Instituto Politécnico

iversidad Nacional de Rosario Universidad Nacional de

Ondas Mecánicas

5º Año

Cód. 7502-15-

Prof. Liliana Grigioni
Prof. Alberto Jardón
Prof. Silvia Vettorel
Prof. Juan Farina

Dpto. de Física

Física

Masterización: RECURSOS PEDAGOGICOS

ONDAS MECÁNICAS

2. 1. Introducción

El desarrollo teórico en Física se asienta sobre la aplicación de modelos, una de las ventajas de operar con modelos reside en que muchos fenómenos diferentes se pueden explicar utilizando el mismo modelo. Así en mecánica el modelo de partícula permitió agrupar en un único tratamiento situaciones muy diferentes que incluían movimientos de autos, aviones, pelotas, etc. Situaciones similares se trataron en termodinámica con gases ideales y en electricidad con el modelo de circuito.
En éste y los capítulos siguientes trataremos un nuevo modelo que nos permitirá considerar una variedad de fenómenos de la naturaleza cuya característica principal es que se desarrollan, a diferencia de los modelos ya estudiados, en amplias regiones del espacio. La energía que propagan las olas del mar, la que se transmite desde el Sol y las estrellas y llega a la Tierra son ejemplos de estos fenómenos que se despliegan en el espacio. Para tratar con estos fenómenos desarrollaremos el modelo de ***onda*.**
Las ondas existentes en la naturaleza se pueden clasificar atendiendo a distintos criterios. Uno de ellos, que considera el tipo de medio por el que se propagan, las agrupa en ***ondas mecánicas*** *y* ***electromagnéticas***. Las ondas mecánicas necesitan un ***medio material elástico*** para propagarse, por eso también reciben el nombre de ondas materiales. El sonido que se propaga en un medio elástico como el aire, las olas que lo hacen en el agua y las ondas sísmicas que se propagan por el planeta son ejemplos de ondas mecánicas. Por su parte la luz que se propaga en el vacío o en ciertos medios materiales como el vidrio, las ondas de radio y de TV que también lo hacen en el vacío o a través de medios materiales como la mampostería, son ejemplos de ondas electromagnéticas. En este capítulo nos abocaremos únicamente a las ondas mecánicas.
Lo que caracteriza a las ondas mecánicas es la existencia de ***un medio elástico*** que permite transmitir la perturbación de un punto a otros cada vez más alejados, la perturbación se va desplazando. Ese desplazamiento de la perturbación se denomina propagación.

Según sea el movimiento de las partículas con respecto al movimiento de propagación de la perturbación, las ondas se clasifican en ***ondas transversales*** *y* ***longitudinales****.*
Ondas transversales son las que las partículas del medio perturbado se mueven en dirección perpendicular a la dirección de propagación de la onda y son ondas longitudinales si las partículas del medio perturbado se mueven paralelas a la dirección de propagación del movimiento ondulatorio.

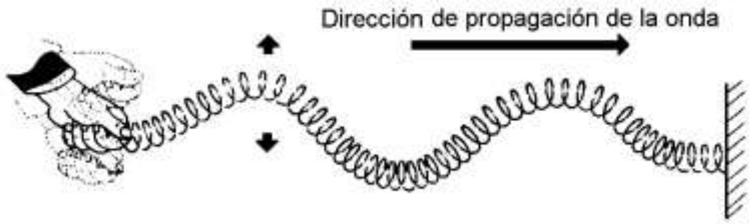


Fig. 1: Ejemplo de onda transversal, el movimiento de la mano es vertical y lo mismo ocurre con las espiras del resorte pero la onda se propaga en sentido horizontal alejándose de la mano. En este caso la mano es la fuente generadora de la onda.

Una onda transversal se puede producir moviendo hacia arriba y hacia abajo el extremo de un resorte largo que está bajo tensión y que tiene el extremo opuesto fijo. En la figura 1 se muestra una onda transversal. La mano, con un movimiento vertical introduce una perturbación que es transversal al movimiento de la onda que viaja por el resorte extendido, cualquier elemento P del resorte se mueve (flechas verticales) en una dirección perpendicular al movimiento de la onda (flecha horizontal)

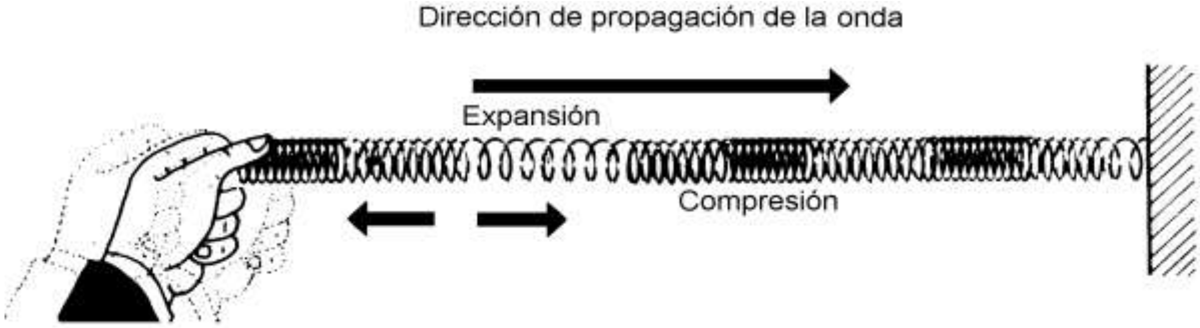


Fig. 2: Ejemplo de onda longitudinal, el movimiento de la mano es horizontal y lo mismo ocurre con las espiras del resorte que tienen un movimiento oscilatorio alrededor de una posición de equilibrio mientras la onda se propaga en sentido horizontal alejándose de la mano.

En la figura 2 observamos que un pulso longitudinal puede producirse fácilmente en un resorte levemente estirado. En el extremo libre del resorte se aplica un movimiento brusco de vaivén, consistente en una pequeña oscilación hacia la derecha y hacia la izquierda en la dirección del resorte. Este movimiento crea una repentina compresión de las espiras. La región comprimida C (pulso) viaja a lo largo del resorte. La perturbación es paralela al movimiento ondulatorio. La región comprimida es seguida de una región donde las espiras están extendidas.

También existen las ondas torsionales que son las que aparecen cuando al extremo de una varilla se le aplica un torque axial.

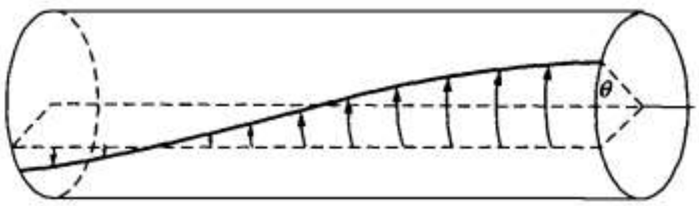


Fig. 3: Ejemplo de una barra sometida a un torque axial

En la naturaleza una gran cantidad de fenómenos ondulatorios son una combinación de ondas transversales y longitudinales, un ejemplo de esto lo tenemos cuando se sacude mientras se tira y empuja el extremo de un resorte tenso. Cuando una onda se propaga sobre la superficie del agua profunda, pequeñas porciones de agua de la superficie se mueven en trayectorias casi circulares, como se ve en la figura 4 donde la superficie del agua se dibuja como una sucesión de crestas y valles. La perturbación tiene componentes transversales y longitudinales. A medida que la onda pasa, las partículas de agua en la cresta se mueven en el sentido de propagación de la onda y las de los valles se mueven en sentido opuesto. Cuando la partícula de la cresta llegue al valle, su movimiento será en sentido opuesto. Como esto se cumple para todas las partículas de

agua perturbada, no hay un desplazamiento neto de ninguna de ellas. Es necesario comentar que en los ríos y mares este fenómeno ondulatorio aparece, en general, junto con corrientes de agua por lo que no se distingue claramente, no ocurre así en los lagos y lagunas donde la masa de agua permanece en reposo.
Obsérvese que en ninguno de los ejemplos presentados hay desplazamiento de masa, en el resorte, en ambos casos, las espiras oscilan alrededor de una posición de equilibrio. Lo mismo ocurre con las partículas de agua analizadas en el caso de las olas, al tener un movimiento circular tampoco hay desplazamiento de masa de agua. Ya veremos que, aunque no tengan movimiento de masas lo que las ondas transmiten es energía.

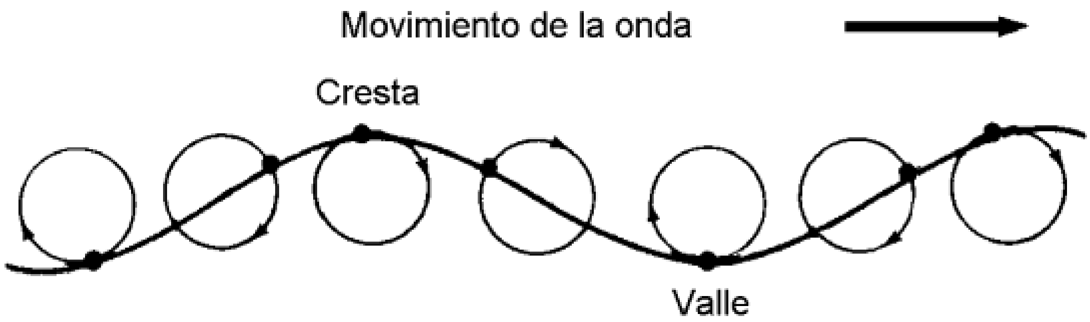


Fig. 4: Esquema de una onda que se propaga en agua y muestra los movimientos circulares de las distintas porciones de agua debido a la composición de ondas transversales y longitudinales.

En todos los casos hay que considerar asociado a la onda no sólo el medio por donde se propaga sino también la ***fuente*** que le da origen, en los ejemplos del resorte, la fuente generadora de la onda fue la mano. En el caso del sonido la fuente puede ser las cuerdas vocales si se trata de una conversación, un golpe si es un ruido o un parlante en el caso de la música.
Las ondas que integran las olas que se propagan en el mar, o las que emite un parlante y se refleja en las superficies múltiples como las que hay en una habitación son muy complejas y consecuentemente también lo es su descripción matemática. Por eso para iniciar el estudio de las ondas, al igual que lo que se hizo en cursos anteriores de Física, se hará con modelos simplificados. El estudio de la mecánica se inició con el modelo de partícula, que es el más sencillo, y se fue avanzando progresivamente hacia modelos más complejos hasta llegar al de sólido rígido. De modo similar se operó con modelos en termodinámica y electricidad. En este capítulo comenzaremos con modelos unidimensionales de una cuerda o una barra para luego aplicar los resultados obtenidos a otros casos de ondas tanto transversales como longitudinales.

2. 2 Pulso y tren de ondas

Si consideramos una cuerda tensa infinitamente larga que agitamos bruscamente en un extremo da origen a una deformación que se propaga en la cuerda, se ha causado un ***pulso***. Es una onda que viaja con cierta velocidad, cada partícula de la cuerda está en reposo hasta que llega el pulso, en ese instante se mueve en una dirección perpendicular al movimiento con que se propaga la onda y después vuelve al reposo. En la figura 5 se representa un pulso que se propaga en una cuerda en determinado instante de tiempo.

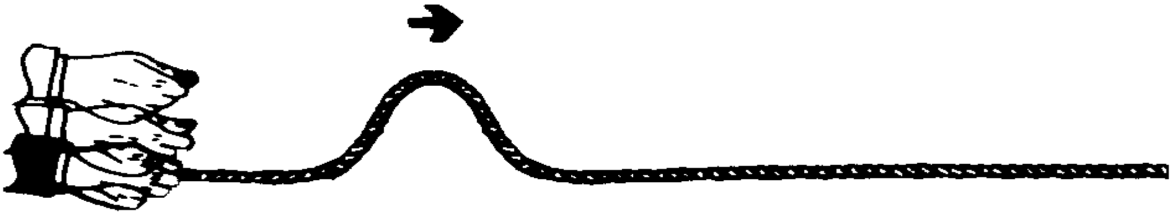


Fig. 5 Pulso que se propaga a la derecha y fue producido por el movimiento de ascenso y descenso de la mano.

Cualquier punto de la cuerda se encuentra en reposo antes de que pase el pulso, tiene un movimiento vertical cuando el pulso pasa por él y vuelve al reposo después que haya pasado. El pulso se propaga a lo largo de la cuerda y el movimiento de cada parte de la cuerda es ortogonal al sentido de propagación de la onda.
Si en lugar de agitar una única vez al extremo de la cuerda lo hacemos con cierta periodicidad, damos origen a una sucesión de pulsos o ***tren de ondas***. En este caso

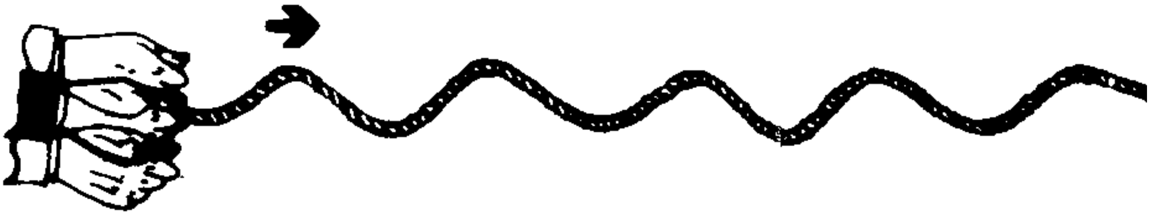


Fig. 6 Tren de ondas que avanza hacia la derecha producido por el movimiento oscilante de la mano en sentido vertical.

todas las partículas están en movimiento simultáneamente. En general cuando hablamos de ondas hacemos referencia a un tren de ondas.

2. 3 Frente de onda

Cuando a intervalos regulares de tiempo golpeamos la superficie del agua contenida en un recipiente, observamos la formación de círculos concéntricos, estas líneas unen todos los puntos en los que el agua está subiendo o bajando al mismo tiempo, son puntos que fueron alcanzados al mismo tiempo por el movimiento ondulatorio. En cualquier punto de estos círculos, las ondas que viajan radialmente hacia los bordes del recipiente, están en la misma “etapa”, o fase, de su ciclo esencialmente senoidal, sea una cresta o un valle o cualquier punto intermedio. La fase de la perturbación es la misma en cualquier punto de un círculo dando lugar a un ***frente de onda circular***. En general, cada curva que une a todos los puntos vecinos de una onda que están en fase se llama ***frente de onda***

.

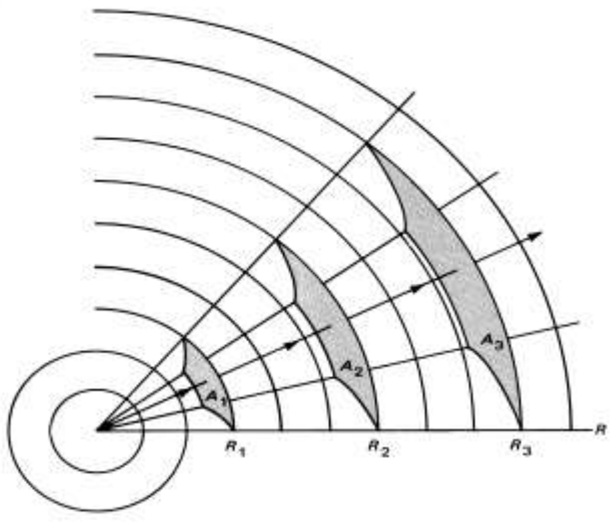


Fig. 7 Ondas emitidas por una fuente puntual. Los arcos circulares representan los frentes de ondas esféricos concéntricos con la fuente. Las flechas, perpendiculares a los frentes, indican la dirección de propagación de las ondas.
A medida que los frentes se alejan de la fuente son cada vez más planos y paralelos.

Las ondas sonoras son tridimensionales. Imaginemos una fuente puntual de ondas que se emiten uniformemente en todas direcciones, como representa la figura. En este caso las superficies de fase constante, o frentes de onda son ***esféricas.***

Al expandirse una onda esférica, su radio aumenta y los frentes de onda se aplanan. A distancias muy grandes, los frentes de onda son lo suficientemente planos y la perturbación se asemeja a una onda plana, decimos que se forman frentes de ***ondas planos.***

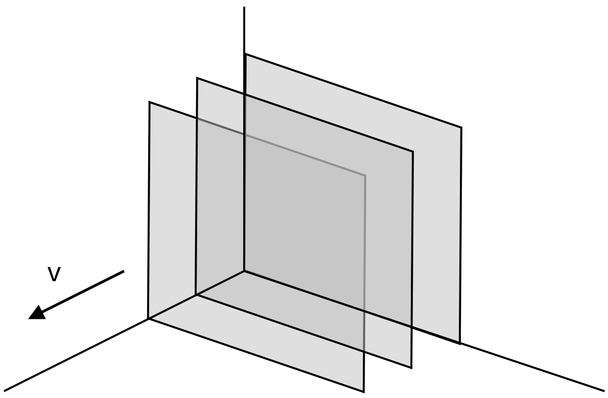


Fig. 8 Representación de una onda plana que se mueve en la dirección indicada por la velocidad v.

2. 4 Descripción matemática de una onda unidimensional

Describir matemáticamente una onda significa expresar una función que nos indique en cada instante la posición de cada punto del medio donde la onda se propaga. En el caso de la cuerda significa dar la posición de cada porción de la cuerda en cada instante de tiempo. Para hacer esto se asocia a la cuerda un sistema de referencia ubicado, para simplificar, con el origen en un extremo de la cuerda y orientando el eje x paralelo a ella.
A medida que el pulso se traslada por la cuerda se tiene una posición distinta para cada parte. Para expresarlo matemáticamente decimos que la perturbación ε (deformación de la cuerda) es función de la posición x y del tiempo t y lo vamos a expresar como.

$$\varepsilon = \varepsilon(x,t)$$

Podemos describir este fenómeno de dos modos distintos.

a) Representando la variación de ε en un x fijo, esto es "eligiendo" un punto x particular de la cuerda y estudiar como varía su posición en el tiempo. Se tiene así un $\varepsilon = \varepsilon(t)$ para cada x.

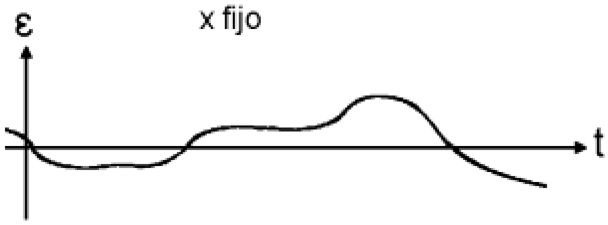


Fig. 9: Representación de $\varepsilon = \varepsilon(t)$ para un x fijo

b) Representando la variación de ε como función de x para tiempos fijos. esto equivale a "fotografías" de la cuerda en cada tiempo. Para distintos valores de t se tienen funciones de $\varepsilon = \varepsilon(x)$ ("fotografías") que corresponden a las distintas posiciones de la perturbación a medida que ésta se propaga por la cuerda.

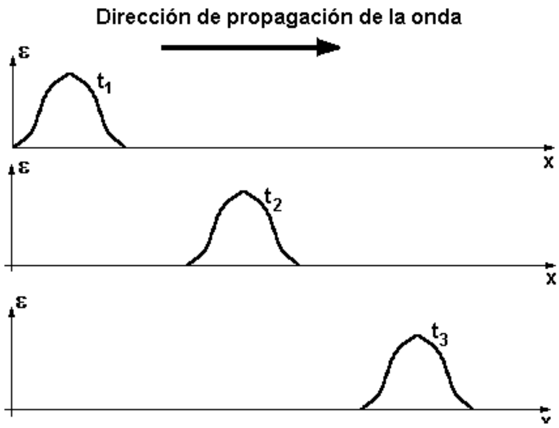


Fig 10: Representación de $\varepsilon = \varepsilon(x)$ para distintos tiempos.

Así se ve que indicar la posición de cualquier punto de la cuerda en cualquier instante obliga a considerar dos variables, la posición x del punto y el instante t en que se analiza su posición, por lo que la función ε de cualquier punto se podrá escribir como

$$\varepsilon = f(x,t)$$

Esta expresión es la forma general de expresar una función de dos variables.
Para el caso que la onda se propague con velocidad constante v es posible expresar esta función de dos variables de modo más simple. Si consideramos un pulso arbitrario que viaja hacia la derecha con velocidad constante v (sin pérdida de energía) sobre una larga cuerda tensa en la dirección de eje x, como indica la figura 11.

La curva superior representa un tramo de la cuerda por donde está pasando el pulso en el instante $t_0 = 0$. La forma del pulso, sin importar cuál pueda ser, se puede escribir como $\varepsilon = \varepsilon(x, 0)$

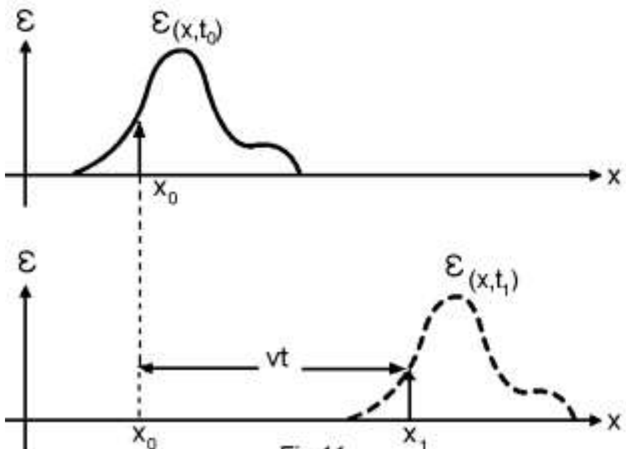


Fig.11

Esta expresión representa ***todos los puntos de la cuerda*** en ese instante, ε es una función definida de x para tiempo cero. A medida que el tiempo transcurre, el pulso se propaga por la cuerda con una velocidad *v* hacia la derecha, recorre una distancia vt en un tiempo t y forma la curva de la parte inferior de la figura. La función será ahora $\varepsilon = \varepsilon(x_1,t_1)$

Como la forma del pulso no cambia con el tiempo los valores de la función en ambos casos, $t=0$ y $t=t_1$ deben ser iguales por lo que

$$\varepsilon = \varepsilon(x_0, 0) = \varepsilon(x_1, t_1)$$

Pero $x_1 = x_0 + vt$ en consecuencia podemos escribir $x_0 = x_1 - vt$

$$\varepsilon = \varepsilon(x_0, 0) = \varepsilon(x_1,t_1) = \varepsilon(x_1 - vt, 0)$$

Si la velocidad es constante y el pulso no se deforma, podemos escribir la función en cualquier tiempo referido a la posición inicial. En general toda onda que se desplace hacia la derecha con velocidad constante si no sufre deformaciones se puede escribir como

$$\varepsilon = \varepsilon(x - vt)$$

Esta ecuación corresponde a una representación en el sistema de ejes (ε, x). Si se elige el sistema de ejes (ε, t) donde se representa la posición de un punto en el tiempo la ecuación $\varepsilon = \varepsilon(x, t)$, cambia de forma.

Consideremos un pulso que se propaga en una cuerda de la que elegimos dos puntos distantes x_0 y x_1, a medida que el pulso se propaga primero actúa sobre la parte de cuerda donde está el punto x_0 y luego donde está el punto x_1.

La parte superior de la figura 12 muestra el pulso actuando sobre el punto x_0 y con línea de trazos se indica la deformación $\varepsilon(x_0, t_0)$ que ocurre en el tiempo t_0.

En la parte inferior de la figura se muestra el mismo pulso un tiempo después cuando actúa sobre el punto x_1. En el tiempo t_1 ocurre la misma deformación $\varepsilon(x_1, t_1)$ que antes tuvo el punto x_0.

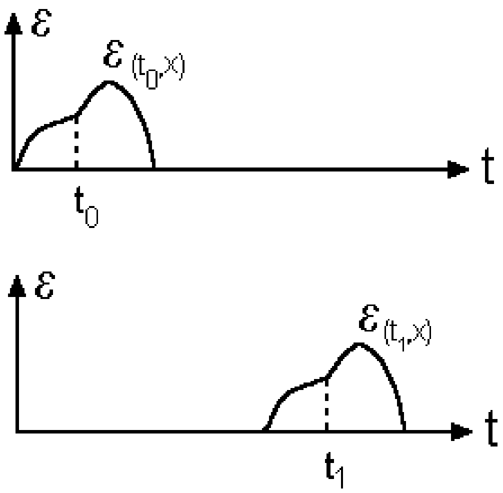


Fig. 12: Representación de una onda en el sistema (ε, t) para un punto x_0, en la parte superior y en un punto otro punto x_1, en la parte inferior.
El valor de la perturbación $\varepsilon(t_0, x_0)$ es igual la de $\varepsilon(t_1, x_1)$.

Como ambas deformaciones deben ser iguales se debe cumplir que

$$\varepsilon(t_0, x_0) = \varepsilon(t_1, x_1)$$

El intervalo de tiempo $\Delta t = (t_1 - t_0)$ es el que demoró el pulso para recorrer la distancia $x_1 - x_0$

Pero $\Delta t = \frac{x_1 - x_0}{v}$

Como $t_0 = t_1 - \Delta t$ y haciendo $x_0 = 0$ resulta: $t_o = t_1 - \frac{x_1}{v}$

Reemplazando en

$$\varepsilon(t_0, 0) = \varepsilon(t_1, x_1) = \varepsilon(t_1 - x_1/v, 0)$$

y como x_1 es un punto arbitrario se puede escribir

$$\varepsilon(t,x) = \varepsilon(t-x/v)$$

Aunque usamos el modelo de la cuerda para este desarrollo, esta descripción matemática vale para todo tipo de onda, tanto transversal como longitudinal con la única condición que la velocidad de propagación sea constante y la amplitud no se amortigüe en el tiempo.

Entonces podemos describir todo tipo de ondas de dos modos diferentes:

$$\boldsymbol{\varepsilon(x,t) = \varepsilon(x \pm vt)} \text{ en el espacio } (\varepsilon, x).$$

O en el espacio (ε,t) como:

$$\boldsymbol{\varepsilon(x, t) = \varepsilon(t-x/v)}$$

Es importante insistir que v es la velocidad de propagación de la onda y no la velocidad con que se mueve el punto perturbado de la cuerda que en general indicaremos con $\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}$

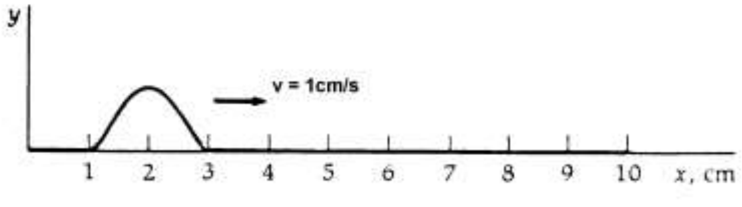
Esta expresión se lee como derivada *parcial* de la función ε respecto del tiempo t, debido a que es una función de dos variables (x,t) y se está derivando solamente en una de ellas.

Ejercicio 1

Demuestra que las ondas que se desplazan hacia la izquierda con velocidad constante en el sistema de ejes (ε ,x) se puede escribir como $\varepsilon = \varepsilon(x+vt)$

Problema 1

La figura muestra un pulso de onda en el instante t=0. El pulso se mueve hacia la derecha con una velocidad de 1cm/s, y se propaga sin perder energía. Dibuja la forma de la cuerda en los instantes t = 2s y 3s.



Problema 2

Un pulso de onda que se mueve hacia la derecha a lo largo del eje *x* se representa por medio de la función de onda:

$$\varepsilon\ (x,\ t) = \frac{2}{(x-3t)^2+1}$$

donde x y ε se miden en cm y *t* en segundos.

a) Grafica la forma de onda en t = 0, t = 1s y t = 2s.
b) Con un valor fijo de x = 2cm y variando t analiza la gráfica que se obtiene, ¿qué representa ε = ε (t)?

2.5 Ecuación de la onda

Así como las leyes de Newton explican el comportamiento de las partículas y la ecuación de estado el comportamiento de los gases ideales, es necesario encontrar las leyes que dan cuenta del comportamiento las ondas.

Si consideramos la función de una onda arbitraria ε(x,t) = ε(x-vt) y se recurre a la función auxiliar u = x-vt podemos calcular las derivadas primeras y segundas de la función ε en x y en t

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial u}$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial u}\right) = \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial u^2}\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial u^2}$$

y calculando las derivadas parciales respecto del tiempo

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial t} = (-v)\,\frac{\partial \varepsilon}{\partial u}$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t}\left((-v)\,\frac{\partial \varepsilon}{\partial u}\right) = (-v)\,\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial u^2}\frac{\partial u}{\partial t} = v^2\,\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial u^2}$$

despejando $\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial u^2}$ de ambas ecuaciones e igualando queda

$$\boxed{\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2}}$$

Esta expresión es la ecuación diferencial de una onda unidimensional y vale para todo tipo de onda con la condición de que no haya amortiguación y se propague con velocidad constante. Más adelante en Física Cuántica veremos ondas más complejas que no satisfacen esta ecuación, sino la ecuación de una onda conocida como **ecuación de Schrodinger**

2.6 Magnitudes características de las ondas

Según sea la representación de la onda en el plano (ε, x) o en el (ε, t) hay algunas características importantes que hay que considerar en su descripción.

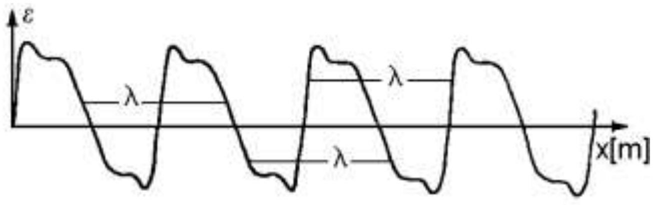


Fig. 13

En el caso de la representación (ε, x) se distinguen la ***amplitud*** (A) que es la máxima elongación con que vibran las partículas del medio y la determina la fuente que origina la onda, también se puede definir como la distancia máxima a que llegan las partículas del medio cuando se alejan de su posición de equilibrio y la ***longitud de onda*** (λ) es la distancia mínima entre dos puntos cualesquiera que se comportan idénticamente.

En el caso de la representación en el espacio (ε, t) se distinguen la ***amplitud*** (A) que también aquí es la elongación máxima y el tiempo que demora en repetirse la deformación para un mismo punto se llama ***período***, se suele indicar con T y se mide en segundos.

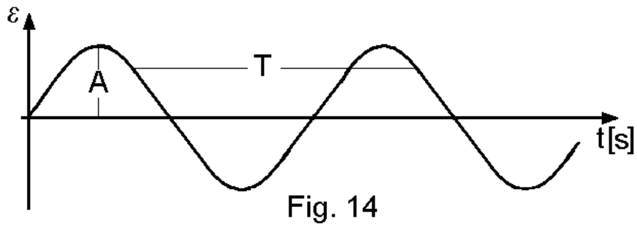


Fig. 14

La ***frecuencia*** (f) de las ondas es el número de veces que un ciclo completo se repite en la unidad de tiempo, su unidad es el Hertz (Hz) y es $1Hz = s^{-1}$. La relación que hay entre frecuencia y período es
$f = 1/T$.
Como el tiempo que necesita la onda en recorren una longitud λ es de un período T, la ***velocidad de propagación*** de la onda es $v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$.

Las ondas se propagan con una determinada velocidad que depende de las propiedades del medio perturbado. Por ejemplo, las ondas sonoras viajan por el aire a 20ºC con una velocidad de aproximadamente 344 m/s con independencia de la frecuencia que depende de la fuente. Las ondas electromagnéticas viajan muy rápidamente a través del vacío, con una velocidad de 3.10^8 m/s. Si el medio es homogéneo e isótropo, la velocidad es la misma en todas direcciones.

2.7 Ondas armónicas

Un caso particularmente interesante de forma de onda es la ***armónica*** que son aquellas que se pueden escribir en forma de senos o cosenos. Su particular interés reside en que cualquier forma de onda periódica se puede escribir como superposición de ondas armónicas, es decir combinaciones de funciones senos y cosenos.

Para poder expresar una onda con forma de seno, tal como la de la parte superior del dibujo que está en función de la variable x (longitud) en una función angular (en radianes) debemos establecer que la longitud de onda λ en el eje x es equivalente a 2π en la variable angular por lo que un ángulo θ será a la distancia x según la proporción

$$\frac{x}{\lambda} = \frac{\theta}{2\pi} \Rightarrow \theta = \frac{2\pi\, x}{\lambda}$$

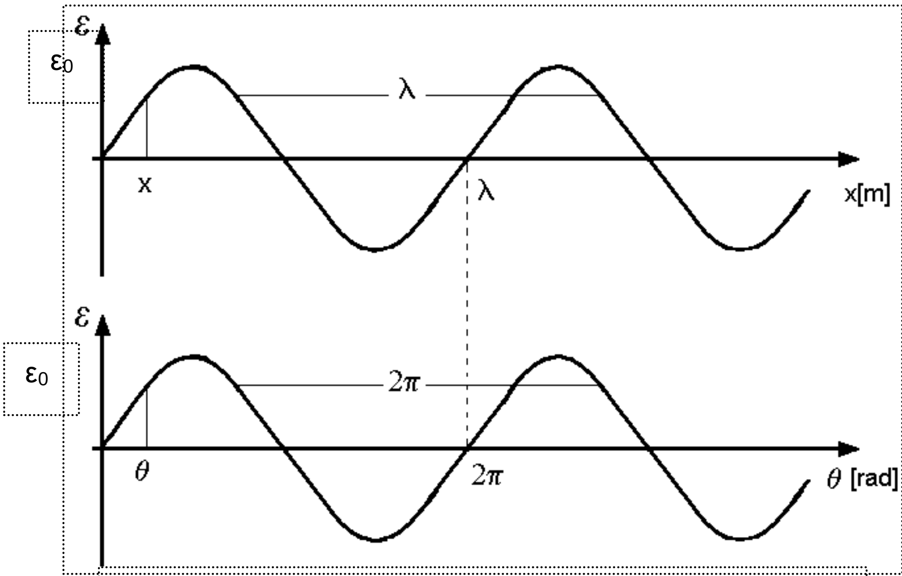


Fig15: Representación de una misma onda armónica en el espacio (ε, x) y en el espacio (ε, θ).

Por lo que una onda de forma sinusoidal de amplitud ε_0 y longitud de onda λ se podrá escribir

$$\varepsilon(x) = \varepsilon_0 \mathrm{sen}(\theta + \varphi_0) = \varepsilon_0 \mathrm{sen}\left(\frac{2\,\pi\, x}{\lambda} + \varphi_0\right)$$

donde φ_0 es el ángulo de fase inicial. Como lo que interesa es una onda que se mueva hacia la derecha o hacia la izquierda con una velocidad v se debe reemplazar x por (x±vt)

$$\varepsilon(x,t) = \varepsilon_0 \mathrm{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x \pm vt) + \varphi_0\right)$$

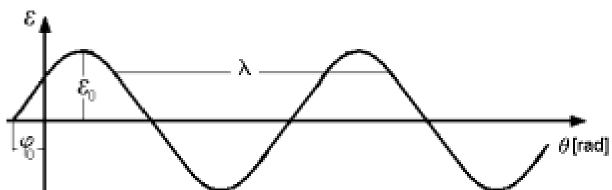


Fig. 16

Pero recordando que $v = \frac{\lambda}{T}$ y $\omega = \frac{2\pi}{T}$

haciendo $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

$$\varepsilon(x) = \varepsilon_0 \mathrm{sen}\big((kx \pm \omega t) + \varphi_0\big)$$

Donde k es el ***número de onda*** indica el número de longitudes de onda u ondas completas contenidas en una distancia de 2π metros, su unidad es el m^{-1}.

Falta considerar si las funciones armónicas satisfacen la ecuación de onda ya que todas la funciones que representan ondas deben satisfacer esta ecuación, como aplicación consideremos una onda armónica de amplitud ε_0, longitud de onda λ, y velocidad v.

Así la ecuación armónica queda, para un ángulo de fase $\varphi_0 = 0$,

$$\varepsilon\ (x,t) = \varepsilon_0\ \text{sen}\ (kx \pm \omega\ t)$$

Las derivadas sucesivas en x resultan para el caso de una onda que se propaga en el sentido de los x positivos

$$\frac{\partial \varepsilon_{(x,t)}}{\partial x} = k\varepsilon_0 \cos(kx - \omega t)$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{(x,t)}}{\partial x^2} = -k^2\varepsilon_0 \text{sen}(kx - \omega t)$$

y para el caso de las derivadas sucesivas en t

$$\frac{\partial \varepsilon_{(x,t)}}{\partial t} = -\omega\varepsilon_0 \cos(kx - \omega t)$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{(x,t)}}{\partial t^2} = -\omega^2\varepsilon_0 \text{sen}(kx - \omega t)$$

Si despejamos ε_0 sen (kx - ω t) en ambas ecuaciones e igualamos se tiene la ecuación diferencial de la onda

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{(x,t)}}{\partial x^2} = \frac{k^2}{\omega^2}\frac{\partial^2 \varepsilon_{(x,t)}}{\partial t^2}$$

donde se cumple que la velocidad de la onda es v = ω/k y confirma que cualquier función armónica cumple con la ecuación de ondas.

Problema 3

Una onda transversal se propaga por una cuerda según la ecuación ε = 0,4 cos(100t-0,5x) en unidades del SI. Calcula:

a) La longitud de onda
b) La velocidad de propagación
c) El estado de vibración de una partícula situada en *x=20cm* en el instante *t=0,5s*
d) La velocidad transversal de la partícula anterior.
e) Velocidad máxima de la partícula.

2.8 Ondas transversales

A continuación estudiaremos las características de la ecuación de la onda en el caso particular de las ondas transversales y lo haremos sobre el estudio de la onda transversal que se propaga en una cuerda tensa. La cuerda tensa no es el único caso de propagación transversal que hay en la naturaleza pero si es el caso más sencillo para analizar porque es fácil de reducir su análisis a una dimensión. Las ondas transversales en agua por ejemplo exigen un análisis simultáneo en tres dimensiones y en general son pocas las situaciones en la naturaleza que puedan reducirse a una dimensión.

2.9 Ecuación de la onda que se propaga en una cuerda

La ecuación de la onda anterior describe la posición de cada punto de la onda en el tiempo pero nada nos dice de las condiciones particulares que establecen la velocidad de propagación o qué relación tiene ésta con las condiciones del medio en la que la onda se desplaza. Para hallar esto es necesario, igual que en los casos anteriores aplicar las leyes de Newton al medio donde se desplaza la onda mecánica.

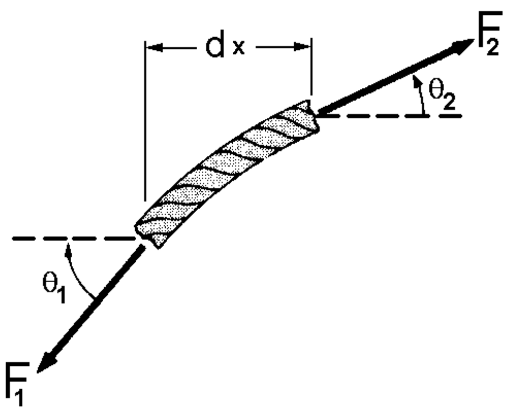


Fig. 17

Consideremos el caso de una cuerda tensa a la que se somete a una perturbación, un buen ejemplo puede ser la cuerda de una guitarra que esta fija en los extremos y se hace vibrar. Para estudiar que ocurre consideremos un pequeño tramo de cuerda de longitud dx, para ello realizaremos el diagrama de cuerpo libre del segmento dx de cuerda tensa que se encuentra vibrando en un instante cualquiera (el peso de esta porción es muy pequeño frente a las tensiones). Las fuerzas actuantes son las fuerzas o tensiones, F_1 y F_2 que hacen las secciones izquierda y derecha de la cuerda respectivamente. La figura muestra el segmento de una cuerda al que vamos a aplicar las leyes de Newton.

$$\Sigma F_x = F_2 \cos\theta_2 - F_1 \cos\theta_1 = dm\ a_x$$

$$\Sigma F_y = F_2 \operatorname{sen}\theta_2 - F_1 \operatorname{sen}\theta_1 = dm\ a_y$$

donde dm indica la masa del elemento de longitud dx y a_x y a_y son las aceleraciones en el sentido x e y respectivamente.

Como la cuerda se encuentra tensa con ambos extremos fijos no hay desplazamiento en el sentido horizontal por lo que $a_x = 0$.

La longitud del segmento es dx y su masa dm = μ dx, donde μ es la masa de la cuerda por unidad de longitud, llamado densidad lineal de masa (μ = m/L, m: masa total de la cuerda y L: longitud de la cuerda, para una cuerda homogénea).

Por otra parte la cuerda se puede mover en sentido vertical y la aceleración a_y será la derivada segunda del desplazamiento vertical respecto del tiempo $a_y = \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2}$

Por lo que las ecuaciones quedan

$$\Sigma F_x = F_2 \cos\theta_2 - F_1 \cos\theta_1 = 0$$

puesto que no se mueve respecto al eje x

$$\Sigma F_y = F_2 \,\mathrm{sen}\theta_2 - F_1 \mathrm{sen}\theta_1 = \mu \, dx \, \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2}$$

Como la curvatura de la cuerda no es muy grande, $\theta_1 \approx \theta_2$, entonces de la primera ecuación podemos concluir que $F_1 \approx F_2 \approx F$.

Además como los ángulos son pequeños, también es posible aproximar senθ por tgθ. Por lo tanto la componente vertical de la ecuación de Newton queda

$$\Sigma F_y = F\,(\mathrm{tg}\theta_2 - \mathrm{tg}\theta_1) = \mu \, dx \, \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2}$$

Si como ya vimos la curvatura de la cuerda no es muy grande los ángulos θ_1 y θ_2 son casi iguales, por lo tanto $\mathrm{tg}\theta_2 - \mathrm{tg}\theta_1 = d(\mathrm{tg}\theta)$ de modo que la fuerza hacia arriba es:

$$\Sigma F_y = F\, d(\mathrm{tg}\theta) = \mu \, dx \, \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2}$$

La tangente del ángulo formado por la cuerda con la horizontal es la pendiente de la curva formada por la cuerda por lo tanto es la derivada de la función en el punto.

$$\mathrm{tg}\theta = \frac{\partial \varepsilon}{\partial x}$$

En consecuencia

$$\Sigma F_y = F\, d\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial x}\right) = \mu \, dx \, \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2}$$

Dividiendo ambos miembros por dx

$$\sum F_y = F \frac{d}{dx}\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial x}\right) = \mu \, \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2}$$

$$\sum F_y = F\left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2}\right) = \mu \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2}$$

Reordenando los términos:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2} = \frac{\mu}{F}\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2}$$

Hemos encontrado la ecuación de onda para un caso particular, el de una onda que se propaga en una cuerda tensa.

Si se compara esta ecuación hallada con la ecuación diferencial de las ondas se encuentra que la velocidad de propagación de la onda en la cuerda tensa es:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

Como ya explicamos anteriormente y volvemos a ver en este caso, la velocidad de la onda depende de las propiedades del medio donde se propaga, en este caso la tensión de la cuerda y la densidad lineal de masa, y es independiente de la frecuencia que depende de la fuente que las genera y permanece siempre constante.

2.10 Propagación de energía en la cuerda

Como vimos las ondas no desplazan materia ya que cada punto material del medio elástico sobre el que se propaga la onda oscila alrededor de una posición de equilibrio, lo que las ondas transmiten es energía. Para analizar esto con más detalle en el caso de la cuerda, consideremos un tramo elemental dx de cuerda que se encuentra oscilando.
La energía cinética que posee este tramo es

$$E_c = \frac{1}{2}dmv^2 = \frac{1}{2}\mu dx\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}\right)^2$$

Aunque este tramo de cuerda tiene movimiento de desplazamiento vertical como, en general, su masa es reducida, tal es el caso de las cuerdas de una guitarra o de un piano y su desplazamiento de unos pocos milímetros, la variación de energía potencial gravitatoria es despreciable frente a los valores de energía potencial elástica.

En la figura vemos un pequeño cilindro de longitud inicial dx y sección uniforme S sometido a esfuerzos de tracción realizados por las fuerzas que originan una deformación $d\varepsilon$. El trabajo mecánico realizado por la fuerza F sobre este tramo del cuerpo se acumula en él en forma de energía potencial elástica.

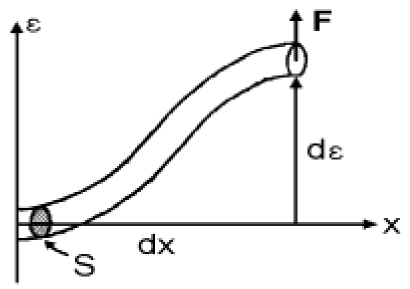


Fig. 18

Módulo de corte: elasticidad de la forma

Para analizar el valor de la energía potencial elástica recurriremos a la definición del **módulo de corte** que relaciona la tensión o fuerza tangencial por unidad de área a que está sometida una pieza del material considerado y su deformación especifica

$$M = \frac{F/S}{d\varepsilon/dx}$$

En la figura se ve un pequeño cilindro de longitud inicial dx y sección uniforme S sometido a esfuerzos de flexión realizado por las fuerzas que originan una deformación dε.

La unidad de M es $[M] = N/m^2$

Si consideramos que el proceso de estiramiento es lineal la fuerza crece desde un valor inicial cero hasta el valor máximo F, se puede calcular la energía acumulada en el tramo como el trabajo realizado por la fuerza que recorre la distancia dε

$$E_p = W = \frac{1}{2} F d\varepsilon$$

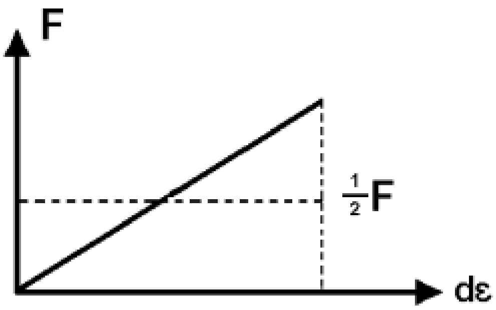


Fig.19

Pero de la definición del módulo de corte la fuerza se puede escribir como

$$F = MS\frac{d\varepsilon}{dx}$$

Reemplazando en la expresión de la energía potencial

$$E_p = \frac{1}{2} MS\frac{d\varepsilon}{dx} d\varepsilon = \frac{1}{2} MSdx\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial x}\right)^2$$

Esta energía depende del tamaño de la muestra para independizarnos de ella se define la ***densidad de energía por unidad de volumen***, como el cociente entre la energía de esa porción de cuerda y su volumen

$$E_c = \frac{1}{2} dmv^2 = \frac{1}{2}\mu dx\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}\right)^2 = \frac{1}{2}\delta dV\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}\right)^2$$

$$e_c = \frac{1}{2}\delta\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}\right)^2$$

y para la energía potencial

$$e_p = \frac{1}{2} M\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial x}\right)^2$$

La densidad de energía total en la cuerda será entonces

$$e = e_c + e_p = \frac{1}{2}\delta\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}\right)^2 + \frac{1}{2}M\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial x}\right)^2$$

Como puede apreciarse la propagación de energía depende sólo de la amplitud de la onda y de propiedades del medio como densidad y módulo de corte.

Vamos a aplicar este resultado al caso de una onda armónica de amplitud ε_0 que se propaga en por la cuerda

$$\varepsilon_{(x,t)} = \varepsilon_0 \operatorname{sen}(kx - \omega t + \varphi_0)$$

pero considerando nula la fase inicial φ_0

$$\varepsilon_{(x,t)} = \varepsilon_0 \operatorname{sen}(kx - \omega t)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_{(x,t)}}{\partial x} = k\varepsilon_0 \cos(kx - \omega t)$$

$$\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial x}\right)^2 = k^2 \varepsilon_0^2 \cos^2(kx - \omega t)$$

y por otra parte

$$\frac{\partial \varepsilon_{(x,t)}}{\partial t} = -\omega\varepsilon_0 \cos(kx - \omega t)$$

$$\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}\right)^2 = \omega^2 \varepsilon_0^2 \cos^2(kx - \omega t)$$

La densidad de energía cinética para la onda armónica resulta,

$$e_c = \frac{1}{2}\delta\omega^2\varepsilon_0^2\cos^2(kx - \omega t)$$

Como vemos es siempre positiva, además el valor medio para un tiempo suficientemente largo es, de la simple observación del gráfico

$$\langle e_c \rangle = \frac{1}{4}\delta\omega^2\varepsilon_0^2$$

La densidad de energía potencial es:

$$e_p = \frac{1}{2}Mk^2\varepsilon_0^2\cos^2(kx - \omega t)$$

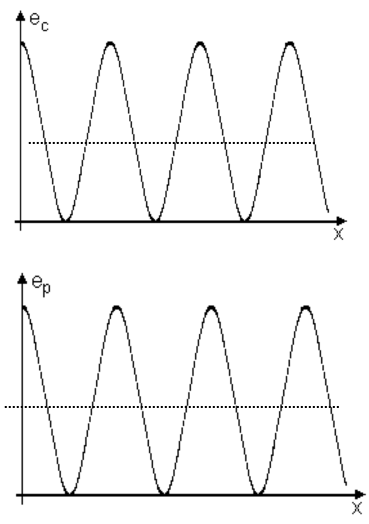


Fig. 20

y el valor medio para un tiempo suficientemente largo

$$\langle e_p \rangle = \frac{1}{4} Mk^2 \varepsilon_0^{\ 2}$$

Como puede verse ambas densidades de energía son periódicas y además están en fase.

Es importante destacar esta diferencia significativa con respecto a la energía mecánica de la partícula en el campo gravitatorio, en el caso de las ondas hay ***simultáneamente*** máximos de energía cinética y potencial elástica en el punto considerado de la cuerda y también ***simultáneamente***, mínimos de energía cinética y potencial. Esto se debe a que cuando la cuerda pasa por el punto de máxima velocidad (punto B de la figura) coincide con su máximo esfuerzo de flexión mientras que cuando se encuentra en el punto más alejado del eje (puntos A y C de la figura), la energía cinética del tramo es cero ya que la velocidad de ese punto es nula, pero allí también la energía potencial elástica es cero ya que la deformación es mínima debido a que el tramo se encuentra casi horizontal.

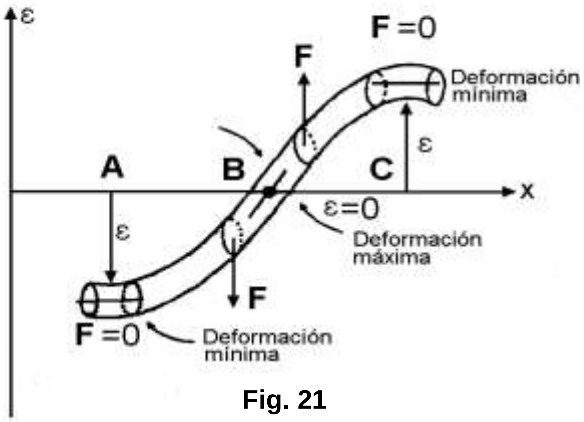


Fig. 21

Se puede demostrar que los valores de energía cinética y potencial son iguales por lo que la densidad de energía en la cuerdas

$$\langle e \rangle = \langle e_c \rangle + \langle e_p \rangle = \frac{1}{2} \delta \omega^2 \varepsilon_0^{\ 2}$$

La energía media transmitida por la cuerda sometida a un proceso ondulatorio armónico será

$$dE = \frac{1}{2} \delta \omega^2 \varepsilon_0^{\ 2} dV$$

Para analizar la potencia transmitida por la onda en una cuerda consideremos un diferencial de energía en un elemento de cuerda dx de volumen dV = S dx. La potencia es la energía transmitida por unidad de tiempo

$$P = \frac{dE}{dt} = \frac{1}{2} \delta \omega^2 \varepsilon_0^{\ 2} \frac{dV}{dt} = \frac{1}{2} \delta \omega^2 \varepsilon_0^{\ 2} \frac{Sdx}{dt} = \frac{1}{2} \delta \omega^2 \varepsilon_0^{\ 2} Sv$$

otra forma de expresar la potencia es considerando la densidad lineal de masa

$$P = \frac{1}{2} \mu \omega^2 \varepsilon_0^{\ 2} v$$

Ejercicio 2

Determina la unidad de potencia y energía en el SI según las expresiones anteriores.

2.11 Ondas longitudinales

Así como analizamos las ondas transversales sobre el caso particular de la cuerda por su simplicidad, a continuación estudiaremos las características de la ecuación de la onda longitudinal que se propaga primeramente en una barra y luego en un gas.

Consideremos una barra elástica muy larga de sección uniforme A que es golpeada axialmente en uno de sus extremos, sobre la barra se propaga una perturbación, ésta consiste en una fuerza que tracciona o comprime la barra, esta fuerza varía no solo en el tiempo sino también en los distintos puntos de la barra. Debido a la acción de esta fuerza cada sección de la barra sufre un desplazamiento ε paralelo al eje x (recuerda que en el caso de las ondas transversales el desplazamiento ε es ortogonal al eje x)

Como la fuerza introducida por la perturbación tiene valores distintos en los distintos puntos de la barra cada sección de la misma se verá sometida a un desplazamiento diferente por lo que se producirán deformaciones temporales de la barra y no un movimiento de la misma.

Consideremos un disco de la barra de secciones A y A' y de ancho dx en una situación inicial de reposo y un tiempo posterior, cuando por efecto de la perturbación la sección A se ha desplazado una distancia ε de su posición de equilibrio y la A' una distancia ε' distinta de ε.

El ancho del disco analizado pasa del valor en el equilibrio dx al valor deformado dx + dε donde dε = (ε - ε'). Llamamos deformación unitaria E al cociente entre la deformación introducida por la perturbación y el ancho inicial del disco.

$$E = \frac{d\varepsilon}{dx}$$

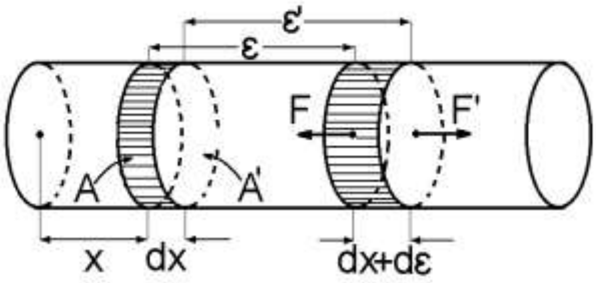


Fig. 22: Onda longitudinal que se propaga por una barra

Por ser cociente entre dos longitudes, la deformación unitaria es adimensional.

Recordado que la ley de Hooke establece, si el medio es elástico, una relación entre la tensión unitaria F/A y la deformación unitaria E a través del **modulo de elasticidad** o **modulo de Young**

$$Y = \frac{F/A}{E} = \frac{F/A}{d\varepsilon/dx}$$

por lo tanto

$$F = YA\,\frac{d\varepsilon}{dx}$$

En nuestro caso la fuerza F a la que esta sometido el disco es variable y resulta de la diferencia de las fuerzas que actúan sobre cada una de las caras del disco. Si se hace el diagrama de cuerpo libre del disco y se aplica la ley de Newton resulta

$$\sum F = m a = F' - F = dF = dm\, a = (\delta A dx)\ a$$

donde se ha reemplazado la masa por el producto de la densidad por el volumen del disco. Por otra parte la aceleración a se puede escribir como la derivada segunda del desplazamiento respecto del tiempo. En consecuencia.

$$dF = \delta A dx \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2}$$

o derivando parcialmente respecto de x

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \delta A \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2}$$

Recordando que por tratarse de un medio elástico se puede aplicar la ley de Hooke

$$F = YA \frac{d\varepsilon}{dx}$$

Como la fuerza F varia en cada punto x su derivada respecto de x es

$$\frac{dF}{dx} = YA \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2}$$

Igualando ambas ecuaciones y simplificando A queda

$$\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} = \frac{Y}{\delta} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2} \qquad \text{o} \qquad \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2} = \frac{\delta}{Y} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2}$$

que es la ecuación diferencial de la onda, en este caso aplicada a la onda longitudinal que se propaga por una barra. Es obvio que la velocidad de propagación de la onda es

$$v = \sqrt{\frac{Y}{\delta}}$$

Donde, recordémoslo, Y es el modulo de elasticidad y δ la densidad del material. Por lo tanto, cuanto mayor sea el modulo de elasticidad mayor será la velocidad.

Problema 4

Calcula la velocidad de propagación de ondas elásticas longitudinales en una barra de acero, sabiendo que el módulo de Young del acero es 2.10^{11} N m^{-2} y que la densidad del acero es $7,8.10^{3}$ kg m^{-3}.

2.12 Ondas longitudinales en un gas

Un caso importante de onda longitudinal es el sonido que se propaga en un gas, en particular nos interesa el aire. Si analizamos las ondas sonoras que se propagan por el aire, son precisamente las características del aire las que le confieren un comportamiento distinto al de una onda que se propaga por una cuerda o por una barra sólida. Este comportamiento diferente se debe a que el aire es compresible; de hecho todos los materiales son compresibles pero ya es sabido que las variaciones que se producen en los gases son mucho mayores que en los líquidos y sólidos. En consecuencia, la propagación de una onda en aire implica importantes variaciones de presión a medida que ocurre.

Por otra parte recordemos que las ondas acústicas son longitudinales por lo que el desplazamiento de cada porción de aire considerado es en la misma dirección que la propagación. Insistimos además que cada porción de aire tiene un movimiento oscilante mientras que la onda se propaga alejándose de la fuente.

La velocidad instantánea de una porción de aire será

$$v_{(x,t)} = \frac{\partial \varepsilon_{x,t}}{\partial t}$$

que naturalmente no debe confundirse con la velocidad de propagación de la onda.

Para analizar con más detalle este proceso, consideremos un tubo de donde se propaga una onda sonora de izquierda a derecha y del que analizamos un elemento de aire de sección A y ancho dx que se encuentra en reposo antes que llegue la onda. En esta situación F(x) es igual F(x+dx).

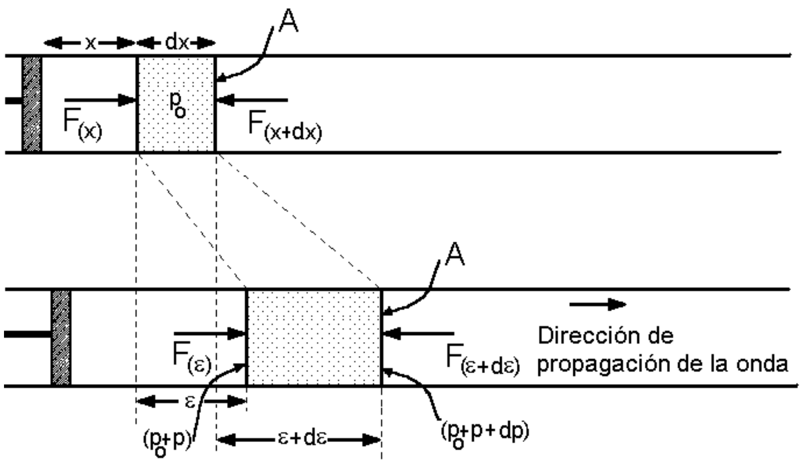


Fig. 23

Por efecto de la propagación de la onda este elemento se va a desplazar y lo hará sufriendo, en general, una deformación, por lo que no conservará el volumen que podrá, según sea el caso, contraerse o expandirse. En consecuencia la cara izquierda del elemento que inicialmente se encontraba en el punto x se desplaza una distancia ε y la de la derecha lo hace (ε+dε) en consecuencia el ancho del elemento deja de ser dx.

Debemos recordar que la deformación ε es función de la posición x y del tiempo t por lo que en rigor es ε = ε(x,t)
La presión inicial en el elemento considerado es la presión normal, generalmente la atmosférica p_0 y cuando se encuentra en movimiento es distinta pero lo más importante es que para que esté en movimiento la presión en las caras debe ser distinta; llamaremos con (p_0+p) la presión en la cara izquierda y con (p_0+p+dp) la de la cara derecha.
Aplicando la ecuación de Newton

$$\Sigma F = F(\varepsilon) - F(\varepsilon + d\,\varepsilon) = dm\ a_x$$

donde $dm = \delta A\,dx$, la aceleración es $a_x = \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2}$ y las fuerzas se pueden reemplazar por el producto de la presión por el área

$$\sum F = (p_0 + p)A - (p_0 + p + dp)A = \delta A\,dx \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2}$$

simplificando queda

$$\frac{dp}{dx} = -\delta \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2}$$

El comportamiento microscópico de las partículas de un gas cuando por el se propaga una onda es diferente al que ocurre en un sólido flexible (cuerda) o una barra. En el caso de un gas se define el ***módulo de compresibilidad B*** como la relación entre la variación de presión (Δp) y la variación relativa de volumen ($\Delta V/V_0$), el signo menos indica que la presión disminuye al aumentar el volumen

$$B = -\frac{\Delta p}{\Delta V / V_0}$$

pero del esquema se puede observar que $\Delta p = [(p_0+p) - p_0] = p$, mientras que $\Delta V = A\,d\varepsilon$ y $V_0 = A\,dx$. Reemplazando en la expresión de B queda

$$B = -\frac{p}{d\varepsilon / dx}$$

como ε es función de la posición x y del tiempo t y en este caso sólo se está considerando la derivada respecto de la posición resulta $p = -B\frac{\partial \varepsilon}{\partial x}$

La presión es variable según la posición x y su derivada es $\frac{dp}{dx} = -B\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2}$

Igualando ambas ecuaciones resulta $\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2} = \frac{1}{\frac{B}{\delta}}\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2}$ que nuevamente es la ecuación de una onda.

Donde la velocidad de propagación está dada por $v = \sqrt{\frac{B}{\delta}}$.

Esta última expresión es válida también para calcular la velocidad de propagación del sonido en líquidos.

Otra forma de calcular la velocidad de propagación de una onda sonora en un medio gaseoso es a partir de

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

donde

γ es el coeficiente adiabático del gas (para el aire vale 1,4)
R es la constante universal de los gases (*R = 8,314J/mol K*)
M es la masa molar del gas es decir la masa de un mol del gas
T es la temperatura absoluta del gas medida en kelvin (K)

La mayoría de los gases no son conductores del calor. Entonces, cuando una onda sonora se propaga en un gas se supone, con buena aproximación, que las variaciones de presión y volumen que tienen lugar en la propagación de la onda ocurren adiabáticamente. Por esto aparece el coeficiente adiabático de los gases en la ecuación de la velocidad.

Problema 5

Halla la velocidad del sonido en el hidrógeno a 27ºC y compara dicha velocidad con la que tendría en el aire a la misma temperatura. El coeficiente adiabático de ambos gases es 1,4

En un material altamente elástico, las fuerzas de restauración entre átomos o moléculas causan una perturbación que se propaga con mayor rapidez. Así, la velocidad del sonido es mayor en sólidos que en líquidos y en líquidos que en gases. La siguiente tabla muestra la velocidad del sonido en distintos medios (valores típicos)

	Velocidad $\left(\frac{m}{s}\right)$
Sólidos	
Aluminio	5100
Cobre	3500
Hierro	4500
Vidrio	5200
Poliestireno	1850
Líquidos	
Alcohol etílico	1125
Mercurio	1400
Agua	1500
Gases	
Aire (0ºC)	331
Aire (100ºC)	387
Helio (0ºC)	965
Hidrógeno (0ºC)	1284
Oxígeno (0ºC)	316

Tabla 1: Velocidad de propagación de la onda en distintos medios

2.13 Ondas sonoras periódicas

Para analizar las ondas sonoras periódicas, siguiendo el modelo descripto anteriormente, consideremos que producimos una onda sonora periódica unidimensional con un émbolo que oscila en un tubo largo y estrecho que contiene un gas.

A medida que oscila el émbolo se produce en el gas una onda que se propaga longitudinalmente, producto de sucesivas compresiones y expansiones modificándose la densidad y la presión del gas.

Una región comprimida (zona de mayor densidad y presión que las de equilibrio) se forma cada vez que el émbolo se empuja hacia adelante del tubo, a esta región se la denomina ***compresión***, y se mueve por el tubo como un pulso, produciéndose compresiones que viajan por el gas con la velocidad vista en el ítem anterior.

Cuando el émbolo se vuelve hacia atrás, el gas enfrente de él se expande y la presión y densidad disminuyen su valor por debajo del equilibrio. Estas regiones son conocidas como ***rarefacciones,*** se propagan también por el tubo, siguiendo a las compresiones.

Las dos regiones se mueven con una velocidad de aproximadamente 343m/s, velocidad del sonido si el gas del tubo es aire a 20ºC.

Cuando el émbolo oscila en forma armónica, las regiones de compresión y rarefacción se establecen de manera armónica. La distancia entre dos condensaciones sucesivas (o rarefacciones sucesivas) es igual a la longitud de onda λ.

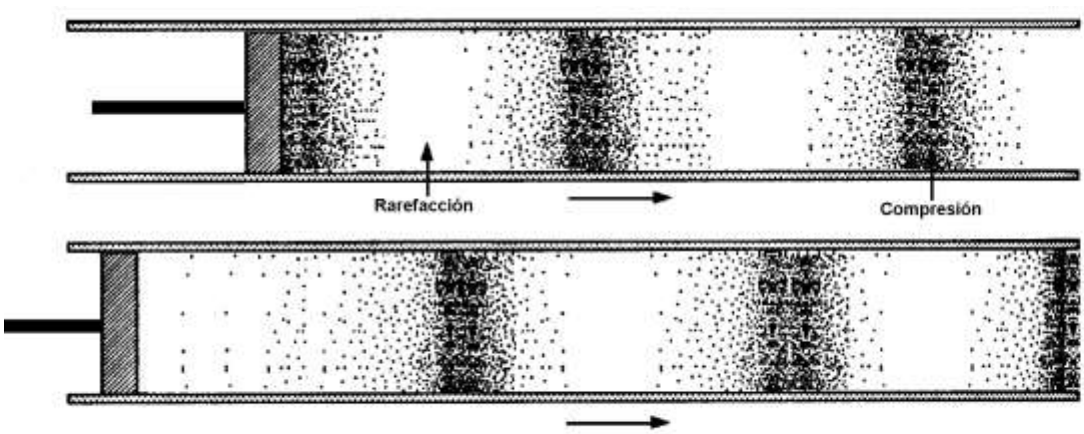


Fig. 24 Una onda longitudinal senoidal se propaga por un tubo lleno con un gas compresible. La fuente de la onda es un émbolo que oscila. Las regiones de alta y baja presión son oscuras y claras respectivamente.

A medida que se propaga la onda, cada porción del gas se mueve con movimiento armónico paralelo a la dirección de la onda. Si $\varepsilon(x,t)$ es el desplazamiento de un pequeño elemento de volumen medido a partir de su posición de equilibrio, podemos expresar esta función de onda como:

$$\varepsilon(x,t) = \varepsilon_0 \operatorname{sen}(kx - \omega t)$$

Donde ε_0 es el desplazamiento máximo del medio a partir del equilibrio, (es lo que llamamos ***amplitud de desplazamiento***), k es el número de onda y ω es la frecuencia angular del émbolo.

Como dijimos anteriormente, las sucesivas regiones de condensación y rarefacción van acompañadas de variaciones de la presión del gas, por lo tanto vemos que a una onda sonora la podemos considerar como una onda de desplazamiento o como una onda de presión. A continuación deduciremos la expresión de la función de onda de presión.

A partir de la definición de módulo de compresibilidad sabemos que la variación de presión relativa o manométrica en un gas es:

$$\Delta p = -B \frac{\partial \varepsilon}{\partial x}$$

Si el desplazamiento es ε_0 sen(kx – ωt) entonces:

$$\Delta p = -B \frac{\partial}{\partial x} (\varepsilon_0 \operatorname{sen}(kx - \omega t)) =$$

$$\Delta p = -B\, \varepsilon_0\, k \cos(kx - \omega t)$$

Como el módulo volumétrico está dado por

$B = \delta v^2$, la variación de presión es:

$$\Delta p = -\delta v^2 \varepsilon_0\, k \cos(kx - \omega t)$$

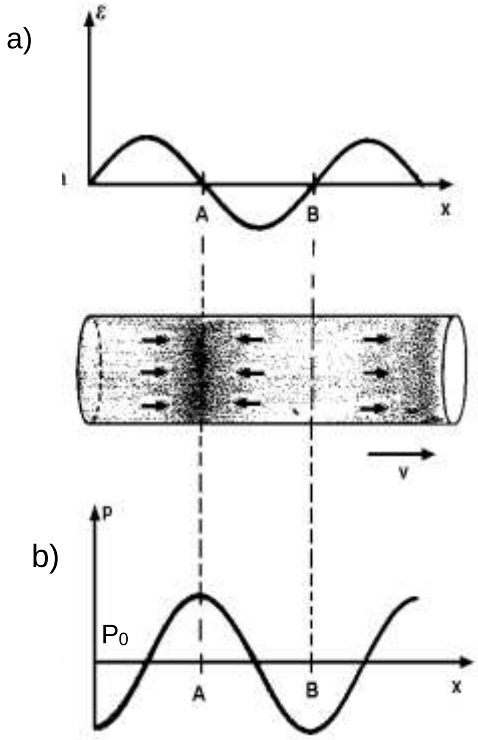


Fig. 25
a) la amplitud de desplazamiento en función de la posición,
b) amplitud de presión en función de la posición de una onda armónica. La onda de desplazamiento está desfasada de la onda de presión en π/2

Esta expresión nos indica como varía la presión del gas a medida que la onda se propaga medida desde su valor de equilibrio.

Además nos muestra que es periódica, proporcional a la amplitud de desplazamiento y se encuentra desfasada $\pi / 2$ respecto de la onda de desplazamiento.

Como k = ω/v, Δp puede expresarse:

$$\Delta p = -\delta\, \omega \varepsilon_0 v \cos(kx - \omega t).$$

El valor máximo de Δp es:

$$\Delta p_{máx} = \delta\, v \omega \varepsilon_0 \quad \text{(amplitud de presión)}$$

Donde $\omega\varepsilon_0$ es la velocidad de oscilación longitudinal máxima del medio (no de la onda).

2.14 Energía

En la primera parte de este capítulo vimos que una onda que se propaga por una cuerda transporta energía. Estos mismos conceptos se aplican también a ondas sonoras.

Consideremos una fuente puntual de masa *dm* que oscila en forma armónica originando ondas sonoras armónicas esféricas. La fuente se comporta como un oscilador, cuya energía mecánica media está dada por la expresión:

$$dE_m = \tfrac{1}{2}\, dm\omega^2\varepsilon_0^2 \quad (\text{ reemplazando } v^2_{máx} = \omega^2\, \varepsilon_0^2 \text{ }),$$

donde ε_0 la amplitud del oscilador.

Puesto que la energía cinética máxima es igual a la energía potencial elástica máxima en un movimiento armónico simple, la energía total de la masa dm es igual a la energía cinética máxima.

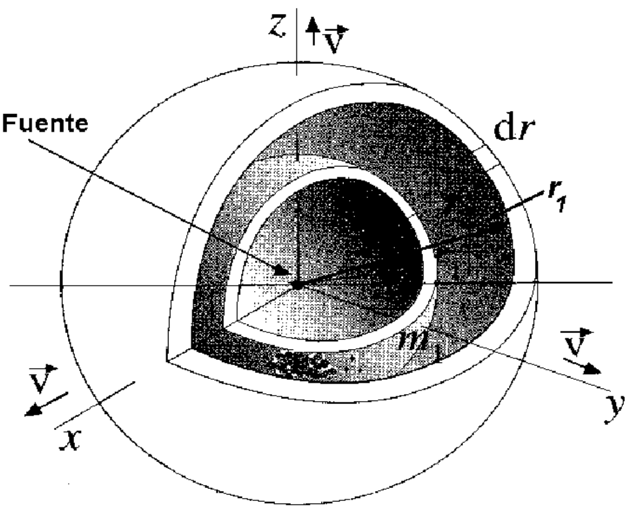


Fig. 26 Onda esférica que se propaga radialmente hacia fuera a partir de una fuente puntual oscilante.

Esta energía se propaga en todas direcciones en forma de ondas esféricas con una velocidad ***v*** si el medio es homogéneo e isótropo. La energía se irá repartiendo sobre las superficies esféricas concéntricas cuyo centro es la partícula oscilante (fuente).

Al cabo de cierto tiempo t_1 la energía se habrá repartido entre las partículas que forman el frente de onda de radio $r_1 = vt_1$. Ocurrirá lo mismo con el frente de onda de radio $r_2=vt_2$ al cabo de t_2. Si suponemos que no hay pérdidas de energía por ejemplo por rozamiento, esta energía permanece constante. Es decir

$$dE_1 = dE_2,$$

Donde:

> dE_1 es la energía que poseen las partículas situadas dentro de una superficie esférica de radio r_1 y espesor *dr.*
>
> dE_2 es la energía que poseen las partículas situadas dentro de una superficie esférica de radio r_2 y espesor *dr*.

Para estas partículas teniendo en cuenta la expresión de la energía mecánica del oscilador su energía será:

$$dE_1 = \tfrac{1}{2}\, dm_1\, \omega^2\, \varepsilon_{01}^2$$

$$dE_2 = \tfrac{1}{2} dm_2\, \omega^2\, \varepsilon_{02}^2$$

Donde:

> dm_1 y ε_{0_1} son la masa y la amplitud de oscilación de las partículas del frente 1

dm_2 *y* ε_{0_2} son la masa y la amplitud de oscilación de las partículas del frente 2

Para hallar dm_1 y dm_2 suponemos que los frentes de onda tienen dr de espesor y que δ es la densidad del medio.

Las masas serán:

$$dm_1 = s_1\ \delta\ dr = 4\ \pi\ r_1^2\ \delta\ dr$$

$$dm_2 = s_2\ \delta\ dr = 4\ \pi\ r_2^2\ \delta\ dr$$

donde *s dr* es el volumen de cada capa

La energía será:

$$dE_1 = \tfrac{1}{2}\ 4\ \pi\ r_1^2\ \delta\ dr\ \omega^2\ \varepsilon_{01}^2 = 2\ \pi\ r_1^2\ \delta\ dr\ \omega^2\ \varepsilon_{01}^2$$

$$dE_2 = \tfrac{1}{2}\ 4\ \pi\ r_2^2\ \delta\ dr\ \omega^2\ \varepsilon_{02}^2 = 2\ \pi\ r_2^2\ \delta\ dr\ \omega^2\ \varepsilon_{02}^2$$

Igualando las energías tenemos:

$$dE_1 = dE_2 \Rightarrow r_1^2\ \varepsilon_{01}^2 = r_2^2\ \varepsilon_{02}^2 \Rightarrow r_1\ \varepsilon_{01} = r_2\ \varepsilon_{02} \Rightarrow$$

$$\mathbf{r\ \varepsilon_0 = constante}.$$

De la demostración anterior deducimos que:

1- La energía que propaga la onda esférica es directamente proporcional al cuadrado de la amplitud de la onda y al cuadrado de su frecuencia angular.

2- La amplitud de la onda en un punto es inversamente proporcional a la distancia de ese punto a la fuente emisora de la onda.

A medida que la onda se aleja de la fuente la amplitud disminuye pues el radio r aumenta, por lo tanto, las partículas vibran con menos energía. Esto, se debe a que la energía a medida que se propaga alejándose de la fuente se distribuye en cada frente de onda y entre mayor número de partículas. A este fenómeno se lo llama ***atenuación*** y no hay que confundirlo con una pérdida de energía.

Al amortiguamiento de la onda también contribuye la ***absorción***, que es la pérdida de energía por rozamiento, viscosidad, etc, que no se ha tenido en cuenta en la demostración.

2.15 Intensidad

La ***intensidad*** de una onda se define como la energía que se propaga por unidad de tiempo a través de un área S perpendicular a la dirección de propagación, su unidad de medida es W/m^2.

Puesto que energía por unidad de tiempo es la potencia, la intensidad es la potencia media incidente por unidad de área

$$I = \frac{dE}{Sdt} = \frac{P}{S}$$

La intensidad en el frente de onda 1 del ejemplo anterior es:

$$I_1 = \frac{dE_1}{s_1 dt} = \frac{2\delta dr \varepsilon_{01}^{\ 2}\omega^2}{4dt} = \frac{1}{2}\frac{\delta dr \varepsilon_{01}^{\ 2}\omega^2}{dt}$$

La intensidad en el frente de onda 2 es:

$$I_2 = \frac{dE_2}{s_2 dt} = \frac{1}{2}\frac{\delta dr \varepsilon_{02}^{\ 2}\omega^2}{dt}$$

Dividiendo miembro a miembro:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\varepsilon_{01}^{\ 2}}{\varepsilon_{02}^{\ 2}}$$

y teniendo en cuenta que:

$$\frac{\varepsilon_{01}^{\ 2}}{\varepsilon_{02}^{\ 2}} = \frac{r_2^{\ 2}}{r_1^{\ 2}}$$

llegamos a la expresión:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\varepsilon_{01}^{\ 2}}{\varepsilon_{02}^{\ 2}} = \frac{r_2^{\ 2}}{r_1^{\ 2}}$$

Podemos concluir que:

1- La intensidad de una onda esférica es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia a la fuente emisora.
2- La intensidad de una onda esférica es directamente proporcional al cuadrado de la amplitud de la onda.

A medida que la onda se aleja de la fuente, su intensidad disminuye debido a la atenuación vista anteriormente.

Teniendo en cuenta que *dr/dt* es la velocidad de propagación de la perturbación, otra forma de expresar la intensidad es:

$$I = \frac{1}{2}\delta\omega^2\varepsilon_0^{\ 2}v$$

Esto también puede expresarse en función de la amplitud de presión dp_{max} sabiendo que dp = $\delta v\omega\varepsilon_0$

$$I = \frac{dp^2_{\max}}{2\delta v}$$

Cuestión

Supongamos tener un émbolo como muestra la figura

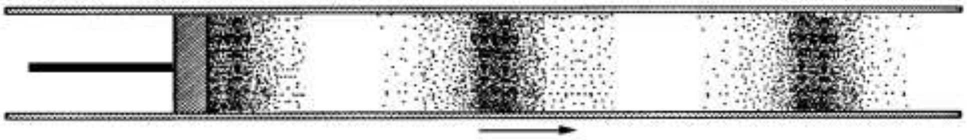


Fig. 27

El émbolo oscilante transfiere energía al gas de un tubo, con lo cual hace que la capa de ancho dx y la masa dm oscile con amplitud ε_0. De esta forma se genera una onda longitudinal que se propaga en el gas del tubo.

Encuentra la expresión de la intensidad de la onda que se propaga y compara el resultado con la intensidad hallada en el ítem anterior. En este caso, ¿la onda se atenúa? Explica.

Problema 6

Los sonidos más tenues que el oído humano puede detectar a una frecuencia de 1000Hz corresponden a una intensidad cercana a 1. 10^{-12} W/m^2 (llamado umbral de audición). Los ruidos más intensos que el oído puede tolerar corresponden a una intensidad aproximada de 1 W/m^2 (umbral de dolor). Determina las amplitudes de presión y desplazamientos máximos asociados a estos límites. δ_{aire}= 1,2kg/m^3

2.16 Nivel sonoro

De los datos del problema anterior podemos observar que los umbrales de dolor y de audición difieren en un factor de 10^{12}. Esto es, la intensidad en el umbral de dolor es un billón de veces mayor que la intensidad del umbral de audición. Dentro de ese gran intervalo, el nivel percibido no es directamente proporcional a la intensidad. Si la intensidad se duplica, el nivel percibido no es el doble. Una duplicación del nivel percibido corresponde aproximadamente a un incremento en la intensidad en un factor de 10. Por ejemplo, un sonido con una intensidad de 10^{-5}W/m^2 puede percibirse a un nivel del doble de un sonido con intensidad 10^{-6}W/m^2.

Por lo expuesto, es conveniente utilizar una escala logarítmica, de base 10 para expresar los niveles de intensidad, donde el ***nivel sonoro*** **β** se define mediante la ecuación:

$$\beta = 10 \log\left(\frac{I}{I_o}\right)$$

La constante I_0 es la intensidad de referencia, considerada como umbral de audición (I_0 = 1.10^{-12}W/m^2), e I es la intensidad, en W/m^2. El nivel sonoro β se mide en decibeles dB, e*n honor del inventor del teléfono, Alexander Graham Bell (1847-1922).*El prefijo deci es el factor de escala del sistema métrico que representa 10^{-1}.

Debemos tener en cuenta que el intervalo de nivel de audición para el ser humano es de 0 dB a 120dB.

A continuación presentamos una tabla con los niveles sonoros aproximados de algunas fuentes

Fuente	Nivel de intensidad en dB	
Cohete grande	≈180	
Motor a reacción	140	
Despegue de un jet (30m – 60m)	≈125	Intolerable
Concierto de rock (1W/m^2)	≈120	Doloroso
Grito al oído (20cm)		Peligro inmediato
Martillo neumático	110	
Tren subterráneo al pasar(10^{-2}W/m^2)	100	Daño después de 2 horas
Auto sin silenciador	100	
Grito (a 1,5m)		Muy fuerte
Bocina de automóvil fuerte.	95	
Camión pesado (a 15m)	90	
Calle de una ciudad.		Daño después de 8horas
Secadora de cabello.	80	
Música fuerte.	80	
Tráfico en autopista.	75	
Interior del automóvil.	≈ 70	
Descarga del excusado.	≈ 67	
Tienda ruidosa (10^{-6}W/m^2)	60	
Conversación promedio(1m)	60	
Oficina.		Moderado
Sala en ciudad.	40	
Biblioteca		Débil
Estudio de transmisión (10^{-10}W/m$^{2)}$	20	
Susurro.	20	
Ronroneo de un gato	15	
Susurro de hojas	≈ 10	Apenas audible
Umbral (10^{-12}W/m^2)	0	

Tabla 2: Niveles de intensidad de algunas fuentes

La exposición prolongada a intensos niveles sonoros puede producir un daño serio en el oído. Es recomendable el uso de tapones en los oídos siempre que los niveles superen los 90dB. Experimentos recientes indican que también la contaminación por ruido puede ser un factor que contribuye a la alta presión, la ansiedad y nerviosismo.

Problema 7

¿Cuáles son los niveles de intensidad de sonido con intensidades de a) 10^{-12} W/m^2 y b) 5.10^{-6} W/m^2?

2.17 Intensidad y Altura

Si se golpea un diapasón, el sonido que emite será más intenso y, la sinusoide asociada será de mayor amplitud, cuanto mayor sea el golpe que se le da. Lo mismo ocurre al hacer sonar una cuerda de guitarra, el sonido es más intenso cuanto mayor es la separación que se produce en la cuerda. Una campana grande suena más que una pequeña y tanto más cuanto mayor sea el golpe.

Por experiencia sabemos que oímos fácilmente la voz de quien tenemos cerca pero no la de quien tenemos lejos. Cuanto más lejos está la fuente emisora del sonido menos se oye.
La intensidad de la onda es percibida por el oído como ***intensidad del sonido***, es decir *sonidos más fuertes o más débiles*, esta característica también se llama sonoridad y "volumen" en equipos de audio.

De todo esto podemos decir que la intensidad de un sonido depende de la amplitud de la onda y de la distancia a la fuente emisora, siendo directamente proporcional al cuadrado de la amplitud e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia a la fuente.

La ***altura o tono*** de un sonido es la respuesta del oído y del cerebro a la frecuencia del sonido. Por la ***altura*** los sonidos se clasifican en *graves y agudos.* La voz de una persona adulta tiene un tono más grave que la voz de un niño. Si se van tocando las teclas de un piano de izquierda a derecha los sonidos van siendo cada vez más agudos.
El efecto sensorial de la altura de un sonido está relacionado con la propiedad física de frecuencia de la onda. Para los sonidos más graves la frecuencia es menor y los sonidos más agudos corresponden a mayores frecuencias.

La frecuencia y el tono suelen usarse como sinónimos pero existe entre ellos una diferencia objetivo-subjetiva. Si el mismo tono, de baja frecuencia, se hace sonar a dos niveles distintos de intensidad, la mayoría de las personas cree que el sonido más intenso tiene un tono más bajo, es decir más grave. Esto corresponde a una frecuencia percibida menor pero, en realidad, la frecuencia emitida es la misma.

Lo mismo ocurre con tonos de distinta frecuencia pero igual intensidad, éstos pueden ser percibidos por el oído de modo más intenso o más débil. Es decir, a igual intensidad física, dos tonos de distinta frecuencia se perciben como si tuvieran distinta intensidad.

Las curvas que se muestran a continuación representan el nivel de intensidad de un sonido, medido en decibeles, en función de la frecuencia. Se llaman contornos de igual fuerza o de igual sonoridad. Estas curvas *unen los puntos* que representan combinaciones de intensidad – frecuencia que una persona promedio juzgaría como igual de "fuertes", o sea *de igual sonoridad.* La relación entre la intensidad, que es un atributo físico del sonido, y sonoridad, que es un atributo subjetivo, involucra procesos fisiológicos y psicológicos en el oído y en el cerebro. Los experimentos psicofísicos sirven para medir la relación entre el atributo físico de un estímulo y el atributo subjetivo que percibe el individuo. En las curvas anteriores se representa el siguiente experimento psicofísico: Una persona compara un sonido estándar, a una frecuencia de 1000 Hz y un nivel de intensidad de 30 dB, con un sonido de prueba que tiene una frecuencia f. La intensidad del sonido de prueba se varía hasta que la persona piensa que tiene la sonoridad que el sonido estándar de 1000 Hz. Esto se repite con una serie de frecuencias diferentes para el sonido de prueba hasta obtener una curva como la indicada con un 90% en la gráfica.

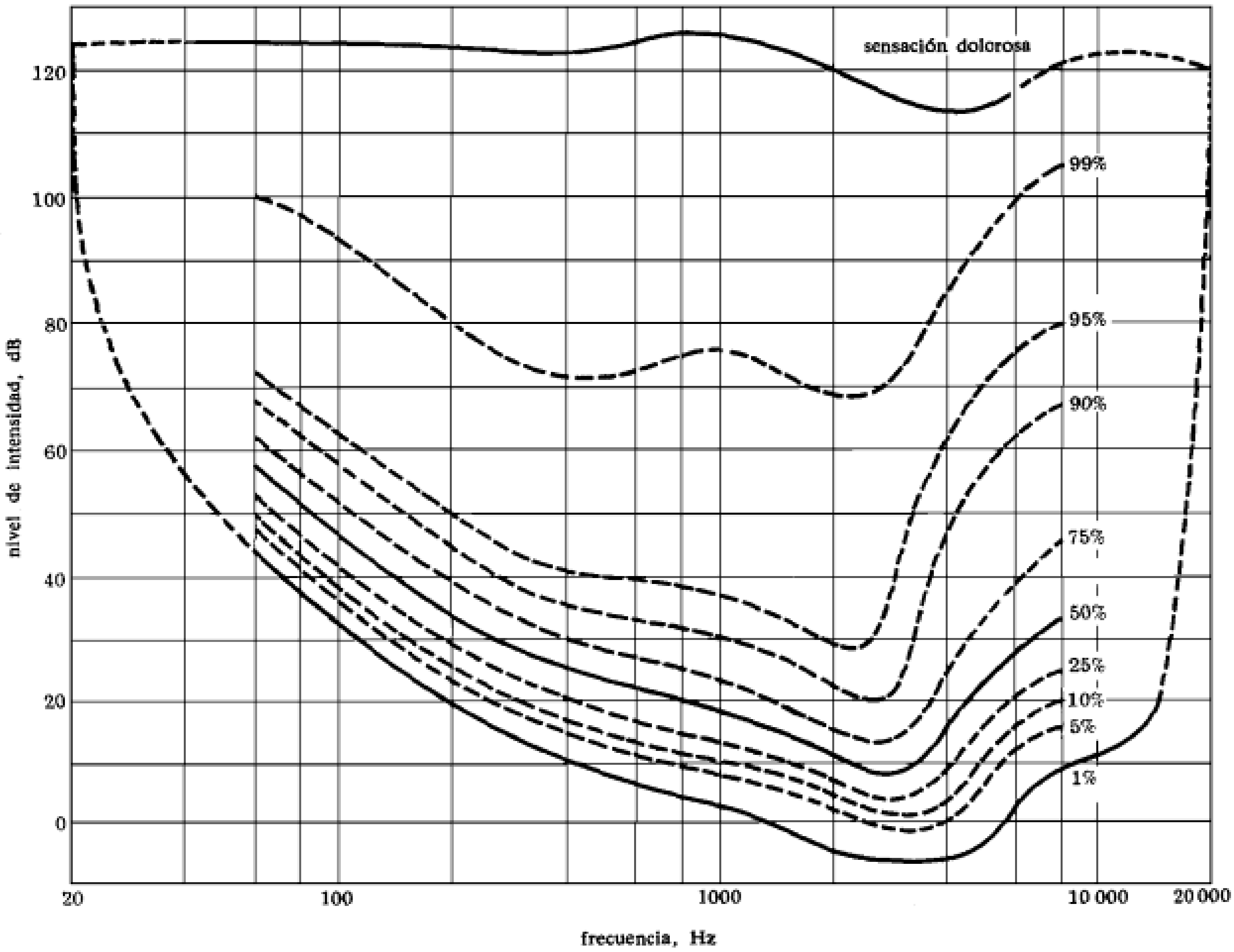


Fig. 28 Relación psicofísica de la sonoridad con la intensidad y la frecuencia.
Cada curva da las intensidades a las que sonidos de diferentes frecuencias tienen la misma sonoridad aparente. Por ejemplo, en el contorno próximo al inferior, un tono de 1000 Hz a 30 dB suena tan fuerte como un tono de 100 Hz a 58 dB. La escala de la frecuencia es logarítmica para comprimir el gran intervalo de frecuencias.

En la curva 95%, cada punto da el nivel de intensidad en el que se piensa que, una señal de la frecuencia correspondiente, tiene la misma sonoridad que la señal estándar. Por ejemplo, una señal de 100 Hz tiene que tener un nivel de 62 dB para que se piense que es tan fuerte como la señal de 1000 Hz a 38 dB.

Las otras curvas se obtienen cuando la señal estándar de 1000 Hz se da a diferentes niveles de intensidad.

La curva superior muestra que el nivel de decibeles del *umbral del dolor (sensibilidad máxima tolerable)* no varía mucho de 120 dB, sin importar la frecuencia del sonido. Pero, el *umbral de audición*, es decir, la *mínima sensibilidad audible* ($\cong$ 0 dB a 1000 Hz), sí varía mucho con la frecuencia, como lo indica la curva inferior de la gráfica. Un tono con una frecuencia de 100 Hz debe tener una intensidad de alrededor de 32 dB para ser escuchado.
Las depresiones o mínimos en las curvas indican que el oído humano es más sensible a sonidos cuyas frecuencias están entre 1000 Hz y 5000 Hz; se observa en una de las curvas que un tono con una frecuencia de alrededor de 3000 Hz puede oírse a niveles de intensidad por debajo de 0 dB.

2.18 Timbre

Si un piano y un violín emiten la misma nota, es decir de igual altura e igual intensidad, se distingue perfectamente la que corresponde al piano y la que corresponde al violín. De la misma manera se reconocen las voces de dos personas aunque los sonidos que ambas emitan sean exactamente iguales. Además del *sonido fundamental*, producido por el piano, el violín o las personas, se originan otros sonidos más débiles que acompañan al principal, llamados *armónicos o sobretonos*.
Timbre es la característica por la cual se distinguen dos sonidos de la misma intensidad y del mismo tono. Este efecto sensorial está relacionado específicamente con el número de armónicos o sobretonos presentes, que son los que determinan la forma de la onda.
Una persona puede cantar con la misma frecuencia e intensidad que otra, pero las diferentes combinaciones de sobretonos dan a las voces timbres diferentes.

En la figura 16 se muestran las formas de onda obtenidas en un osciloscopio, para una flauta y un fagot tocando la misma nota. Ambos sonidos de la misma altura se perciben con timbre diferente.

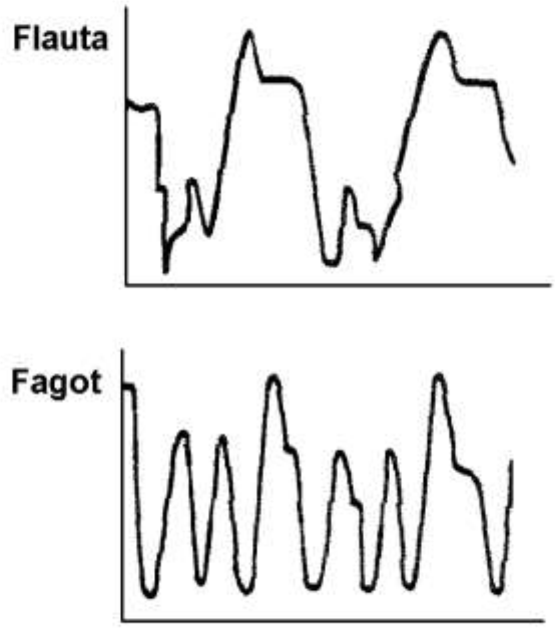


Fig. 29 El timbre de un sonido depende de la forma de la onda. Observa que estas dos ondas son periódicas pero no armónicas.

J. B. Fourier (1768 – 1830) demostró que las ondas periódicas con formas complicadas se pueden considerar como la suma de una serie de ondas armónicas sencillas de distinta frecuencia. Cuanto más compleja sea la onda, mayor es el número de ondas armónicas en las que se puede descomponer. La expresión de una onda compleja como suma de ondas armónicas recibe el nombre de *serie de Fourier*.
Al igual que una onda periódica puede descomponerse en una serie de ondas armónicas, también es posible la operación contraria: construir electrónicamente nuevas

formas de ondas periódicas sumando a la frecuencia fundamental distintos armónicos superiores o sobretonos. Este proceso se denomina *síntesis de Fourier* y ha dado lugar a otro tipo de música que se elabora en sintetizadores produciendo sonidos de timbre muy variado, en lugar de usar los instrumentos musicales tradicionales en los que los sonidos se producen mecánicamente.

PROBLEMAS DE APLICACIÓN.

1- En t=0, un pulso de onda transversal en un alambre se describe por medio de la función

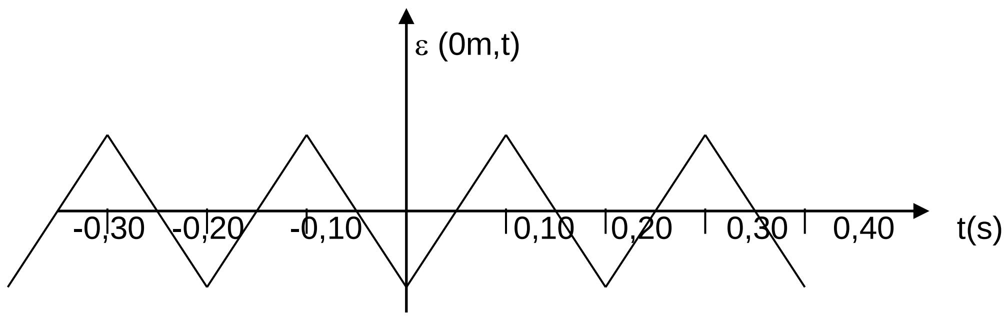
$$\varepsilon = \frac{6}{x^2 + 3}$$

donde x y ε están expresados en metros. Escribe la función ε(x,t) que represente la onda se ésta viaja en sentido de las x positivas con una velocidad de 4,5m/s.

R: $\frac{6}{(x-4{,}5t)^2+3}$

2- Después que una lancha pasa por un lago, un observador situado en la orilla se da cuenta de que las ondas chocan contra ella cada dos segundos y que la distancia entre las crestas es de 2,5m aproximadamente. ¿Con qué velocidad se mueven las ondas en el lago? *R: 1,25 m/s*

3-Una onda periódica, que viaja en la dirección de los valores decrecientes de x con una velocidad de 4m/s, produce un comportamiento oscilatorio en el origen del eje x como el que se describe en la figura.



a) ¿cuál es el período de la onda? *R: 0,2 s*
b) ¿cuál es la frecuencia de la onda? *R: 5 Hz*
c) ¿cuál es la longitud de onda? *R: 0,8 m*
d) Trace una gráfica de la forma de onda , ε (x), cuando t=0s.

4- La temporada de patos. Un pato arlequín (Histrionicus histrionicus) se menea de arriba abajo como consecuencia del paso de una ola. El pato sube una distancia vertical de 10 cm y completa 7 ciclos durante 10 s. Ud. observa también que una cresta particular de la onda viaja los 9 m desde el pato a su canoa en 5 s.

a) ¿cuál es la frecuencia de la ola? *R: 0,7 Hz*
b) ¿cuál es su velocidad? *R: 1,8 m/s*
c) ¿cuáles son las longitudes de onda de las olas? *R: 2,57 m*
d) Escriba una expresión matemática de la función de onda ε(x,t) si se trata de una onda senoidal y el pato está en el origen de x y en un máximo de la onda cuando t= 0s. Exprese la distancia en metros y los tiempos en segundos.

R: $\varepsilon = 0{,}1m.\cos(2{,}44x - 4{,}40t)$

5- La ecuación de una onda transversal que se propaga por una cuerda es

$$\varepsilon = 4\cos\pi\ (\ 100t - 0{,}75x\ )$$

en centímetros y segundos. Calcula la longitud de onda y la velocidad de propagación.

R: $\lambda = 2{,}67cm \quad v = 133{,}5cm/s$

6- Una onda transversal se propaga por una cuerda según la ecuación

$\varepsilon = 0{,}4\cos(0{,}5x+500t)$ en unidades de S.I.

Calcula:

a) La longitud de onda. *R: 12,56 m*
b) La velocidad de propagación. *R: 1000 m/s*
c) El estado de vibración de una partícula situada en 20cm en el instante t = 0.02s. *R: -0,312 m*
d) La velocidad de la partícula anterior. *R: 125 m/s*

7- La ecuación de una onda transversal es ε = sen(0,4t – 3,14x), donde x y ε se expresan en metros y t en segundos. Determina:

a) Los puntos que están en fase y en oposición de fase.

R: 2n y 2n+1 (en metros)

b) ¿Qué tiempo tiene que transcurrir para que un punto situado a 5m del foco tenga velocidad máxima? *R: 39,25 s*

8- Se hace vibrar el extremo de una cuerda larga con período 2s y una amplitud de 4cm. La velocidad de las ondas es de 50cm/s. Calcula:

a) El desplazamiento de una partícula situada a 100cm del centro emisor para los valores de tiempo, t = 4s, t = 4,5s y t = 5s.

R: 0; -4cm; 0 (con sen en la ecuación)

b) El desplazamiento de las partículas situadas a las distancias 25cm,75cm y 100cm del centro emisor para t = 2s

9- Una onda de frecuencia 500Hz tiene una velocidad de fase de 300m/s.

a) ¿Cuál es la separación entre dos puntos que tengan una diferencia de fase de 60º? *R: 0,1 m*
b) ¿Cuál es la diferencia de fase entre dos elongaciones en un mismo punto que estén separadas por un intervalo de tiempo de una milésima de segundo?

R: πrad

10- Un astronauta sobre la Luna desea encontrar el valor local de *g* midiendo el tiempo de pulsos que viajan por el alambre que tiene una gran masa suspendida de él. Supone que un alambre de 4g de masa y 1,6m de largo tiene una masa suspendida de 3kg. Un pulso tarda 36,1ms para recorrer la longitud del alambre (ignorar la masa del alambre cuando se calcule la tensión). *R: 1,67 m/s²*

11- Una cuerda tensada tiene una masa de 0,18kg y una longitud de 3,6m ¿Qué potencia debe proporcionarse para generar ondas senoidales con una amplitud de 0,10m, una longitud de onda de 0,50m y cuya velocidad sea de 30m/s. *R: 1,064 kw*

12- Se generan ondas en una cuerda sometida a tensión constante. ¿En qué factor la potencia requerida aumenta o disminuye si:

a) la longitud de la cuerda se duplica y la frecuencia angular permanece constante
b) la amplitud se duplica y la frecuencia angular se reduce a la mitad

R: a) y b) la potencia requerida permanece constante

13- Se desea transmitir ondas de 5cm de amplitud a lo largo de una cuerda que tiene una densidad lineal de 4.10^{-2} kg/m. Si la máxima potencia entregada por la fuente es de 300W y la cuerda está sometida a una tensión de 100N, ¿cuál es la frecuencia de vibración más alta a la cual puede operar la fuente? *R: 55,13 Hz*

14- Una onda senoidal sobre una cuerda se describe por medio de la ecuación

$$\varepsilon = 0{,}15\,\mathrm{sen}(\,0{,}80x - 50t\,)$$

donde x, ε están en metros y t en segundos. Si la masa por longitud unitaria de esta cuerda es 12g/m, determina:

a) la velocidad de la onda *R: 62,5 m/s*
b) la longitud de onda *R: 7,85 m*
c) la frecuencia *R: 7,96 Hz*
d) la potencia transmitida a la onda. *R: 21,1 w*

15- Una onda sonora en el aire tiene una amplitud de presión igual a $4.IO^{-3}$Pa. Calcula la amplitud de desplazamiento de la onda a una frecuencia de 10 kHz. *R: $1{,}61.10^{-10}$ m*

16- Un investigador desea generar en el aire una onda sonora que tenga una amplitud de desplazamiento igual a $5{,}5 \times 10^{-6}$ m. La amplitud de presión estará limitada a $8{,}4.I0^{-1}$ Pa. ¿Cuál es la longitud de onda mínima que la onda sonora puede tener? *R: 5,7 m*

17- Una onda sonora senoidal se describe por el desplazamiento

$$\varepsilon(x, t) = 2\,\mu\mathrm{m}\,\cos(15{,}7\ \mathrm{m}^{-1}\,x - 858\ \mathrm{s}^{-1}\,t)$$

a) Encuentra la amplitud, la longitud de onda y la velocidad de esta onda y determina a través de qué material está viajando. (Buscar en tabla de velocidades del sonido) *R: 2.10^{-6} m, 0,4 m, 54,65 m/s*
b) Determina el desplazamiento instantáneo de las moléculas en la posición x = 0,05 m en t = 3ms. *R: $-4{,}32.10^{-7}$m*
c) Determina la velocidad máxima del movimiento oscilatorio de las moléculas. *R: $\pm$ 0,0017m/s*

18- La intensidad de la onda acústica procedente de una explosión submarina medida a 5 km de distancia es 1.6 X l0" W/m². ¿Qué intensidad se registrará en un lugar a 50 km del punto cero? Supone que no hay pérdidas. *R: $1{,}6.10^{9}$ w/m²*

19- El altoparlante de un sistema de sonido tiene 38cm de diámetro. De él sale sonido uniformemente en toda su superficie con 10 mW/m^2 de intensidad, ¿cuánta potencia irradia? *R: 1,13mw*

20- Una impresora pequeña, pero ruidosa, produce una intensidad acústica igual a 36.10^{-5} W/rn^2 en un punto a 5m de distancia. Aproximadamente, ¿qué valor indicará un decibelímetro en ese lugar y también a 20m de la impresora? *R: 85,6dB y 73,52dB*

21- El nivel de sonoridad a 2m de un astillador neumático es de 120dB. Suponiendo que irradia uniformemente en todas direcciones. ¿A qué distancia debe estar una persona para que el nivel decrezca 40dB y sea algo más confortable? *R: 200 m*

22- Un cohete de fuegos artificiales explota a una altura de 100 m sobre el suelo. Un observador sobre el suelo directamente abajo de la explosión percibe una intensidad sonora promedio de $7.10^{-}2$ W/m^2 durante 0,2s. a) ¿Cuál es la energía sonora total de la explosión? b) ¿Cuál es el nivel sonoro en decibeles que escucha el observador?
R: a) 1759,3 J b) 108,45dB

23- Un grupo de rock está tocando en un estudio. El sonido que sale por una puerta abierta se dispersa uniformemente en todas las direcciones. Si el nivel sonoro de la música es de 80.0dB a una distancia de 5m de la puerta, ¿a que distancia la música es apenas audible para una persona con un umbral auditivo normal (0dB)?. Descartar la absorción. *R: 5.10^4 m*

Problemas integradores

1.- Una onda transversal viaja a lo largo de una cuerda cuya masa es M y su longitud es L. Se aplica una tensión T. Elegí y justificá la respuesta correcta:
a) La longitud de onda es proporcional a L.
b) La velocidad de la onda depende de M, L y T
c) La frecuencia de la onda es proporcional a su longitud de onda.
d) La energía de la onda es proporcional a la raíz cuadrada de la amplitud de la onda.
e) La velocidad del movimiento de un punto en la cuerda es idéntico a la velocidad de propagación de la onda.

2.-Una persona adulta normal puede percibir sonidos cuyas frecuencias aproximadamente que van desde 17 a 17000 Hz. ¿cuáles son las longitudes de onda correspondientes, y como se comparan con las dimensiones de objetos cotidianos como cajas o envases cotidianos.

3.- Si la tensión de una cuerda por donde se propaga una onda transversal se triplica, responder que sucede con la velocidad de propagación y la frecuencia .

4.- Una persona se encuentra a 2 m de distancia de un altavoz. Calcula a qué distancia debe situarse para que la intensidad de la onda que le alcance sea: a) el doble que la inicial; b) la mitad de la inicial.

5.- Un foco sonoro colocado bajo el agua tiene una frecuencia de 750 hertz *y* produce ondas de 2 m. ¿Con qué velocidad se propaga el sonido en el agua?

6.- Demostrar que si se duplica la intensidad de un sonido, el nivel de sensación sonora aumenta en 3,0 decibeles.

BIBLIOGRAFÍA

Alonso M Finn E.J. "Física". Ed. Addison-Wesley Iberoamericana . E.E.U.U. 1995.
Blatt, F Fundamentos de Física - Prentice Hall - Hspanoamaericana, Méjico, 1991.
Giancoli D.C. : Física; principios y aplicaciones - Reverté S.A. - España, 1985.
Halliday - Resnick : Fundamentos de Física - CECSA - Méjico, 1980.
Peña, A. - García, J. : Física 2º Bachillerato (Logse) - Mc Graw-Hill - España, 1996.
Peña Sainz-Garzo Pérez : Curso de Física - COU, Mc Graw-Hill - España, 1990.
Roederer Juan G Mecánica elemental, Ed. Eudeba, Buenos Aires 2002
Lea S.M., Burke J.R., "La naturaleza de las cosas" Física: Vol I. Ed. Internacional Thomson. México, 1998.
Sears Francis W., "Fundamentos de Física" "Mecánica, Calor y Sonido". Ed. Aguilar, Madrid, 1970
Sears-Zemansky : Física - Aguilar - Madrid, 1981.
Serway R. A. , "Física I". Ed Mac Graw Hill. México, 1993
Tipler : Física - Reverté - Barcelona, 1983.