esta posición el resorte no ejerce ninguna fuerza sobre él, pues no tiene deformación (no está comprimido, ni estirado, longitud propia del resorte).

Si empujamos el cuerpo comprimiendo el resorte una distancia A, hasta la posición B (**fig.2b**), el resorte empezará a ejercer sobre el cuerpo una fuerza \vec{F} **dirigida hacia la posición de equilibrio**. Al soltar el cuerpo se **acelerará** debido a esta fuerza y su **velocidad aumentará** conforme se acerque al punto O (**fig.2c**). **La fuerza \vec{F} es proporcional a la deformación \vec{x} del resorte**, y está dada por $\vec{F} = -k \cdot \vec{x}$ donde k es la **constante elástica del resorte** y, el signo (-) indica que la fuerza es opuesta a la elongación (deformación) del resorte. Así, a medida que el cuerpo se aleja de B, el **módulo de \vec{F} disminuye, anulándose cuando llega al punto O**.

En virtud de la velocidad adquirida, el cuerpo sobrepasa la posición de equilibrio, y el resorte, al hallarse estirado en esta parte, pasa a ejercer una fuerza que sigue dirigida hacia el punto O, y por tanto, es de sentido contrario a la velocidad del cuerpo (**fig.2d**). El **movimiento es retardado**, y en el punto B' (simétrico de B) la **velocidad del cuerpo se anula (fig.2e)**. Partiendo de B' el cuerpo se **vuelve a acelerar hacia O** y rebasa este punto, siendo entonces retardado por el resorte hasta que alcanza el punto B. Como no hay fricción, este movimiento de vaivén entre los puntos B y B' prosigue indefinidamente.

Cuando un cuerpo realiza un movimiento como este, en el cual va y viene sobre una misma trayectoria, decimos que está **vibrando**, o bien, **oscilando** entre los puntos B y B'. En el caso particular que se muestra en la Figura 2, en el cual la **fuerza que actúa sobre el cuerpo es proporcional al desplazamiento respecto de la posición de equilibrio y en sentido opuesto**, el movimiento vibratorio se denomina **Movimiento Armónico Simple (MAS)**.

Definición: El Movimiento Armónico Simple (MAS) es un movimiento periódico, en ausencia de rozamiento, producido por una fuerza de restitución o recuperación que es directamente proporcional al desplazamiento (elongación, deformación), aplicada en la misma dirección, pero de sentido opuesto y su posición en función del tiempo está descrita por una función seno o coseno.

En símbolos: si un cuerpo cumple con un MAS, la fuerza actuante (llamada fuerza restauradora) tiene la forma:

$$\vec{F} = -k \cdot \vec{x}$$

Esta expresión se conoce como Ley de Hooke, Robert Hooke (1635-1703). **La constante de proporcionalidad es la constante del resorte.**

La máxima elongación (o sea, el máximo apartamiento del cuerpo respecto de la posición de equilibrio) se denomina **Amplitud** ($x = A$). En esta posición, la **fuerza restauradora es máxima** y por lo tanto, es **máxima la aceleración** que adquiere el cuerpo. Así mismo, la **velocidad del cuerpo en esa posición es nula** ($v = 0$), pues cambia el sentido de movimiento.

Una **oscilación completa** (un ciclo), es la *distancia que recorre el cuerpo que se mueve con MAS, cuando pasa dos veces consecutivamente por la misma posición y moviéndose en el mismo sentido*.

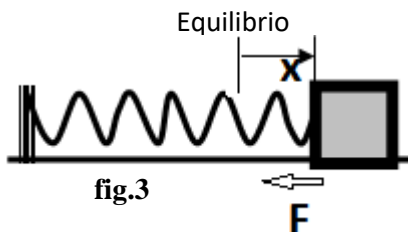
Definición: El **período** (T) del MAS es el *tiempo que tarda el cuerpo en cumplir una oscilación completa (o ciclo)*. Se expresa en unidades de tiempo (s).

Definición: La **frecuencia** (f) del MAS es la *cantidad (o el número) de oscilaciones completas en la unidad de tiempo*. Como la unidad de tiempo es el segundo (s), la frecuencia se expresa en unidad inversa del tiempo (s^{-1}), llamada Hertz (Hz). O sea que $s^{-1} = \text{Hz}$.

De lo expresado, tenemos que:

$$f = \frac{1}{T}$$

Para un MAS como el de la **fig.2** encontraremos las expresiones matemáticas que nos permitan describir y explicar este movimiento oscilatorio.



En la **fig.3**, representamos la posición de un cuerpo de masa m que se encuentra a la derecha de la posición de equilibrio (por eso la elongación x está dirigida hacia la derecha). Por lo dicho, sobre el cuerpo actúa una fuerza restauradora F que apunta hacia la posición de equilibrio, proporcional a la elongación y de sentido opuesto:

$$\vec{F} = -k \cdot \vec{x}$$

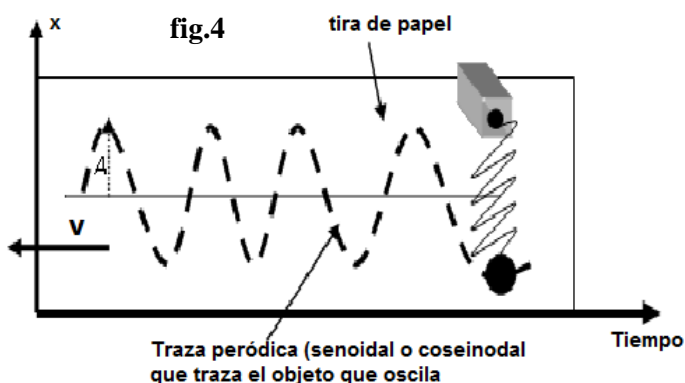
Recordando la Segunda Ley de Newton, tenemos:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = -k \cdot \vec{x}$$

De donde resulta que:

$$\vec{a} = -\left(\frac{k}{m}\right) \cdot \vec{x} \quad (1)$$

La expresión (1) indica que la **aceleración que adquiere un cuerpo que se mueve con MAS es directamente proporcional a la elongación (deformación) y su sentido es opuesto al de la elongación**. La proporcionalidad depende de la *constante elástica del resorte* y de la *masa del cuerpo que oscila*, o sea el MAS es un movimiento con *aceleración variable*.



Realicemos el siguiente experimento (**fig.4**): desplazemos una masa m (sujeta a un resorte) una distancia A , tiremos del papel hacia la izquierda con *velocidad constante* (v) y soltemos el objeto. El movimiento del objeto (vertical) de masa m será un MAS y (si el objeto que oscila tiene un marcador) dibujará en el papel una línea (traza de rayas discontinuas) que corresponde a una función periódica y observando dicha traza, las funciones periódicas más utilizadas para modelizar este tipo de situación son la

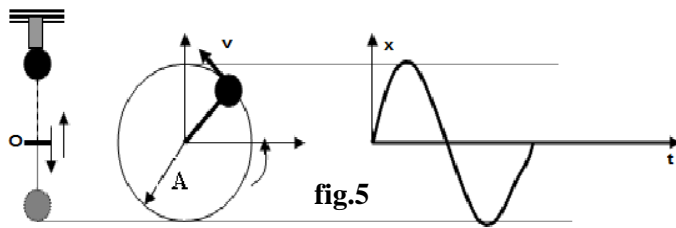
función seno o la función coseno. Por esa razón a la línea representada se la llama *senoide* o *cosenoide*.

Debemos encontrar una ley que nos permita describir el cambio de posición (x) del objeto que oscila respecto del tiempo (t). Y por la representación obtenida en el papel, esa ley debe ser una *función (matemática) periódica senoidal o cosenoidal*; por ejemplo, el coseno (\cos).

Utilizando el coseno sería:

$$x = A \cdot \cos \theta \quad (2)$$

Donde A (amplitud) es la posición máxima (máxima elongación del resorte) y θ es el argumento en radianes. Como nuestra intención es encontrar la ley que describe la posición en función del tiempo (Ley Horaria para el MAS), expresaremos el argumento θ como una variable en función del tiempo t .



En el Capítulo I hemos estudiado el Movimiento Circular Uniforme (MCU) y afirmamos que este movimiento es periódico.

Por lo tanto, podemos establecer alguna relación entre el MCU y el MAS. En la **fig.5** hemos agregado, a la **fig.4**, un objeto que se mueve con MCU describiendo una trayectoria

circular de radio $r = A$ (el radio de la circunferencia es la amplitud del MAS). Por ser un MCU, la velocidad angular permanece constante $\omega = cte$ y el módulo de la velocidad tangencial también será constante e igual a:

$$v = \omega \cdot r = \omega \cdot A \quad (3)$$

Durante un período (T), cuando el cuerpo de masa m que se mueve con MAS cumple una oscilación completa, el cuerpo que se mueve con MCU recorre una circunferencia completa de radio $r = A$.

Entonces: $v \cdot T = 2 \cdot \pi \cdot A \quad (4)$

Despejando de (4), resulta: $T = 2 \cdot \pi \cdot \frac{A}{v} \quad (5)$

Reemplazando (3) en (5) queda: $T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega} \quad (6)$ donde ω es la velocidad angular cte.

Despejando (6) y sabiendo que: $f = \frac{1}{T}$ llegamos a: $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$

La Ley Horaria para el MCU indicaba que: $\theta = \omega \cdot t$.

Por lo que: $\theta = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot t \quad (7)$

Hemos logrado escribir el argumento (θ) de la expresión (2) en función del tiempo, utilizando el MCU, debido a su similitud con el MAS (**fig.5**), podemos reemplazar (7) en (2):

$$\boxed{x = A \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t)} \quad (8) \quad \text{Ley Horaria del MAS}$$

Esta es la **Ley Horaria para el Movimiento Armónico Simple**. La elongación del cuerpo que oscila es función cosenoidal del tiempo.

Teniendo la Ley Horaria podemos encontrar las expresiones que nos permiten determinar la velocidad y la aceleración (en función del tiempo) del cuerpo que oscila con MAS (cinemática del MAS). Como el movimiento es unidireccional, solo expresamos las componentes de la elongación, velocidad y aceleración en una sola dirección (por conveniencia hemos elegido el eje x)

Ya hemos definido la velocidad como $v = \frac{dx}{dt}$ y la aceleración como $a = \frac{dv}{dt}$. Por lo que derivando se llega a las expresiones de velocidad y aceleración en función del tiempo para el MAS. Estas expresiones también resultan funciones periódicas (seno u coseno).

De estos resultados se deduce que para un MAS

$$a = -(2 \cdot \pi \cdot f)^2 \cdot x$$

- podemos inferir que cuando la elongación es nula ($x = 0$, posición de equilibrio), la aceleración también será nula ($a = 0$) y la fuerza restauradora también es nula ($F = 0$).

- tenemos que si la *elongación es máxima* ($x = \pm A$), la *aceleración es máxima* $a_{\max} = \pm 4.\pi^2 .f^2 .A$ y la *fuerza restauradora también es máxima* $F = \pm k.A$
El signo \pm indica que $x = +A$ o $x = -A$.
- la *velocidad es máxima* $v_{\max} = \pm 2.\pi .f .A$. Esto nos permite asegurar que *el cuerpo que oscila se mueve con máxima velocidad cuando pasa por la posición de equilibrio* (cuando pasa hacia un lado + y hacia el otro -).
- la *velocidad será nula* ($v = 0$) cuando tenemos que la *elongación es máxima* $x = \pm A$. Esto nos permite asegurar que *la velocidad del cuerpo que oscila es nula cuando la elongación es máxima*, lo que ocurre para $x = +A$ o para $x = -A$

Haciendo desarrollos matemáticos que no son objeto de este curso $-\frac{k}{m} = -4.\pi^2 .f^2$

De donde despejando la frecuencia f :

$$f = \frac{1}{2.\pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Esta expresión indica que la *frecuencia* del movimiento de un cuerpo de masa m que oscila con MAS, depende de la constante elástica k y de la masa m del cuerpo que oscila.

Recordando la relación entre *frecuencia* y *período*, $T = \frac{1}{f}$, será:

$$T = 2.\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Expresión permite determinar el período del MAS al que se somete un cuerpo de masa m .

Energía en Movimiento Armónico Simple

Durante el desarrollo del Curso de Nivelación vimos que existía una *Energía Potencial* asociada a la *fuerza elástica* (proporcional a la elongación). Ella es:

$$U = \frac{1}{2} .k.x^2$$

Siempre que a una fuerza, cuyo trabajo entre dos puntos sea independiente de la trayectoria, se le puede asociar una energía potencial cuya variación solo es función del cambio de posición (es independiente de la trayectoria), decimos que esa *fuerza es conservativa*. Por lo tanto, la ***fuerza restauradora (fuerza elástica) es conservativa***

La ***energía mecánica*** de un cuerpo es la suma de su energía cinética y su energía potencial en *cada instante*, tenemos:

$$E_M = E_c + U$$

reemplazando por la Energía Cinética y la Energía Potencial Elástica, nos queda:

$$E_M = \frac{1}{2} .m.v^2 + \frac{1}{2} .k.x^2$$

Después de algunos desarrollos que no haremos, se puede concluir que

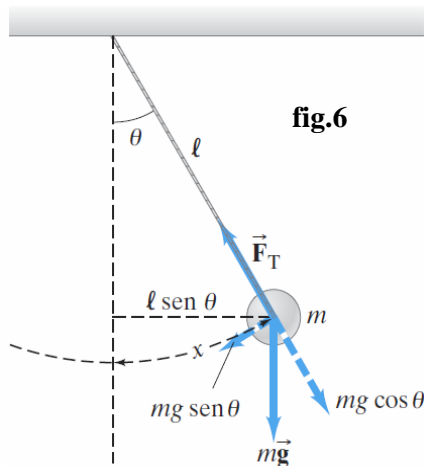
$$E_M = 1/2 .k.A^2 = cte$$

Esto corrobora lo demostrado en el Teorema de Conservación de la Energía Mecánica: ***que la Energía Mecánica en el Movimiento Armónico Simple es constante y su valor corresponde a la Energía Potencial cuando la elongación es máxima*** ($x = A$).

Para un cuerpo de masa m que cumple un MAS, la Energía Mecánica permanece constante (en todo instante) $E_M = cte$ y $\Delta E_M = 0$.

En la posición de equilibrio ($x = 0$), la energía mecánica $E_M = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2$ coincide con la energía cinética máxima ($v = v_{max}$). O sea la velocidad máxima resulta ser:

$$v_{m\acute{a}x} = \mp A \cdot \sqrt{\frac{k}{m}}$$



Péndulo Simple

Un movimiento armónico simple de mucha utilidad es el movimiento de un péndulo. Este dispositivo consta de una cuerda de longitud l (rígida) sujeta de un extremo a una superficie horizontal fija y, en el otro extremo de la cuerda (que cuelga verticalmente) se sujeta un cuerpo de masa m considerando que toda la masa está concentrada en el centro de masa del cuerpo. Apartando el cuerpo de su posición de equilibrio estable (un ángulo $\theta < 10^\circ$), al soltarlo se produce un movimiento de vaivén en torno a la posición de equilibrio. Se puede modelizar que ese movimiento es causado por una fuerza restauradora que actúa en el centro de masa del cuerpo.

En estas condiciones tratamos un **péndulo simple**, que puede obtenerse con muy buena aproximación cuando la masa de la cuerda es despreciable con respecto a la masa del cuerpo que oscila y el ángulo de apartamiento (amplitud) es pequeño (**fig. 6**).

Se ha representado la fuerza gravitatoria $m \cdot g$ que se descompone en dos direcciones perpendiculares:

$$m \cdot g \cdot \cos\theta \quad ; \quad m \cdot g \cdot \sin\theta \quad (\text{A})$$

$$F_T - m \cdot g \cdot \cos\theta = 0.$$

Por lo que la **fuerza resultante** que actúa sobre el cuerpo es la indicada en (A).

Esta fuerza apunta hacia la posición de equilibrio (opuesto al desplazamiento del cuerpo) y su módulo es variable (pues varía el $\sin\theta$). Puede inferirse que, cuando el cuerpo que oscila, pasa al otro lado de la posición de equilibrio la fuerza seguirá apuntando hacia la posición de equilibrio (siguiendo opuesta al desplazamiento del cuerpo). Por lo que la expresión (A) corresponde a una **fuerza restauradora** que provoca un MAS. Esto es, por lo visto en la expresión (1), teniendo en cuenta solo componentes:

$$F = -k \cdot x = -m \cdot g \cdot \sin\theta$$

Desarrollando convenientemente, para ángulos θ muy pequeños ($< 10^\circ$), se obtiene la expresión para determinar el Período del Péndulo Simple:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Esta expresión permite inferir que: *el período de oscilación de un péndulo simple depende de la longitud de la cuerda y de la aceleración de la gravedad local*. De esta misma expresión se pueden obtener algunas conclusiones interesantes:

- Para un mismo lugar, el período T de oscilación del péndulo simple *aumenta* cuando *aumenta* la longitud l de la cuerda.
- Manteniendo la misma longitud l de la cuerda de un péndulo simple, el período T de oscilación del péndulo simple *aumenta* si *disminuye* la gravedad local g .

- El *período* T de oscilación de un péndulo simple *no depende* de la masa m que oscila y *no depende* del ángulo de apartamiento (*amplitud*) θ , mientras sea pequeño.
- Si se mide la *longitud* l de la cuerda de un péndulo simple y su *período* T de oscilación; se puede determinar el valor de la *aceleración de la gravedad local* g . (Trabajo Práctico de Laboratorio N° 2).

VI. 3. Movimiento Ondulatorio - Definición de onda - Clasificación de ondas

Movimiento Ondulatorio

Abordaremos ahora, el segundo tópico que propusimos tratar en este capítulo. Pensemos alguna *propiedad física*: la deformación de un resorte, la presión de un gas, la deformación de un sólido, el desplazamiento transversal de una cuerda, el campo electromagnético, el campo gravitacional, etc. Si se produce algún cambio en las propiedades físicas (*perturbación*) en algún lugar del espacio, estas pasan a ser dependientes del tiempo (*dinámicas*). Las *perturbaciones, dependientes del tiempo*, dan como resultado la *propagación de esta perturbación* a través del espacio. Esto provoca *cambios en las condiciones físicas en otros lugares*. Entonces, decimos que hay una **onda** asociada a esa propiedad.

Consideremos la superficie libre de un líquido, la propiedad es, en este caso, el *desplazamiento de cada punto de la superficie* con respecto a su posición de equilibrio (por ejemplo, perpendicularmente al plano de la superficie del líquido). En condiciones de equilibrio (*estáticas*) la superficie libre del líquido es plana y horizontal. Pero si en un punto las condiciones de la superficie se perturban, por ejemplo dejando caer una piedra, esta ***perturbación se propaga en todas las direcciones según la superficie del líquido***. Queda claro, en el ejemplo, que *la propagación es de la perturbación (energía y momento lineal)*; ***no hay propagación de materia***.

Estudiaremos las características generales del movimiento ondulatorio, su propagación y los fenómenos que provoca. En este capítulo nos referiremos, mayormente, a *ondas elásticas en un medio físico*, ignorando la estructura molecular del medio, o sea trataremos ondas en un medio continuo. Al finalizar el capítulo haremos mención a las *ondas electromagnéticas* que no necesitan un medio físico para su propagación. En los capítulos VII y VIII nos ocuparemos con más detalle sobre este tipo de ondas.

Definición de onda

Entendemos por *onda* a la *propagación de una perturbación de las propiedades del espacio*. La *onda transporta energía y momento lineal*. Una onda no implica propagación de materia. El lugar donde se provoca la perturbación se lo llama ***foco*** o ***fuerza***.

Entonces definimos **dos tipos de ondas**:

Definición de onda elástica: *es la propagación de una perturbación de las propiedades de un medio físico (material). Estas ondas necesitan un medio físico para propagarse, y la velocidad de propagación depende del medio.*

Por ejemplo: la deformación de un resorte; las olas en la superficie del mar; el sonido como resultado del cambio de presión en el aire (o en el agua, o en el vidrio, etc.); la vibración de cuerdas; etc.

Las ondas elásticas transfieren movimiento a las partículas del medio físico. En este capítulo estudiaremos ondas elásticas periódicas que inducen en las partículas del medio un movimiento armónico simple MAS.

Definición de onda electromagnética: *es la propagación de una perturbación en el campo electromagnético. Estas ondas no necesitan un medio material para su propagación y su velocidad en el vacío, es $c = 3 \cdot 10^8$ m/s. La energía que transportan recibe el nombre de **radiación**.*

Por ejemplo: luz; microondas; rayos X; etc.

En el año 2017 se anunció el descubrimiento de las **ondas gravitacionales** que es la propagación de una perturbación en el campo gravitatorio. Estas ondas no necesitan un medio material para su propagación y en el vacío se mueven, a la velocidad de $c = 3 \cdot 10^8$ m/s (velocidad de la luz).

Diferentes tipos de clasificación de ondas

1. Según la dirección del movimiento de las partículas del medio perturbado, o del cambio en la intensidad del campo (electromagnético, gravitatorio); respecto de la dirección de propagación de la onda.

Sabemos que, si una onda elástica periódica se propaga en un medio material, las partículas de este medio se moverán perturbadas

a) **Ondas transversales:** cuando el movimiento de las partículas del medio perturbado (o el cambio en la intensidad del campo) es en **dirección perpendicular** a la **dirección de propagación de la onda**. (fig.7a). Por ejemplo: cuando se tira un cuerpo a una superficie líquida, el punto de contacto se convierte en foco de un movimiento que se distribuye radialmente desde él. Cada frente de ondas forma una *circunferencia concéntrica* con los otros frentes de onda. Pero las partículas de agua de la superficie se mueven en **dirección vertical**, *oscilando de arriba hacia abajo* (como puede verificarse si hay un corcho flotando en la superficie) y no radialmente. Otro ejemplo lo constituyen las radiaciones electromagnéticas: la perturbación no afecta la materia (si la hubiera) sino a campos electromagnéticos que son perpendiculares a la dirección de propagación de las ondas; por lo que la luz es una onda transversal.

b) **Ondas longitudinales:** cuando el movimiento de las partículas del medio perturbado es **paralelo** (hacia adelante o hacia atrás) a la **dirección de propagación de la onda**. Por ejemplo: en un resorte horizontal en tensión se propaga una onda longitudinal si uno de los extremos se hace oscilar hacia adelante y hacia atrás, en este caso cada punto de las espiras *vibran hacia adelante y hacia atrás*, en el sentido en que se traslada la perturbación a lo largo del resorte (fig.7b). El sonido es una onda longitudinal. Solo las ondas elásticas pueden ser longitudinales.

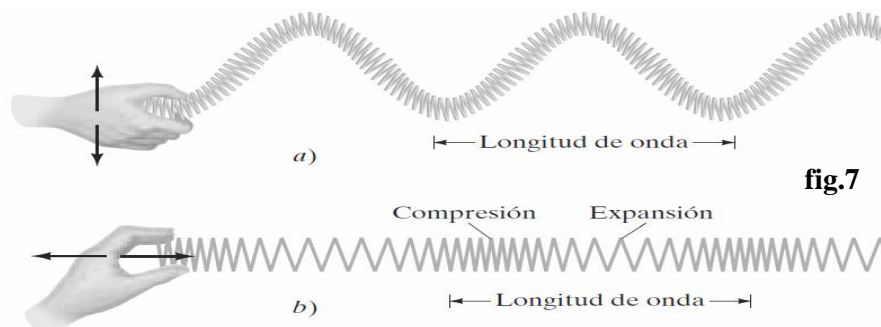


fig.7

2. Según las diferentes direcciones de propagación:

a) **Ondas unidimensionales o lineales:** la perturbación (energía y momento) se propaga en una sola dirección. Ejemplos: onda en un resorte (fig. 7b), onda en una cuerda (fig.7a).

b) **Ondas bidimensionales o superficiales:** la perturbación (energía y momento) se propaga en dos direcciones (en una superficie). Ejemplos: onda en la superficie del agua, la perturbación se propaga radialmente si el foco o fuente es puntual (fig.8a). Onda en la superficie del agua, la perturbación genera un frente recto que se propaga en la superficie del agua (fig.8b).

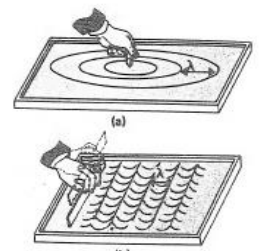


fig. 8

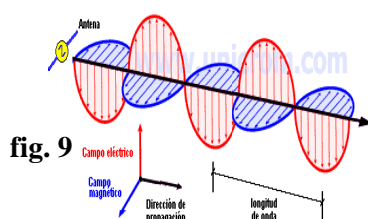


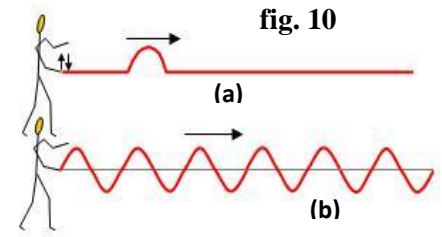
fig. 9

c) **Ondas tridimensionales o espaciales:** la perturbación (energía y momento) se propaga en las tres direcciones del espacio. Ejemplos: la luz (fig.9) y el sonido.

3. Según el comportamiento temporal de una partícula del medio en el que se propaga la onda.

Esta clasificación es solo para *ondas elásticas*.

a) **Pulso**: las partículas del medio están en reposo hasta que las alcanza la perturbación. En ese instante se ponen en movimiento y luego vuelven al reposo cuando ha pasado el *pulso*. En el foco se produjo una *única perturbación*, la **fig.10a** representa un pulso unidimensional.



b) **Tren de ondas**: cuando las perturbaciones se suceden en el tiempo, se producen *pulsos sucesivos (ondas)*. Si el movimiento es periódico se obtiene un *tren de ondas periódico*, y cada partícula del medio oscila con movimiento periódico. Cuando este movimiento periódico tiene una variación de tipo *senoidal o cosenoidal*, se denomina *movimiento ondulatorio armónico* y las *partículas del medio vibrarán con un MAS*.

4. Según el frente de onda

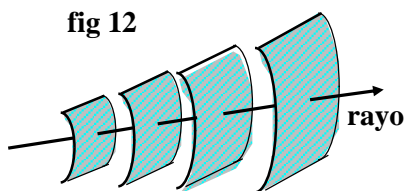
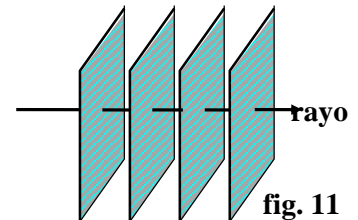
Consideremos ahora un movimiento formado por un *pulso tridimensional*. hay una superficie en el espacio cuyos puntos que la integran tengan la misma perturbación en el mismo instante. Al transcurrir el tiempo, dicha superficie se traslada, alejándose del foco. Si en lugar de un único pulso, imaginamos un *tren de ondas*, se podrán dibujar superficies de este tipo para cada pulsación que forma el tren. Si la onda es periódica, estas superficies podrán ser tales que todos sus puntos, aún en distintas superficies, estén sufriendo la misma perturbación (estén en la misma *fase* del movimiento). Estas superficies se llaman *frentes de onda*. (**fig. 11 y 12**)

En medios *homogéneos* (medio uniforme) e *isótropo* (iguales propiedades en todas direcciones), los frentes de onda son perpendiculares a la dirección de propagación.

Una *línea perpendicular a los frentes de onda se denomina rayo*. (Figuras 11 y 12) y puede ser útil como representación de la onda.

De acuerdo al tipo de frentes de onda formado, éstos se clasifican en:

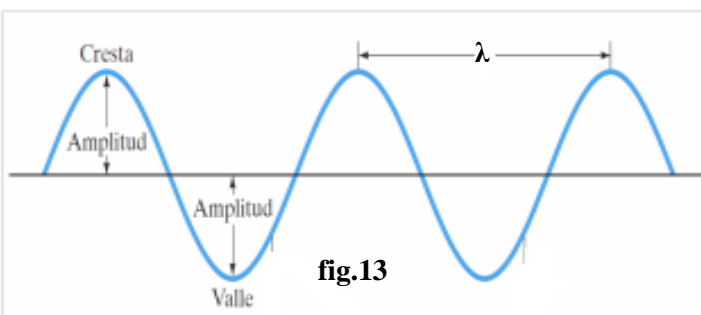
a) **Frente de onda plano**: cuando la onda se propaga en una sola dirección (unidimensional). (**fig.11**).



b) **Frente de onda curvo**: de éstos, el más sencillo es el frente de onda esférico, que ocurre cuando las ondas se propagan en el espacio (tridimensional) a partir de una fuente puntual (**fig.12**). En este caso, los frentes son esferas concéntricas. Lejos del foco, los frentes son esferas de gran radio y curvatura muy pequeña, de manera que en regiones limitadas del espacio pueden considerarse como frentes planos. Esto ocurre cuando se estudia la radiación procedente del sol que llega a nuestro planeta.

VI. 4. Descripción de las características de una onda elástica periódica

Procederemos a describir características de una onda elástica periódica. Esto significa que la *onda* transporta energía y momento lineal a *través de un medio físico* y que las *partículas perturbadas* por la onda se mueven con *movimiento armónico simple (MAS)*. En la **fig.13** se muestran algunas de las características usadas para describir una onda sinusoidal (periódica).



Los puntos más altos de la curva sinusoidal se llaman *cresta* y, los más bajos *valle*. La *distancia*

entre la posición de equilibrio y la cresta o el valle se llama *Amplitud* (A).

Definición: *La Amplitud* (A) de la onda representa el máximo apartamiento, con respecto a la posición de equilibrio, de las partículas del medio que se mueve con MAS, ($+A$ y $-A$).

La distancia entre dos crestas consecutivas (o entre dos valles consecutivos) se llama *longitud de onda* λ y es la distancia que se desplaza la onda en un período, esto es el tiempo que tarda la partícula que se mueve con MAS en cumplir una oscilación completa.

Definición: *La Longitud de Onda* (λ) es la distancia entre dos partículas del medio que vibran en fase, como consecuencia de ser perturbadas por la onda.

Definición: *El período* (T) de la onda, es el tiempo que tarda la perturbación en desplazarse una longitud de onda λ .

La frecuencia f de la onda es la cantidad de crestas (o de valles) que pasan por un lugar del espacio por unidad de tiempo.

Definición: *Frecuencia* (f) es la cantidad de oscilaciones completas que cumple la partícula del medio perturbada por la onda en la unidad de tiempo.

Se cumple que: $f = \frac{1}{T}$ (9) Sus unidades en el SI, entonces serán $[f] = s^{-1} = \text{Hz}$

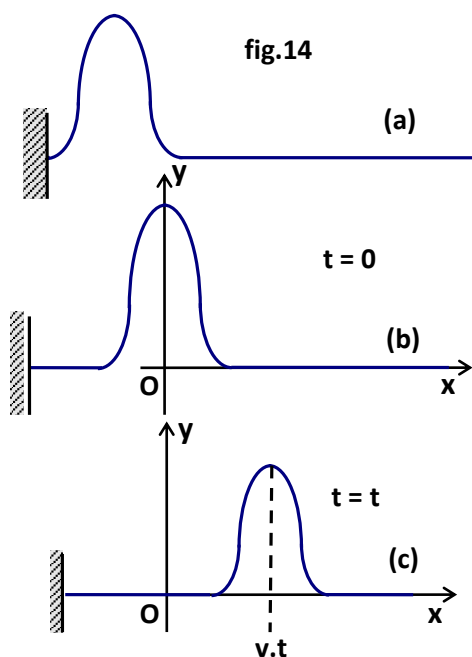
La velocidad v de la onda es la velocidad con la que se propaga la perturbación en el medio. Esta velocidad depende del medio y, para un mismo medio, permanece constante, (la velocidad de la onda no es la velocidad de la partícula perturbada del medio que se mueve.).

Definición: *La velocidad de propagación de la onda* (v) es la relación entre el desplazamiento de la perturbación en un medio físico y el tiempo que tarda.

Según esta definición, la velocidad de propagación de la onda resulta del cociente entre la longitud de onda λ y el tiempo que tarda en recorrerla (período) T : $v = \frac{\lambda}{T}$ (10). Reemplazando (9) en (10)

obtenemos: $v = \lambda \cdot f$ (11)

Esta es una muy importante expresión que relaciona la velocidad de propagación de la onda (v), la longitud de onda (λ) y la frecuencia de la onda (f). La longitud de onda se expresa en m y la frecuencia en $\text{Hz} = s^{-1}$ resultando la velocidad de propagación en $m \cdot s^{-1}$.



En un medio elástico, la velocidad de propagación de la onda (v) es una constante que depende del medio físico y, entonces, la longitud de onda (λ) y la frecuencia de la onda (f) están en relación de proporcionalidad inversa.

Estas conclusiones también son válidas para las ondas electromagnéticas y para las ondas gravitacionales. La velocidad de estas ondas depende del medio de propagación y en el vacío constituye una constante universal:

Siendo $c \approx 3.10^8 \text{ m/s}$.

VI.5. Descripción Matemática de una Onda Elástica y Armónica

Supongamos una cuerda larga estirada en posición horizontal. Y que por ella se desplaza un pulso transversal hacia la derecha, como se indica en la **fig.14a**.

Se adopta un sistema de referencia XOY , con origen en O . En ese instante se comienza a medir el tiempo, con lo cual el tiempo inicial es cero ($t_i = 0$). Para ese instante de tiempo, la forma de la cuerda puede representarse por una función $y = f(x)$ (**fig.14b**), para $t = 0$.

En un instante posterior ($t = t$), la onda se ha trasladado (hacia las x positivas) a la posición indicada en la **fig.14c**, o sea que se ha desplazado una distancia $x = v.t$, donde v es la **velocidad de propagación de la onda**. La ecuación de la onda será ahora:

$$y_{(x,t)} = f(x - v.t) \quad (12)$$

que resulta ser *función de la posición y del tiempo*. Esto era de esperar, pues en la definición de *onda* hemos establecido que la perturbación es *dependiente del tiempo* y que la propagación se realiza en un *espacio*. La velocidad de propagación (v) suele denominarse *velocidad de fase*.

Si la onda se desplazara hacia la izquierda, respecto de los mismos ejes coordenados, la función sería:

$$y_{(x,t)} = f(x + v.t)$$

Analizaremos ahora un tren de ondas particular (por ejemplo una onda transversal unidimensional en una cuerda), en la que el *tren de ondas* tiene una representación, para $t = 0$, como la indicada por la línea continua en la **fig.15**.

Definición Definimos una *onda armónica* como aquella **onda** que está descrita por una función seno o coseno,

Entonces la ecuación es del tipo:

$$y_{(x)} = A \text{ sen}(C.x) \quad (13)$$

Si $y = 0$ entonces $\text{sen}(Cx) = 0$

Para que sea cero, deberá ser: $C.\lambda = 2.\pi$ esto es porque $\text{sen}(2.\pi) = 0$

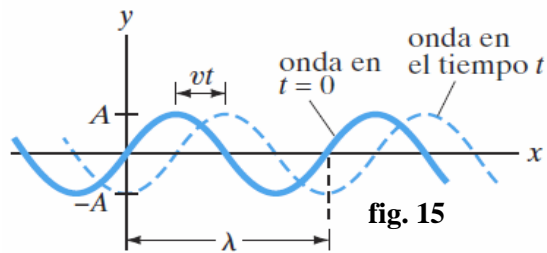
De donde $C = \frac{2.\pi}{\lambda}$ reemplazando C en la expresión (13):

$$y_{(x)} = A.\text{sen}\left(\frac{2.\pi}{\lambda}.x\right) \quad (14)$$

Donde $y_{(x)}$ es el desplazamiento (respecto de la posición de equilibrio) de la partícula perturbada para la posición x de la onda y A es el máximo apartamiento. La expresión (14) está en función de x , o sea no tiene en cuenta la dependencia temporal, vista en la definición de movimiento ondulatorio.

Para un instante posterior, luego de transcurrido un tiempo t , el movimiento estará representado por la gráfica en línea discontinua de la **fig.15**, y de acuerdo a lo expresado en (12) queda:

$$y_{(x,t)} = A \cdot \text{sen} \left[\frac{2\pi}{\lambda} \cdot (x - v \cdot t) \right] \quad (15)$$



La expresión (15) representa la ecuación matemática de una onda elástica armónica que se propaga hacia la derecha, en un medio físico, con velocidad v y expresa el **desplazamiento de la partícula perturbada** (del medio) por la onda para una posición x cualquiera en que se encuentra la onda en el espacio y para un instante de tiempo cualquiera t .

La unidad con la que se expresa $y_{(x,t)}$ es la misma que la de la *amplitud* A y corresponde al *tipo de perturbación que se propague* (presión, densidad, estiramiento, etc).

La ley describe una curva (senoide) que representa la forma real de la onda armónica en el espacio y en el tiempo t .

Nota: $y_{(x,t)}$ puede, como dijimos recién representar *presión* (en ondas longitudinales), *desplazamiento de posición* (en ondas elásticas transversales y longitudinales) se extiende la validez incluso a *campos eléctricos, magnéticos y gravitatorios* (ondas electromagnéticas).

Definimos: número de onda $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, que representa la cantidad de oscilaciones completas de la partícula perturbada del medio en unidades de distancia (en metros). El número de onda k se expresa $[k] = m^{-1}$.

Recordando que $\omega = 2\pi \cdot f$ y $f = \frac{1}{T}$ \Rightarrow $\omega = \frac{2\pi}{T}$

Haciendo reemplazos queda:

$$y_{(x,t)} = A \cdot \text{sen}(k \cdot x - \omega \cdot t)$$

Nota: Tanto la (15) como esta última expresión son equivalentes o sea cualquiera de ellas representa la **Ecuación de una Onda Armónica** que viaja hacia las x positivas (hacia la derecha)

VI. 6. Velocidad de propagación de ondas elásticas en medios fluidos y sólidos

El movimiento de *ondas elásticas* (se propagan en un *medio físico*) depende de las *propiedades de la sustancia que compone el medio en el cual se propagan*. Estas ondas elásticas se propagan debido a la intervención de fuerzas intermoleculares, que a su vez, dependen de la estructura molecular de la sustancia.

Ondas Elásticas que se propagan en un fluido (No se desarrolla en la Práctica de Problemas)

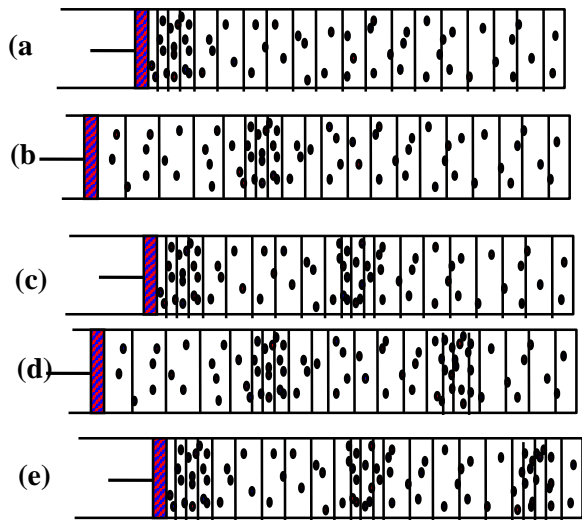


fig.17

En un *medio fluido* (líquidos o gases) solo se pueden propagar *ondas longitudinales*. Estudiaremos la *propagación de ondas elásticas en un fluido* (un gas, por ejemplo) encerrado en un **cilindro provisto de un pistón oscilante (que realiza un movimiento de vaivén)**, como se indica en la **fig.17**.

El pistón, en el primer estado (a), se desplaza por primera vez a la derecha, comprimiendo el gas que originalmente estaba a presión uniforme. Este desplazamiento produce un aumento de presión que no alcanza instantáneamente a todo el volumen, sino que alcanza sólo a las moléculas del gas más cercanas al pistón. En el dibujo se indican, mediante líneas verticales (*rodajas de gas*) cada una de las cuales tiene la *misma masa*. Al *aumentar la presión* de la rodaja

disminuye de volumen; y al disminuir la presión, el volumen aumenta.

En el caso (a) sólo *aumenta la presión* (y la *densidad*) en la *zona perturbada*. En (b), el pistón se ha corrido hacia la izquierda, *descomprimiendo* el gas, pero como la perturbación inicial se traslada hacia la derecha, la zona en contacto con el pistón *disminuye la presión*, incluso por debajo de la inicial (indicado por el *mayor espaciamiento de las líneas divisorias de las rodajas*). En (c) tenemos al pistón que se mueve a hacia la derecha comprimiendo nuevamente y, originando un segundo *frente de ondas*. En la parte (d), el pistón, al retroceder, produce una segunda expansión. Y así sucesivamente mientras oscile el pistón.

La velocidad de propagación de una onda elástica en un medio fluido es

$$v = \sqrt{\frac{B}{\delta}} \quad \text{velocidad de la onda elástica en un medio fluido .}$$

El *módulo de compresibilidad* B se expresa en N/m^2 y la *densidad* δ se expresa en kg/m^3 , quedando la velocidad de propagación v , en m/s . Puede verse que la *velocidad de propagación* en el medio está relacionada con el *módulo de compresibilidad del fluido* y con su *densidad*. En un medio de *densidad constante*, la *velocidad aumenta si el módulo de compresibilidad del medio también aumenta*. Y si, en un medio *el módulo de compresibilidad es constante*, la *velocidad de propagación aumenta si disminuye la densidad del medio*.

Ondas Elásticas que se propagan en un sólido. (No se desarrolla en la Práctica de Problemas)

En un *sólido*, las *ondas elásticas* pueden ser *longitudinales* o *transversales*.

- 1) La velocidad de una **onda transversal** en una *cuerda estirada* depende de la *tensión* en la cuerda (T) y de la *masa por unidad de longitud* de la cuerda (*densidad lineal de masa*):

$$\mu = m/l$$

Se puede demostrar (aunque no la desarrollaremos para este caso) que la velocidad de propagación de la onda transversal en una cuerda estirada es, para amplitudes pequeñas:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad \text{velocidad de la onda elástica transversal en una cuerda}$$

donde T es la *tensión* de la cuerda en N y μ es la *densidad lineal de masa* expresada en kg/m , resultando la *velocidad de propagación* v en m/s .

- 2) Si la *onda longitudinal* se propaga en una *barra sólida larga*, la situación es algo diferente a la del fluido ya que, al comprimirla longitudinalmente, la barra se dilatará ligeramente en

sentido transversal. Y un razonamiento análogo al anterior (aunque no haremos la demostración), llevará a determinar la *velocidad de propagación* v de la onda en la barra:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma}{\delta}} \quad \text{velocidad de la onda elástica en un medio sólido}$$

donde γ es el *Módulo de Elasticidad* o *Módulo de Young* que se expresa en N/m^2 y la *densidad* de la barra δ se expresa en kg/m^3 , resultando la *velocidad de propagación* v en m/s .

En general, puede notarse que la *velocidad de propagación en los sólidos*, para *ondas transversales* o *longitudinales*, **aumenta cuando disminuye la densidad del medio.**

VI. 7. Energía transportada por ondas elásticas – Intensidad del movimiento ondulatorio o Intensidad de Onda

Las ondas elásticas transportan energía de un lugar a otro del medio físico en el que se propagan. Conforme las ondas viajan a través de un medio, la energía se transfiere como energía vibratoria entre las partículas del medio. Para una *onda elástica y periódica senoidal de frecuencia* f , las *partículas del medio se mueven con movimiento armónico simple* (MAS) y cada partícula tiene una energía mecánica constante dada por:

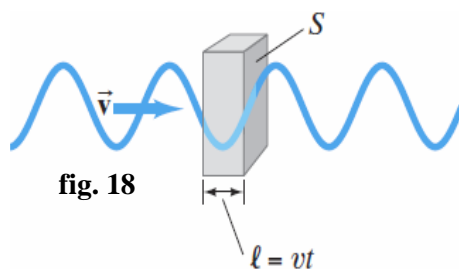
$$E = \frac{1}{2} . k . A^2$$

donde A es el desplazamiento máximo o amplitud del movimiento, que coincide con la amplitud de la onda (ya sea transversal o longitudinal).

Recordando que $k = 4 . m . \pi^2 . f^2$ reemplazando:

$$E = 2 . m . \pi^2 . f^2 . A^2$$

donde m es la masa (muy pequeña) de la partícula del medio que oscila al ser perturbada por la onda y, además f es la frecuencia de oscilación de la partícula que coincide con la frecuencia de la onda.



Para ondas tridimensionales que viajan en un medio elástico, la masa $m = \delta . V$ donde δ es la densidad del medio y V es el volumen de una pequeña “rebanada” del medio. El volumen V de esa rebanada es $V = S . l$ donde S es el *área transversal de la superficie* (de la rebanada) a través de la que viaja la onda (**fig.18**), y l es la *distancia que recorre la onda en un tiempo* t .

Podemos escribir la distancia l recorrida por la onda al atravesar la superficie como: $l = v . t$, donde v es la velocidad de propagación de la onda.

Entonces: $m = \delta . V = \delta . S . l = \delta . S . v . t$ y reemplazando en la expresión anterior:

$$E = 2 . \delta . S . v . t . \pi^2 . f^2 . A^2$$

Esta ecuación tiene una importante conclusión: **la energía transportada por una onda (transversal o longitudinal) que se propaga con velocidad v , es proporcional al cuadrado de la amplitud y al cuadrado de la frecuencia.**

La tasa promedio de energía transferida, esto es, la *relación entre la energía transferida y el tiempo empleado es la potencia media* P . Esto se obtiene dividiendo por t , y simplificado nos queda:

$$P = \frac{E}{t} = 2 . \delta . S . v . \pi^2 . f^2 . A^2$$

Podemos definir la Intensidad de la onda o Intensidad del movimiento ondulatorio (I) como la potencia media transferida a través de un área unitaria perpendicular a la dirección del flujo de

energía. Esto se obtiene dividiendo a la expresión por la superficie transversal S y resulta:

$$I = \frac{P}{S} = 2 \cdot \delta \cdot v \cdot \pi^2 \cdot f^2 \cdot A^2$$

Definición: La Intensidad del movimiento ondulatorio se define como la energía transferida por la onda por unidad de tiempo y por unidad de área transversal de superficie que atraviesa la onda.

$$I = \frac{E}{S \cdot t}$$

En el SI la energía viene expresada en J, la superficie en m² y el tiempo en s. Por lo que la intensidad del movimiento ondulatorio resulta en: $\frac{J}{m^2 \cdot s} = J \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$.

De la ecuación se deduce que **la intensidad del movimiento ondulatorio es directamente proporcional al cuadrado de la amplitud de la onda y al cuadrado de su frecuencia**. Esto es válido para ondas elásticas transversales o longitudinales.

La definición es válida para ondas elásticas y para ondas electromagnéticas. Si una onda se propaga en todas direcciones del espacio, desde el foco, es una *onda tridimensional*. Ejemplos: el sonido que viaja por aire, las ondas sísmicas y la luz. Si el medio es isotrópico (mismas propiedades en todas direcciones), el **frente de onda provocada por una fuente puntual es una onda esférica (fig. 12 y 21)**. Conforme la onda se mueve alejándose del foco, la energía que transporta se dispersa sobre un área cada vez más grande, pues el área superficial (S) de una esfera de radio r es $4 \cdot \pi \cdot r^2$.

$I = \frac{P}{4 \cdot \pi \cdot r^2}$ La potencia media es constante, la **intensidad de la onda es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia (lo mismo al cuadrado del área de la superficie), esto es:**
 $I \propto \frac{1}{r^2}$

VI. 8. El sonido – Intensidad del sonido - Decibel

Sonido (No se desarrolla en la Práctica de Problemas)

El sonido es una onda elástica longitudinal que se propaga a través de un medio físico. Esta definición es muy amplia y no tiene restricción en cuanto a la frecuencia del sonido. En fisiología humana es importante considerar las ondas que son capaces de afectar el oído (aparato auditivo). De acuerdo a esto, se determina el *espectro audible* para un rango de frecuencias.

Son audibles los sonidos cuyas frecuencias varían entre 20 Hz y 20000 Hz. Las ondas sonoras por debajo de la frecuencia audible se denominan *infrasónicas* y las que están por encima, *ultrasónicas*.

Material	Rapidez (m/s)
Aire	343
Aire (0°C)	331
Helio	1005
Hidrógeno	1300
Agua	1440
Agua marina	1560
Hierro y acero	≈ 5000
Vidrio	≈ 4500
Aluminio	≈ 5100
Madera dura	≈ 4000
Concreto	≈ 3000

De acuerdo a la expresión que demostramos en el tema VI. 6., la velocidad de propagación del sonido depende del medio físico en el que se propaga, según:

$$v = \sqrt{\frac{B}{\delta}}$$

La velocidad del sonido en el aire a 20°C y a 1 atm de presión es:

$$v_s = 343 \text{ m/s.}$$

La tabla adjunta indica velocidades del sonido en distintas sustancias, a una temperatura de 20°C y a la presión atmosférica normal (1 atm).

En la práctica se establecen *características para el sonido*, debido a su amplia aplicación (en fisiología, en acústica, etc). Cada una de esas *características está asociada a características ondulatorias*.

Intensidad del Sonido

La *intensidad sonora* está asociada a la *intensidad del movimiento ondulatorio*. El *tono del sonido* está asociado a la *frecuencia de la onda de sonido* (**agudo** para frecuencias altas y **grave** para frecuencias bajas). El *timbre (calidad) de un sonido* está asociado a la *forma de la onda de sonido*.

Definición: La **intensidad del sonido** se define como la *potencia transferida por una onda sonora, a través de una superficie unitaria, perpendicular a la dirección de propagación*.

$$I = \frac{P}{S} = 2 \cdot \pi^2 \cdot \delta \cdot v \cdot f^2 \cdot A^2$$

La *intensidad de la onda sonora I* se propaga con *velocidad v* en un medio físico de *densidad δ*.

La intensidad del sonido audible apenas perceptible es $I_0 = 1 \cdot 10^{-12} \text{ W/m}^2$. Esta intensidad define el **umbral de audición** y se ha fijado como 0 (cero), para una onda sonora de frecuencia $f = 1000 \text{ Hz}$.

Es enorme el intervalo de intensidades que el oído humano es capaz de percibir. Se extiende desde el *umbral de audición I₀* hasta una intensidad $1 \cdot 10^{12}$ veces mayor. El extremo superior representa el punto en el que la intensidad es intolerable para el oído humano, la sensación se vuelve dolorosa en lugar de meramente auditiva. El **umbral de dolor**, así se llama, representa la *intensidad máxima que el oído promedio puede registrar sin sentir dolor*. Su valor es $I_d = 1 \text{ W/m}^2$.

Decibel

Debido que el intervalo de intensidades al que es sensible el oído es grande, es más conveniente establecer una *escala logarítmica* para medir las intensidades del sonido, siguiendo la siguiente regla: **Cuando la intensidad I₁ de un sonido es 10 veces mayor que la intensidad I₂ de otro, se dice que la razón de intensidades es de 1 bel (B).**

Entonces para comparar las *intensidades de dos sonidos* cualesquiera:

$$B = \log \left(\frac{I_1}{I_2} \right) \quad \text{con } B \text{ en } \textit{bels}.$$

En la práctica, el *bels (B)*, es una unidad demasiado grande y; para obtener una unidad más útil se define el **decibel (dB) como la décima parte del bels** ($1 \text{ dB} = 1 \cdot 10^{-1} \text{ B}$).

Al emplear el cero estándar de intensidad I_0 (umbral de audición) como un patrón para comparar todas las intensidades, se ha establecido una escala general para cualquier sonido.

Definición: El nivel de intensidad, en decibeles, de cualquier sonido de intensidad I se obtiene como:

$$\beta = 10 \cdot \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$$

dado β en dB (*decibeles*) y siendo $I_0 = 1 \cdot 10^{-12} \text{ W/m}^2$

Puede verificarse que: para el umbral de audición $I = I_0$, entonces $\beta = 0 \text{ dB}$

para el umbral de dolor $I = I_d$, entonces $\beta = 120 \text{ dB}$

El nombre de la unidad usada (*bels*) es en homenaje al inventor del teléfono, Alexander Graham Bell, escocés (1847-1922).

VI. 9. Fenómenos ondulatorios – Reflexión – Refracción – Leyes de Snell – Ángulo Crítico – Interferencia – Difracción - Polarización

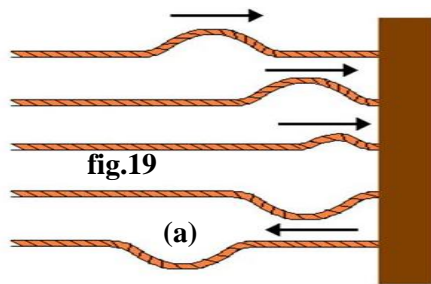
Nos ocuparemos ahora de la definición y análisis de ciertos fenómenos que ocurren cuando una onda se propaga en el espacio. Estos fenómenos pueden darse en *ondas transversales* o *longitudinales* y, también ocurren para ondas *elásticas* o *electromagnéticas*. Los fenómenos de mayor importancia, debido que son de mucha aplicación en diferentes contextos son:

- Fenómeno de reflexión.
- Fenómeno de refracción.
- Fenómeno de interferencia.
- Fenómeno de difracción.

Reflexión de una onda

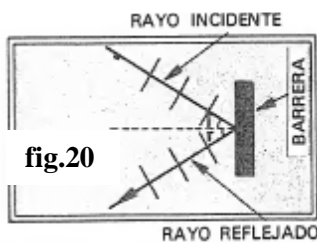
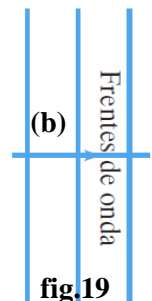
El *fenómeno de reflexión* ocurre cuando *una onda que se propaga en un medio (llamada onda incidente) golpea un obstáculo y se produce otra onda (llamada onda reflejada) que se propaga en el mismo medio* que la incidente. Esta definición es válida para ondas elásticas que se propagan en un medio físico, como para ondas electromagnéticas que pueden propagarse también en el vacío.

Como las ondas incidente y reflejada se propagan en el mismo medio, sus velocidades de propagación son iguales $v_i = v_r$. Si la onda incidente es periódica, con una frecuencia f_i , la onda reflejada provocada por el golpe en el obstáculo tendrá la misma frecuencia, $f_i = f_r$. Entonces, por la expresión (26), la longitud de onda incidente debe ser igual a la longitud de onda reflejada $\lambda_i = \lambda_r$.



Un pulso de onda elástica unidimensional que *viaja por una cuerda sólida que se encuentra fija en un extremo*, se refleja como se muestra en la **fig.19a**. El pulso de la *onda reflejada* regresa en *sentido contrario*.

En el caso de una *onda elástica bidimensional o tridimensional*, son de especial interés los *frentes de onda*, entendidos como *todos los puntos a lo largo de la onda que forman la cresta* (es lo que llamamos “ola” en la playa). Una *línea dibujada en la dirección del movimiento, perpendicular al frente de onda, se llama rayo* (**fig.12**). Los frentes de onda alejados de la fuente, pierden toda su curvatura y son “casi” rectos, por lo que se llaman *ondas planas (ondas de pulsos rectos)* (**fig.19b**). La separación entre las líneas que representan las crestas del *frente de onda* corresponde a la longitud de onda λ . Y la flecha perpendicular al frente de onda es un *rayo*.



Tengamos que en la superficie del agua de un estanque se produce una *onda de pulsos rectos* que se propagan en dirección a una *barrera (obstáculo)*, por ejemplo, un trozo de madera colocada en el estanque (**fig.20**). Se puede observar que, cuando esta *onda incidente* llega a la *barrera*, “*rebota, se refleja*” originando una *onda reflejada* de pulsos rectos que se propaga en el mismo medio que la onda incidente (en la superficie del agua), como se muestra en la figura 20. Marcando la dirección de un *rayo* de la *onda incidente*, llamado “*rayo incidente*” podemos medir (en forma experimental) el *ángulo que forma el rayo incidente con una línea perpendicular (normal) a la barrera*, en el punto de incidencia, al que llamamos *ángulo de incidencia θ_i* . De la misma manera, marcamos la dirección de un *rayo* de la *onda reflejada*, llamado “*rayo reflejado*” y procedemos a medir el *ángulo que forma el rayo reflejado con la misma línea perpendicular (normal) a la barrera*, al que llamamos *ángulo de reflexión θ_r* .

Se puede demostrar experimentalmente que, para distintos ángulos de incidencia siempre se obtienen distintos ángulos de reflexión y que estos siempre coinciden.

Esto nos permite enunciar dos leyes:

1.- El rayo incidente, la normal al obstáculo y el rayo reflejado están en un mismo plano (son coplanares).

2.- El ángulo de reflexión es igual al ángulo de incidencia o sea $\theta_i = \theta_r$. Este enunciado se conoce como Ley de la Reflexión.

Para las ondas de sonido, el fenómeno conocido como “eco” se produce por la reflexión del sonido debido a obstáculos que existen en el espacio. Así mismo, una “ecografía” es un estudio de diagnóstico médico que utiliza el fenómeno de reflexión. En este caso, se produce una onda de sonido de alta frecuencia (ultrasonido) que se propaga por los tejidos y fluidos del cuerpo y los obstáculos con los que choca la onda de sonido incidente son algún (o algunos) órgano.

Refracción de una onda

El **fenómeno de refracción** ocurre cuando una onda que se propaga en un medio (llamada **onda incidente**) llega a la **superficie de separación** con otro medio y se transmite hacia este otro medio, produciendo otra onda (llamada **onda refractada**) que se propaga en un medio distinto al de la onda incidente. Esta definición es válida para ondas elásticas que se propagan en medios físicos, como para ondas electromagnéticas que pueden también propagarse en el vacío.

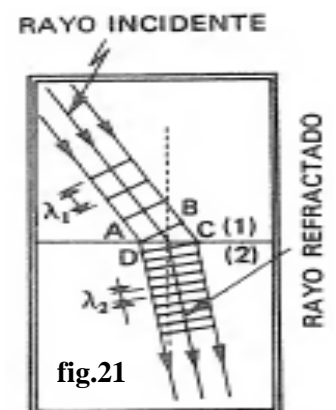
El fenómeno de refracción se produce por el cambio de la velocidad de propagación del movimiento ondulatorio, debido que la onda cambia de medio (se transmite a otro medio) de propagación.

Como la velocidad de propagación de una onda depende del medio en el que se propaga; tenemos que la velocidad de la onda incidente v_i será distinta de la velocidad de la onda refractada v_r . Si la onda incidente es periódica, con una frecuencia f_i , la onda refractada transmitida al otro medio tendrá la misma frecuencia, $f_i = f_r$. Entonces la longitud de onda incidente λ_i debe ser diferente a la longitud de onda refractada λ_r . $f_i = f_r \rightarrow v_i \neq v_r \rightarrow \lambda_i \neq \lambda_r$

Cuando una onda bidimensional o tridimensional que viaja en un medio cruza una frontera (superficie de separación) hacia un medio donde su velocidad es diferente, la onda transmitida puede moverse en una dirección diferente a la de la onda incidente, como habrán observado alguna vez colocando un lápiz en un vaso con agua, éste parece quebrado.

Observando la **fig.21**, tengamos una onda bidimensional de pulsos rectos que se propaga en un medio (1) con velocidad v_1 . Al llegar a la superficie de separación con el medio (2), el movimiento ondulatorio se transmite a este medio con velocidad v_2 ; tal que para este caso consideramos: $v_1 > v_2$.

En la **fig.21** se observa que cuando el extremo A de un pulso incidente AB llega a la superficie de separación entre el medio (1) y (2), tal punto del pulso empieza a propagarse en el medio (2) con una velocidad v_2 , mientras que otros puntos (como el extremo B) aún se están propagando en el medio (1) con velocidad v_1 ($v_1 > v_2$). Así pues, en el intervalo de tiempo en que el extremo B recorre la distancia BC, el extremo A habrá recorrido la distancia $AD < BC$. Debido a esto, cuando el pulso AB empieza a propagarse en el medio (2) su dirección de propagación se modifica y por consiguiente, los rayos de esta onda también tendrán distintas direcciones en ambos medios. Esto es, la onda tiene una refracción al transmitirse del medio (1) al (2) por efecto del cambio de velocidad (el rayo parece quebrarse).



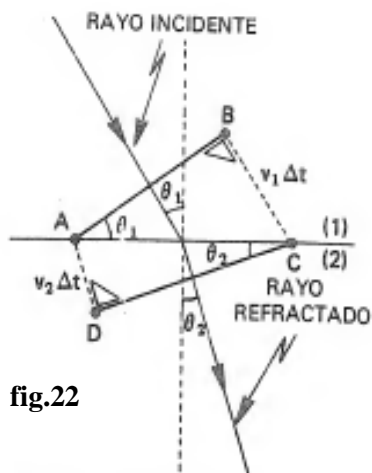


fig.22

Al cambiar de medio, la *frecuencia de la onda no se altera* $f_1 = f_2$, tenemos por la expresión (22) que $\lambda_1 > \lambda_2$; la longitud de onda de la onda incidente es mayor que la longitud de onda de la refractada.

La **fig.22** reproduce parte de la **fig.21**, mostrando el pulso AB en el instante que su extremo A llega a la línea de separación del los medios (1) y (2), y ese mismo pulso, después de un intervalo Δt , cuando el extremo B llega a la línea de separación. Es decir, en ese intervalo de tiempo B se desplazó hacia C y A hacia D. Es obvio que: $AD = v_2 \Delta t$ y $BC = v_1 \Delta t$

Se representa el rayo incidente en el medio (1) que forma con la normal a la superficie de separación el ángulo de incidencia θ_i y el rayo refractado en el medio (2) que forma con la normal a la separación el ángulo de refracción θ_r . En la **fig.22** vemos que el ángulo BAC es igual a θ_i y el ángulo ACD es igual a θ_r . Así tenemos que en el triángulo ABC, rectángulo en B, se cumple:

$$\text{sen } \theta_i = \frac{BC}{AC}$$

Y en el triángulo rectángulo ADC rectángulo en D, se cumple:

$$\text{sen } \theta_r = \frac{AD}{AC}$$

Dividiendo miembro a miembro estas dos últimas: $\frac{\text{sen } \theta_i}{\text{sen } \theta_r} = \frac{BC}{AC} \cdot \frac{AC}{AD}$

Reemplazando: $\frac{\text{sen } \theta_i}{\text{sen } \theta_r} = \frac{v_1}{v_2}$

Como v_1 y v_2 para dos medios cualesquiera corresponden a la velocidad de la onda en cada medio, tenemos que:

$$\frac{\text{sen } \theta_i}{\text{sen } \theta_r} = \text{cte}$$

Esta expresión dice que *el cociente entre el seno del ángulo de incidencia y el seno del ángulo de refracción es una constante relacionada con las características de los medios (1) y (2)*.

Esto nos permite enunciar dos leyes:

1.- *El rayo incidente, la normal a la superficie de separación y el rayo refractado están en un mismo plano (son coplanares).*

2.- *La relación entre el seno del ángulo de incidencia y el seno del ángulo de refracción es una constante relacionada con los medios de propagación.* $\frac{\text{sen } \theta_i}{\text{sen } \theta_r} = \text{cte}$. Este enunciado se lo conoce como

Ley de la Refracción.

Leyes de Snell

Podemos arribar a enunciados generales que involucran los fenómenos de reflexión y refracción. Estos enunciados se conocen como **Leyes de Snell**, debido a Willebrord Snell van Royen, holandés (1580-1626), **fig. 20, 21 y 22**:

1.- *El rayo incidente, la normal, el rayo reflejado y el rayo refractado son coplanares.*

2.- **Primera Ley de Snell: En el fenómeno de reflexión, el ángulo de incidencia coincide con el ángulo de reflexión** $\theta_i = \theta_r$

3.- Segunda Ley de Snell: En el fenómeno de refracción, la relación entre el seno del ángulo de incidencia y el seno del ángulo de refracción es una constante relacionada con los medios de propagación.

$$\frac{\text{sen } \theta_i}{\text{sen } \theta_r} = \text{cte}$$

Como una onda transporta energía tenemos que: para una *onda incidente* en una superficie que separa dos medios diferente, se producirá una *onda reflejada* debido al rebote de la onda incidente con la superficie de separación y, otra *onda refractada* que se *transmite al otro medio* debido al cambio de velocidad de propagación. Esto hace que la *energía que transporta la onda incidente, se reparta en la que transporta la onda reflejada y la que transporta la onda refractada*. Esto es:

$$E_i = E_r + E_\tau$$

Estamos suponiendo que la superficie no absorbe energía, solo puede reflejarla y/o transmitirla.

Todos estos resultados son extensibles a *ondas electromagnéticas*. Veremos en el capítulo VII que la **luz es una onda electromagnética** y estudiaremos su producción, propagación e interacción con la materia. En la historia de la Física, la luz ha sido estudiada por muchos científicos: Huyghens, Newton, Descartes, Maxwell, Hertz, etc; y su estudio se aborda desde un capítulo conocido como **Óptica**. Cuando se tratan los *fenómenos ondulatorios* relacionados con la luz (reflexión, refracción, etc.) se hace referencia a la **óptica geométrica** y, cuando se estudian cuestiones relacionadas con su producción e interacción con la materia, nos referimos a la **óptica física**.

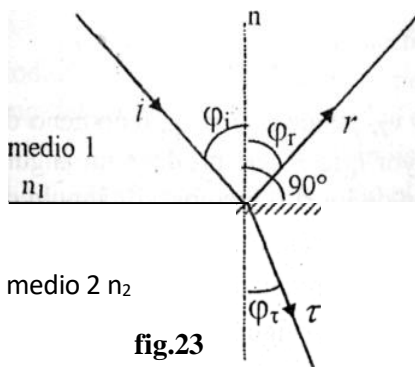


fig.23

Trataremos ahora, las leyes de la reflexión y refracción de la luz desde el abordaje de la óptica geométrica.

La **fig.23** muestra un rayo incidente que representa una onda de luz que incide en una superficie de separación entre dos medios (1) y (2). Por reflexión tenemos un rayo reflejado que representa una onda de luz que se propaga en el mismo medio (1) y otro rayo refractado que representa una onda de luz que se propaga en el medio (2).

Ahora podemos enunciar las Leyes de Snell para los fenómenos de reflexión y refracción de ondas de luz:

1.- El rayo incidente, la normal, el rayo reflejado y el rayo refractado son coplanares.

2.- Primera Ley de Snell: En el fenómeno de reflexión, el ángulo de incidencia coincide con el ángulo de reflexión

$$\theta_i = \theta_r$$

3.- Segunda Ley de Snell: En el fenómeno de refracción, La relación entre el seno del ángulo de incidencia y el seno del ángulo de refracción es una constante relacionada con los medios de propagación.

$$\frac{\text{sen } \theta_i}{\text{sen } \theta_r} = \text{cte}$$

En la Segunda Ley de Snell dijimos que la constante estaba relacionada con características de los medios debido a la velocidad de propagación. Recordemos: $\frac{\text{sen } \theta_i}{\text{sen } \theta_r} = \frac{v_1}{v_2}$

En este caso, v_1 es la *velocidad de la luz en el medio (1)* y v_2 es la *velocidad de la luz en el medio (2)*. Ahora bien, el conocimiento de las teorías acerca de la luz que se fueron desarrollando, arribaron a la conclusión que *existe un límite máximo para su velocidad de propagación*. Este límite es la **velocidad de la luz en el vacío**, que constituye una constante universal y su valor aproximado para cuestiones prácticas es: $c = 3.10^8 \text{ m/s}$.

Para cada medio en el que puede propagarse la luz, se define un número llamado **índice de refracción del medio (n)**.

Definición: El índice de refracción de un medio es la relación (cociente) entre la velocidad de la luz en el vacío y la velocidad de la luz en el medio.

$$n = \frac{c}{v}$$

Cuando $n = 1$ es en el caso del vacío y siempre será $n \geq 1$ Nosotros trabajaremos el aire como muy aproximadamente el vacío: $n_{\text{aire}} \approx 1$

Entonces tenemos que las velocidades de propagación en los dos medios serán:

$$v_1 = \frac{c}{n_1} \quad \text{y} \quad v_2 = \frac{c}{n_2}$$

Donde n_1 es el índice de refracción del medio (1) y n_2 es el índice de refracción del medio (2).

Reemplazando:

$$\frac{\text{sen } \theta_i}{\text{sen } \theta_r} = \frac{\frac{c}{n_1}}{\frac{c}{n_2}} = \frac{n_2}{n_1} \quad \Rightarrow \quad \frac{\text{sen } \theta_i}{\text{sen } \theta_r} = \frac{n_2}{n_1}$$

Como es de esperar la constante es la relación entre los índice de refracción de los medios 2 y 1. El cociente entre los senos del ángulo de incidencia y de refracción está en relación inversa al cociente entre los índices de refracción de los medios (1) y (2). De esto último se deduce una expresión muy práctica:

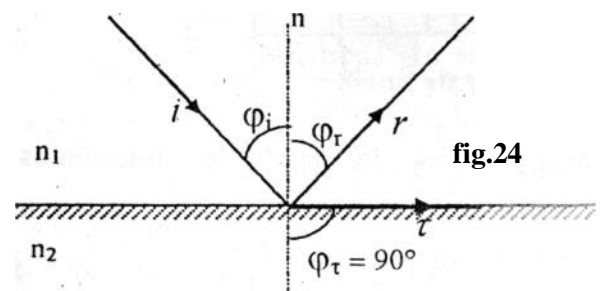
$$n_1 \cdot \text{sen } \theta_i = n_2 \cdot \text{sen } \theta_r$$

Conocida como la expresión matemática de la 2^{da} Ley de Snell tenemos que:

- a) Si $v_1 > v_2$ entonces $n_1 < n_2$ por lo que $\theta_i > \theta_r$ El rayo refractado se acerca a la normal.
- b) Si $v_1 < v_2$ entonces $n_1 > n_2$ por lo que $\theta_i < \theta_r$ El rayo refractado se aleja de la normal.

Ángulo Crítico o Límite o Reflexión Total

Para el caso **b)** puede pasar que $\theta_r = 90^\circ$ y, en ese caso el ángulo de incidencia recibe el nombre de **ángulo límite** $\theta_i = \theta_{\text{lim}}$, se muestra en **fig.24**. Este resultado es importante porque, si el ángulo de incidencia supera al ángulo límite, la onda no se transmite al otro medio y se refleja hacia el medio inicial de propagación, este fenómeno recibe el nombre de **reflexión total** y es responsable de muchos fenómenos prácticos: espejismos, fibra óptica, etc



Definición: Se llama **Ángulo Límite o Crítico** (θ_{lim}) al ángulo de incidencia que provoca un ángulo de refracción de 90° .

Tenemos que: $\text{sen } \theta_{\text{lim}} = \frac{n_2}{n_1}$ Expresión que solo es válida si $n_1 > n_2$

Definición: Si una onda de luz incide en una superficie con un ángulo superior al ángulo límite $\theta_i > \theta_{\text{lim}}$ se produce el fenómeno de **reflexión total**, por lo tanto, no existe onda de luz transmitida (refractada), solo existe onda de luz reflejada.

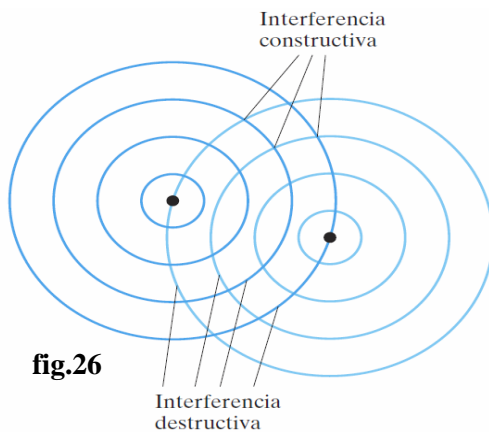
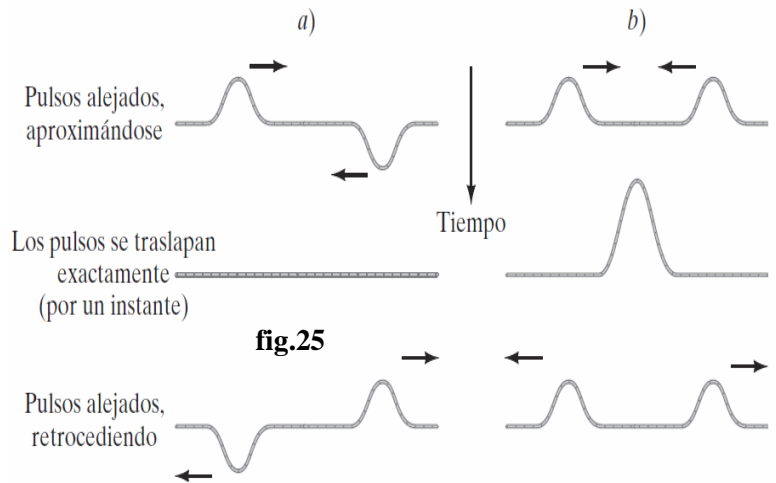
Interferencia de ondas (No se desarrolla en Práctica de Problemas)

Cuando dos o más ondas existen simultáneamente en el mismo medio de propagación, cada onda viaja a través del medio como si las otras no estuviesen presentes.

La **interferencia** se refiere a lo que ocurre cuando dos (o más) ondas pasan a través de la misma región del espacio al mismo tiempo.

Consideremos dos pulsos de onda elástica en una cuerda que viajan uno hacia el otro (fig.25). En la fig.25a los dos pulsos tienen la misma amplitud, pero uno es una cresta y el otro es un valle; en la fig.25b ambos son crestas. En los dos casos, las ondas se encuentran y pasan una sobre otra. Sin embargo, en la región donde se traslapan o solapan, el desplazamiento resultante es la suma algebraica de sus desplazamientos separados (una cresta se considera positiva y un valle negativo). Esto es un ejemplo del

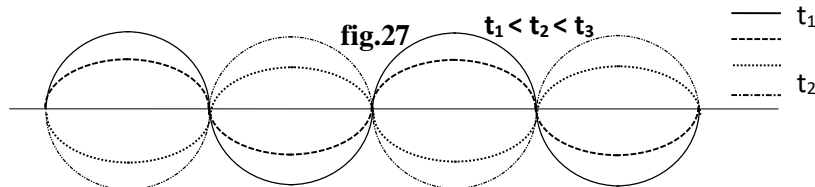
Principio de Superposición de las ondas. En la fig.25a las dos ondas tienen desplazamientos opuestos en el instante cuando pasan una sobre otra, y suman cero. El resultado se llama **interferencia destructiva**. En la fig.25b, en el instante cuando se traslapan los dos pulsos, producen un desplazamiento resultante que es mayor que el desplazamiento de cualquiera de los dos puntos por separado, y el resultado es una **interferencia constructiva**.



se produce interferencia constructiva las dos ondas están en **fase**. En los puntos donde ocurre interferencia destructiva las dos ondas están **fuera de fase** por *media longitud de onda*.

Principio de Superposición: Cuando dos o más ondas existen simultáneamente en el mismo medio, el desplazamiento resultante en cualquier punto y tiempo, es la suma algebraica de los desplazamientos de cada onda.

Un caso particular de interferencia se da cuando se superponen dos movimientos ondulatorios producidos por dos focos *sincrónicos* (de igual frecuencia) cuando los movimientos tienen la misma longitud de onda, o son *múltiplos enteros* unas de otras. La configuración de una cuerda afectada por un fenómeno de este tipo está indicada en la fig.27, donde se indican en distintos



donde se indican en distintos

trazos las formas adoptadas por la cuerda cuando el tiempo transcurre de t_1 a t_4 . Este fenómeno se conoce como *ondas estacionarias*.

En este caso aparecen puntos que mantienen una *posición constantemente en reposo*: son los **nodos**, y sólo los puntos que equidistan de los nodos pueden sufrir la máxima amplitud del movimiento.

La distancia entre nodos alternados o antinodos alternados en una onda estacionaria es una medida de la longitud de onda de las ondas componentes. Los nodos existen en los lugares donde las partículas del medio no oscilan y, los antinodos en los puntos donde las partículas del medio tienen la máxima amplitud.

Difracción de una onda (No se desarrolla en Práctica de Problemas)

El fenómeno de **difracción** tiene lugar cuando una *onda que se propaga en un medio, encuentra un obstáculo* y “lo rodea” y como resultado cambia la dirección de propagación de la onda. Para que se produzca difracción, las dimensiones del obstáculo deben ser del orden de magnitud de la longitud de onda de la onda incidente.

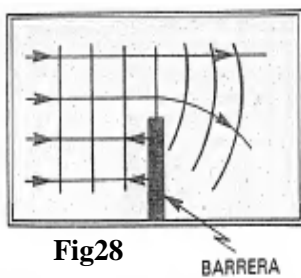
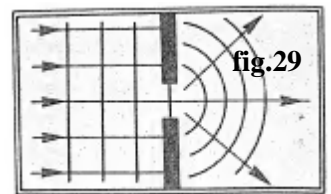


Fig28

En el caso de ondas en el agua o del sonido, este fenómeno es fácil de observar. Puede decirse que el *obstáculo se comporta como un nuevo foco de emisión*. La difracción causa la impresión que la onda “dobla” rodeando el obstáculo. Si observamos una onda bidimensional de pulsos rectos que se propaga en la superficie del agua (fig.28), al encontrar un obstáculo (barrera), la onda rodea el obstáculo cambiando su dirección y, en este caso, se observa un frente de ondas circulares.



Sea ahora, una *onda bidimensional de pulsos rectos* que se propaga en una superficie (de agua, por ejemplo) hacia un *orificio o abertura* situada entre dos barreras (fig.29). La difracción es notable debido que la onda rodea ambos obstáculos y el **orificio parece comportarse como un nuevo foco de ondas bidimensionales de pulsos circulares** que continúa propagándose por el medio. Que la difracción resulte notable, exige (como dijimos) que la *dimensión* (en este caso del orificio) sea del *orden de magnitud de la longitud de onda*. Por ejemplo, si las barreras de la fig.29 se separaran demasiado, haciendo que el orificio sea más grande, la difracción no se notaría.

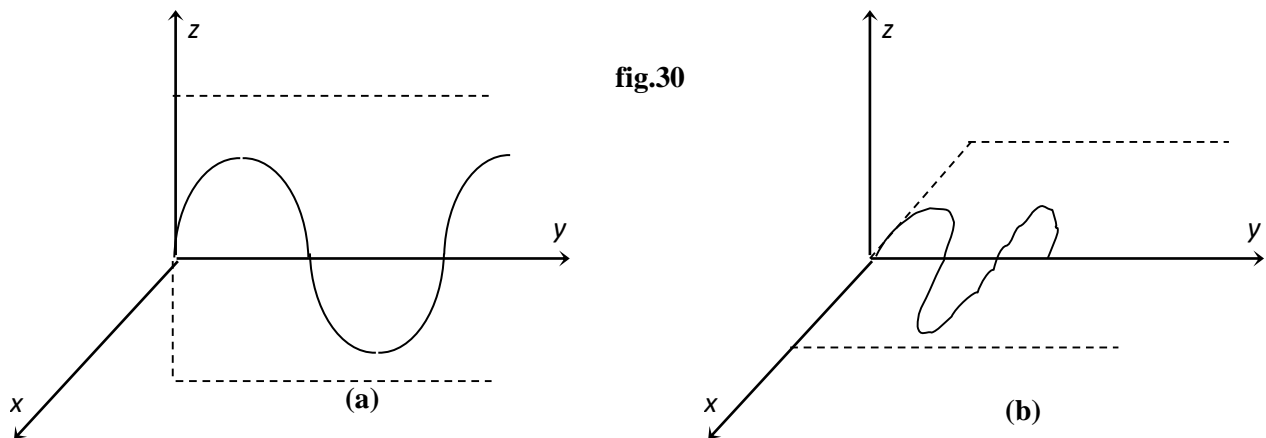
El fenómeno es más notable cuanto menor sea la abertura. Las ondas de sonido, audibles, tienen longitudes de onda desde unos 17 m (para los sonidos graves) hasta unos 17 mm (para los sonidos agudos). Esta es la razón por la que una conversación (sonidos levemente graves) puede escucharse detrás de una pared libre en el extremo superior, debido que la onda sonora “puede rodear” la pared.

En el caso de las ondas de luz, el fenómeno de difracción es notorio exclusivamente si los obstáculos u orificios por los que puede pasar la luz son muy pequeños, del orden de $1 \cdot 10^{-6}$ m. Esto es debido a que las ondas de luz tienen longitudes de onda del orden de los $5 \cdot 10^{-7}$ m. La luz no puede pasar por la pared del ejemplo anterior, y esta es la razón que se suele dar para justificar que la *luz no dobla*.

Polarización de las ondas (No se desarrolla en Práctica de Problemas)

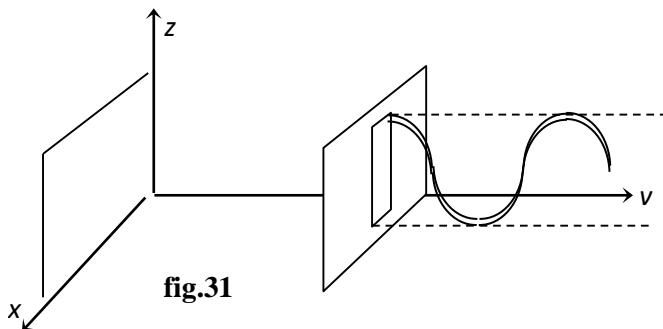
La **polarización** es un fenómeno que se da solamente en las ondas transversales y se refiere a la selección de una determinada dirección de propagación de la onda. Las ondas de sonido no pueden polarizarse (son longitudinales), mientras que la luz (en general toda onda electromagnética) se puede polarizar ya que son ondas transversales.

Para exponer los principios del fenómeno de polarización recurriremos nuevamente a su aplicación en una *onda que se transmite en una cuerda tensa*. En general, si la perturbación original es de vaivén sobre una cierta dirección, la onda se producirá en un cierto plano que contenga a la dirección de la perturbación y a la dirección original de la cuerda.



Así, vemos en la **fig.30a** una onda que se propaga en la dirección del eje y y originada por una *perturbación en la dirección del eje z* . Se dice que la onda está *polarizada en el plano YZ* . En la **fig.30b** se observa otra *onda polarizada en el plano XY* .

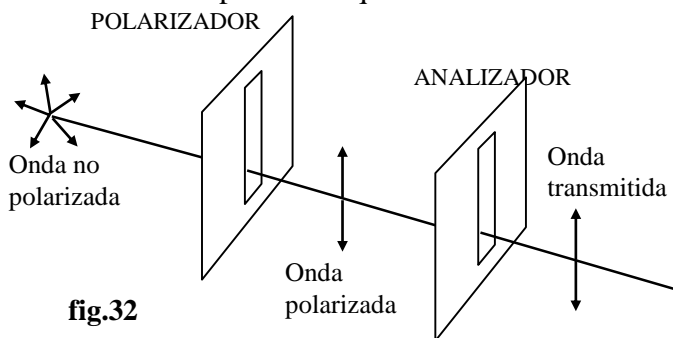
Supongamos ahora que la *perturbación no sea lineal*. En este caso aparecen en la cuerda ondas no planas (**fig.31**) en la dirección original de la cuerda.



Si se hace pasar la cuerda por una rendija vertical, pasarán al otro lado sólo ondas en el plano que pasa por la rendija. Es decir, la onda que pasa la rendija está polarizada en el plano YZ , y la rendija actuó como *polarizador o filtro de polarización*.

En el caso de *ondas de cualquier tipo no polarizadas*, existen dispositivos que permiten polarizarlas. En el caso inverso, un filtro de este tipo permite analizar si una onda está polarizada o no en un plano cualquiera.

En el caso de *ondas de cualquier tipo no polarizadas*, existen dispositivos que permiten polarizarlas.



Un dispositivo que permite analizar si un movimiento ondulatorio está polarizado o no, está formado por *dos polarizadores* (el segundo de ellos es llamado *analizador*) dispuestos según se indica en la **fig.32**. La *onda no polarizada está indicada por vectores en distintos sentidos*, y la *polarizada por vectores paralelos*.

Cuando el analizador tiene la rendija paralela a la del polarizador, la intensidad de la onda transmitida, la que ha pasado a través de ambos, es máxima. Cuando el analizador está girado 90° respecto del polarizador la intensidad que pasa es nula (no pasa el movimiento ondulatorio). Para ángulos intermedios, la energía que pasa está relacionada con la energía que transporta la onda polarizada. La polarización de una onda permite disminuir su intensidad.

La polarización es una característica propia de todos los fenómenos ondulatorios transversales. Básicamente, consiste en que, a medida que la onda se propaga, la perturbación sólo ocurre en un cierto plano en el espacio tridimensional, plano que contiene a la dirección de propagación y

que permanece constante en su orientación espacial durante el tiempo en que el fenómeno ondulatorio esté sucediendo. Esta característica implica una cierta asimetría espacial, ya que la perturbación ocurre en un plano y no en otro cualquiera, lo que a su vez genera una gran diversidad de efectos al interactuar la onda polarizada con la materia. (Jenkins y White, 1976)

En el caso de una onda electromagnética (luz, radio, TV, rayos X, etc.), ésta puede estar formada por una mezcla de ondas polarizadas y no polarizadas de intensidades I_{pol} e $I_{sin\ pol}$ respectivamente. Se designa *porcentaje de polarización* a la relación a:

$$\% \text{ de polarización} = \frac{I_{pol}}{I_{pol} + I_{sin\ pol}} \cdot 100$$



F Í S I C A

Cap. VII

“Electromagnetismo”

VII.1. Introducción

Introducción

Hasta aquí, hemos abordado la Física Clásica que su desarrollo dio comienzo con la Revolución Científica en el siglo XVI y culminó a principios del siglo XX. En estos casi cuatro siglos se desarrollaron y corroboraron experimentalmente las leyes y teorías de la: **Mecánica** (estudio del movimiento de los sólidos y los fluidos); **Termodinámica** (estudio de los fenómenos térmicos); **Mecánica Ondulatoria** (estudio de movimientos armónicos y fenómenos ondulatorios). En este capítulo, finalizando el recorrido a través del paradigma de la Física Clásica, expondremos las leyes y teorías que crearon un cuerpo de conocimiento conocido como **Electromagnetismo**. A él refiere la *unificación de los fenómenos eléctricos y magnéticos* como la causa a partir de la propiedad de la materia llamada **carga eléctrica**.

Comenzaremos este capítulo definiendo y caracterizando la *fuerza eléctrica* entre *cargas eléctricas en reposo (electrostática)* y, desarrollaremos el concepto de **campo eléctrico** que nos permitirá dejar de lado la idea de “*acción a distancia*”. Luego pasaremos a tratar la manifestación de las *cargas eléctricas en movimiento (electrodinámica)* que permitirá definir la **corriente eléctrica** y el **campo magnético**. Para finalmente ocuparnos del **campo electromagnético** y, en el caso que este campo sea variable en el tiempo, trataremos la generación de **ondas electromagnéticas**.

Durante la década de 1970, la comunidad científica adoptó un modelo para poder describir (y explicar) todos los fenómenos físicos observados en la Naturaleza. Este modelo se conoce con el nombre de “*Modelo Estándar de Partículas*”. Sin pretender un desarrollo acerca del modelo, podemos decir que refiere a los criterios de *unificación* y *simetría* para describir la *estructura fundamental de la materia y el vacío* formados por **partículas elementales** (sin estructura interna) que pueden interactuar a través de **cuatro interacciones (o fuerzas) fundamentales**: *fuerza gravitatoria, fuerza electromagnética, fuerza nuclear débil y fuerza nuclear fuerte*. Las dos primeras, son de *largo alcance* y las dos últimas son de *muy corto alcance* (escala atómica). La **interacción gravitatoria** es la más abundante en el Universo, además de ser la responsable de la caída de los cuerpos a la Tierra, rige el comportamiento mecánico del sistema solar, galaxias, etc; y resulta de la interacción entre **masas**. La **interacción electromagnética** está presente en una gran cantidad de fenómenos naturales (tormentas eléctricas, tensión superficial, formación de moléculas, etc) y resulta de la interacción entre **cargas eléctricas**. La **fuerza nuclear débil** es la responsable del decaimiento nuclear beta (lo desarrollaremos en el próximo capítulo) y la **fuerza nuclear fuerte** es la responsable de la estabilidad de los núcleos atómicos (también la trataremos en el último capítulo). En este capítulo nos ocuparemos, en especial de la **fuerza o interacción electromagnética**.

La fuerza o interacción gravitatoria la desarrollamos en el Curso de Nivelación y, vimos que siempre es *atractiva* y se relaciona con la propiedad “*masa*”. La fuerza gravitatoria es una “*fuerza de acción a distancia*” pues se ejerce, aunque los cuerpos estén separados. El ejemplo más común es la interacción gravitatoria entre el planeta Tierra y un cuerpo cualquiera.

Sin embargo, el tipo de interacción que aparece con más frecuencia en casi todos los fenómenos de la vida cotidiana (exceptuando el descrito en el párrafo anterior) es como consecuencia de la propiedad “*carga eléctrica*” y es la **fuerza electromagnética**. Así, por ejemplo, la resistencia de una cuerda está dada por las fuerzas que se producen entre las moléculas de la sustancia que la constituyen. Estas fuerzas de vinculación entre moléculas tienen un origen electromagnético. También se explican por este origen las fuerzas producidas por resortes y las fuerzas de rozamiento, la tensión superficial, etc. En consecuencia, podemos decir que estamos familiarizados con las **fuerzas electromagnéticas producidas entre cargas eléctricas en reposo (cargas estáticas), entre cargas eléctricas en movimiento (corrientes eléctricas), por imanes y por electroimanes**.

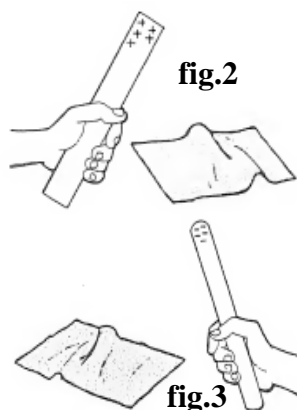
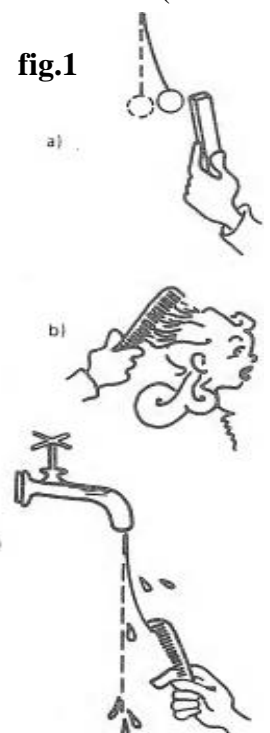
Otros fenómenos muy importantes para la formación de el/la Ingeniero/a Agrónomo y el/la Licenciado/a en Recursos Naturales es lo que podemos entender como una manifestación de la carga eléctrica y de la interacción electromagnética, ellos son: la *fotosíntesis*; la *incorporación de los nutrientes a las plantas*; la *acidez o alcalinidad de los suelos*; etc. Las Leyes del Electromagnetismo que abordaremos en este capítulo, también servirán de fundamento para comprender el funcionamiento de muchos equipos y aparatos de laboratorio usados en la Facultad de Ciencias Agrarias y en el ejercicio de la profesión, como por ejemplo: el “boyero eléctrico” y el “medidor de humedad en granos cosechados”.

VII. 2. Electrización. Carga Eléctrica. Conductores y Aislantes (No se desarrolla en Práctica de Problemas)

Electrización

Los primeros descubrimientos acerca de los fenómenos eléctricos fueron realizados por los griegos en la Antigüedad. Thales de Mileto (siglo V antes de Cristo) observó que un trozo de *ámbar* (mineral que proviene de la fosilización de resinas de árboles de madera blanda) después de ser *frotado con alguna piel de animal*, adquiría la propiedad de *atraer cuerpos livianos* (como trozos de paja o semillas pequeñas). Solo hasta, casi *2000 años* más tarde comenzaron a realizarse observaciones sistemáticas y cuidadosas de los fenómenos eléctricos, entre las que se destacan los trabajos realizados por el médico inglés William Gilbert (1544–1603). Este observó que *algunos otros cuerpos se comportan como el ámbar al ser frotados*.

Como la escritura griega que corresponde al ámbar es “ἤλεκτρον”, que significa **electrón**, Gilbert comenzó a usar el término **eléctrico** para referirse a todo cuerpo que se comportaba como el ámbar, con lo que surgieron las expresiones electricidad, electrizar, electrización, etc. En la actualidad sabemos que todas las sustancias pueden presentar un comportamiento similar al del ámbar; es decir **pueden electrizarse al ser frotadas con otras sustancias**. Si tomamos una regla plástica se electriza cuando la frotamos con seda y de esta manera puede atraer una bolita de telgopor (**fig.1a**); un peine se electriza cuando se frota contra el cabello y luego puede atraer a éste (**fig.1b**), o bien a un hilo de agua (**fig.1c**). La ropa de nylon (o de seda) se electriza al ser frotada con nuestra piel, la carrocería del auto en movimiento se electriza por el rozamiento con el aire.



Carga eléctrica

Al realizar experimentos con varios cuerpos electrizados, se halla que pueden separarse en *dos grupos*:

1er. Grupo: constituido por los cuerpos cuyo *comportamiento es igual* al de una *barra de vidrio que se frota con seda*. Se observa que *todos los cuerpos electrizados de este grupo se repelen unos con otros*. Decimos que tales cuerpos están **electrizados positivamente**, o bien, que al ser frotados **adquirieron una carga eléctrica positiva**. (Fig. 2)

2do. Grupo: constituido por los cuerpos que se *comportan como una barra de plástico (o resina) frotada con un trozo de tela de lana*. Podemos observar que *todos los cuerpos de este grupo se repelen unos a otros; pero atraen a los cuerpos del grupo anterior*. Por tanto, decimos que los cuerpos de este segundo grupo se encuentran **electrizados negativamente**, o bien, que al ser frotados **adquirieron carga eléctrica negativa**. (**fig.3**).

Conclusión: *Existen dos tipos de cargas eléctricas, positivas y negativas. Las cargas eléctricas del mismo nombre (igual signo) se repelen y, las cargas de nombre contrario (signo contrario) se atraen.* (fig.4)

Benjamín Franklin (norteamericano, 1706–1790), luego de realizar un gran número de observaciones experimentales, halló que cuando dos cuerpos se frotan entre sí, si uno de ellos se electriza positivamente, el otro adquirirá necesariamente electricidad negativa. Por ejemplo (fig.2), si la barra de vidrio adquiere carga positiva, la seda adquiere carga negativa.

De acuerdo con los descubrimientos realizados en el siglo XIX y principios del siglo XX, se *entiende el proceso de electrización como la transferencia de carga eléctrica entre los cuerpos que se frotan*. Obviamente esa transferencia no se efectúa por medio de un fluido eléctrico, sino por el *paso de electrones de un cuerpo hacia el otro*. Los diversos modelos de la estructura atómica (Dalton, Thomson, Rutherford, etc) y el descubrimiento (en 1897) de una partícula elemental a la que “se llamó” *electrón*, realizado por J. J. Thomson (inglés, 1856–1940); dan cuenta que toda la materia está constituida, básicamente, por *protones, neutrones y electrones*. Estos componentes de la materia tienen una *propiedad* (así como tener *masa*) llamada “*carga eléctrica*”. En los *protones*, la *carga eléctrica es positiva*; en los *neutrones*, la *carga eléctrica es nula* y; en los *electrones*, la *carga eléctrica es negativa*. Un cuerpo eléctricamente neutro (no electrizado) tiene la misma cantidad de carga positiva (protones) que de carga negativa (electrones). En el ejemplo de la fig.2; la barra de vidrio y el paño de seda están por separado, eléctricamente neutros, al frotarlos, se produce una transferencia de carga eléctrica negativa (electrones) desde la barra de vidrio al paño de seda y el resultado es que la barra de vidrio queda con un defecto de electrones (cargada positivamente) y la seda queda con un exceso de electrones (cargada negativamente).

Por todo lo expresado, establecemos una definición de “carga eléctrica”.

Definición: *La carga eléctrica es una propiedad física intrínseca de algunas partículas subatómicas que se manifiesta mediante fuerzas de atracción y repulsión entre ellas a través de campos electromagnéticos. La carga eléctrica es influida por los campos electromagnéticos, siendo a su vez, generadora de ellos.*

La **carga eléctrica** (que determina la intensidad de las interacciones electromagnéticas) es una magnitud física, por lo tanto, es susceptible de ser comparada y medida. Hay dos tipos de cargas eléctricas: las denominadas **positivas** y las **negativas**. Las cargas de *igual denominación se repelen*; y las de *distinta denominación se atraen*.

Ley de Conservación de la Carga Eléctrica: *en cualquier proceso físico que ocurre en un sistema cerrado la carga total (neta) se conserva.*

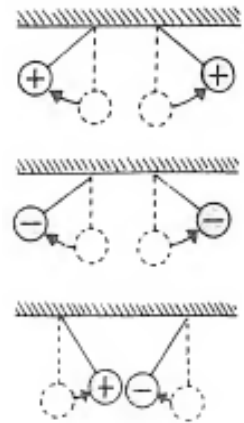
Dos cargas eléctricas son iguales si, puestas a igual distancia de una tercera, ejercen sobre la misma idéntica acción.

En el SI (Sistema Internacional), la unidad de carga eléctrica es el **Coulombio** (o **Coulomb**) que se simboliza con letra **C**. Es una unidad derivada que se define a partir del concepto de intensidad de una corriente eléctrica, concepto que se tratará más adelante.

Definición: *Un Coulomb C es la cantidad de carga eléctrica que pasa, en un segundo, por la sección transversal de un conductor cuando la intensidad de la corriente eléctrica por él es un Ampere. $1 C \approx 6,242 \cdot 10^{18}$ carga elemental (electrones)*

Toda carga eléctrica será un múltiplo entero de la carga elemental, o sea de la carga del electrón. $q = n \cdot e$ donde n es un número entero y $e = 1,602 \cdot 10^{-19} C$. Toda propiedad física que se presenta, como en este caso, en **paquetes separados o cuantos** se dice que está **cuantizada**.

fig.4



La carga eléctrica de un único protón coincide con el valor de la carga elemental, solo que tienen signos opuestos, convencionalmente la carga eléctrica elemental para el electrón es $-e$ (*negativa*) y para el protón es $+e$ (*positiva*).

Como el protón y el electrón son partículas, tienen otra propiedad intrínseca que es su masa (m); teniendo valores aproximados de: $m_{\text{electrón}} = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ y $m_{\text{protón}} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

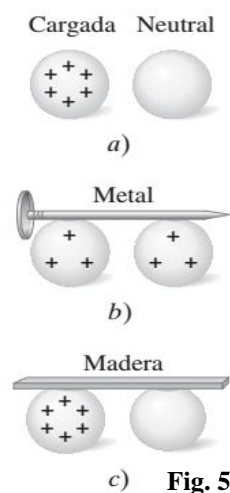
En 1911, Robert Millikan (estadounidense, 1868–1953) realizó un experimento conocido como el “*experimento de la gota de aceite*” que le permitió medir la carga eléctrica elemental (carga eléctrica de un único electrón) determinada con un valor, aproximado, de $1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

El Universo está integrado por un *espacio* tridimensional euclídeo; un *tiempo* independiente pero inseparable del espacio (modelo de la Mecánica Clásica) y *materia*. La materia (según el modelo atómico de Bohr) tiene dos propiedades intrínsecas (esenciales): “*masa*” y “*carga eléctrica*”. Estas propiedades son independientes y:

- a) la *masa es productora del campo gravitatorio* y, éste interactúa con la masa produciendo la *fuerza gravitatoria*;
- b) la *carga es productora del campo electromagnético* y, este interactúa con la carga produciendo la *fuerza electromagnética (fuerza de Lorentz)*.

Conductores y Aislantes

Tengamos dos esferas de metal, una muy cargada y la otra eléctricamente neutra (Fig. 5a). Si colocamos un objeto de metal (un clavo) de manera que toque ambas esferas (Fig. 5b), la esfera que estaba neutra se cargará de forma rápida. Si, en cambio, hubiéramos conectado las dos esferas con una varilla de madera (o de goma) (Fig. 5c), la esfera sin carga no se habría cargado de manera apreciable. Los materiales como el clavo de hierro se llaman *conductores de la electricidad*, mientras que la madera, o la goma, son *no conductores o aislantes*. En general, los metales son conductores, en tanto que la mayoría de los materiales son aislantes. Casi todos los materiales caen en una de estas dos categorías; sin embargo, algunos materiales como el germanio y el silicio se los clasifica como *semiconductores*.



c) Fig. 5

Desde el punto de vista atómico, los electrones en un material aislante están ligados al núcleo de los átomos de manera muy fuerte. En un conductor, algunos de los electrones están ligados muy débilmente y pueden moverse en forma más o menos libre dentro del material (aunque no pueden abandonarlo fácilmente), por lo que se conocen como electrones libres o de conducción. Cuando un cuerpo cargado positivamente se acerca, o toca un material conductor, los electrones libres del conductor son atraídos por el objeto y se mueven muy rápido hacia él. Cuando un objeto cargado negativamente se acerca a un material conductor, los electrones libres de éste se mueven de manera rápida alejándose del objeto cargado. En un semiconductor hay muy pocos electrones libres y, según las condiciones puede conducir o ser aislante. En un aislante, casi no existen electrones libres.

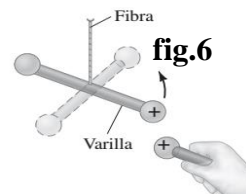
El oro, la plata y el cobre son los mejores conductores metálicos; mientras que la goma, el plástico, la fibra de vidrio, etc; son buenos aislantes. Los líquidos ácidos (como el ácido sulfúrico) también son conductores de la electricidad y se los conoce como electrolitos.

Nota: Se debe tener en cuenta que la velocidad de los electrones libres en un conductor metálico es del orden del mm/s ($1 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$), muy lenta comparada con la velocidad de la luz ($c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$).

VII. 3. Interacción eléctrica. Ley de Coulomb

Interacción eléctrica-Ley de Coulomb

Vimos que una carga eléctrica ejerce una fuerza de atracción o repulsión sobre otras cargas eléctricas. Charles Coulomb (francés, 1736-1806) investigó las *fuerzas eléctricas*, entre cargas eléctricas, en la década de 1780 usando una balanza de torsión (**fig.6**), muy parecida a la que utilizó Henry Cavendish (inglés, 1731-1810) en sus estudios de la fuerza gravitatoria.



En los tiempos de Coulomb no había instrumentos precisos para medir cargas eléctricas, de todas maneras, este científico fue capaz de preparar experiencias con *pequeñas esferas con diferentes cantidades de carga* en las se conocía el *cociente de las cargas*. No sin problemas, Coulomb logró argumentar que la fuerza que ejerce un pequeño objeto cargado sobre un segundo objeto pequeño cargado es *directamente proporcional* a la carga en cada uno de los objetos. Esto es, si la *carga en alguno de los objetos se duplica*, la *fuerza se duplica* y; si la *carga en ambos objetos se duplica*, la *fuerza aumenta cuatro veces el módulo inicial*. Esto sucede cuando la distancia entre las cargas permanece constante. Coulomb encontró que, si la *distancia entre los pequeños objetos cargados aumentaba*, la *fuerza disminuía con el cuadrado de la distancia entre los objetos*. Esto es, si la *distancia entre las cargas se duplica*, el *módulo de la fuerza disminuye a un cuarto de su valor original*. De esta manera, Coulomb concluyó:

1- el *módulo de la fuerza eléctrica* ejercida por un pequeño cuerpo cargado sobre otro pequeño cuerpo cargado es *directamente proporcional* al *producto de las cantidades de carga eléctrica de ambos*. Si el uno de los cuerpos pequeños tiene una carga Q_1 y el otro tiene una carga Q_2 , entonces:

$$|\vec{F}| \propto Q_1 \cdot Q_2$$

2- el *módulo de la fuerza eléctrica* ejercida por un pequeño cuerpo cargado sobre otro pequeño cuerpo cargado es *inversamente proporcional al cuadrado de la distancia r que los separa*, entonces:

$$|\vec{F}| \propto \frac{1}{r^2}$$

A partir de estas experiencias enunciamos la:

Enunciado: Ley de Coulomb, el *módulo de la fuerza eléctrica ejercida entre dos cargas eléctricas puntuales Q_1 y Q_2 es directamente proporcional al producto entre las cargas eléctricas y, es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia r que las separa.*

$$|\vec{F}| \propto \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \quad (1)$$

Una *carga eléctrica puntual* es una *carga hipotética*, de valor finito, contenida en un *punto geométrico* (carente de dimensión). Por lo tanto *dos cargas eléctricas puntuales* consisten en *dos cuerpos con carga eléctrica que son de dimensiones (tamaños) despreciables en comparación con la distancia que los separa*.

Para poder escribir la expresión (1) como una igualdad tenemos que definir la constante de proporcionalidad:

$$|\vec{F}| = k \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \quad (2) \text{ Ley de Coulomb}$$

Utilizando el *Coulomb (C)* como unidad de carga eléctrica definida por el Sistema Internacional (SI) y, habiendo logrado determinaciones de muy alta precisión para el valor de esta constante tenemos:

$$k \approx 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$$

Esto significa que: si dos pequeños cuerpos son cargados con 1 C y separados una distancia de 1 m , entre ellos se ejercerá una fuerza eléctrica de $9 \cdot 10^9 \text{ N}$. Esta fuerza (puede notarse) es muy grande, por lo que se puede deducir que las cargas eléctricas adquieren valores *mucho menores a 1 C* , razón por

la cual en la resolución de problemas se trabajará con valores de cargas eléctricas expresados en μC ($1 \cdot 10^{-6} C$) o en nC ($1 \cdot 10^{-9} C$).

La unidad C es una unidad derivada que, en función de unidades fundamentales del SI, puede escribirse que $C = A \cdot s$ (ampere por segundo).

La constante expresada en (2) suele escribirse en relación a la constante de **permitividad eléctrica del vacío** $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} C^2 \cdot N^{-1} \cdot m^{-2}$.

$$k = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \quad (3)$$

Teniendo en cuenta el enunciado de la Ley de Coulomb y lo definido en (2) y (3), podemos escribir la expresión para determinar el módulo de la fuerza eléctrica ejercida entre dos cargas eléctricas puntuales:

$$|\vec{F}| = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \quad (4) \text{ Expresión de la Ley de Coulomb}$$

La *fuerza es una magnitud vectorial*, por lo que estamos en condiciones de enunciar las *características vectoriales de la fuerza eléctrica* ejercida entre dos cargas eléctricas puntuales, separadas una distancia r (fig.7):

- **el módulo** de la fuerza está dado por la expresión (4);
- **la dirección** de la fuerza es la recta que une las dos cargas separadas r ;
- **el sentido** de la fuerza es de *repulsión* (las cargas tienden alejarse) si las cargas tienen el mismo signo; es de *atracción* (las cargas tienden acercarse) si las cargas tienen distinto signo;
- la fuerza entre dos cargas eléctricas es **independiente de la presencia** de otras cargas eléctricas.

Utilizando la ley de Coulomb, podemos escribir el **vector fuerza eléctrica** entre dos cargas eléctricas puntuales Q_1 y Q_2 , separadas una distancia r ; como:

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_{21}^2} \cdot \widehat{r}_{21} \quad (5)$$

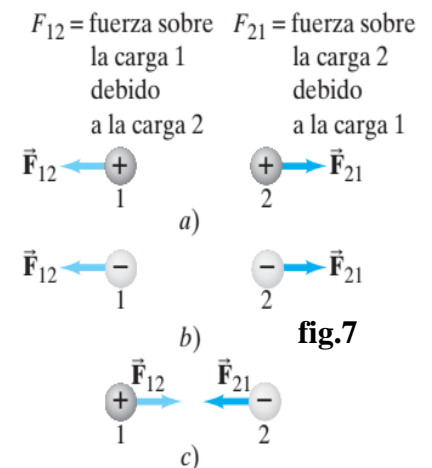
En la expresión (5) \vec{F}_{12} es el **vector fuerza eléctrica** sobre la carga Q_1 *debida* a la carga Q_2 , y \widehat{r}_{21} es el **vector unitario** (versor) dirigido desde Q_2 a Q_1 .

La expresión (5) es similar a la de la **fuerza gravitatoria** (Curso de Nivelación) ejercida entre dos cuerpos de masas m_1 y m_2 separadas una distancia r . El módulo de la **fuerza gravitatoria** es también, *inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que separa los cuerpos* y es *directamente proporcional al producto de las masas de los cuerpos*. Esta fuerza gravitatoria **solo es atractiva**, puesto que la propiedad masa no tiene signo.

$$\vec{F}_{12} = -G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r_{21}^2} \cdot \widehat{r}_{21}$$

Donde G es la Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$.

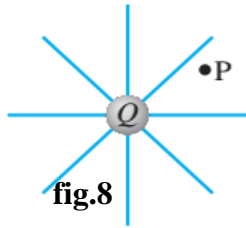
Queda para el estudiante comparar la *escala* de la **fuerza gravitatoria** y de la **fuerza eléctrica**. Para esto puede realizar el cálculo del *módulo de la fuerza gravitatoria* y el *módulo de la fuerza eléctrica* entre un *electrón* y un *protón* separados una distancia de $1 m$.



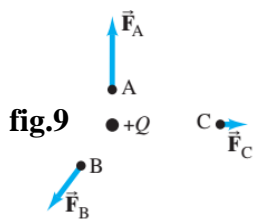
VII. 4 Campo eléctrico (cargas puntuales). Líneas de Fuerza y de Campo. Aplicaciones

La *fuerza eléctrica* (presentada recién) y la *fuerza gravitatoria* (desarrollada durante el curso de nivelación) son **fuerzas de acción a distancia**, ya que la fuerza aparece sin necesidad que exista contacto entre los cuerpos. ¿Cómo se produce esa interacción **instantánea** entre dos cuerpos separados una distancia, que puede ser muy grande? El mismo Isaac Newton (inglés, 1642-1727) se sentía incómodo con esta idea cuando publicó su Teoría de la Gravitación Universal.

Un concepto superador (por facilitar la comprensión de este tipo de fuerzas) es el concepto de **campo**; que fue propuesto por Michel Faraday (inglés, 1791-1867). Para el caso del **campo eléctrico**, Faraday sugirió que: un **campo eléctrico** se *extiende hacia afuera de cualquier carga eléctrica* (por ejemplo Q) y *permea todo el espacio* (Fig. 10). Si una segunda carga (llamemos q) se coloca cerca de la primera carga, q “*siente*” una **fuerza ejercida por el campo eléctrico** que hay en ese punto (digamos P en la Fig. 8). **El campo eléctrico (provocado por la carga Q) en P interactúa (directamente) con la carga q para producir una fuerza eléctrica sobre q .**



Definición: Campo eléctrico es el espacio que rodea a una carga Q y, si en cualquier punto P de ese campo se coloca otra carga eléctrica q , el campo eléctrico en P interactúa con la carga q produciendo la fuerza eléctrica sobre q .



Para cuantificar el campo eléctrico pensemos el siguiente caso. Investiguemos el campo eléctrico que rodea a una carga Q (también podría ser a un grupo de cargas), midiendo la *fuerza provocada sobre una pequeña carga de prueba positiva en reposo*. Entendemos por *carga de prueba* a una carga tan pequeña que la fuerza que ella ejerce no afecta significativamente a las cargas que generan el campo. Si colocamos una carga de prueba positiva q en varias posiciones (A, B y C) del campo eléctrico, alrededor de una carga positiva individual Q en los puntos A, B y C; la *fuerza eléctrica ejercida sobre la carga q será como se observa en la fig.9* (Ley de Coulomb). En cada caso, la fuerza sobre q está *dirigida radialmente para alejarse de Q* . Entonces podemos definir una **Intensidad de Campo Eléctrico** (en algún punto del campo) en *términos de la fuerza sobre una carga de prueba positiva*.

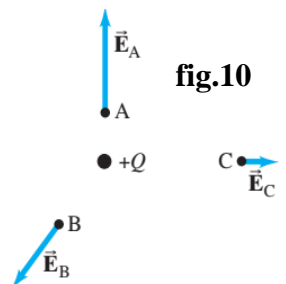
Definición: La Intensidad de Campo Eléctrico en un punto cualquiera del espacio que rodea a una carga Q es la **Fuerza Eléctrica** provocada por el campo eléctrico en ese punto por unidad de carga de prueba positiva q colocada en ese punto.

Simbólicamente:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \quad (6)$$

La expresión (6) indica que el **campo eléctrico** producido por una carga Q se cuantifica por medio de un **vector intensidad de campo eléctrico** que *apunta en la misma dirección de la fuerza eléctrica que actúa sobre una carga de prueba positiva en ese punto y, su módulo es esa fuerza por unidad de carga q* . Por lo tanto, en el Sistema Internacional, la unidad de Intensidad de Campo Eléctrico es:

$$[E] = \frac{[F]}{[q]} = \frac{N}{C} .$$



En la **fig.10** se muestra el **vector intensidad de campo eléctrico** en tres puntos (A, B y C) del espacio que rodea a una carga positiva $+Q$; puede verse que esos vectores apuntan “*saliendo*” de $+Q$. Si la

carga que origina el campo fuera negativa ($-Q$), los *vectores intensidad de campo eléctrico* dibujados (en esos mismos puntos) tendrían sentido opuesto (“*entrando*” a $-Q$).

Las características vectoriales de la *Intensidad de Campo Eléctrico* en un punto P cualquiera de un campo eléctrico son:

- El **módulo** de la intensidad de campo eléctrico en un punto del espacio que rodea a una carga Q es: $|\vec{E}| = \frac{|\vec{F}|}{q}$.
- La **dirección** de la intensidad de campo es *radial*.
- El **sentido** de la intensidad de campo eléctrico es: “*saliente*” si la carga que origina el campo es *positiva* ($+Q$); y es “*entrante*” si la carga que origina el campo es *negativa* ($-Q$).

Para situaciones en las que tenemos cargas puntuales podemos determinar el módulo de la intensidad de campo eléctrico en un punto del espacio que rodea a una carga puntual Q , combinando las expresiones (6) y (4):

$$|\vec{E}| = \frac{|\vec{F}|}{q} = \frac{k \cdot Q \cdot q}{r^2 \cdot q}$$

Finalmente queda:

$$\boxed{|\vec{E}| = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}} \quad (7)$$

En esta expresión Q es la carga que “*produce*” el campo eléctrico y r es la distancia desde Q al punto (ejemplo P) en el que se quiere determinar el *módulo de la intensidad de campo eléctrico*.

De (6) puede deducirse: $\vec{F} = \vec{E} \cdot q$ Esta expresión permite determinar el *vector fuerza eléctrica* que actúa sobre una carga eléctrica q que se coloca en un punto del campo eléctrico en el que se conoce el *vector intensidad de campo eléctrico*. Si la carga q ($+q$) es positiva, la *dirección* y *sentido* de \vec{E} y de \vec{F} **coinciden**; si la carga q ($-q$) es negativa, la *dirección* de \vec{E} y de \vec{F} **coinciden en dirección**, pero sus *sentidos son opuestos*.

Para el caso de una distribución de cargas eléctricas puntuales Q_1, Q_2, \dots, Q_n , se puede evaluar el campo eléctrico en un punto del espacio que rodea a esa distribución definiendo el *vector intensidad de campo eléctrico* en el punto como: la *suma vectorial* de las *intensidades de campo generadas por cada carga Q de la distribución, en ese punto* (Principio de Superposición).

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i \quad (\text{Suma vectorial})$$

Debe entenderse que la *Intensidad del Campo Eléctrico* es una propiedad intrínseca del Campo Eléctrico (en un punto del espacio que rodea a una carga Q) y, *es independiente de la carga q que se coloca en ese punto*. Esto es:

- **NO PUEDE** existir fuerza eléctrica sin la existencia de un campo eléctrico.
- **PUEDE** existir un campo eléctrico sin que exista fuerza eléctrica actuando.

Líneas de fuerza

Michael Faraday, que no manejaba las matemáticas, introdujo una forma muy ingeniosa para facilitar la “*visualización*” de los campos eléctricos. El método consiste en representar la dirección de un campo eléctrico mediante *líneas imaginarias* llamadas *líneas del campo eléctrico* (o *líneas de fuerza*).

Definición: Las líneas del campo eléctrico, o líneas fuerza, son líneas imaginarias que se representan (dibujan) de manera que señalen la dirección de la fuerza debida al campo dado sobre una carga de prueba positiva.

La **fig.11a** muestra las líneas de fuerza debidas a una sola carga positiva aislada y, la **fig.11b** presenta las líneas de fuerza debidas a una sola carga negativa aislada. En el primer caso, las líneas apuntan radialmente hacia fuera de la carga y, en el segundo caso apuntan radialmente hacia la carga. Esto coincide con la dirección de la fuerza eléctrica que actuaría sobre una carga de prueba positiva en cada caso. Véase que entre dos

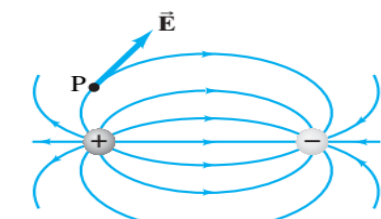
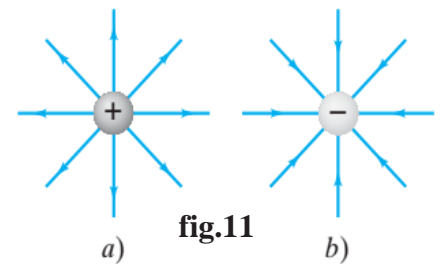
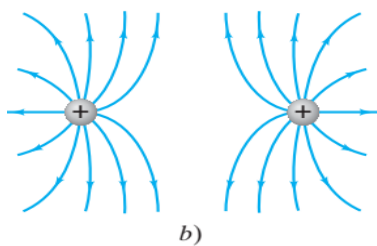


fig.12 a)



b)

líneas de fuerza existen infinitas líneas, pues el campo permea todo el espacio que rodea a las cargas (es imposible hacer esta representación, por lo que solo se dibujan algunas líneas de fuerza). Es posible dibujar las líneas de forma que el número de líneas que empiecen en una carga positiva, o que terminen en una carga negativa, sea proporcional al valor de la carga. Puede observarse que, cerca de la carga, donde el campo eléctrico es más fuerte $F \propto 1/r^2$ las líneas están más juntas. Esto es una propiedad de las líneas de campo eléctrico: **cuanto más cerca están las líneas de campo, mayor será el campo eléctrico en esa región.**

La **fig.12** muestra las líneas de fuerza dibujadas para representar el campo eléctrico generado por dos cargas eléctricas puntuales, separadas cierta distancia. En **a)** se muestran dos cargas puntuales $+Q$ y $-Q$ de igual valor (dipolo eléctrico). Puede observarse que las

líneas de fuerza “salen” de la carga positiva y “entran” a la carga negativa y que el campo es más intenso en el medio de la línea central (las líneas de fuerza están más próximas). En el punto P se muestra el vector intensidad de campo eléctrico, la dirección de este vector siempre resulta tangente a la línea de fuerza.

En **b)** se observan dos cargas puntuales idénticamente cargadas $+Q$. Puede observarse que las líneas de fuerza “salen” de las cargas y que, en el centro del sistema no hay líneas de fuerza, por lo que el campo es nulo.

En **c)** se representan las líneas de fuerza dibujadas para un campo eléctrico producido entre dos placas largas, paralelas y de pequeña sección; cargadas uniformemente con igual cantidad de carga, pero de signo opuesto. Como el campo eléctrico entre las placas es uniforme, se puede observar que las líneas de fuerza son paralelas y están igualmente separadas, indicando que la intensidad de campo eléctrico entre las placas cargadas es constante en cualquier punto entre las placas.

Aplicaciones

a) Campo eléctrico uniforme (entre dos placas paralelas cargadas).

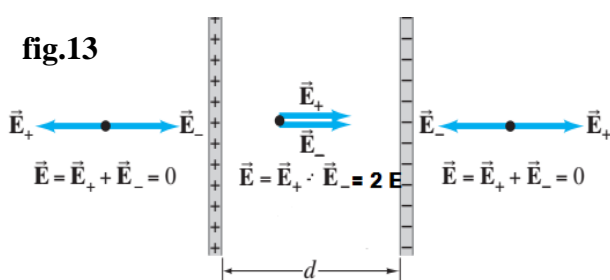


fig.13

La **fig.13** muestra dos placas largas y paralelas que son muy delgadas y están separadas una distancia d que es muy pequeña comparada con el largo y el ancho de las placas. La placa de la izquierda tiene distribuida una carga $+Q$ y la placa de la derecha tiene distribuida una carga $-Q$. Los valores de las cargas son iguales. Si evaluamos el campo eléctrico en cualquier punto del espacio por fuera de las placas (a la izquierda de $+Q$ y a la derecha de $-Q$), es fácil comprobar que la Intensidad de Campo Eléctrico será nula en cualquier

parte del espacio por fuera de las placas (a la izquierda de $+Q$ y a la derecha de $-Q$), es fácil comprobar que la Intensidad de Campo Eléctrico será nula en cualquier

punto. Ahora bien, si evaluamos la *Intensidad de Campo Eléctrico* en un punto cualquiera del espacio comprendido *entre las placas*, vemos que *los vectores se suman*, dando un *módulo doble del módulo de la intensidad de campo provocado por cada placa y apuntando desde la placa con carga + a la placa con carga*. Esto ocurre en cualquier punto comprendido entre las placas (las placas son de longitud infinita). **Esto demuestra que la intensidad de campo eléctrico en el espacio comprendido entre dos placas largas paralelas, cargadas con igual carga, pero de signos opuestos, es uniforme:**
 $\vec{E} = cte$

En este tipo de casos, por lo general, la intensidad de campo eléctrico uniforme (producida por dos placas delgadas, largas y cargadas) es conocida. Si colocamos una carga eléctrica q en cualquier punto del espacio entre las placas, esta carga “siente” una *fuerza eléctrica* que es:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E} \quad (8)$$

Donde q es la carga colocada entre las placas. El *módulo de la fuerza eléctrica es proporcional al módulo del campo eléctrico \vec{E} entre las placas* y; el *sentido será de la placa positiva a la negativa (coincidente con el sentido de \vec{E})* si es $+q$; o *de la placa negativa a la positiva (opuesto a \vec{E})* si es $-q$.

b) Campo eléctrico en un conductor

El campo eléctrico dentro de un conductor es cero, en una situación estática (o sea, cuando las cargas están en reposo). Si hubiera un campo eléctrico dentro de un conductor, existiría una fuerza sobre los electrones libres. Estos se moverían hasta alcanzar posiciones donde el campo eléctrico y por lo tanto, la fuerza eléctrica sobre ellos sea cero.

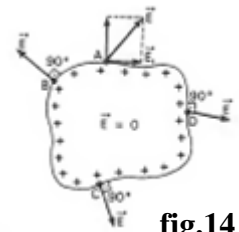
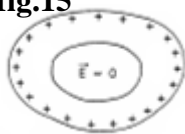


fig.14

Este razonamiento nos permite asegurar que **cualquier carga neta en un conductor se distribuye sobre su superficie** (puesto que si habría carga neta en su interior, habría campo eléctrico). Una propiedad de los campos eléctricos estáticos y los conductores es que *el campo eléctrico siempre es perpendicular a la superficie externa de un conductor*. Entonces: **si un conductor electrizado está en equilibrio electrostático, el campo eléctrico será nulo en todos los puntos internos y, el vector intensidad de campo siempre será perpendicular a la superficie del conductor, o sea las cargas se acumulan en la superficie del conductor, (fig.14).**

De esta manera tenemos lo que se denomina **Blindaje electrostático**. Lo descrito es válido aun cuando el *conductor sea hueco* o sea si tiene una *cavidad interna, (fig.15)*. Cuando un cuerpo así es

fig.15



electrizado, las *cargas eléctricas tienden rápidamente a ubicarse en su superficie externa*, distribuyéndose de manera que se *anula el campo eléctrico en todos los puntos del interior (incluso en la cavidad)*. Por lo tanto, **una cavidad en el interior de un conductor es una región que no puede ser alcanzada por los efectos eléctricos producidos exteriormente.**

Dispositivos como este, llamados “*blindaje electrostático*”, son usados para proteger objetos sensibles a las descargas eléctricas que provocarían inconvenientes en su funcionamiento. Por ejemplo, el interior del automóvil (cavidad) es un buen lugar para protegerse de tormentas eléctricas (siempre que el auto esté apoyado con las cubiertas).

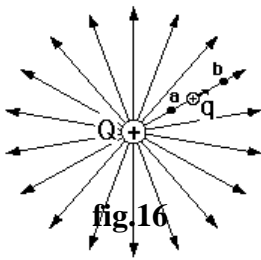
VII. 5. Energía potencial eléctrica. Potencial y Diferencia de Potencial Eléctrico

Energía potencial eléctrica

Cuando, durante el Curso de Nivelación, tratamos la Conservación de la Energía Mecánica vimos que la *fuerza gravitatoria* era una *fuerza conservativa*. La fuerza gravitatoria *depende de la posición* ($1/r^2$). De igual manera la expresión (4) que da la *fuerza eléctrica* (Ley de Coulomb) también *depende de la posición* ($1/r^2$). Entonces, por analogía, podemos plantear que la *fuerza eléctrica es conservativa* y el *campo eléctrico es un campo conservativo*.

A toda fuerza conservativa podemos asociar una energía potencial tal que: $\Delta U = -W$. Esto es que la variación de la energía potencial entre dos puntos representa el trabajo que realiza la fuerza conservativa entre esos puntos, pero con signo opuesto.

En nuestro caso, debemos definir la *energía potencial eléctrica asociada a la fuerza eléctrica*.



Tenemos una carga eléctrica de prueba (positiva) q inmersa en un campo eléctrico producido por una carga Q (puntual y positiva) como se muestra en la **fig.16**. Debido al campo eléctrico, aparece una *fuerza eléctrica* sobre la carga q . Como el campo eléctrico no es uniforme, pues depende de $1/r^2$, esa fuerza realiza un trabajo (diferencial) durante un desplazamiento diferencial de la carga q , será:

$$dW = F \cdot dr = E \cdot q \cdot dr$$

Para conocer el trabajo que realiza la fuerza eléctrica cuando la carga de prueba q se mueve entre dos puntos del campo (de a a b), tenemos teniendo en cuenta (12):

$$W_{a \rightarrow b} = \int_{r_a}^{r_b} E \cdot q \cdot dr.$$

Resolviendo:
$$W_{a \rightarrow b} = k \cdot Q \cdot q \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{r^2} \cdot dr = -k \cdot Q \cdot q \cdot \left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a} \right)$$

Ordenando:
$$W_{a \rightarrow b} = - \left(\frac{k \cdot Q \cdot q}{r_b} - \frac{k \cdot Q \cdot q}{r_a} \right) \quad (9)$$

Puede verse que en el paréntesis aparece la diferencia entre dos términos que tienen los mismos factores y que dependen de $1/r$.

Definición: la *Energía Potencial Eléctrica* en un punto del campo eléctrico como resultado de la interacción del campo eléctrico provocado por Q con la carga de prueba q :

$$U = k \cdot \frac{Q \cdot q}{r} \quad (10)$$

En el SI, la unidad para la energía potencial eléctrica es: $[U] = N \cdot m = J$ (joule). Esta es una unidad derivada del SI, por lo que expresado en unidades fundamentales sería: $kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$

En la expresión (13) reemplazamos por la definición de *energía potencial eléctrica*:

$$W_{a \rightarrow b} = -(U_b - U_a) = -\Delta U$$

El *trabajo de la fuerza eléctrica* sobre una carga de prueba positiva q que se mueve desde la posición a a la posición b en un campo eléctrico originado por una carga puntual y positiva Q ; coincide con la *variación de la energía potencial eléctrica entre esos puntos, cambiada de signo*. Puede verse que $U_b < U_a$, pues la energía potencial depende de $1/r$, pero el W de la fuerza eléctrica sobre la carga q es positivo, ya que la dirección y sentido de \vec{E} y de \vec{F} coinciden.

Como era de esperar, la expresión (9) muestra que el trabajo realizado por la fuerza eléctrica solo depende de las posiciones de los puntos a y b y **no de la trayectoria** descrita por la carga entre esos dos puntos como corresponde a una *fuerza conservativa*.

Diferencia de Potencial y Potencial eléctrico.

Definición: La *diferencia de potencial* eléctrica entre dos puntos a y b del campo eléctrico producido por una carga puntual Q (supuesta positiva) es el trabajo realizado por la fuerza eléctrica por unidad de carga eléctrica para trasladar una carga de prueba q (positiva) desde el punto a al b .

$$V_{ab} = \frac{W_{ab}}{q} = \frac{-(U_b - U_a)}{q} = -(V_b - V_a)$$

Definición: El *potencial eléctrico* en un punto P a una distancia r de una carga puntual Q (supuesta positiva) que origina un campo eléctrico, es una magnitud escalar que representa el trabajo que se debe realizar por unidad de carga eléctrica para traer una carga eléctrica de prueba positiva desde el infinito hasta el punto P (es como si la fuerza eléctrica que actúa sobre la carga de prueba positiva realiza trabajo para llevar la carga q desde p al infinito).

$$V_P = \frac{W_{P \rightarrow \infty}}{q} = \frac{-(U_\infty - U_P)}{q}$$

Como $U_\infty = 0$ porque $r \rightarrow \infty$ y recordando la expresión (10) tenemos:

$$V_P = k \cdot \frac{Q}{r} \quad (11)$$

La expresión (11), en el SI, tiene como unidad: $[V] = \frac{J}{C} = V$. Esta unidad recibe el nombre de **voltio** o **volts**, por Alessandro Volta (italiano, 1745-1827).

- El potencial eléctrico (V) en cualquier punto P del campo eléctrico depende de la carga Q que origina el campo y tiene el mismo signo que la carga Q .
- El potencial eléctrico (V) en cualquier punto P del campo eléctrico es *inversamente proporcional a la distancia de la carga Q al punto*.
- Todos los puntos del campo eléctrico que *equidistan* de la carga Q tienen el *mismo potencial* (V) y se los puede unir con una línea (circunferencia de radio r) llamada **línea equipotencial**.

Para una distribución cualquiera de cargas Q_1, Q_2, \dots, Q_n que crean un campo eléctrico, podemos definir el *potencial eléctrico en P* como la *suma algebraica de los potenciales producidos por cada carga en el punto P* .

$$V_p = V_1 + V_2 + \dots + V_n = \sum_{i=1}^n V_i = k \cdot \sum_{i=1}^n \left(\frac{Q_i}{r_i} \right)$$

La tabla adjunta presenta diferencias de potencial (voltaje) típicos en distintos tipos de fuentes productoras de campos eléctricos.

Para el caso de un campo eléctrico uniforme, como el desarrollado en **VII. 4**, producido por dos placas largas, paralelas y de pequeña sección; cargadas igualmente pero opuestas ($+Q$ y $-Q$), **fig.13**; la diferencia de potencial V entre las placas viene dada por:

$$V = E \cdot d$$

Siendo d la distancia entre las placas. Como el campo eléctrico producido entre las placas es uniforme, el módulo del vector intensidad de campo eléctrico será constante en cualquier punto en el interior de las placas ($E = cte$) y como consecuencia la diferencia de potencial V entre las placas es constante.

VII. 6. Corriente Eléctrica. Resistencia de un Conductor. Conductores Óhmicos. Ley de Ohm.

Corriente Eléctrica

Hasta acá hemos tratado situaciones estáticas que nos han permitido determinar la intensidad del campo eléctrico y el potencial eléctrico en cualquier punto de un campo eléctrico provocado por cargas puntuales o, un campo eléctrico uniforme. Al final hemos mencionado el trabajo que realiza la fuerza eléctrica para mover una carga de prueba en un campo eléctrico.

En este mismo Capítulo, describimos los materiales conductores. En estos materiales existen electrones libres que pueden moverse a través del conductor. Este movimiento de cargas eléctricas en un conductor origina lo que conocemos como *corriente eléctrica*.

Una *diferencia de potencial* aplicada entre los extremos de un *conductor* genera una *corriente eléctrica* (movimiento de cargas eléctricas en un sentido definido). Si no hay nada que mantenga la diferencia de potencial en forma permanente, la corriente cesa cuando se igualan los potenciales en los extremos del conductor. Si por cualquier método se logra mantener constante aquella diferencia de potencial (por ejemplo, usando una fuente de energía eléctrica), la corriente eléctrica podrá hacerse permanente. La corriente en un conductor está constituida por un *movimiento de electrones libres* (*carga negativa*) que *van del punto de menor potencial al de mayor potencial*. En tecnología suele usarse un sentido del movimiento de *hipotéticas cargas positivas* (portadores de carga positiva) que *van del potencial mayor al potencial menor*. Esto es real en el caso de electrolitos para los iones positivos.

En un conductor por el que pasa una corriente eléctrica se producen fenómenos térmicos; además la corriente eléctrica puede cambiar la composición química del conductor (*electrólisis*). Y, como veremos más adelante, la corriente eléctrica también produce efectos magnéticos.

Definición: Una *corriente eléctrica* es el flujo de carga eléctrica que recorre un material.

Definición: La *intensidad de corriente eléctrica* (I) es la cantidad de carga eléctrica que pasa por unidad de tiempo a través de una sección de la región donde esta carga se mueve (por ejemplo, la sección de un alambre metálico).

$$I = \frac{q}{t} \quad (12)$$

La unidad de *intensidad de corriente eléctrica* es una unidad *fundamental en el SI* y se llama *ampere o amperio* (A) en reconocimiento a los trabajos realizados por André Marie Ampere (francés, 1775-1836).

$$[I] = A \quad \text{o sea que:} \quad A = \frac{C}{s} \text{ (coulomb por segundo).}$$

Cuando por la sección de un conductor pasan 1 C de carga eléctrica en 1 s de tiempo, la intensidad de corriente eléctrica por el conductor es de 1 A.

Resistencia de un Conductor

Definición: La *resistencia* (R) de un conductor, es una propiedad de los materiales conductores relacionada con la oposición que ofrecen al movimiento de las cargas eléctricas.

Esta oposición tiene que ver con la estructura íntima del material conductor, por lo que se debiera dar una *interpretación microscópica* de la misma, cuestión que está fuera del alcance de este curso.

Sin embargo, podemos asociar la resistencia del conductor con algunas características macroscópicas del material conductor como:

- la resistencia R es *directamente proporcional* a la longitud l del conductor;

- la resistencia R es *inversamente proporcional* al área A de la sección del conductor y;
- la resistencia R *depende de una característica intrínseca de cada material conductor llamada resistividad ρ* .

Podemos escribir una expresión para la *resistencia eléctrica R de un conductor*, teniendo en cuenta las características mencionadas como:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A} \quad (13)$$

Para determinar las unidades, según el SI: Si l viene expresado en m ; A en m^2 y ρ en $\Omega \cdot m$; la resistencia resulta en Ω , esta unidad se denomina **ohm**, en recuerdo a Georg Simon Ohm (alemán, 1789-1854).

Material	ρ ($\Omega mm^2/m$)
Aluminio	0.028
Cobre	0.017
Grafito	0.046
Hierro	0.13
Oro	0.023
Plata	0.016
Platino	0.11
Plomo	0.22
Cinc	0.061
Estaño	0.12
Mercurio	0.96
Nicrom	1

La tabla adjunta presenta la resistividad de algunos conductores (para temperatura de 20°C). Según la tabla, a 20°C (temperatura ambiente), la **plata** es el mejor conductor de la electricidad, pero su costo es elevado, por lo que se usa el **cobre** (en los “cables”) que como se ve en la tabla tiene también una baja resistividad. Es decir que, un trozo de **cobre** de $1 m$ de longitud, cuya sección tenga un área de $1 mm^2$, presentará una resistencia de: **0,017 Ω** .

De la expresión (13) surge que, si se cambia la longitud de un conductor, también cambiará su resistencia, de manera directamente proporcional (a temperatura constante). Y si se cambia la sección del conductor también cambiará su resistencia, pero de manera inversamente proporcional (a temperatura constante).

Así mismo, para cada material, puede definirse una propiedad intrínseca (intensiva) llamada **conductividad σ** , que resulta ser la *recíproca de la resistividad*: $\sigma = \frac{1}{\rho}$, cuya unidad es Ω^{-1}

La resistividad de un material depende (un poco) de la temperatura. Por lo general, la resistencia de los metales se incrementa con la temperatura. Si aceptamos una interpretación microscópica, al final del capítulo V mencionamos que, si **aumenta la temperatura los átomos componentes de un material se mueven más rápido** y están *arreglados en patrones menos ordenados*. En consecuencia, estas formas de arreglos interfieren de manera más fuerte con el movimiento de los electrones.

El caso de los semiconductores es interesante porque, en la mayoría como el germanio y el silicio, el *coeficiente térmico toma valores negativos*, por lo que al *aumentar la temperatura, la resistividad disminuye*.

Conductores óhmicos. Ley de Ohm

Para producir una *corriente eléctrica* se requiere establecer una *diferencia de potencial* entre los *extremos de un conductor* (por ejemplo, un hilo metálico). Una manera de lograr esto, es conectando los extremos del conductor a dos puntos de un *generador de energía eléctrica* (una pila, una batería, etc.). Fue Georg Simon Ohm (alemán, 1789 – 1854), quien estableció en forma experimental que la *corriente I por un alambre de metal es directamente proporcional a la diferencia de potencial V aplicada a sus extremos*:

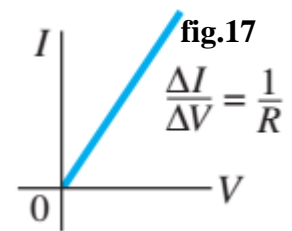
$$I \propto V \quad (14)$$

Esto significa que, si un alambre metálico se conecta a un generador provocando una diferencia de potencial, se origina una intensidad de corriente que atraviesa el alambre, si se duplica la diferencia de potencial, la intensidad de corriente se duplica también.

Definición: Un **conductor óhmico** es el que, sometido a una diferencia de potencial V , hará pasar una intensidad de corriente I que resulta **directamente proporcional** a esa diferencia de potencial; mientras la temperatura del conductor no cambie. $I \propto V$ (fig.17)

En estas condiciones, la constante de proporcionalidad determinada por la expresión (14) es una característica del material conductor, independiente de la diferencia de potencial V y relacionada con la oposición del conductor al paso de la corriente eléctrica, o sea su resistencia eléctrica R . Luego:

$$R = \frac{V}{I} = cte \quad (15) \quad (\text{fig.17})$$



Una resistencia de $1\Omega = 1 \text{ V/A}$ significa que, por el conductor óhmico pasa 1 A de corriente eléctrica al aplicarle una diferencia de potencial de 1 V.

Luego de las evidencias experimentales realizadas por Ohm, se puede enunciar la siguiente ley:

Enunciado: Ley de Ohm, la Intensidad de Corriente I que pasa por un conductor óhmico es directamente proporcional a la diferencia de potencial V aplicada en los extremos del conductor, a temperatura constante. $I \propto V$ (fig.17).

$$I = \frac{1}{R} V \quad (16)$$

Expresión reconocida más por:

$$V = R \cdot I$$

La ley de Ohm es una ley que solo se cumple para materiales conductores en los que la *resistencia eléctrica permanezca constante* (temperatura = cte) independiente de la diferencia de potencial aplicada, **conductores óhmicos**. Los conductores que no cumplen con esta condición, o sea R no es constante, se llaman **conductores no-óhmicos**.

VII. 7. Circuito eléctrico. Agrupación de Resistencias en Serie y Paralelo. Leyes de Kirchhoff

Definición: Un **circuito eléctrico** es la disposición (camino cerrado) elementos conectados a través de conductores, con el objeto que fluya una corriente eléctrica y se produzca la transformación de energía eléctrica en alguna otra forma de energía (química, lumínica, mecánica, eléctrica, etc).

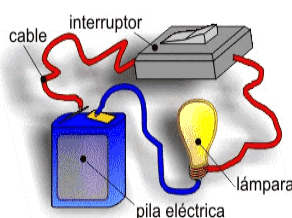


fig.18

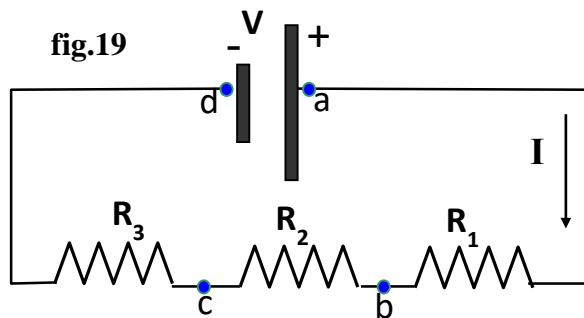
En todo *circuito eléctrico* se distinguen tres *componentes fundamentales* (fig.18):

- **Generador:** dispositivo que *transforma* algún tipo de energía (química, mecánica, etc) en *energía eléctrica*. Es el encargado de *provocar la diferencia de potencial* entre los extremos del conductor, para que se establezca la corriente eléctrica. Por ejemplo: pila, batería, dínamo, etc.
- **Conductor:** por el que *pasa la corriente eléctrica*, como por ejemplo alambre de cobre. Este conductor ofrece muy poca resistencia a la corriente eléctrica.
- **Receptor:** dispositivo que *transforma energía eléctrica* en algún otro tipo de energía útil, por ejemplo: luz (lámpara eléctrica), mecánica (motor eléctrico), térmica (resistencia). En nuestro curso nos *limitaremos* a asumir los receptores como *resistencias eléctricas*.

Se pueden mencionar otros componentes, además de estos tres, como los **interruptores** (**fig.18**) que se encargan de “*abrir el circuito*” (cesa el paso de corriente eléctrica) o “*cerrar el circuito*” (permite el paso de corriente eléctrica).

Todos estos elementos se dibujan en forma simbólica, símbolos que se verán en la práctica de problemas y laboratorio.

Agrupación de Resistencias en Serie



Vamos a analizar que sucede cuando en un circuito eléctrico aparecen *resistencias conectadas en serie*, como se presenta en la **fig.19**. Un generador, representado por la pila, produce una diferencia de potencial (tensión) en los extremos de un conductor (V_{ad}). A través del conductor se conectan *tres resistencias en serie*.

La corriente I provocada por V_{ad} pasa por cada resistencia y es la misma puesto que tenemos una sola

trayectoria cerrada. Esto es:

$$I = I_1 = I_2 = I_3 \quad (17)$$

La diferencia de potencial aplicada por la pila, representa la suma de las energías transferidas por unidad de carga (diferencia de potencial en cada resistencia) al pasar por cada resistencia. O sea:

$$V = V_{ad} = V_{ab} + V_{bc} + V_{cd} \quad (18)$$

Si aplicamos la Ley de Ohm, expresión (16), en cada parte del circuito y, llamamos *resistencia equivalente* (R_{eq}) a la resistencia que puede reemplazar a las tres resistencias representadas, podemos escribir:

$$V = V_{ad} = I.R_{eq} \quad V_1 = V_{ab} = I_1.R_1 \quad V_2 = V_{bc} = I_2.R_2 \quad V_3 = V_{cd} = I_3.R_3$$

Por lo tanto:

$$I.R_{eq} = I.R_1 + I.R_2 + I.R_3 = I.(R_1 + R_2 + R_3)$$

De donde se desprende que:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

Lo que indica que la *resistencia equivalente para un circuito en serie es la suma de las resistencias conectadas en serie*.

Extendiendo el desarrollo a un número n de *resistencias agrupadas en serie*, podemos decir que la **Resistencia Equivalente de un circuito con “ n ” resistencias conectadas en serie es la suma de todas las resistencias**.

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n = \sum_{i=1}^n R_i$$

en la que R_i es el valor de cada una de las resistencias conectadas en serie.

Como consecuencia del resultado tenemos que si agregamos resistencias en serie al circuito:

- su resistencia equivalente aumentará;
- la intensidad de corriente por el circuito disminuirá.

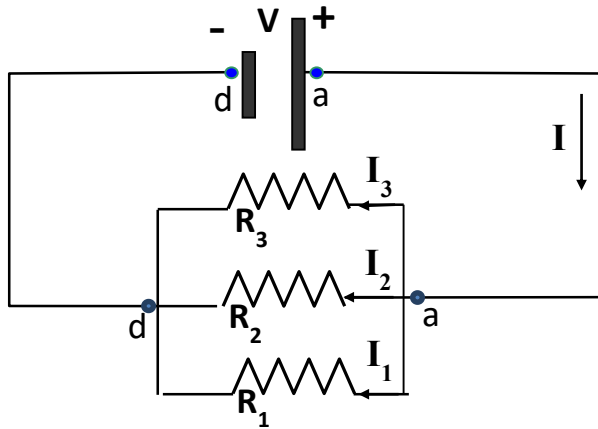
Para un *circuito de resistencias en serie* podemos resumir:

- la corriente en todo el circuito es la misma;

- la diferencia de potencial (tensión) en el circuito es la suma de las diferencia de potencial (caídas de tensión) en cada resistencia;
- la resistencia equivalente es la suma de las resistencias individuales.

Agrupación de resistencias en paralelo

fig.20



Vamos a analizar que sucede cuando en un circuito eléctrico se tienen *resistencias conectadas en paralelo*, como se presenta en la **fig.20**. Un generador, representado por la pila, produce una diferencia de potencial (tensión) en los extremos de un conductor (V_{ad}). A través del conductor se conectan *tres resistencias en paralelo*. Puede observarse que la *diferencia de potencial en las tres resistencias es la misma V_{ad}* porque estas resistencias están conectadas a puntos comunes en el circuito (a y d). O sea:

$$V = V_{ad} = V_1 = V_2 = V_3 \quad (19)$$

Debido a esto, la misma energía debe transferirse por unidad de carga independientemente de la trayectoria que recorre el circuito. Entonces, la corriente I provocada por la diferencia de potencial V_{ad} se divide en cada una de las resistencias. Esto es:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \quad (20)$$

Si aplicamos la Ley de Ohm, expresión (16) en (20) y llamamos *resistencia equivalente* (R_{eq}) a la resistencia que puede reemplazar a las tres resistencias representadas, podemos escribir:

$$\frac{V}{R_{eq}} = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3}$$

Pero por (24) las diferencias de potencial son todas iguales, con lo que:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

que indica que en un circuito eléctrico con *resistencias conectadas en paralelo*, la *recíproca de la resistencia equivalente es la suma de las recíprocas de las resistencias conectadas en paralelo*.

Si extendemos el resultado a un circuito con “ n ” resistencias *conectadas en paralelo*, tenemos que la *resistencia equivalente* se determina de la siguiente manera:

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}}$$

Donde R_i es el valor de cada resistencia conectada en paralelo.

Como consecuencia del resultado tenemos que si agregamos resistencias en paralelo al circuito:

- la resistencia equivalente disminuye;
- la corriente que pasa por el circuito aumenta.

Para un *circuito de resistencias en paralelo* podemos resumir:

- la corriente total es igual a la suma de las corrientes por cada resistencia;
- la diferencia de potencial en el circuito es la misma que en cada resistencia;
- la recíproca de la resistencia equivalente del circuito es la suma de las recíprocas de las resistencias individuales.

Leyes de Kirchhoff

Las *leyes de Kirchhoff* son dos leyes que se basan en:

- la **conservación de la carga eléctrica** en un circuito eléctrico y;
- la **conservación de la energía** en un circuito eléctrico.

Estas leyes fueron descritas en 1846 por Gustav Kirchhoff (alemán, 1824-1887) y son muy usadas en tecnología y en las ingenierías. Las leyes de Kirchhoff se enuncian como sigue:

Primera Ley de Kirchhoff: También llamada *Ley de Nudos*, dice que: *la suma de las corrientes que entran a un nudo es igual a la suma de las corrientes que salen del nudo*. De otro modo: *la suma algebraica de las corrientes que pasan por un nudo es cero*.

En símbolos, en todo *nudo*:

$$\sum_{k=1}^n I_k = I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_k = 0 \quad \text{ó} \quad \sum_{k=1}^n I_k = 0$$

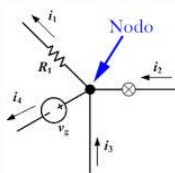


fig.21

En el **fig.21** se observa un *nudo*, al que llegan dos ramas de un circuito transportando las corrientes I_2 e I_3 ; y salen otras dos ramas que transportan las corrientes I_1 e I_4 . Si tomamos positivas a las corrientes que llegan al nudo y negativas a las que salen, tenemos que: $I_2 + I_3 - I_1 - I_4 = 0$, o lo que es lo mismo: $I_2 + I_3 = I_1 + I_4$

Para un metal, en el que los portadores de carga son los electrones, la anterior afirmación equivale a decir que la cantidad de electrones (carga) que entran a un nudo en un instante dado son numéricamente iguales a los que salen. Los *nudos no acumulan carga* (electrones). *Esta ley es consecuencia de la ley fundamental de la conservación de la carga eléctrica*.

Segunda Ley de Kirchhoff: También llamada *Ley de Mallas*, dice que: *en un circuito cerrado (malla), la suma de todas las caídas de tensión (diferencia de potencial en las resistencias) es igual a la tensión total suministrada (diferencia de potencial en el generador)*. De otro modo: *la suma algebraica de las diferencias de potencial en una malla (circuito cerrado) es igual a cero*.

En símbolos: en toda *malla*:

$$\sum_{k=1}^n V_k = V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_k = 0 \quad \text{ó} \quad \sum_{k=1}^n V_k = 0$$

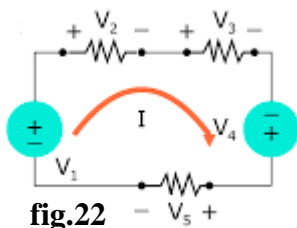


fig.22

La **fig.22** muestra una malla en la que se encuentran tres resistencias y dos generadores. Tomando el recorrido de la malla en sentido horario, tenemos que: $V_1 - V_2 - V_3 + V_4 - V_5 = 0$, o lo que es lo mismo:

$$V_1 + V_4 = V_5 + V_2 + V_3$$

En las expresiones, V_1 y V_4 representan la diferencia potencial provocada por los generadores respectivos (tensión suministrada) y; V_2 , V_3 y V_5 representan las diferencias de potencial (caídas de tensión) en las resistencias.

Esta ley es consecuencia de la ley de conservación de la energía. La energía eléctrica suministrada por el generador debe ser igual a la energía transferida en las resistencias.

VII. 8. Potencia eléctrica

La energía eléctrica es muy utilizada tecnológicamente porque puede transformarse fácilmente en otras formas de energía. Los motores eléctricos, por ejemplo, transforman energía eléctrica en energía mecánica.

En aparatos como calentadores eléctricos, estufas, tostadoras, etc., la energía eléctrica se transforma en energía térmica en una resistencia de alambre (plancha eléctrica). En una lámpara eléctrica incandescente, un fino alambre se calienta hasta muy altas temperaturas y llega a brillar haciendo que un bajo porcentaje (alrededor de un 10 %) de la energía eléctrica se transforme en luz.

En estos dispositivos, el incremento de su *energía térmica (energía interna)* puede transferirse en forma de calor por conducción o por convección al aire (en un calefactor) o a alimentos (en una olla eléctrica) o transferirse por radiación al pan en una tostadora.

Para calcular la *potencia transformada por un dispositivo eléctrico*, podemos recordar que la energía transformada cuando un diferencial de carga dq se mueve a través de una diferencia de potencial V es: $dU = dq \cdot V$. Si dt es el tiempo (infinitesimal) que requiere una carga dq para moverse a través de la diferencia de potencial V , podemos **definir la potencia eléctrica como la rapidez (instantánea) con la que se transfiere esa energía**, o sea:

$$P = \frac{dU}{dt} = V \cdot \frac{dQ}{dt}$$

Recordando que:

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

tenemos que la *potencia eléctrica* es:

$$\boxed{P = V \cdot I} \quad (21)$$

Expresión general de la potencia consumida en cualquier tramo de un circuito.

En el SI la unidad de potencia es el **watt (W)**, en reconocimiento a James Watt (escocés, 1736-1819).

$$[P] = [V] \cdot [I] = \frac{J}{C} \cdot \frac{C}{s} = \frac{J}{s} = W \text{ (watt)}$$

Otras unidades útiles pueden ser: $1 \text{ W} = 0,24 \text{ cal/s}$

$$1 \text{ kW} = 1000 \text{ W} \quad (\text{kilowatt})$$

$$1 \text{ CV} = 735 \text{ W} \quad (\text{caballo-vapor})$$

$$1 \text{ HP} = 745 \text{ W} \quad (\text{horse-power})$$

En tecnología suele usarse como *unidad de energía* el **kilowatts-hora**. Esto es:

$$1 \text{ kW} \cdot h = 1000 \text{ W} \cdot 3600 \text{ s} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J} = 3,6 \text{ MJ}$$

La potencia disipada en una resistencia P_R , o sea la rapidez con que se transfiere energía en una resistencia, suele escribirse

(26) y, reemplazando: $I = \frac{V}{R}$ se tiene: de otras maneras.

a) Usando la expresión (21)

Reemplazando: $V = I.R$, se tiene que:

$$P_R = I.R.I = I^2.R \quad (22)$$

donde I es la intensidad de corriente que pasa por la resistencia R .

b) O usando la expresión: $I = \frac{V}{R}$, se tiene

$$P_R = V.\frac{V}{R} = \frac{V^2}{R} \quad (23)$$

donde V es la diferencia de potencial (caída de tensión) en la resistencia R .

O sea que la potencia consumida en una resistencia es:

$$P_R = \frac{V^2}{R} = I^2.R$$

Con estas expresiones puede determinarse la *energía transferida* (en la transformación de energía eléctrica en energía térmica) *en una resistencia* como:

$$U_R = I^2.R.t = \frac{V^2}{R}.t = V.I.t$$

Donde I es la intensidad de corriente (en A) que pasa por la resistencia R y V es la diferencia de potencial (caída de tensión, en V) en la resistencia R . Usando unidades del sistema internacional la energía transferida en la resistencia viene dada en joules (J).

Nota: El tratamiento de la corriente eléctrica en este capítulo se hizo considerando que la misma tiene siempre el mismo sentido. Nos referimos a *corrientes continuas* (**cc** o **DC**) que son producidas por pilas o baterías. Sin embargo, vale aclarar, que los generadores eléctricos en las plantas de generación de energía producen *corrientes alternas* (**ca** o **AC**). En la corriente alterna se invierte el sentido de la corriente muchas veces por segundo y esa variación es generalmente sinusoidal. No trataremos en este curso este tipo de corrientes.

VII. 8. Interacción Magnética. Campo Magnético de un Imán. Campo Magnético y Carga Eléctrica. Campo Magnético producido por un Conductor. (No se desarrolla en la Práctica de Problemas)

Interacción Magnética

Pasemos ahora a analizar otro tipo de fenómeno, aparentemente desconectado del anterior. La *interacción magnética* es otro tipo de interacción que se observa en la Naturaleza; todos conocemos la propiedad de un imán de atraer trozos de acero.

Varios siglos antes de Cristo (en una región de Asia) se observó que ciertos minerales de hierro, como la “*piedra imán*” (variedad de la *magnetita*), tenían la propiedad de atraer pequeños trozos de hierro. Esta propiedad *no está relacionada* con la “*gravitación*” y aparentemente, *tampoco* está relacionada con la “*interacción eléctrica*” (pues estos minerales no atraen bolitas de caucho o pedazos de papel). En consecuencia, se le dio a esta *propiedad de la materia* el nombre de **magnetismo** (proviene de una antigua ciudad de Asia Menor, llamada Magnesia).

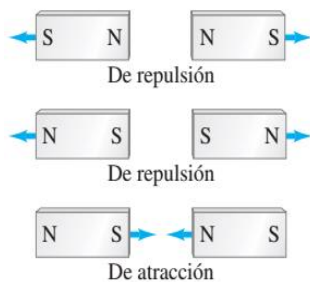


fig.23

Las regiones de un cuerpo en las cuales esta propiedad aparece concentrada se llaman “*polos magnéticos*” y un cuerpo magnetizado recibe el nombre de “*imán*”. Los imanes, por lo general, tienen forma de barra o de herradura y, en los *polos* es donde *más fuerte resulta la acción magnética*. Si se suspende un imán de barra de un hilo (delgado y de masa despreciable), se encuentra que uno de los polos del imán siempre apuntará hacia el polo Norte

Geográfico Terrestre. Los chinos usaban este hecho como herramienta de navegación desde antes del siglo X. Esto constituye el principio de la brújula. Una *aguja de brújula es simplemente un imán de barra* que está sostenida en su centro de masa de manera que pueda girar libremente. Este resultado es evidencia que *la Tierra ejerce una fuerza (no gravitatoria) sobre la barra magnetizada, que no experimentan varillas no magnetizadas*. Este hecho sugiere que existen *dos clases de polos magnéticos*, los podemos designar como (+) y (-) o, como se hace habitualmente por N (norte) y S (sur) correspondientes a los polos que apuntan. Si acercamos dos barras magnetizadas enfrentando sus extremos, pueden repelerse o atraerse, según enfrentemos polos de igual o de distintos nombres (**fig.23**). Concluimos:

La interacción entre polos magnéticos del mismo nombre es repulsiva y la interacción magnética entre polos de distinto nombre es atractiva.

La interacción magnética es una acción a distancia.

Estos resultados nos recuerdan lo que sucede con las cargas eléctricas, sin embargo, cuando se intentó medir la intensidad de un polo magnético para definir una *carga o masa magnética*; apareció una dificultad: *aunque ha sido posible aislar cargas eléctricas positivas y negativas y asociar la propiedad carga eléctrica a las partículas elementales que constituyen los átomos, no ha sido posible aislar un polo magnético o identificar una partícula fundamental que tenga una sola clase de magnetismo. No existe el monopolio magnético.*

Una consecuencia directa de este enunciado es que si dividimos (mecánicamente) un imán, tendremos otro imán (con su polo N y S); *no podremos separar los polos magnéticos*.

Solo el hierro y unos cuantos metales, como el cobalto, níquel, gadolinio y algunos óxidos y aleaciones, *presentan fuertes efectos magnéticos*. A estos materiales se los conoce como *materiales ferromagnéticos*.

Campo magnético de un imán

En en este Capítulo hemos definido y descripto el *Campo Eléctrico* que rodea una carga eléctrica. Del mismo modo podemos definir el ***campo magnético que rodea un imán***. *La fuerza (magnética) que un imán ejerce sobre otro puede describirse como la interacción entre un imán (o cuerpo magnetizado) y el campo magnético de otro.*

Definición: *El campo magnético es la región del espacio que rodea un imán y, si en algún punto de esa región se coloca otro imán (material ferromagnético) el campo interactúa con éste provocando la fuerza magnética.*

Puede existir campo magnético sin que exista fuerza magnética. Pero no puede existir fuerza magnética sin que haya un campo magnético.

Así como representamos las líneas de campo eléctrico, también podemos representar las líneas de campo magnético o líneas de fuerza (**fig.24**). Estas líneas pueden dibujarse de modo que:

- 1.- la dirección del campo magnético sea tangente a la línea de campo en cualquier punto;
- 2.- el número de líneas por unidad de área sea proporcional a la intensidad del campo magnético.

La *dirección del campo magnético* en un punto dado se define como la *dirección en la que apuntaría el polo norte de la aguja de una brújula localizada en ese punto*.

Puede verse, **fig.24**, que las ***líneas de campo magnético son cerradas*** (salen del polo norte y entran al polo sur), consecuencia directa que no existe el monopolio magnético.

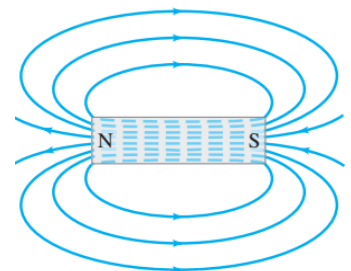


fig.24

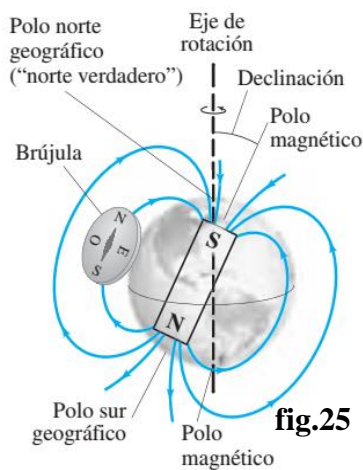


fig.25

Finalizando esta sección; digamos que el planeta Tierra (y todos los planetas, también las estrellas) puede considerarse como un “imán” en el interior del planeta que provoca un campo magnético (fig.25). Puesto que el polo norte (N) de la aguja de una brújula apunta hacia el Norte Geográfico, el polo sur magnético de la Tierra está en el Norte Geográfico. Sin embargo, al polo de la Tierra que está en el Norte Geográfico se lo llama “polo norte magnético”, simplemente porque está en el norte. Del mismo modo, el polo magnético sur de la Tierra, que está cerca del Polo Sur Geográfico, es el polo norte magnético (N), pero se lo llama “polo sur magnético”. Los polos magnéticos de la Tierra no coinciden con los polos geográficos, que están sobre el eje de rotación de la Tierra. El polo norte magnético, por ejemplo, está en el ártico canadiense, a unos 900 km del Polo Norte Geográfico o “Norte Verdadero”. La diferencia angular entre el

norte magnético y el Norte Geográfico se llama **declinación magnética** (para nuestra zona es de cerca 10°). Esto evidencia que, si se desea conocer con precisión la **dirección Norte-Sur del eje terrestre, no se debe usar una brújula como instrumento.**

Campo magnético y carga eléctrica

Las nociones de polo magnético o masa magnética no son necesarias para describir el magnetismo. Durante el siglo XVIII, muchos científicos trataron de encontrar un vínculo entre la electricidad y el magnetismo. Se demostró que una carga eléctrica en reposo y un imán no ejercían influencia uno sobre el otro. Sin embargo, en 1820, Hans Christian Oersted (dinamarqués, 1777-1851) descubrió (fig.26) que cuando se coloca una brújula cerca de un alambre, la aguja se desvía cuando los extremos del alambre se conectan a una batería de manera que el alambre conduzca una corriente eléctrica. Es curioso saber que, en realidad, Oersted realizó este experimento para demostrar que la electricidad y el magnetismo eran fenómenos totalmente independientes.

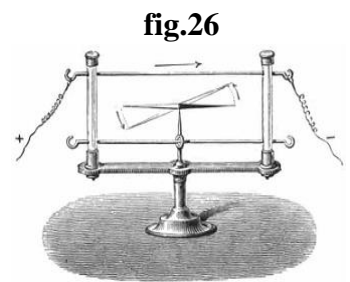


fig.26

Como hemos visto, la aguja de una brújula se desvía en presencia de un campo magnético. Así que el experimento de Oersted fue evidencia que **una corriente eléctrica produce un campo magnético**. Esta experiencia crucial mostró que la **interacción eléctrica y la interacción magnética están íntimamente relacionadas, siendo dos aspectos diferentes de una propiedad de la materia: la carga eléctrica.**

El magnetismo es un efecto del movimiento de las cargas eléctricas. Las interacciones eléctrica y magnética deben considerarse conjuntamente bajo la designación más general de interacción electromagnética.

Cuando se coloca la aguja de una brújula cerca de una sección recta de un alambre que conduce corriente, experimenta una fuerza (magnética), lo que hace que la aguja se alinee de manera tangente a un círculo alrededor del alambre. Así que las líneas de campo magnético producidas por una corriente en un alambre recto tienen la forma de círculos centrados en el alambre (fig.27). La dirección de estas líneas de campo la indica el polo norte de la aguja (brújula) y se la puede determinar de manera sencilla con la **regla de la mano derecha**: se toma el alambre con la mano derecha de manera que el pulgar apunte en la dirección de la corriente y, así los dedos enrollan el alambre en la dirección del campo (Fig. 27). Como se observa, y dijimos, las líneas de campo magnético son cerradas.

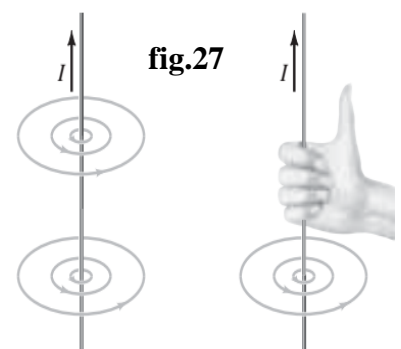
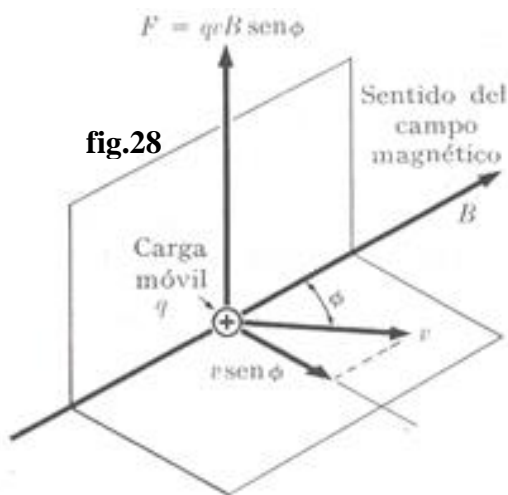


fig.27

Estamos ahora en condiciones de dar una definición de campo magnético asociada a una propiedad intrínseca de la materia, como la *carga eléctrica*:

Definición: El campo magnético es la región del espacio que rodea a un conductor por donde pasa una corriente eléctrica (cargas eléctricas en movimiento), tal que si en algún punto de esa región se coloca una carga eléctrica en movimiento ésta interactúa con el campo magnético provocando la fuerza magnética.



A continuación definiremos una magnitud que permita cuantificar el campo magnético en una región del espacio, a la que llamaremos **Intensidad de Campo Magnético** \vec{B} . Tengamos un campo magnético uniforme ($\vec{B} = cte$) y una carga de prueba positiva q que se mueve con velocidad \vec{v} cuya dirección forma un ángulo ϕ con la dirección de \vec{B} . Por lo dicho, sobre la carga q aparecerá una **fuerza (magnética)** \vec{F} como resultado de la interacción entre el campo magnético uniforme \vec{B} y la carga eléctrica q en movimiento. (fig.28).

Se puede mostrar experimentalmente que:

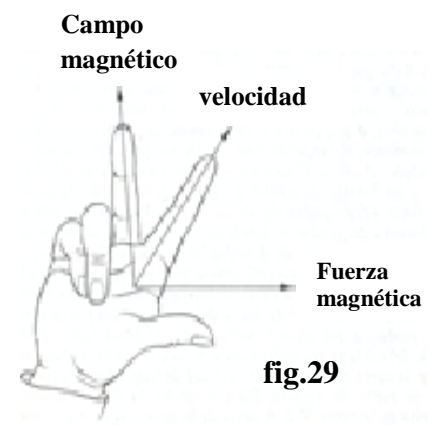
- 1) si la carga de prueba positiva q está en reposo (en la región del campo magnético uniforme $\vec{B} = cte$), no se produce fuerza magnética \vec{F} que acelere la carga q ;
- 2) si la carga de prueba positiva q se mueve con velocidad \vec{v} en la misma dirección que el campo \vec{B} ($\phi = 0$), no se produce fuerza magnética \vec{F} que acelere la carga q ;
- 3) si la carga de prueba positiva q se mueve con velocidad \vec{v} en dirección perpendicular al campo \vec{B} ($\phi = 90$), se produce fuerza magnética máxima \vec{F}_{max} que acelera la carga q .

Como consecuencia de lo expresado, de acuerdo al planteo representado en (fig.28) y, recordando la definición de **producto vectorial**, tenemos que la expresión para describir la **fuerza magnética sobre la carga q** , provocada por la interacción con el campo magnético uniforme es:

$$\boxed{\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}} \quad (24)$$

La expresión (24) que nos da la fuerza magnética es un producto vectorial, por lo que:

- el módulo de la fuerza magnética es: $|\vec{F}| = q \cdot |\vec{v}| \cdot |\vec{B}| \cdot \text{sen } \phi$
- la dirección de \vec{F} es perpendicular al plano determinado por el campo \vec{B} y la velocidad \vec{v}
- el sentido de \vec{F} se determina con la regla de la mano derecha (fig.29).
- Indica que: la fuerza ejercida por un campo magnético sobre una carga en movimiento es proporcional a la carga eléctrica y a su velocidad, y la dirección de la fuerza es perpendicular a la velocidad de la carga.



De la expresión (24): si $\vec{v} = \vec{0}$ (q en reposo) o $\phi = 0$, no habrá fuerza magnética y;
 si $\phi = 90$, la fuerza magnética resultará máxima $|\vec{F}_{max}| = q \cdot |\vec{v}| \cdot |\vec{B}|$ (25)

De la expresión (25), $|\vec{B}| = \frac{|\vec{F}_{max}|}{q \cdot |\vec{v}|}$ y podemos definir la *unidad de intensidad de campo magnético*, para el SI, tenemos que:

$$[B] = \frac{N}{C \cdot \frac{m}{s}} = kg \cdot s^{-1} \cdot C^{-1} = T \text{ (Tesla)} \quad (26)$$

La unidad del SI para campo magnético definida en (26) se llama *tesla* (T) en reconocimiento a Nicholas Tesla (yugoslavo, 1856-1943). Entonces, *un campo magnético de 1 T provoca una fuerza magnética máxima de 1 N sobre una carga eléctrica de 1 C cuando se mueve con una velocidad de 1 m/s en dirección perpendicular al campo magnético*.

El valor del campo magnético terrestre en la superficie de la Tierra varía desde **25 μT** a **65 μT**

Como la *fuerza magnética* de la expresión (25) es perpendicular a la velocidad de la partícula cargada, **no realiza trabajo** ($W_F = 0$) y por lo tanto, *no produce cambio en la energía cinética de la partícula cargada* ($\Delta E_c = 0$).

La trayectoria de una partícula cargada, que se desplaza en un plano perpendicular a un campo magnético uniforme, es una circunferencia y, la partícula cargada se moverá con un MCU (fig.30). Un electrón se mueve con velocidad \vec{v} hacia la derecha, perpendicularmente a un campo magnético \vec{B} uniforme con dirección *entrante a la hoja* \otimes (si fuese *saliente* de la hoja, usamos: \odot). Entonces la interacción del campo magnético con el electrón en movimiento produce una *fuerza magnética* que actúa sobre el electrón y **lo acelera**. Sabiendo que la carga eléctrica del electrón es e tenemos, según (25) una fuerza magnética máxima que actúa sobre el electrón:

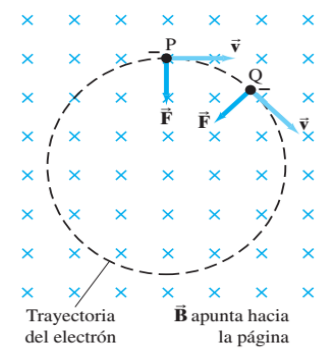


fig.30

$$|\vec{F}_{max}| = e \cdot |\vec{v}| \cdot |\vec{B}|$$

por lo que, aplicando la 2^{da} Ley de Newton, tenemos que:

$$e \cdot |\vec{v}| \cdot |\vec{B}| = m_e \cdot a \quad (27)$$

donde m_e es la masa del electrón y a es la aceleración provocada. Por (25), la *fuerza magnética* tiene dirección perpendicular a la velocidad del electrón, con lo que resulta una *fuerza central*. El sentido de la fuerza magnética (y de la aceleración) sobre el electrón se determina con la regla de la mano derecha, en este caso resulta *vertical hacia abajo*. En este caso el *electrón cumple con un MCU en sentido horario*. Si hubiese sido una carga positiva, la trayectoria hubiese sido en sentido anti-horario. Entonces:

$$a = \frac{v^2}{r}$$

donde v es el módulo de la velocidad del electrón y r es el radio de la trayectoria circular; reemplazando en (27) y despejando r podemos encontrar el radio de la trayectoria del electrón:

$$e \cdot |\vec{v}| \cdot |\vec{B}| = m_e \cdot \frac{v^2}{r}$$

$$\rightarrow \quad \mathbf{r} = \frac{m_e \cdot v}{e \cdot B}$$

Esta expresión permite encontrar el *radio de la trayectoria del electrón* (puede generalizarse para cualquier partícula con carga q y masa m).

Si ahora pensamos en un *conductor por el que pasa una corriente eléctrica I* y, este se encuentra en un *campo magnético uniforme*; aparecerá una *fuerza magnética sobre el conductor* como consecuencia de la interacción entre el campo magnético y cada carga en movimiento (corriente eléctrica). Tomando que la corriente eléctrica por el conductor tiene una dirección *perpendicular* al campo magnético uniforme; sobre cada carga en movimiento actuará una *fuerza magnética máxima*. Podemos asumir que la velocidad media de las cargas es constante y si el conductor tiene una longitud l , tenemos que $v = l/t$, donde t es el tiempo que tardan las cargas en atravesar la sección de longitud l . Como la intensidad de corriente se define como:

$$I = q/t$$

podemos reemplazar:

$$|\vec{F}_{max}| = q \cdot |\vec{v}| \cdot |\vec{B}| = I \cdot t \cdot \frac{l}{t} \cdot B = B \cdot I \cdot l$$

La *dirección de la fuerza magnética es perpendicular a la corriente eléctrica y al campo magnético*. El *sentido de la fuerza magnética* se determina con la *regla de la mano derecha*.

La expresión general para la fuerza magnética, para el caso tratado, resulta:

$$|\vec{F}| = B \cdot I \cdot l \cdot \text{sen } \phi$$

en la que el ángulo es el formado entre la dirección de la corriente eléctrica por el conductor y la dirección del campo magnético.

En general, si una carga q se mueve con velocidad \vec{v} (no nula) en una región del espacio en la que existe un campo eléctrico \vec{E} (supuesto uniforme) y un campo magnético \vec{B} (supuesto uniforme), actuará una **fuerza** sobre la carga eléctrica, como *consecuencia de la interacción entre la carga q y los campos eléctrico y magnético (campo electromagnético)*, tal que:

$$\boxed{\vec{F} = q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})} \quad \text{Fuerza de Lorentz}$$

A esta fuerza se la conoce como **Fuerza de Lorentz**, por Hendrik Antoon Lorentz (holandés, 1853-1928)

Campo magnético producido por un conductor

Retomando el experimento de Oersted, vimos que en la región que rodea a un conductor por el que pasa una corriente eléctrica I se produce un campo magnético. El campo magnético debido a la corriente eléctrica en un alambre recto y largo es tal que las líneas de campo son círculos con el alambre en el centro (**fig.27**). Experimentos cuidadosos corroboran que el módulo de la intensidad del campo magnético \vec{B} debido a un alambre largo y recto en un punto cerca de él es directamente proporcional a la corriente I en el alambre e inversamente proporcional a la distancia r desde el alambre:

$$B \propto \frac{I}{r}$$

Esta relación es válida siempre que la distancia r sea mucho menor que la distancia entre los extremos del alambre conductor (alambre largo). La constante de proporcionalidad se escribe como:

$$\mu_0/2\pi$$

en la que $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$ y se llama **constante de permeabilidad magnética del vacío**.

Por lo tanto, el módulo del campo magnético, producido por un alambre conductor largo y delgado, a una distancia r del alambre es:

$$\boxed{B = \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{I}{r}} \quad (28)$$

La dirección del vector intensidad del campo magnético es tangente a la línea de campo en el punto situado a la distancia r del conductor.

En realidad, el resultado mostrado en (28) surge de una expresión general conocida como **Ley de Ampere**, cuya complejidad matemática excede a los objetivos propuestos para este curso.

Otro resultado importante, que puede obtenerse aplicando esta ley, es la *determinación del campo magnético producido por un alambre que se dobla en forma de curva casi cerrada (espira)* cuando pasa por este una corriente eléctrica I .

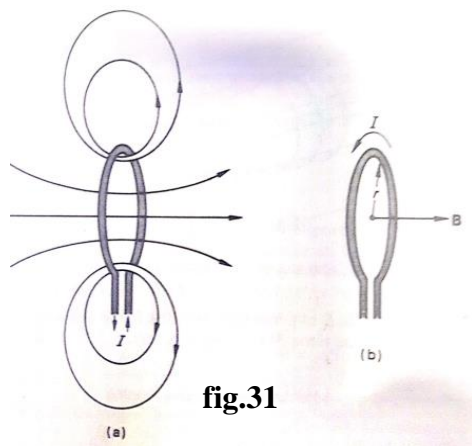


fig.31

En la **fig.31a** se han representado las *líneas de campo magnético*. La Ley de Ampere permite conocer la intensidad de campo magnético en cualquier punto cerca de la espira. Como ejemplo muy práctico podemos decir que el *módulo del vector intensidad de campo magnético en el centro del plano determinado por la espira (fig.31b)* que se ha doblado casi en forma circular; es:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r}$$

donde r es la distancia del conductor al centro del plano (en nuestro caso el *radio de la circunferencia determinada por la espira*). La *dirección del vector intensidad de campo magnético es perpendicular al plano determinado por la espira y; es este caso el sentido es saliente del plano (debido a la aplicación de la regla de la mano derecha)*.

Si con el alambre se hace una **bobina**, esto es el *enrollamiento de N espiras*, el campo magnético en el centro (como en la **fig.31b**) es *proporcional al número N de espiras*, o sea:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2r}$$

VII. 9. Campo Magnético variable. Ley de Faraday. Campo Eléctrico variable. Ley de Ampere-Maxwell. Ecuaciones de Maxwell. Ondas Electromagnéticas. Espectro Electromagnético. Energía Electromagnética (No se desarrolla en Práctica de Problemas)

Campo Magnético variable

Hasta aquí hemos desarrollado dos formas de relacionar *la electricidad y el magnetismo*:

- 1.- *una corriente eléctrica produce un campo magnético y;*
- 2.- *un campo magnético ejerce una fuerza sobre una corriente eléctrica o sobre una carga eléctrica en movimiento.*

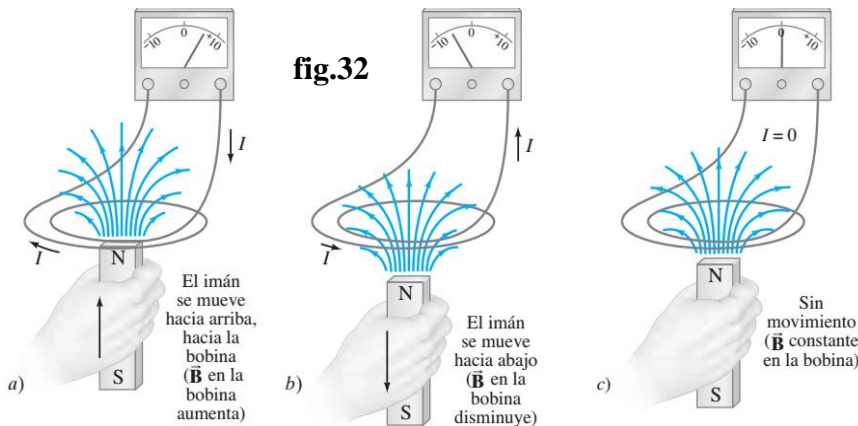
Estos descubrimientos fueron realizados en la primera mitad del siglo XIX. A partir de ese momento, algunos científicos comenzaron a preguntarse; ¿será posible que un campo magnético produzca una corriente eléctrica? Diez años después, Michael Faraday encontró la respuesta.

Hasta aquí hemos desarrollado cuestiones en que los campos eléctrico y magnético son independientes uno del otro y no varían con el tiempo (*campo electromagnético estático*), o sea:

$$\frac{d\vec{E}}{dt} = 0 \quad \text{y} \quad \frac{d\vec{B}}{dt} = 0$$

Ley de Faraday

Faraday descubrió que *cuando un conductor corta líneas de campo magnético de manera que el flujo varía, aparece una diferencia de potencial (tensión) en los extremos del conductor*. Faraday concluyó que, *aunque un campo magnético constante no produce corriente eléctrica en un conductor, un campo magnético variable puede generar una corriente eléctrica (corriente inducida)*. Cuando cambia el campo magnético a través de la bobina (varía el flujo magnético) como en las **fig.32 (a y b)**.; induce en la bobina (alambre conductor) una *corriente como si estuviera conectada a una fuente de tensión* (por ejemplo, a una pila). En la **fig.32c.**, al *no variar el campo magnético a través de la bobina* (flujo magnético es constante) *no se induce esa corriente en el conductor*.



Entonces:

un campo magnético variable induce una diferencia de potencial (tensión) que hace pasar una corriente eléctrica por el conductor.

En la **fig.32(a y b)** se observa que *el sentido de la corriente inducida en el conductor cambia, al cambiar el sentido del movimiento del imán que provoca el campo magnético variable*. El campo magnético variable es producido por el movimiento del imán, de esa manera varía la cantidad de líneas de campo que atraviesan la espira de conductor. Este es el principio de funcionamiento de los generadores eléctricos. El mismo efecto se logra si se deja fijo el imán y se mueve la espira de conductor. Podemos decir que, lo importante es el *movimiento relativo entre el imán y la bobina de conductor pues lo que se debe lograr es el cambio de la cantidad de líneas de campo magnético que atraviesan el plano de la espira*. Por lo tanto, estamos describiendo (ahora) situaciones dinámicas, *campo magnético dependiente del tiempo*.

El flujo (magnético) puede interpretarse como *proporcional al número total de líneas de campo que pasan a través del área encerrada por la superficie*. Si, como se muestra en la Fig. 32 (a) y (b) el imán se mueve rápidamente acercándose y alejándose del plano de la espira, *la cantidad de líneas de campo que atraviesan la espira variará y, por lo tanto variará el flujo magnético a través de la espira*.

Las observaciones realizadas por Faraday permiten concluir:

- *el movimiento relativo entre un conductor y un campo magnético (imán) induce una diferencia de potencial (tensión) en el conductor;*
- *la dirección de la corriente provocada por la tensión inducida depende de la dirección del movimiento del imán;*
- *el valor de la tensión inducida (y por ende de la corriente) es proporcional a rapidez con la que las líneas de campo magnético atraviesan el plano de la espira;*

Enunciado: la **Ley de Faraday** dice que *la diferencia de potencial o tensión (V) inducida en los extremos del conductor (espira) es la rapidez de cambio del flujo magnético que atraviesa la espira (con signo opuesto)*

$$\boxed{V = - \frac{d\Phi_B}{dt}} \quad (29)$$

El signo *negativo* (-) de la expresión (29) significa que la *corriente por el conductor producida por la diferencia de potencial inducida, tiene una dirección de manera que el campo magnético creado por esa corriente se opone al cambio del flujo original* (Ley de Lenz).

La expresión (29) se conoce, también, como *Ley de Inducción de Faraday* y, constituye una de las leyes fundamentales de la ***Teoría Clásica del Electromagnetismo***.

Si tenemos una ***bobina***, formada por N espiras enrolladas muy apretadas de manera que podemos asegurar el mismo flujo para cada una, la *tensión inducida será proporcional al número de espiras de la bobina*; por lo que la expresión (29) queda:
$$V = -N \cdot \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Por lo visto en ítems anteriores, cuando fluye corriente eléctrica en un alambre hay un campo eléctrico en el alambre que realiza el trabajo de hacer desplazar los electrones en el conductor. Ahora vimos que un flujo magnético variable induce una corriente en el alambre, lo que implica que hay un campo eléctrico en el alambre que es inducido por el flujo magnético variable. Entonces, arribamos a otra importante conclusión:

Un flujo magnético variable produce un campo eléctrico variable

Este resultado no sólo se aplica a conductores, sino que constituye un resultado general que se aplica a cualquier región del espacio. De hecho, *se produce un campo eléctrico en cualquier punto del espacio donde haya un campo magnético variable*.

Campo eléctrico variable. Ley de Ampere-Maxwell. Ecuaciones de Maxwell.

Como vimos, Oersted descubrió que una corriente que pasa por un conductor produce un campo magnético. O sea que: la carga eléctrica en movimiento y la corriente eléctrica son fuentes de campo magnético. ¿Habrá otras maneras de producir campos magnéticos?, o lo mismo ¿habrá otras fuentes de campo magnético?

También vimos que un campo magnético variable provoca un campo eléctrico. ¿Podrá ser que un campo eléctrico variable, provoque un campo magnético? Los trabajos empíricos desarrollados por Ampere y, los trabajos teóricos desarrollados por James Clerk Maxwell (escocés, 1831-1879), permitieron dar una respuesta positiva a la pregunta realizada:

Un campo eléctrico variable (o sea dependiente del tiempo) produce un campo magnético en el mismo lugar del espacio.

La ***Ley de Gauss para el campo eléctrico*** (que no hemos desarrollado en este curso), la ***Ley de Gauss para el campo magnético*** (que no hemos desarrollado en este curso), la ***Ley de Faraday*** y la ***Ley de Ampere-Maxwell*** (que no hemos desarrollado en este curso) conforman las ***cuatro ecuaciones (básicas) de Maxwell*** en las que se resume toda la ***Teoría Clásica del Electromagnetismo***.

Las dos primeras se aplican a *campos eléctrico y magnético estáticos* (no dependen del tiempo) y establece que esos campos *son independientes entre sí*.

Las dos últimas se aplican a *campos eléctrico y magnético dinámicos* (dependientes del tiempo) y establece que esos campos son ***dependientes uno del otro***.

Podemos resumir las ***Ecuaciones de Maxwell*** en forma coloquial: (no se expresan algebraicamente):

1.- una forma generalizada de la Ley de Coulomb que relaciona el campo eléctrico con sus fuentes, las cargas eléctricas (Ley de Gauss para el campo eléctrico);

- 2.- lo mismo para el campo magnético, excepto que, si no existen los monopolos magnéticos, las líneas de campo magnético son continuas (Ley de Gauss para el campo magnético);
- 3.- un campo eléctrico se produce por un campo magnético variable (Ley de Faraday);
- 4.- un campo magnético se produce por una corriente eléctrica o por un campo eléctrico variable.

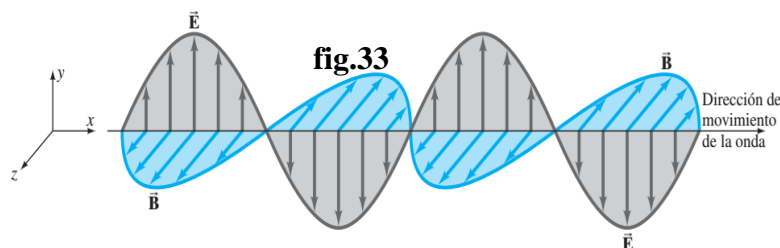
Resumiendo:

- a) un campo eléctrico variable produce un campo magnético y;
- b) un campo magnético variable produce un campo eléctrico.
- c) Un resultado importante de estas relaciones es la **producción de ondas electromagnéticas**.

Ondas Electromagnéticas

Recordando del Capítulo VI, una onda electromagnética es la propagación de una perturbación en el campo electromagnético. Estas ondas no necesitan un medio material para su propagación y su velocidad en el vacío, es $c = 3 \cdot 10^8$ m/s. **La energía que transportan recibe el nombre de radiación.**

¿Qué significa una “perturbación en el campo electromagnético”? En el espacio vacío se producirá un campo magnético variable si existe un campo eléctrico variable. Un campo magnético variable produce un campo eléctrico que, en sí mismo, es variable. A la vez, este campo eléctrico variable producirá un campo magnético, que será variable y producirá un campo eléctrico variable y, así sucesivamente. Maxwell encontró que **el resultado neto de estos campos variables interactuando entre sí (perturbación) era una onda de campos eléctricos y magnéticos que pueden propagarse (viajar) a través del espacio.**



Para producir una onda electromagnética (OEM) debemos tener campos eléctrico y magnético variables en el tiempo, para que se generen (simultáneamente uno con el otro), por ejemplo, una antena de radio puede producir ondas

electromagnéticas. Tengamos una fuente que provoca una *diferencia de potencial que varía de manera sinusoidal* (produce **corriente alterna**), entonces las intensidades de los campos eléctrico y magnético en el espacio también variarán de manera sinusoidal. En la **fig.33** se presentan las direcciones y módulos de los campos como función de la posición. Se puede ver que **el campo magnético (sinusoidal) \vec{B} y el campo eléctrico (sinusoidal) \vec{E} son perpendiculares entre sí y también lo son a la dirección de propagación (igual a la dirección de la velocidad \vec{v} de propagación de la onda)**. La dirección y sentido de \vec{v} se obtiene aplicando la regla de la mano derecha del producto vectorial (**fig.33**):

$$\vec{E} \times \vec{B}$$

Las **ondas electromagnéticas siempre son ondas transversales**. Cabe destacar que las OEM son “**ondas de campos**” y por eso se pueden propagar en el vacío. **No** son ondas producidas por perturbaciones de un medio material, como las ondas en el agua o en una soga. Por supuesto que se pueden propagar OEM en un medio material, porque existen cargas eléctricas en los medios materiales. En general, se puede decir que: **cargas eléctricas aceleradas producen ondas electromagnéticas**.

El desarrollo matemático (que no haremos) de las Ecuaciones de Maxwell permite encontrar la velocidad de propagación de las ondas electromagnéticas. Maxwell demostró que el campo eléctrico \vec{E} y el campo magnético \vec{B} obedecen la ecuación de onda cuando la velocidad de propagación es:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \cdot \epsilon_0}}$$

Siendo μ_0 la constante de permeabilidad magnética del vacío y ϵ_0 es la constante de permitividad eléctrica del vacío. Maxwell mismo determinó que el valor de esa velocidad es:

$$c = v = \frac{E}{B} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \quad (30)$$

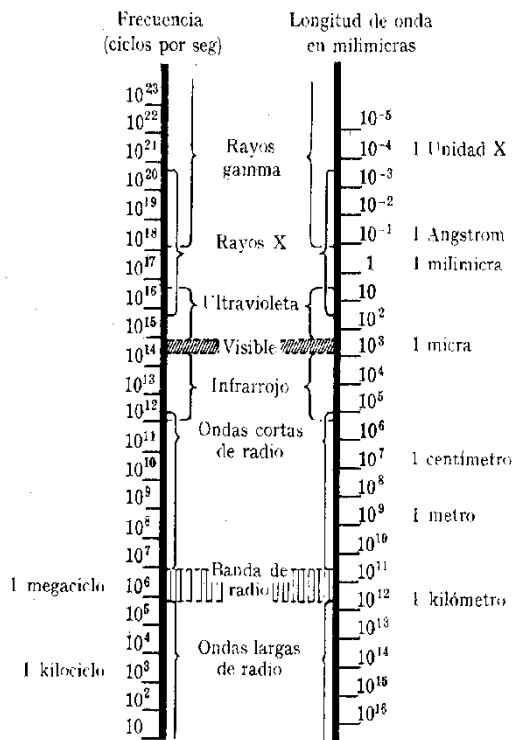
El resultado de la ecuación (30) coincide con el medido para la *velocidad de la luz en el vacío*. Sesenta años antes de los trabajos de Maxwell se había determinado que *la luz era una onda*, pero no se sabía qué tipo de onda. A partir de estos resultados, con ellos se argumentó que *la luz es una onda electromagnética*.

De todas maneras, la corroboración definitiva de esa afirmación ocurrió ocho años después de la muerte de Maxwell; cuando Heinrich Rudolf Hertz (alemán, 1857-1894) logró *producir OEM* y *medir su velocidad de propagación*, que coincidió con la propuesta maxwelliana.

La velocidad de la luz en el vacío es una Constante Universal y por lo general se utiliza la letra "c" para indicarla.

Gran parte del progreso tecnológico del último siglo está relacionado con el conocimiento de las ondas electromagnéticas. Radio, televisión, radar y otros medios de comunicación están asociados a estas ondas; y también los fenómenos de interacción entre la radiación y la materia, como la absorción de energía por los seres vivos, la producción clorofílica, etc.

Espectro electromagnético



(fig.34). Por lo visto en el capítulo VI, la *velocidad de propagación de una OEM en el vacío es constante* y por lo tanto se puede establecer que su *longitud de onda λ y su frecuencia f están en relación de proporcionalidad inversa*:

$$c = \lambda \cdot f \quad (31)$$

Las OEM cubren una amplia gama de frecuencias o longitudes de onda, y pueden clasificarse, siguiendo la expresión (31) de acuerdo a como se producen y según su interacción con la materia (fig.34).

- **Ondas de radiofrecuencia:** comprenden longitudes de onda desde 0,3 m hasta varios kilómetros. Son producidas por sistemas electrónicos (circuitos oscilantes). Ej. Radio, TV.
- **Microondas:** con longitudes de onda entre 0,3 m y $1 \cdot 10^{-3}$ m (1 mm). Son generados por circuitos electrónicos y por ajustes internos en algunas moléculas. Al ser absorbidas por las moléculas, éstas aumentan su energía interna y se calientan. Ej. Radar, horno de microondas.
- **Espectro infrarrojo:** longitudes entre $1 \cdot 10^{-3}$ m y $7,8 \cdot 10^{-7}$ m. Son producidas por moléculas gaseosas y por vibraciones moleculares de cuerpos calientes. Tienen aplicación en medicina, astronomía, en la industria.

- **Espectro visible:** (*luz*) es una banda muy estrecha, a la que es *sensible la retina humana*, λ está comprendida entre $7,8 \cdot 10^{-7}$ m (para la luz *roja*) y $3,9 \cdot 10^{-7}$ m (luz *azul*). Se producen por ciertos ajustes internos en el movimiento de los electrones en átomos y moléculas.
- **Rayos ultravioletas:** comprendidos en longitudes de onda entre $3,9 \cdot 10^{-7}$ m y $1 \cdot 10^{-9}$ m. Son producidos por átomos y moléculas, por descargas eléctricas. Su estudio y conocimiento es muy importante debido a los efectos que produce el tostado de la piel y en los ojos, por lo que se la divide en UVA, UVB y UVC. La UVC no llega a la superficie de la Tierra y tampoco parte de UVB que es absorbida por el ozono estratosférico. Producen ionización de átomos y moléculas, por lo que afectan a los microorganismos. Se los utiliza en medicina (para la esterilización) o en la industria. La radiación UVB de $3,1 \cdot 10^{-7}$ m = 310 nm, produce destrucción de ADN.
- **Rayos X:** la longitud está comprendida entre $1 \cdot 10^{-9}$ m y $6 \cdot 10^{-12}$ m, y se producen cuando se alteran los electrones más internos (cercanos al núcleo) en átomos y moléculas. Son producidos también por choque de electrones sobre algunos metales (frenado). Producen disociación de materia, ionización, separando los átomos y moléculas, o arrancándoles electrones. Son altamente penetrantes. Utilizados en medicina y en la industria.
- **Rayos γ (gamma):** con $1 \cdot 10^{-10}$ m $>$ λ $>$ 10^{-14} m. Es una radiación nuclear, producida por alteración del núcleo atómico. Produce alteraciones en los núcleos de otros elementos, así como en átomos y moléculas. Aplicados en Biología, Medicina, etc.

Energía Electromagnética

Como sabemos, toda onda transporta energía y momento lineal. La energía transportada por una OEM se llama “*radiación electromagnética*”. Esta energía se asocia con la energía en los campos eléctrico y magnético en movimiento.

La *energía que transporta la OEM, por unidad de tiempo y por unidad de área* (Intensidad de la OEM) *está dada por un vector \vec{S}* , llamado *vector de Poynting*, en honor a John Henry Poynting (inglés, 1852-1914). La *dirección del vector \vec{S}* es la *dirección en que se transporta la energía, que coincide con la dirección de propagación de la OEM*. Se puede usar el producto vectorial para expresar este vector:

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \vec{E} \times \vec{B} \quad (32)$$

y se puede comprobar que la unidad de \vec{S} (para el SI) es: $W \cdot m^{-2}$

Usando el vector de Poynting se puede definir la *Constante Solar: es la cantidad de energía recibida en forma de radiación solar por unidad de tiempo y unidad de superficie, medida en la parte externa de la atmósfera terrestre en un plano perpendicular a los rayos del Sol (en el Ecuador)*. Los resultados de su medición por satélites arrojan un valor promedio de aproximado de:

$$|\vec{S}| = I_{solar} = 1630 W \cdot m^{-2}$$

Cuando una OEM se propaga en un medio diferente del vacío, su velocidad de propagación es menor que $3 \cdot 10^8$ m/s; o sea que: $v_{medio} < c$. Por esta razón, tal como lo desarrollamos en el capítulo VI, definimos el índice de refracción de un medio material (n), como: $n = \frac{c}{v_{medio}}$

La frecuencia de la OEM cuando cambia de medio de propagación permanece constante, por lo que la longitud de onda también cambiará.

VII. 10. La Luz. Dispersión de la luz. Transmitancia.

Hemos visto que podemos establecer el “*espectro electromagnético*” en el que, de acuerdo a su uso en tecnología, se le han dado nombres diferentes a las OEM. *Las OEM que tienen frecuencias que las ubican en el espectro visible es lo que llamamos luz*. Según su longitud de onda (o su frecuencia),

la luz produce en la retina distintas sensaciones que llamamos **colores**. Adjuntamos una tabla en la que se indican las longitudes de onda y frecuencias de OEM (luz) que **producen en el ojo humano el sentido de la visión**. La tabla está ordenada desde colores de mayor frecuencia a menor frecuencia.

Por lo general, suele usarse el término “luz” para indicar “toda OEM”; no solo lo referido al espectro visible. Así por ejemplo se dice “luz infrarroja” o “luz ultravioleta”.

color	λ (nm)	f ($\cdot 10^{14}$ Hz)
Violeta	390 a 455	7,70 a 6,59
Azul	455 a 492	6,59 a 6,10
Verde	492 a 577	6,10 a 5,20
Amarillo	577 a 597	5,20 a 5,03
Anaranjado	597 a 622	5,03 a 4,82
Rojo	622 a 780	4,82 a 3,84

Dispersión de la luz

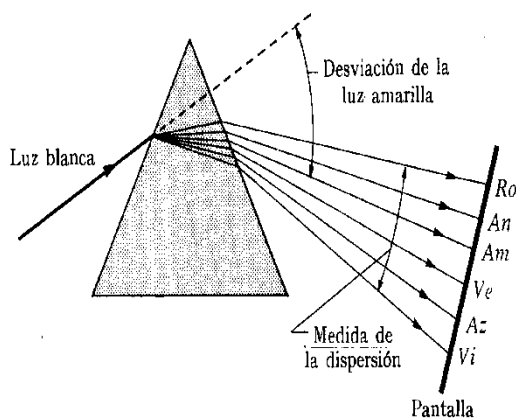


fig.35

Como la *frecuencia de onda se mantiene constante en la refracción*, cuando *se modifica la velocidad de propagación, la longitud de onda cambia*. Este fenómeno de *variación de la velocidad de propagación, de la longitud de onda y del índice de refracción*; se le conoce como **dispersión de la luz**.

Se puede comprobar fácilmente usando un prisma. Éste se utiliza para analizar la radiación emitida por un cuerpo luminoso (**fig.35**), haciendo que la luz incidente tenga *dos refracciones sucesivas: pasar del aire al vidrio, y luego de éste al aire*. Se observa lo que ocurre cuando se hace incidir luz blanca (mezcla de todos los colores, luz policromática) sobre un prisma.

Como resultado, surge la posibilidad de graficar, para cualquier medio material, la *variación de la velocidad* (y por ende de la *longitud de onda*) de un haz de luz blanco, en función del *índice de refracción*. De hecho, en el infrarrojo y en el ultravioleta, se cumplirán las mismas leyes.

En la **fig.36** se indica una gráfica de *variación de n en función de λ* , para una sustancia determinada.

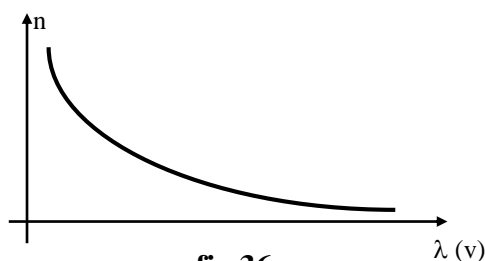
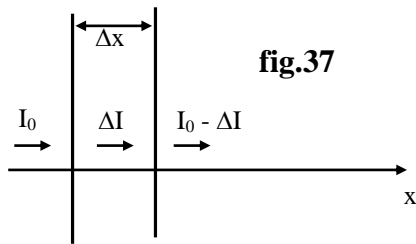


fig.36

Otro fenómeno que está relacionado con la *incidencia de radiación sobre una superficie es la absorción de la OEM* cuando incide sobre una sustancia. Se denomina *a* al **coeficiente de absorción**, que resulta *depender de la longitud de onda: $a = f(\lambda)$* .

Transmitancia



Tengamos una OEM de intensidad I de onda que atraviesa un cuerpo de espesor Δx (fig.37). ΔI es la pérdida de intensidad (por la energía absorbida por el cuerpo).

El coeficiente de absorción se define por la siguiente relación:

$$\frac{\Delta I}{I_0} = -a \cdot \Delta x$$

Integrando esta expresión:

$$\int_0^I \frac{dI}{I_0} = -a \cdot \int_0^x dx \Rightarrow \ln \frac{I}{I_0} = -a \cdot x \Rightarrow I = I_0 \cdot e^{-ax}$$

Esta ecuación se puede llevar a base 10 en lugar de base e . Con $k = a/2,3025$, resultará:

$$I = I_0 \cdot 10^{-kx}$$

Definición: la *transmitancia* (T) como un número adimensional que relaciona la intensidad de la onda transmitida con la de la onda incidente

$$T = \frac{I}{I_0}$$

La intensidad de la energía radiada desde una fuente, en la unidad de tiempo, al ser una potencia, se la expresa en watts (W), cuando se habla de ondas en general; pero específicamente en el caso de la luz, se ha introducido en el SI una unidad especial: la *candela*, representada por las letras cd, que es:

Definición: de *Candela*, es la intensidad luminosa, emitida en dirección normal, por un cuerpo luminoso que se encuentra a la temperatura de fusión del platino (1.750 °C) y tiene una superficie de la 600000 avas parte de un metro cuadrado (1,67 mm²).



F Í S I C A

Cap. VIII

“Física Moderna”

VIII. 1. Introducción

Hacia la segunda mitad del siglo XIX, la Mecánica Clásica Newtoniana y la Teoría Clásica del Electromagnetismo habían logrado explicar una gran cantidad de hechos experimentales y observacionales. La primera de estas teorías, formulada de manera completa por Isaac Newton (inglés, 1642-1727) logró unificar las leyes del movimiento de los cuerpos en la Tierra con las leyes del movimiento de los cuerpos estelares mediante la Teoría de la Gravitación Universal. Esta teoría constituyó uno de los logros más resonantes de la Historia de la Ciencia. Por supuesto que para eso fueron importantes los aportes de los trabajos previos realizados por Nicolás Copérnico (polaco, 1473-1543), Galileo Galilei (italiano, 1564-1642), Johannes Kepler (alemán, 1571-1630) y otros. La segunda, formulada por James Clerk Maxwell (escocés, 1831–1879) (además de Ampere, Faraday, Hertz, y otros) unificó las leyes que explican los fenómenos eléctricos y magnéticos. Una de las conclusiones más importantes de esta teoría es que *la luz es una onda electromagnética que se propaga (como cualquier otra onda electromagnética) a la velocidad de aproximadamente $3 \cdot 10^8$ m/s*. Como se entendía que las ondas eran propagaciones de perturbaciones de un medio, esta teoría sostenía, equivocadamente, que ese medio era el *éter*.

Además de estas teorías, en esa misma época se estaba avanzando hacia el entendimiento de “cómo” estaba constituida la materia ordinaria y se realizaban experiencias que permitían enunciar y generar modelos acerca de la estructura íntima de la materia.

Pero, “siempre hay un pero...”, el tema comenzó a complicarse debido a la aparición de *evidencias observacionales y experiencias que no podían explicarse mediante la utilización de las teorías mencionadas*. Hacia fines del siglo XIX y principios del XX, un grupo de científicos revolucionaron la Física y cambiaron la forma de “*ver el mundo*” imperante hasta ese entonces. Las dos teorías que nacieron por la necesidad de encontrar un nuevo marco teórico que encuentre explicaciones a esos fenómenos son: **La Teoría de la Relatividad (en sus formas Especial y General)** y **la Mecánica Cuántica**. Acordaremos que con estas teorías se abre la etapa llamada *Física Moderna*.

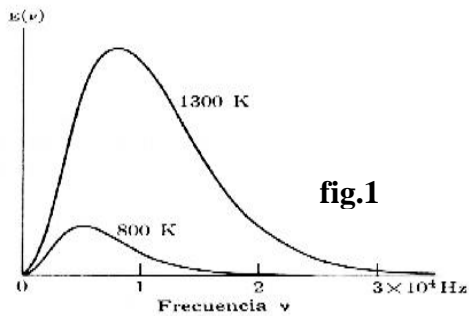
Este apunte de la cátedra de Física brindará algunos conceptos y herramientas básicas que permitirán conocer aspectos de estas extraordinarias “invenciones” del intelecto humano que han posibilitado el desarrollo de la tecnología actual (GPS, celulares, computadoras, viajes al espacio, etc). Queremos dejar en claro que un tratado completo y formal de estos temas no son objetivos de nuestra cátedra y consideramos que los futuros Ingenieros Agrónomos y Licenciados en Recursos Naturales deben tomar conocimiento con las bases de estas teorías para lograr una adecuada formación profesional (en general) y en Física (en particular).

VIII. 2. Radiación del Cuerpo Negro. Efecto Fotoeléctrico. Interacción de la radiación con la materia. Emisión y absorción de la radiación por un átomo (Espectros)

Radiación de cuerpo negro

En el primer cuarto del siglo XX se acumuló evidencia experimental de que la *interacción de la radiación electromagnética con la materia* no estaba completamente de acuerdo con la Teoría Clásica del Electromagnetismo. También, para esa época se estaba desarrollando la teoría de la estructura atómica de la materia (por el descubrimiento del “*electrón*” y por la confirmación del *modelo nuclear para el átomo*). Una serie de experimentos también mostró que el movimiento de las partículas subatómicas en el interior del átomo no se producía exactamente como lo predecía la Mecánica Clásica de Newton. Para explicar las nuevas observaciones, un grupo de físicos esgrimieron una serie de nuevas ideas. Veamos un ejemplo con el problema de *la radiación de cuerpo negro*.

Recordemos que “**radiación**” es la **energía** que transporta una *onda electromagnética*. Si consideramos una cavidad cuyas paredes se encuentran a cierta temperatura, los átomos de las paredes están *emitiendo radiación electromagnética* y, al mismo tiempo *absorben la radiación emitida por otros átomos de las paredes*. El campo de la radiación electromagnética ocupa “*toda la cavidad*”. En el equilibrio, *la cantidad de energía que emiten los átomos en la unidad de tiempo (potencia), es igual a la que absorben*. Esto significa que, cuando la radiación dentro de la cavidad está en equilibrio con las paredes, **la densidad de energía (energía por unidad de volumen) del campo electromagnético es constante**. Los experimentos han mostrado (**fig.1**) que, en el equilibrio,



la radiación electromagnética encerrada **tiene una distribución de energía bien definida: a cada frecuencia corresponde una densidad de energía que depende solamente de las temperaturas de las paredes y es independiente del material que la constituye**.

Si se abre un pequeño agujero en una de las paredes de la cavidad, parte de la radiación escapa y se puede analizar. El agujero se ve muy brillante cuando la temperatura de las paredes es alta, pero se ve completamente negro a temperaturas bajas cuando la intensidad de radiación de equilibrio es despreciable en la región visible del espectro. Por esto, quienes analizaron la radiación que salía de la cavidad, la llamaron **radiación de cuerpo negro**.

Todos los intentos de explicación de estos resultados, utilizando los conceptos de las teorías conocidas en ese final del siglo XIX, fracasaron rotundamente. El problema de encontrar *cual es el mecanismo que hace que los átomos radiantes se comporten de esa forma dio lugar al nacimiento de la Física Cuántica*.

Max Planck (alemán, 1858–1947), sugirió en 1900 que, en el equilibrio debía haber una *correspondencia entre la distribución de energía de la radiación y la energía de los átomos en la cavidad*. Entonces, supuso que los átomos radiantes se comportan como *osciladores armónicos (se mueven con MAS) y que cada uno oscila con una frecuencia f*.

También *sugirió* que: **cada oscilador puede absorber o emitir energía de radiación en una cantidad proporcional a su frecuencia**. Esta última condición no se exige en la teoría clásica del electromagnetismo, la cual permite una emisión o una absorción continua de energía.

Expresada matemáticamente, la *hipótesis de Planck* (de la que él mismo dudaba, solo se justificaba porque “funcionaba”) establece que:

$$E = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} ; h = 6,6256 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$$

h se la denomina **Constante de Planck**, es una de las “**constantes universales**”

Por lo que, cuando un oscilador *absorbe* o *emite* radiación electromagnética, su energía *aumenta* o *disminuye* en la cantidad $h \cdot f$. **La energía de los osciladores atómicos está cuantizada**.

La energía de un oscilador de frecuencia f *solo puede tener ciertos valores* que son $0, h \cdot f, 2 h \cdot f, 3 h \cdot f, \dots$ En general:

$$E = n \cdot h \cdot f \quad \text{siendo } n \text{ un número entero positivo.}$$

Enunciado: La **Ley de Planck** establece que la densidad de energía radiante (en J.s.m^{-3}) emitida con una frecuencia f , por un cuerpo negro a una temperatura absoluta T , viene dada como:

$$E_f = \frac{8 \cdot \pi \cdot h \cdot f^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{h \cdot f / kT} - 1}$$

con $k = 1,3805 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ (Constante de Boltzmann),

$h = 6,6256 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ (Constante de Planck) y T es la temperatura en K.

Una consecuencia de la Ley de Planck es la ley debida a Wilhelm Wien (alemán, 1864-1928).

Enunciado: La Ley de Desplazamiento de Wien establece que hay una relación inversa entre la longitud de onda (λ) de la radiación en la que se produce el **pico máximo de emisión** de un cuerpo negro y su temperatura absoluta (T).

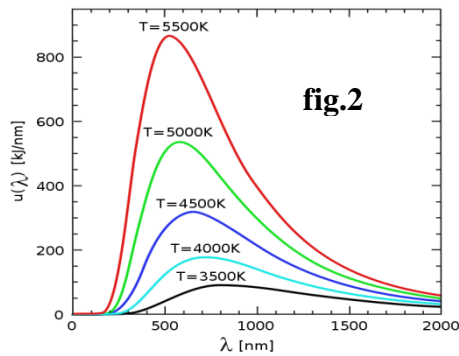


fig.2

$$\lambda \cdot T = b$$

$$b = 2,8978 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$

En la **fig.2** puede observarse el por qué la ley es de “desplazamiento”. Para un cuerpo negro, la *densidad de energía máxima (pico de la curva)* se corre hacia longitudes de onda menores cuando la temperatura absoluta es mayor.

Como ejemplo de aplicación de esta ley, podemos comprobar que la *intensidad de la radiación solar* es máxima para una longitud de onda de 501,6 nm (*región visible del espectro*)

(1 nm = 10^{-9} m):

$$T = \frac{b}{\lambda} = \frac{2,8978 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}{501,6 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 5777 \text{ K}$$

es la temperatura de la fotosfera del Sol.

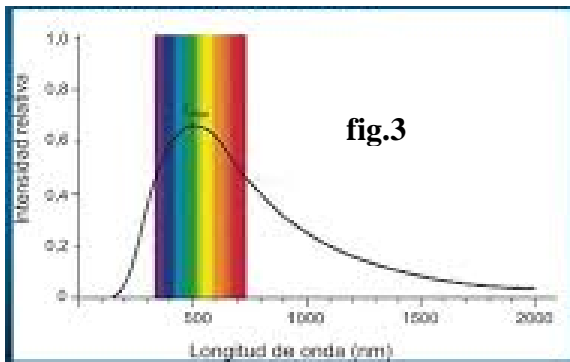
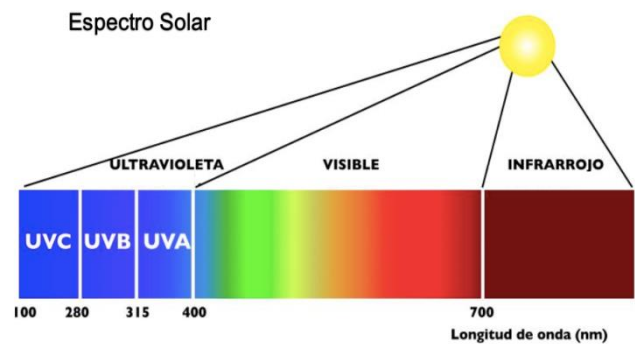
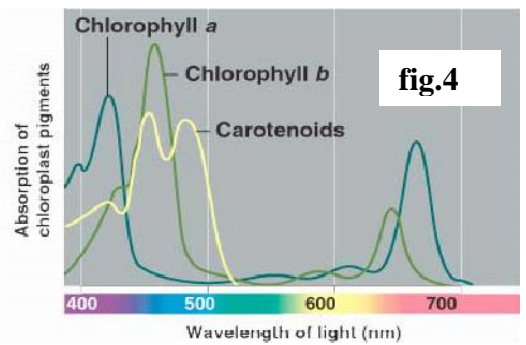


fig.3



La gráfica de la **fig.3**, muestran el *espectro de la radiación del Sol* (considerando el Sol como “cuerpo negro”) que incide en el límite de la atmósfera de la Tierra. Se observa que el *máximo de intensidad solar* se produce *para longitudes de onda correspondientes al espectro visible*. *El Sol se comporta como un cuerpo negro cuya temperatura es de 5777 K, o sea alrededor de 6000 °C*. El gráfico de la izq. de la **fig.3** representa la intensidad relativa (adimensional) en función de la longitud de onda en nm (nanómetros).

En la **fig.3**, de la derecha, la radiación solar que llega a la superficie terrestre se puede clasificar en: **radiación infrarroja** (responsable de la *temperatura del planeta*), **radiación visible** (responsable de la *fotosíntesis*, en esas longitudes de onda llega la *máxima intensidad*) y muy poco de **radiación ultravioleta** (responsable del *bronceado de la piel* y otros fenómenos). Debido a la disminución de la capa de ozono (a partir de la década del 70) hay una mayor incidencia de radiación UV sobre la superficie terrestre; por lo que (debido a los efectos biológicos que puede causar) se la ha clasificado, para un estudio más detallado, en UVA, UVB y UVC. La radiación UVB (que llega en muy pequeña proporción), hacen que debamos tomar precauciones al exponernos al sol pues puede causar cáncer de piel y otras afecciones. La radiación UV de 310 nm causa destrucción de ADN. La radiación UVC no llega a la superficie terrestre.



La **fig.4** muestra la absorción de *radiación solar fotosintéticamente activa* (PAR) para *clorofila* y *caroteno*. La **clorofila absorbe fuertemente en longitudes de onda del rojo y azul**, como puede observarse por los picos de las curvas trazadas en **fig.4**.

Efecto Fotoeléctrico (fig.5)

En 1905, Albert Einstein (alemán-estadounidense, 1879 –1955) publicó, en la revista Annalen der Physik, cuatro artículos que resultarían revolucionarios, tenía 26 años. El segundo de ellos: “**Sobre un punto de vista heurístico relativo a la producción y transformación de la luz**” se refiere a la explicación del **efecto fotoeléctrico**. Por este trabajo recibió el Premio Nobel de Física en 1921, habiendo realizado un aporte esencial a la Mecánica Cuántica, de la cual él mismo tenía grandes dudas debido a su carácter probabilístico.

En 1887, Heinrich Rudolf Hertz (alemán, 1857-1894) al investigar la descarga eléctrica entre dos electrodos, usada como *fente de ondas electromagnéticas* (OEM), observó que *la intensidad de la descarga aumentaba cuando los electrodos se “iluminaban” con radiación ultravioleta*. Luego, se *observó emisión electrónica cuando se iluminaban las superficies de algunos metales* (zinc, rubidio, sodio).

Definición: *El efecto fotoeléctrico es el fenómeno por el cual se liberan electrones de un metal, por la acción de la radiación incidente sobre el mismo. A los electrones emitidos se los llama “fotoelectrones”.*

La emisión electrónica aumenta cuando aumenta la intensidad de la radiación incidente, pero también puede observarse experimentalmente que *depende en forma característica de la frecuencia de la radiación incidente*.

Para cada sustancia hay una frecuencia mínima f_0 de la radiación electromagnética por debajo de la cual no hay emisión de electrones por más intensa que sea la radiación.

En los metales hay electrones que se mueven más o menos libremente a través de la red cristalina. Una manera de liberar electrones de un metal es posibilitar que los mismos absorban energía de la OEM, o sea radiación electromagnética.

El electrón que escapa del metal lo hará con una *energía cinética*:

$$E_k = E - \Phi$$

donde Φ es la **energía necesaria para que un electrón escape de un metal**, E es la **energía que absorbe el electrón**. Si E es menor que Φ no habrá emisión de electrones.

En ese trabajo de 1905, *Einstein propuso una explicación para la forma en que esa emisión depende de la frecuencia de la radiación incidente.* “Pensó” que los electrones libres, cuando interactúan con la radiación, se comportan de la misma manera propuesta por Planck para los osciladores atómicos en relación con la radiación de cuerpo negro. Por lo tanto, considerando la energía E de la radiación electromagnética (de frecuencia f) que, en un solo proceso es absorbida por un electrón; tenemos

$$E_k = h \cdot f - \Phi \quad (1)$$

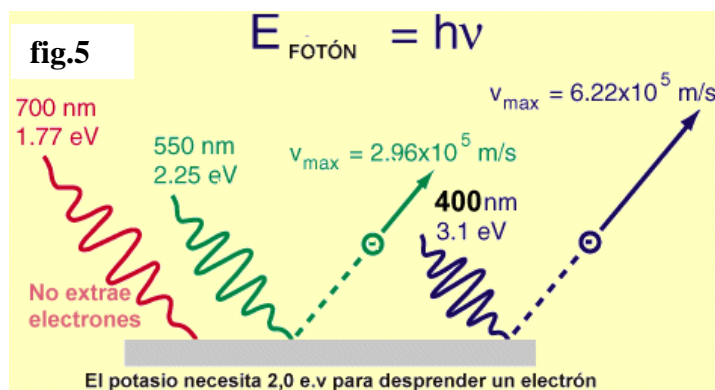
No todos los electrones necesitan la misma energía para escapar del metal, por lo que llamamos **energía de arranque del metal** al valor mínimo de la energía Φ_0 . La frecuencia mínima f_0 para la cual comienza la emisión electrónica ocurre cuando consideramos *cero (0) la energía cinética de los electrones emitidos ($E_k = 0$)*, entonces:

$$0 = h \cdot f_0 - \Phi_0 \quad \text{o} \quad f_0 = \frac{\Phi_0}{h}$$

Para frecuencias menores $h \cdot f < \Phi_0$ no habrá emisión porque los electrones no pueden absorber, en un solo proceso, energía suficiente para escapar del metal, **independientemente de la intensidad de la radiación.**

En todas las expresiones, h es la Constante de Planck. En el **fig.5** se observa que, en el caso del potasio, la energía mínima necesaria para desprender electrones es de 2 eV:

$$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J} \quad (\text{eV es electrón voltios})$$



La explicación del efecto fotoeléctrico dada por Einstein sugiere que, **la energía que reciben los electrones para ser arrancados del metal es transferida a través de un “choque” con una partícula que transporta la radiación.** Así como los osciladores pensados por Planck pueden ser “partículas de radiación”. A esta partícula que, como mínimo, transporta una energía $h \cdot f$ se la llama **fotón**.

Definición: *el fotón, es una partícula de energía (radiación), esto es que a la onda electromagnética (luz) se le asocia una partícula que tiene la misma energía que transporta la OEM. La interacción entre la OEM (por ejemplo luz) y la materia (como por ejemplo los electrones) se da por un “choque entre los fotones (partículas de energía) y las partículas de materia (electrones)”.* El fotón es un bosón cuya “masa en reposo” es nula.

$$E_{\text{fotón}} = h \cdot f$$

En la expresión (1), $h \cdot f$ es la **energía del fotón de luz** (incidente) que choca con los electrones y le entrega la energía cinética E_k a los fotoelectrones. Φ_0 es la **energía mínima** que debe tener el fotón incidente (para la frecuencia mínima f_0) para producir **emisión fotoeléctrica**.

El **fotón** no existe en reposo, pues “*siempre*” tiene la misma velocidad que la de la propagación de la OEM, $c = v_{\text{fotón}} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$. **El fotón tiene masa (en reposo) nula.**

Definición: *Un **electronvoltio (eV)** es la energía cinética que adquiere un electrón cuando es acelerado por una diferencia de potencial de 1 voltio (1 V). $1 \text{ eV} = 1,602176462 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1,602176462 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1 \text{ V}$, donde $1,602176462 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ (coulomb) es la carga eléctrica del electrón y 1 V es la diferencia de potencial (voltio).*

Interacción de la radiación con la materia

¿Cómo se produce la interacción entre la OEM y la materia? Para explicarla es necesaria asumir la existencia del *fotón*.

Cuando una O.E. pasa cerca de un átomo o molécula, perturba el movimiento de sus electrones por la acción de los campos eléctrico y magnético variables sobre una partícula cargada.

Los electrones *oscilan* como consecuencia de la *energía absorbida* y, a su vez *emiten toda o parte de esa energía*. Esta emisión se hace en forma de OEM a las que se llaman *ondas difusas*.

El *fenómeno de difusión produce una disminución gradual de la intensidad de las OEM incidentes*.

Como ejemplo típico tenemos la luz solar que, antes de llegar al suelo, es *difundida* en gran parte por las moléculas del aire (incluyendo el vapor de agua, aerosoles, etc.). La *difusión de la luz aumenta al disminuir la longitud de onda incidente*, de este modo el *azul es más difundido que el rojo*, siendo ésta la causa del color azul que percibimos al observar el cielo. El vapor de agua y el polvo atmosférico, de mayor tamaño y masa y concentrado más cerca del suelo, difunden longitudes de ondas mayores; por eso, cuando los rayos llegan horizontalmente (durante el amanecer o el atardecer), atravesando mayor extensión de capas atmosféricas cerca de la superficie, el cielo aparece naranja o rojo.

Analizaremos a continuación qué ocurre cuando una OEM incide en un electrón. Veremos que el efecto será distinto según sea un *electrón ligado a un átomo* o un *electrón libre*.

a) Caso del *electrón ligado*: Si una OEM llega a un electrón ligado, éste al quedar *excitado*, comienza a oscilar y emite toda o parte de su energía en todas direcciones. Si la OEM que llega está polarizada, la emergente también lo estará. *Las OEM emitidas tienen prácticamente la misma frecuencia y, por lo tanto, la misma longitud de onda:*

$$f = f' \qquad \lambda = \lambda'$$

La energía de la OEM es, en general, *insuficiente para arrancar un electrón*.

En algunos casos se observa que. *la frecuencia de la OEM emergente es diferente de la inicial y generalmente menor que la frecuencia de las ondas incidentes y ello es debido a la sustancia que difunde*. Este fenómeno se utiliza para analizar propiedades de la estructura interna de las sustancias. Especialmente, los rayos X se usan para el análisis cristalográfico.

b) Caso del *electrón libre*: Si el *electrón es libre*, y está *inicialmente en reposo*, la interacción con la OEM lo pone en *movimiento*; *al mismo tiempo se produce una OEM difusa en otra dirección*.

Este proceso se denomina **Efecto Compton** en homenaje a Arthur Holly Compton (estadounidense, 1892-1962) quien lo observó por primera vez al examinar la *difusión de rayos X en gases*. Por la **interacción**, el *electrón adquiere cierta energía (E) y cierta cantidad de movimiento (p) de la OEM incidente*. Esto podría explicarse fácilmente si se tratara del “**choque**” entre dos partículas: una sería el *electrón* y la otra, la *partícula asociada a la radiación: el fotón*.

La OEM transporta momento lineal que coincide con el momento lineal del fotón asociado.

Veamos las expresiones matemáticas correspondientes:

La *energía de un fotón* es:

$$E_{\text{fotón}} = h \cdot f \qquad (2)$$

y la velocidad de propagación de la OEM y, por lo tanto la *velocidad del fotón* es:

$$c = \lambda \cdot f \qquad (3)$$

Teniendo en cuenta que la *energía* es:

$E = m \cdot c^2$ (más adelante explicaremos esta equivalencia) se obtendrá de la expresión (2):

$$h \cdot f = m \cdot c^2 \Rightarrow m = \frac{h \cdot f}{c^2}$$

Teniendo en cuenta que el *momento lineal* es:

$$p = m \cdot c \quad \text{se tendrá:} \quad p = \frac{h \cdot f}{c} = \frac{h}{\lambda} \Rightarrow p = \frac{h}{\lambda}$$

donde h es la Constante de Planck, cuyo valor es: $h = 6,6256 \cdot 10^{-34}$ J.s

La explicación del **Efecto Compton** se puede resumir como sigue:

Cuando un *fotón de la radiación incidente*, con *energía* $E_{\text{fotón-inc}}$ y *momento lineal* $p_{\text{fotón-inc}}$, **choca** con un **electrón**, se convierte en un nuevo **fotón difuso (dispersado)** de *energía* ($E'_{\text{fotón-dif}}$) y de *momento lineal* ($p'_{\text{fotón-dif}}$), tal que:

$$E'_{\text{fotón-dif}} = h \cdot f' \quad \text{y} \quad p'_{\text{fotón-dif}} = \frac{h}{\lambda'}$$

La *diferencia entre la energía y (el momento lineal) del fotón incidente y del difuso (dispersado) nos da la energía y (el momento lineal) que adquiere el electrón.*

Como: $E_{\text{fotón-inc}} > E'_{\text{fotón-dif}}$ resulta $\lambda' > \lambda$.

Y la *energía del electrón* E_e , y el *momento lineal del electrón* p_e resultan:

$$E_e = E_{\text{fotón-inc}} - E'_{\text{fotón-dif}} \quad ; \quad p_e = p_{\text{fotón-inc}} - p'_{\text{fotón-dif}}$$

En el caso del *electrón ligado*, la masa asociada a la partícula es miles de veces mayor que la del electrón y la del fotón; la OEM apenas puede moverlo y los fotones difundidos son prácticamente iguales a los incidentes, no cambiando la frecuencia ni la longitud de onda.

Emisión y absorción de la radiación por un átomo (Espectros)

Cuando la *luz*, o cualquier otra OEM, pasan a través de una sustancia, su *intensidad disminuye no sólo por difusión sino también por absorción*.

A la inversa, si se *excitan los átomos o moléculas de una sustancia* (incrementando su temperatura absoluta, por una descarga eléctrica, etc.), los *átomos así excitados emiten su exceso de energía en forma de radiación electromagnética (OEM)*, que puede pertenecer a la región visible del espectro o a una zona próxima.

Así, **el fotón tiene la energía radiante que absorbe o emite un átomo.**

Un ejemplo:

- *Absorción* \Rightarrow *átomo (estado fundamental) + fotón (absorbido) \Rightarrow átomo excitado*
- *Emisión* \Rightarrow *átomo excitado \Rightarrow átomo excitado + fotón (emitido) \Rightarrow átomo (estado fundamental)*

El *estado fundamental* corresponde al *estado de mínima energía*, la configuración “*más cómoda*” para los átomos de un elemento.

El *cambio de energía* estará expresado (entre los *estados de energías* E y E') como:

$$E - E' = \Delta E = h \cdot f$$

y el *cambio del momento lineal* es:

$$p - p' = \Delta p = h / \lambda$$

Estas relaciones fueron propuestas en 1913 por Niels Bohr.

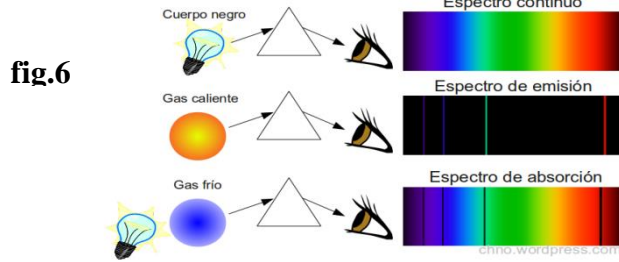


fig.6

En la **fig.6** se muestra el **espectro continuo** producido al observar la **dispersión** de la **luz blanca** que atraviesa un prisma de vidrio. Como se observa, aparecen *todas las frecuencias* (longitudes de onda) **del espectro visible** (desde el rojo al violeta).

A continuación (**fig.6**), tengamos un gas (en este caso *Hidrógeno*) que, por estar *caliente*, sus *átomos están excitados* (niveles de energía altos) y, al producir una *transición hacia niveles de menor energía*, se produce el **espectro de emisión** (del *Hidrógeno*) en el que aparecen *solo algunos colores*: rojo, verde, azul, violeta; correspondientes a las *frecuencias que solo emite el gas* (en este caso *Hidrógeno*) *excitado*.

Finalmente (**fig.6**), se muestra el mismo gas (*Hidrógeno*) pero ahora con *menor temperatura* (*frío*), por lo que sus átomos tienen *niveles de energía bajos*. Al pasar luz blanca por el gas, sus *átomos absorben radiación electromagnética de determinada frecuencia para pasar a niveles de energía superiores*. Se produce el **espectro de absorción** (del *Hidrógeno*), en el que se observan *franja negra para esas frecuencias absorbidas*. Puede verse que *las frecuencias en las que el Hidrógeno emite* (franja de colores en el espectro de emisión) *son las mismas frecuencias que el hidrógeno absorbe* (franja negra en el espectro de absorción).

Los *átomos de elementos distintos producen diferentes espectros de emisión y absorción*. O sea que, estos espectros son las **cédulas de identidad de los elementos**. La técnica que aplica esta propiedad se llama **análisis espectroscópico**.

Definición 1: Cuando **un átomo emite o absorbe energía**, experimenta una transición de un estado estacionario a otro. El estado estacionario de mínima energía es el estado fundamental. Los otros son los estados excitados.

Definición 2: El **espectro de emisión** de un elemento es el espectro de frecuencias de radiación electromagnética emitida, debido a un átomo de ese elemento que realiza una transición de un estado de alta energía (más excitado) a otro de menor energía (menos excitado). (**fig.6** para el Hidrógeno).

Definición 3: El **espectro de absorción** de un elemento muestra la fracción de radiación electromagnética incidente, que sus átomos absorben dentro de un rango de frecuencias. (**fig.6** para el Hidrógeno)

Para cada elemento, el espectro de absorción es el opuesto del de emisión.

Podemos decir que, si los átomos *emiten o absorben en ciertas longitudes de onda* $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots$, o en ciertas frecuencias f_1, f_2, f_3, \dots , nos indica que los *cambios de energía no pueden ser arbitrarios, sino que están limitados a ciertos valores de energía* E_1, E_2, E_3, \dots , de acuerdo a la ecuación:

$$E - E' = h \cdot f$$

Se puede decir entonces que *las transiciones en un átomo están cuantizadas o cuantificadas*.

Los *estados energéticos* de un átomo E_1, E_2, E_3, \dots , se llaman **niveles de energía** del átomo.

Los correspondientes *estados del átomo* se llaman **estados estacionarios** del átomo.

El *estado estacionario de mínima energía* de un átomo es el llamado **estado fundamental** del átomo.

VIII.3. Nociones sobre Relatividad. La velocidad de la luz y la manera de sumar velocidades. El experimento de Michelson y Morley. La Teoría Especial de la Relatividad. La dilatación del tiempo y la contracción de las longitudes. Modificación a las Leyes de Newton. La fórmula más famosa. La Teoría General de la Relatividad

La velocidad de la luz y la manera de sumar velocidades

La luz viaja, en el vacío, a aproximadamente $300000 \text{ km/s} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$. A principio del siglo XVII, Galileo Galilei (italiano, 1564-1642) intentó medirla aunque fracasó por el método empleado, pero aseguró que su *velocidad no podía ser infinita*. La primera estimación de la velocidad de la luz fue realizada por el astrónomo Ole Roemer (danés, 1644-1710) en 1675, que obtuvo un valor de 224000 km/s , observando los eclipses de uno de los satélites de Júpiter (Io). Más tarde se realizaron experimentos terrestres mucho más precisos; Armand Louis Fizeau (francés. 1819-1896) en 1849 logró medir la velocidad de la luz utilizando espejos y una rueda dentada. En 1926, Albert Michelson realizó una medición usando un espejo fijo y otro espejo octogonal rotante. Con esta experiencia, Michelson obtuvo el valor de 299798 km/s , muy cercano al valor actual. *En 1983 se logró establecer, con mucha precisión, que la velocidad de la luz en el vacío es de $299792,458 \text{ km/s}$.*

Con este valor se define el “metro patrón” como la distancia que recorre la luz, en el vacío, durante un intervalo de tiempo de $1/299792458$ de segundos.

Hagamos ahora una importante pregunta: *¿respecto de qué la luz viaja a 299792 km/s ...?* Para llegar a responder esta pregunta hagamos algunas consideraciones: un *sistema de referencia* constituye un laboratorio que contiene todos los instrumentos necesarios para realizar las mediciones.

Un *sistema de referencia* que no está sometido a ninguna fuerza externa se denomina: “*sistema inercial*”. Las *Leyes de Newton*, tal cual las aprendimos en el cursado de Física, son *válidas (solamente) en los “sistemas inerciales”*.

Veamos cómo se relacionan las velocidades medidas en distintos sistemas inerciales. Consideremos el siguiente *ejemplo*: Un hombre camina dentro de un tren a una velocidad de 4 km/h respecto del vagón. Tengamos que el tren se mueve a 60 km/h , siendo esta velocidad *medida respecto del andén*. *¿Cuál será la velocidad del hombre respecto del andén?* Si el hombre y el tren se mueven en el *mismo sentido* será: **64 km/h** ; si el hombre y el tren se mueven en *sentidos opuestos*, la velocidad será de **56 km/h** . Estas serían las respuestas que darían Galileo y Newton; las que pueden resumirse en la siguiente expresión, que indica: *la velocidad total es la suma de la velocidad de arrastre y la velocidad relativa*:

$$\vec{v}_{total} = \vec{v}_{arrastre} + \vec{v}_{relativa} \quad (4)$$

Para el sonido existe un “*sistema de referencia privilegiado*” que es aquel en el cual el medio en que se propaga se encuentra en “*reposo*”. Si, por ejemplo, medimos la velocidad del sonido en el aire cuando hay ráfagas de viento de $22,2 \text{ m/s}$ en la misma dirección y sentido de propagación, la velocidad total de propagación del sonido (respecto del suelo) será:

$$22,2 \text{ m/s} + 343 \text{ m/s} = 365,2 \text{ m/s. (La velocidad del sonido en el aire es de 343 m/s .)}$$

En el caso de la *luz*, es *razonable pensar que se propaga en el vacío* (la luz que nos llega de las estrellas viaja por el espacio interestelar que creemos vacío). Este hecho hace pensar que *no es necesario un sistema de referencia privilegiado* (como para el caso del sonido). Entonces, nos volvemos a preguntar: *¿respecto de qué, la luz se propaga a 299792 km/s ?* Para responder a esta pregunta, los físicos de finales del siglo XIX *plantearon la existencia de un medio* que llenaba todo el espacio y que tenía determinadas propiedades y que era muy poco denso como para *no ser observado directamente*. Además, debía ser capaz de transmitir la luz (y cualquier OEM) a

velocidades altísimas. A este medio se le llamó “*éter*” y por lo tanto: *el sistema de referencia respecto del cual el éter estuviese en reposo sería un sistema privilegiado y estaría salvado el espacio absoluto de Newton.*

El experimento de Michelson y Morley.

Albert Michelson (polaco-estadounidense, 1852-1931) y Edward Morley (estadounidense, 1838-1923) en 1887, realizaron una experiencia (hoy considerada como una de las más importantes en la historia de la Física) para “*demostrar*” la existencia del éter. *Supusieron que el éter existe y que la luz se propaga a la velocidad de 299792 km/s respecto de él.*

El resultado del Experimento de Michelson y Morley fue *negativo*.

Hubo varios intentos de explicar el resultado negativo de este experimento, pero en 1905 nació una nueva Física (una manera diferente de ver el mundo) con la que pudo explicarse la experiencia de Michelson y Morley y muchos otros fenómenos.

La Teoría Especial de la Relatividad

En 1905, Albert Einstein era funcionario de 2da. de la Oficina Federal de Patentes de la Propiedad Intelectual de Berna (Suiza). En ese tiempo tenía 26 años y presentó en la revista científica alemana *Annalen der Physik*, cuatro trabajos que cambiaron (para siempre) la cosmovisión existente. Por esto se conoce (en el ámbito de la Física) al año 1905 como “*El Año Maravilloso*”. Cabe recordar que el año 2005, al cumplirse 100 años de esos trabajos, fue declarado “*Año Internacional de la Física*”, por las Naciones Unidas.

El resultado negativo del experimento de Michelson y Morley le permitió a Einstein afirmar que:

- ✓ *el éter no existe, esto es, no existe un sistema privilegiado para la propagación de la luz;*
- ✓ *no es correcto que la velocidad total sea la suma de la velocidad de arrastre y la velocidad relativa.* La expresión (4) no es cierta.

Galileo Galilei había afirmado, en 1632, que *ningún fenómeno natural, al menos de los conocidos hasta ese momento (los mecánicos), se vería afectado por el moviendo rectilíneo uniforme del sistema en el que ocurre.* Esta afirmación se conoce como el *Principio de Relatividad de Galileo*. Otra forma de enunciar este principio es la siguiente: *no es posible realizar un experimento que detecte el movimiento rectilíneo uniforme.*

La situación no cambió con Isaac Newton, que enunció: *las leyes de la mecánica son equivalentes en todos los sistemas inerciales.*

El escenario cambió a fines del siglo XIX, cuando James Clerk Maxwell terminó de formular la *Teoría Clásica del Electromagnetismo*, concluyendo la tarea comenzada muchos años antes por: Coulomb, Oersted, Ampere, Faraday, entre otros (tal como lo vimos en el Capítulo VII del cursado de Física). Como ya lo dijimos, una de las predicciones más importantes es *la existencia de ondas electromagnéticas que se propagan a 299792 km/s.*

Esto fue el primer indicio de que la luz es una onda electromagnética y de que todos los fenómenos ópticos pueden explicarse en términos de campos eléctricos y magnéticos.

El hecho que exista un valor definido para la velocidad de propagación de las OEM plantea un “dilema” para la Física Newtoniana: *si la teoría del electromagnetismo es válida en un sistema inercial, entonces no podría ser válida en otro sistema inercial que se mueve respecto del primero.* Esto pasaría porque si observamos que la luz se propaga a 299792 km/s en un sistema, en el otro de acuerdo a la ley de adición de velocidades, la velocidad de propagación sería diferente.

En 1905, Albert Einstein resolvió el problema de una manera radical, basándose en *argumentos de simetría de las leyes de la naturaleza* y en el resultado negativo del Experimento de Michelson y Morley. De esta forma enunció los postulados que constituyen la Teoría Especial de la Relatividad:

- ✓ **La velocidad de la luz en el vacío es la misma para todos los observadores inerciales.**
- ✓ **Las leyes físicas tienen la misma forma en todos los sistemas inerciales.** (De este enunciado quedan *excluidos* los sistemas de referencia sometidos a la acción de la *gravedad*).

Estas suposiciones son contrarias a nuestra experiencia cotidiana y a nuestro sentido común. En ese trabajo, Einstein presentó la expresión que indica la forma adecuada para sumar velocidades, considerando (justamente) la constancia de la velocidad de la luz.

$$\frac{v_{\text{arrastre}} + v_{\text{relativa}}}{1 + \frac{v_{\text{arrastre}} \cdot v_{\text{relativa}}}{c^2}} = v_{\text{total}}$$

Analizando esta expresión, cuando las velocidades son bajas comparadas con “*c*”, vale la suma de velocidades de Galileo y Newton (4). Si en la expresión, **reemplazamos *v_{relativa}* y *v_{arrastre}* por “*c*”, el resultado también será “*c*”.**

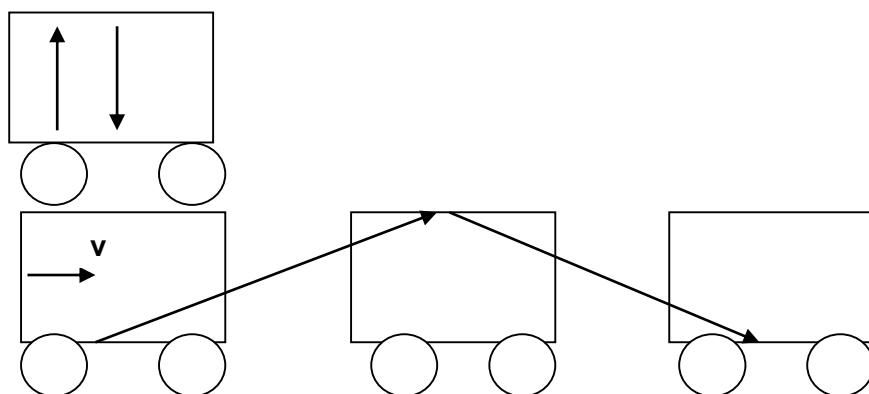
La *Teoría Especial de la Relatividad* es la “**teoría de un absoluto**”: ese “*absoluto*” es la **velocidad de la luz**. Este hecho vuelve “*relativos*” los conceptos más elementales que nuestra experiencia nos hace ver como “*absolutos*”:

- La simultaneidad entre dos sucesos *es relativa* al estado de movimiento de quién los observa.
- La rapidez con que transcurre el tiempo y el tamaño de los objetos *son distintos* a diferentes velocidades.

Estas afirmaciones, en las que el “*espacio*” y el “*tiempo*” *son relativos al estado de movimiento de un observador* hacen que en la *Teoría Especial de la Relatividad* reconozcamos una entidad física denominada; “**espacio-tiempo**” que es **inseparable**. No tiene sentido (bajo el paradigma relativista) espacio y tiempo por separados.

Consecuencias de la Relatividad General - La dilatación del tiempo y la contracción de las longitudes (Material para lectura)

Pensemos (un experimento mental, a los que Einstein acudía muchas veces para argumentar sus ideas) que estamos sentados en el centro de un vagón, y encendemos un puntero LASER que apunta hacia un espejo colocado en el techo, justo sobre nosotros. Medimos el intervalo temporal (*t*) transcurrido hasta que el haz de luz retorna, luego de reflejarse en el espejo (como la imagen siguiente)



Pensemos ahora (imagen) que el vagón se mueve hacia la derecha con velocidad *v*. Para observadores en el andén, la *luz recorre una distancia mayor*, ya que el haz al propagarse hacia el techo también se propaga horizontalmente debido al movimiento del vagón.

De acuerdo con el **principio de constancia de la velocidad de la luz**, para los observadores en el tren y en el andén la velocidad *debe ser “c”*.

Si la velocidad de la luz es la misma y la distancia recorrida es mayor, entonces la conclusión es inevitable: **para los observadores en el andén, el intervalo de tiempo transcurrido (*T*) es mayor.**

La relación entre el *tiempo medido por los observadores en el andén* (T), y el *tiempo medido por el observador en el vagón* (t) es:

$$T = \frac{t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Puede observarse que el resultado de la raíz es *menor que 1* ($c > v$); por lo tanto $T > t$ como habíamos fundamentado. También se observa que si la *velocidad v es mucho menor que c* ($v \ll c$), tenemos que $t = T$. Esto es lo que nos ocurre en nuestra experiencia cotidiana y por eso no observamos la dilatación del tiempo.

Siguiendo el mismo razonamiento (la demostración no es objeto de este apunte), si medimos la *longitud de un objeto (por ejemplo una varilla) en reposo y obtenemos un valor "l"* (longitud propia de la varilla). Si el mismo objeto se desplazara a una *velocidad "v"*, la medición de la longitud sería " L " (medida por un observador que no se mueve con la varilla) resultaría *menor que la longitud propia de la varilla "l"* (medida por el observador en reposo respecto de ella). O sea que:

$$L = l \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Puede observarse que el resultado de la raíz es *menor que 1* ($c > v$); por lo tanto $L < l$. También se observa que si la *velocidad v es mucho menor que c* ($v \ll c$), tenemos que $l = L$, como ocurre para nuestra experiencia cotidiana.

Por lo dicho, estos *fenómenos se manifiestan cuando las velocidades de los objetos son cercanas (aunque menores) a la velocidad de propagación de las OEM, c* . Las expresiones muestran que es imposible que un objeto se mueva con velocidades iguales o mayores a la velocidad de propagación de las ondas electromagnéticas en el vacío, pues carecerían de sentido.

Modificación a las Leyes de Newton

Supongamos que una fuerza constante se aplica a un cuerpo inicialmente en reposo. En los primeros instantes, el cuerpo se comporta de acuerdo a la *2da Ley de Newton* adquiriendo una aceleración constante:

$$a = \frac{F}{m}$$

por lo que su *velocidad aumenta linealmente al transcurrir el tiempo y el movimiento es un MRUA*; si esto ocurre hasta instantes muy grandes, la *velocidad se haría infinita* y; esto es imposible que ocurra. Ahora bien: "si la *fuerza continúa aplicada durante un tiempo suficiente podrá observarse que el ritmo de crecimiento de la velocidad (o sea la aceleración) irá disminuyendo (no será un MRUA)*. **La velocidad del cuerpo se irá aproximando a la velocidad de la luz pero nunca podrá alcanzarla**".

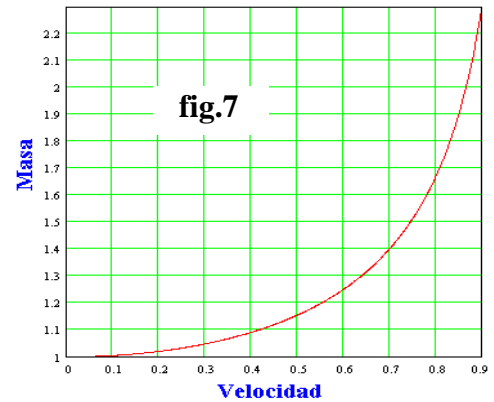
Contrariamente a las Leyes de Newton (que dicen que la *inercia de un cuerpo no varía con el movimiento*) debemos reconocer que la ***inercia del cuerpo aumenta*** (o sea, el cuerpo se opone cada vez más a cambiar la velocidad). Como la "masa" es la medida de la inercia del cuerpo, podemos concluir que: **la masa de un cuerpo aumenta al aumentar la velocidad**. O sea que, en la Física Clásica (de Newton) un objeto sometido a una *fuerza neta exterior constante*, adquiere una *aceleración constante*. En el marco de la relatividad esto *no es posible*, porque la aceleración que adquiere el cuerpo *irá disminuyendo debido a que aumenta su inercia*.

La corroboración experimental de éste y los otros fenómenos es apabullante. Cuando, gracias al avance tecnológico se comenzaron a construir “aceleradores de partículas” (dispositivos que permiten acelerar partículas cargadas eléctricamente a través de campos eléctricos y magnéticos) que permitieron hacer mover partículas a *velocidades cercanas a la velocidad de la luz*; se pudieron corroborar todos estos fenómenos.

Por lo expresado, el paso de las leyes newtonianas a la einsteiniana consiste en remplazar la masa m por otra:

$$m' = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Observemos que, si la velocidad del objeto es mucho menor que la velocidad de la luz, la masa $m' = m$ (lo que ocurre en nuestras experiencias cotidianas y por lo tanto es válida la deducción newtoniana). Pero cuando la *velocidad del objeto se aproxima a la velocidad de la luz*, se tiene que $m' > m$. También puede observarse que nunca v puede ser igual o mayor que c .



En la **fig.7** se muestra cómo evoluciona la relación m'/m en función de la relación v/c .

La fórmula más famosa

En el mismo año 1905, después de haber presentado los artículos antes mencionados, Einstein agregó otro: *¿Depende la inercia de un cuerpo de su contenido de energía?*

Pensemos en dos *objetos idénticos*, cada uno de masa “ m ”, se aproximan uno hacia el otro con igual velocidad “ v ”. Si *después del choque quedan unidos, permanecerán en reposo*. De acuerdo a lo que nosotros sabemos y entendemos, diríamos que la masa del objeto resultante es “ $M = 2m$ ”. Ahora bien, si tenemos en cuenta la modificación de las Leyes de Newton como vimos en el párrafo anterior, es posible entender que la masa del objeto final es:

$$M = \frac{2m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

La masa del objeto final será mayor cuanto mayor es la velocidad antes del choque.

Cuantitativamente, **la energía del movimiento de los objetos antes del choque se convierte en masa en el objeto resultante**. Si llamamos Δm al aumento de la inercia y E a la energía debida al movimiento inicial de los objetos, la relación entre ellos será:

$$\Delta m = \frac{E}{c^2}$$

En el trabajo presentado en 1905, Einstein presentó la siguiente situación: “**si un objeto (inicialmente en reposo) emite dos pulsos de luz en sentidos opuestos, cada uno con energía $E/2$, la masa del cuerpo disminuirá en la cantidad E/c^2** ”

Enunciado: cualquier forma de energía puede transformarse en masa y viceversa. La masa de un cuerpo es una medida de su contenido de energía, si la energía cambia una cantidad “ E ”, la masa cambia en la cantidad “ E/c^2 ”

Por esto, el contenido de energía de un cuerpo de masa “ m_0 ” en reposo es:

$$E_0 = m_0 \cdot c^2$$

que constituye la *fórmula más famosa*. En la expresión, E_0 es la *energía en reposo*. Estos resultados abrieron el camino al desarrollo de la Tecnología Nuclear.

La masa del cuerpo aumenta cuando lo hace la energía total del mismo:

$$\Delta m = \Delta E/c^2$$

Como c es una *constante*, se puede decir que la *masa y la energía son equivalentes* y esa *masa-energía* puede, indistintamente, expresarse en *unidades de energía (E) o en unidades de masa (E/c^2)*.

Además, la expresión $E = m \cdot c^2$ expresa la *conservación de la energía cuando hay conservación de masa*.

Como ejemplo, diremos que en la práctica se acostumbra expresar la masa de un electrón (en reposo) en la unidad electrón-voltio (eV): $1 \text{ eV} = 1,60219 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1 \text{ J/C}$

La energía en reposo del electrón será $E_0 = 9,10956 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot (3 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2$ resultando la energía en reposo, o masa del electrón, expresada en unidades de energía como $E = 0,51 \text{ MeV}$ (MeV: mega electrón-voltio).

La Teoría General de la Relatividad

Todo lo descrito anteriormente es válido en los *sistemas inerciales*, o sea en sistemas para los cuales no existen fuerzas externas actuantes. Por esta razón, la Teoría Especial de la Relatividad no incluye la *“gravedad”*. Ahora bien, si las leyes newtonianas son transformadas y reformuladas en la nueva teoría y, si se debe tener en cuenta la entidad *“espacio-tiempo”*, parece lógico que debe haber una explicación diferente (a la newtoniana) para la *“gravedad”*.

Un nuevo experimento mental, tengamos que nos encontramos dentro de un ascensor en reposo: si soltamos una pelota, caerá hacia el piso por acción de la gravedad. Ahora bien, si el ascensor *está en caída libre*, la *pelota quedará suspendida (flotando) delante nuestro*, ya que *tanto la pelota como nosotros estamos cayendo hacia la Tierra* (o sea, es como si no hubiese gravedad).

De la misma manera, podemos imaginar que estamos en una nave espacial, muy alejada de estrellas o planetas, o sea que *no se encuentre sometida a ninguna fuerza gravitatoria*. Si la nave está en reposo o moviéndose con MRU, es un sistema inercial en ausencia de gravedad. Ahora bien, si la *nave se aceleraría hacia arriba (por ejemplo)*, las cosas dentro de la nave *“caerán” hacia abajo*; como si habría *“gravedad”*. Estas ideas le permitieron a Einstein (1907) enunciar el *Principio de Equivalencia*:

Enunciado: *Las leyes de la física en los sistemas en caída libre son las mismas que en los sistemas inerciales en ausencia de gravedad. O sea, los sistemas en caída libre y los sistemas inerciales son indistinguibles.*

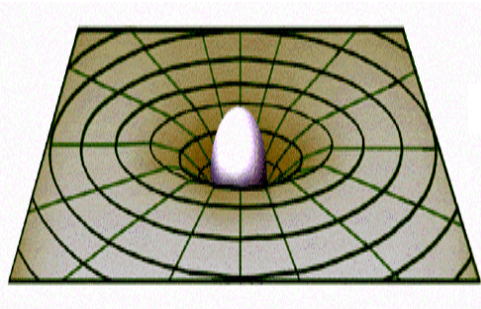
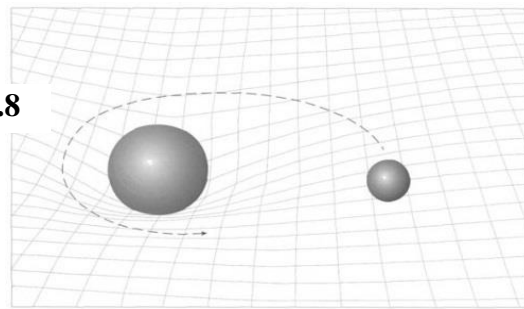


fig.8



En 1916, Einstein formuló la *Teoría General de la Relatividad*, basándose en el *Principio de Equivalencia* y en una serie de ecuaciones (en las que colaboraron otros científicos) que determinan que el *espacio-tiempo tiene una curvatura* y que *esa curvatura es el resultado de la presencia de materia*. Esto es:

la presencia de materia (cuyo contenido es masa-energía) deforma el espacio-tiempo. La curvatura del espacio-tiempo posibilita el movimiento de la materia.

Se suele decir: “*la materia le indica al espacio-tiempo como curvarse y el espacio-tiempo le indica a la materia cómo moverse*”.

Los objetos siguen la trayectoria más recta posible en el espacio-tiempo curvo. En la Fig. 10 se observa una “*masa*” que *deforma (curva)* el “*espacio-tiempo*” y cómo la *trayectoria de un planeta queda determinada por la curvatura que provoca el Sol en el espacio-tiempo.*

La *gravedad*, en la Teoría General de la Relatividad, ***no es una Fuerza***, sino que es la “***curvatura del espacio-tiempo***”. Esto es, la *gravedad está relacionada con una propiedad geométrica del espacio-tiempo*. Además, otro problema que enfrenta la Teoría Gravitacional Newtoniana es que al hablar de “*acción a distancia*”, esa acción se transmite de manera instantánea. Esto *presupone la existencia de una velocidad (para esa transmisión) instantánea e infinita (sin límite)*, lo que *contradice lo visto en la Teoría de la Relatividad Especial*. Entonces, la Teoría de la Gravitación Universal de Newton es incompatible con la Teoría de la Relatividad.

A la ***pregunta*** de: “*¿Por qué cae una manzana?*”

- *Aristóteles dice: “porque busca su lugar natural”*
- *Newton dice: “porque la Tierra ejerce una fuerza de atracción sobre la manzana”*
- *Einstein dice: “porque la Tierra curva al espacio-tiempo en el que cae la manzana”.*

Los planetas que componen el Sistema Solar “caen” en la curvatura del espacio-tiempo provocada por la presencia del Sol, que lo deforma (fig.8)

La Teoría General de la Relatividad fue corroborada por experiencias que dieron lugar a nuevas teorías sobre el Universo, en particular esta teoría es una de las bases en las que se sostiene la *hipótesis del Big-Bang*.

VIII.4. Nociones sobre Mecánica Cuántica: Introducción. Dualidad onda-partícula. El Principio de Indeterminación de Heisemberg. El Modelo Atómico de Bohr. La estructura del Núcleo Atómico. Radiactividad. Período de semidesintegración (Ley de decaimiento radiactivo). Reacciones Nucleares (Fisión y Fusión). Partículas Elementales. Dosimetría

Introducción

Las leyes de la Mecánica Cuántica describen el comportamiento del *mundo microscópico*, en el que los objetos son tan livianos que la *presión que ejerce un rayo de luz*, por tenue que sea, *puede ocasionar desplazamientos bruscos*. Esos objetos (átomos y moléculas que son imperceptibles al ojo humano) se mueven e interactúan unos con otros de manera cualitativamente diferente de como lo hacen las pelotas de tenis, los autos, etc; (los cuerpos de los cuales estamos acostumbrados a describir y explicar sus movimientos).

En Mecánica Clásica es posible *predecir, a partir del estado de movimiento inicial de un cuerpo, su estado en todo instante posterior*. Esa *secuencia de estados determina la trayectoria del cuerpo*.

En Mecánica Cuántica, *esta descripción no funciona ni se aplica*. Los átomos y otras partículas microscópicas no admiten una descripción en la que indicar el estado de la partícula en un momento equivalga a indicar su velocidad y su posición.

En ***Mecánica Cuántica, especificar el estado de una partícula en un momento dado es indicar una probabilidad de que esa partícula esté en un cierto lugar a una cierta velocidad.***

Las leyes de la Mecánica Cuántica fueron establecidas por Erwin Schrodinger (austríaco-irlandés, 1887–1961) y Werner Heisemberg (alemán, 1901–1976) y permiten calcular los cambios

temporales en una **función de onda**. Nos encontramos ante otra gran revolución: **el reemplazo de la idea de trayectoria por una descripción de las probabilidades de las trayectorias**.

Hacia fines del siglo XIX, la descripción de los fenómenos se basaba en un tratamiento “*corpuscular*” o en un tratamiento “*ondulatorio*”. Con esta nueva Física, la descripción matemática del mundo microscópico es un “*híbrido*” de las *descripciones ondulatoria y corpuscular*. Lo curioso es que esto “*funciona a la perfección, pero no está claro qué representa*”. Las entidades del mundo microscópico (las que componen todas las cosas y nuestros cuerpos) son a la vez: **onda y partícula**.

Dualidad onda-partícula

Consideramos la **radiación electromagnética** como fenómeno **ondulatorio** porque puede producir fenómenos de *interferencia* y *difracción* (entre otros). Por otra parte, se ha visto que cuando la radiación electromagnética interactúa con la materia, como en los procesos de *difusión*, *absorción* y *emisión*, se **comporta como si estuviera compuesta por partículas o corpúsculos llamados fotones**, con un *momento lineal* y *energía* dados por:

$$\text{Momento lineal:} \quad p = \frac{h}{\lambda} \quad (5)$$

$$\text{Energía:} \quad E = h \cdot f \quad (6)$$

donde: $h = 6,6256 \cdot 10^{-34}$ J.s es la *Constante de Planck*

λ es la *longitud de onda de la onda electromagnética*

f es la *frecuencia de la onda electromagnética*

Dicho de otra forma: tenemos **dos modelos para la radiación electromagnética**:

a) el ondulatorio y **b) el corpuscular**; ambos ligados por las expresiones (5) y (6).

Estos *modelos son complementarios y se usan en circunstancias diferentes*. Para explicar ciertos fenómenos se considerará la naturaleza **ondulatoria** (fenómenos de reflexión, refracción, interferencia, difracción, polarización) y para explicar otros, la **corpuscular** (fenómenos de interacción entre la radiación y la materia).

En 1924, Louis de Broglie (francés, 1892-1987) planteó la siguiente hipótesis (posteriormente verificada experimentalmente):

*Las **partículas atómicas** (como los electrones, protones y neutrones) se comportan en algunos casos como **ondas** cuya longitud y frecuencia están relacionadas con la cantidad de movimiento lineal y la energía de esas partículas por las expresiones:*

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (7)$$

$$f = \frac{E}{h} \quad (8)$$

Estas *ondas* reciben el nombre de **ondas materiales** (u **ondas de materia**), ya que **están asociadas con las partículas constituyentes de la materia**. Las expresiones (7) y (8) relacionan las *características corpusculares* (p y E) con las *ondulatorias* (λ y f).

Una de las circunstancias de la **dualidad onda-partícula** es la *imposibilidad de localizar una partícula elemental en el espacio*. Esto es: *si queremos ubicar a una partícula, su posición aparece difuminada y esparcida sobre una pequeña región, mostrando así una de las propiedades características de las ondas*.

El Principio de Indeterminación de Heisemberg

La *posición*, como el *momento lineal de la partícula*, o la *energía* de la misma se determina aplicando *consideraciones de probabilidad* mediante el **Principio de Incerteza (o de Incertidumbre) de Heisemberg o Principio de Indeterminación**, que expresa:

Enunciado: *La precisión de la medición experimental simultánea del momento lineal ($m.v$) y la posición de una partícula (x), está limitada por el mismo proceso de medición, en forma tal que:*

$$\Delta p_x \cdot \Delta x \geq \frac{h}{2\pi}$$

donde Δp_x es la **incertidumbre** con la que se conoce el *momento lineal* y Δx es la **incertidumbre** con que se conoce la *posición* y h la Constante de Planck. Ocurre lo mismo con la determinación en los ejes y y z (ya que $m.v$ es una magnitud vectorial).

La restricción no está en la precisión con la que se puede medir x ó p_x , sino en la medición simultánea de ambos, la que produce el producto $\Delta p_x \cdot \Delta x$

En la medición de la energía E y el tiempo t ocurre algo similar:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{2\pi}$$

donde ΔE es la **incertidumbre** en la medición de la *energía*, y Δt es la **incertidumbre** en la medición del *tiempo* (rapidez de cambio del sistema).

El Modelo Atómico de Bohr. Primer Modelo Cuántico del Átomo.

Los *átomos*, si bien *eléctricamente neutros* en su conjunto, constan de un *núcleo central cargado positivamente* y *electrones de carga negativa en movimiento alrededor del núcleo*.

Fue Joseph J. Thomson (inglés, 1856-1940) quien descubrió la *existencia de los electrones* y midió la razón entre su carga eléctrica y su masa. Otro investigador que estudió estas partículas fue Robert Millikan (estadounidense, 1868-1953). Ambos concluyeron que si bien su *masa era muy inferior a la del núcleo*, tenía la *misma carga* (aunque de *signo opuesto*) a la de un *átomo que hubiese perdido un electrón*.

Thomson propuso que la *parte positiva del átomo*, que tiene casi la *totalidad de la masa*; estaba distribuida en *todo el volumen del átomo*, dentro del cual los *electrones se encontraban distribuidos al azar* (como pasas de uva en un budín inglés). Se denominó el modelo del *budín de pasas*.

Experiencias posteriores, de Ernest Rutherford (británico, 1871-1937) y algunos ayudantes (el *experimento de la "lámina de oro" realizado en 1911*), hicieron "descartar (¿?)" el modelo anterior, suplantándolo por otro con un *núcleo central de "enorme" masa* y con *carga positiva*. Rutherford llegó a la conclusión de que la masa del átomo se concentraba en una región pequeña de cargas positivas que *impedían el paso de las partículas alfa* (partículas constituidas por 2 *protones* y 2 *neutrones*).

Sugirió un *nuevo modelo*: en el cual el átomo poseía un *núcleo* o centro en el cual se *concentra la masa y la carga positiva*, y que en la zona extra-nuclear se encuentran los *electrones de carga negativa en un espacio vacío*.

Distintas experiencias indicaron que el *núcleo* era del orden de 10^4 *veces más chico que el propio átomo*. Este núcleo a su vez está formado por dos tipos de partículas: **protones** con *carga eléctrica positiva* y **neutrones** sin *carga eléctrica*. Alrededor de ese núcleo se desplazan los **electrones** con *carga eléctrica negativa* en órbitas más o menos *circulares*. (fig.9), para el átomo de Helio según el modelo de Rutherford).

Modelo atómico de Rutherford

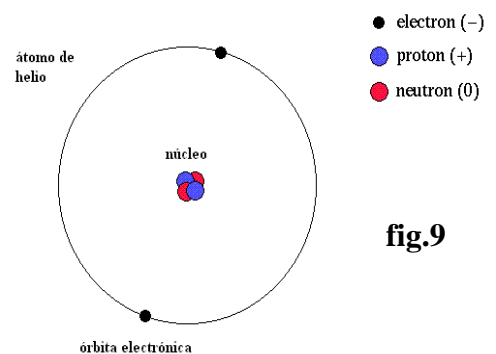
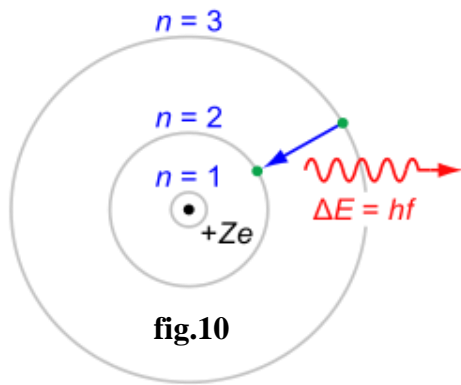


fig.9



Este *modelo presenta un problema*: Si el electrón se mueve en una órbita circular bajo la acción de una *fuerza central (fuerza centrípeta) se acelera* (como vimos en el Capítulo VII) y, el electromagnetismo clásico postula que *debe irradiar energía, lo que provocaría una disminución en la velocidad del electrón y la consecuente disminución del radio orbital, hasta terminar colapsando hacia el núcleo*. Para la Mecánica Clásica no hay limitaciones a los posibles valores de la energía de un electrón en un átomo.

Más adelante, Niels Bohr (danés, 1885-1962) se basó en el *átomo de hidrógeno* para formular el **modelo que lleva su nombre**. Describió el átomo de hidrógeno con *un protón en el núcleo, y girando a su alrededor un electrón*. El **modelo atómico de Bohr** parte conceptualmente del modelo atómico de Rutherford y de las incipientes ideas sobre cuantización que habían surgido unos años antes con las investigaciones de Max Planck y Albert Einstein.

En el Modelo Atómico de Bohr, los *electrones giran en órbitas circulares alrededor del núcleo, ocupando la órbita de menor energía posible, o la órbita más cercana posible al núcleo*. Se muestra el modelo en la **fig.10**.

Bohr supuso que los electrones solamente se podían mover en órbitas específicas, cada una de las cuales está caracterizada por su nivel energético (E), o sea que esas órbitas están **cuantizadas**. Cada órbita puede identificarse mediante un número entero N que toma valores desde 1 en adelante. Este número "N" recibe el nombre de **Número Cuántico Principal**. También supuso que el **momento angular L** de cada electrón está **cuantizado** y sólo puede variar en fracciones enteras de la constante de Planck. De acuerdo al número cuántico principal calculó las distancias a las cuales se hallaba (del núcleo) cada una de las órbitas permitidas en el átomo de hidrógeno.

El Modelo Atómico descrito por Bohr (en 1913) se basa en **3 postulados**:

- **Primer Postulado:** *Los electrones describen órbitas circulares en torno al núcleo del átomo sin radiar energía.*
- **Segundo Postulado:** *No toda órbita para un electrón está permitida, tan solo se puede encontrar al electrón en órbitas cuyo radio verifique que el momento angular L del electrón sea un múltiplo entero de $\frac{h}{2\pi}$*
- **Tercer Postulado:** *El electrón solo emite o absorbe energía en los saltos de una órbita permitida a otra. En dicho cambio emite o absorbe un fotón cuya energía es la diferencia de energía entre ambos niveles. $E - E' = hf$ donde E y E' son las energías de dos órbitas permitidas. (fig.10)*

Si bien, el Modelo de Bohr puede considerarse como el primer modelo cuántico para el átomo y ha permitido establecer la mayor parte de las propiedades atómicas conocidas; actualmente se *ha reemplazado por otro* que tiene en cuenta las propiedades ondulatorias y un núcleo en el cual se incluyen otras partículas además de protones y neutrones.

La estructura del Núcleo Atómico

El núcleo del átomo está compuesto, esencialmente, de **protones y neutrones** agrupados en forma compacta. Su tamaño está entre una *milésima* y una *diezmilésima parte del tamaño del átomo* (aproximadamente $1 \cdot 10^{-14}$ m). En general, se lo denomina *nucleón*.

Definiciones: El número de protones se designa con **Z** y se llama **número atómico**. El número de neutrones se designa con **N**. El total de nucleones (protones + neutrones) se designa con **A** y se llama **número másico**

$$A = Z + N$$

Todos los *núcleos de igual composición* constituyen una especie llamada **nucleido**. El número atómico **Z** define al elemento químico de que se trate.

Definición: Los nucleidos que tienen el **mismo Z** (número de protones) pero **difieren en N** (número de neutrones) se denominan **isótopos**.

Todos los isótopos de un elemento, son átomos del mismo elemento.

Como ejemplo, mencionamos el *hidrógeno*;

- el isótopo más común tiene $A = 1$ ($Z = 1$; $N = 0$);
- luego el llamado *deuterio*, con $A = 2$ ($Z = 1$; $N = 1$);
- y el *tritio*, con $A = 3$ ($Z = 1$; $N = 2$).

Los tres isótopos son “hidrógeno”.

Los *protones* y *neutrones* se mueven, agrupándose en *capas* o *niveles de energía* como los electrones a su alrededor. Debido a su movimiento poseen un *momento angular* y otro de *spin* (significa “giro”, pero no tiene descripción desde el punto de vista clásico, o sea que es una *propiedad cuántica*). En el núcleo actúan fuerzas de corto alcance, llamada **interacción nuclear fuerte**. Esta interacción es la que *permite que el núcleo sea estable*. Como consecuencia, los núcleos que están compuestos por *mayor cantidad de nucleones tienen más posibilidad de ser inestables*. Esa *interacción es atractiva*, independiente de la carga eléctrica de los nucleones, sólo apreciable cuando están muy cerca (por eso es de corto alcance), y alrededor de *100 veces mayor que la interacción electromagnética*.

La *energía de la ligadura* de un núcleo, es decir la energía necesaria para separar un nucleón del núcleo, es del orden de 10^6 veces mayor que la energía de ligadura de un electrón. Esta energía de ligadura nuclear aumenta a medida que es mayor el número de nucleones.

Radiactividad

Así como entre los átomos y moléculas se producen procesos o transformaciones denominadas *reacciones químicas*, los **núcleos atómicos experimentan transformaciones o reacciones nucleares**. La *energía en las transformaciones nucleares es un millón de veces superior a la energía manifestada en las reacciones químicas*.

La **Radiactividad** es una de las transformaciones nucleares: El *número y proporción de configuraciones en que pueden agruparse protones y neutrones para dar lugar a un núcleo estable es relativamente restringido*. La *estabilidad de un núcleo es el resultado de un delicado equilibrio de las fuerzas nucleares (de atracción) y de las electromagnéticas (de repulsión entre los protones)*.

Por otro lado, **un núcleo es más estable cuanto menor es su energía**. Los núcleos con *gran número de nucleones y gran energía nuclear son inestables y tienden espontáneamente a convertirse en núcleos estables*, transformándose. En general, la radiactividad también se da en núcleos de *isótopos* que (por más que tengan *pocos nucleones*) tienen una *diferencia entre la cantidad de protones y de neutrones*. El *proceso de transformación espontánea* se denomina *radiactividad*, y los núcleos que lo sufren se llaman **radiactivos**.

Definición: La **radiactividad** o **radioactividad** es un **fenómeno nuclear espontáneo** por el cual algunos núcleos inestables (llamados radiactivos) emiten radiaciones ionizantes (partículas y radiación electromagnética) tendiendo a convertirse en núcleos estables (mínima energía).

La radiactividad puede ser:

- a) **natural** cuando es manifestada por los isótopos que se encuentran en la naturaleza o;

b) artificial o inducida cuando es manifestada por los radioisótopos producidos en procesos de transformación.

Un *núcleo inestable se transforma en núcleos de menor energía, emitiendo radiación electromagnética y partículas de tres tipos diferentes, denominadas rayos o partículas alfa (α), beta (β), y radiación gamma (γ).* El análisis de estas radiaciones (partículas) demuestra que se tratan de:

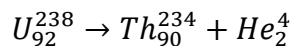
- Rayos **ALFA** (α): son **partículas**, núcleo de Helio (*He*), 2 protones y 2 neutrones.
- Rayos **BETA** (β): son **partículas**, electrones (**beta -**), o positrones (**beta +**).
- Rayos **GAMMA** (γ): es **radiación electromagnética** (fotones).

Desintegración ALFA: Cuando se produce una *desintegración alfa*, el núcleo original (radiactivo) emite una **partícula α (núcleo de Helio)** y el núcleo residual tiene un **número atómico 2 unidades menor** y un **número másico 4 unidades menor que el núcleo original**.

En símbolos:



Ejemplo: el isótopo de Uranio de número másico 238, naturalmente tiene un *decaimiento Alfa*, o sea es un emisor de **partículas α** :

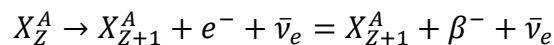


U es Uranio, el *núcleo original* que se *desintegra*, *Th* es Torio que es el *núcleo residual* y *He* es Helio que es la **partícula Alfa**.

Desintegración BETA: Se tienen *dos tipos de desintegración beta*, según sea el núcleo que se desintegra de esta manera; *desintegración beta menos (β^-)* o *desintegración beta más (β^+)*:

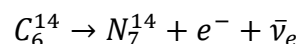
- **Desintegración β^- :** Cuando se produce una *desintegración beta menos (β^-)*, el núcleo original (radiactivo) emite una **partícula β^- (electrón)** y el *núcleo residual conserva el número másico y el número atómico aumenta en una unidad*.

En símbolos:



Esta desintegración se explica aceptando que *en el núcleo original (inestable por haber más cantidad de neutrones que de protones), un neutrón se transforma en protón* y, para eso **emite un electrón** (que sale del núcleo atómico). Esta transformación sucede a causa de una *interacción nuclear (de corto alcance)* llamada **interacción débil** (o **fuerza débil**). Otra cuestión importante de esta desintegración es que *se debe asumir la existencia de una nueva partícula para que no se viole el Principio de Conservación de la Energía*. Esta nueva partícula propuesta teóricamente (pero corroborada en las experiencias) se llama **antineutrino electrónico ($\bar{\nu}_e$)**.

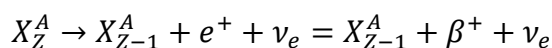
Ejemplo, el isótopo de Carbono de número másico 14 es un emisor β^- :



C es Carbono que es el *núcleo original*, *N* es Nitrógeno que es el *núcleo residual* y *e⁻* es *electrón* que es la **partícula beta (-)** que sale del núcleo y, $\bar{\nu}_e$ es el *antineutrino electrónico*, necesario para la conservación de la energía en el proceso.

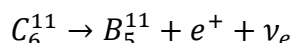
- **Desintegración β^+ :** Cuando se produce una *desintegración beta más (β^+)*, el *núcleo original* (radiactivo) emite una **partícula β^+ (positrón)** y el *núcleo residual conserva el número másico y el número atómico disminuye en una unidad*.

En símbolos:



Esta desintegración se explica aceptando que *en el núcleo original (inestable por haber menos cantidad de neutrones que de protones), un protón se transforma en neutrón y, para eso emite un positrón* (antipartícula del electrón). Esta transformación sucede a causa de una *interacción nuclear* (de corto alcance) llamada *interacción débil* (o *fuerza débil*). Otra cuestión importante de esta desintegración es que *se debe asumir la existencia de una nueva partícula para que no se viole el Principio de Conservación de la Energía*. Esta nueva partícula propuesta teóricamente (pero corroborada en las experiencias) se llama *neutrino electrónico* (ν_e).

Ejemplo: el isótopo de Carbono de número másico 11 es un emisor β^+ :



C es Carbono que es el *núcleo original*, B es Boro que es el *núcleo residual* y e^+ es *positrón* que es la *partícula beta* (+) que sale del núcleo y, ν_e es el *neutrino electrónico*, necesario para la conservación de la energía en el proceso.

- **Desintegración GAMMA:** la *desintegración γ* (o rayos γ) es un tipo de radiación electromagnética y, por tanto constituida por fotones, producida por elementos radiactivos (también aparece en las desintegraciones α y β) o por procesos sub-atómicos como la aniquilación de un par electrón-positrón (partícula-antipartícula). También se generan en fenómenos astrofísicos de muy alta energía.

Un mismo núcleo sólo emite partículas α o partículas β , pero no ambas, aunque sí puede emitir radiación gamma (γ) simultáneamente con alguna de las anteriores partículas.

La materia, en general, expuesta a *partículas α y β y radiación γ* puede absorberla. En la **fig.11** se observa que:

- las *partículas α* recorren pequeñas distancias y pueden ser detenidas por una hoja de papel o la piel;
- las *partículas β* recorren distancia de aproximadamente un metro y son detenidas por pocos centímetros de madera o una hoja delgada de metal;
- las *radiaciones γ* recorren distancias de cientos de metros y son detenidas por una pared gruesa de plomo o cemento;

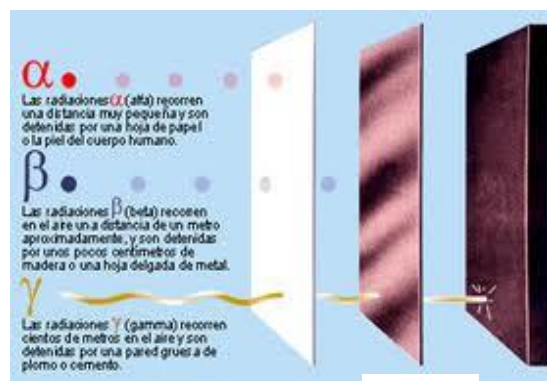


fig.11

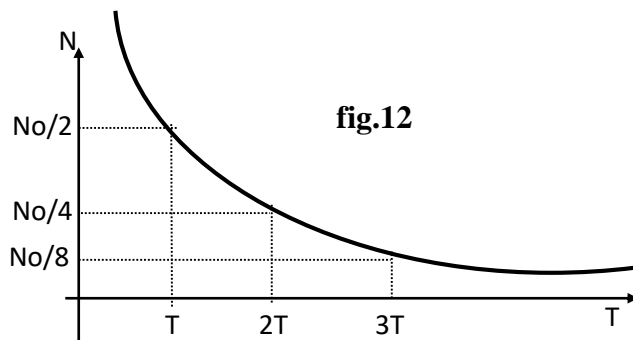
Período de semidesintegración. Ley de decaimiento radiactivo

Tengamos en un recipiente un *elevado número* de *núcleos radiactivos idénticos*. Se observará que *no todos los núcleos se desintegran o transforman simultáneamente*, sino que lo van haciendo en *forma gradual siguiendo pautas fijas*.

Si, por ejemplo, *tenemos inicialmente $1 \cdot 10^5$ núcleos de un nucleido radiactivo* y se determina que en un cierto tiempo T se ha *desintegrado la mitad de ellos*, quedando obviamente la *otra mitad sin desintegrar*, se observará (curiosamente) que en el siguiente intervalo de tiempo T no se desintegran todos los núcleos restantes, sino la *mitad de los que quedaron*, es decir $25 \cdot 10^3$ núcleos, y así sucesivamente.

Es decir, *cada vez que transcurre un tiempo T se desintegran (y se mantienen) la mitad de los núcleos que había al comienzo del intervalo*.

Esto ocurre con todos los elementos radiactivos que existen en la naturaleza, aunque el intervalo de tiempo T varía de un elemento a otro. O sea que *cada nucleido tiene un cierto intervalo de tiempo T , fijo, llamado período de semidesintegración o tiempo de vida media*, tal que cada vez que transcurre T , se **reduce a la mitad** el número de núcleos radiactivos que había al principio del instante T .



Es decir: si empezamos con N_0 núcleos radiactivos, al cabo de T restan $N_0/2$; al cabo de $2T$ serán $N_0/4$; al cabo de $3T$ restarán $N_0/8$; y al cabo de nT serán $N_0/2^n$.

En base a lo dicho, podemos enunciar la **Ley de Decaimiento Radiactivo que resulta de la aplicación de la función exponencial:** (fig.12)

Enunciado: Los núcleos radiactivos (inestables) decaen hacia núcleos más estables siguiendo una ley exponencial

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \quad (9)$$

N expresa el número de núcleos que quedan, si inicialmente había N_0 núcleos inestables; λ es la constante de semidesintegración (depende de cada nucleido) y t es el tiempo. Cabe destacar que este fenómeno de decaimiento es un **fenómeno estadístico**, por lo que debe existir un número grande de núcleos radiactivos iniciales (no tiene sentido mencionar la ley de decaimiento para un único núcleo).

Definición: El Período de semidesintegración o Período de vida media T de un nucleido radiactivo, es el tiempo T en el que se desintegra la mitad de los nucleidos iniciales de la muestra.

Si el tiempo T es la vida media del nucleido, entonces reemplazando en (9):

$$\frac{N_0}{2} = N_0 \cdot e^{-\lambda T} \Rightarrow e^{\lambda T} = 2 \Rightarrow \lambda T = \ln 2 \text{ Finalmente:}$$

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

El período T varía desde fracciones de segundos, para algunos nucleidos, hasta millones de años, para otros.

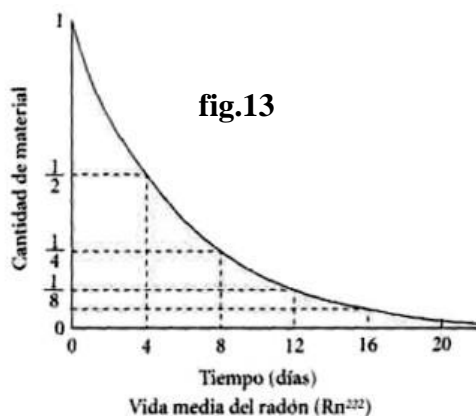
Definición: Se denomina actividad (A) de una sustancia radiactiva al número de núcleos que se desintegran en la unidad de tiempo.

Si en un tiempo Δt se desintegran ΔN núcleos, la actividad A de esa sustancia es:

$$A = \frac{\Delta N}{\Delta t}$$

La actividad se expresa en **curies** (Ci), en homenaje a María Salomea Sklodowska-Curie, conocida como Marie Curie (polaca-francesa, 1867-1934). 1 Ci (curie) es la actividad de una sustancia que se desintegra a razón de $3,7 \cdot 10^{10}$ núcleos por segundo. La actividad de una sustancia es proporcional al número de nucleidos presentes, o sea:

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = - \lambda \cdot N$$



El signo (-) se debe a que disminuye el número de núcleos. Además N también disminuye con el tiempo, reduciéndose a la mitad cuando transcurre un tiempo igual al período de semidesintegración T . En general, las sustancias radiactivas se expresan en función de su actividad, más que en términos de núcleos presentes.

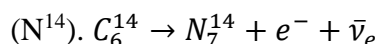
La gráfica de **fig.13** muestra la actividad del Radón: Dado un número N de núcleos inestables de Radón, al cabo de 4 días quedará la mitad de esos núcleos ($N/2$). O sea que el *período de semidesintegración del radón* es **$T = 4$ días**.

El Uranio 235 tiene un *período de semidesintegración* de **$T = 7,038 \cdot 10^8$ años**; el del Carbono 14 es de **5730 años**, el del Cobalto 60 es **5,2 años**; el del Yodo 131 es **8 días**. El *Cobalto 60* se utiliza en los tratamientos de radioterapia y el *Yodo 131* se usa para estudios de tiroides.

Algo más sobre el Carbono-14 y la datación de fósiles: en la naturaleza hay 3 isótopos del Carbono, el Carbono-12, el Carbono-13 y el Carbono-14. Los 2 primeros son estables (el C^{12} es el más abundante y se encuentra en un 98,99%, mientras que el C^{13} tiene una abundancia de solo 1,11%).

El **Carbono-14** (C^{14}) o **radiocarbono**, es un *isótopo radiactivo* del carbono. Su núcleo contiene **6 protones** y **8 neutrones**. Determinaciones realizadas en Cambridge demostraron que el *período de semidesintegración* del Carbono-14 es de **5730 años**. Debido a su presencia en toda la materia orgánica, este *isótopo del Carbono se emplea en la datación de especímenes orgánicos*.

El método de datación por radiocarbono es la técnica, basada en isótopos, más confiable para conocer la edad de muestras orgánicas de menos de 45000 años. Está basado en la *ley de decaimiento exponencial de los isótopos radiactivos*. El isótopo Carbono-14 (C^{14}) es producido de forma continua en la atmósfera, como consecuencia del bombardeo de átomos de nitrógeno por rayos cósmicos. Este *isótopo creado es inestable*, por lo que, espontáneamente se transmuta (decae) en Nitrógeno-14



producto de una *desintegración β* . Estos procesos de generación-degradación de C^{14} se encuentran prácticamente equilibrados, de manera que el isótopo se encuentra homogéneamente mezclado con los átomos no radiactivos en el dióxido de carbono de la atmósfera. El proceso de fotosíntesis incorpora el átomo radiactivo en las plantas, de manera que la proporción C^{14}/C^{12} en ellas, es similar a la atmosférica. Los animales incorporan, por ingestión, el carbono de las plantas.

Ahora bien, *tras la muerte de un organismo vivo no se incorporan nuevos átomos de C^{14} a los tejidos, y la concentración del isótopo va decreciendo conforme va transformándose en N^{14} por decaimiento radiactivo*.

La *masa en isótopo C^{14} , de cualquier espécimen disminuye a un ritmo exponencial*, que es conocido: *a los 5730 años de la muerte de un ser vivo la cantidad de C^{14} en sus restos se ha reducido a la mitad*. Así pues, al medir la cantidad de radiactividad en una muestra de origen orgánico, se calcula la cantidad de C^{14} que aún queda en el material. Así puede ser datado el momento de la muerte del organismo correspondiente. Es lo que se conoce como "edad radiocarbónica" o de C^{14} y se expresa en *años BP (Before Present)*. Las determinaciones por este método se estiman con una incerteza de 1 a 10 años.

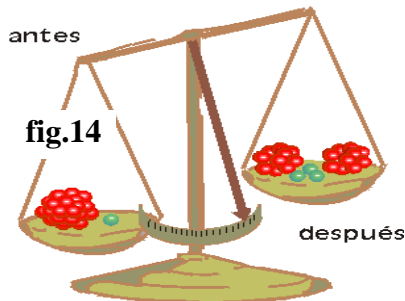
Reacciones nucleares (Fisión Nuclear y Fusión Nuclear)

Una reacción química es un proceso por el cual dos o más moléculas intercambian algunos átomos formando nuevas moléculas. En forma similar, una *reacción nuclear es un proceso en el*

cual dos núcleos chocan y se transforman en núcleos diferentes, intercambiando protones y neutrones.

En toda reacción nuclear se respetan ciertas leyes de conservación, que son: la conservación de la energía; la conservación de la carga y la conservación de los nucleones (número bariónico).

Para que ocurra una reacción nuclear es necesario que los núcleos se aproximen hasta estar prácticamente en contacto. Pero como todos están cargados positivamente, se repelen. Para vencer esta repulsión, los núcleos deben tener *suficiente energía cinética relativa*.



Describiremos dos procesos, la *Fisión Nuclear* y la *Fusión Nuclear*.

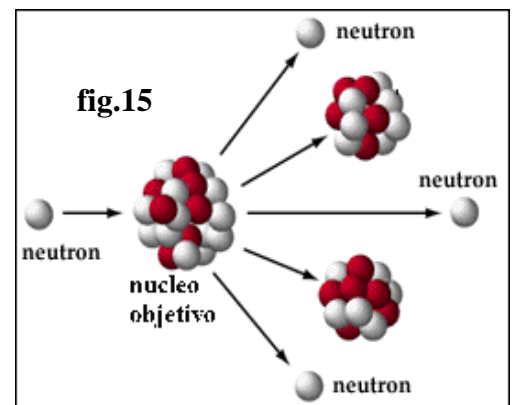
Fisión Nuclear

Cuando una de las partículas que interviene en una reacción nuclear es un *neutrón*, no es necesario vencer la repulsión eléctrica ya que éste *puede penetrar fácilmente en el interior del núcleo* con el cual reacciona.

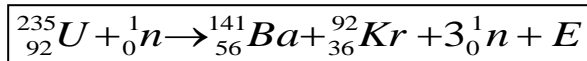
Hay núcleos que, *al ser chocados por neutrones se parten*, es decir se **fisionan**. Esta fisión tiene la propiedad de *liberar energía y otras partículas*. Si pudiéramos “pesar” el núcleo antes de la fisión y luego “pesar” las partes en que se partió, veríamos que *la suma de las masas de todas estas partes es menor que la masa del núcleo inicial*, (fig.14). **Sucede que la masa que falta se convierte en energía:** $\Delta E = \Delta m \cdot c^2$

¿Cómo se manifiesta esta energía? Las partes fisionadas *salen con la velocidad que les da esta energía (adquieren energía cinética)*.

Si un *neutrón* choca con un átomo “pesado” (generalmente con un isótopo de *Uranio* o de *Plutonio*) lo **divide o fisiona** en dos fragmentos más o menos del mismo tamaño. En la reacción quedan libres algunos neutrones, y se *emite energía a través de fotones (radiación electromagnética γ)*. Los fragmentos producidos, en general *inestables*, se desintegran por el proceso de radiactividad, liberando energía. De la naturaleza puede extraerse *Uranio* como “combustible nuclear”, pero el que ofrece mejores propiedades para la fisión es el *Uranio 235*, del que se encuentra en proporciones del 0,72% del *Uranio* natural que se extrae de las minas.



En la **fig.15** y en la expresión



se observa que cuando un *neutrón* choca con un *núcleo* (*Uranio 235*) lo **fisiona** produciendo:

núcleos residuales (*Bario 141* y *Kriptón 92*), *3 neutrones* y **energía** $E = m \cdot c^2$ (radiación electromagnética γ).

Los fragmentos en que se dividen los núcleos no son siempre iguales, y el número de neutrones liberados es variable. El hecho de que cada núcleo fisionado *produzca dos o tres neutrones libres* permite producir la llamada **reacción en cadena**; es decir que, producida la primera fisión, los neutrones liberados dan lugar a nuevas fisiones y así sucesivamente. Puede apreciarse que, si todos los neutrones son aprovechados en producir nuevas fisiones, *el número de núcleos que reaccionan aumenta rápidamente, en progresión geométrica, con el consiguiente desprendimiento de energía*. Por ejemplo: si el tiempo entre dos fisiones sucesivas es de 10^{-8} s, resulta que en 10^{-6} s se producen 100 procesos de fisión; y si en cada fisión se producen dos neutrones, el número total de fisiones es 2^{100} , o sea del orden de 10^{30} fisiones. La energía total producida en esa millonésima de segundos es equivalente a la obtenida quemando $2 \cdot 10^{11}$ toneladas de carbón. La energía liberada es de tal

magnitud que provoca una tremenda explosión. Este es el principio de funcionamiento de la Bomba Atómica.

También se puede mantener una reacción en cadena en forma controlada de modo que la energía se libere poco a poco. Un sistema en el que se produce una reacción controlada se llama **reactor nuclear** (fig.16). En los reactores nucleares se colocan barras de control de algún material que absorba neutrones (por ejemplo, Boro) para limitar la cantidad de fisiones.

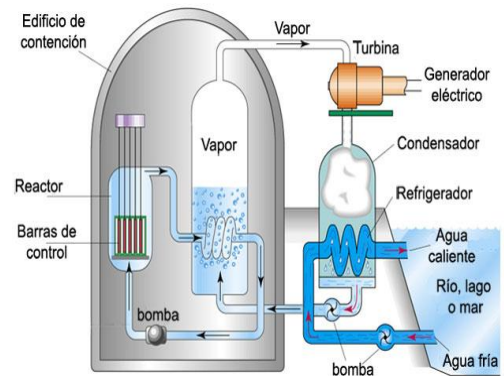


fig.16

La Fisión Nuclear puede usarse de manera pacífica en los **reactores nucleares** para producir energía eléctrica (en las centrales termonucleares) o para la producción de radioisótopos que pueden usarse en medicina. En Argentina, el 7% de la energía eléctrica que usamos se produce en las centrales nucleares de Atucha (Buenos Aires) y Embalse (Córdoba), en Francia el 75%.

Ventajas de las centrales nucleares:

- Alto rendimiento energético.
- Mayor abastecimiento como consecuencia de su alto rendimiento.
- Escasa contaminación atmosférica, ya que sólo emite vapor de agua.

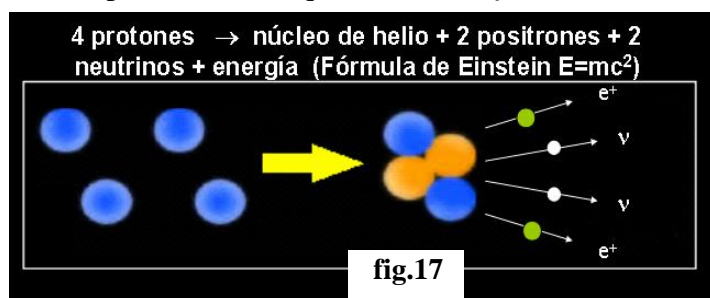
Desventajas de las centrales nucleares:

- Producen residuos radiactivos de muy lenta desintegración (largo período de semidesintegración), necesitan almacenarse.
- Requieren un amplio programa de seguridad.
- Se debe invertir para obtener combustible.
- Suponen una polémica socio-ambiental.
- Un accidente tiene consecuencias devastadoras. Ejemplos: En 1979 Three Mile Island (EEUU); en 1986 Chernóbil, Ucrania (ex-URSS) y en 2011 Fukushima (Japón).

Fusión Nuclear:

La reacción de **fusión** consiste en la **unión de dos núcleos livianos (de poca cantidad de nucleones, o sea de baja energía) para formar núcleos más pesados**. En este proceso se libera cierta cantidad de energía. Por ejemplo: dos átomos de deuterio forman uno de helio.

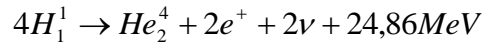
La masa que "falta" en los núcleos atómicos cuando se **fusionan**, juntando todos los nucleones no ha desaparecido, sino que se ha transformado en energía (fig.17), de acuerdo a la famosa relación de Einstein: $\Delta E = \Delta m \cdot c^2$



Para que de una reacción de fusión se desprenda una apreciable cantidad de energía, los núcleos que se fusionan deben estar en forma gaseosa, a una temperatura de millones de grados centígrados y tener una gran densidad. El requerimiento de alta temperatura es para que los núcleos

tengan suficiente energía cinética para chocar y vencer la repulsión eléctrica y deben tener gran densidad para que se produzca una elevada frecuencia de choques. Las reacciones de fusión también se denominan **reacciones termonucleares**.

Las condiciones requeridas se cumplen en el Sol y otras estrellas, en las que la principal fuente de energía es la **fusión de átomos de hidrógeno para formar helio**. Por ejemplo: en el Sol, el proceso de fusión nuclear ocurre en su núcleo, que contiene átomos de Hidrógeno a muy elevadas temperaturas y presiones que permiten que ocurra este fenómeno que seguidamente explicamos como: (Fig. 17)



Se observa en la expresión que: *4 núcleos de Hidrógeno se fusionan*, formando un *núcleo de Helio*, *2 positrones* y *2 neutrinos*; además de $E = 24,86$ MeV (mega electrón-voltios) de energía en forma de radiación electromagnética gamma (γ) cumpliendo con la “fórmula más famosa”. Esta energía son “*fotones*” que son absorbidos y reemitidos muchas veces, hasta que después de miles de años, llegan a la superficie del Sol de donde salen en todas direcciones. Es decir, el combustible del Sol (al igual que el de las demás estrellas) es Hidrógeno en las condiciones mencionadas y tiene cantidad suficiente de éste como para producir energía y estar en condiciones de estabilidad por **8000 millones de años**. Al Sol le queda combustible suficiente por un período de aproximadamente la mitad de ese tiempo.

En la Tierra se han logrado producir reacciones de fusión, pero sólo en cantidades muy pequeñas y por tiempos muy cortos, del orden de 10^{-6} s. Las dificultades para producir estas reacciones son de tipo tecnológico. La fusión presenta, entre otras, la ventaja de utilizar materiales abundantes en la naturaleza, como el *deuterio* (contenido en el agua); además que los productos resultantes no son radiactivos. Por otro lado, la energía liberada por gramo de deuterio es similar a la producida por gramo de uranio.

Partículas elementales (Material de lectura)

Trataremos de describir (someramente) la *estructura íntima de la materia*, o sea cuáles son los “*ladrillos*” *básicos y fundamentales que componen toda la materia*.

Hasta ahora vimos que se puede explicar la estructura del átomo con tres *partículas: protón, neutrón y electrón*. Además, en ciertas condiciones, la interacción electromagnética entre dos cargas se describe como un intercambio de *fotones*. El *fotón es la partícula portadora de la interacción electromagnética entre partículas cargadas*.

En la *desintegración radiactiva beta* aparecen dos partículas adicionales: el *neutrino* (y el *antineutrino*) y el *positrón*. El “*neutrino*” es necesario para satisfacer tres leyes básicas: *conservación de la energía, conservación del momento lineal y conservación del momento angular*. La existencia del “*positrón*” confirma la validez de las ideas relativistas y cuánticas cuando se aplican a las partículas elementales. ***Para cada partícula elemental se encuentra su antipartícula.***

Al perfeccionar los métodos experimentales para estudiar los rayos cósmicos (la radiación que incide sobre la Tierra procedente del espacio exterior) se descubrieron nuevas partículas. La construcción de ***aceleradores de partículas de alta energía*** logró producir varias partículas en laboratorio, a veces predichas y otras insospechadas. *Más de 30 partículas* relativamente estables (con una vida media más larga que 10^{-10} s) han sido identificadas.

Definición: *Una partícula elemental (o fundamental) es una partícula de materia que no posee estructura interna y que se identifican por propiedades: masa, carga y spin.*

El electrón es una partícula elemental.

El protón y el neutrón no son partículas elementales (tienen estructura interna).

Durante la década de 1970, la comunidad científica adoptó un modelo para poder describir (y explicar) todos los fenómenos físicos observados en la Naturaleza. Este modelo se conoce con el nombre de “*Modelo Estándar de Partículas*”. Sin pretender un desarrollo acerca del modelo, podemos decir que refiere a los criterios de *unificación* y *simetría* para describir la *estructura fundamental de la materia y el vacío* formados por ***partículas elementales*** (sin estructura interna) que pueden interactuar a través de ***cuatro interacciones (o fuerzas) fundamentales: fuerza gravitatoria, fuerza electromagnética, fuerza débil y fuerza fuerte***. Las dos primeras, son de *largo alcance* y las dos últimas son de *muy corto alcance* (escala atómica). Cada una de estas interacciones tiene asociada una *partícula mediadora*.

- La **interacción gravitatoria** es la más abundante en el Universo, además de ser la responsable de la caída de los cuerpos a la Tierra, rige el comportamiento mecánico del sistema solar, galaxias, etc, y resulta de la interacción entre **masas**. La partícula mediadora de la interacción gravitatoria (postulada teóricamente, aún no hallada) se llama “**gravitón**”.
- La **interacción electromagnética** está presente en una gran cantidad de fenómenos naturales (tormentas eléctricas, tensión superficial, formación de moléculas, etc) y resulta de la interacción entre **cargas eléctricas**. La partícula mediadora de esta interacción es el “**fotón**”.
- La **interacción débil** es la responsable del *decaimiento nuclear beta* y resulta de la interacción entre la propiedad “**carga débil**”. La partícula mediadora de esta interacción son los “**bosones W y Z**”.
- La **interacción fuerte** es la responsable de la estabilidad de los núcleos atómicos que mantienen a los protones y neutrones por la interacción de una propiedad cuántica llamada “**carga de color**”. Esta interacción se produce debido que los protones y neutrones están formados por **quarks**. La partícula mediadora de esta interacción es el “**gluón**”.

Para este curso vamos a proponer una manera de clasificar las partículas elementales agrupadas en **tres familias**, cada una constituida por cuatro miembros (partículas elementales).

- **Primer familia:** *electrón (e^-), neutrino electrónico (ν_e), quark up (u) y quark down (d).* Toda la materia ordinaria que conocemos se construye con los miembros de esta familia. El *protón* está constituido por 2 quark u y 1 d ; y el *neutrón* está constituido por 1 quark u y 2 quark d .
- **Segunda familia:** *muón (μ), neutrino muónico (ν_μ), quark charme (c) y quark strange (s).*
- **Tercer familia:** *tau (τ), neutrino tauónico (ν_τ), quark botton (b) y quark top (t).*

El *electrón*, el *muón*, *tau* y sus respectivos *neutrinos* son “**leptones**” (livianos). A estas partículas (y a los quarks) se las llaman **fermiones** porque obedecen la estadística de Fermi-Dirac y el Principio de Exclusión de Pauli. Tienen spin fraccionarios. Los protones y neutrones (que no son partículas elementales) se los considera “**bariones**” (pesados).

Las *partículas mediadoras de las interacciones* (gravitón, fotón, bosones W y Z y gluón) son **bosones**, porque obedecen la estadística de Bose-Einstein y no cumplen con el Principio de Exclusión. Tienen spin enteros.

En 1930, Paul Dirac (inglés, 1902–1984) cuando trataba de hacer compatible la Mecánica Cuántica con la Teoría de la Relatividad Especial; llegó a una conclusión muy interesante:

la teoría es matemáticamente consistente sólo si se admite que hay cierta probabilidad de que las partículas se creen y se destruyan.

Por cada **partícula** debe **existir** su **antipartícula**, cuya principal característica es su **capacidad para aniquilarse** con la correspondiente partícula, **convirtiendo toda la masa inicial en energía, radiación γ** (por esto se ha llamado **antimateria**).

Cabe destacar que el **positrón** fue la primera antipartícula observada, en 1933 por el físico Carl Anderson. El positrón (e^+) tiene la misma masa que el electrón (e^-) pero carga eléctrica opuesta; el antiprotón (p^-) tiene la misma masa que el protón (p^+) pero carga eléctrica opuesta; etc.

Dosimetría

Los efectos producidos por la radiación electromagnética, perjudiciales para la salud de las personas, fundamentalmente las que trabajan en instalaciones sometidas a irradiaciones, hace que se necesite una **medida cuantitativa (cantidad o dosis)** para la **radiación absorbida**. La unidad correspondiente adoptada es el **rad (rd)**

Definición: el **rad (rd)** se define como la **absorción de 10^{-2} J de radiación ionizante por cada kilogramo de materia absorbente.**

Se considera *radiación ionizante* a la que transportan ondas electromagnéticas con una longitud de onda *igual o menor a 320 nm* (nanómetros), o sea desde el ultravioleta. Es ionizante porque puede ionizar átomos de estructuras y cambiar su configuración. *Sólo se cuenta la energía absorbida*; así, radiación gamma (γ), por muy energética que pueda ser, que atraviese el cuerpo sin interactuar con éste, *no contribuye a la dosis*.

Un material más denso tiene una capa de semi-atenuación de los rayos γ más pequeña que uno menos denso. *La misma intensidad de radiación da como resultado una mayor dosis en el material más denso*.

Respecto de los efectos que pueden producir radiaciones de *longitudes de onda mayores a 320 nm* (o sea *radiación no ionizante*) no hay acuerdos debido a que no hay “evidencias” certeras de que produzcan daño. De todas maneras se debe tener en cuenta el siguiente “concepto”: **“toda radiación es potencialmente dañina”**.

El *rad* es la unidad física de radiación. Sin embargo, *dosis similares* de *rad* de distintas radiaciones tienen efectos biológicos diferentes. La **eficacia biológica relativa (EBR)** de un tipo particular de radiación es el cociente entre la dosis (en rad) de rayos X o γ y la dosis (en rad) de la radiación que produce el mismo efecto biológico.

RADIACIÓN	E B R
Rx; R β ; R γ	1
Neutrones rápidos y protones	10
Neutrones lentos	4 a 5
Partículas α	10 a 20

En la presente tabla se dan las EBR de varias radiaciones, y se observa que los rayos X tienen la misma eficacia que los rayos β ; y que las partículas α son entre 10 y 20 veces más eficaces.

La unidad biológica de dosis es el **R E M (rad equivalent man)** que se define en función del EBR, según:

$$R E M = E B R \cdot rad$$

Una dosis de 50 rad de partículas α equivale a una dosis, en unidades biológicas, de 500 a 1000 REM. La población, en general, está expuesta a radiación procedente de fuentes naturales y artificiales

FUENTE	dosis (R E M)
Rayos cósmicos	0,044
Material radiactivo procedente de rocas, etc.	0,058
Medicina	0,073
Polvo radiactivo	0,004
Centrales nucleares	$3 \cdot 10^{-6}$
Otras	0,003
Total	0,182

Esta tabla representa la dosis anual media procedente de distintas fuentes recibidas por un habitante de EE.UU.

La agencia de Protección del Medio Ambiente establece **0,17 REM / año** como la *máxima dosis para todo el cuerpo* (exceptuando la natural y la médica) *que una persona puede recibir sin trastornos*.

Establecer los efectos de los bajos niveles es muy complicado, debido a la capacidad de adaptación del cuerpo y a la de recobrase en un determinado período de tiempo. Así, mientras una sola dosis de 1000 REM es fatal, los pacientes de cáncer reciben rutinariamente dosis de 100 REM diarias durante dos o más semanas sin graves efectos patológicos. La siguiente tabla, muestra los efectos de la exposición a diversas dosis de radiación γ sobre el cuerpo.

Dosis (rad)	EFECTO
0 – 25	Inobservable.
25 – 100	Ligeros cambios en la sangre.
100 – 200	Cambios moderados en sangre. Vómitos en el 5 – 50 % de los casos dentro de las tres horas. Recuperación completa a las pocas semanas, excepto en el sistema productor de sangre.
200 – 600	Graves cambios en la sangre. Vómitos en el 50 – 100 % de los casos dentro de las tres horas, pérdida del pelo dentro de las dos semanas, hemorragias e infecciones. Muerte en el 0,8 % de los casos dentro de los dos meses.
600 – 1.000	Graves cambios en la sangre. Vómitos en el intervalo de una hora; pérdida de pelo, hemorragias e infecciones. Muerte en el 80 – 100 % de los casos dentro de los dos meses.

Bibliografía utilizada en la construcción de los apuntes

- Alonso M.; Finn E. (1986). “Física. Mecánica”. (Volumen I). Addison-Wesley Iberoamericana. Edición revisada y aumentada. EEUU.
- Alonso M.; Finn E. (1986). “Física. Campos y Ondas”. (Volumen II). Addison-Wesley Iberoamericana. Edición revisada y aumentada. EEUU.
- Alonso M.; Finn E. (1986). “Física. Fundamentos Cuánticos y Estadísticos”. (Volumen III). Addison-Wesley Iberoamericana. Edición revisada y aumentada. EEUU.
- Blackwood O. y otros. (1965). “Física atómica general”. Eudeba. Argentina.
- Cerejido, M. (2012). “Elogio del desequilibrio”. Siglo XXI Editores. Argentina.
- Creus E.; Massa M.; Cortés A. (1998). “Mecánica”. UNR Editora. Argentina.
- de Florían D. (2006). “Una expedición al mundo subatómico”. Eudeba. Plan Nacional de Lectura. Argentina.
- Dova M. T. (2015). “Qué es el Bosón de Higgs”. Paidós. Argentina.
- Fermi, E. (1985). “Termodinámica”. Eudeba. Argentina.
- Feynman R. (1971). “The Feynman Lectures on Physics”. Fondo Educativo Interamericano. Colombia.
- Frumento A. (1995). “Biofísica”. Mosby/Doyma Libros. España.
- Giancoli D. (2008). “Física para Ciencias e Ingeniería”. (Volumen I). Pearson Educación Addison Wesley. Cuarta Edición. México.
- Giancoli D. (2008). “Física para Ciencias e Ingeniería”. (Volumen II). Pearson Educación Addison Wesley. Cuarta Edición. México.
- Grunfeld V. (1991). “El Caballo Esférico. Temas de Física en Biología y Medicina”. Lugar Científico. Argentina.
- Harari D.; Mazzitelli D. (2006). “100 años de relatividad”. Eudeba. Plan Nacional de Lectura.
- Hewitt P. (2004). “Física Conceptual”. Pearson Educación Addison Wesley. Novena edición. México.
- Maiztegui A. (1977). “El umbral de la relatividad”. Edit. Kapelusz. Argentina.
- Maiztegui A.; Gleiser R. (1980). “Introducción a las mediciones de laboratorio”. Editorial Kapelusz. Argentina.

- Martínez J. M. y otros. (2013). “Energía: características y contextos”. Instituto de Formación Docente – Ministerio de Educación – Presidencia de la Nación. Programa Nacional de Escritura en Ciencias. Argentina
- Máximo A.; Alvarenga B. (1998). “Física General, con experimentos sencillos”. Oxford University Press. Cuarta edición. México.
- Niello, J. (2006). “El universo de las radiaciones”. Eudeba. Plan Nacional de Lectura. Argentina.
- Resnick, R.; Halliday D.; Krane K. (1996). “Física”. (Volumen 1). Compañía Editorial Continental. Cuarta edición. México.
- Resnick, R.; Halliday D.; Krane K. (1996). “Física”. (Volumen 2). Compañía Editorial Continental. Cuarta edición. México.
- Rojo A. (2013). “Borges y la Física Cuántica”. Siglo XXI Editores. Argentina.
- Rojo A. (2013). “La Física en la vida cotidiana”. Siglo XXI Editores. Argentina.
- Schaposnik, F. (2014). “Qué es la Física Cuántica”. Paidós. Argentina.
- Schrodinger, E. (1997). “La naturaleza y los griegos”. Tusquets Editores. Colección: Libros para pensar la ciencia. España.
- Serway R.; Jewett (Jr). (2008). “Física para ciencias e ingeniería”. (Volumen 1). CENGAGE Learning. Séptima edición. México.
- Serway R.; Jewett (Jr). (2008). “Física para ciencias e ingeniería”. (Volumen 2). CENGAGE Learning. Séptima edición. México.
- Tippens P. (1990). “Física. Conceptos y Aplicaciones”. Mac Graw Hill. Tercera Edición. México.
- Vedia L. (2014). “Filosofía de la Ciencia y la Tecnología”. Eudeba. Facultad de Ingeniería UBA. Argentina.