



F í s i c a

INTRODUCCIÓN AL TRABAJO EN EL LABORATORIO

MEDICIONES y ERRORES

Recopilación y elaboración:

Prof. Adj. (Dra) Paula Almirón
JTP Lic. (Dra) Victoria Colombo
JTP Ing. Agr. Enrique Montero Bulaccio
JTP Ing. Civ. Ma. Florencia Hermida
JTP Lic. Natalia Mosconi
JTP Lic (Dra) Aldana Zayas
Ay. 1era Ing. Civ. Estefanía Lanas
Ay. 1era Prof. Ileana Seifert

FACULTAD DE CIENCIAS AGRARIAS - Departamento de Instrumental Básico - UNR

2024

1. Medición

En el siglo XIX , el científico escocés sir William Thomson (Lord Kelvin), dijo: “cuando uno puede medir aquello de lo que está hablando y expresarlo en números, sabe algo acerca de ello; pero cuando no puede medirlo, cuando no puede expresarlo en números, su conocimiento es escaso e insatisfactorio; podrá ser un principio de conocimiento, pero escasamente ha avanzado su conocimiento a la etapa de una ciencia”.

Las mediciones tienen un papel esencial en la corroboración de las teorías en las Ciencias Fáticas a través de la experimentación, por ello que trataremos de cuantificar mediciones y entender la naturaleza de las mismas. **Una medición es el resultado de una operación de observación mediante la cual se compara una magnitud con un patrón de referencia arbitrario.** Por ejemplo para medir la longitud del pizarrón podemos elegir como patrón de medida una tiza y después indicar la longitud en unidades de medida “tiza”; lo que resulta que la longitud del pizarrón puede ser de 35 “tizas”.

No hay nada que impida hacer esto, simplemente, que nos obligaría a utilizar siempre la misma tiza, lo que imposibilitaría la comunicación de datos a menos que junto con la información enviemos la tiza.

Es claro entonces que tenemos que considerar dos aspectos del proceso de medición:

- *la unidad de medida.*
- *los procedimientos adecuados para hacer la medición y explicitar el resultado de la misma.*

1.1 Patrones de medida

La selección y adopción de los patrones de medida de las magnitudes físicas provienen de una convención, su definición es hasta cierto punto arbitraria, pero está condicionada a que cumpla los siguientes requisitos:

- que sean **reproducibles**
- que sean **invariantes**

Por **reproducibles** se entiende que cualquier persona en cualquier lugar del mundo pueda reproducirlos. La unidad de longitud conocida como pie proviene de que Luis XIV eligió la longitud de su pie como unidad patrón para Francia y en 1770 el rey Jorge III de Inglaterra eligió como unidad de volumen patrón la capacidad de su orinal (Galón imperial = 4,54609 litros) para Gran Bretaña y envió como patrón a las colonias americanas el orinal de la reina (Galón USA = 3,785 litros).

Como se puede observar de los ejemplos anteriores tienen el inconveniente de que no eran reproducibles a menos que se enviara el pie de Luis XIV o el orinal de algunos de los reyes. Con respecto a la **invariabilidad**, el ejemplo inmediato lo tenemos cuando volvemos a la tiza. Si entre una medición y otra se quiebra la tiza o se le sale algún pedacito las mediciones no resultan reproducibles.

Ante tal situación caótica en plena revolución francesa, la Asamblea Nacional encargó a la Academia de Ciencias en 1791 que pusiera orden en los pesos y medidas y se elaboraron, en el “siglo de las luces”, acuerdos mínimos que consolidaron el **Sistema Métrico Decimal**, que según sus autores debería servir en todos los tiempos, para todos los pueblos, para todos los países. Este sistema comenzó a difundirse ampliamente, fue legalizado en todos los países de Europa y posteriormente en América Latina y constituye la base de las unidades que sirven para la medición de todas las magnitudes físicas, en otras ciencias y

en la ingeniería que es el sistema Internacional (SI) . Sin embargo en algunos países aún se utilizan otros sistemas de medida como es el caso de Estados Unidos de Norteamérica.

Las siete unidades básicas o fundamentales del S.I., elegidas convencionalmente y consideradas independientes en cuanto a sus dimensiones, son las que actualmente están en uso en la República Argentina, conocido como **SIMELA** (Sistema Métrico Legal Argentino) por ley 19511 del año 1972.

1.2 Sistema Internacional

Las siete unidades básicas o fundamentales reconocidas en el **SI**, elegidas convencionalmente y consideradas independientes en cuanto a sus dimensiones, es el número mínimo necesario para describir unívocamente todas las magnitudes físicas actuales (a partir de las fundamentales).

Cada unidad, tiene asignado un patrón que se define en términos operacionales, un nombre y un símbolo para representarla y como ya se dijo anteriormente, el patrón debe reunir dos cualidades fundamentales: ser **accesible** y ser **invariable**.

| UNIDAD | NOMBRE | SIMBOLO |
|-----------------------------------|-----------|------------|
| Tiempo | Segundo | s |
| Longitud | Metro | m |
| Masa | Kilogramo | kg |
| Intensidad de corriente eléctrica | Ampere | A |
| Temperatura | Kelvin | K |
| Cantidad de sustancia | Mol | mol |
| Intensidad Luminosa | Candela | cd |

1.2.1 Modificaciones en el Sistema Internacional de Unidades.

Para el año 2019 se ha planteado la posibilidad de redefinir las unidades patrones de algunas de las magnitudes fundamentales o básicas del Sistema Internacional.

Las unidades de longitud (metro), de tiempo (segundo), de intensidad luminosa (candela) no tendrán modificaciones. Por lo tanto las que serán definidas de manera diferente a cómo se hace en la actualidad son: las unidades de masa (kilogramo), de intensidad de corriente eléctrica (ampere), de cantidad de sustancia (mol) y de temperatura termodinámica (kelvin). La razón de este cambio es debido a que el ampere, el kelvin, y el mol están definidos a partir de fenómenos físicos que se manifiestan en evidencias empíricas “diseñadas de manera ideal”. Cabe recordar que, por ejemplo, el ampere se define como “*la intensidad de corriente eléctrica que pasa por dos conductores rectilíneos paralelos infinitamente largos y de sección despreciables...*”. Esta manera de definir las unidades patrones de las magnitudes fundamentales hace que no podemos saber si los resultados serían los mismos si se quiere reproducir el modelo experimental o, incluso, si los resultados serían los mismos en cualquier lugar del Universo.

El caso de la unidad de masa (kilogramo) es especial, ya que es la única definición que no está relacionada con un fenómeno físico, solo es un cilindro de determinadas características. Este cilindro, más allá de estar hecho de un material poco degradable y conservado en condiciones de poca variabilidad, ha sufrido cambio en su tamaño (de unos pocos átomos) que no lo hacen idéntico al cilindro original con el que se definió la unidad patrón.

Justamente, dos de las condiciones fundamentales que debe tener una unidad patrón de una magnitud fundamental es:

- a) la invariabilidad durante el transcurso del tiempo; y
- b) la reproducibilidad, esto es que debe ser exactamente igual en cualquier lugar del Universo.

Estas características solo pueden asegurarse si las unidades patrones están definidas respecto de las **constantes universales**. Esto es lo que ocurre con el “metro” que está definido respecto de la *velocidad de la luz en el vacío* (constante universal); con el “segundo” definido respecto de *la constante de estructura fina* (constante universal) y con la “candela” definida respecto de *la constante para radiancia espectral* (constante universal).

De esta manera, se propone que las 4 unidades patrones que completan el Sistema Internacional, sean definidas a partir de otras constantes universales. En este caso:

- a) La unidad de masa (el kilogramo) se definiría a partir de la Constante de Planck (constante universal)
- b) La unidad de carga eléctrica (amperio o ampere) se definiría a partir de la Carga Eléctrica del Electrón (constante universal)
- c) La unidad de temperatura termodinámica (kelvin) se definiría a partir de la Constante de Stefan – Boltzmann (constante universal)
- d) La unidad de cantidad de sustancia (mol) se definiría a partir del Número de Avogadro (constante universal).

Estas modificaciones no tienen ningún efecto en los quehaceres cotidianos. No van a cambiar los instrumentos de medición ni tendrá impacto en dietas, transacciones económicas, etc.

En cambio, esto será muy importante para las comunidades tecno-científicas, para los que trabajan en nanotecnología o en desarrollos científicos y tecnológicos de muy alta complejidad. Permitirá realizar mediciones de altísima precisión, con una alta confiabilidad y con incertezas muy pequeñas (de muchas fracciones decimales).

2.1 El proceso de medición

El proceso de medición involucra todas las operaciones necesarias para realizar la misma como por ejemplo: elegir el instrumento más adecuado al objeto que se desea medir, realizar los procedimientos de aproximar, colocar, conectar, etc. el objeto con el instrumento de medición, realizar la lectura del resultado obtenido y expresarlo con la incerteza correspondiente ya que es importante que el resultado de toda medición se exprese mediante un número real y una incerteza.

Recordemos que el proceso de medición es un **proceso físico** u operación física elemental en la que intervienen necesariamente tres sistemas:

1. el **sistema objeto**, las magnitudes que se quieren medir.
2. el **sistema de medición**, o aparatos de medición, que pueden ser muy simples, como una regla milimetrada, o muy complejos, como un fotómetro.
3. el **sistema de comparación**, que definimos como unidad de la magnitud que se quiere medir. La unidad suele estar unida o incluida en el aparato o instrumento de medición.

Las medidas no son simples números exactos, sino que consisten en intervalos, dentro de los cuales tenemos confianza de que se encuentra el valor esperado. Hacer una medición requiere expresar la misma dentro de un intervalo cuyo ancho dependerá del proceso en sí, el tipo de medición, la figura de la escala, nuestra agudeza visual, las condiciones de iluminación, todas toman parte en la determinación de ese ancho del intervalo de medición.

Cada situación debe evaluarse en forma individual. Una escala con divisiones muy finas que se use para medir un objeto con bordes mal definidos puede dar lugar a un intervalo de medición más grande que varias de las divisiones más pequeñas y un objeto bien definido con buenas condiciones visuales permite la identificación de un intervalo de medición mucho menor que la división más pequeña de la escala. Por lo tanto cada situación debe evaluarse en forma individual.

2.2 Fuentes de errores o incertezas

Toda medición tiene asociada un error que puede deberse a varios factores:

- El instrumento de medición
- El observador
- Las condiciones ambientales
- La naturaleza de la medición

Cada uno de estos factores constituye una fuente de errores y contribuye en mayor o menor grado al error o incerteza total de la medida. Detectar y evaluar los errores no es simple e implica conocer cuidadosamente los diversos aspectos de la medición.

- **El instrumento de medición**

Hay casos en los cuales la medición consiste en contar objetos individuales lo cual da como resultado un número entero como por ejemplo la cantidad de ovejas que hay en el potrero o la cantidad de hojas que tiene una rama, la cantidad de alumnos en el aula, las páginas de un texto, etc. Para otras mediciones se necesita un instrumento (voltímetro, regla graduada, cinta métrica graduada, cronómetro, balanza, etc.) en el cual existe una escala continua graduada (regla graduada o reloj analógico) o existe una pantalla con un sistema de exhibición digital (cronómetros digitales, amperímetros digitales, relojes digitales, calibres digitales, etc.). En ambos casos el valor indicado por el instrumento es la lectura de una escala continua o de una pantalla.

La lectura digital de la pantalla no ofrece dificultad. Por ejemplo si un voltímetro digital indica 15,4 V, ¿quiere decir eso que el valor es exactamente 15,40000000.....? Por supuesto que no, pero, ¿qué significa? Eso depende de las circunstancias. Si el instrumento se fabrica de manera que lea 15,4 V porque el valor real es más cercano a 15,4 de lo que es a 15,3 o 15,5, entonces lo que significa es: esta lectura está entre 15,35 y 15,45. Se puede hacer un reloj digital de manera que cambia su indicación de 8,00 a 8,01 exactamente a las 8,01. Entonces, si vemos que marca las 8,00, sabemos que la hora está entre las 8,00 y las 8,01. Como se ve cada situación debe juzgarse por si misma. Estos ejemplos muestran la inexactitud inherente al proceso de “redondear”. Aún cuando no surja una inexactitud de la capacidad limitada para hacer mediciones, el simple enunciado de una cantidad numérica puede contener inexactitudes, comúnmente llamadas errores.

La lectura de una escala continua tiene mas dificultades y aparece un error o incerteza de apreciación que es ineludible. Hasta los instrumentos de mejor calidad, los que se encuentran en los laboratorios de Pesas y Medidas de los distintos países, tienen incertezas en la medición propias del proceso constructivo por lo que al expresar un resultado de una medición también se deberá tener en cuenta la incerteza propia del instrumento.

Se define como “apreciación” del instrumento a la menor división de la escala del mismo o en su defecto la mínima fracción que puede discernir el instrumento.

Asociado a esto aparecen dos nuevos conceptos para analizar la calidad de un instrumento o método de medición que son la **exactitud** y la **precisión**.

La **exactitud** de un instrumento o método de medición está asociado a la calidad de la calibración del mismo. Supongamos una regla de acero de calidad de tal manera que no se dilate con los cambios de temperatura, ni la afecte la humedad, que además las líneas que indican las distintas divisiones de la escala están hechas de modo tal que se ven con nitidez pero que el fabricante cometió un error al fabricarlo y su longitud es de 99 cm en vez de un metro. En este caso es preferible para realizar cualquier medición, usar un metro plegable de carpintero que es más barato, antes que la regla de acero que es muy poco exacta. La exactitud es una medida de la calidad de la calibración de nuestro instrumento con respecto de patrones de medida aceptados internacionalmente.

Los instrumentos vienen calibrados pero dentro de ciertos límites que el fabricante garantiza y que el usuario responsable debe encargarse de controlar periódicamente para asegurarse que se mantiene dentro de los márgenes que garantizó el fabricante.

La **precisión** de un instrumento o de un método de medición es la mayor o menor capacidad de repetir los mismos valores en las mismas condiciones. Volviendo al ejemplo anterior como la regla de acero no se altera con las condiciones seguro que leeremos el mismo valor o uno muy próximo, en cambio con el metro del carpintero puede tener las charnelas vencidas y la madera hincharse por la humedad por lo que es de esperar que las distintas mediciones tengan valores bastante dispersos. En este caso el metro del carpintero es más exacto pero menos preciso mientras que la regla de acero es más precisa pero menos exacta.

De todos modos lo que se espera es que el operador del laboratorio organice el proceso de medición eligiendo los instrumentos para que concurren niveles análogos de precisión y exactitud.

- **El observador**

El resultado de la medición se ve afectado si el observador está entrenado o no para apreciar la lectura con menos incerteza en una escala y también las lecturas se verán afectadas si el operador está cansado o no.

- **Las condiciones ambientales**

Vibraciones, vientos, mala iluminación, etc. afectan la lectura de los instrumentos y/o a los instrumentos mismos, por lo tanto también afecta la calidad de las mediciones.

- **La naturaleza de la medición**

La incerteza no solo es resultado de las limitaciones anteriores o de la capacidad del observador sino, fundamentalmente, es una propiedad de la naturaleza. ¿Podemos imaginar un instrumento por más bueno que sea que mida sin incerteza? Imposible aún a sabiendas de los avances de la ciencia y la tecnología porque si imaginamos que queremos medir una varilla con los bordes perfectos por ejemplo también aparecen incertezas ya que la varilla está constituida por átomos y estos vibran alrededor de su punto de equilibrio.

*Es por ello que no tiene sentido hablar de un valor verdadero de una medición sino que se habla de **valor medido** u **observado** y del **entorno de incerteza**.*

3.1 Clasificación de los errores (incertezas) de medición

- **Errores sistemáticos**
- **Errores casuales**

Errores Sistemáticos

Son debidos a las imperfecciones del instrumento de medición, al método de medición, a la acción permanente de una causa exterior, etc. Son ejemplos:

un tornillo micrométrico con mal ajuste del cero, un reloj que atrasa o adelanta, el acompañante del conductor de un automóvil que marcha a 110 km/h observa que la aguja del velocímetro marca 100 km/h, porque la lectura la realiza bajo un ángulo erróneo (error de paralaje), el estiramiento del “centímetro” del sastre o la modista debido a su largo uso, si el sastre conoce la existencia de este error corrige cada medición que realice.

Sobre esta clase de errores no se puede elaborar una teoría general, pero la característica más importante es que en las mismas condiciones se repite con el mismo signo. Los errores sistemáticos son los que demandan al observador detectarlos y **corregirlos**.

Errores casuales

Si a una misma cantidad se la mide varias veces, con el mismo instrumento y en las mismas condiciones, vamos a observar que los valores obtenidos difieren entre sí, siendo próximos unos a otros; estas diferencias (generalmente pequeñas) devienen de una serie de factores difíciles de controlar y pueden atribuirse a:

pequeñas variaciones de las condiciones ambientales por variaciones de presión, temperatura, humedad, vientos, etc.

producto del observador afectado por fatiga, cansancio, vista cansada, etc.

el instrumental por tensiones accidentales en la sujeción, en los soportes, etc.

El error de apreciación es aquél que se comete al efectuar la lectura en las escalas graduadas de los instrumentos con que se está midiendo.

El **error de apreciación** es un error casual, se debe a que las determinaciones experimentales, salvo escasas excepciones, se reducen en última instancia a la lectura sobre una escala.

El observador debe estimar el valor para la lectura cuando ésta “cae” entre las dos líneas de esa mínima división de la escala.

La experiencia demuestra en general que todos los demás errores casuales se mantienen dentro de los límites fijados por el error de apreciación, o sea:

| |
|--|
| El error de apreciación es el máximo error casual posible |
|--|

Los errores de apreciación dependen de la **apreciación** del aparato y de la habilidad del operador para realizar la lectura, su valoración puede hacerse en forma aproximada, dependiendo de su experiencia y habilidad.

El signo del error de apreciación puede ser en más o en menos y su valor máximo prácticamente es una constante para un mismo observador que opere en iguales condiciones con el mismo aparato.

CRITERIO: durante la realización de los “Trabajos Prácticos de Laboratorio” adoptaremos como criterio de trabajo que, dado un instrumento determinado, el **error de apreciación** que vamos a utilizar será la **apreciación** de ese instrumento (la mínima división de su escala o la mínima fracción que puede discernir el instrumento o bien la apreciación que indique el fabricante).

3.2 Expresión del resultado de una medición

• 3.2.1 Error absoluto

Todo resultado experimental o medida realizada en un laboratorio debe ir acompañada del valor estimado de su error y de las unidades empleadas.

El **error absoluto** de una medición es:

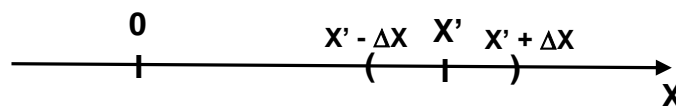
$$\Delta X = |X - X'|$$

Donde **X** es el valor verdadero (desconocido y que nunca conoceremos) y **X'** es el valor medido, calculado u observado.

Todo resultado de una medición debe ser expresado de la forma:

$$X = X' \pm \Delta X$$

Significa que el **valor verdadero** se ubica dentro del intervalo ($X' - \Delta X$; $X' + \Delta X$)



Los valores X' y ΔX , se deben expresar en la misma unidad.

Los errores se expresan generalmente con una **única cifra** distinta de cero.

CRITERIO: expresaremos el error absoluto con una **única cifra distinta de cero**.

La interpretación de esto es que el valor medido del proceso es X' y quien hizo la medición está razonablemente confiado que toda otra medición que se haga en las mismas condiciones caerá dentro del intervalo ($X' - \Delta X$; $X' + \Delta X$).

• 3.2.2 Error relativo

Supongamos tener el caso de dos mediciones X_1 y X_2 , puede ser necesario comparar las calidades de estas mediciones. Por ejemplo, sean X_1 y X_2 :

$$X_1 = (17,5 \pm 0,5) \text{ cm} \quad ; \quad X_2 = (26 \pm 1) \text{ mm}$$

Se trata de comparar las calidades de las mediciones, no los valores; todos sabemos de la diferencia entre 17,5 cm y 26 mm, pero ¿cómo decidimos si la medición de X_1 es mejor o peor que la de X_2 ?

Para eso definimos el **error relativo** (ϵ) como el *cociente entre el error absoluto y el valor verdadero de la magnitud o, aproximadamente, el error absoluto dividido el valor medido*.

$$\varepsilon = \frac{\Delta X}{X} \cong \frac{\Delta X}{X'}$$

Se define también el **error relativo porcentual** como:

$$\varepsilon\% = \frac{\Delta X}{X} \cdot 100\% \cong \frac{\Delta X}{X'} \cdot 100\%$$

Retomando el ejemplo los valores correspondientes a las distintas mediciones son rápidamente comparables, resultando:

$$\begin{array}{ll} \varepsilon_1 = 0,029 & \varepsilon_{1\%} = 2,9 \% \\ \varepsilon_2 = 0,038 & \varepsilon_{2\%} = 3,8 \% \end{array}$$

Como el error relativo en el primer caso es menor que en el segundo, la calidad de esta primera medición es mejor que la segunda.

Tanto el error relativo como el error relativo porcentual son adimensionales.

Se define como **precisión** de una medida (no confundir con **precisión** de un instrumento, pág.5) a la *recíproca del error relativo*:

$$K = 1 / \varepsilon$$

En el ejemplo anterior:

$$K_1 = 1 / \varepsilon_1 = 34,483 \quad \text{y} \quad K_2 = 1 / \varepsilon_2 = 26,316$$

De lo que resulta ser $K_1 > K_2$, la medida del primer caso es más precisa que la del segundo.

3.2.3 Cifras significativas y el valor de los ceros

Sabemos que en:

Matemática $9,5 = 9,50 = 9,500$ (no se habla de errores). Mientras que, en

Física $9,5\text{cm} \neq 9,50\text{cm} \neq 9,500\text{cm}$.

En el último caso, se entiende que: al expresar 9,5 cm no hay información sobre las décimas de mm (o centésimas del cm), y cuando se dice 9,500 cm, hay seguridad hasta la centésima del cm, estando la milésima afectada de error y no hay información sobre 1/10000 parte del cm.

En el ejemplo anterior 9,50 cm tiene tres cifras significativas, dos de ellas garantizadas y la última afectada del error. Si el mismo valor se expresara en m, debe mantenerse la convención que indica las tres cifras significativas. Entonces será 0,0950 m. Los ceros que aparecen a la izquierda sólo indican la unidad utilizada y son convencionales.

El concepto de cifra significativa es uno de los más confusos del análisis de errores, al superponerse en él consideraciones de tipo matemático y de tipo físico. En general, estamos interesados en encontrar un concepto de significación física (por tanto experimental, no exclusivamente numérica) de una determinada cifra integrante de una expresión numérica. Es evidente que ello dependerá de la medida concreta y vendrá determinada por su error experimental concreto. Podemos definir el **concepto de cifra significativa como aquella que aporta información no ambigua ni superflua acerca de una determinada medida experimental.**

Las cifras no significativas aparecen como resultado de los cálculos y no tienen significado alguno. Las cifras significativas de un número vienen determinadas y acotadas por su error. Son cifras significativas aquéllas que ocupan una posición igual o superior al orden o posición del error. Veamos los siguientes ejemplos.

- a) Los ceros colocados entre dígitos distintos de cero son significativos:
 205 tiene 3 cifras significativas
 2,05 tiene 3 cifras significativas
 61,09 tiene 4 cifras significativas

- b) Los ceros que preceden al primer dígito distinto de cero, no son significativos:
 0,0025 tiene 2 cifras significativas
 0,0108 tiene 3 cifras significativas

- c) Los ceros al final de un número que tiene “coma decimal”, son significativos:
 0,500 tiene 3 cifras significativas
 25,160 tiene 5 cifras significativas
 3,00 tiene 3 cifras significativas

3.2.4 Expresión correcta del resultado de una medición

Por ejemplo, al medir una cierta distancia hemos obtenido: **297 mm ± 2 mm**. De este modo entendemos que el valor real de dicha magnitud está entre **295 mm** y **299 mm**.

Ejemplos

| Expresiones Incorrectas | Expresiones correctas |
|---|---|
| 23,463 cm ± 0,165 cm | 23,5 cm ± 0,2 cm o (23,5±0,2) cm |
| 43,1267 m ± 0,06 m | 43,13 m ± 0,06 m o (43,13 ± 0,06) m |
| 345,2 g ± 3 g | 345 g ± 3 g o (345 ± 3) g |
| 24586 m ± 12 m | 24590 m ± 10 m |
| 1724,7 cm ± 1 cm | 1725 cm ± 1 cm |
| 44584 mm ² ± 232 mm ² | 44600 mm ² ± 200 mm ² |
| 44584 mm ² ± 292 mm ² | 44600 mm ² ± 300 mm ² |

Observar el redondeo de las cifras para llegar a la expresión correcta.

3.3 Mediciones Directas e indirectas

Una medición se considera **directa** cuando su **resultado se puede leer directamente en la escala del instrumento de medición utilizado**. Es decir, cuando el alcance del instrumento de medición es mayor que la dimensión medida, o cuando no es necesario realizar operaciones matemáticas para obtener el resultado final de la medición.

Ej.: la medición del largo de una hoja con una regla, el tiempo transcurrido para un evento con un cronómetro, etc.

Una medición se considera como **indirecta** cuando el **valor de la medición final se obtiene como resultado de una operación matemática sobre valores leídos a través de un instrumento**, como por ejemplo la suma de tres mediciones, para determinar el perímetro de un triángulo o la multiplicación de dos mediciones para obtener la superficie de un rectángulo.

Ej.: el área (**A**) de un círculo midiendo el diámetro (**D**) $A = \pi D^2 / 4$
el volumen (**V**) de un paralelepípedo de lados **a**, **b** y **c** $V = a.b.c$

Cuando se realizan mediciones indirectas, el resultado final va acompañado de un error que resulta de la **propagación de errores** pertenecientes a cada una de las mediciones que forman parte de la operación matemática.

3.4 Propagación de errores

3.4.1 Propagación de errores en el caso de suma y resta

Sean dos magnitudes X e Y con sus correspondientes incertezas ΔX y ΔY .

El resultado de la operación **suma** o **resta** será:

$$L = X + Y$$

Las mediciones fueron X' e Y' . siendo el $L' = X' + Y'$. En consecuencia:

$$L = (X' \pm \Delta X + Y' \pm \Delta Y) = (X' + Y') + (\pm \Delta X \pm \Delta Y) = L' + (\pm \Delta X \pm \Delta Y)$$

$$\Delta L = L - L' = (\pm \Delta X \pm \Delta Y)$$

La situación extrema será cuando ΔX y ΔY tengan el mismo signo o sea ΔL será máximo y el error de la operación resultará ser:

$$\Delta L = \Delta X + \Delta Y$$

Dicho en forma coloquial (en palabras):

“El máximo error absoluto en la suma o resta de magnitudes físicas será la suma de los errores absolutos cometidos en cada una de ellas”

Ejemplo:

$$X = (23,2 \pm 0,2) \text{ mm} \quad ; \quad Y = (16,8 \pm 0,1) \text{ mm}$$

Entonces:

$$X + Y = (23,2 + 16,8) \text{ mm} \pm (0,2 + 0,1) \text{ mm} = (40,0 \pm 0,3) \text{ mm}$$

$$\text{y } X - Y = (23,2 - 16,8) \text{ mm} \pm (0,2 + 0,1) \text{ mm} = (6,4 \pm 0,3) \text{ mm}$$

Como vemos, por más que la operación sea una resta, los *errores absolutos se suman*. Esto se debe a que la suma de dos incertezas siempre dará una incerteza mayor, lo cual es lógico siendo que se suman los errores cometidos en ambas mediciones. El mismo caso se da para la suma o resta de tres o más mediciones.

3.4.2 Propagación de errores en el caso del producto y el cociente

Sean dos magnitudes X e Y con sus correspondientes incertezas ΔX y ΔY

El producto será $L = X \cdot Y$, siendo los valores medidos X' e Y' . Resulta entonces

$$L = (X' \pm \Delta X) (Y' \pm \Delta Y)$$

$$\text{y resolviendo } L = X' \cdot Y' \pm X' \cdot \Delta Y \pm Y' \cdot \Delta X \pm \Delta Y \cdot \Delta X$$

El término $\Delta Y \cdot \Delta X$ puede despreciarse de manera que nos queda:

$$L = X' \cdot Y' \pm X' \cdot \Delta Y \pm Y' \cdot \Delta X$$

$$\text{Como } L' = X' \cdot Y', \text{ resulta: } \Delta L = L - L' = \pm X' \cdot \Delta Y \pm Y' \cdot \Delta X$$

$$\text{y el error relativo es: } \frac{\Delta L}{L'} = \frac{L - L'}{L'} = \frac{\pm X' \cdot \Delta Y \pm Y' \cdot \Delta X}{X' \cdot Y'} = \pm \frac{\Delta Y}{Y'} \pm \frac{\Delta X}{X'}$$

Tomando su valor máximo cuando ΔX y ΔY tengan el mismo signo, resulta:

$$\boxed{\frac{\Delta L}{L'} = \frac{\Delta Y}{Y'} + \frac{\Delta X}{X'}}$$

El máximo error relativo es la suma de los errores relativos de los factores

En el caso del cociente la incerteza relativa también es el resultado de la suma de las incertezas relativas, resultando:

$$L = \frac{X}{Y} \quad \text{y} \quad \boxed{\frac{\Delta L}{L'} = \frac{\Delta X}{X'} + \frac{\Delta Y}{Y'}}$$

“el máximo error relativo en un producto o cociente de magnitudes físicas es igual a la suma de los errores relativos de cada uno de los factores intervinientes”

Ejemplo:

Consideremos un rectángulo medido con una regla común con lados:

$$\mathbf{a} = (23,4 \pm 0,1) \text{ cm} \quad \mathbf{b} = (17,3 \pm 0,1) \text{ cm}$$

Calculemos la superficie con su error

$$S = a \cdot b \rightarrow S' = a' \cdot b' \quad S' = 23,4 \text{ cm} \cdot 17,3 \text{ cm} = 404,82 \text{ cm}^2$$

$$e_{\text{rel sup}} = e_{\text{rel a}} + e_{\text{rel b}}$$

$$\frac{\Delta S}{S'} = \frac{\Delta a}{a'} + \frac{\Delta b}{b'} \quad \frac{\Delta S}{404,82 \text{ cm}^2} = \frac{0,1 \text{ cm}}{23,4 \text{ cm}} + \frac{0,1 \text{ cm}}{17,3 \text{ cm}}$$

$$\Delta S = 0,01 \cdot 404,82 \text{ cm}^2 = 4,0482 \text{ cm}^2 \quad S = S' \pm \Delta S$$

$$S = (405 \pm 4) \text{ cm}^2$$

Bibliografía:

- Wilson, J.D., “Física” 2da. Edición (1996), Prentice Hall Hispanoamericana S.A.
- Creus, E., Piacentini, R. “Introducción al Laboratorio. Fac. Cs. Exactas e Ing. UNR
- Cernuschi, F., Greco, F.I. “Teoría de errores de mediciones” (1974), Eudeba S.E.M.
- Lara, M., Farina, J., “Introducción al estudio de mediciones” (2005). Fac. Cs. Agrarias UNR

LABORATORIOS DE FÍSICA – NORMATIVA DE TRABAJO

Fechas de ejecución: a determinar por la Cátedra

Asistencia: Obligatoria.

En caso de inasistencia deberá recuperarse en la fecha determinada por la Cátedra.

Jornada de Laboratorio:

En caso que se requiera inscripción previa, la Cátedra lo comunicará por los medios correspondientes.

El/la estudiante deberá:

- presentarse al horario estipulado, para dar el presente.
- asistir con guardapolvo, pantalón largo, calzado cerrado y pelo atado.
- haber **leído los Trabajos Prácticos (TP)** a realizar en ese día.

Los grupos serán de 3 integrantes (presentes en el laboratorio).

Se entregará 1 informe por grupo por TP. El mismo deberá tener el visado de datos del profesor a cargo del laboratorio.

Todos los cálculos como así también la propagación de errores que se necesiten utilizar, son parte de la presentación del informe.

Entrega del informe:

Fecha límite de entrega: a determinar el día de la ejecución (no se corregirán TP entregados fuera de tiempo)

El informe debe:

- Tener carátula completa (no se corregirá en caso contrario)
- Solo se aceptarán **hojas abrochadas**, (**no** hojas sueltas, **no** en folios, **no** en carpetas)
- Confeccionarse en letra legible y prolijo.
- En caso de entregar más de un informe, abrocharlos por separado.

Se informará el momento de entrega, en cuantos días posteriores puede acercarse a la Cátedra a verificar si ya se encuentra corregido.

Corrección del informe:

Al retirar el TP corregido, podrá tener la leyenda:

- **Aprobado:** en este caso los/las estudiantes solo retiran el informe.
- **Corregir:**
 - En este caso los/las estudiantes deberán retirar el informe y ver los puntos que se les observaron, corregirlos y volver a entregar el informe.
 - Esta segunda entrega es la última oportunidad de aprobar el informe.
 - El plazo de la segunda entrega se avisará oportunamente.
 - La segunda entrega se hará en la Cátedra, y los/las estudiantes deberán volver para ver la correspondiente corrección.
 - Esa corrección podrá: estar Aprobada (los estudiantes se llevan el informe) o estar Rechazada (el TP deberá recuperarse en fecha a determinar).

- **Rechazado:** el TP deberá recuperarse en fecha a determinar por la Cátedra.

NOTAS

- Para que el informe sea corregido deberá cumplimentar lo mencionado y cualquier otra aclaración mencionada el día de la realización del mismo.
- Los/las 3 integrantes del grupo son responsables de la confección del informe y correcciones del mismo si las hubiere.
- Al terminar los TP de toda la cursada, la Cátedra confeccionará una lista con la condición de los/las estudiantes respecto a los laboratorios (si está aprobado, si debe recuperar alguno o si está en condición de libre).
- Es necesario ser cuidadoso y responsable con el uso de los elementos y/o materiales durante la ejecución del laboratorio. En caso de algún daño, éste debe ser comunicado en forma inmediata al docente a cargo.



FÍSICA

Guías de los Trabajos Prácticos de Laboratorio 2024

Prof. Adj. (Dra) Paula Almirón
JTP Lic. (Dra) Victoria Colombo
JTP Ing. Agr. Enrique Montero Bulaccio
JTP Ing. Civ. Ma. Florencia Hermida
JTP Lic. Natalia Mosconi
JTP Lic (Dra) Aldana Zayas
Ay. 1^{era} Ing. Civ. Estefanía Lanas
Ay. 1^{era} Prof. Ileana Seifert

FACULTAD DE CIENCIAS AGRARIAS - UNR

Departamento Instrumental Básico

2024

FACULTAD DE CIENCIAS AGRARIAS (U.N.R.)
FÍSICA - Departamento Instrumental Básico

FICHA DEL TRABAJO PRÁCTICO DE LABORATORIO Nº 1

T í t u l o: Mediciones y propagación de errores (incertezas)

| Trabajo Práctico Nº 1 | |
|---------------------------------------|----------|
| Fecha de ejecución del Cantidad de | Comisión |
| APELLIDO | Nombres |
| 1) | |
| 2) | |
| 3) | |

Calificación:.....Fecha:.....Corregido por:.....

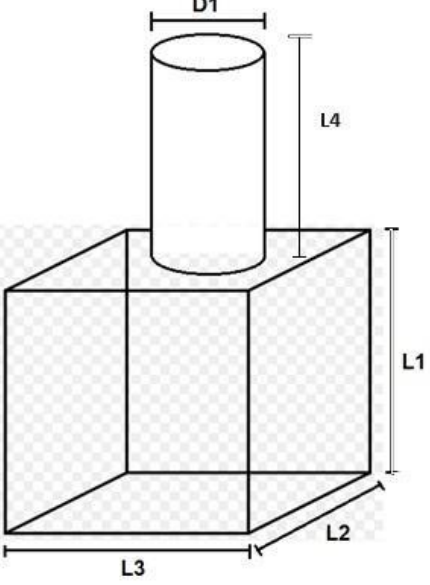
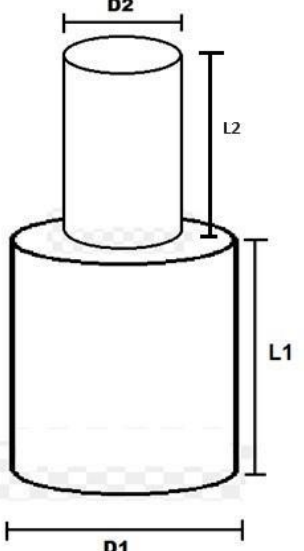
Calificación:.....Fecha:.....Corregido por:.....

- Cada grupo elaborará y presentará un solo informe el cual podrá ser **APROBADO**, observado para **CORREGIR** o **RECHAZADO** en este caso deberá ejecutar nuevamente el trabajo correspondiente en la fecha de Recuperación de Laboratorios.
- Si debe **CORREGIR** el TP, hágalo en hoja aparte agregada a las anteriores. No elimine ni reemplace nada de lo hecho, agregue.

2024

Valores de las mediciones realizadas

(completar el croquis correspondiente a la pieza del grupo)

| Pieza 1 | Calibre | |
|---|--------------------|--|
|  | L1= | |
| | L2= | |
| | L3= | |
| | L4= | |
| | D1= | |
| | Apreciación | |
| Pieza 2 | Calibre | |
|  | L1= | |
| | L2= | |
| | D1= | |
| | D2= | |
| | Apreciación | |

| Probeta | |
|-----------------------|--|
| V₁= | |
| V₂= | |
| Apreciación | |

Visado:.....

Entrega material:

| | |
|----|----|
| SI | NO |
|----|----|

FÍSICA - 2024
GUIA DE LABORATORIO Nº 1
MEDICIONES Y PROPAGACIÓN DE ERRORES

OBJETIVOS GENERALES:

1. Entrenarse en los procesos de medición y la realización de informes de laboratorio.
2. Reconocer y evaluar las incertezas o errores asociados al proceso de medición.
3. Planificar un proceso de medición sencillo, obtener las lecturas necesarias, propagar las incertezas asociadas y expresar correctamente las mediciones y los resultados.
4. Adquirir las habilidades necesarias para utilizar correctamente los instrumentos de medición de laboratorio: el calibre o pie de rey y la probeta graduada.

OBJETIVO ESPECÍFICO:

Determinar el volumen de una pieza de metal.

DESARROLLO DEL TRABAJO PRÁCTICO:

En el laboratorio se procederá de la siguiente manera:

- 1) Cada grupo dispondrá de una pieza de metal.
- 2) Se medirán con calibre las longitudes necesarias para el cálculo del volumen de la pieza.
- 3) Se medirá el volumen de líquido (agua) en una probeta, luego se introducirá la pieza de metal y se medirá el nuevo nivel marcado en la probeta.

Realización del informe:

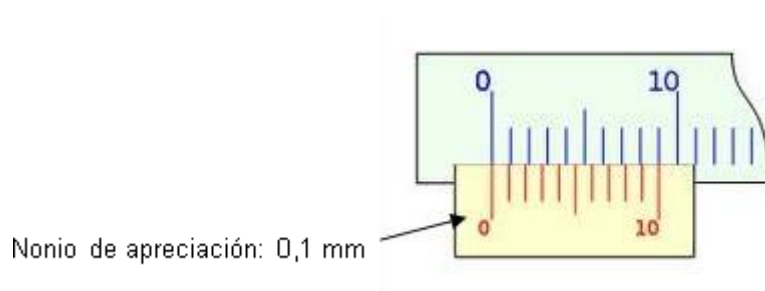
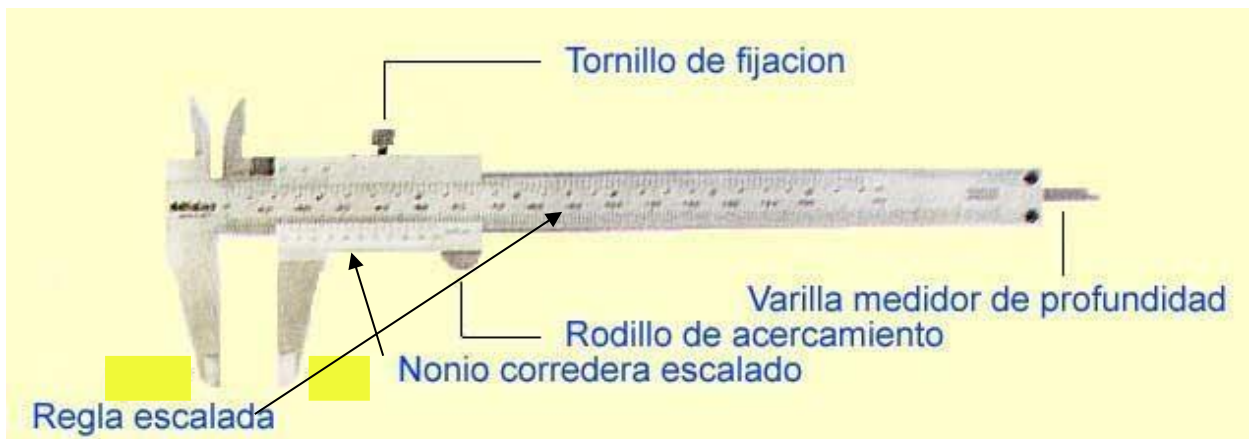
- 1) **Completar** el croquis de la pieza e indicar las cantidades medidas con el calibre. Expresarlas correctamente con sus correspondientes incertezas:
 $(L' \pm \Delta L)$
- 2) a) A partir de las longitudes medidas con el **calibre calcular el volumen** de la pieza con su incerteza (realice los cálculos del volumen y la propagación de las incertezas por separado y luego exprese correctamente el resultado de la medición, según los **criterios adoptados en la cátedra**).

b) A partir de las mediciones con la **probeta calcular el volumen** de la pieza por diferencia de volúmenes, con su correspondiente incerteza (ídem anterior).
- 3) a) **Representar gráficamente** en la recta numérica los intervalos de medición obtenidos con ambos métodos; b) **determinar** en la misma gráfica el **intervalo del valor verdadero** del volumen de la pieza; y c) **expresar sus conclusiones**.

Anexo: Instrumentos de medición

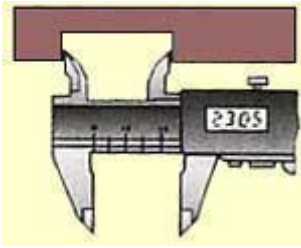
CALIBRE

El calibre o pie de rey es un instrumento de precisión que sirve para medir longitudes con una apreciación menor que la correspondiente a la de una regla (regla escalada). Con un calibre se pueden medir longitudes de hasta 2000 mm (los utilizados en nuestros laboratorios miden longitudes de hasta 200 mm). Consiste en una regla auxiliar graduada móvil (nonio) que puede deslizarse a lo largo de la regla escalada fija. La regla escalada fija está dividida en milímetros, y en la regla móvil (nonio), por ejemplo una longitud de 9 mm se ha dividido en 10 partes. Las escalas suelen estar graduadas en pulgadas, milímetros o en pulgadas y milímetros a la vez.

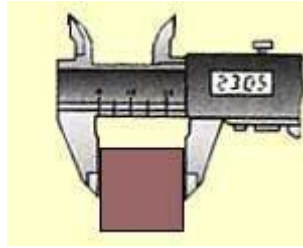


El calibre es de gran utilidad para medir longitudes de diferentes elementos. La apreciación de este instrumento (dependiendo de las divisiones del nonio), puede ser de 1 décima hasta 2 centésimas de milímetro e incluso a la media décima de milímetro.

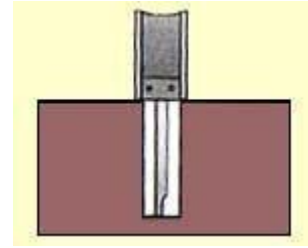
Para **medir exteriores** se utilizan las dos mordazas o patas largas (inferiores), para **medir interiores** (por ejemplo diámetros de orificios) las dos patas pequeñas (superiores), y para **medir profundidades** un vástago (varilla medidor de profundidad) que sale por la parte trasera. Al efectuar una medición, la pata móvil que tiene una escala graduada nos indica con su primera división (0) los milímetros (en la escala fija) de la longitud que estamos midiendo y la siguiente división de la escala móvil que coincida exactamente con una de las divisiones de la escala fija nos indica, por ejemplo, las medias décimas (0,05) de milímetro (calibre con 20 divisiones).



Medición de interior



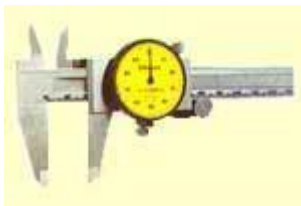
Medición de exterior



Medición de profundidad

Tipos de calibre:

- de lectura directa (**el que usaremos en el Laboratorio**).
- de lectura con reloj analógico.
- de lectura digital.



Lectura analógica



Lectura directa



Lectura digital

El calibre está por lo general fabricado en material de acero inoxidable templado, también son fabricados en plástico y otros materiales, pero éstos son de menor calidad.

PROBETA GRADUADA

La **probeta** graduada es un instrumento, construido generalmente de vidrio o plástico, que sirve para contener líquidos y permite medir los volúmenes de los mismos en forma directa.

Consiste en un tubo transparente con base, lleva grabada una escala (por la parte exterior) que permite medir el volumen del líquido contenido en ella. La parte inferior cerrada, posee una base ancha que sirve de apoyo, mientras que la superior es abierta (permite introducir el líquido) y suele tener un pico para volcar el mismo.

Existen probetas de variados tamaños, con capacidades máximas desde 10 ml hasta de 2000 ml.



FACULTAD DE CIENCIAS AGRARIAS (U.N.R.)

FÍSICA - Departamento Instrumental Básico

FICHA DE TRABAJO PRÁCTICO DE LABORATORIO Nº 2

T í t u l o: Aceleración de la gravedad - Péndulo

| Trabajo Práctico Nº 2 | |
|--|-----------|
| Fecha de ejecución del TP: Cantidad de Integrantes: | Comisión: |
| APELLIDO | Nombres |
| 1) | |
| 2) | |
| 3) | |
| | |
| | |

Calificación:.....Fecha:..... Corregido por:.....

Calificación:.....Fecha:..... Corregido por:.....

- Cada grupo elaborará y presentará un solo informe el cual podrá ser **APROBADO**, observado para **CORREGIR** o **RECHAZADO** en este caso deberá ejecutar nuevamente el trabajo correspondiente en la fecha de Recuperación de Laboratorios.
- Si debe **CORREGIR** el TP, hágalo en hoja aparte agregada a las anteriores. No elimine ni reemplace nada de lo hecho, agregue.

Valores de las mediciones realizadas

| | |
|---|--------------|
| L (Longitud hilo) | |
| Apreciación cinta métrica | |
| T'_{n1} (n períodos) | |
| T'_{n2} (n períodos) | |
| T'_{n3} (n períodos) | |
| n (períodos) | |
| Apreciación para la medida del tiempo: error de reacción T (promedio) | 0,2 s |

Visado:.....

Entrega material:

| | |
|----|----|
| SI | NO |
|----|----|

FACULTAD DE CIENCIAS AGRARIAS FÍSICA 2024
GUÍA DE LABORATORIO Nº 2

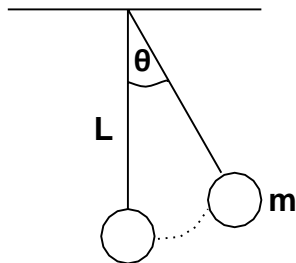
**DETERMINACIÓN DE LA ACELERACIÓN DE LA GRAVEDAD (g) CON EL
PÉNDULO**

OBJETIVO:

Determinar la aceleración de la gravedad **g**, utilizando un péndulo simple.

INTRODUCCIÓN:

Se define como péndulo simple o péndulo matemático a una masa puntual **m** suspendida de un punto fijo, por medio de un hilo inextensible de longitud **L** y sin masa.



Si se lo aparta de su posición de equilibrio, oscila en un plano vertical. Llamamos período (**T**) al tiempo que transcurre entre dos pasajes sucesivos de la masa (**m**) por el mismo punto de la trayectoria y moviéndose en un mismo sentido.

Se puede demostrar que para ángulos θ pequeños ($\theta < 5^\circ$), resulta:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (1)$$

MATERIALES A UTILIZAR:

- Esferita metálica (masa **m**)
- Hilo delgado y resistente
- Soporte
- Cinta métrica o regla milimetrada
- Cronómetro (celular)

DESARROLLO DEL TRABAJO:

De la expresión (1) se obtiene **g** a partir de las mediciones directas de **T'** y de **L'**.

$$g' = 4\pi^2 \frac{L'}{T'^2} \quad (2)$$

El error relativo viene dado por:

$$\frac{\Delta g}{g'} = \frac{\Delta L}{L'} + 2 \frac{\Delta T}{T'} \quad (3)$$

Para disminuir el error relativo $\frac{\Delta L}{L'}$ de la ecuación (3) se tomará una longitud de hilo (L) suficientemente larga (aproximadamente de 1 m).

El término $\frac{\Delta T}{T'}$ es en general grande (pues T' es pequeño).

El máximo error casual al registrar el tiempo con el cronómetro será en este caso el **error de reacción del observador** estimado en 0,2 s; este error será el mismo al medir el tiempo T' de 1 período o T_n' de n períodos. De esta manera podemos disminuir el error relativo en al menos un orden de magnitud, si en lugar de medir el tiempo T' de un período medimos el tiempo T_n' de n períodos:

Tendremos entonces $n \cdot T' = T_n'$, con $\Delta T = \Delta T_n$, la expresión (2) se transforma en:

$$g' = 4 \pi^2 \frac{L'}{T_n'^2} n^2 \quad (4)$$

El error relativo para la ecuación (4) será:

$$\frac{\Delta g}{g'} = \frac{\Delta L}{L'} + 2 \frac{\Delta T}{T_n'} \quad (5)$$

3.4.1 MEDICIONES A REALIZAR:

- Se mide L y se calcula $\frac{\Delta L}{L'}$
- Se realizan tres mediciones de $T_n' = n T'$ y se hace un promedio

$$T_n' = \frac{T_{n1}' + T_{n2}' + T_{n3}'}{3}$$

- Con este promedio y la longitud del péndulo se calcula g con la expresión (4) y Δg a partir de la ecuación (5).

n (cantidad de períodos) =

| | Valor medido (X') | Error Absoluto (ΔX) | Expresión de la medición X = (X' ± ΔX) |
|-------------------------------|----------------------|------------------------|---|
| L (Longitud hilo) | | | |
| T' _{n1} (n períodos) | | | |
| T' _{n2} (n períodos) | | | |
| T' _{n3} (n períodos) | | | |

• **Cálculos a realizar:**

T_n' (Tiempo promedio) y error asociado (s):

g' (Aceleración de la gravedad) y error asociado (m/s²):

- **Calcular el error relativo porcentual (□_r%) y la precisión (K) de la medición obtenida, así como también para el valor de la aceleración de la gravedad en Zavalla.**
- **Comparar (teniendo en cuenta el □_r% y la K) el valor obtenido de g en el TP respecto al valor aceptado correspondiente a Zavalla, y elaborar una conclusión (Longitud: - 60,889°; Latitud: - 33,031°):**

$$g = (9,7956 \pm 0,0001) \text{ m/s}^2$$

.....
.....
.....
.....
.....
.....

FACULTAD DE CIENCIAS AGRARIAS (U.N.R.)

FÍSICA - Departamento Instrumental Básico

FICHA DE TRABAJO PRÁCTICO DE LABORATORIO

Nº 3

Título: Área foliar

| Trabajo Práctico Nº 3 | |
|----------------------------|-----------|
| Fecha de ejecución del TP: | Comisión: |
| Cantidad de Integrantes: | |
| APELLIDO | Nombres |
| 1) | |
| 2) | |
| 3) | |

Calificación:..... Fecha:..... Corregido por:.....

Calificación:..... Fecha:..... Corregido por:.....

NOTA 1: (para todos los Trabajos de Laboratorio): cada grupo elaborará y presentará un solo informe el cual podrá ser **APROBADO**, observado para **CORREGIR** o **RECHAZADO** en este caso deberá ejecutar nuevamente el trabajo correspondiente en la fecha de Recuperación de Laboratorios.

NOTA 2: Los cálculos como así también la propagación de errores que necesite utilizar es parte de la presentación de su informe.

NOTA 3: Si debe CORREGIR el TP, hágalo en hoja aparte agregada a las anteriores. **No elimine ni reemplace nada de lo hecho, agregue.**

Valores de las mediciones realizadas

| | |
|---------------------------|--|
| $L' =$ | |
| $a' =$ | |
| Apreciación de la regla | |
| $m_{A4}' =$ | |
| $m_R' =$ | |
| Apreciación de la balanza | |

Visado:.....

Entrega material

| | |
|-----------|----------|
| SI | N |
| | O |

**FACULTAD DE CIENCIAS
AGRARIASFÍSICA - 2024
GUIA DE LABORATORIO N° 3
DETERMINACION DEL AREA FOLIAR**

INTRODUCCIÓN:

La determinación del área foliar de una planta dada es de importancia agronómica por estar vinculada a los procesos de evapotranspiración y fotosíntesis que se llevan a cabo a través de las hojas.

OBJETIVOS:

1.- Determinar del área foliar para una hoja de una planta dada y conocer los resultados de mediciones experimentales y la forma de calcular las indeterminaciones de mediciones indirectas.

2.- Determinar para distintas hojas de una planta dada si existe relación funcional entre el área foliar y el producto de dos longitudes características de la hoja.

DESARROLLO DEL TRABAJO PRÁCTICO:

Cada grupo de alumnos se ocupará de calcular:

- b) el área de una hoja de una planta (A_R),
- c) el producto de dos longitudes características de la hoja, **ver figura.**

Se procederá de la siguiente manera:

- 1) Cada grupo tomará una hoja de la planta, previamente herborizada, y un papel tamaño A4 cuyo espesor y densidad se consideran homogéneas.
- 2) De la lámina de papel se medirá su masa (m_{A4}) y sus lados que llamaremos x e y , para calcular el valor representativo del área de la lámina de papel ($A_{A4} = x \cdot y$) que consideraremos exenta de error.
- 3) Luego se dibujará sobre la lámina de papel, el perímetro de la hoja de la planta sin el pecíolo, se recortará el papel y se medirá la masa del papel recortado (m_R).
- 4) Dado que consideramos densidad y espesor homogéneos (constantes) para el papel: $\delta = m / (A \cdot e) \Rightarrow m_R / A_R = m_{A4} / A_{A4}$ despejando, se podrá calcular el área foliar como:

$$A_R = A_{A4} \frac{m_R}{m_{A4}}$$

- 5) A partir de las mediciones directas del cálculo anterior, se determinará la incerteza en A_R mediante la propagación de errores.
- 6) Se medirán sobre el recorte de papel, el largo (L) (distancia entre la inserción del pecíolo y la punta de la hoja) y el ancho (a) (medido en la dirección perpendicular al largo y en el punto medio del mismo) y se calculará el producto del largo por el ancho, teniendo como resultado la superficie (S) de un rectángulo:

$$S = L \cdot a$$

- 7) Calcular la incerteza asociada a la medida de la superficie.
- 8) Se tabularán los valores de todos los grupos, de las áreas de las hojas y los correspondientes productos ancho por largo, con sus respectivas incertezas, en una tabla de 5 columnas como la siguiente (indicando claramente los datos correspondientes a sus propias mediciones):

| Grupo Nº | S (mm²) | ΔS (mm²) | A_R (mm²) | ΔA_R (mm²) |
|-----------------|---------------------------|----------------------------|---------------------------------------|--|
| 1 | | | | |
| 2 | | | | |
| 3 | | | | |
| 4 | | | | |
| 5 | | | | |
| 6 | | | | |
| 7 | | | | |
| 8 | | | | |
| 9 | | | | |
| 10 | | | | |
| 11 | | | | |
| 12 | | | | |
| 13 | | | | |
| 14 | | | | |
| 15 | | | | |
| 16 | | | | |
| 17 | | | | |
| 18 | | | | |

- 9) Se representarán los datos experimentales de la tabla anterior en un gráfico A_R en función de S, sus respectivas incertezas y la recta de ajuste calculando sus coeficientes (puede usarse un programa de PC, ej. el Excel, ingresando los datos a la computadora y hallando por regresión la ecuación de la recta y el coeficiente de regresión R² (ver ejemplo en el Anexo).

- 10) **Análisis regresional:** Interpretar la gráfica obtenida y sacar conclusiones.

Mediciones a realizar:

Planta utilizada: _____

L largo de la hoja

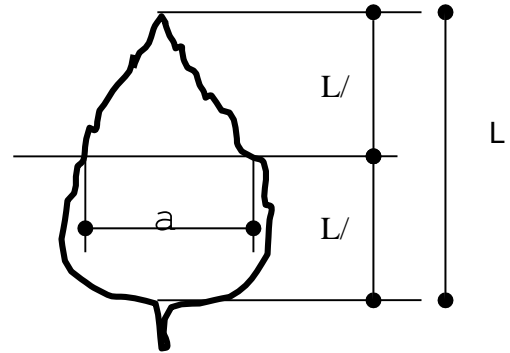
a ancho de la hoja, medido en el punto medio del largo

x (ancho de una lámina de papel A4) = 210 mm

y (largo de una lámina de papel A4) = 297 mm

m_{A4} masa de la lámina de papel A4

m_R masa de papel recortado con la forma de la hoja



Datos obtenidos, explicitando los rangos de incerteza:

$L' =$ _____ $\Delta L =$ _____ $L = L' \pm \Delta L =$ _____

$a' =$ _____ $\Delta a =$ _____ $a = a' \pm \Delta a =$ _____

$m_{A4}' =$ _____ $\Delta m_{A4} =$ _____ $m_{A4} = m_{A4}' \pm \Delta m_{A4} =$ _____

$m_R' =$ _____ $\Delta m_R =$ _____ $m_R = m_R' \pm \Delta m_R =$ _____

Cálculos:

A_{A4} : Área de la lámina de papel A4

$A_{A4} = x \cdot y =$ _____ (se considera sin error)

A_R : Área del recorte con forma de la hoja vegetal

$A_R' = \frac{A_{A4} \cdot m_R'}{m_{A4}} =$ _____, $\Delta A_R =$ _____

$A_R = A_R' \pm \Delta A_R =$ _____

S : Superficie que aproxima el área de la hoja vegetal

$S' = L' \cdot a' =$ _____, $\Delta S =$ _____

$S = S' \pm \Delta S =$ _____

GUIA DE LABORATORIO N° 3

DETERMINACION DEL AREA FOLIAR

Anexo: Análisis regresional

Ejemplo: Relación entre producción de pasto perenne y precipitaciones en zonas semidesérticas (serie de 10años).

Se intenta determinar si existe una relación entre:

X: precipitaciones entre los meses considerados (junio y agosto) en cm.

Y: producción de pasto perenne en kg ha⁻¹.

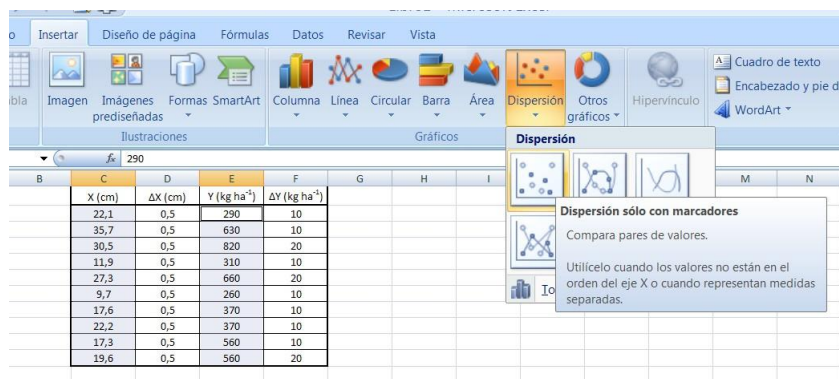
Datos:

| Reg.Nº | X (cm) | ΔX (cm) | Y (kg ha ⁻¹) | ΔY (kg ha ⁻¹) |
|--------|--------|-----------------|--------------------------|-----------------------------------|
| 1 | 22,1 | 0,5 | 290 | 10 |
| 2 | 35,7 | 0,5 | 630 | 10 |
| 3 | 30,5 | 0,5 | 820 | 20 |
| 4 | 11,9 | 0,5 | 310 | 10 |
| 5 | 27,3 | 0,5 | 660 | 20 |
| 6 | 9,7 | 0,5 | 260 | 10 |
| 7 | 17,6 | 0,5 | 370 | 10 |
| 8 | 22,2 | 0,5 | 370 | 10 |
| 9 | 17,3 | 0,5 | 560 | 10 |
| 10 | 19,6 | 0,5 | 560 | 20 |

Resolución con Excel 2007-2010

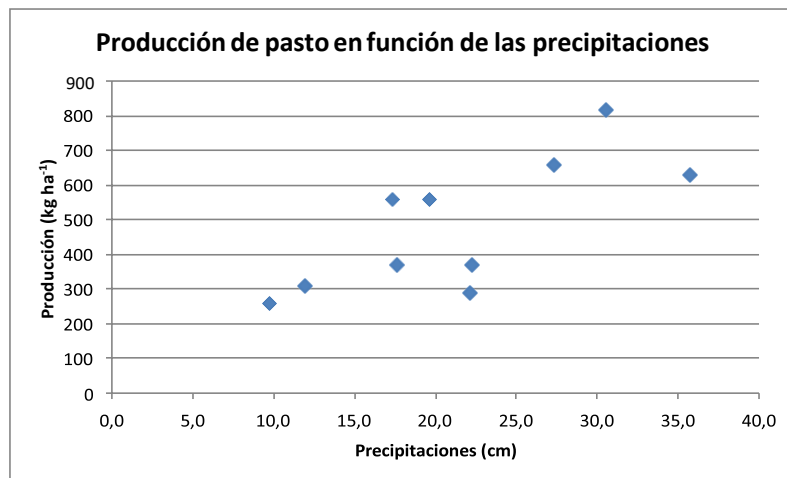
1- REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LOS DATOS

- Seleccionar los valores de la columna de la variable X y los de la columna de la variable Y.
- Dentro de la pestaña o solapa **Insertar**, en el grupo “**Gráficos**”, seleccionar “**Dispersión**” → **Dispersión sólo con marcadores**.



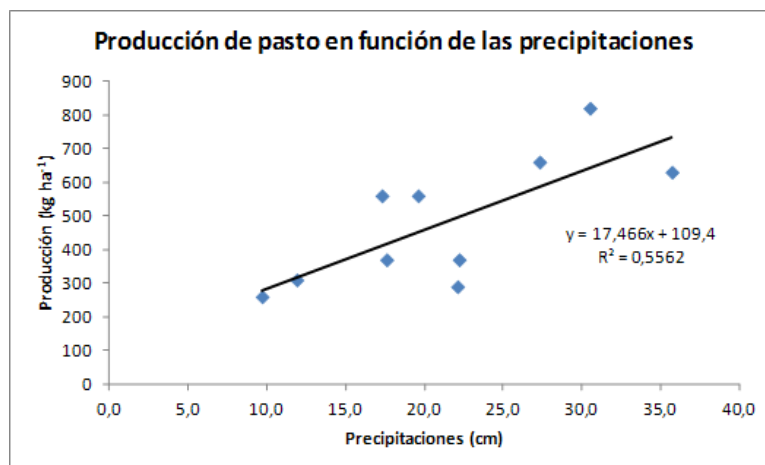
- Para modificar el título de gráfico, las etiquetas de ejes y el nombre de la serie de datos, teniendo el gráfico seleccionado, dentro de la pestaña **Presentación** se encontrarán todas las opciones pertinentes.

d) Realizando los pasos anteriores se debería tener un gráfico similar al siguiente:



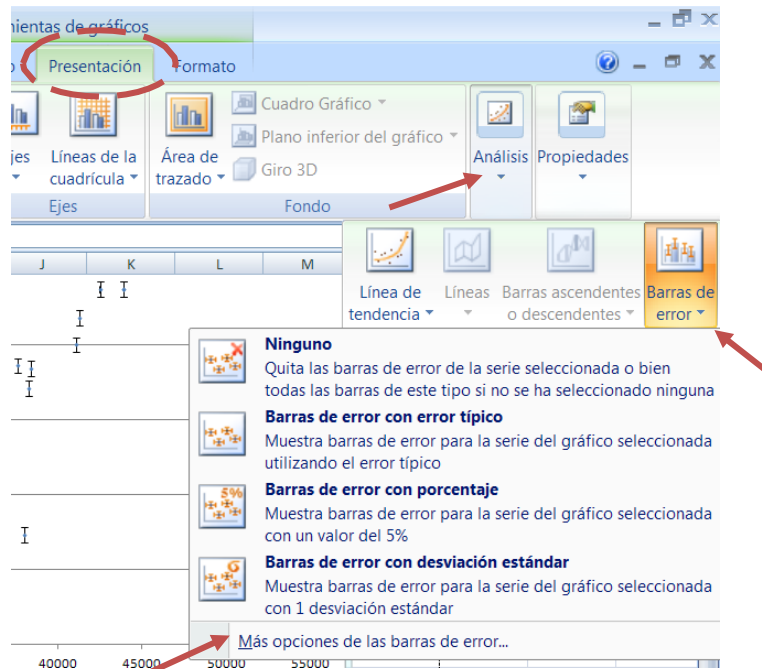
2- TRAZADO DE LA RECTA DE AJUSTE (*Línea de tendencia*)

- Seleccionar un punto cualquiera de los datos graficados y presionar el botón derecho del mouse. Del menú desplegado, seleccionar **"Agregar línea de tendencia"**.
- Tildar las opciones **"Presentar ecuación en el gráfico"** y **"Presentar el valor R cuadrado en el gráfico"**.
- Para comodidad de la visualización de los valores representados puede eliminar las líneas de división si así lo desea, seleccionando las mismas en la gráfica y oprimiendo la tecla 'Suprimir'.
- Finalmente debe obtenerse un gráfico como el siguiente:

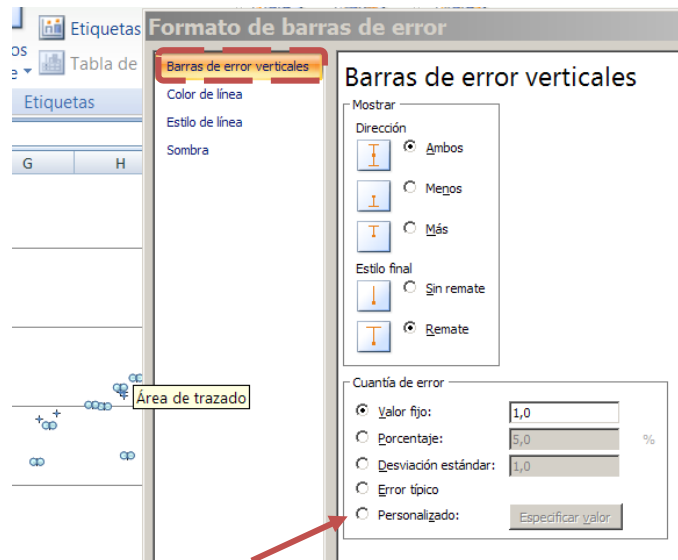


3- REPRESENTACIÓN DE LAS INCERTEZAS (barras de errores verticales y horizontales)

Con el gráfico seleccionado se habilita en la cinta de opciones la pestaña **Presentación**. Dentro de la opción o herramienta "**Análisis**", abrir "**Barras de error**". Sobre el menú desplegado clicar sobre "**Más opciones de la barra de error**".



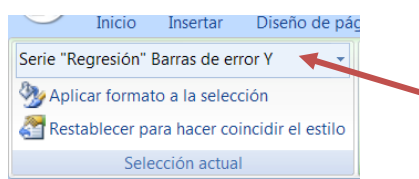
Se abre una nueva ventana como la siguiente:

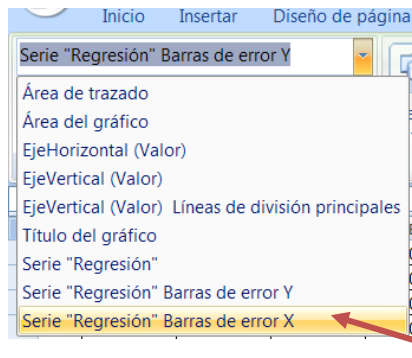


Directamente sobre el gráfico aparecen por defecto las barras de error en ambas direcciones, y con un error fijo igual a "1". Por ello y dependiendo del zoom del gráfico, pueden no apreciarse.

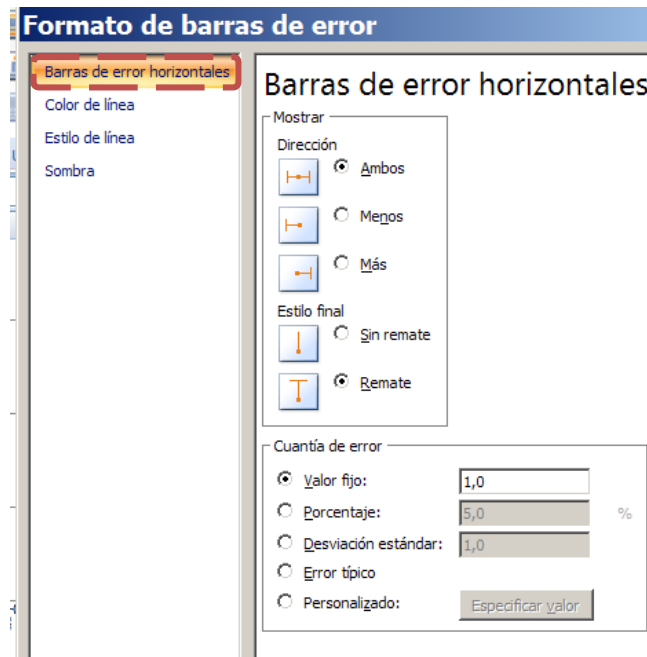
En principio, fijar la **Cuantía de error** (ver imagen anterior) para las barras verticales. Para ello, tildar la opción **Personalizado** (ver flecha) y a continuación especificar el valor por exceso y por defecto (en el TP Área foliar, seleccionar la columna ΔA_b tanto por exceso como por defecto).

A continuación, y siempre dentro de la pestaña **Presentación**, en el cuadro "**Selección actual**", desplegar el menú clicando sobre la flechita y seleccionar "**Serie 'NN' Barras de error X**".





De esta manera quedan seleccionadas las barras de error en X (las correspondientes a ΔP en el caso del TP2). De la misma manera que para las barras de error en Y, la ventana aparece configurada con las opciones habilitadas para las barras horizontales:



Proseguir de la misma forma que lo explicado anteriormente (en el caso del TP3 los valores especificados para el error serían los correspondientes a la columna con el nombre ΔP).

Si los puntos de la serie de datos resultaran ser muy grandes, cliqueando con el botón derecho del *mouse* en cualquiera de ellos, seleccionar la opción "**Dar formato a serie de datos**", seleccionar a continuación el submenú **Opciones de marcador** → **Tipo de marcador** → **Integrado** y elegir el tamaño adecuado.

IMPORTANTE: El valor obtenido para el coeficiente de correlación $R = \sqrt{R^2}$ indica si existe una correlación lineal entre las variables. Como regla general se acepta que si el coeficiente **R** es mayor que **0,5** hay correlación entre las variables, tanto mejor cuanto más cercano sea dicho valor a **1**, y si **R** es menor que **0,5** se considera que no hay correlación.

FACULTAD DE CIENCIAS AGRARIAS (U.N.R.)

FÍSICA - Departamento Instrumental Básico

FICHA DE TRABAJO PRÁCTICO DE LABORATORIO

Nº 4

**T í t u l o: Densidades Picnometría y
Lactodensímetro**

| Trabajo Práctico Nº | |
|---------------------------------|-----------------|
| Fecha de realización: | Comisión |
| Cantidad de Integrantes: | |
| APELLIDO | Nombres |
| 1) | |
| 2) | |
| 3) | |

Calificación:.....Fecha:..... Corregido por:.....

Calificación:.....Fecha:..... Corregido por:.....

NOTA 1: (para todos los Trabajos de Laboratorio): cada grupo elaborará y presentará un solo informe el cual podrá ser **APROBADO**, observado para **CORREGIR** o **RECHAZADO** en este caso deberá ejecutar nuevamente el trabajo correspondiente en la fecha de Recuperación de Laboratorios.
NOTA 2: Los cálculos como así también la propagación de errores que necesite utilizar es parte de la presentación de su informe.
NOTA 3: Si debe **CORREGIR** el TP, hágalo en hoja aparte agregada a las anteriores. **No elimine ni reemplace nada de lo hecho, agregue.**

Valores de las mediciones realizadas

| | |
|---|--|
| Masa picnómetro vacío (m_p) | |
| Masa picnómetro con alcohol (m_{p1}) | |
| Masa picnómetro con H ₂ O (m_{p2}) | |
| Error de apreciación Balanza | |
| $\delta_{\text{Leche pura}} =$ | |
| $\delta_{\text{Leche diluida}} =$ | |
| $V_{\text{Leche diluida}} =$ | |

Visado:.....

**FACULTAD DE CIENCIAS
AGRARIAS FÍSICA -
2024
GUÍA DE LABORATORIO Nº 4
DETERMINACIÓN DE LAS DENSIDADES DE LÍQUIDOS**

OBJETIVOS:

Determinación en forma indirecta de la densidad de un líquido (ej. alcohol) por el método del picnómetro.

Determinación en forma directa de la densidad de leche entera y leche descremada utilizando un lactodensímetro.

PICNOMETRÍA

Es el método más preciso para la determinación de densidades. El picnómetro es un frasco de dimensiones reducidas capaz de contener un volumen fijo y constante de líquido **a una determinada temperatura**. Para facilitar el perfecto llenado tiene un **cuello esmerilado** al que se adapta herméticamente un tapón, también esmerilado, el cual es atravesado por un tubo capilar.

Por medio de este método podemos obtener la densidad relativa de un líquido problema con respecto a un líquido patrón, a través de la relación de los **pesos de ambos líquidos**.

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\delta_1 V_1 g}{\delta_2 V_2 g} = \frac{m_1}{m_2}$$

Como $V_1 = V_2$ resulta $\frac{m_1}{m_2} = \frac{\delta_1}{\delta_2}$ (**densidad relativa**)

donde y $\delta_1 = \frac{m_1}{m_2} \delta_2$ (**densidad absoluta**)

m_1 masa del líquido problema

m_2 masa del líquido patrón

δ_1 densidad del líquido problema (incógnita)

δ_2 densidad del líquido patrón = 1 g/cm³ (agua destilada)

Como se puede observar a través de las fórmulas, la densidad relativa es adimensional, la cual debe ser necesariamente multiplicada por el valor de la densidad absoluta del líquido patrón para obtener finalmente la densidad absoluta del líquido problema. El desarrollo de la experiencia debe hacerse a temperatura constante para que las fórmulas precedentes sean válidas.

Desarrollo

- Pesar el Picnómetro vacío.
 - Pesar el Picnómetro conteniendo el líquido problema.
 - Pesar el Picnómetro conteniendo el líquido patrón.
-
- Se debe notar que a las masas del picnómetro conteniendo el líquido problema y el líquido patrón respectivamente, debemos restarle la masa del picnómetro vacío a los fines de efectuar las operaciones estrictamente con las masas de los respectivos líquidos.
 - Todas las pesadas se llevarán a cabo con la balanza de precisión.
 - Calcular la densidad del líquido problema con su respectiva incerteza.

| | Valor medido (X') | Error de apreciación (ΔX) | Expresión final ($X' \pm \Delta X$) |
|---|-----------------------|-------------------------------------|---------------------------------------|
| Masa picnómetro vacío (m_p) | | | |
| Masa picnómetro con alcohol (m_{p1}) | | | |
| Masa picnómetro con H ₂ O (m_{p2}) | | | |
| Masa alcohol (m_1) | | | |
| Masa H ₂ O (m_2) | | | |

Cálculos realizados:

Densidad absoluta del alcohol y error asociado (g/cm^3):

DENSIMETRÍA

Un densímetro es un tubo cilíndrico con un bulbo en su parte inferior, lastrado para que mantenga su posición vertical estable. En su parte cilíndrica tiene dispuesta una escala que permite leer directamente la densidad.

El densímetro se sumerge en el líquido cuya densidad se quiere medir, éste se hunde hasta alcanzar su posición de equilibrio, momento en el cual se toma la lectura en la escala calibrada al ras de la superficie del líquido.

Estos densímetros están calibrados para medir un rango pequeño de densidades, por este motivo es que necesitamos un densímetro específico para cada líquido. En este práctico usaremos el llamado lactodensímetro para medir la densidad de la leche.

Elementos:

- probeta con leche entera
- probeta con leche descremada
- lactodensímetro

Desarrollo

- Medir la **densidad** de la **leche entera**.
- Medir la **densidad** de la **leche descremada**.

Nota: obtenga estos volúmenes sin el cálculo de incertezas.

Conclusión: Justifique la **diferencia entre las mismas**.

FACULTAD DE CIENCIAS AGRARIAS (U.N.R.)

FÍSICA - Departamento Instrumental Básico

FICHA DE TRABAJO PRÁCTICO DE LABORATORIO

Nº: 5

Título: Viscosímetro de Ostwald

| Trabajo Práctico Nº 5 | |
|--------------------------|-----------|
| Fecha de realización: | Comisión: |
| Cantidad de Integrantes: | |
| APELLIDO | Nombres |
| 1) | |
| 2) | |
| 3) | |

Calificación:..... Fecha:..... Corregido por:.....

Calificación:..... Fecha:..... Corregido por:.....

NOTA 1: (para todos los Trabajos de Laboratorio): cada grupo elaborará y presentará un solo informe el cual podrá ser **APROBADO**, observado para **CORREGIR** o **RECHAZADO** en este caso deberá ejecutar nuevamente el trabajo correspondiente en la fecha de Recuperación de Laboratorios.

NOTA 2: Los cálculos como así también la propagación de errores que necesite utilizar es parte de la presentación de su informe.

NOTA 3: Si debe **CORREGIR** el TP, hágalo en hoja aparte agregada a las anteriores. **No elimine ni reemplace nada de lo hecho, agregue.**

Valores de las mediciones realizadas

| | | |
|---|--------------|--|
| Agua destilada | $t_{ag1} =$ | |
| | $t_{ag2} =$ | |
| | $t_{ag3} =$ | |
| Alcohol etílico | $T_{alc1} =$ | |
| | $T_{alc2} =$ | |
| | $T_{alc3} =$ | |
| Error de apreciación: error de reacción | | |

Visado:.....

**FACULTAD DE CIENCIAS
AGRARIAS FÍSICA - 2024
GUIA DE LABORATORIO N° 5
VISCOSÍMETRO DE OSTWALD**

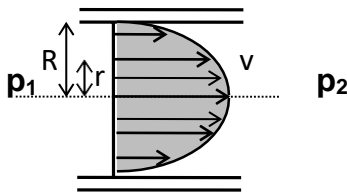
OBJETIVO

Determinar el coeficiente de rozamiento interno (viscosidad) de un fluido, mediante el empleo del Viscosímetro de Ostwald.

INTRODUCCIÓN

Este método se basa en la variación de la velocidad de escurrimiento de un líquido al circular por un tubo según su viscosidad.

Cuando un líquido circula por un tubo, con movimiento laminar, la velocidad de las partículas dependerá de su posición respecto del eje.



$$v(r) = \frac{p_1 - p_2}{4\eta L} (R^2 - r^2) \quad (1)$$

Donde:

$p_1 - p_2$ diferencia de presiones entre los puntos 1 y 2 del tubo.

L distancia entre los puntos 1 y 2.

R radio del tubo

r distancia del centro del tubo de la partícula cuya velocidad está expresada en la fórmula (1).

En función de esta velocidad se puede determinar una velocidad media, y de allí el caudal que circula (recordar que el caudal se puede definir como volumen escurrido por unidad de tiempo, o sea que es el producto del área de la sección por la velocidad media de escurrimiento).

$$Q = S \cdot v_{\text{media}} = \text{Volumen} / \text{tiempo}$$

En el Viscosímetro de Ostwald el área de la sección es la de un círculo: πR^2

$$(2) \quad Q = \frac{p_1 - p_2}{8\eta L} \pi R^4$$

Si la velocidad media es constante, la diferencia de presiones resulta:

$$p_1 - p_2 = \delta g h$$

donde:

δ densidad del líquido

h diferencia de alturas entre los bulbos del viscosímetro

VISCOSÍMETRO DE OSTWALD

Es un tubo en forma de **U**, cuya rama de la izquierda es una pipeta con dos enrrases **A** y **B** y con un tubo capilar en la rama de la derecha que posee un bulbo **E**.

Con este aparato se mide el tiempo que tarda en pasar el volumen de líquido contenido entre los enrrases **A** y **B**. Para ello se usa una cantidad de líquido que se vierte en el tubo. La cantidad de líquido será tal, que se aspire en la rama de la izquierda hasta que el menisco llegue por arriba del enrrase **A** y en la rama de la derecha el menisco esté en la base del bulbo **E**.

Se abandona el líquido en esta posición y se deja escurrir. Cuando el menisco pasa por el enrrase **A** se pone en marcha el cronómetro y se lo detiene cuando el menisco pasa por el enrrase **B**, tomándose así el “tiempo” de escurrimiento.

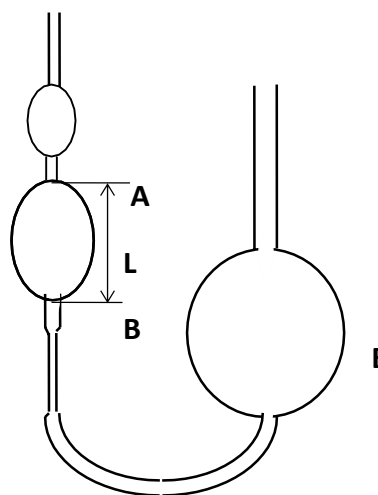
Combinando las ecuaciones anteriores:

$$Q = \frac{V}{t} = \frac{\pi R^4 g h \delta}{8L \eta}$$

Como $h = L$, el volumen será:

$$V = \frac{\pi R^4 g h \delta}{8L \eta} t = K \frac{\delta}{\eta} t$$

Donde: $K = \pi R^4 g / 8L$



Si se realizan dos determinaciones, una con un líquido patrón y la otra con un líquido cuya viscosidad se pretende conocer (en nuestro caso, alcohol etílico, del cual se conoce su densidad), como el volumen escurrido es el mismo, resulta:

$$V = K \frac{\delta_{ag}}{\eta_{ag}} t_a \quad \text{y} \quad V = K \frac{\delta_{alc}}{\eta_{alc}} t_d$$

Igualando estas dos relaciones podemos obtener:

$$\eta_{alc} = \frac{\delta_{alc} t_{alc} \eta_{ag}}{\delta_{ag} t_{ag}}$$

ELEMENTOS NECESARIOS

- Viscosímetro de Ostwald
- Cronómetro (celular)
- Agua destilada (líquido patrón)
 $\delta_{ag} = 1000 \text{ kg/m}^3$; $\eta_{ag} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ Pa.s}$ (para una temperatura de 20°C)
- Líquido de viscosidad a **determinar** (alcohol etílico)
- δ_{alc} : considerar el valor obtenido por el método del picnómetro en su **TP N°4**.

DESARROLLO DE LA EXPERIENCIA

- a) Coloque agua destilada en el bulbo “E” del viscosímetro, hasta aproximadamente la mitad del mismo.

PRECAUCIÓN: Realice las mediciones en un intervalo de tiempo cuyas diferencias de temperatura no supere los **5°C** (Generalmente, en tablas se dan los valores de coeficientes de viscosidad entre 15 y 22°C)

- b) Aspire por el extremo superior del tubo capilar, hasta que el agua ascienda un poco más arriba del engrase **A**.
- c) Cuando el menisco superior (superficie libre) pase por el engrase **A**, ponga en marcha el cronómetro y deténgalo cuando pasa por el engrase **B** de la parte inferior del bulbo (tiempo t_{ag}).
- d) Repita la determinación como mínimo tres veces (para obtener un promedio). De todas maneras seguiremos considerando para t_{prom} , un error absoluto $\Delta t = 0,2 \text{ s}$.
- e) Repita todos los pasos anteriores para el líquido de viscosidad desconocida, obteniendo el tiempo t_{alc} correspondiente.
- f) Calcule el **coeficiente de viscosidad** con su respectivo **error** y expréselo correctamente.
- g) Compare el valor obtenido con el valor de tabla para las mismas condiciones de trabajo. Exprese la diferencia relativa porcentual respecto de este valor.

Completar la tabla indicando las unidades correspondientes

| | Tiempo de escurrimiento | | Error absoluto (Δt) | Expresión final ($t_{prom} \pm \Delta t$) |
|------------------------|-------------------------|--|-------------------------------|---|
| Agua destilada | t_{ag1} | | | |
| | t_{ag2} | | | |
| | t_{ag3} | | | |
| Alcohol etílico | T_{alc1} | | | |
| | T_{alc2} | | | |
| | T_{alc3} | | | |

Cálculos realizados:

Coeficiente de viscosidad del alcohol (η_{alc}) y error asociado:

.....

Valor obtenido en tablas: $\eta_{alc\ tabla} = 1,22 \cdot 10^{-3} Pa.s$ (a 20°C)

Diferencia relativa porcentual respecto de este valor, es:

Conclusión respecto a dicha diferencia porcentual relativa:

.....

FACULTAD DE CIENCIAS AGRARIAS (U.N.R.)

FÍSICA - Departamento Instrumental Básico

FICHA DE TRABAJO PRÁCTICO DE LABORATORIO

Nº: 6

Título: **Viscosidad – Ley de Stokes**

| Trabajo Práctico Nº 6 | |
|--------------------------|-----------|
| Fecha de realización: | Comisión: |
| Cantidad de Integrantes: | |
| APELLIDO | Nombres |
| 1) | |
| 2) | |
| 3) | |
| | |
| | |

Calificación:.....fecha:.....Corregido por:.....

Calificación:.....fecha:.....Corregido por:.....

NOTA 1: (para todos los Trabajos de Laboratorio): cada grupo elaborará y presentará un solo informe el cual podrá ser **APROBADO**, observado para **CORREGIR** o **RECHAZADO** en este caso deberá ejecutar nuevamente el trabajo correspondiente en la fecha de Recuperación de Laboratorios.

NOTA 2: Los cálculos como así también la propagación de errores que necesite utilizar es parte de la presentación de su informe.

NOTA 3: Si deben CORREGIR el TP, hágalo en hoja aparte agregada a las anteriores. **No elimine ni reemplace nada de lo hecho, agregue.**

**FACULTAD DE CIENCIAS
AGRARIAS FÍSICA - 2024
GUIA DE LABORATORIO Nº 6
VISCOSIDAD – LEY DE STOKES**

OBJETIVO

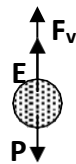
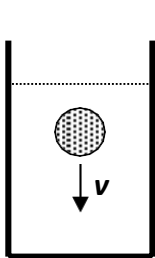
Determinación del coeficiente de rozamiento interno (viscosidad) de un aceite.

ELEMENTOS NECESARIOS

- Probeta con escala milimétrica conteniendo el líquido problema.
- Aceite
- Plomada
- Jeringa
- Agua destilada
- Reloj o cronómetro
- Papel milimetrado

INTRODUCCIÓN

Realizando el análisis dinámico de un cuerpo que cae en un fluido viscoso en reposo, vemos que hay tres tipos de fuerzas actuando sobre él. Ellas son el **empuje (E)**, ejercido por el fluido; el **peso (P)**, ejercido por la Tierra; y la **fuerza de rozamiento viscoso (F_v)**, producto del movimiento relativo del cuerpo respecto al fluido. Si el cuerpo es una esfera, los módulos de esas fuerzas serán:



$$F_v = 6 \pi r \eta v \quad (\text{Ley de Stokes})$$

$$E = \delta V g$$

$$P = m g = \delta_c V g$$

La primera expresión es conocida como Ley de Stokes y es válida para un cuerpo esférico, donde r es el radio de la esfera, η el coeficiente de viscosidad del fluido y v la velocidad del cuerpo.

En la expresión del empuje, δ es la densidad del fluido y V es el volumen desplazado (para una esfera: $V = 4/3 \pi r^3$).

El peso puede calcularse en función de la densidad del cuerpo (δ_c) y su volumen V .

Inicialmente la F_v puede considerarse nula porque la velocidad inicial es aproximadamente igual a cero. Así, la fuerza resultante ($P - E$) provoca una aceleración en el cuerpo. Al aumentar v aumenta F_v hasta que en algún instante $F_v = P - E$.

En ese momento, la resultante de fuerzas sobre el cuerpo es cero. De ahí en más, éste cae con velocidad constante, conocida como **velocidad límite (v_L)**. Por lo tanto:

$$\vec{P} + \vec{E} + \vec{F}_v = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad P - E - F_v = 0$$

Reemplazando y despejando resulta:

$$\eta = \frac{2 r^2 (\delta - \delta_f) g}{9 v_L} \quad (1) \quad ; \text{ donde:}$$

η : viscosidad del aceite evaluado (Poise)

r: radio de la gota (cm)

δ : densidad del agua (g/cm³)

δ_f : densidad del fluido utilizado (g/cm³)

g: aceleración de la gravedad (980 cm/s²)

v_L : velocidad límite calculada según los datos experimentales obtenidos

MÉTODO EXPERIMENTAL

Determinación del coeficiente de rozamiento interno

Se utilizará un tubo de vidrio que contiene un aceite en reposo, cuyo coeficiente de rozamiento interno η será determinado utilizando un cuerpo conocido. En este práctico será una gota de agua, la que se considerará esférica dentro del error con que se trabaja.

La expresión de η es en rigor válida para líquidos de extensión indefinida. Si el cuerpo cae en un recinto de sección finita, como en este experimento, la influencia de las paredes ocasionan una disminución de la velocidad (en experiencias más cuidadosas, debe contemplarse este efecto). Asimismo, se debe tener en cuenta que el coeficiente de viscosidad depende de la temperatura a la que se realiza el ensayo.

Desarrollo de la experiencia

- a) Utilizando la plomada, se nivela la base del tubo, de manera tal que este quede vertical, para evitar que la gota toque sus paredes.
- b) Se deja caer una gota de agua de volumen conocido sobre la superficie del aceite. Si la gota no vence la tensión superficial del menisco, se debe aumentar el volumen de la misma.
- c) Una vez que la gota comienza a moverse, se miden las cantidades de tiempo empleadas en recorrer distancias predeterminadas. Estos datos de posición y tiempo se registran en una tabla de valores. Es recomendable que las primeras lecturas se efectúen lo menos distanciadas posible. Conviene practicar una vez antes de comenzar.
- d) En un **papel milimetrado, graficar** en ejes cartesianos los pares de valores “posición-tiempo” registrados en la tabla. Identificar en la gráfica la zona en la cual la gota se desplaza con velocidad constante y trazar la recta que mejor ajuste la relación esperada. Calcular la v_L como la pendiente de la recta, trabajando con las escalas correspondientes.
- e) Utilizando la ecuación (1) calcular el coeficiente de viscosidad del aceite η y determinar su correspondiente incerteza $\Delta\eta$.
- f) Completar el cuadro de resultados adjunto.

CUADRO DE RESULTADOS**Datos:**

Densidad del agua: (1,000

 $\pm 0,001$) g/cm³Tipo de

aceite utilizado:

Densidad del aceite:

| Volumen gota $V \pm \Delta V$ (cm³) | Radio gota $r \pm \Delta r$ (cm) | Velocidad límite aceite $v_L \pm \Delta v_L$ (cm/s) | Viscosidad aceite $\eta \pm \Delta \eta$ (poise) |
|--|--|---|--|
| | | | |