Unidad 1

FUNDAMENTOS DE ELECTROTECNIA

ELECTROTECNIA Y MÁQUINAS ELÉCTRICAS

(INGENIERÍA MECÁNICA)
M - 14

Ing. Julián J. Ronco (Prof. Adj.)
Ing. Jorge C. Ronco (Prof. Adj.)
Mauro Curli (Aux.)

ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

1.1 INTRODUCCIÓN

REPASO DE LOS FUNDAMENTOS BÁSICOS DE LA ELECTRICIDAD

La carga eléctrica es una propiedad fundamental de la materia que poseen algunas partículas subatómicas. Esta carga puede ser positiva o negativa. Todos los átomos están formados por protones (de carga positiva) y electrones (de carga negativa). Cuando un cuerpo está cargado, los átomos que lo constituyen tienen un defecto o un exceso de electrones.

En el Sistema Internacional, la unidad de carga eléctrica discreta y se mide en Culombio (C):

$$e = -1,602 \times 10^{-19} C \quad o \quad 1\ C = -6,24 \times 10^{18} e$$

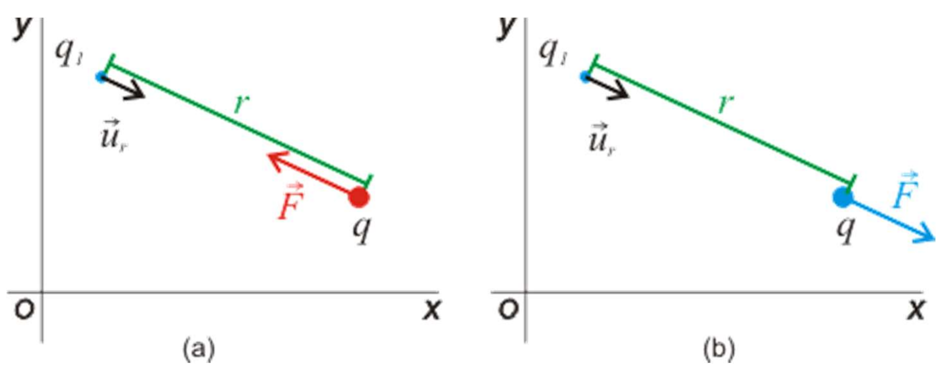
La presencia de una carga perturba el medio ambiente y da lugar a la posibilidad de efectos de fuerza en dicha región. Comúnmente se dice que en esa porción del espacio estamos en presencia de un Campo Eléctrico.

La fuerza que una carga puntual (**q_1**) ejerce sobre otra carga **q**, ambas en reposo y separadas por una distancia **r**, se denomina fuerza electrostática y viene dada por la ley de Coulomb:

$$\vec{F} = K \frac{q_1 . q}{r^2} \vec{u}_r \qquad K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9.10^9\ Nm^2C^{-2}$$

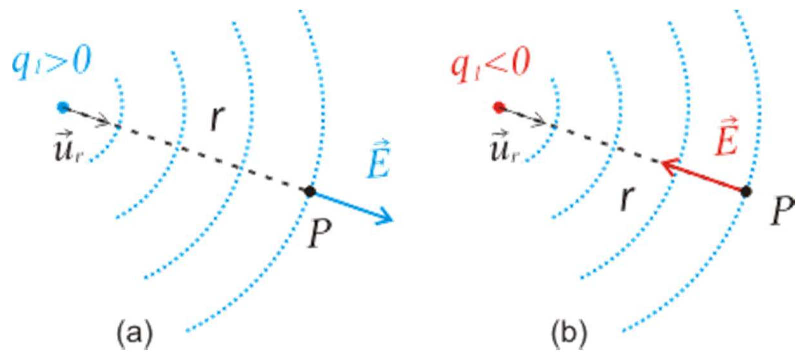
$$\varepsilon_0 = 8,854.10^{-12}\ C^2N^{-1}m^{-2}$$

donde:
- K es una constante denominada constante electrostática que depende del medio
- ε_0 es la permisividad eléctrica del vacío
- [F] = Newton ; [q_1] ; [q] = Coulomb ; [r] = metro



El vector **u_r** es un vector unitario que va desde la carga **q_1** a la carga **q** de modo que cuando ambas cargas tienen distinto signo (figura (a)) la fuerza electrostática es de atracción, mientras que si tienen el mismo signo la fuerza electrostática es de repulsión (figura (b)).

Si la carga **q** se encontrase en presencia de **N** cargas puntuales, la fuerza total sobre ella sería la resultante de todas las fuerzas que ejercen sobre ella las **N** cargas. Esta perturbación que se crea en torno a ella se representa mediante un vector denominado ***Campo Eléctrico*** (**E**).



Campo eléctrico creado en el punto P por una carga de fuente q_1 positiva (a) y por una otra negativa (b).

El campo eléctrico E creado por la carga puntual $\mathbf{q_1}$ en un punto cualquiera P se define como:

$$\vec{E} = K\frac{q_1}{r^2}\vec{u}_r$$

donde: $\mathbf{q_1}$ es la carga creadora del campo (carga fuente), **K** es la constante electrostática, **r** es la distancia desde la carga fuente al punto P y $\mathbf{u_r}$ es un vector unitario que va desde la carga fuente hacia el punto donde se calcula el campo eléctrico (P).

El campo eléctrico depende únicamente de la carga fuente (carga creadora del campo) y en el Sistema Internacional se mide en N/C o V/m.

Una vez conocido el campo eléctrico E en un punto P, la fuerza que dicho campo ejerce sobre una carga de prueba **q** que se sitúe en P será:

$$\vec{F} = q\,\vec{E}$$

En forma más general, el campo eléctrico puede ser calculado mediante el Teorema Electrostático de Gauss:

$$\Phi = \oint_S \vec{E}\ d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

A nosotros nos interesan más las cargas en movimiento que las estáticas, y particularmente, aunque no exclusivamente, en aquellas situaciones en que dicho movimiento queda confinado a un camino definido conformado por materiales tales como cobre o aluminio, que son "buenos conductores de la electricidad".

Por el contrario, otros materiales (porcelana, vidrio, mica, en determinadas condiciones el aire, etc.) resultan "malos conductores eléctricos" y se los denomina aislantes o dieléctricos, y se los utiliza para confinar la circulación de cargas a caminos específicos denominados circuitos.

Corriente eléctrica

Cuando sobre un conductor se aplica un campo eléctrico, las cargas experimentan una fuerza y por tanto están en movimiento. La corriente eléctrica es el flujo de estas cargas en movimiento a través del conductor, y la intensidad de corriente eléctrica **I** es una magnitud escalar:

$$\boldsymbol{i = \frac{dq}{dt}} \qquad\qquad \boldsymbol{I = \frac{Q}{\Delta t}}$$

donde Q es la cantidad de carga eléctrica (medida en Culombios) que atraviesa una sección de un conductor por unidad de tiempo. La unidad de corriente eléctrica en el Sistema Internacional es el Amperio (A).

Utilizamos letras minúsculas para las magnitudes que varíen en el tiempo y mayúsculas para las que no lo hacen.

Históricamente se creía que la corriente eléctrica estaba producida por el movimiento de las cargas positivas, y por ello se adoptó como sentido de la corriente eléctrica el contrario al que en realidad llevan los electrones (cargas que en verdad se mueven). Esta convención sigue manteniéndose en nuestros días.

Diferencia de potencial

Del mismo modo que debe haber una diferencia de presión de agua para hacerla fluir entre dos puntos, también debe haber una diferencia de potencial para “mover” cargas (o sea generar una corriente eléctrica) de un punto hacia otro; así como un camino de circulación.

La diferencia de potencial $\mathbf{V_{ab}}$ es el trabajo o energía asociada al desplazamiento de una unidad de carga positiva (1Coul) desde un punto **a** hasta un punto **b**. Así:

$$\boldsymbol{W = V_{ab} \times q} \qquad \text{[Joule] = [Voltio] x [Coul]}$$

La diferencia de potencial asociada a una fuente de energía eléctrica se llama Fuerza Electromotriz (fem). Las letras más usadas para indicar una fuerza de potencial son u, e, v.

La unidad de diferencia de potencial es el Voltio (V) o sus derivados, kilovoltio (kV), milivoltio (mV), etc.

Podemos mencionar como fuentes de energía eléctrica a: generadores propiamente dichos, pilas, baterías, par termoeléctrico, célula fotoeléctrica, etc.

Potencia y Energía

La Potencia, sabíamos, es la cantidad de Trabajo por unidad de Tiempo:

$$\boldsymbol{p = \frac{dW}{dt} = v\,\frac{dq}{dt} = v.i} \qquad \text{[W] = [V] x [A]}$$

Si como sucede en ambos casos la corriente y la tensión son funciones del tiempo, la Energía total implicada en la transmisión será:

$$W = \int_0^t p\, dt = \int_0^t v.i\, dt$$

[W x seg] ó [Joule] ; ó sus derivados: [Wh] (vatio-hora), [kWh] (kilovatio-hora), etc.

Para los casos en que la tensión y la corriente son valores constantes:

Energía = V . I . t

Los instrumentos para medir las magnitudes indicadas hasta el momento son:

- Coulombímetro (cargas)
- Voltímetro (diferencia de potencial)
- Amperímetro (intensidades)
- Medidor de energía (ídem)
- Megóhmetro (aislación)
- Puentes de Wheastone, Kelvin, Industrial, etc. (resistencias)

1.2 CIRCUITOS DE CORRIENTE CONTINUA

1.2.1 ELEMENTOS DE LOS CIRCUITOS

Al analizar los circuitos pueden considerarse una o más tensiones aplicadas (causas o fuentes de energía) como la causa que da origen a corrientes (efectos). El problema más general consiste en interrelacionar esas causas – efectos.

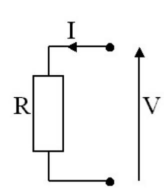
<u>Resistencia</u> (R)

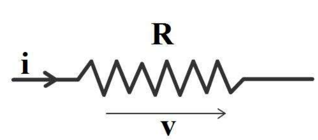
Es la oposición que ofrece todo cuerpo al paso de la corriente, depende en mayor o menor grado de la constitución atómica y/o molecular de cada material.

La resistencia eléctrica se mide en Ohmios (Ω) y los multiplicadores usados son: (μΩ), (mΩ), (kΩ), (MΩ).

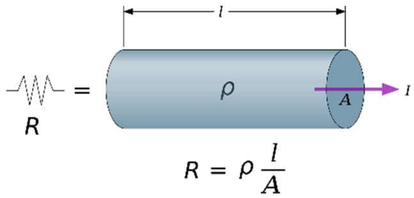
Este elemento requiere una tensión directamente proporcional a la corriente que circula por él:

$$V = R.I$$





Matemáticamente, la resistencia de un conductor eléctrico filiforme (donde l >> A) se puede calcular de acuerdo a la siguiente expresión:



$$\Delta V = \rho \cdot l \cdot J = \left(\frac{\rho \cdot l}{A}\right) \cdot I = RI$$

donde:
- **ρ** es la resistividad del material [Ω.m]
- **l** es la longitud del conductor [m]
- **A** es el área de la sección transversal del conductor [m^2]

Por otra parte, la resistencia de un material conductor depende de la temperatura conforme la siguiente expresión:

$$\boldsymbol{R_2 = R_1[1 + \alpha_1(t_2 - t_1)]}$$

donde:
- **α_1** es el coeficiente de variación de la resistencia del material a la temperatura t_1.

En general, entonces:

$$\boldsymbol{R_1 = R_0[1 + \alpha_0(t_1 - t_0)]}$$

$$\boldsymbol{R_2 = R_0[1 + \alpha_0(t_2 - t_0)]}$$

Por lo tanto: $$\boldsymbol{\frac{R_1}{R_2} = \frac{[1+\alpha_0(t_1-t_0)]}{[1+\alpha_0(t_2-t_0)]}}$$

En el caso del cobre, por ejemplo: $\alpha_{Cu\ 20°C}$ = 0,00393 ; α_0 a t_0 = 20°C

Por lo tanto: $$\boldsymbol{R_1 = R_2\left[\frac{(234{,}5+t_1)}{(234{,}5+t_2)}\right]}$$

De esta última expresión se desprende que para una temperatura t_1 de -234,5°C obtenemos los denominados ***superconductores*** (R_1 = 0).

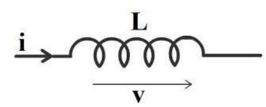
Tabla de resistividad y coeficiente de temperatura de algunos metales y materiales :

	METALES Y MATERIALES	*Resistividad (ρ) a 20 ℃ en / $\cdot mm^2/m$*	Coeficiente de Temperatura (α)
CONDUCTORES□	COBRE	**1/58 = 1,724138 x 10^{-2}**	**3,93 x 10^{-3}**
	ALUMINIO	**1/35,7 = 2,857 x 10^{-2}**	**4,07 x 10^{-3}**
	PLATA	**1,47 x 10^{-2}**	**3,8 x 10^{-3}**
	HIERRO	**9,71 x 10^{-2}**	**4,5 x 10^{-3}**
	PLOMO	**20,65 x 10^{-2}**	**4,3 x 10^{-3}**
	ACERO	**20 x 10^{-2}**	**5 x 10^{-3}**
	WOLFRAMIO	**5,65 x 10^{-2}**	**4,5 x 10^{-3}**
	ORO	**2,44 x 10^{-2}**	**3,4 x 10^{-3}**
	PLATINO	**10,6 x 10^{-2}**	**3,93 x 10^{-3}**
	AGUA SALADA	**2 x 10^{5}**	**disminuye**
	CARBÓN	**3,5 x 10**	**-0,5 x 10^{-3}**
AISLANTE□	AGUA DESTILADA	**5 x 10^{9}**	-----
	MADERA	**10^{14} - 10^{17}**	-----
	VIDRIOS	**10^{16} - 10^{20}**	-----
	PORCELANA	**10^{14}**	-----
	CAUCHO	**10^{21}**	-----
	ACEITE DE TRANSF.	**2 x 10^{20}**	-----
	CUARZO	**7,5 x 10^{23}**	-----
	DIAMANTE	**>10^{17}**	-----
	TEFLÓN	**>10^{19}**	-----
	AGUA TOTALMENTE PURA	**182.000 M| $\cdot$ mm²/m**	-----

Inductancia (L)

Es elemento pasivo requiere una tensión directamente proporcional a la derivada de la corriente con respecto al tiempo. En este caso, la constante de proporcionalidad se llama ***Inductancia*** (***L***), y se mide en Henryos [Hy].

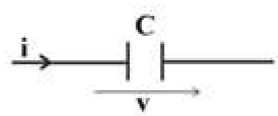
$$v = L.\frac{di}{dt}$$



Capacidad (C)

El tercer elemento pasivo requiere una tensión proporcional a la integral de la corriente respecto del tiempo. A la inversa de la constante de proporcionalidad se la denomina ***Capacidad*** (***C***), y se mide en Faradios [Fd].

$$v = \frac{1}{C}.\int i\,dt$$



Todos los circuitos eléctricos están constituidos por combinaciones de los tres tipos de elementos pasivos presentados (R, L y C), aunque no necesariamente deben estar todos presentes.

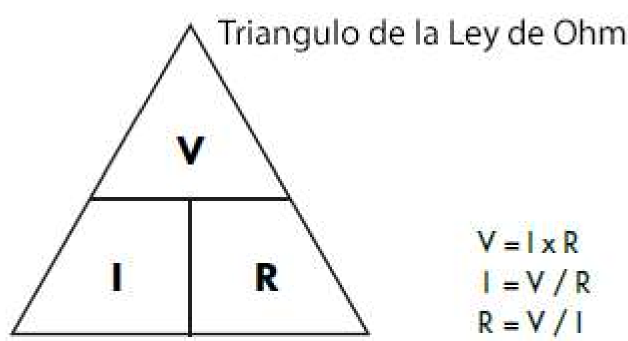
Cuando se aplica repentinamente una tensión a un circuito, la corriente termina por alcanzar un comportamiento final que se denomina Régimen Estacionario o Permanente. Este régimen no se alcanza inmediatamente, sino que lo hace luego de un cierto tiempo llamado Régimen Transitorio.

El curso se ocupará fundamentalmente del estado o régimen permanente.

1.2.2 LEY DE OHM

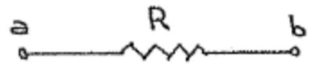
Esta ley establece la relación matemática, directamente proporcional, entre la tensión aplicada a una resistencia y la corriente que la atraviesa:

$$V = R.I$$

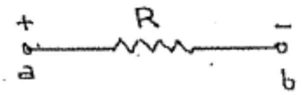


La resistencia eléctrica de un elemento indica el grado de oposición del mismo a la circulación de una corriente a través de él.

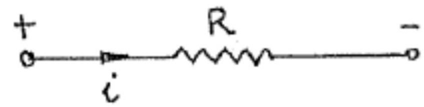
<u>Simbología</u>



si el potencial de **a** > **b** indicaremos



Los protones "iríen" de **a** hacia **b**



La manifestación de la presencia de una resistencia en el circuito, al pasar la corriente a través de ella, en la práctica significa generación de calor y pérdida de energía. La potencia disipada en una resistencia (calor/pérdidas) será:

$$\boldsymbol{p = v.i = (R.i).i = R.i^2 = {v^2}/{R}}$$

La energía perdida será:

$$\boldsymbol{W = \int p.dt = \int v.i\,dt = \int R.i^2\,dt}$$

y si la corriente es constante: $\boldsymbol{W = R.I^2.t = \left({V^2}/{R}\right).t}$

1.2.3 LEYES FUNDAMENTALES DE LOS CIRCUITOS LEYES DE KIRCHHOFF

a) <u>Primera Ley K.</u>: La suma algebraica de todas las corrientes que llegan a un nodo es igual a la suma algebraica de todas las corrientes que salen del nodo:

$$\boldsymbol{\sum I\,(entran) = \sum I\,(salen)} \qquad \text{o} \qquad \boldsymbol{\sum I\,(todas) = 0}$$

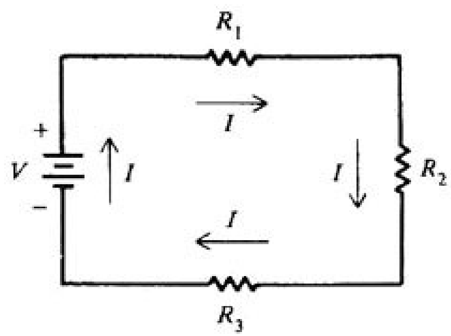
b) <u>Segunda Ley K.</u>: en toda malla, la suma algebraica de todos los voltajes deber ser igual a la suma algebraica de las caídas de tensión en todas las resistencia intercaladas a lo largo de la malla:

$$\boldsymbol{\sum V = \sum I.R} \qquad \text{o} \qquad \boldsymbol{\sum V - \sum I.R = 0}$$

1.2.4 CIRCUITOS ELECTRICOS

Dos o más elementos eléctricos pueden interconectarse de dos formas básicas: serie o paralelo; o bien una combinación de ambas.

Conexión Serie → cuando las cargas están conectadas de tal manera que están recorridas por la misma corriente eléctrica.



R_1; R_2; y R_3 están en serie

$$V = I.R_1 + I.R_2 + I.R_3$$

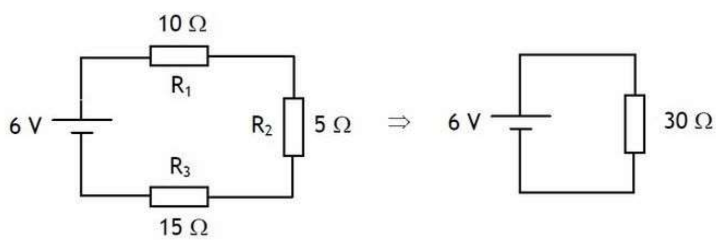
$$V = I.(R_1 + R_2 + R_3)$$

Resistencia equivalente serie:

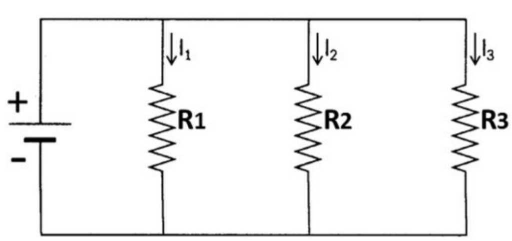
$$R_e = V/_I = R_1 + R_2 + R_3$$

$$R_e = R_1 + R_2 + R_3$$

Ejemplo:



Conexión Paralelo → cuando las cargas se conectan de tal manera que sus bornes están a la misma diferencia de potencial.



R_1; R_2; y R_3 están en paralelo

$$I_T = I_1 + I_2 + I_3$$

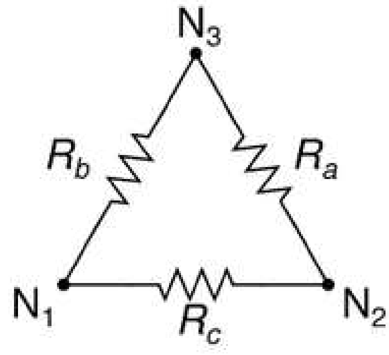
$$I_T = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3}$$

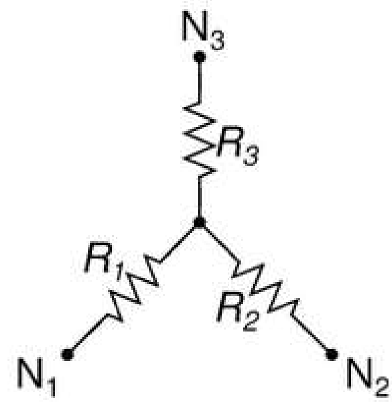
Resistencia equivalente serie:

$$\frac{I_T}{V} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) = \frac{1}{R_e} \qquad \rightarrow \qquad \frac{1}{R_e} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)$$

Existen también ciertas redes cuyas configuraciones no pueden resolverse como combinaciones serie – paralelo únicamente. En general, dichas configuraciones se resuelven utilizando la transformación estrella – triángulo o viceversa, como se señala en la siguiente figura:

TRANSFORMACIÓN Y-Δ DE RESISTENCIAS





Transformación de Delta (Δ) a Estrella (Y)

$$R_1 = \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_2 = \frac{R_a R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_3 = \frac{R_a R_b}{R_a + R_b + R_c}$$

Transformación de Estrella (Y) a Delta (Δ)

$$R_a = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_1}$$

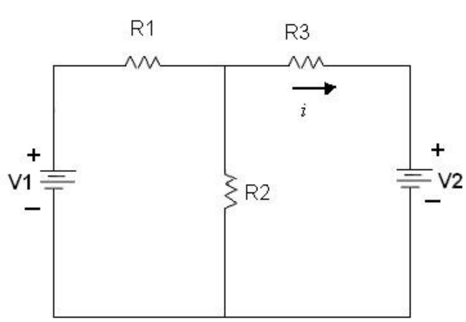
$$R_b = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_2}$$

$$R_c = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_3}$$

1.2.5 PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN

La corriente en una rama de un sistema eléctrico **lineal** con varias fuentes de tensión, puede ser calculada como la suma algebraica de las corrientes producidas en dicha rama por la actuación de cada una de las fuentes actuando independientemente. Por lo que cuando actúa una fuente de tensión, las otras se pasivan cortocircuitándose.

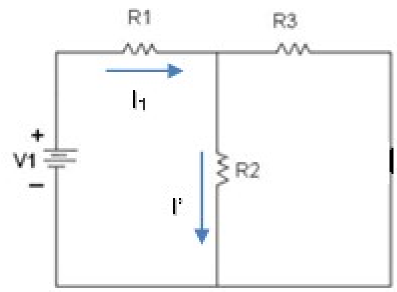
Ejemplo: calcular la corriente de la rama R_2 aplicando el principio de superposición.



$R_1 = 20\Omega$; $R_2 = 6\Omega$; $R_3 = 5\Omega$

$V_1 = 140V$; $V_2 = 90V$

Actuando la fuente de 140V

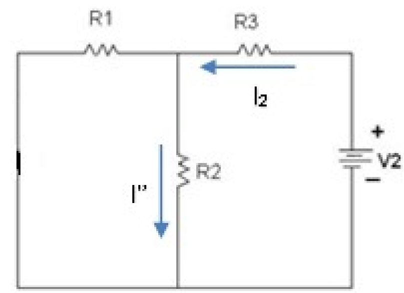


$$I_1 = \frac{140}{20 + \frac{5.6}{11}} A = \frac{140.11}{250} A$$

Por divisor de corriente:

$$I' = I_1 . \frac{5}{11} A = \frac{140.11}{250} . \frac{5}{11} A = 2{,}8A$$

Actuando ahora la fuente de 90V



$$I_2 = \frac{90}{5 + \frac{20.6}{26}} A = \frac{90.26}{250} A$$

$$I'' = I_2 . \frac{20}{26} A = \frac{90.26}{250} . \frac{20}{26} A = 7{,}2A$$

Entonces:

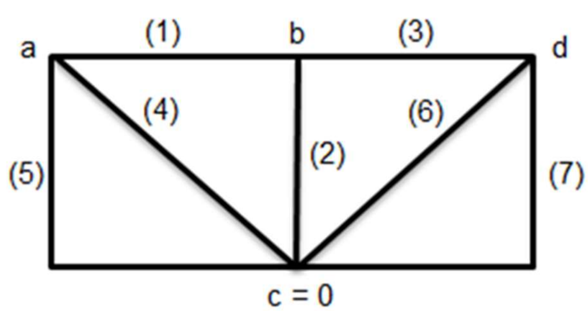
$$I = I' + I'' = 2{,}8A + 7{,}2A = 10A$$

1.2.6 MÉTODOS DE SOLUCIÓN DE CIRCUITOS ELÉCTRICOS

Los circuitos eléctricos lineales más complejos, podrán resolverse mediante diferentes técnicas de solución. A continuación se presentan algunas de ellas.

Método de NUDOS:

Se basa en las Leyes de Kirchhoff y la Ley de Ohm. Se deben plantear (n-1) ecuaciones. La ley de formación de ecuaciones sigue los siguientes pasos:



Pasos:

1) Tomar un nodo de referencia y darle el valor de potencial cero. En este caso $V_c = 0$

2) Planteo de la ecuación para el nodo (a) de la siguiente manera:

$$U_a\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}\right)-U_b\left(\frac{1}{R_1}\right)-U_c\left(\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}\right)=\frac{E_1}{R_1}+\frac{E_4}{R_4}+\frac{E_5}{R_5}$$

E_1; E_4 y E_5 son las fuentes de las ramas 1; 4 y 5 respectivamente, las cuales se deben considerar positivas si su borne positivo está del lado del nodo en estudio.

3) Análogamente para el nodo (b):

$$-U_a\left(\frac{1}{R_1}\right)+U_b\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)-U_c\left(\frac{1}{R_2}\right)-U_d\left(\frac{1}{R_3}\right)=\frac{E_1}{R_1}+\frac{E_2}{R_2}+\frac{E_3}{R_3}$$

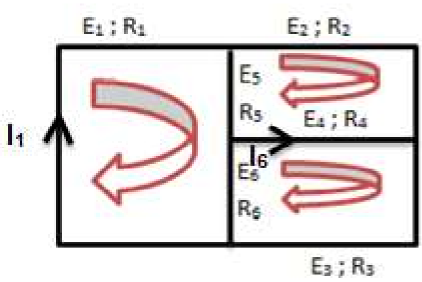
4) Para el nodo (d):

$$-U_b\left(\frac{1}{R_3}\right)-U_c\left(\frac{1}{R_6}+\frac{1}{R_7}\right)+U_d\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_6}+\frac{1}{R_7}\right)=\frac{E_3}{R_3}+\frac{E_6}{R_6}+\frac{E_7}{R_7}$$

Si en una rama hubiera una fuente de tensión y resistencia cero, no podría plantear la ecuación de ese nodo (ya que estaría dividiendo por cero), pero se tiene una incógnita menos.

<u>Método de MALLAS</u>:

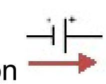
Este método reduce el cálculo de circuitos lineales a la resolución de (m-n-1) ecuaciones *independientes*.



$$E_1+E_5+E_6=i_1(R_1+R_5+R_6)-i_2.R_5-i_3.R_6$$

$$E_2+E_4+E_5=-i_1.R_5+i_2.(R_2+R_4+R_5)-i_3.R_4$$

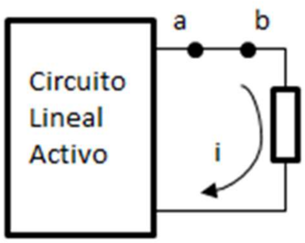
$$E_3+E_4+E_6=-i_1.R_6-i_2.R_4+i_3.(R_3+R_4+R_6)$$

Las **E** serán positivas si se encuentran en la misma dirección  que el sentido de circulación de la corriente ficticia. El coeficiente de la corriente ficticia en estudio será positiva. El coeficiente de las corrientes ficticias que interactúan con la que se encuentra en estudio será positivo si tiene el mismo sentido en dicha rama que la que está en estudio, caso contrario será negativa. Para el caso presentado, la corriente real **I_1** será igual a la **i_1**.

Como ejemplo de cálculo: $\boldsymbol{I_6 = i_3 - i_2}$

1.2.7 TEOREMA DE THEVENIN

Es válido para sistemas lineales. Permite conocer lo que ocurre en una rama de un circuito sin resolver el resto del sistema.



si abro el circuito →

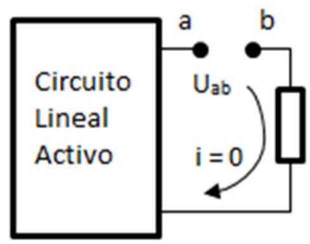


Fig. 1: Representa el circuito en estudio

Fig. 2: aparece una d.d.p.

Si coloco entre a y b una fuente de valor V_{ab}, se está en la misma situación representada en la Fig. 2:

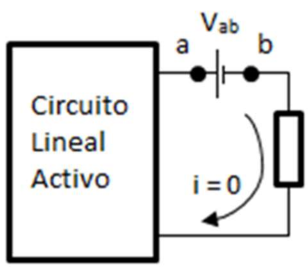


Fig. 3: V_{ab} que emula un circuito abierto

Si se coloca otra fuente en oposición (del mismo valor V_{ab}) retornaría a las mismas condiciones originales:

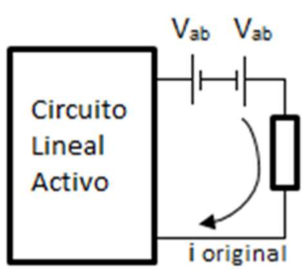
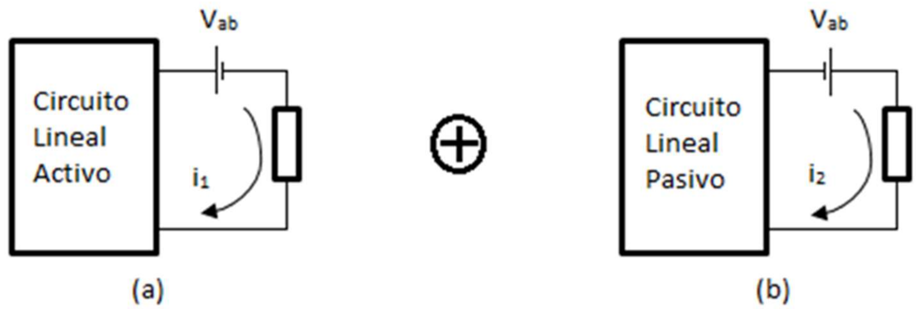


Fig. 4: circuito equivalente al original

"Viendo" el circuito inicialmente en estudio como al representado por la Fig. 4; es posible resolverlo como la *superposición* de los que a continuación se muestran:

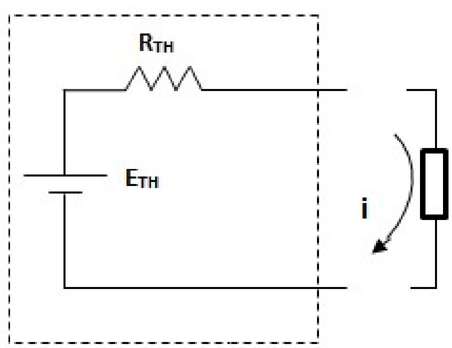


donde $\boldsymbol{i = i_1 + i_2}$

Pero hemos visto que el sistema (a) corresponde a la Fig. 3 donde i = 0; por lo tanto:

$$\boldsymbol{i = i_1 + i_2 = 0 + i_2 = i_2}$$

Thevenin: para resolver la situación de dos terminales en un circuito lineal, basta con resolver un sistema formado por una tensión (V_{ab}) que se denomina $\mathbf{E_{TH}}$ (FUENTE DE THEVENIN) Y UNA $\mathbf{R_{TH}}$ (RESISTENCIA DE THEVENIN):



Resumiendo:

- Para calcular E_{TH} se abre la rama en estudio y por cualquier método conocido se calcula la diferencia de potencial V_{ab} que se presenta (circuito activo).
- Para calcular R_{TH} se pasiva el sistema y se calcula la resistencia vista o equivalente entre los bornes a y b.

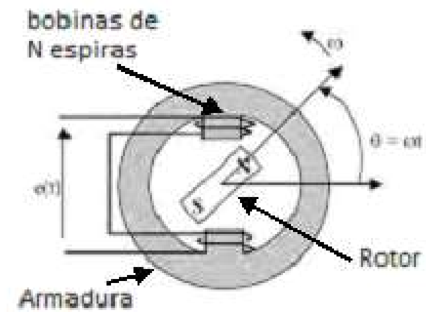
1.3 TENSIONES Y CORRIENTES ALTERNAS

1.3.1 GENERACIÓN DE TENSIÓN ALTERNA MONOFÁSICA

Una tensión (o corriente) alterna es aquella cuya magnitud varía en el tiempo en forma periódica y cuya polaridad cambia continuamente a una frecuencia específica.

El proceso más elemental de generación de una tensión alterna se muestra en la siguiente figura:

El aparato consiste en una armadura fija de hierro, llamada estator; una parte móvil o rotor que es impulsada por un motor. Sobre el estator se han colocado una o más bobinas donde aparece la tensión generada. El rotor puede consistir en un imán permanente (en generadores de muy pequeña capacidad) o en una bobina con núcleo de hierro, que al ser recorrida por una corriente continua crea un campo magnético (electroimán).



Al girar el rotor, la bobina “va cortando líneas de campo” y por Ley de Faraday se induce una f.e.m.:

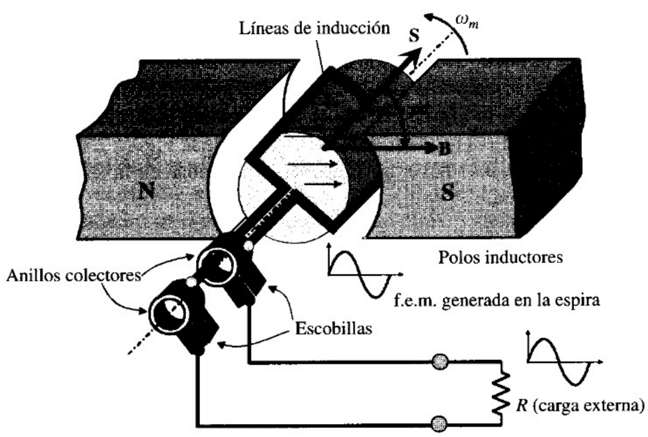
$$e = -N\frac{d\emptyset}{dt}$$

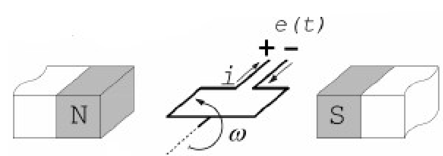
que por Ley de Lenz, si cerráramos el circuito, daría origen a una corriente que a su vez crearía un campo magnético opuesto a la causa que lo produce.

Durante la rotación pasan los polos magnéticos del rotor en forma alternativa (N y S) frente a los conductores activos de la bobina. En tal circunstancia la polaridad de la tensión generada cambiará durante una revolución del rotor, produciéndose una tensión alterna periódica.

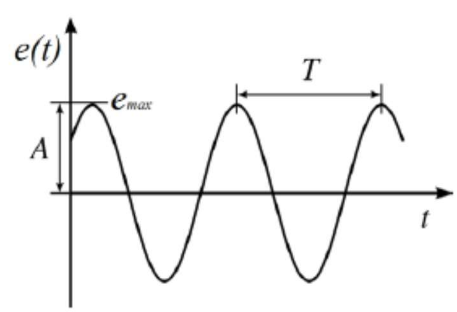
En todos los generadores se precisa una gran cuidado de diseño para conseguir que la forma de onda de la tensión resulte lo más senoidal posible.

Otra forma de conseguir una tensión de estas características, sería si la bobina girase y el campo fuese fijo:





La forma de onda de la tensión generada será:



T: Período [seg], corresponde 2π radianes eléctricos.

$$e = E_{max}\,\mathrm{sen}(\omega t)$$

Definiciones:

- ***e(t)***: valor instantáneo de fem (Volt)
- $e_{máx}$ [***V***]: valor máximo de fem
- ***ω*** [rad.s^{-1}]: pulsación o frecuencia angular
- ***Período*** (***T***): tiempo que tarda en tomar una serie completa de valores positivos y negativos.
- ***Ciclo***: serie completa de valores positivos y negativos.
- ***Frecuencia*** (***f***): número de ciclos por segundo; [ciclo/seg] = 1/seg = [Hertz]

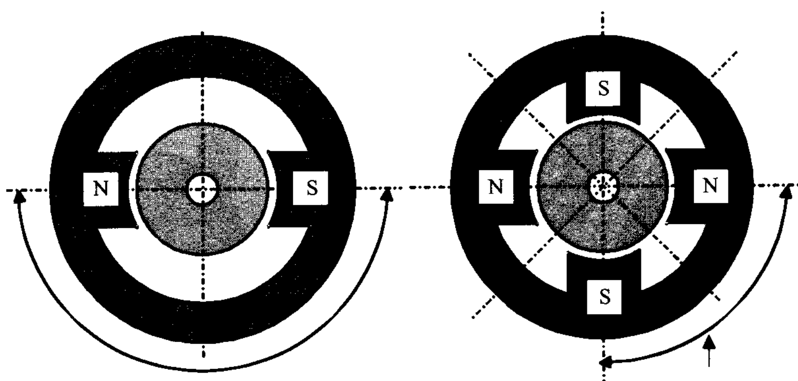
Si el generador tiene dos polos, el giro de 360° geométricos corresponde a un ciclo y el tiempo en dar ese giro es T (período). La velocidad angular de giro del rotor será:

$$\omega = 2\pi/T \text{ [rad/seg]}$$

Si el generador tiene cuatro polos, un giro de la máquina de 180° geométricos corresponderá a un ciclo y un tiempo T. O bien, se producirá un período completo de la fem alterna cada media revolución.

La velocidad de giro de la máquina será ω = π[rad. geom.]/T [rad/seg] pero el ángulo eléctrico girado será 2π radianes eléctricos:

$$\omega = 2\pi/T \text{ [rad. eléc./seg]}$$



1 par de polos (Pp) 2 Pp = 4 polos

La tensión generada tendrá la forma: $\boldsymbol{e = E_{max}\,\mathbf{sen}(\omega t)}$

y se deduce que la relación entre la velocidad mecánica de la máquina y la frecuencia de la f.e.m. alterna generada es:

$$\omega = 2\pi f = p\omega_{mec} = p2\pi\frac{n}{60} \qquad \text{es decir:} \qquad f = \frac{np}{60}$$

VALOR MEDIO DE UNA TENSIÓN O CORRIENTE (V_{med})

"*El Valor Medio V_{med} de una corriente es equivalente al de una corriente continua que haría circular la misma cantidad de carga en el mismo tiempo*"

Matemáticamente, se define como la media algebraica de los valores instantáneos durante un semiperíodo:

$$I_{med} = \frac{1}{T/2}\int_0^{T/2} i\, dt = I_{máx} \cdot \frac{2}{\pi}$$

El valor medio de una onda senoidal es cero, dado que la semionda positiva es igual y de signo contrario a la semionda negativa.

VALOR EFICAZ DE UNA TENSIÓN O CORRIENTE (V_{ef})

"*El Valor Eficaz V_{ef} de una corriente alterna es el valor de una corriente continua que haría disipar la misma potencia sobre la misma resistencia*"

Matemáticamente, se define como la raíz cuadrada de la media de los cuadrados de los valores instantáneos alcanzados durante un período o ciclo completo:

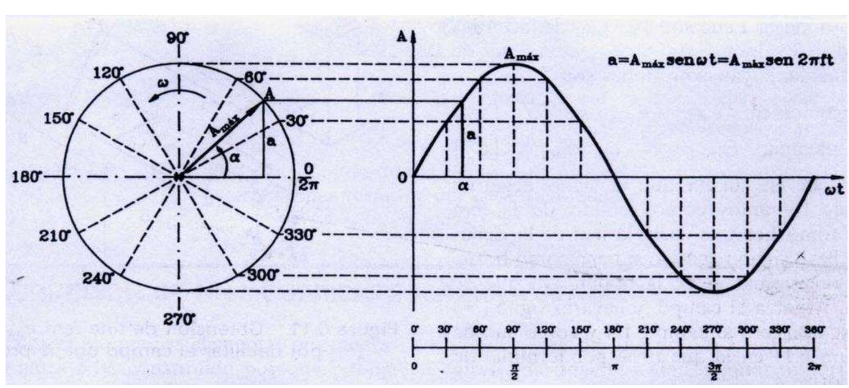
$$I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2\, dt} \qquad V_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v^2\, dt}$$

En el caso de corrientes y tensiones senoidales:

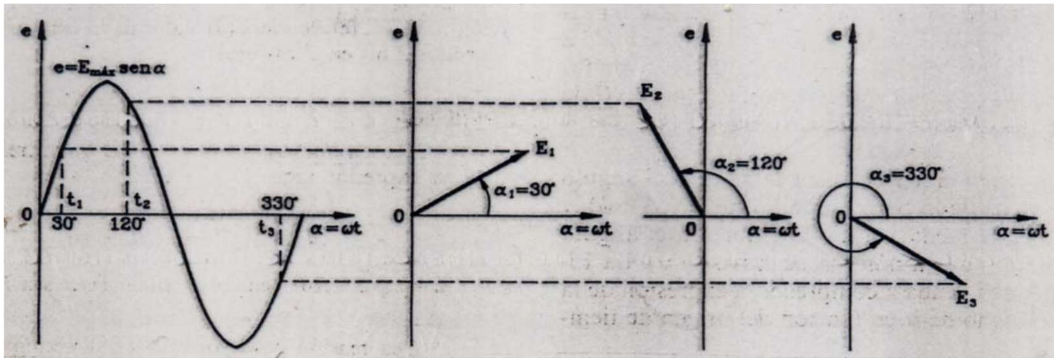
$$I_{ef} = \frac{I_{máx}}{\sqrt{2}} \qquad V_{ef} = \frac{V_{máx}}{\sqrt{2}}$$

1.3.2 REPRESENTACIÓN VECTORIAL

Matemáticamente, una función seno (senoide) se puede representar por la proyección sobre el eje vertical (a) de un vector giratorio, OA, como se aprecia en la figura:



Supongamos una tensión $e = E_{máx}\ \text{sen}\ \omega t$:



La onda de tensión se ha dibujado a la izquierda, mientras que en la derecha se dibuja un vector $E_{máx}$ (de módulo $\sqrt{2}\, E_{ef}$), en diferentes instantes. En el instante inicial, tiempo t_1, forma un águlo φ_1 con la horizontal, y su proyección sobre el eje vertical será:

$$E_{máx}\ \text{sen}\ \varphi_1 = \sqrt{2}\, E_{ef}\ \text{sen}\ \varphi_1$$

Si $E_{máx}$ gira en sentido anti-horario con velocidad angular ω rad/seg. Al cabo de un tiempo t, el vector $E_{máx}$ se encontrará formando un ángulo con la horizontal igual a $\omega t + \varphi_1$ y su proyección sobre el eje vertical será:

$$E_{máx}\ \text{sen}(\omega t + \varphi_1) = \sqrt{2}\, E_{ef}\ \text{sen}(\omega t + \varphi_1)$$

Se puede observar que: el valor instantáneo de la tensión **e** en el tiempo **t** tiene, por lo tanto, el mismo valor instantáneo que la proyección vertical del vector giratorio.

A esta forma de representación se la denomina "***diagrama vectorial o fasorial***".

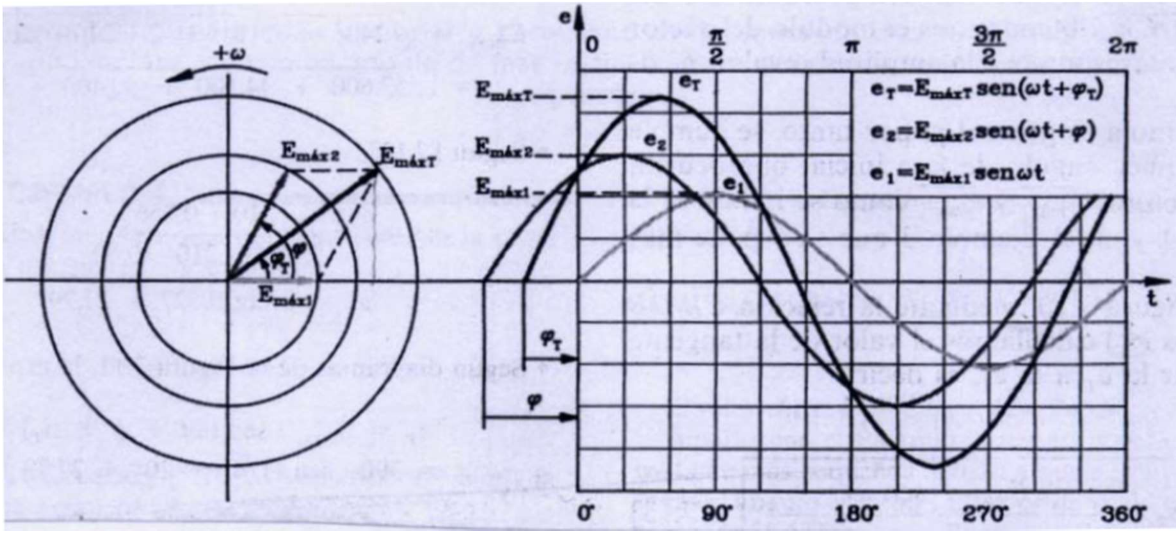
SUMA DE DOS ONDAS SENOIDALES

Supongamos querer sumar las tensiones de dos elementos en serie, como las ejemplificadas anteriormente, tal que:

$$e_1 = \sqrt{2}\, E_1\ \text{sen}(\omega t + \varphi_1)$$

$$e_2 = \sqrt{2}\, E_2\ \text{sen}(\omega t + \varphi_2)$$

$$e = e_1 + e_2$$



Como se aprecia en la figura, en el instante inicial la tensión e_1 está pasando por el eje horizontal, o sea $\varphi_1 = 0$; mientras que e_2 posea un desfasaje con respecto al mismo de φ_2. Para este instante:

$$e_1 + e_2 = \sqrt{2}\, E_1 \sin\varphi_1 + \sqrt{2}\, E_2 \sin\varphi_2$$

Si determinamos la suma de los vectores $E_{máx1}$ + $E_{máx2}$ tendremos el vector $E_{máx}$ que por propiedades vectoriales, su proyección sobre el eje vertical será $\sqrt{2}\, E_1 \sin\varphi_1 + \sqrt{2}\, E_2 \sin\varphi_2$

El vector $E_{máx1}$ gira a la misma velocidad que el $E_{máx2}$, por lo tanto sus posiciones relativas no variarán; en consecuencia, tampoco cambiará la posición relativa de $E_{máx}$. En todo momento, la proyección vertical del vector $E_{máx}$ será igual a la proyección vertical del vector $E_{máx1}$ más la proyección vertical del $E_{máx2}$.

Así entonces: $E_{máx1}$ representa la onda e_1

$E_{máx2}$ representa la onda e_2

y $E_{máx}$ representa la onda $e_1 + e_2$

Una ventaja de esta representación es que el origen de tiempos para analizar el sistema puede elegirse arbitrariamente, ya que las posiciones relativas no se modificarán.

Para obtener entonces el fasor $E_{máx}$ tendremos que hacer la suma (método del paralelogramo de suma de dos vectores) de $E_{máx1}$ + $E_{máx2}$, siendo:

$$E_{máx1} = \left(\sqrt{2}\, E_1 \cos\varphi_1\, ; \sqrt{2}\, E_1 \sin\varphi_1\right)$$

$$E_{máx2} = \left(\sqrt{2}\, E_2 \cos\varphi_2\, ; \sqrt{2}\, E_2 \sin\varphi_2\right)$$

$$E_{máx} = \left(\sqrt{2}\,E_1 \cos\varphi_1 + \sqrt{2}\,E_2 \cos\varphi_2\,;\sqrt{2}\,E_1 \sin\varphi_1 + \sqrt{2}\,E_2 \sin\varphi_2\right) = \left(E_{máx\,x}; E_{máx\,y}\right)$$

por lo tanto, la expresión temporal de la onda resultante será del tipo:

$$\boldsymbol{e = \sqrt{2}\,E\ \ \mathrm{sen}(\omega t + \varphi)}$$ donde

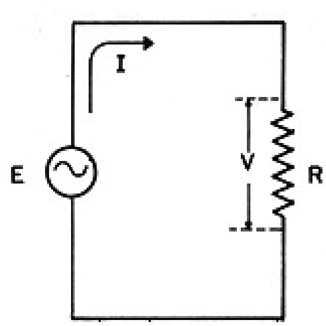
$$\boldsymbol{\sqrt{2}\,E = \sqrt{E_{máx\,x}^2 + E_{máx\,y}^2}} \qquad \boldsymbol{\varphi = \tan^{-1}\frac{E_{máx\,y}}{E_{máx\,x}}}$$

<u>NOTA</u>: al vector giratorio se lo denomina FASOR.

1.3.3 PARÁMETROS R, L Y C. LEY DE OHM EN CORRIENTE ALTERNA

Analizaremos el comportamiento en los diferentes parámetros (R, L y C) ante la presencia de tensiones y corrientes alterna.

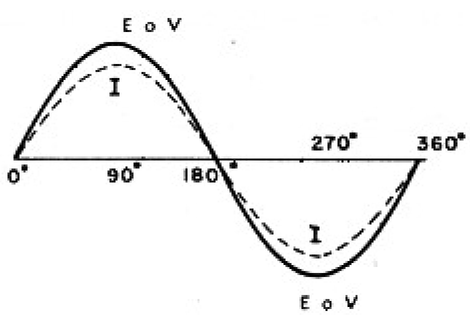
A) <u>Circuito Resistivo puro</u>

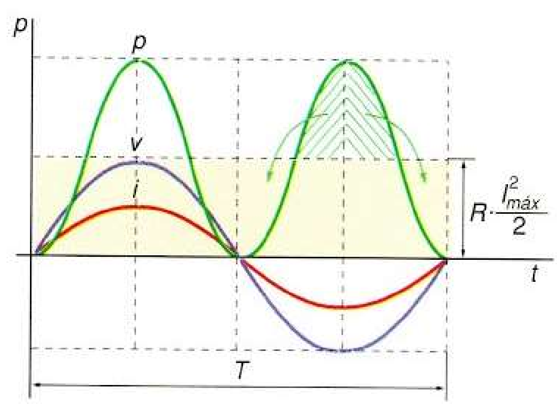


De acuerdo a la Ley de Ohm:

$$i = \frac{v}{R} = \frac{E_{máx}\ \mathrm{sen}\,\omega t}{R} = I_{máx}\ \mathrm{sen}\,\omega t$$

donde $I_{máx} = \frac{E_{máx}}{R}$





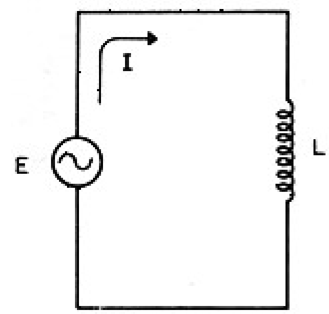
$$p = v.i = E_{máx}\,I_{máx}\,sen^2\omega t$$

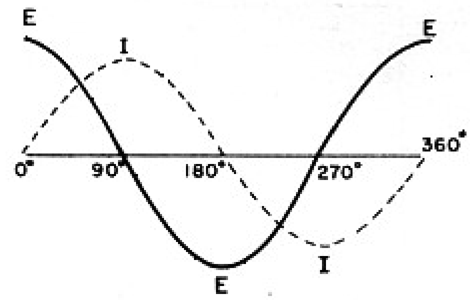
$$W = \int_0^t p\,dt = \int_0^t R\,i^2\,dt = {}^1\!/_2\ I_{máx}^2\ R\,.\,t$$

B) Circuito Inductivo puro

$$E = \frac{di}{dt}$$

$$i = \int e \frac{dt}{L}$$





$$i = \int \frac{E_{máx} \ \text{sen}\, \omega t}{L} \ dt = -\frac{E_{máx}}{\omega L} \cos \omega t$$

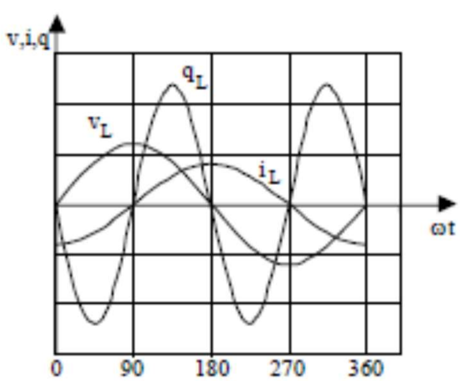
$i = I_{máx} \ \text{sen} \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$ donde $I_{máx} = \frac{E_{máx}}{\omega L}$

$$\boldsymbol{X_L = \omega L = Reactancia\ Inductiva}$$

$$p = v.i = L \frac{di}{dt} \ .i = L. I_{máx}. \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right). \omega. I_{máx}. \text{sen} \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

$$W = \int_0^t v.i \ dt = \int_0^t i. L \frac{di}{dt} \ dt = \int_0^i L. i \ di = \frac{1}{2} L i^2$$

Se ve que la energía absorbida depende del instante o valor final de la corriente.

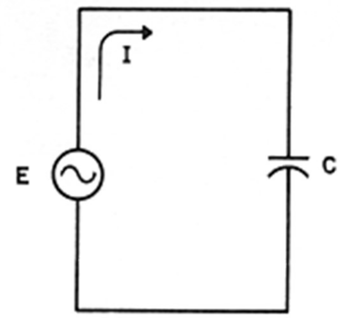


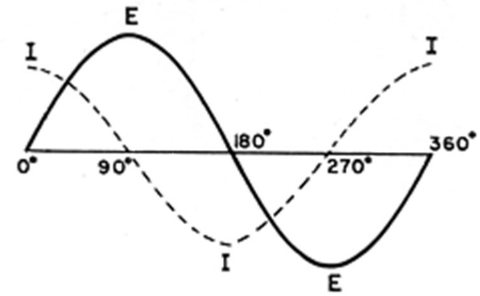
La onda de potencia es de doble frecuencia que la tensión y corriente que la producen y tiene un valor medio resultante igual a cero, es decir, la potencia activa es cero.

C) Circuito Capacitivo puro

$$E = \frac{1}{C}\int i\,dt$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{C}\,.i$$





$$i = C\,\frac{dv}{dt} = C.E_{máx}(\cos\omega t).\omega = \omega C.E_{máx}.\,\text{sen}\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$I_{máx} = \frac{E_{máx}}{\frac{1}{\omega C}}$ donde $\boldsymbol{X_C = \frac{1}{\omega C} = Reactancia\ Capacitiva}$

$$p = v.i = v\frac{dv}{dt}\,.C$$

$$W = \int_0^t v.i\,dt = \int_0^t v.C\frac{dv}{dt}\,dt = \int_0^v C.v\,dv = \frac{1}{2}Cv^2$$

Se ve que la energía absorbida depende del instante o valor final de la tensión.

La potencia en este caso tiene las mismas características que para una carga inductiva pura, siendo cero su valor medio, o sea, potencia activa igual a cero.

1.3.4 CONCEPTO DE IMPEDANCIA

En régimen permanente en corriente continua nos hemos referido solo a la resistencia como parámetro de un circuito porque en continua la caída de tensión en una inductancia y la corriente en un capacitor son iguales a cero. La Ley de Ohm, que relaciona la tensión y la corriente, viene sencillamente dada por:

$$\boldsymbol{V = R.I}$$

Ahora bien, el análisis del régimen permanente de circuitos de corriente alterna debe comprender los tres parámetros: resistencia, inductancia y capacidad. Además, no sólo se debe tener en cuenta las magnitudes de las tensiones y corrientes, sino también los ángulos de fase.

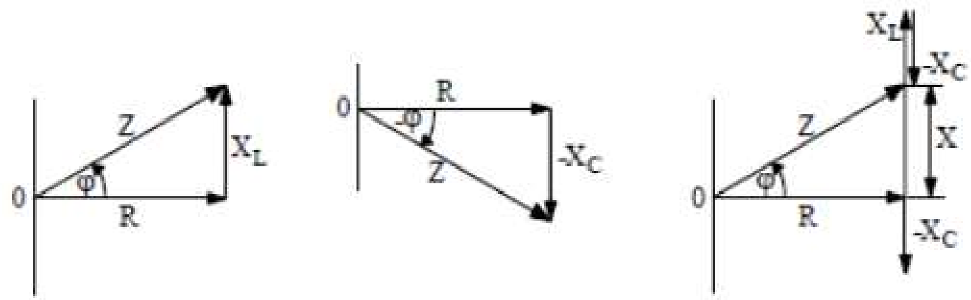
La Ley de Ohm para corriente alterna, vendrá expresada de la siguiente manera:

$$\dot{\boldsymbol{Z}} = \frac{\dot{\boldsymbol{V}}}{\dot{\boldsymbol{I}}} \qquad [\Omega] = \frac{[\boldsymbol{V}]}{[\boldsymbol{A}]}$$

donde **Z** se denomina impedancia del circuito y se mide en ohm [Ω]; y es la relación entre la tensión existente en un circuito y la corriente que lo atraviesa.

Por lo tanto, la impedancia es la medida directa de la oposición que ofrece un circuito al paso de una corriente alterna senoidal. Los valores eficaces de tensión y corriente son generalmente los más utilizados.

Al ser **V** e **I** magnitudes complejas también lo será **Z**. Sin embargo, no es un fasor como ellos, sino sólo un operador vectorial, el cual puede representarse mediante el "triángulo de potencia":



Así:

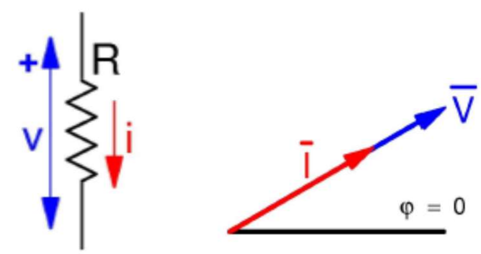
$$\dot{Z} = Z_{\underline{\varphi}} = (Z\cos\varphi; Z\,\mathrm{sen}\,\varphi) = (R + jX)$$

La parte real resulta ser la resistencia del circuito y la parte imaginaria la reactancia, la cual será positiva o negativa según prevalezca la componente inductiva o capacitiva, respectivamente.

A) <u>Caso de una Resistencia pura</u>

$$i = \frac{v}{R} = \frac{V_{máx}\ sen(\omega t)}{R} = I_{máx}\ \ sen(\omega t)$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{V}}{R} = \frac{(V_{ef}; 0)}{R} = (I_{ef}; 0)$$

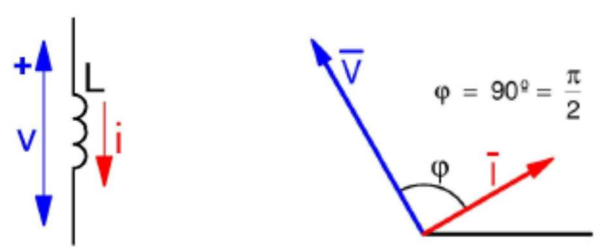


B) <u>Caso de una Inductancia pura</u>

Hemos visto que la corriente atrasa a la tensión noventa grados.

$$I_{máx} = \frac{V_{máx}}{\omega L}$$

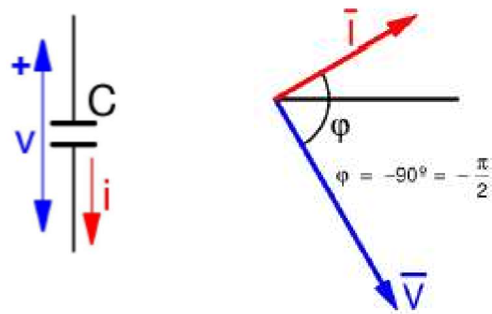
$$\dot{V} = jX_L\ \dot{I}$$



C) Caso de una Capacidad pura

Hemos visto que la corriente adelanta a la tensión noventa grados.

$$I_{máx} = V_{máx}\,.\,\omega C = \frac{V_{máx}}{\frac{1}{\omega C}} = \frac{V_{máx}}{X_C}$$

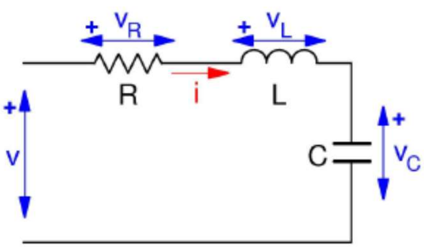


$$\dot{V} = -jX_C\,\dot{I}$$

D) Análisis de un circuito R L C serie

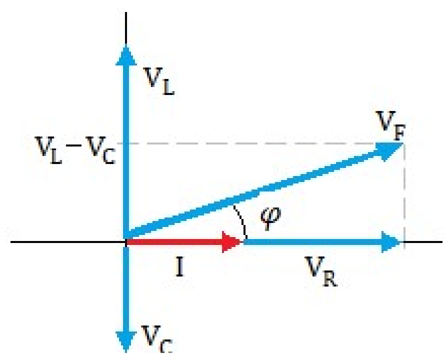
Sea un circuito como el de la figura:

Se debe cumplir: $\dot{V} = \dot{V}_R + \dot{V}_L + \dot{V}_C$



Al ser la corriente la misma para todos los elementos, la tomamos como referencia, quedando el diagrama fasorial como sigue:

$$\dot{V}_R = R\,\dot{I} \quad ; \quad \dot{V}_L = jX_L\,\dot{I} \quad ; \quad \dot{V}_C = -jX_C\,\dot{I}$$

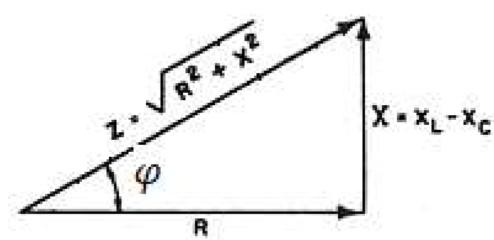


$$\dot{V}_F = R\,\dot{I} + jX_L\,\dot{I} - jX_C\,\dot{I}$$

$$\dot{V}_F = \left[R\,\dot{I} + j(X_L - X_C)\right]\dot{I} = \dot{Z}.\dot{I}$$

o $\quad \dot{I} = \frac{\dot{V}}{\dot{Z}}$

$$|\dot{I}| = \frac{|\dot{V}|}{|\dot{Z}|}$$

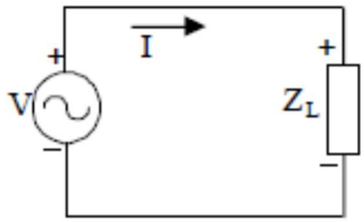


$\dot{V} = \dot{Z}.\dot{I}$ o $\underline{V_{\varphi}} = \underline{Z_{\varphi}}\,.\,\underline{I_0}$

Vemos que el desfasaje resultante entre la tensión y la corriente estará dado por el ángulo **φ** de la impedancia.

1.3.5 POTENCIA EN SISTEMAS MONOFÁSICOS

Consideremos el esquema de la figura:



donde: $\underline{Z_{-\varphi}} = R + jX$

$v = V_{máx}\ \mathrm{sen}(\omega t)$

Obtendremos: $i = \frac{V_{máx}}{|Z|}\ \mathrm{sen}(\omega t - \varphi) = I_{máx}\ \mathrm{sen}(\omega t - \varphi)$

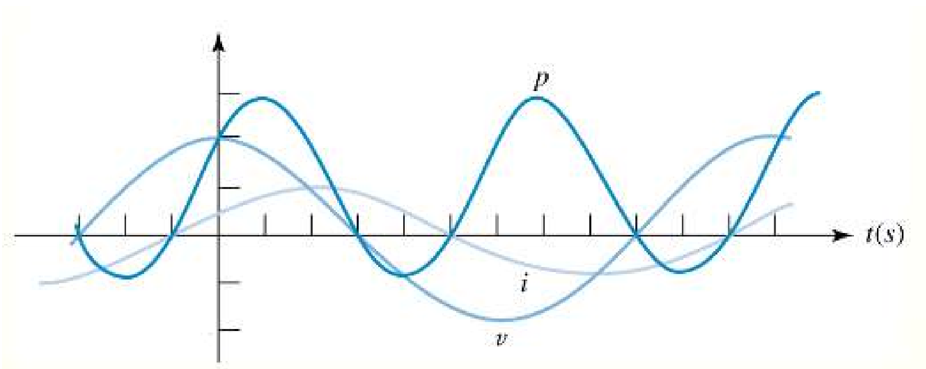
La potencia instantánea suministrada a la red por la fuente es:

$$p = v.i = \sqrt{2}\,V\ \mathrm{sen}(\omega t)\ .\sqrt{2}\,I\ \mathrm{sen}(\omega t - \varphi)$$

Y mediante transformaciones trigonométricas:

$$p = V.I\ \cos\varphi\,(1 - \cos 2\omega t) +\ V.I\ \mathrm{sen}\,\varphi\ \mathrm{sen}\,2\omega t$$

Lo mismo puede resolverse de manera gráfica, como se muestra en la siguiente figura:



Vemos que la curva de p es de frecuencia doble, es decir si T es el período de i y v, T/" es el período de p.

La potencia media suministrada al circuito es:

$$p = \frac{1}{T}\int_0^T p\ dt = V\ I\ \cos\varphi \qquad (1)$$

De los tres elementos presentados en un circuito genera RLC, únicamente la resistencia R absorbe una cantidad de energía neta.

$$p_R = i\, v_R = i\,.\,i\, R = 2\, I^2\, R\ \operatorname{sen}^2 \omega t = I^2\, R\, (1 - \cos 2\omega t)$$

El valor medio de la potencia es: $\boldsymbol{P_R = I^2 . R}$

como $I = \frac{V}{Z}$ → $P_R = \frac{V}{Z} . I . R$ pero $\frac{R}{Z} = \cos\varphi \Rightarrow P_R = V . I\ \cos\varphi$

Por lo tanto, la potencia media del circuito es la potencia media “consumida” por la resistencia. A esta se la denomina “***Potencia activa***” ***(P)***, siendo la que realmente realiza trabajo.

Para una inductancia:

$$p_{X_L} = i\, v_L = I^2\, X_L\ \operatorname{sen} 2\omega t$$

Siendo su valor medio igual a cero.

Para una capacidad:

$$p_{X_C} = i\, v_C = I^2\, X_C\ \operatorname{sen} 2\omega t$$

Siendo su valor medio también igual a cero.

Por lo tanto, en una reactancia, sea inductiva o capacitiva durante un intervalo de tiempo "toma” potencia y luego la devuelva al circuito, resultando nulo su trabajo neto.

Definimos entonces a la “***Potencia reactiva***” (**Q**): $\boldsymbol{Q = V . I\ sen\, \varphi = I^2 . X}$

Su unidad será también [A^2] . [Ω] = [W] pero para distinguirla de la potencia activa se denomina voltamper reactivo [**VAr**].

Por convenio, se define la potencia reactiva inductiva positiva y la potencia reactiva capacitiva negativa.

Hemos visto que la potencia media o activa es: $\boldsymbol{P = V . I\ \cos\varphi}$

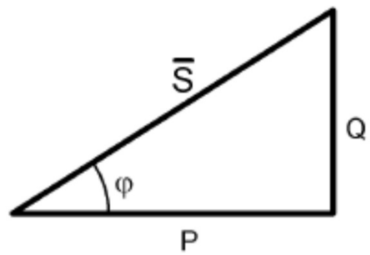
difiere de la expresión de continua en un factor que es cos φ; dicho factor se denomina ***factor de potencia*** (***FP***).

En un circuito en el que la corriente atrasa a la tensión (inductivo) se dice que tiene un factor de potencia en retardo.

El término V.I se denomina “***Potencia aparente***” (***S***), su unidad también sería el Watt, pero para distinguirla se llama a su unidad voltamper [**VA**].

$$\boldsymbol{S = V . I}$$

Triángulo de potencias:

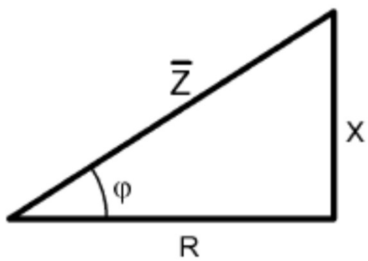


Potencia activa: $P = V.I\ \cos\varphi$ **(W)**

Potencia reactiva: $Q = V.I\ sen\,\varphi$ **(VAr)**

Potencia aparente: $S = V.I$ **(VA)**

$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$ $FP = \cos\varphi = \frac{P}{S}$



$S = \bar{Z}.I^2$

$P = R.I^2$

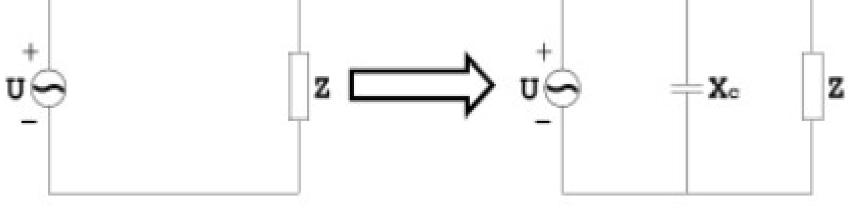
$Q = \pm X.I^2$

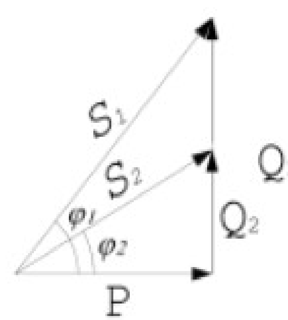
La potencia activa es la que verdaderamente se transforma, siendo la reactiva almacenada en un determinado tiempo en la reactancia y luego devuelta al circuito.

1.3.6 CORRECCIÓN DEL FACTOR DE POTENCIA

La mayoría de las cargas eléctricas de una industria son normalmente inductivas, trabajando con un factor de potencia en retardo. Recuerde que la potencia activa P representa el trabajo útil que realizará la carga, mientras que la potencia reactiva Q es una energía necesaria para el funcionamiento de las cargas, pero no representa ninguna energía útil, siendo la misma devuelta al sistema.

Desde el punto de vista de la economía en el transporte de energía eléctrica, para una misma potencia útil o activa P, interesa que el factor de potencia (FP) sea lo más próximo a la unidad. Para conseguir esto de manera total o parcial, se instalan capacitores en paralelo con la carga:





Las ventajas que presenta un mejor factor de potencia son las siguientes:

- Disminución de la corriente que se toma de la línea. Eso implica la posibilidad de disminuir la sección de los conductores de alimentación o aumentar la carga en una línea ya existente.
- Disminución de la caída de tensión en la línea.
- Bonificación de la tarifa.

Puede comprobarse (ver diagrama triángulos de potencia) que con la introducción de capacitores no se altera la potencia activa o útil que se registra en la composición original de la carga.

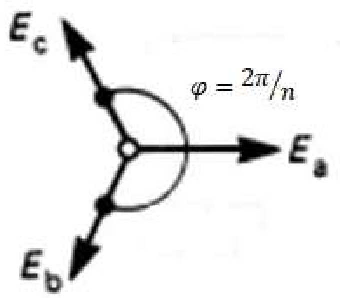
1.4 CIRCUITOS TRIFÁSICOS

- Si n tensiones (o corrientes) alternas de igual frecuencia están relacionadas en módulo o fase entre sí, se dicen que constituyen un sistema n-fásico de tensiones (o corrientes).

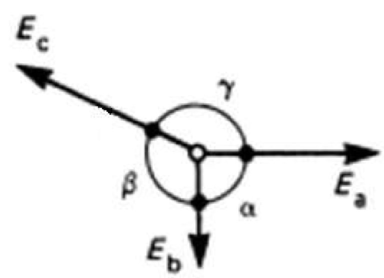
- Si las magnitudes componentes responden a una evolución senoidal, admiten representación fasorial.

- Cuando el módulo de las tensiones (o corrientes) son iguales y el desfasaje entre dos tensiones inmediatas cualesquiera es constante, es sistema se llama simétrico.

- Si no se cumple alguna de esas dos condiciones el sistema es asimétrico.



Sistema Simétrico



Sistema Asimétrico

Las tensiones llegan a un valor máximo positivo en un determinado orden; dicho orden se llama *sucesión de fases* o *secuencia*.

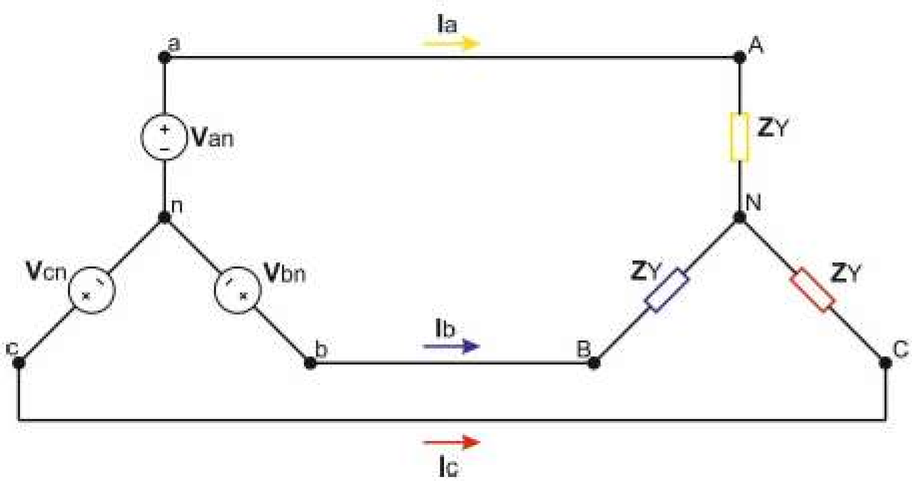
Los posibles sistemas trifásicos son:

1) Tensión de alimentación: Asimétria   Carga: Cualquiera → Corrientes: Asimétricas

2) Tensión de alimentación: Simétria   Carga: Asimétrica → Corrientes: Asimétricas

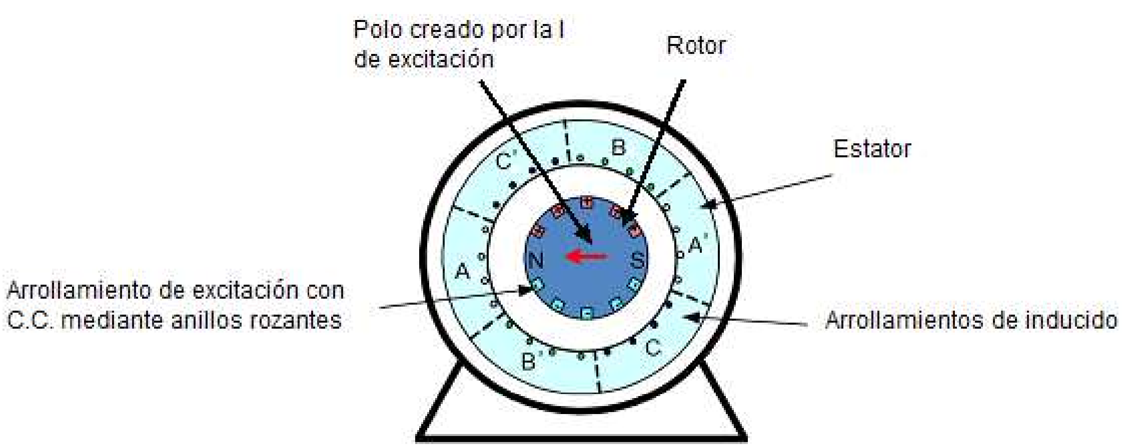
3) Tensión de alimentación: Simétria   Carga: Simétrica → Corrientes: Simétricas

Un ***sistema trifásico*** constará entonces de tres partes: una fuente de alimentación trifásica; una carga trifásica; y una línea de transmisión.

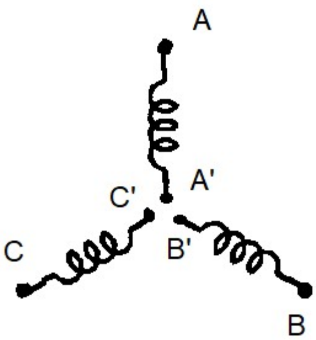


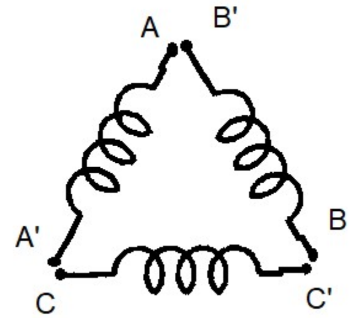
1.4.1 GENERACIÓN DE TENSIONES TRIFÁSICAS

Vamos considerar para el análisis el generador bipolar presentado a continuación:



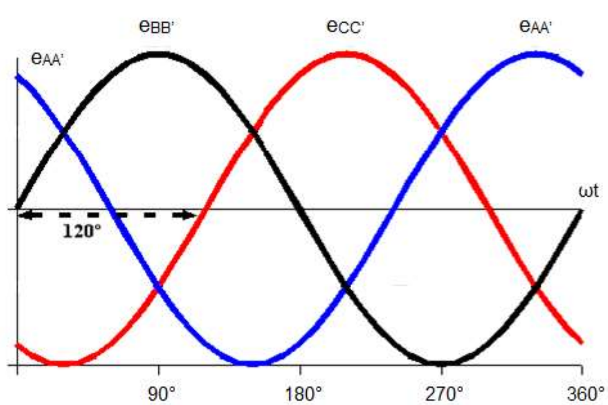
En el inducido hay tres bobinas AA’, BB’ y CC’ llamadas fases, cuyos ejes se encuentran desfasados en el espacio 120° y cuyos devanados pueden esquematizarse de acuerdo a las siguientes figuras:

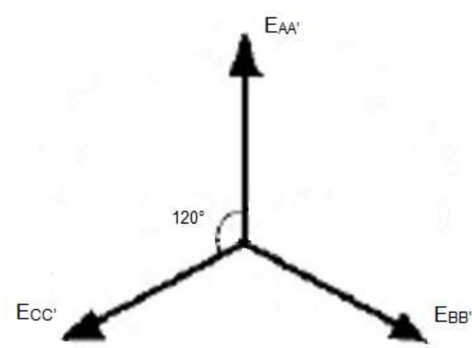




De acuerdo a la Ley de Faraday al excitar el campo haciéndolo girar se generarán tensiones en las tres fases. Si el diseño del campo inductor en el espacio es el adecuado, se inducirán fems senoidales en cada una de las fases y desfasadas entre sí 120° eléctricos en el tiempo

A continuación presenta la evolución temporal de las tensiones y su diagrama vectorial correspondiente:



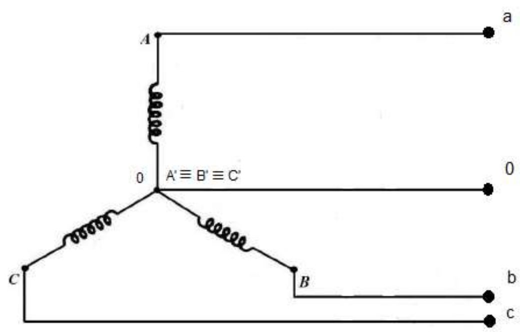


Una de las formas de utilizar este sistema sería conectar los seis bornes AA', BB' CC' de los devanados a tres sistemas monofásicos independientes. Sin embargo, la forma adoptada casi exclusivamente se consigue interconectando las tres fases del devanado, utilizando el sistema resultante para alimentar un sistema de cargas trifásico.

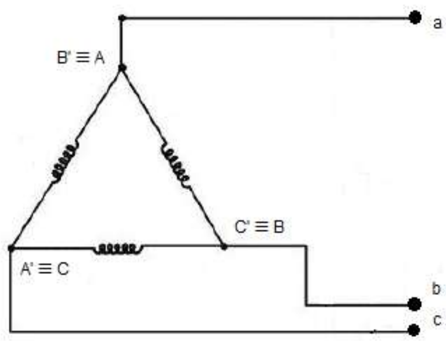
Los circuitos trifásicos presentan ventajas significativas frente a otros sistemas:

- requieren conductores de menor calibre debido a que las corrientes por fase son menores a las asociadas a un sistema monofásico que transporta la misma potencia.
- la potencia instantánea en un sistema trifásico puede ser constante y no pulsante, a diferencia de la monofásica.

Las tres fases del devanado pueden conectarse de dos maneras diferentes:



Conexión estrella: al unir los puntos A' B' y C' obtenemos el centro de estrella o neutro (si colocamos un conductor desde el centro de estrella tenemos un sistema tetrafilar o trifásico con neutro).



Conexión triángulo: con este tipo de conexión no podemos disponer del conductor neutro.

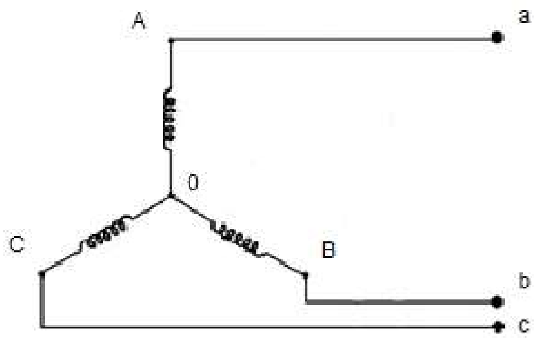
Resumiendo: la fuente trifásica consta de tres fuentes de tensión senoidal desfasadas 120° entre sí conectas en estrella (Y) o triángulo (D); de igual forma, los elementos del circuito que componen la carga se conectan para formar una carga en Y o D (las dos formas de conectar los componentes en trifásica), la cual puede estar balanceada o desbalanceada (simétrica o asimétrica respectivamente); finalmente, la línea de transmisión es utilizada para conectar la fuente trifásica a la carga trifásica y constará de tres o cuatro conductores.

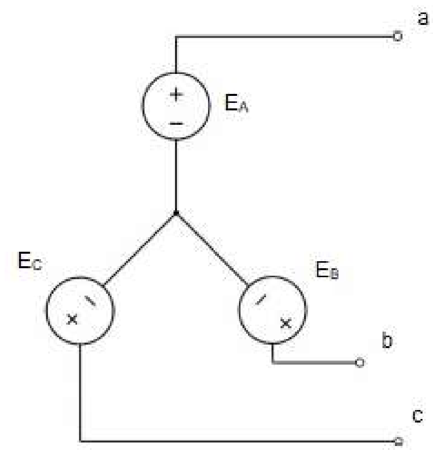
Nosotros trataremos los casos en que las tensiones generadas son de igual módulo y desfasadas 120° (sistema simétrico).

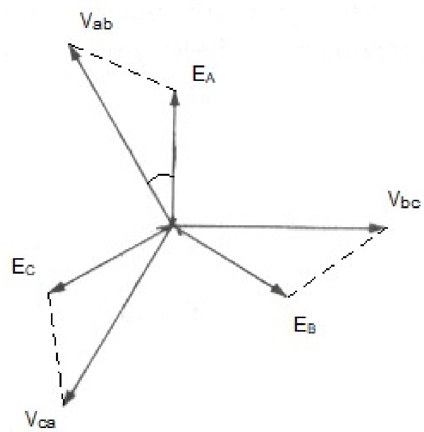
Las cargas industriales trifásicas son sensiblemente equilibradas y las cargas monofásicas deben tratar de repartirse de forma tal que la carga total que resulte en cada fase sea similar (equilibradas).

1.4.2 TENSIONES Y CORRIENTES

Consideremos primero la conexión en estrella:







Las tensiones entre A - 0; B – 0 y C – 0 se denominan "tensiones de fase" y las tensiones entre a –b; b – c y a – c se denominan "tensiones entre fase o tensiones de línea".

$$\dot{V}_{ab} = \dot{V}_a - \dot{V}_b = \dot{E}_A - \dot{E}_B = E_{\underline{90°}} - E_{\underline{-30°}} = \sqrt{3}\, E_{\underline{120°}}$$

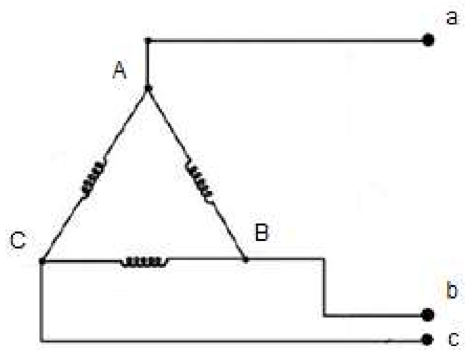
$$\dot{V}_{bc} = \dot{V}_b - \dot{V}_c = \dot{E}_B - \dot{E}_C = E_{\underline{-30°}} - E_{\underline{-150°}} = \sqrt{3}\, E_{\underline{0°}}$$

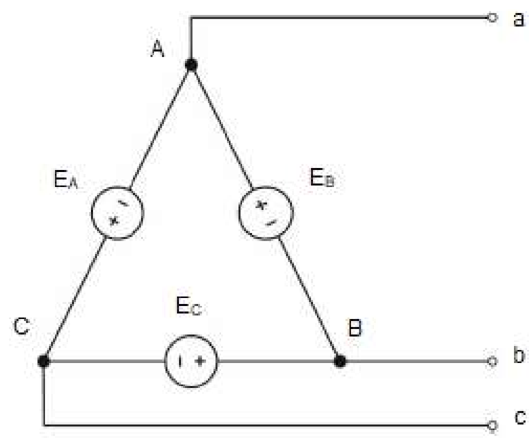
$$\dot{V}_{ca} = \dot{V}_c - \dot{V}_a = \dot{E}_C - \dot{E}_A = E_{\underline{-150°}} - E_{\underline{90°}} = \sqrt{3}\, E_{\underline{240°}}$$

Las tensiones de línea forman un sistema equilibrado de tensiones de módulo $\sqrt{3}$ mayor que las tensiones de fase en estrella, estando las mismas 30° desfasadas entre sí.

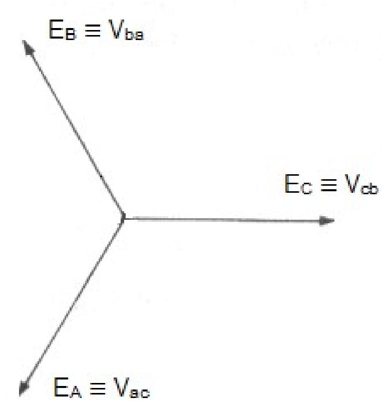
Además, es obvio que para la conexión estrella la corriente de fase es igual a la corriente de línea.

Si consideramos ahora una conexión en triángulo:

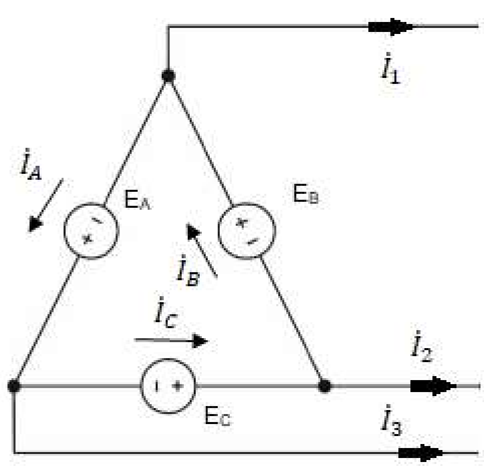




La tensión en cada fase del generador coincide con la tensión de línea del sistema:



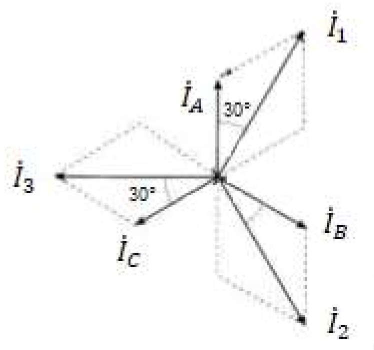
A diferencia de lo que ocurría para la conexión estrella, en el caso de la conexión triángulo se aprecia que las corrientes de fase y línea no serán las mismas.



$$\dot{I}_1 = \dot{I}_B - \dot{I}_A$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_C - \dot{I}_B$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_A - \dot{I}_C$$



Si I_A, I_B e I_C son las corrientes de fase simétricas del generador, puede observarse que las corrientes de línea son $\sqrt{3}$ veces mayores que las corrientes en cada fase, estando las mismas 30° desfasadas entre sí.

Resumen:

- Conexión estrella (Y): $\boldsymbol{U_f = \frac{U_{Línea}}{\sqrt{3}}}$; $\boldsymbol{I_f = I_{Línea}}$

- Conexión triángulo (D): $\boldsymbol{U_f = U_{Línea}}$; $\boldsymbol{I_f = \frac{I_{Línea}}{\sqrt{3}}}$

1.4.3 POTENCIA EN UN SISTEMA TRIFÁSICO EQUILIBRADO

Sean:

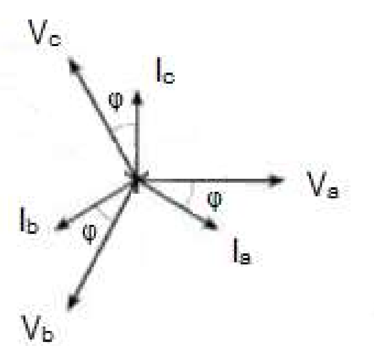
$$v_a = V_{máx}\operatorname{sen}\omega t \qquad i_a = I_{máx}\operatorname{sen}(\omega t - \varphi)$$

$$v_b = V_{máx}\operatorname{sen}(\omega t - 120) \qquad i_b = I_{máx}\operatorname{sen}(\omega t - \varphi - 120)$$

$$v_c = V_{máx}\operatorname{sen}(\omega t - 240) \qquad i_c = I_{máx}\operatorname{sen}(\omega t - \varphi - 240)$$

Las correspondientes tensiones y corrientes instantáneas de cada fase de un generador o de una carga.

El diagrama fasorial correspondiente será:



La potencia instantánea total será:

$$p = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c$$

Haciendo el reemplazo por las expresiones indicadas y haciendo uso de las propiedades trigonométricas puede demostrarse que la potencia instantánea total es constante e igual a:

$$p = 3VI\cos\varphi$$

donde V e I están en valores eficaces y son los valores de fase.

La potencia media en cada fase es:

$$p = \frac{1}{T}\int_0^T p_f\, dt = \frac{1}{3}[3VI\cos\varphi]$$

Si las expresáramos en función de los valores de línea:

- Caso estrella: $\boldsymbol{V_f = \frac{V_L}{\sqrt{3}}}$ $\boldsymbol{I_f = I_{Línea}}$ → $P = \sqrt{3}V_L I_L \cos\varphi$
- Caso triángulo: $\boldsymbol{V_f = V_L}$ $\boldsymbol{I_f = \frac{I_L}{\sqrt{3}}}$ → $P = \sqrt{3}V_L I_L \cos\varphi$

Análogamente será

$$Q = \sqrt{3}V_L I_L \operatorname{sen}\varphi \qquad \text{y} \qquad S = \sqrt{3}V_L I_L$$

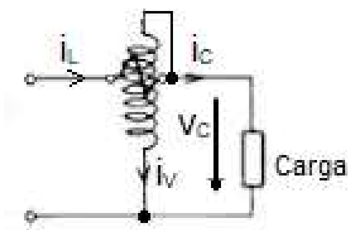
Si los sistemas son desequilibrados:

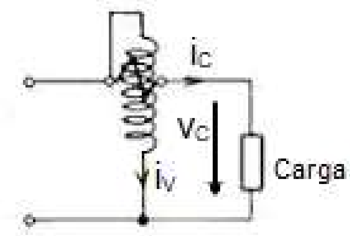
$$P_{tot.} = P_{fase1} + P_{fase2} + P_{fase3}$$

$$Q_{tot.} = Q_{fase} + Q_{fase2} + Q_{fase3}$$

1.4.4 MEDICIÓN DE POTENCIA

La medición de potencia activa se realiza con un instrumento electrodinámico denominado vatímetro. Diremos por ahora que este instrumento consta de dos bobinas, una fija y otra móvil. La fija de alta impedancia (casi resistiva pura) se conecta como un voltímetro, y la móvil baja impedancia en serie con la carga.





$V_{Volt} = V_{Carga}$

$I_{Amp} = \dot{I}_L = \dot{I}_C - \dot{I}_V$

Conexión corta

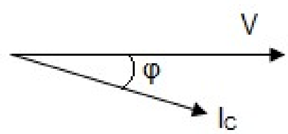
$V_{Volt} = \dot{V}_C - \dot{I}_C\,\dot{Z}_A$

$I_{Amp} = \dot{I}_{Carga}$

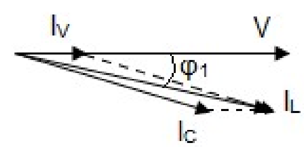
Conexión larga

Básicamente, la lectura del vatímetro es proporcional a la corriente que circula por su bobina de corriente, a la diferencia de potencial que hay entre sus bornes de tensión y al desfasaje entre la corriente y la tensión.

Sea el caso Conexión Corta: 1



2



1 en la carga → $P_C = V_C\, I_C \cos\varphi$ impedancia de la bobina voltimétrica:

$R_v + jX_v$ con $X_v \ll R_v$

2 el vatímetro mide → $P_W = V_C - I_L \cos\varphi_1$ pero $\cos\varphi_1 = (I_v + I_C \cos\varphi)/I_L$

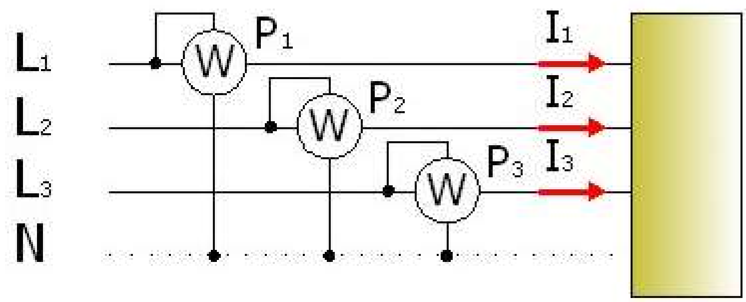
por lo tanto → $P_W = V_C . I_L . \frac{(I_v + I_C \cos\varphi)}{I_L} = V_C . I_v + V_C . I_C \cos\varphi = P_{vw} + P_{carga}$

En conexión corta el vatímetro mide la potencia consumida en la carga más la potencia consumida en la bobina voltimétrica del vatímetro.

Es decir, para medir la potencia real de la carga, a la lectura del vatímetro se le debe descontar la potencia consumida en la bobina voltimétrica del vatímetro (V_c^2 / R_v). Si despreciáramos I_v tendremos directamente la potencia en la carga.

Análogamente, en conexión larga: $P_w = P_{aw} + P_C$

En sistemas polifásicos con neutro, la potencia activa total en la carga es la suma aritmética de las lecturas de cada vatímetro, debiendo disponer de un vatímetro por fase:

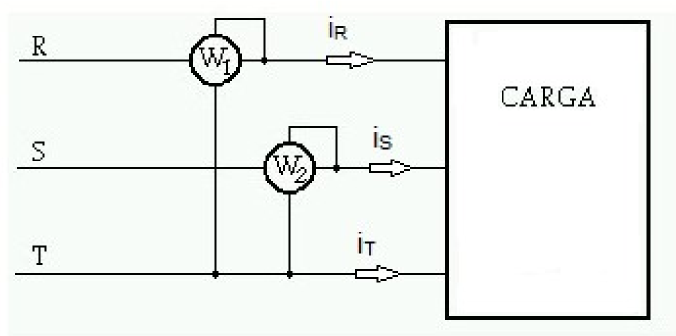


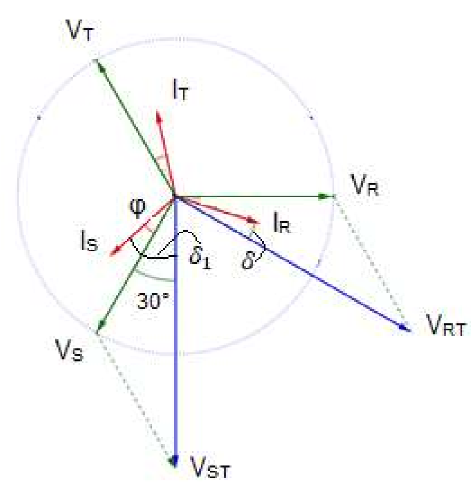
$$P_C = V_{f1}.I_1 \cos\varphi_1 + V_{f2}.I_2 \cos\varphi_2 + V_{f3}.I_3 \cos\varphi_3 + \ \dots\dots\dots + V_{fn}.I_n \cos\varphi_n$$

$$P_C = P_{W1} + P_{W2} + P_{W3} + \ \dots\dots\dots + P_{Wn}$$

TEOREMA DE BLONDEL – MÉTODO DE ARON

"En general, si tenemos n conductores necesitamos n – 1 vatímetros para medir la potencia activa de la carga (un conductor se toma como punto común), sea o no equilibrada."





Sea:

$$V_R = V_{máx} \operatorname{sen} \omega t \qquad I_R = I_{máx} \operatorname{sen}(\omega t - \varphi)$$
$$V_S = V_{máx} \operatorname{sen}(\omega t - 120) \qquad I_S = I_{máx} \operatorname{sen}(\omega t - \varphi - 120)$$
$$V_T = V_{máx} \operatorname{sen}(\omega t + 120) \qquad I_T = I_{máx} \operatorname{sen}(\omega t - \varphi + 120)$$

El vatímetro 1 mide proporcional a V_{RT}; I_R; cos $V_{RT}I_R$

El vatímetro 2 mide proporcional a V_{ST}; I_S; cos $V_{ST}I_S$

Entonces:

$$W_1 = V_{RT}.I_R \cos\delta = V_{RT}.I_R \cos(30-\varphi) = V_{RT}.I_R(\cos 30 \cos\varphi + \operatorname{sen} 30 \operatorname{sen}\varphi)$$

+

$$W_2 = V_{ST}.I_S \cos\delta_1 \ = V_{ST}.I_S \cos(30+\varphi) = V_{ST}.I_S(\cos 30 \cos\varphi - \operatorname{sen} 30 \operatorname{sen}\varphi)$$

$W_1 + W_2 = V_L\, I_L\, 2\ \cos 30 \cos\varphi = \sqrt{3}\, V_L\, I_L\ \cos\varphi$ = **POTENCIA DE LA CARGA**

El valor de W_1 o W_2 puede ser negativo, en cuyo caso su valor deberá restarse. Es por ello muy importante cuidar la polaridad de conexión del vatímetro.