



Alvarez, María Evangelina
González García, María Elena
Terán, Teresita

Instituto de Investigaciones Teóricas y Aplicadas de la Escuela de Estadística

ANÁLISIS DE LOS ERRORES EN LOS CONOCIMIENTOS PREVIOS AL PROCESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DEL ANÁLISIS DE REGRESIÓN BIVARIABLE LINEAL DE LOS ALUMNOS DE LA CARRERA DE CONTADOR PÚBLICO

Uno de los usos más importantes de la estadística para empresarios, gerentes, contadores, administradores, etc., es la predicción. Un ejecutivo financiero puede desear predecir la liquidez a futuro, un gerente de producción debe predecir la materia prima que se va a necesitar, el número de piezas que serán producidas dado el tamaño de la fuerza laboral; un gerente de recursos humanos debe predecir las necesidades futuras del personal, un empresario puede querer pronosticar las ventas de un artículo dada la tasa de crecimiento real del producto bruto nacional, etc. El método estadístico más usado para hacer predicciones es el análisis de regresión. En este análisis, los datos históricos o pasados de las variables relevantes se utilizan para desarrollar y evaluar una ecuación de predicción. Para que tal predicción tenga sentido debe existir alguna conexión entre la variable que se está prediciendo (la variable dependiente) y la variable que se está utilizando para realizar la predicción (variable independiente). Se centrará el estudio en el caso donde hay sólo una variable independiente y la ecuación para predecir la variable dependiente (y) es una función lineal de aquella (x).

Los objetivos del análisis de regresión bivariable lineal son diversos:

- Utilizar los datos para obtener una ecuación de predicción
- Utilizar los datos para estimar la magnitud de la variabilidad o incertidumbre en torno a la ecuación
- Como los datos son sólo una muestra, se pueden llevar a cabo inferencias acerca de los verdaderos valores poblacionales de los parámetros considerados en la regresión.
- La ecuación de predicción se puede utilizar para predecir un rango razonable de valores futuros de la variable dependiente.

Se pretende con el siguiente trabajo averiguar si los alumnos han aprehendido los conocimientos estadísticos básicos previos al proceso de enseñanza y aprendizaje del Análisis de Regresión Bivariable Lineal. Es sumamente importante conocer y activar estos saberes para organizar las situaciones de enseñanza.

Según Ausubel: "la adquisición de información nueva depende en alto grado de las ideas pertinentes que ya existen en la estructura cognitiva, y el aprendizaje significativo de los seres humanos ocurre a través de una interacción de la nueva información con las ideas pertinentes que ya existen en la estructura cognitiva", por lo tanto, "el factor más importante



que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averíguese esto y enséñese consecuentemente”.

Para Ausubel, la clave del aprendizaje significativo se encuentra en la relación que se pueda establecer entre la nueva información y las ideas ya existentes en la estructura cognitiva del sujeto; y el mismo será exitoso si se logra mediante un aprendizaje basado en la significatividad y no en técnicas memorísticas.

Para promover los aprendizajes significativos es indispensable tener en cuenta los conocimientos factuales y conceptuales, como así también los procedimentales y actitudinales y, cómo éstos van a interactuar con la nueva información que el docente brindará a través de materiales de aprendizaje y/o información verbal.

Los conocimientos previos de los alumnos en las diferentes áreas difieren tanto en lo que hace al contenido como a su naturaleza. No obstante, según investigaciones realizadas, estos conocimientos tienen algunos elementos en común, a saber:

- Son construcciones personales que los alumnos han elaborado en interacción con el mundo cotidiano.
- La interacción con este mundo cotidiano no sólo proporciona conocimientos para interpretar conceptos sino también para establecer vínculos con los demás (deseos, intenciones, sentimientos, etc.)
- No siempre poseen validez científica, pueden ser teóricamente erróneos y suelen ser bastante estables y resistentes al cambio.

Los conocimientos previos surgen a través de concepciones:

- a) espontáneas
- b) transmitidas socialmente
- c) analógicas

Las concepciones espontáneas se construyen a partir del deseo de dar explicación y significación a las actividades cotidianas; las transmitidas socialmente se construyen por creencias compartidas en el ámbito familiar y/o cultural, y a veces, por carecer de las dos anteriores, se activan otras ideas por analogía que permiten dar significado a otras áreas del conocimiento.

En toda actividad de enseñanza es fundamental que el docente ayude a los alumnos a establecer relaciones entre el conocimiento nuevo y el que ya poseen. Por ese motivo, es sumamente importante diagnosticar los saberes previos antes de encarar la enseñanza de un nuevo conocimiento, de forma tal que si los mismos son científicamente incorrectos, el docente deberá ayudar a cambiarlos. Este proceso de sustituir saberes incorrectos por conocimientos científicos más organizados recibe el nombre de *cambio conceptual*, y constituye un proceso gradual que requiere de un cambio paulatino de unas estructuras por otras, de concepciones implícitas por otras explícitas más avanzadas.

Esta tarea que realiza el docente implica una concepción dinámica de la enseñanza, dirigida a sujetos activos, pensantes y capaces de participar efectivamente en la adquisición significativa de nuevos contenidos, o sea sujetos capaces de comprender qué están aprendiendo.



Los conocimientos básicos necesarios para emprender la enseñanza de la Regresión Lineal Bivariable se imparten en las primeras unidades de la asignatura "Métodos Estadísticos". Es por esta razón, que creemos necesario analizar los errores que los alumnos cometen en las evaluaciones de dichas unidades (primera y segunda actividad evaluativa).

Nuestra experiencia docente revela que en el proceso de enseñanza y aprendizaje aparecen sistemáticamente errores, lo cual nos indica que en este proceso deberíamos implementar una manera de poder diagnosticarlos, corregirlos, y así poder lograr superarlos.

Muchos de estos errores son persistentes y muchos de ellos se presentan en forma masiva, influyendo en el aprendizaje de los nuevos contenidos. Los alumnos deberían tomar conciencia de los mismos, reconociéndolos en forma crítica, para lograr el aprendizaje deseado. Al mismo tiempo el docente debería organizar estrategias que den protagonismo al error, ya que de esta manera contribuiría a mejorar el rendimiento académico de sus alumnos. Por lo tanto, consideramos imprescindible que tanto docentes como alumnos se concienticen sobre el error y realicen una tarea conjunta en el reconocimiento y tratamiento del mismo.

Para poder llevar a cabo este análisis de los errores consideramos conveniente, en una primera instancia, hacer un recorrido teórico por algunos de los autores que nos brindarán elementos para abordar el tema que nos concierne.

A través de los años muchos autores se han dedicado al estudio de este tema

En Estados Unidos, a partir de 1917, Thorndike comenzó a difundir trabajos acerca de la determinación de errores. A partir de este momento Buswell, Judd y Brueckner, dieron suma importancia al análisis de las dificultades especiales, la persistencia de técnicas erróneas individuales y agruparon y clasificaron a los errores.

Posteriores investigaciones contribuyeron a avalar que los mismos no son accidentales, por lo cual surgieron nuevas corrientes en las que se intentaron disminuir los errores a través de actividades, metodologías y una organización diferente de la curricula escolar.

Entre los años 1922 y 1928, en Alemania creció el interés por estudiar los errores. Influenciados por las escuelas psiconalítica, la Gestalt y la psicología del pensamiento, Werner, Seseman, Kiesling y Rose establecieron patrones de errores clasificados por materia y edad, apoyándose en una fundamentación psicológica adecuada para la enseñanza en el área de la Matemática.

A partir de la década del sesenta, Schlaak, Glück y Pipping, realizaron aportes importantes en esa área, como la determinación y descripción de causas de errores, interpretación de errores y dificultades desde una perspectiva psicológica, brindando una tipificación de los mismos.

En España, a partir de la década del 50, autores como Villarejo, Fernandez Huerta, Rico y otros, orientaron sus trabajos a determinar los errores más frecuentes, interpretarlos y proponer una enseñanza correctiva en el área Matemática.

Brousseau, Davis y Werner sustentaron que el error surge al no coincidir lo que el estudiante piensa acerca de sus tareas en el área de la Matemática con lo que el profesor espera que él piense.



Radatz, en 1980, señaló la importancia del análisis de los errores y la necesidad de un marco teórico para explicarlos, mencionando que una de las razones es que al reformular sucesivamente la currícula de Matemática surgen nuevos errores a causa de los contenidos específicos.

Mulhern (1989) (citado por Rico, 1995) señaló las siguientes características de los errores:

- Surgen, por lo general en la clase, de manera espontánea y sorprenden al profesor.
- Son persistentes y difíciles de superar, ya que requieren una reorganización de los conocimientos en el alumno.
- Pueden ser sistemáticos o por azar: los sistemáticos son más frecuentes y revelan los procesos mentales que han llevado al alumno a una comprensión equivocada, y los cometidos por azar, son ocasionales.
- Muchas veces los alumnos no toman conciencia del error ya que no comprenden acabadamente el significado de los símbolos y conceptos con que trabajan.
- Algunos errores se gestan en la comprensión o el procesamiento que hace el alumno de la información que da el profesor, o sea, recrean o inventan su propio método en base al descrito por aquel.

En 1999, Rico refirió a la noción de *organizadores* que ayudan a articular el diseño, desarrollo y evaluación de las unidades didácticas y consideró como tales a los conocimientos fundamentales, así como también los errores y dificultades que surgen en el aprendizaje; ya que éstos forman parte de las producciones de los alumnos durante el aprendizaje de matemática y constituyen datos objetivos que se encuentran permanentemente a lo largo del proceso educativo.

Las respuestas incorrectas a cuestiones que se plantean se consideran señales de serias deficiencias que impiden el logro del aprendizaje en el proceso educativo, pudiendo llevar al mismo al fracaso.

En 1995, Rico destacó que Radatz ofrece una clasificación de los errores a partir del procesamiento de la información, estableciendo categorías generales para este análisis:

- Errores debidos a dificultades en el lenguaje: se presentan en la utilización de conceptos, símbolos y vocabulario matemático, y al efectuar el pasaje del lenguaje corriente al lenguaje matemático.
- Errores debidos a dificultades para obtener información espacial: aparecen en la representación espacial de una situación matemática o de un problema geométrico.
- Errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos: son los cometidos por deficiencias en el manejo de algoritmos, hechos básicos, procedimientos, símbolos y conceptos matemáticos.
- Errores debidos a asociaciones incorrectas o a rigidez del pensamiento: son causados por la falta de flexibilidad en el pensamiento para adaptarse a situaciones nuevas; comprenden los errores por perseveración, los errores de asociación, los errores de interferencia, los errores de asimilación.
- Errores debidos a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes: son producidos por aplicación de reglas o estrategias similares en contenidos diferentes.



Luis Rico también en 1995, mencionó una investigación sobre errores cometidos por alumnos de secundaria en Matemática hecha por Mosvscovitz-Hadar, Zavslavsky e Inbar, quienes hicieron una clasificación empírica de los errores sobre la base de un análisis constructivo de las soluciones de los alumnos realizadas por expertos.

- Datos mal utilizados: errores que se producen por alguna discrepancia entre los datos y el tratamiento dado por el alumno.
- Interpretación incorrecta del lenguaje: son errores debido a una traducción incorrecta de hechos matemáticos descriptos en un lenguaje simbólico a otro lenguaje simbólico distinto.
- Inferencia no válidas lógicamente: son los errores que tienen que ver con fallas en el razonamiento y no se deben al contenido específico.
- Teoremas o definiciones deformados: son errores que se producen por deformación de un principio, regla, teorema o definición identificable.
- Falta de verificación en la solución: son los errores que se presentan cuando cada paso en la realización de la tarea es correcto, pero el resultado final no es la solución de la pregunta planteada.
- Errores técnicos: se incluyen en esta categoría los errores de cálculo, o al tomar datos de una tabla, o en la manipulación de signos algebraicos y otros derivados de la ejecución de algoritmos.

Esteley-Villarreal (1990-1992-1996) realizaron una categorización de errores en matemática discutiendo las siguientes categorías:

- Errores al operar con números reales en cálculos, planteos y resolución de ecuaciones
- No empleo o uso parcial de la información
- No verificación de resultados parciales o totales
- Empleo incorrecto de propiedades y definiciones
- No verificación de condiciones de aplicabilidad de teoremas, definiciones en un caso particular
- Deducción incorrecta de información o inventar datos a partir de la dada
- Errores de lógica: justificaciones inadecuadas de proposiciones y uso inadecuado del lenguaje.
- Errores al transcribir un ejercicio a la hoja de trabajo

Astolfi en 1999 describió la siguiente tipología de los errores

- Errores debido a la redacción y comprensión de las instrucciones
- Errores resultado de los hábitos escolares o de una mala interpretación de las expectativas
- Errores como resultado de las concepciones alternativas de los alumnos.
- Errores ligados a las operaciones intelectuales implicadas



- Errores en los procesos adoptados
- Errores debidos a la sobrecarga cognitiva en la actividad
- Errores que tienen su origen en otra disciplina
- Errores causados por la complejidad propia del contenido

En el año 2002, en la ciudad de Santa Fe, Saucedo-laffei y Scaglia, presentaron una clasificación de los errores, tomando como base la clasificación empírica de los errores realizado por Mosvcovitz-Hadar, Zavslavsky e Inbar, donde consideran algunas de estas categorías, adaptan otras y crean una nueva

- Datos mal utilizados
- Interpretación incorrecta del lenguaje
- Empleo incorrecto de propiedades y definiciones
- Errores al operar algebraicamente
- No verificación de resultados parciales o totales
- Errores lógicos
- Errores técnicos

Metodología

El Análisis de Regresión Bivariable Lineal constituye una unidad programática de la asignatura "Métodos Estadísticos" de la Carrera de Contador Público. Esta materia figura en el segundo cuatrimestre del segundo año del Plan de Estudios 2003, actualmente vigente, pero se dicta en ambos cuatrimestres para una cantidad superior a los mil alumnos. Éstos asisten regularmente a dos clases semanales, teórico-prácticas, con una carga horaria de tres horas reloj cada una.

A estos alumnos se les requiere tener aprobada Matemática I y regularizada Matemática II para regularizar "Métodos Estadísticos".

El sistema de evaluación establece dos actividades evaluativas y un examen integrador que, en conjunto, representan el 30% y el 70% respectivamente de la calificación final.

La primera actividad evaluativa comprende las etapas de una investigación estadística, la recopilación y representación de datos, su análisis descriptivo, los fundamentos de probabilidad y el modelo probabilístico binomial.

La segunda actividad evaluativa abarca la distribución de probabilidad normal, selección de muestras aleatorias, distribuciones en el muestreo, estimación de parámetros poblacionales y pruebas de hipótesis para dichos parámetros.

El examen final comprende el análisis de regresión y correlación bivariable lineal, series económicas, indicadores socioeconómicos y tratamiento de variables cualitativas.

Dado que la evaluación forma parte de un proceso integral y constituye una instancia donde se pretende averiguar en forma global el nivel de los aprendizajes significativos alcanzados por los alumnos y determinar si los mismos adquirieron los conocimientos, tanto



teóricos como prácticos, las habilidades, actitudes y destrezas, como también la comprensión del significado de los contenidos y la capacidad de asociarlos. Es por esta razón que, en una primera etapa, se seleccionó una muestra estadística de exámenes de cada comisión, correspondientes a la primera y segunda actividad evaluativa del primer cuatrimestre de 2008, con el objeto de relevar los errores más frecuentemente observados en los contenidos de ambas. A partir de este análisis se determinó la frecuencia con que los errores fueron cometidos y se los clasificó en base a la categorización dada por Saucedo-laffei y Scaglia, ya que ésta resultó una de las más adecuadas para los errores encontrados.

A continuación se anexa un problema correspondiente a estadística descriptiva propuesto en la primera actividad evaluativa.

Ejercicio: Del registro de facturación de una empresa de transporte terrestre de larga distancia dedicada a envíos, el auditor toma una muestra de 30 cuentas por cobrar.

Los importes por cobrar, en cientos de pesos, son los siguientes:

20	43	45	26	36	55	47	38	58	40
33	20	42	46	51	37	53	63	39	59
41	44	27	50	62	45	37	57	65	68

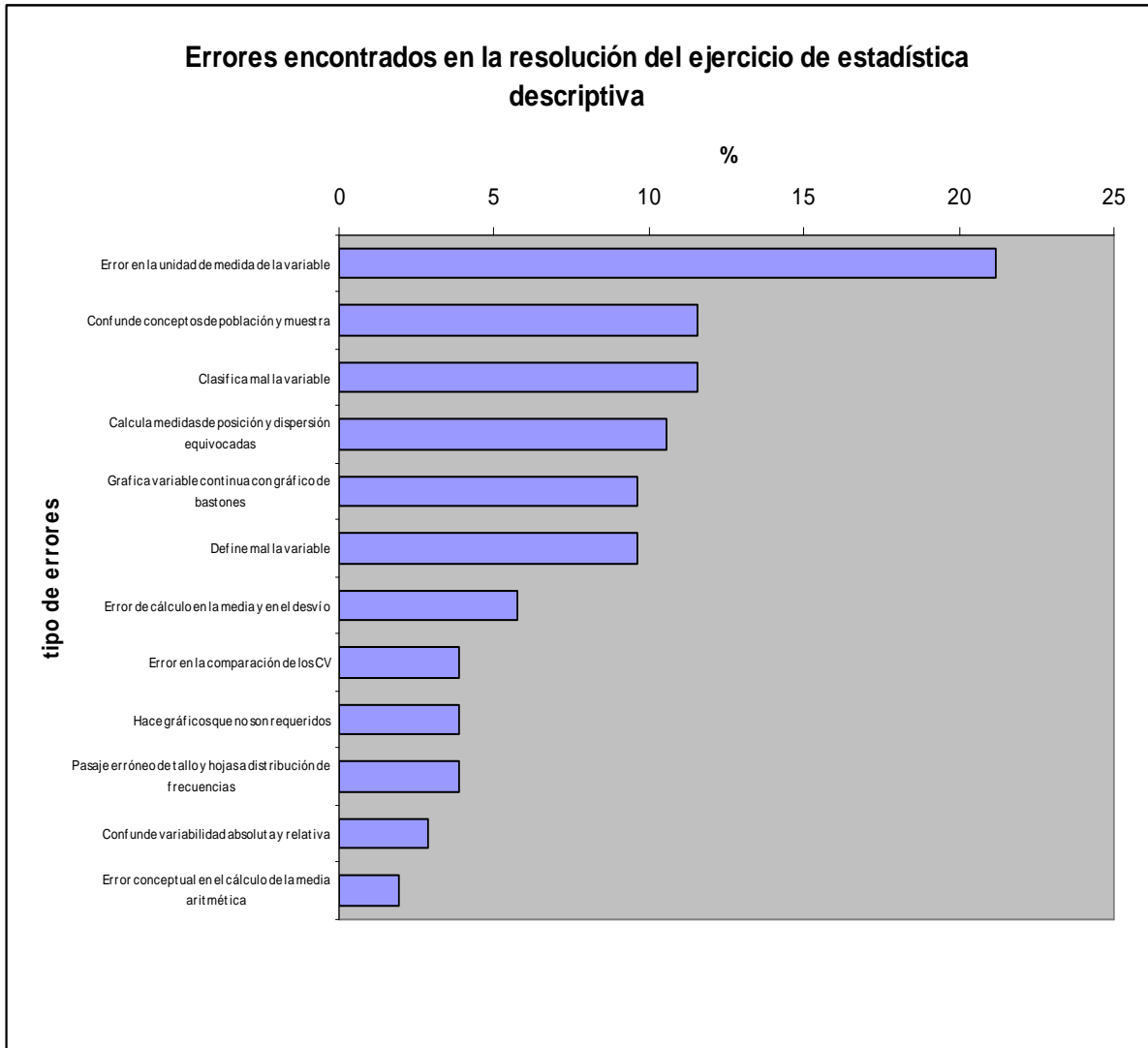
- ¿Cuál es la población en estudio?
- ¿Cuál es la variable de interés y de qué tipo es?
- Construya el diagrama de tallo y hoja. Saque conclusiones.
- En base al diagrama de tallo y hojas, arme la correspondiente distribución de frecuencias. Gráfiquela.
- Calcule la medida de posición que crea más conveniente y la correspondiente medida de dispersión. Interprete todas las medidas calculadas.
- En otra empresa de igual rama de actividad, el auditor selecciona una muestra aleatoria de 30 cuentas por cobrar, obteniendo un monto promedio de \$ 4.500, con una dispersión de \$1.000. ¿En cuál de las dos empresas el importe de las cuentas por cobrar es más homogéneo?

A continuación se registran los distintos errores cometidos por los alumnos, con sus respectivos porcentajes de ocurrencia.



Tipo de errores	Porcentaje
No especifica la unidad de medida de la variable	21,19
Confunde conceptos de población y muestra	11,54
Clasifica mal la variable	11,54
Calcula medidas de posición y dispersión equivocadas	10,58
Grafica variable continua con gráfico de bastones	9,62
Define mal la variable	9,62
Error de cálculo en la media y en el desvío	5,77
Pasaje erróneo de tallo y hojas a distribución de frecuencias	3,85
Hace gráficos que no son requeridos	3,85
Error en la comparación de los CV	3,85
Arma mal el diagrama de tallo y hojas	2,88
Confunde variabilidad absoluta y relativa	2,88
Calcula mal la media aritmética	1,92
Desconoce la fórmula del CV	0,01

Nota: En el 5,45% de los exámenes analizados no se encontraron errores.



Consideraciones acerca de los errores encontrados:

- Pese a que la consigna de determinar la población parece estar clara, para los alumnos resultó complejo identificar la población una vez que le ha sido dado el tamaño de la muestra, ya que confundieron ambos conceptos, respondiendo que la población eran los treinta valores dados como datos muestrales.
- Lo mismo ocurrió con el inciso "b", siendo que el importe de una cuenta por cobrar es una variable continua, al preguntarles por qué la habían clasificado como discreta, dieron como respuesta el hecho de que las cifras estaban expresadas en números enteros, a pesar de que los importes pueden asumir valores intermedios.
- Siendo que la variable importe de las cuentas por cobrar estaba expresada en cientos de pesos, llegado el momento de interpretar tanto el diagrama de tallo y hojas como las medidas descriptivas, los alumnos ignoraron o equivocaron la unidad en que estaba expresada, como por ejemplo, interpretar directamente el valor tal cual se les dio o reducirlo a decenas de pesos.



Teniendo en cuenta lo expresado en los párrafos anteriores, es imperiosa la incorporación de ejercitación que permita a los alumnos definir e identificar variables, haciendo especial hincapié en las unidades en que las mismas están expresadas, con el objeto de lograr una buena interpretación de las medidas descriptivas a calcularse posteriormente.

- Algunos alumnos que identificaron bien el tipo de variable (continua), luego graficaron su distribución como si fuese una variable discreta.
- Cuando a partir de la forma de la gráfica se les pidió calcular sólo aquellas medidas que fueran más convenientes para describir a la distribución, algunos de ellos calcularon todas las medidas conocidas, otros eligieron la equivocada. Además, confundieron los conceptos de las medidas de tendencia central; interpretando la media como si fuese mediana, o el modo como si fuese la media, etc.
- De los errores encontrados, gran parte de ellos correspondieron a las medidas de dispersión, lo que no resultó llamativo, ya que a través de los años se ha podido comprobar que es justamente en estas medidas donde surgen las dificultades, tal vez debido a que son conceptos abstractos que a los alumnos les resulta muy difícil comprender. Pareciera que las interpretaciones las aprenden de memoria, sin llegar a entender lo que están queriendo significar.
- Cuando se les pidió que comparasen dos distribuciones de frecuencias en cuanto a su homogeneidad, lo hicieron a través del desvío estándar, sin tener en cuenta la gran diferencia entre las medias aritméticas.

También se puede destacar que, en otras evaluaciones realizadas a lo largo de años de dictado de la asignatura, a los alumnos les resulta dificultoso determinar el valor mediana en el caso de datos no agrupados, por no tener en cuenta que deben ordenarlos de menor a mayor previamente. Asimismo, encuentran dificultad en la localización de dicha medida en el caso de un número par o impar de valores. Además, la determinación de los cuartiles y el modo en forma gráfica y analítica, que no siempre lleva a resultados idénticos, los confunde en el momento de la interpretación o cuando los mismos deben utilizarse para cálculos posteriores, sin saber cual de ellos tomar.

Como ya fue mencionado anteriormente, se procedió a clasificar a los errores encontrados en base a la categorización propuesta por Saucedo-laffei y Scaglia.

Categorización	Porcentaje
Datos mal utilizados	36,80
Empleo incorrecto de propiedades y definiciones	36,80
Inferencias no válidas lógicamente	14,15
Errores técnicos	8,49
Interpretación incorrecta del lenguaje	1,88
No verificación de resultados parciales o totales	1,88



Nota: Cabe aclarar que no se ha encontrado error al operar algebraicamente ya que los cálculos requeridos se realizaron directamente con el modo estadístico de la calculadora científica.

A continuación se anexa el examen correspondiente a la segunda actividad evaluativa:

Métodos Estadísticos (Carrera de Contador) - 2da. Actividad Evaluativa

1) Responda:

En la distribución normal:

- a) La media, la mediana y el modo
- b) El campo de variación de una variable que se distribuye normalmente es.....
- c) ¿Si se mantiene constante el desvío estándar y μ disminuye, que sucede con la curva? Graficar y explicar
- d) El porcentaje de área que queda encerrada entre $\mu \pm \sigma$ es....., entre $\mu \pm 2\sigma$ es.....y entre $\mu \pm 3\sigma$ es.....
- e) La variable normal estandarizada tiene como parámetros.....

2) El Gerente de una Empresa que comercializa productos de panificación desea conocer el sueldo promedio de los 900 empleados que pertenecen a la misma. A tal efecto selecciona aleatoriamente una muestra de 40 empleados, obteniendo un sueldo promedio de \$2.300, con una dispersión de \$380.

- a) Usando un nivel de confianza del 99%, efectúe esa estimación e interprete el resultado obtenido.
- b) Calcule el nivel de riesgo si se deseara reducir el error de muestreo de la estimación anterior en un 10%
- c) ¿Qué simboliza $1-\alpha$?
- d) ¿Qué es α ?
- e) ¿Qué es un parámetro?
- f) ¿Qué es un estimador y cuál utilizó?
- g) ¿Qué es una estimación? ¿Qué valor tomó en este ejercicio?
- h) ¿El estimador que eligió es un estimador suficiente? Justifique su respuesta.

3) El Presidente de la Empresa en cuestión afirma que el salario promedio de los empleados es mayor a \$2.400. De una muestra aleatoria de 20 empleados encuentra un promedio de \$2.300 con un desvío de \$350,-. Suponiendo que los salarios se distribuyen normalmente,

- a) Pruebe la hipótesis con un nivel de significación del 5% utilizando el enfoque tradicional. Grafique y saque conclusiones.
- b) ¿Qué representa el p-valor?
- c) ¿Qué distribución de probabilidad aplicó? ¿Qué valores tomaron los parámetros?



- d) ¿Cuándo se despreja el factor de corrección para población finita? ¿Por qué?
 e) ¿Cuándo, en prueba de hipótesis, se comete un error de tipo I? ¿Cuál es su probabilidad?
 f) ¿Y un error de tipo II? ¿Cuál es su probabilidad?

4) Los sueldos mensuales de los empleados administrativos de la empresa se distribuyen normalmente, con un promedio de \$2.200 y una variancia de 160.000. Se toma al azar una muestra de 25 empleados de esa empresa:

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que el sueldo promedio mensual para los empleados que integran la muestra sea, como mínimo, de \$2.100? Resuelva y grafique.
 b) Enuncie el Teorema Central del Límite.
 c) Compare el desvío estándar poblacional y el desvío estándar de la media muestral. ¿Qué es lo que observa?
 ¿Siempre ocurre eso? ¿Por qué?

En la siguiente tabla se registran los distintos errores cometidos por los alumnos, diferenciando los mismos por contenidos

Tipo de errores	Cantidad de alumnos
Distribución Normal	
Desconoce las características de la distribución normal	29
Desconoce los parámetros de la distribución normal estandariza	6
Distribución muestral de la media de la muestra	
No enuncia correctamente el Teorema Central del Límite	17
Confunde desvío estándar de la variable con el desvío estándar de la media de la muestra	5
Estimación	
No resuelve el ejercicio planteado	5
Desconoce el concepto de parámetro y estimador	13
Desconoce las propiedades de un estimador	9
Mal calculado el nivel de riesgo	16
Prueba de hipótesis	
Postula mal las hipótesis	10
Plante la estadística de prueba en forma incorrecta	4
Aplica distribución normal cuando debe aplicar la distribución t de student	7
Concluye mal en términos del problema	13



No concluye en términos del problema	13
Desconoce el concepto de p-valor	9
Desconoce los errores que se presentan en una prueba de hipótesis	4

Consideraciones acerca de los errores encontrados:

- En primer lugar se le propuso al alumno un ejercicio teórico acerca de la distribución normal, dado que la aplicación práctica de la misma se evalúa en el resto del examen, a saber: distribución de la media muestral, estimación por intervalos de confianza y prueba de hipótesis.

Las respuestas dadas por los alumnos a este ejercicio teórico reflejaron desconocimiento acerca de las diferencias entre las medidas de posición y dispersión. El error más frecuentemente encontrado en el inciso c) fue no reconocer que cuando la media poblacional y el desvío estándar cambian de valor, provocan, ya sea corrimientos o cambios en la forma de la curva de la distribución normal. Esto llevaría a pensar que el significado conceptual de estas medidas no ha quedado claro cuando las mismas fueron trabajadas en el análisis descriptivo de datos. (Unidad nº1)

Asimismo, un gran número de alumnos no dio respuesta a la pregunta acerca del campo de variación de una variable distribuida normalmente, o dio una respuesta fuera de contexto. Quizás, de haber formulado la pregunta de otra manera, como por ejemplo: qué valores toma dicha variable, el resultado hubiese sido diferente.

- También se pudo detectar que a los alumnos les resulta muy difícil comprender que la media aritmética que aprendieron en la unidad 1 (análisis descriptivo de datos), es una variable aleatoria y, como tal posee su propia distribución de probabilidad.
- Con respecto a la unidad que trata la estimación de parámetros, a pesar que desde el inicio del curso, se hace hincapié en la diferencia que existe entre parámetros y estimadores, se observó que los alumnos tienen dificultad para identificar ambos.
- En el problema de prueba de hipótesis, cuando se les solicitó plantear las mismas, los alumnos cometieron dos tipos de errores: o utilizaron estimadores en su planteo, o formularon las mismas en forma errónea, utilizando mal los símbolos (\leq ; \geq ; $=$; etc.)

En este mismo ejercicio, no lograron diferenciar cuándo utilizar la distribución normal o la distribución t de Student.

Si bien supieron llegar a la conclusión estadística respecto a las hipótesis formuladas, no pudieron expresar la misma en términos del problema planteado.

Se encontró también que algunos alumnos no diferencian los dos tipos de errores que se pueden cometer al realizar una prueba de hipótesis.

A continuación se propone una situación problemática que le brinde al alumno la posibilidad de pensar las hipótesis a ser formuladas y las consecuencias que tendría que afrontar de equivocarse en la decisión final, sin necesidad de llevar a cabo todo el proceso de la prueba de hipótesis.



Problema propuesto:

Suponga que en el último mes una cadena de supermercados recibió quejas de los clientes sobre el contenido de papas fritas en las bolsas de 250grs. Con el propósito de no perder clientes, la cadena decidió ensayar las siguientes hipótesis sobre el verdadero peso promedio de papas en bolsas de 250 grs. en el próximo cargamento de sus abastecedores:

H₀) el peso promedio del contenido de las bolsas de papas fritas es por lo menos 250 grs.

H₁) el peso promedio del contenido de las bolsas de papas fritas es menor que 250 grs.

Si hay evidencia a favor de la H₁, entonces el cargamento será rechazado

Para ello se seleccionan algunas bolsas de papas fritas del próximo cargamento y se pesan. El estadístico contratado afirma que los datos son estadísticamente significativos

a) ¿Qué hipótesis fue rechazada?

b) ¿El supermercado presentó una queja al abastecedor?

c) ¿Podría haberse cometido un error? ¿Cuáles son sus consecuencias? Descríbalos

Como ya fue mencionado anteriormente, se procedió a clasificar a los errores encontrados en base a la categorización propuesta por Saucedo-laffei y Scaglia.

Categorización	Porcentaje
Datos mal utilizados	8,72
Empleo incorrecto de propiedades y definiciones	45,35
Inferencias no válidas lógicamente	27,33
Errores técnicos	9,30
Interpretación incorrecta del lenguaje	5,81
No verificación de resultados parciales o totales	3,49

Nota: Cabe aclarar que no se ha encontrado error al operar algebraicamente ya que no hubo que realizar cálculos debido a que la información fue presentada con salida del programa Excel.

Conclusión:

A partir de la información brindada por estas evaluaciones, se pretende implementar modificaciones superadoras de las estrategias educativas que apunten a elevar el nivel de excelencia de la educación para un mayor beneficio de los alumnos.

El hecho de detectar cuáles son los errores que más frecuentemente cometen los alumnos es una herramienta sumamente enriquecedora para mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje. El error debe dejar de ser considerado como algo nocivo, para transformarse en una instancia de reflexión, en la cual el docente, en su rol de facilitador,



debe lograr que el alumno enfrente el conflicto generado por el error, para tratar de superarlo y así adquirir un nuevo y mejor conocimiento.

Dado que en el presente trabajo se analizaron los errores a través de exámenes con que habitualmente se evalúa el rendimiento de los alumnos, resultaría de suma utilidad proponer, además, situaciones problemáticas específicas que permitan detectar esos errores que los docentes consideran habituales, sistemáticos y persistentes, de manera tal de aprovechar esta presencia para trabajar críticamente sobre ellos y lograr que los alumnos no vuelvan a cometerlos.

Referencias bibliográficas

- Batanero, C. *"Didáctica de la Estadística"*. Depto. de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. 2001
- Coll, C., Pozo, J.I. y otros. *"Los contenidos en la Reforma. Enseñanza y aprendizaje de conceptos, procedimientos y actitudes"*. Buenos Aires, Santillana, Aula XXI. 1994.
- Del Puerto, S. y otros. *"Análisis de los errores: una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las Matemáticas"*. Universidad CAECE- Argentina. Revista Iberoamericana de Educación. (ISSN: 1681-5653)
- Engler, A y otros. *"Los errores en el aprendizaje de matemática"*. Facultad de Cs. Agrarias. UNL- Argentina
- Hildebrand. Ott, *"Estadística Aplicada a la Administración y a la Economía"*, 1997. Ed. Addison-Wesley Iberoamericana S.A.
- Ontoria, A y otros. *"Mapas Conceptuales. Una técnica para aprender"*. Madrid, Narcea, 1996, sexta edición